

საქართველოს ენერგეტიკისა და ენერგეტიკულ ნაგებობათა
სამეცნიერო-კელევეითი ინსტიტუტი

დიმიტრი ნამგალაძე, დავით ინგოროყვა

მაგისტრალური გამსადენების დინამიკა



დამტკიცებულია ენერგეტიკისა და
ენერგეტიკული ნაგებობების
სამეცნიერო-კელევეითი ინსტიტუტის
სამეცნიერო საბჭოს მიერ

ბოლო წლებში საქართველოში მიმდინარეობს მაგისტრალური გაზსადენების ინტენსიური მშენებლობა და რეაბილიტაცია. წარმოებს ჩრდილოეთ-სამხრეთი არსებული მაგისტრალური ტრანზიტული გაზსადენის რეაბილიტაცია. მთავრდება შაჰდენიზის საბადოდან (აზერბაიჯანი) მოპოვებული გაზის ტრანსპორტირების სამხრეთ კავკასიის სისტემის (ბაქო-თბილისი-ერზრუმი) მშენებლობა. მიმდინარე პროცესი დღის წესრიგში აყენებს პრინციპიალურად ახალ ამოცანებს. მონოგრაფიაში განხილულია გაზსადენების ეფექტურობის ამაღლების პრობლემა. ასევე განხილულია გაზსადენების დინამიური მახასიათებლების განსაზღვრის, დაუმყარებული რეჟიმების ანალიზის რაციონალური და ფიზიკური პარამეტრების განსაზღვრის შეფასების მეთოდები. შემოთავაზებულია ამოცანების ამოხსნის ახალი ხერხები, რომლებიც წარმოადგენენ მაგისტრალური გაზსადენების მართვის მეთოდებისა და ალგორითმების საფუძველს. ავტორები მაღლობას უხდიან თანამშრომლობისათვის პროფ. ი. ლომიძეს, მონოგრაფიის შესაბამისი თემატიკის მოწოდებისათვის. კერძოდ მის მიერ დაწერილია თავი 3-ის 3.2 და 3.3 პარაგრაფები, ხოლო თავი 4-ის 4.2 და 4.4 პარაგრაფები დაწერილია ერთობლივად ავტორებთან ერთად. მონოგრაფია განსაზღვრულია მეცნიერებისათვის და საინჟინრო-ტექნიკური პერსონალისათვის, რომლებიც დაკავებულნი არიან მაგისტრალური გაზსადენების პროექტირებისა და ექსპლუატაციის საკითხებით. იგი ასევე საინტერესოა მაგისტრანტებისა და დოქტორანტებისათვის.

რეცენზენტები: ტექნიკის მეცნიერებათა დოქტორი ვ. ჯამარჯაშვილი

ტექნიკის მეცნიერებათა დოქტორი ა. ბეროშვილი

შესავალი

დღეისათვის მეტად მნიშვნელოვანია მაგისტრალური გაზსადენების სისტემების ეფექტურობის, საიმედოობის და უსაფრთხოების ამაღლების პრობლემა, რადგანაც მათი მახასიათებლები უნდა პასუხობდნენ ქვეყნის მეურნეობის გაზრდილ მოთხოვნებს [2]. ეს თავის მხრივ განაპირობებს მაგისტრალური გაზსადენების მდგომარეობის ზუსტ შეფასებას და მათი ექსპლუატაციის რაციონალური მეთოდების შემუშავებას. ამიტომ, მაგისტრალური გაზსადენების ფუნქციონირების დინამიკის გაანგარიშების მეთოდების სრულყოფას, მეტად მნიშვნელოვანი როლი ენიჭება.

გაზით მომარაგების სისტემების ეფექტურობის ამაღლება შესაძლებელია ორი გზით. პირველი მათგანი დაკავშირებულია ობიექტების მშენებლობის საიმედოობის ამაღლებასთან, მომარაგების სისტემების სტრუქტურების გაუმჯობესებასთან, მოწყობილობის სრულყოფასთან და ა.შ. [8,26]. მეორე გზა გულისხმობს არსებული მოწყობილობის და სახაზო ნაწილის უფრო რაციონალურ ექსპლუატაციას და გაზსადენების მუშაობის რეჟიმების ოპტიმიზაციას [37,77].

მაგისტრალური გაზსადენების მუშაობის რაციონალური რეჟიმების შერჩევის მიზანია მაქსიმალური ეფექტის მიღება, მომხმარებელთა გაზით მომარაგების და მისი ხარისხის საჭირო დონის შენარჩუნებით. მეთოდების განვითარება წარმოებს ორი ძირითადი მიმართულებით: ერთის მხრივ

გაანგარიშების უფრო ზუსტი მეთოდების შემუშავება, სადაც მხედველობაში მიიღება მეორეხარისხოვანი ფაქტორები და მეორე მხრივ - ისეთი გამარტივებული მეთოდების დასაბუთება, რომლებიც კვალიფიციურად გამოყოფენ რეჟიმის ეკონომიკურობის განმსაზღვრელ ძირითად ფაქტორებს. აღსანიშნავია, რომ პრაქტიკული გაანგარიშებისას, არ არის აუცილებელი ძალიან ზუსტი შედეგების მიღება და ალგორითმების ზედმეტი გართულება, თუ ეჭვს იწვევს საწყისი მონაცემების სიზუსტე. თვითმეულ კონკრეტულ სიტუაციაში აუცილებელია შედარდეს სიზუსტის ასამაღლებლად საჭირო დანახარჯები და ეკონომიკური ეფექტურობის შესაძლო გაზრდა.

მაგისტრალური გაზსადენების განსაკუთრებულობას წარმოადგენს მათ მიერ დაკავებული ტერიტორიის დიდი სიგრძე, რის გამოც ისინი შესაძლებელია იმყოფებოდნენ სხვადასხვა სპეციფიურ, გეოგრაფიულ და კლიმატურ პირობებში. ასეთი სისტემების მართვის სირთულე განაპირობებს მრავალი სხვადასხვა ტიპის ფაქტორების გათვალისწინებას. მაგალითად გაზმომარაგების სისტემაში მოხვედრილი გაზი, წინასწარ მომზადებულია საყოფაცხოვრებო და სამრეწველო ობიექტებისათვის, რომლებიც მოიხმარენ გაზს არათანაბრად, ე.ი. ფუნქციონირებენ ექსპლუატაციის არასტაციონარულ რეჟიმში და არათანაბრად არიან განაწილებულნი მაგისტრალური გაზსადენის ტრასის გასწვრივ. ამიტომ გაზის მოძრაობა გაზსადენში - არასტაციონარულია, ე.ი. საშუალო სიჩქარე და წნევა იცვლება როგორც სიგრძის გასწვრივ, ასევე დროშიც [37].

წნევის ცვალებადობა აგრეთვე განპირობებულია იმით, რომ გაზის გაცემა მომხმარებლებზე იცვლება დროში და შესაძლებელია გაზსადენის მრავალი ელემენტებიდან, ნებისმიერის ჩართვა და გამორთვა. ამგვარად შემაშფოთებელ მოქმედებებს მივყავართ იმ სიტუაციამდე, რომ გაზსადენი მუდმივად იმყოფება არასტაციონარულ რეჟიმში. გაზის არათანაბარი მოხმარების რეგულირებისათვის და ავარიული სიტუაციების ანალიზისათვის, აუცილებელია შემუშავდეს პროცესის დინამიკის მათემატიკური მოდელები, რომლებიც დააკმაყოფილებენ მართვის სისტემების სიზუსტეს და იქნებიან მაქსიმალურად მარტივი [37].

გაზსადენების სისტემებში გვხვდება როგორც შეყურსულ პარამეტრებიანი ელემენტები (გაზგამანაწილებელი სადგურები, საკომპრესორო სადგურები და ა.შ.), ასევე ელემენტები განაწილებული პარამეტრებით (გაზსადენის სახაზო ნაწილი, გაზის მომზადების მოწყობილობა და ა.შ.).

მაგისტრალური გაზსადენების ელემენტების გამოკვლევისას, მეტად მნიშვნელოვანია ობიექტის აღწერა კონკრეტულ ტექნოლოგიურ სიტუაციებში. გაზსადენების სისტემები წარმოადგენენ მეტად რთულ ობიექტებს, მათში მიმდინარე სხვადასხვა ხასიათის ტექნოლოგიური პროცესების გამო (ჰიდროდინამიკური, სითბური, მასის ცვლა და ა.შ.). თუ აუცილებელია გაზსადენების ელემენტების მახასიათებლების ზუსტი აღწერა, მაშინ ტექნოლოგიური პროცესების მრავალი განსაკუთრებულობების უგულვებელყოფა – შეუძლებელია. გაზსადენების სისტემების დინამიკის ანალიზისათვის საჭიროა ამოიხსნას სისტემები, რომლებიც შედგება ათობით წრფივი და არაწრფივი,

ალგებრული და დიფერენციალური განტოლებებისგან. გაზსადენების სისტემების მათემატიკური აღწერა, უნდა იძლეოდეს საშუალებას გაანგარიშდეს საექსპლუატაციო რეჟიმები (ძირითადად არასტაციონარული), ფუნქციონირების ნორმალური პირობებისათვის და გაანალიზდეს შესაძლო საავარიო და წინა საავარიო სიტუაციები, რომლებიც დაკავშირებულია ფუნქციონირების ნორმალური რეჟიმებისაგან გადახრებით. ასეთ დინამიკურ სიტუაციებში სისტემის შესაძლო ქცევის შეფასებისათვის, აუცილებელია მისი მდგომარეობების სხვადასხვა ვარიანტების ცოდნა, რაც მნიშვნელოვნად დააჩქარებს მათი წარმოქმნის მიზეზების განსაზღვრას. ობიექტის მოდელის საწყისი ინფორმაციის და მისი ცდომილების შეფასებისას, აგრეთვე აუცილებელია გათვალისწინებული იქნას ობიექტის სტატიკური ასპექტები. ოპერატიული მართვისათვის მიზანშეწონილია გამოყენებული იქნას გამარტივებული ობიექტები, რომლებიც დამყარებულია მოცემული სიტუაციისათვის არაარსებითი პარამეტრების გონივრულ უგულვებელყოფაზე, რადგანაც ოპერატიული მართვის სწრაფად მოქმედი პროცესი უნდა გაანგარიშდეს დროში, რომელიც რამდენჯერმე ნაკლებია პროცესების მიმდინარეობის დროზე [38].

აღსანიშნავია, რომ გაზსადენების რთული სისტემების თითქმის ყველა ობიექტი, მიეკუთვნება ე.წ. “არაზუსტ” ობიექტებს, რომლებიც მოითხოვენ იდენტიფიკაციის და ადაპტაციის მეთოდების გამოყენებას. ასეთ ობიექტებს მიეკუთვნება საკომპრესორო მანქანები (ნატურული გაზომვები გვიჩვენებენ, რომ

მათი ხანგრძლივი ექსპლუატაციისას, იცვლება მათი მაზასიათებლები), მრავალზაზიანი გაზსადენების სისტემები, მათი დარგოლილი სტრუქტურები და ა.შ. [38].

აუცილებელია განვასხვაოთ გადაქაჩვის ტექნოლოგიური პროცესის სრული და მისი ელემენტების მოდელები (ამ დროს სრული მოდელები წარმოადგენენ ელემენტების მოდელების ბუნებრივ განზოგადოებას). სრული მოდელების ნაკლი, რომლის აცილება შეუძლებელია, მდგომარეობს მათ სირთულეში, ამიტომ ცალკეული ელემენტების მდგომარეობის ანალიზისათვის, უნდა მოხდეს საერთო სტრუქტურიდან ცალკეული ელემენტების გამოყოფა და უფრო მარტივი ელემენტების მოდელების გამოყენების დასაბუთება. ელემენტების მოდელებისათვის გამოყენებულ უნდა იქნას, მათი შექმნის აგრეგატული პრინციპი. ასეთ შემთხვევაში ცალკეული ტექნოლოგიური პროცესების მოდელების ძირითადი განტოლებები რჩება ერთი და იგივე და წარმოებს მხოლოდ მოდელის შემადგენლობის და პარამეტრებს შორის ბმების ზასიათის ვარირება. მოდელების გამოყენების დიაპაზონი ექვემდებარება გარკვეული შემოსაზღვრულობების ზედდებას, რომელიც შესაძლებელია იყოს როგორც სტატიკური, ასევე დინამიკური [66,67,68].

პრობლემის აქტუალობა განისაზღვრება ისეთი მეცნიერულად დასაბუთებული, თანამედროვე მეთოდების შემუშავებით, რომელთა საშუალებით შესაძლებელია რთული მაგისტრალური გაზსადენების მუშაობის ტექნოლოგიური რეჟიმების გაანგარიშება [73,75,76]; მაგისტრალური

გაზსადენების სისტემების მუშაობის ეფექტურობის უზრუნველყოფით, მოწყობილობის რაციონალური გამოყენების ხარჯზე; მაგისტრალური გაზსადენების მუშაობის რეჟიმების ოპტიმიზაციით; რთული გაზსადენების სისტემების მართვის ეფექტური სტრატეგიების დანერგვით ნორმალური, წინა საავარიო და საავარიო რეჟიმებისათვის და ა.შ [38].

ავტორები მადლობას უხდიან თანამშრომლობისათვის პროფ. ი. ლომიძეს, მონოგრაფიის შესაბამისი თემატიკის მოწოდებისათვის. კერძოდ მის მიერ დაწერილია თავი 3-ის 3.2 და 3.3 პარაგრაფები, ხოლო თავი 4-ის 4.2 და 4.4 პარაგრაფები დაწერილია ერთობლივად ავტორებთან ერთად.

თეორიული ანალიზისათვის ავტორების მიერ შერჩეულია მრავალჯერ აპრობირებული მეთოდები, რომლებიც გამოიყენება რთული მაგისტრალური გაზსადენების სისტემების დინამიკის მოდელების შესადგენად და რომელთა მიხედვით მიღებული შედეგები დამაკმაყოფილებლად ემთხვევა ნატურულ მონაცემებს რეალურ სიტუაციებში.

თავი 1. გაზსადენებში რეალური გაზის მოძრაობის ბანტოლებები და მათთან დაკავშირებული კონკრეტული საკითხები

1.1. გაზსადენში გაზის არასტაციონარული მოძრაობის ბანტოლებები

მაგისტრალური გაზსადენების გაზოდინამიკური გაანგარიშება წარმოებს მოძრაობის სტაციონარულობაზე დაყრდნობით. მაგრამ აღსანიშნავია, რომ გაზის მოძრაობა მაგისტრალურ გაზსადენებში, როგორც წესი, არასტაციონარულია, ე.ი. დროში ცვლადია. გაზის წნევა და ხარჯი იცვლება როგორც გაზსადენის სიგრძის გასწვრივ, ასევე დროში.

გაზის არასტაციონარული მოძრაობის გამოწვევი მიზეზები მრავალია. მათ მიეკუთვნება დროებითი მოხმარება, ბუფერული მომხმარებლების ჩართვა და გამორთვა, კომპრესორული სადგურების ჩართვა და გამორთვა, ჩამკეტი არმატურის გადაკეტვა, ავარიული გაუონეების არსებობა და ა.შ.

მაგისტრალური გაზსადენი განიხილება როგორც დინამიკური სისტემა, რომლისთვისაც სამართლიანია მოძრაობის რაოდენობის და ენერგიის შენახვის კანონების გამოყენება (როგორც წესი სითბოცვლა გაზსადენსა და გრუნტს შორის უგულებელყოფილია).

მაგისტრალური გაზსადენი, როგორც რთული დინამიკური სისტემა შედგება ელემენტების დიდი რაოდენობიდან, რომლებიც ჩართულნი არიან გადაქაჩვის ტექნოლოგიურ პროცესში. მათ შორის უნდა გამოიყოს ელემენტების

ჯგუფი, რომელთა დინამიკური თვისებების გათვალისწინება აუცილებელია. ეს არის მაგისტრალური გაზსადენის უბანი ორ საკომპრესორო სადგურს ან საბადოსა და საკომპრესორო სადგურს შორის, უბანი ბოლო საკომპრესორო სადგურს და გაზის მომხმარებელს შორის და ა.შ. ნებისმიერი მათემატიკური მოდელი, როგორც წესი, ასახავს ფიზიკური მოდელის მხოლოდ არსებით მხარეებს.

ამგვარად გაზი მაგისტრალურ გაზსადენში, განიხილება როგორც გაზოდინამიკური სისტემა, რომლისთვისაც სამართლიანია მოძრაობის რაოდენობის და მასის შენახვის კანონები [97]:

$$\begin{cases} -\frac{\partial}{\partial x}[(1 + \beta_K)\rho V] + \frac{\partial(\rho V)}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial x} - \rho g \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\lambda \rho V^2}{2D} \\ c, \frac{\partial(\rho V)}{\partial x} = -\frac{\partial P}{\partial t} \end{cases} \quad (1.1)$$

აქ P და V არის გაზის წნევა და საშუალო სიჩქარე; x - გაზსადენის ღერძის კოორდინატი; t - დრო; λ - ჰიდრავლიკური წინააღობის კოეფიციენტი; ρ - გაზის სიმკვრივე (გაზის მდგომარეობის განტოლების გათვალისწინებით $\rho = f(P, T)$, სადაც T - აბსოლუტური ტემპერატურა); c - ბგერის სიჩქარე გაზში; β_K - კორიოლისის კოეფიციენტი; z - ვერტიკალური კოორდინატი.

გაზის მოძრაობა გაზსადენში განიხილება როგორც რეგულარული პროცესი, რომელსაც თან ერთვის სტატისტიკური კანონზომიერების პროცესები.

განტოლება (1.1)-ის გამოყენების გამოყენებულია ორი დაშვება: პირველი – სიბლანტის და თბოგამტარობის უგულებელყოფა, ხოლო მეორე ეყრდნობა იმ ფაქტს, რომ თუ შეშფოთებები მცირეა, მაშინ მოძრაობის განტოლებებში შეიძლება არაწრფივი წევრების უგულებელყოფა. უფრო ზუსტი მიახლოების მიღება, სიბლანტის, თბოგამტარობის და არაწრფივობის გათვალისწინებით – მეტად რთულია.

რასაკვირველია აგრეთვე შეიძლება გაეთვალისწინოთ გაზის კუმშვადობა, არასტაციონარული მოძრაობისას. რადგანაც გაზის მოძრაობის სიჩქარე გაცილებით ნაკლებია ბგერის სიჩქარეზე ($V \ll c$), ამიტომ სისტემა (1.1)-ში შესაძლებელია გარკვეული წევრების უგულებელყოფა. მაშინ გვექნება:

$$\begin{cases} -\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial(\rho V)}{\partial t} + \frac{\lambda|V|}{2D} \rho V; \\ -\frac{1}{c^2} \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial(\rho V)}{\partial x}. \end{cases} \quad (1.2)$$

დამტკიცებულია, რომ [97] თუ გაზსადენის სიგრძე საკმაოდ დიდია და წნევის დანაკარგი აღემატება ნ.ე. ჟუკოვსკის ფორმულით გამოანგარიშებულ დარტყმითი წნევის სიდიდეს 3,5-4-ჯერ [85], მაშინ შესაძლებელია $\frac{\partial(\rho V)}{\partial t}$ წევრის უგულებელყოფა.

ამ წევრის უგულებელყოფის სამართლიანობა გაზის მოძრაობისას მილსადენებში, დამტკიცებულია ჰიპერბოლური (1.2) და ქვევით მოყვანილი

პარაბოლური (1.3) განტოლებათა სისტემების რიცხვითი ამონახსნების შედარებით [21,31]:

$$\begin{cases} -\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\lambda|V|}{2D} \rho V; \\ -\frac{1}{c^2} \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial(\rho V)}{\partial x}. \end{cases} \quad (1.3)$$

აღსანიშნავია, რომ (1.2) და (1.3) ლინეარიზებული სისტემების ამონახსნები, ერთმანეთისაგან პრინციპიულად არ განსხვავდებიან. არაწრფივი განტოლებების ზუსტი ანალიზური ამონახსნები, დღეისათვის მიღებული არ არის, ამიტომ (1.2) და (1.3) განტოლებათა სისტემების ამონახსნულად გამოიყენება მიახლოებითი ანალიზური ან ლინეარიზაციის მეთოდები. როგორც რიცხვით, ასევე ანალიზურ მეთოდებს გააჩნიათ თავისი უარყოფითი და დადებითი მხარეები. როგორც აღნიშნულია [38]-ში, რიცხვითი მეთოდების გამოყენება მიზანშეწონილია სასაზღვრო ამოცანის წინასწარი ანალიზური ამოხსნის შემდეგ, როდესაც ამონახსნი მიღებულია მწკრივების სახით, რადგანაც მწკრივების რიცხვითი აჯამება და ინტეგრალების გაანგარიშება საკმაოდ მარტივი ამოცანაა თანამედროვე კომპიუტერებისათვის, მაშინ როდესაც კერძო წარმოებულიანი განტოლებათა სისტემის რიცხვითი ამოხსნა ჯერ კიდევ რთულ და ხანგრძლივ პროცესს წარმოადგენს. ამავე დროს [98] ანალიზური ამონახსნი საშუალებას გვაძლევს შესრულდეს პროცესის სრული კვლევა და

ანალიზი, მაშინ როდესაც რიცხვითი შედეგი მიიღება მხოლოდ ერთი კონკრეტული შემთხვევისათვის.

[36]-ე ნაშრომში მიღებულია გაზის მოძრაობის არაწრფივი განტოლებების ავტომოდელური ამონახსნები, რომელთა გამოყენება შესაძლებელია სხვადასხვა მიახლოებითი ამონახსნების სიზუსტის შესაფასებლად. მრავალ ნაშრომში აგრეთვე შემოთავაზებულია ლინეარიზაციის სხვადასხვა მეთოდების შეფასება, რაც დაწერილებით განიხილება ქვევით. მიღებული შედეგები გვიჩვენებს, რომ თუ შევცვლით არაწრფივ სისტემა (1.3)-ს, მუდმივ კოეფიციენტებიანი წრფივი სისტემით, მაშინ ცდომილება სხვადასხვა x და t -თვის იცვლება საკმაოდ ფართე დიაპაზონში: 0,4-12%.

[98] ნაშრომში შემოთავაზებულია განტოლებათა ლინეარიზაციის ოთხი მეთოდი. ფართო გამოყენება ჰპოვა კვადრატული წევრის შეცვლამ წრფივით:

$$\left(\frac{\lambda V}{2D}\right) V = kV. \text{ ასეთი შეცვლის შემდეგ, სისტემა (1.3) დაიყვანება მუდმივ}$$

კოეფიციენტებიან, თბოგამტარობის ტიპის განტოლებაზე.

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{k}{c^2} \frac{\partial P}{\partial t}. \quad (1.4)$$

თბოგამტარობის განტოლება კარგად არის შესწავლილი და არსებობს მისი ამოხსნის მრავალი მეთოდი [44,52]. ლინეარიზაცია $k = \left(\frac{\lambda V}{2D}\right)$, გვაძლევს დამაკმაყოფილებელ შედეგს მცირე არასტაციონარობისას, როდესაც გაზსადენის

თავში და ბოლოში წნევების შეფარდება $P_1/P_2 \leq 1,5$. [98]-ში შემოთავაზებულია
 ლინეარიზაცია $\frac{\lambda Q^1}{g} = \alpha Q + \beta$ და $\frac{\lambda V^1}{2D} = AV + B + \Delta$, რომლებიც აზუსტებენ
 ლინეარიზაციას $k = \frac{\lambda V}{2D}$, რადგანაც ამ შემთხვევაში წრფე $(AV + B)$ შეიძლება
 არ გადიოდეს $f\left(\frac{\lambda V^1}{2D}, V\right)$ გრაფიკული დამოკიდებულების კოორდინატა
 სათავეზე (აქ Q - გაზის მოცულობითი ხარჯია; $Q = M/\rho$, M - მასური
 ხარჯია).

ლინეარიზაციის იმ მეთოდებიდან, რომელთა საშუალებით არაწრფივი
 სისტემა დაიყვანება მუდმივ კოეფიციენტებიან თბოგამტარობის განტოლებაზე,
 აგრეთვე მეტად ფართე გამოყენება პპოვა შემდეგმა ჩასმამ [98]

$$\tau = \left(\frac{D}{\lambda} \frac{P}{M} \right) t, \quad (1.5)$$

რომლის საშუალებით არაწრფივი სისტემა დაიყვანება მეორე რიგის
 პარაბოლურ განტოლებაზე წნევის კვადრატის მიმართ:

$$\frac{\partial^2 P^1}{\partial x^2} = \frac{\partial P^1}{\partial \tau}. \quad (1.6)$$

აქ $M = \rho VF$ - არის გაზის მასური ხარჯი; $F = \pi D^2/4$ - მილსადენის ცოცხალი კვეთის ფართობითუ აღენიშნავთ $P^1 = P_*$, მაშინ განტოლება (1.6) მიიღებს შემდეგ სახეს [54]:

$$\frac{\partial^2 P_*}{\partial x^2} = \frac{\partial P_*}{\partial \tau}. \quad (1.7)$$

ზოგიერთ ნაშრომებში შემოთავაზებულია $\alpha = \frac{D\rho F}{\lambda M}$ შეფარდების ცვლილების გათვალისწინება, გაზსადენის სიგრძის გასწვრივ. ამ დამოკიდებულების სხვადასხვა კერძო შემთხვევებისათვის (მაგალითად $\alpha = \alpha_0 x^n$; $\alpha = \alpha_0 \exp(-\beta x)$; $\alpha = \alpha_0(1 + \beta P)$ და ა.შ.) მიღებული ანალიზური ამონახსნები წარმოსახვითი არგუმენტის ბესელის ფუნქციების უსასრულო ჯამების სახით.

ასეთი მიდგომის გამოყენება, გაზსადენების რთული სისტემების ანალიზისათვის შეუძლებელია, რადგანაც შეუძლებელია განშტოების წერტილებში ცალსახად ცნობილად მივიჩნიოთ გაზის ხარჯი იმის გამო, რომ სისტემა (1.3)-ის პირველი განტოლება ამ შემთხვევაში იღებს შემდეგ სახეს:

$$\frac{\partial P^1}{\partial x} = \frac{\lambda c^2}{L} M^1 g. \quad (1.8)$$

ამ მიდგომის შემოსაზღვრულობის თავიდან ასარიდებლად, რთული მაგისტრალური გაზსადენების სისტემების ანალიზისათვის, კიდევ ერთხელ ასაშუალოებენ M -ს [78], რაც იწვევს ცდომილების გაზრდას და მეთოდის უპირატესობა მცირდება. ნაცვლად $M = \pm g \sqrt{\frac{D}{\lambda c^3} \frac{\partial P^2}{\partial x}}$, რაც გამომდინარეობს (1.6)-დან, ამ ნაშრომში მიღებულია:

$$M(x,t) = -\frac{1}{M_0^2 g^2} \frac{D}{\lambda c^3} \frac{\partial P^2}{\partial x}. \quad (1.9)$$

მაგისტრალური გაზსადენების ავარიული რეჟიმების ანალიზისათვის, შესაძლებელია გაზის მოძრაობის განტოლების ლინეარიზაცია, შემდეგი ფუნქციის საშუალებით:

$$\xi(x) = \frac{2D}{\lambda \rho V} \left[P_1 - (P_1 - P_2) \frac{x}{L} \right]^{1/2}, \quad (1.10)$$

სადაც $\frac{2D}{\lambda \rho V} = \text{idem}$; P_1 და P_2 - არის შესაბამისად წნევები გაზსადენის თავში და ბოლოში. განტოლების ამონახსნი წარმოადგენს ბესელის ფუნქციების მწკრივის ჯამს. ასეთ ლინეარიზაციას მოყვება ცდომილება, მასური ρV სიჩქარის გასაშუალოების გამო, რაც ძნელად განსაზოცრელებელია და ხშირად იძლევა უფრო დიდ ცდომილებას, ვიდრე V -ს გასაშუალოება. ზოგჯერ იყენებენ

შეცვლას $\frac{\lambda \rho V^2}{2D} = \frac{\lambda V_0(x)}{2D} \rho V$, სადაც $V_0(x)$ - არის სიჩქარის განაწილება

გაზსადენის სიგრძის გასწვრივ, საწყისი სტაციონარული რეჟიმის დროს. ასეთი მიდგომა საკმაოდ ზუსტია, თუ გვაქვს უმნიშვნელო გადახრა სტაციონარული პროცესიდან, მაგრამ თუ გვაქვს გარდამავალი რეჟიმები წნევის ან ხარჯის მნიშვნელოვანი ნახტომებით, მაშინ ცდომილება მნიშვნელოვნად იზრდება. ცელად კოეფიციენტებიანი განტოლებების ამონახსნები ამ შემთხვევაში მიღებულია ბესელის ან ტომპსონის ფუნქციების მწკრივების ჯამის სახით.

რიგ შემთხვევებში მიზანშეწონილია (1.3) არაწრფივი სისტემის შეცვლა, ცელად კოეფიციენტებიანი წრფივი სისტემით. $k = \frac{\bar{\lambda} V}{2D}$ ლინეარიზაციასთან შედარებით, ასეთი შეცვლა იძლევა დაზუსტებას 24-52%-ით.

კონკრეტული ტექნოლოგიური სიტუაციების გაანგარიშების შედეგები კვირვენებს, რომ მაგისტრალური გაზსადენების გარდამავალი რეჟიმებისათვის, (x, t) სიჩქარის შეცვლა მისი მნიშვნელობით საწყისი სტაციონარული პროცესისათვის, გვაძლევს მეტად მნიშვნელოვან ცდომილებას.

გასათვალისწინებელია ის ფაქტიც, რომ გაზსადენების ექსპლუატაციისას, საწყისი ინფორმაციის სიზუსტე მეტად დაბალია. ამიტომ (1.1)-(1.3) განტოლებების ზუსტი ამონახსნების მოძებნა გამართლებული არ არის, რადგანაც მათ სიზუსტეს განსაზღვრავს საწყისი ინფორმაციის სიზუსტე.

მეორე მხრივ, განტოლებათა არაწრფივი სისტემები (1.1)-(1.3) წარმოადგენენ მათემატიკურ მოდელებს, რომლებიც აღწერენ გაზის მოძრაობას

გარკვეული მიახლოებით [97,98]. ის ფაქტი, რომ მოძრაობის განტოლებაში შედის ჰიდრაულიკური წინაღობის კოეფიციენტი λ , მეტყველებს იმაზე, რომ აღნიშნულ განტოლებებში აპრიორი ჩადებულია გარკვეული უზუსტობა, თუმცა კვაზისტაციონარობის პიპოთეზა გაზსადენების საექსპლუატაციო და საავარიო რეჟიმებისათვის გამართლებულია როგორც გაანგარიშებით, ასევე ექსპერიმენტალურად. მხოლოდ ზოგიერთ შემთხვევაში, წნევის (ან სიჩქარის) მკვეთრი ფრონტების არსებობის შემთხვევაში, აღმოჩენილი იყო განსხვავება ექსპერიმენტალურ და თეორიულ შედეგებს შორის. ასე მაგალითად, მოძრაობის გარდამავალი და კვადრატული რეჟიმებისათვის λ დამოკიდებულია აბსოლუტურ ზორკლიანობაზე. რადგანაც გაზსადენების ექსპლუატაციის პროცესში ზორკლიანობა იცვლება, ამან შესაძლებელია გამოიწვიოს λ -ს ცვლილება 30%-მდე.

როგორც წესი, ითვლება, რომ მაგისტრალურ გაზსადენებში არსებობს გაზის იზოთერმული რეჟიმი, რაც განაპირობებს გარკვეულ ცდომილებას. გასათვალისწინებელია, რომ კუმშვადობის კოეფიციენტი მუდმივი ტემპერატურისას და წნევის ცვლილებისას 500 მპა-მდე, იცვლება 0,75-დან 0,95-მდე, რაც იწვევს 2-3% რიგის ცდომილებას გაანგარიშებაში.

თუ განვიხილავთ არასტაციონარული (კერძოდ გარდამავალი) პროცესების გაანგარიშების შედეგებს, რომლებიც მიღებულია არაწრფივი და წრფივი განტოლებების ამოხსნით შევაშინეთ, რომ გაზის მილსადენებით მოძრაობისას ტექნოლოგიური პროცესების უმრავლესობისათვის, დასაშვებია წრფივი

მათემატიკური ექვივალენტობა. ცდომილება “ზუსტ” და წრფივ ექვივალენტებს შორის არ აღემატება 1-1,5%-ს.

ლინეარიზებული განტოლებების ამოსახსნელად ყველაზე მიზანშეწონილია ფურიეს ცვლადების განცალკევების და ინტეგრალური გარდაქმნების მეთოდები, რომლებსაც მიეყვართ დაახლოებით ერთნაირი სიზუსტისადმი, უმცირესი ეკონომიკური დანახარჯებით.

გამომდინარე ზემონათქვამიდან, შემდგომში, გაზის პორიზონტალურ მილსადენში მოძრაობის პროცესის ძირითად მოდელად გამოვიყენოთ გაზის მოძრაობის განტოლებები შემდეგი სახით:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\lambda \rho V^2}{2D} + \frac{\partial(\rho V)}{\partial t} \\ -\frac{\partial P}{\partial t} = c^2 \frac{\partial(\rho V)}{\partial t}; \quad \rho = f(P, T). \end{array} \right. \quad (1.11)$$

პრაქტიკული გაანგარიშებებისათვის სისტემა (1.11), ლინეარიზირდება:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{k}{F} M + \frac{1}{F} \frac{\partial M}{\partial x}; \\ -\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{c^2}{F} \frac{\partial M}{\partial x}. \end{array} \right. \quad (1.12)$$

ამ დროს, ლინეარიზაციის ფუნქციის შეფასებისათვის, გამოიყენება როგორც ი.ა. ჩარნის ცნობილი ლინეარიზაცია, ასევე სხვა მიდგომებიც, კერძოდ სისტემის დაყვანა ცვლად პარამეტრებიან განტოლებებზე:

$$\begin{cases} -\frac{\partial P}{\partial t} = f(x, t) M + \frac{1}{F} \frac{\partial M}{\partial x}; \\ -\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{c^2}{F} \frac{\partial M}{\partial x}. \end{cases} \quad (1.13)$$

მაგისტრალური გაზსადენების საექსპლუატაციო ამოცანების ამოსახსნელად, სიდიდება k და $f(x, t)$ უნდა შეფასდეს სადისპეტჩერო მონაცემებით პროცესის წინა ისტორიის შესაბამისად ან ექვივალენტირების მეთოდებით მაგისტრალური გაზსადენების რთული სისტემების შემთხვევაში.

გრძელი გაზსადენებისათვის და გაზის მღოერე მოძრაობებისათვის, შესაძლებელია პარაბოლური ტიპის სისტემების გამოყენება:

$$\begin{cases} -\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{k}{F} M; \\ -\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{c^2}{F} \frac{\partial M}{\partial x}. \end{cases} \quad (1.14)$$

მოკლე მილსადენებისათვის და მცირე ხახუნის შემთხვევაში, შესაძლებელია $\lambda p V^2 / 2D$ წვერის უგულვებელყოფა და ჰიპერბოლურ განტოლებათა სისტემის გამოყენება:

$$\begin{cases} -\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial(\rho V)}{\partial t}; \\ -\frac{\partial P}{\partial t} = c^2 \frac{\partial(\rho V)}{\partial x}. \end{cases} \quad (1.15)$$

1.2. პარაბოლური და აიპერბოლური განტოლებების გამოყენების არეები

მაგისტრალურ გაზსადენებში მიმდინარე პროცესების რაოდენობრივი შეფასებისა და ანალიზის მიზნით, განვიხილოთ პარაბოლური და აიპერბოლური განტოლებების სისტემები:

$$\begin{cases} -\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{k}{F} M; \\ -\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{c^2}{F} \frac{\partial M}{\partial x}. \end{cases} \quad (1.16)$$

$$\begin{cases} -\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{k}{F} M + \frac{1}{F} \frac{\partial M}{\partial x}; \\ -\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{c^2}{F} \frac{\partial M}{\partial x}. \end{cases} \quad (1.17)$$

პარაბოლური ტიპის განტოლებებისათვის, როდესაც $t \rightarrow 0$, მასური სიჩქარის გავრცელების ცვლილება მიისწრაფვის უსასრულობისაკენ. ამიტომ პარაბოლური ტიპის (1.16) განტოლებების გამოყენება შესაძლებელია, როდესაც გვაქვს წნევის და ზარჯის სასრული ნახტომები. P და M -ის უფრო ზოგადი ცვლილების შემთხვევაში, მიზანშეწონილია სისტემა (1.17)-ის გამოყენება.

განესაზღვროთ, თუ დროის რა დიაპაზონების შემთხვევაში მიზანშეწონილია პიპერბოლური განტოლებების გამოყენება და შეეფასოთ გაზის მაქსიმალური ხარჯი, შესასვლელ კვეთში წნევის ნახტომების შემთხვევაში. სიმარტივისათვის ჩავთვალოთ, რომ გაზსადენი ნახევრად უსასრულოა, რადგანაც საკმაოდ გრძელი გაზსადენებისათვის, ქვევით მოყვანილი საწყისი და სასაზღვრო პირობებისას, რაოდენობრივი შედეგები იქნება ერთნაირი:

$$\begin{cases} P(x,0) = P_0; \\ \frac{\partial P(x,0)}{\partial t} = 0; \\ P(\infty,t) \rightarrow P_0; \\ P(0,t) = P_1. \end{cases} \quad (1.18)$$

გადავიდეთ უგანზომილებო სიდიდეებზე:

$$\begin{cases} \bar{P} = \frac{P(x,t) - P_0}{P_1 - P_0}; \\ \tau = \frac{kt}{2}; \\ \delta = \frac{kx}{2c}. \end{cases} \quad (1.19)$$

მაშინ (1.17)-თვის გვექნება:

$$\frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial \tau^2} + 2 \frac{\partial \bar{P}}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial \delta^2}; \quad (1.20)$$

$$\begin{cases} \bar{P}(\delta, 0) = 0; \\ \frac{\partial \bar{P}(\delta, 0)}{\partial \delta} = 0; \\ \bar{P}(0, \tau) = 1; \\ \bar{P}(\infty, \tau) \rightarrow 0. \end{cases} \quad (1.21)$$

თუ გამოვიყენებთ ლაპლასის გარდაქმნას, მივიღებთ:

$$s^1 \bar{P} - s \bar{P}(0) - \frac{\partial \bar{P}}{\partial \delta} \Big|_{\delta=0} + 2[s \bar{P} - \bar{P}(0)] = \frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial \delta^2}; \quad (1.22)$$

$$\bar{P}(\delta, s) = \int_0^\infty \exp(-s\tau) \bar{P}(\delta, \tau) d\tau. \quad (1.23)$$

გავითვალისწინოთ საწყისი პირობები, მაშინ გვექნება:

$$\frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial \delta^2} - \bar{P}(s^1 + 2s) = 0. \quad (1.24)$$

ამ განტოლების ამონახსნს აქვს შემდეგი სახე:

$$\bar{P}(\delta, s) = c_1 \exp(\delta \sqrt{s^1 + 2s}) + c_2 \exp(-\delta \sqrt{s^1 + 2s}) \quad (1.25)$$

თუ გავითვალისწინებთ სასაზღვრო პირობებს და გადავალთ ორიგინალზე

[51], მივიღებთ:

$$P(\delta, \tau) = \left[\exp(-\delta) - \delta \int_0^{\sqrt{u^2 - \delta^2}} \exp(-u) \frac{I_1(\sqrt{u^2 - \delta^2})}{\sqrt{u^2 - \delta^2}} du \right] h(\tau - \delta), \quad (1.26)$$

სადაც $h(\tau - \delta)$ - არის ჰევისაიდის ერთეულოვანი ფუნქცია:

$$h(\tau - \delta) = \begin{cases} 1; & \tau \geq \delta; \\ 0; & \tau < \delta. \end{cases} \quad (1.27)$$

ზოლო I - ბესელის ფუნქციაა.

თუ $P(0, \tau) = f(\tau)$, მაშინ შედეგის მიღება შესაძლებელია ზეეული ინტეგრალის გამოყენებითაც. თუ გადავალთ $P(\delta, \tau)$ -ს გამოსახულებაში განზომილებიან ცვლადებზე, მივიღებთ:

$$\frac{P(x, t) - P_0}{P_1 - P_0} = h \left(t - \frac{x}{c} \left[\exp\left(-\frac{kx}{2c}\right) + \int_{x/c}^{\sqrt{u^2 - (x/c)^2}} \frac{kx}{2c} \exp\left(-\frac{ku}{2}\right) \frac{I_1\left(\frac{k}{2}\sqrt{u^2 - (x/c)^2}\right)}{\sqrt{u^2 - (x/c)^2}} du \right] \right). \quad (1.28)$$

როდესაც $t \rightarrow \infty$, მაშინ ეს ამონახსნი მიისწრაფვის (1.16) პარაბოლური სისტემის ამონახსნისადმი:

$$\frac{P(x, t) - P_0}{P_1 - P_0} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{x/\sqrt{k}}^{\infty} \exp(-u^2) du = \operatorname{erfc}\left\{\frac{x\sqrt{k}}{2c\sqrt{t}}\right\}. \quad (1.29)$$

თუ $x = ct$, გვექნება:

$$\frac{P(ct, t) - P_0}{P_1 - P_0} = \exp\left(-\frac{kt}{2}\right). \quad (1.30)$$

მიღებული გამოსახულება ფიზიკურად ასახავს ისეთი დარტყმითი ტალღის ფრონტს, რომელიც ვრცელდება c სიჩქარით.

მასური ხარჯისათვის გვექნება:

$$-\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{1}{F} \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{k}{F} M. \quad (1.31)$$

ამ პირველი რიგის წრფივი დიფერენციალური განტოლების ამონახსნს, აქვს შემდეგი სახე [99]:

$$M(x, t) = -F \exp(-kt) \int_0^1 \frac{\partial P(x, t)}{\partial x} \exp(ku) du. \quad (1.32)$$

ამიტომ გვექნება:

$$\frac{\partial P(0, t)}{\partial x} = (P_1 - P_0) \frac{k}{2c} \left[\int_0^1 \exp(-u) \frac{I_1(u)}{u} du - 1 \right]. \quad (1.33)$$

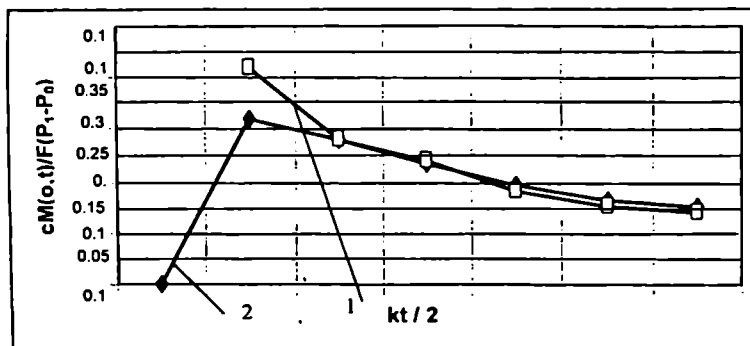
საიდანაც:

$$M(0, t) = (P_1 - P_0) \frac{F}{c} \exp(-2\tau) \int_0^1 \exp(u) [I_1(u) + I_0(u)] du =$$

$$= (P_1 - P_0) \frac{F}{c} \exp(-2\tau) [\exp(\tau) I(\tau) - 1] \quad (1.34)$$

ნახ.1-ზე ნაჩვენებია პარაბოლური და ჰიპერბოლური განტოლებების ამონახსნების გრაფიკები უგანზომილებო კოორდინატებში. გრაფიკებიდან ჩანს, რომ თუ $kt = 3$, მაშინ ამონახსნები ერთმანეთს ემთხვევა. თუ $kt \approx 2$, მაშინ პარაბოლური განტოლებით გამოანგარიშებული ზარჯის ცვლილება აღწევს მაქსიმუმს. ე.ი. $M_{\max} = 0,33F(P_1 - P_0)/c$, როდესაც $t \approx 2/k$.

პრაქტიკული გაანგარიშებები აღასტურებენ [99]-ში გაკეთებულ დასკვნებს.



ნახ.1. გაანგარიშების შედეგები პარაბოლური (1.16) განტოლების (მრუდი 1) და ჰიპერბოლური (1.17) განტოლების (მრუდი 2) მიხედვით

1.3. სასრული და ნახევრადუსასრულო ამონახსნების გამოყენების არეზონანსი

გაზსადენების არასტაციონარული რეჟიმების ოპერატიული გაანგარიშებისას მიზანშეწონილია გამოვიყენოთ ყველაზე მარტივი ანალიზური ამონახსნები. ამ დროს შესაძლებელია უმარტივესი განტოლებების ნორმირება არასტაციონარული მოძრაობის საშუალო ინტეგრალური სიდიდეების მიხედვით, უბეჭდვით და სისტემატური ცდომილებების თავიდან აცილების მიზნით.

გაზსადენის გარკვეული $L_{\text{კ}}$ სიგრძის შემთხვევაში, ცდომილებები ყველაზე მარტივი, ნახევრად უსასრულო ამონახსნებისათვის, იქნება საკმაოდ მცირე, სასრული ცდომილებების მიმართ. გამოვიყენოთ იმპედანსის თეორია და შევაფასოთ სასრული სიგრძის ცდომილება $\Delta_{\text{კ}}$. გაზსადენებისათვის, რომლებისთვისაც გათვალისწინებულია ინერციული წევრები, ზარჯი და წნევა გაზსადენის საწყის კვეთში ($x = 0$) დაკავშირებულია ერთმანეთთან შემდეგი თანაფარდობით:

$$\frac{P(0,s)}{M(0,s)} = z_0 \cosh \gamma L, \quad (1.35)$$

სადაც შემოტანილია შემდეგი აღნიშვნები:

$$\left\{ \begin{array}{l} z_0 = \frac{\sqrt{s}}{m\sqrt{s+k}}; \\ m = \frac{c}{F}; \\ k = \frac{\lambda V}{2D}; \\ \gamma = \frac{1}{c}\sqrt{s^2 + ks}. \end{array} \right. \quad (1.36)$$

აქ: s - არის დიფერენცირების ოპერატორი; $\bar{V}$ - გასაშუალოებული სიჩქარე;
 $P(0,t)$ და $M(0,t)$ - გადახრები სტაციონარული რეჟიმიდან (როგორც წესი
 საშუალო ინტეგრალური სიდიდეები T დროისათვის)

სასრული სიგრძის მილსადენისათვის გვექნება:

$$\operatorname{cth} \gamma L = \frac{1 + \exp(-2\gamma L)}{1 - \exp(-2\gamma L)}, \quad (1.37)$$

საიდანაც, როდესაც $L \rightarrow \infty$, გვექნება $\operatorname{cth} \gamma L \rightarrow 1$. ამიტომ მიღებული
 გამოსახულებებიდან მივიღებთ:

$$\Delta_K = \frac{1 + \exp(-2\gamma L)}{1 - \exp(-2\gamma L)} - 1 = \frac{2 \exp(-2\gamma L)}{1 - \exp(-2\gamma L)} \Rightarrow -2\gamma = \frac{1}{L} \ln \frac{\Delta_K}{\Delta_K + 2}. \quad (1.38)$$

რადგანაც $\gamma = a + ib$, ხოლო გამოსახულება (1.38)-ის მარჯვენა მხარე

ნამდვილია, ამიტომ გვექნება:

$$a = -\frac{1}{2L} \ln \frac{\Delta_K}{\Delta_K + 2}. \quad (1.39)$$

აქედან შესაძლებელია განესაზღვროთ გაზსადენის ის კრიტიკული სიგრძე, რომლის არსებობის შემთხვევაში შესაძლებელია გამოვიყენოთ ნახევრად უსასრულო ამონახსნები:

$$L_{KR} = -\frac{\ln \frac{\Delta_K}{\Delta_K + 2}}{2a}. \quad (1.40)$$

პარაბოლური ტიპის განტოლებებისათვის, პერიოდული რხევების ჩაქრობის ლოგარიტმული დეკრემენტი განისაზღვრება შემდეგი გამოსახულებით:

$$a = \frac{1}{c} \sqrt{\frac{k\omega}{2}}. \quad (1.41)$$

უშეტესი წილი გაზსადენებისათვის, არსებითი სიხშირეები ω იცვლებიან დიაპაზონში: $\omega_{min} = 20$ 1/სთ-დან $\omega_{max} = 0,1$ 1/სთ-მდე, ხოლო სიდიდე $k = \lambda \bar{V} / 2D$ - დიაპაზონში 0,1 - 0,4 1/წმ (360-1440 1/სთ) . მაშინ a - იცვლება დიაპაზონში $8 \cdot 10^{-5}$ - $11 \cdot 10^{-6}$ 1/კმ. ე.ი. სიდიდე L_{KR} - ს, 5%-ზე ნაკლები ცდომილებისათვის, გააჩნია დიაპაზონი 40-დან 300 კმ-მდე. ცხადია, რომ თვითმული კონკრეტული შემთხვევისათვის, უნდა მოხდეს შეფასება

მოყვანილი ფორმულების შესაბამისად. მარტივი ანალიზი გვიჩვენებს, რომ მოკლე მილსადენებისათვის ($D/l > 5 \cdot 10^{-4}$), ნახევრად უსასრულო ამონახსნების გამოყენება, ყოველთვის არ შეიძლება.

1.4. საწყისი და სასაზღვრო პირობების მახასიათებლები და მათი მათემატიკური აღწერის მეთოდები

განვიხილოთ საწყისი და სასაზღვრო პირობების შერჩევა, გაზის არასტაციონარული რეჟიმების დროს.

ზოგადად, ჰიპერბოლური განტოლებების შემთხვევაში ცნობილი უნდა იყოს წნევის და მასური ზარგის ცვლილების კანონები დროის საწყის მომენტში $P(x,0) = p_1(x)$ და $M(x,0) = m_1(x)$, ან მათი ცვლილების სიჩქარეები

$$\frac{\partial P(x,0)}{\partial t} = f_1(x) \text{ და } \frac{\partial M(x,0)}{\partial t} = f_2(x) \text{ გაზსადენის სიგრძის გასწვრივ.}$$

პარაბოლური განტოლებების შემთხვევაში, საწყისი პირობებისათვის საკმარისია $P(x,0) = p_1(x)$ და $M(x,0) = m_2(x)$ ფუნქციების ცოდნა.

ამ შემთხვევაში დამოკიდებულებას ზარგსა და წნევას შორის აქვს შემდეგი სახე:

$$\frac{\partial P(x,t)}{\partial x} = aM(x,t), \quad (1.42)$$

სადაც a - მუდმივი კოეფიციენტია.

სასაზღვრო პირობებისათვის, პარაბოლური განტოლებების შემთხვევაში, ცნობილი უნდა იყოს შემდეგი ფუნქციები:

I ვარიანტი: წნევა ან ხარჯი, როდესაც $x = 0$ და $x = L$:

$$\begin{cases} P(0,t) = \mu_1(t) \\ P(L,t) = \mu_2(t) \end{cases} \quad (1.43)$$

ან

$$\begin{cases} M(0,t) = \eta_1(t) \\ M(L,t) = \eta_2(t) \end{cases} \quad (1.44)$$

II ვარიანტი: წნევა, როდესაც $x = 0$ და ხარჯი, როდესაც $x = L$:

$$\begin{cases} P(0,t) = \mu_1(t) \\ \frac{\partial P(L,t)}{\partial x} = f_1(t) \end{cases} \quad (1.45)$$

III ვარიანტი: წნევა, როდესაც $x = L$ და ხარჯი, როდესაც $x = 0$:

$$\begin{cases} P(L,t) = \mu_2(t) \\ \frac{\partial P(0,t)}{\partial x} = f_1(t) \end{cases} \quad (1.46)$$

გაზის ტრანსპორტირების ზოგიერთი ამოცანებისათვის, შესაძლებელია სასაზღვრო პირობებისათვის მივიღოთ ნულოვანი ან მუდმივი მნიშვნელობები. კონკრეტულ შემთხვევებში, სასაზღვრო პირობებს ადგენენ საღისპეტჩერო საშსაზღვროების მონაცემებით ან გაზსადენის ექსპლუატაციის გამოცდილებიდან.

განვიხილოთ გაზსადენებისათვის სასაზღვრო პირობების დადგენის ზოგიერთი დამახასიათებელი მომენტი. ცნობილია, რომ ყველა გაზის მოხმარებელი (საყოფაცხოვრებო, კომუნალური და სამრეწველო) მოიხმარს გაზს არათანაბრად. ეს უთანაბრობა შესაძლებელია იყოს სეზონური, დღე-ღამური და საათური, სხვადასხვა უთანაბრობის კოეფიციენტებით. დღეისათვის არ არსებობს ზუსტი ანალიზური ფორმულები, რომელთა საშუალებით შესაძლებელია გაზმომარაგების დატვირთვის ზუსტი განსაზღვრა. იმის გამო, რომ გაზის მოხმარების უთანაბრობა წარმოადგენს გაზმომარაგების მეტად მნიშვნელოვან ეკონომიკურ მახასიათებელს, ამიტომ მისი ანალიზი, როგორც წესი, მიმდინარეობს მოცემული რეგიონისათვის ფაქტიური მონაცემების სტატისტიკური დამუშავებით.

მეტად დიდი გამოყენება პპოვა პარმონიულმა ანალიზმა, რომლის მიხედვით გაზის მოხმარებას წარმოადგენენ ფურიეს მწკრივის სახით:

$$M(t) = M_0 + \sum_{k=1}^n (a_k \cos \omega_k t + b_k \sin \omega_k t), \quad (1.47)$$

$$M_0 = \frac{1}{T} \int_0^T M(t) dt; \quad (1.48)$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T M(t) \cos(\omega_k t) dt; \quad (1.49)$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_0^T M(t) \sin(\omega_k t) dt. \quad (1.50)$$

ფურიეს a_k და b_k - კოეფიციენტების განსაზღვრისათვის, როგორც წესი, იყენებენ მიახლოებით მეთოდებს.

საწყისი მონაცემები გაზის გაცემის წერტილებში, მოიცემა ცხრილების სახით და შემდეგ განისაზღვრება ანალიზური დამოკიდებულებები, რომლებიც წარმოდგენილია ტრიგონომეტრიული მრავალწევრების სახით. გაზმოპარაგების კანონზომიერებას გააჩნია გარკვეული პერიოდულობა, ამიტომ ფუნქციების მნიშვნელობები უნდა განისაზღვროს მცირე ბიჯით, რათა მივიღოთ ადექვატური შედეგი. როგორც ცნობილია, მაღალი რიგის ჰარმონიკების რაოდენობა ანალიზური აღწერისათვის, დამოკიდებულია იმ წერტილთა რაოდენობაზე, რომლებშიც ხდება საწყისი მონაცემების ათვლა. ეთქვათ, საწყისი მონაცემების რიცხვი ტოლია $K = 2N$, რომელსაც შეესაბამება ფუნქცია $F_i = f(t_i)$, t_i -ს მნიშვნელობები უნდა იმყოფებოდეს ინტერვალში $(0, T)$, ბიჯით Δt ისე, რომ

$T = (K - 1) \Delta t$. ამ ინტერვალს, სიხშირეთა არეში შეესაბამება ინტერვალი $(0, 2\pi)$.

ვთქვათ $t_i = i\Delta t$ ($i = 0, 1, 2, \dots, K - 1$), მაშინ მრავალწევრის ტიპის ფუნქცია, მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$y_i = A_0 - \sum_{n=1}^{N-1} A_n \cos(nx_i) + \sum_{n=1}^{N-1} B_n \sin(nx_i), \quad (1.51)$$

სადაც $x_i = \frac{2\pi t_i}{T}$.

ამის შემდეგ ფურიეს კოეფიციენტები A_0 , A_n და B_n განისაზღვრება შემდეგი ფორმულებით:

$$A_0 = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^{K-1} y_j; \quad (1.52)$$

$$A_n = \frac{2}{K} \sum_{j=1}^{K-1} y_j \sin(nx_j); \quad (1.53)$$

$$B_n = \frac{2}{K} \sum_{j=1}^{K-1} y_j \cos(nx_j); \quad (1.54)$$

სადაც $x_j = \frac{n/2\pi}{K}$; $n = 1, 2, \dots, N - 1$.

გაზის არასტაციონარული მოძრაობის დროს, საწყისი და სასაზღვრო პირობები, აუცილებლად უნდა იყვნენ შეთანხმებულნი. კერძოდ, თუ საჭიროა ფიზიკური პარამეტრების განსაზღვრა გაზსადენში უშუალოდ რეეიმის ცვლილების შემდეგ, გათვალისწინებული უნდა იქნას გარდამავალი რეეიმის ხანგრძლივობა, ხოლო თუ საჭიროა ამ პარამეტრების განსაზღვრა გარკვეული დროის შემდეგ, მაშინ საწყისი და სასაზღვრო პირობების შეთანხმებას, დიდი მნიშვნელობა არ გააჩნია. ამის დასადასტურებლად განვიხილოთ შემდეგი მაგალითი. ეთქვათ, დროის საწყის $t = 0$ მომენტისათვის გაზსადენში გვაქვს მუდმივი P_0 წნევა და ამავე მომენტში ნახტომისებურად წარმოებს ახალი P_{II} წნევის დამყარება. ამ შემთხვევაში საწყისი პირობა საზღვარზე $x = 0$, ჩაიწერება შემდეგნაირად: $P|_{x=0} = P_0$ მთლიანი გაზსადენის გასწვრივ, მათ შორის საწყის კვეთში $x = 0$. ამავე $t = 0$ მომენტში, წნევა კვეთში $x = 0$, ტოლია $P|_{x=0} = P_{II}$, ყველა $t \geq 0$ დროისათვის. ამგვარად $P(x, t)$ წნევას წერტილში $(0, 0)$ გააჩნია სხვადასხვა მნიშვნელობები. t ღერძით მიახლოებისას (როდესაც $t \rightarrow 0$) გვაქვს P_0 , ხოლო x ღერძით (როდესაც $x \rightarrow 0$), გვაქვს - P_{II} .

თუ სასაზღვრო პირობას ჩაეწერო შემდეგი სახით:

$$P|_{x=0} = P_{II} - (P_{II} - P_0) e^{-\alpha t}, \quad (1.55)$$

$$P|_{t=0} = P_0 + (P_H - P_0) (1 - e^{-\alpha t}), \quad (1.56)$$

მაშინ $x = 0$ კვეთში, საწყისი და სასაზღვრო პირობები არიან შეთანხმებულნი. როდესაც $t = 0$, გვაქვს წნევა P_0 , ხოლო ღროისათვის, როდესაც $e^{-\alpha t} \ll 1$, მაშინ იგივე კვეთში გვექნება წნევა P_H . თუ ერთი რეჟიმიდან (P_0), მეორეზე (P_H) გადასვლის დრო დიდია (ეი α -ს მნიშვნელობა დიდია), მაშინ წვერს $(P_H - P_0) (1 - e^{-\alpha t})$ -ს არ ექნება მნიშვნელოვანი გავლენა სიჩქარეების და წნევების ველზე. კიდევ ერთხელ აღვნიშნოთ, რომ ყველაფერი დამოკიდებულია იმაზე, თუ რამდენად სწრაფად ხდება ერთი სტაციონარული რეჟიმიდან მეორეზე გადასვლა, ეი α -პარამეტრზე.

მართლაც, მაგალითისათვის განვიხილოთ შემდეგი განტოლების ამონახსნი:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{2\alpha}{c^2} \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (1.57)$$

თუ საწყისი და სასაზღვრო პირობები შემდეგია:

$$\begin{cases} P|_{t=0} = P_0; \\ P|_{t=0} = P_H - (P_H - P_0) e^{-\alpha t}; \\ P|_{t=L} = P_0. \end{cases} \quad (1.58)$$

მაშინ, ამ შემთხვევაში გვექნება:

$$P = P_H + \frac{P_0 - P_H}{L} x - (P_H - P_0) e^{-\alpha t} \frac{\sin \beta \left(1 - \frac{x}{L}\right)}{\sin \beta} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{-\left(\frac{n\pi c}{L\sqrt{1+\alpha}}\right)^2 t} \sin \frac{n\pi x}{L}, \quad (1.59)$$

$$\text{სადაც } \beta = \frac{L\sqrt{2\alpha\alpha}}{c}.$$

თუ α იმდენად დიდია, რომ $e^{-\alpha t}$ საკმარისად მცირეა ყველა $t \neq 0$ მნიშვნელობებისათვის, მაშინ (1.59)-დან მივიღებთ შედეგს, რომელიც ემთხვევა ლიტერატურაში ცნობილ ამონახსნს [27]. შეუთანხმებელი პირობებით როდესაც $t = 0$ და $x = 0$, მას ექნება შემდეგი სახე: .

$$P = P_H + \frac{P_0 - P_H}{L} x + \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{-\left(\frac{n\pi c}{L\sqrt{1+\alpha}}\right)^2 t} \sin \frac{n\pi x}{L}, \quad (1.60)$$

$$\text{სადაც } D_n = \frac{2(P_0 - P_H)}{n\pi}.$$

(1.53) და (1.60)-ის შედარება გვიჩვენებს, რომ საწყისი და სასაზღვრო პირობების შეუთანხმებლობა მოქმედებს წნევის განსაზღვრის სიზუსტეზე იმ

წერტილებისათვის, რომლებიც ახლოსაა განლაგებული იმ კვეთთან, რომელშიც გვაქვს ეს შეუთანხმებლობა. ამ ადგილიდან დაშორებისას, შეუთანხმებლობის გავლენა მცირდება. მაგალითად, საწყის კვეთთან ახლოს მყოფი კვეთებისათვის, სადაც $\sin\left(1 - \frac{x}{L}\right) \approx \sin \beta$, გათვალისწინებული უნდა იყოს შესაყრები $(P_{II} - P_0) e^{-\alpha'}$, ხოლო კვეთებში რომლებიც განლაგებულია ახლოს კვეთთან $x = L$, შეუთანხმებლობის როლი - უმნიშვნელოა. მართლაც, თუ ჩავთვლით, რომ $x \rightarrow L$ და $\sin\left(1 - \frac{x}{L}\right) \approx 0$, მაშინ შესაძლებელია არ გავითვალისწინოთ შესაყრები $(P_{II} - P_0) e^{-\alpha'}$.

მართლაც, თუ პროცესის განტოლება დაწერილია (1.57) განტოლების სახით, მაშინ ან არ არის გათვალისწინებული ინერციული წევრი, ან გასულია საკმაოდ დიდი დრო და ინერციის გავლენა უმნიშვნელოა. ორივე შემთხვევაში ფიზიკური პარამეტრები (წნევა და ხარჯი), უნდა განისაზღვროს საკმაოდ დიდი დროის შემდეგ, როდესაც $(P_{II} - P_0) e^{-\alpha'}$ წვერის გავლენა უმნიშვნელოა. ამგვარად, შესაძლებელია დავასკვნათ, რომ საწყისი და სასაზღვრო პირობების შეუთანხმებლობა, თუ პროცესი აღიწერება პარაბოლური ტიპის განტოლებებით, არ გვაძლევს დიდ ცდომილებას რიცხვითი გაანგარიშებების დროს.

საწყისი და სასაზღვრო პირობების შეუთანხმებლობა შესაძლებელია მნიშვნელოვნად მოქმედებდეს ტალღურ პროცესებზე. მართლაც, მაგალითისათვის განვიხილოთ განტოლება:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}. \quad (1.61)$$

თუ საწყისი და სასაზერო პირობები თანხდება (1.58)-ს, ამ შემთხვევაში ამონახსნს აქვს შემდეგი სახე [28]:

$$P = P_{II} + \frac{P_0 - P_{II}}{L} x - (P_{II} - P_0) e^{-a'} \frac{\operatorname{sh} \gamma \left(1 - \frac{x}{L}\right)}{\operatorname{sh} \gamma} + \sum_{n=1}^{\infty} C_{1n} \cos \frac{n\pi ct}{L} x \sin \frac{n\pi x}{L} +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} C_{2n} \sin \frac{n\pi ct}{L} \sin \frac{n\pi x}{L}, \quad (1.62)$$

სადაც:

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma = \frac{aL}{c}; \\ C_{1n} = P_0 - \frac{2}{n\pi} [P_{II} - P_0 (-1)^n] + \frac{2n\pi c^2 (P_{II} - P_0)}{L^2 \left[\left(\frac{n\pi c}{L} \right)^2 + a^2 \right]}; \\ C_{2n} = - \frac{2ca}{L \left[\left(\frac{n\pi c}{L} \right)^2 + a^2 \right]}. \end{array} \right. \quad (1.63)$$

როგორც ჩანს (1.62)-დან, გაზსადენში წნევის რხევა ორი მდგომარეობის მიმართ ტოლი იქნება: მუდმივი შესაკრები $P_{II} - \frac{P_{II} - P_0}{L} x$ და ცვლადი (დროში

$$\text{ჩამკრობი)} \quad (P_{II} - P_0) e^{-\alpha x} \frac{\operatorname{sh} \gamma \left(1 - \frac{x}{L}\right)}{\operatorname{sh} \gamma}. \quad \text{რადგანაც} \quad 0 \leq \frac{\operatorname{sh} \gamma \left(1 - \frac{x}{L}\right)}{\operatorname{sh} \gamma}, \quad \text{ამიტომ}$$

გაზსადენის კვეთებში, რომლებიც ახლოსაა კვეთთან $x = L$, მამრავლი $e^{-\alpha x}$ უმნიშვნელო ზეგავლენას ახდენს მეორე შესაკრებზე. კვეთებში, რომლებიც ახლოსაა კვეთთან $x = 0$, ამ მამრავლს აკისრია გარკვეული როლი დროის გარკვეულ მომენტებზე, რომელიც დამოკიდებულია α -ზე (ე.ი. ახალ რეჟიმზე გადასვლის ტემპზე).

რადგანაც ტალღური მოძრაობა გაზსადენებში, როგორც წესი, შესაძლებელია რეჟიმის დასაწყისში, ამიტომ საწყისი და სასაზღვრო პირობების შეთანხმებულობა ამონახსნში თავს იჩენს მხოლოდ არასტაციონარული რეჟიმის დასაწყისში, ე.ი. საწყისი და სასაზღვრო პირობების შეთანხმებულობა გაცილებით მნიშვნელოვანია ჰიპერბოლური ტიპის განტოლებებში, პარაბოლურთან შედარებით.

1.6. ლოკალური წვერის გათვალისწინება რეალური გაზის მოძრაობის განტოლებებში

გაზის მოძრაობისას მოკლე გაზსადენებში, წნევის მკვეთრი ნახტომების დროს აუცილებელია შემდეგ განტოლებათა სისტემის ამოხსნა:

$$\begin{cases} -\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial(\rho V)}{\partial t} + \frac{\lambda \rho V^2}{2D}; \\ -\frac{1}{c^2} \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial(\rho V)}{\partial x}. \end{cases} \quad (1.64)$$

ცხადია, რომ ლოკალური წვერის $\frac{\partial(\rho V)}{\partial t}$ გათვალისწინება მოძრაობის განტოლებებში, გამოიწვევს ტალღურ პროცესს, ხოლო ზახუნის გათვალისწინება — ამ პროცესის ჩაქრობას. ჩაქრობის დეკრემენტი დამოკიდებული იქნება ჰიდრავლიკური წინააღობის კოეფიციენტზე და გაზსადნის დიამეტრზე, ამიტომ აუცილებელია მათი ცვლილების გათვალისწინება.

თუ სისტემა (1.64)-ის პირველ განტოლებაში შევითანთ $\frac{\lambda V}{2D} = \varphi(x)$, მაშინ

მივიღებთ:

$$-\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial(\rho V)}{\partial t} + \varphi(x) \rho V. \quad (1.65)$$

თუ გავაწარმოებთ სისტემა (1.64)-ის მეორე განტოლებას t -თი, ხოლო

განტოლება (1.65)-ს x -ით და ჩავსვათ წვერს $\frac{\partial^2(\rho V)}{\partial x \partial t}$, მაშინ მივიღებთ:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - \frac{\varphi(x)}{c^2} \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - \frac{\varphi'(x)}{\varphi(x)} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\varphi'(x)}{\varphi(x)} \frac{\partial(\rho V)}{\partial t} = 0. \quad (1.66)$$

ანალოგიურად შესაძლებელია მივიღოთ ტელეგრაფული განტოლება ρV მასური სიჩქარის მიმართ.

$\varphi(x)$ ფუნქციის x ღერძის მიმართ მცირე დახრილობისა და მასური სიჩქარის დროში წარმოებულის $\frac{\partial(\rho V)}{\partial t}$ სიმცირის გამო, გაზის მილსადენში მოძრაობის ამოცანებში, შესაძლებელია (1.66) განტოლებაში $\frac{\varphi'(x)}{\varphi(x)} \frac{\partial(\rho V)}{\partial t}$ წევრის უგულვებელყოფა.

ასეთ შემთხვევაში მივიღებთ:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - \frac{\varphi'(x)}{\varphi(x)} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\varphi(x)}{c^2} \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0. \quad (1.67)$$

თუ განტოლება (1.67)-ში შევასრულებთ ჩასმას $y = \int_0^x \sqrt{\varphi(x)} dx$ და

$P(x, t) \Rightarrow \bar{P}(y, t)$, მაშინ გვექნება:

$$\frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial y^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} - \frac{1}{c^2 \varphi(x)} \frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial t^2} - \frac{1}{2} \frac{\varphi'(x)}{[\varphi(x)]^{3/2}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial y} = 0. \quad (1.68)$$

თუ უგულვებელვყოფთ ბოლო წევრს განტოლება (1.68)-ში, მივიღებთ:

$$\frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial y^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} - \frac{1}{c^2 \varphi(x)} \frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial t^2} = 0. \quad (1.69)$$

გავსაშუალოთ x -ით განტოლება (1.69)-ის ბოლო წევრი, მაშინ საბოლოოდ მივიღებთ:

$$\frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial y^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} - \frac{1}{c^2 [\varphi(x)]} \frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial x^2} = 0. \quad (1.70)$$

მიღებული ტელეგრაფული განტოლება (1.70) იხსნება ინტეგრალური გარდაქმნების სხვადასხვა მეთოდებით. ცნობილი ამონახსნებიდან ჩანს, რომ გაზსადენის გასწვრივ ვრცელდება სხვადასხვა მიმართულების ჩამქრობი ტალღები. სიჩქარის შემცირებაზე და შეშფოთების გავრცელებაზე მნიშვნელოვნად მოქმედებს ჰიდრაულიკური წინაღობა. დროთა განმავლობაში, დიდი t -თვის, ტალღური პროცესი სუსტდება და მიიღება რეალური გაზის მოძრაობის კვაზისტაციონარული მდგომარეობა.

არაწრფივი წვერის $\frac{\lambda \rho V^2}{2D}$ შემოთავაზებული ლინეარიზაციის მეთოდი, რომელიც ითვალისწინებს სიჩქარის, ჰიდრაულიკური წინაღობის კოეფიციენტის და დიამეტრის ცვლილებას, საშუალებას გვაძლევს უფრო ზუსტად გავითვალისწინოთ ამ პარამეტრების ზემოქმედება ტალღურ პროცესზე.

ამრიგად, განტოლება (1.70) საშუალებას იძლევა, გაიზარდოს გაზსადენებში ტალღური პროცესების გაანგარიშების სიზუსტე.

1.7. გარდამავალი პროცესების ხანგრძლივობა გაზსადენებში

მაგისტრალური გაზსადენების ექსპლუატაციის რეჟიმების ანალიზი უჩვენებს, რომ არასტაციონარული რეჟიმების წარმოქმნის ერთ-ერთ ძირითად მიზეზად შესაძლებელია ჩაითვალოს გაზის ცალკეული მომხმარებლების ჩართვა-გამორთვა.

გაზსადენების ღაცვის საშუალებების შესამუშავებლად და გაზის ნაკადების რეგულირების და მართვის საკითხების გადასაწყვეტად, იქმნება გარდამავალი პროცესების (საწყისი სტაციონარული რეჟიმიდან საბოლოომდე) ხანგრძლივობის განსაზღვრის აუცილებლობა. აუცილებელია იმის ცოდნა თუ რა პარამეტრებს გააჩნიათ მნიშვნელოვანი ზემოქმედების უნარი გარდამავალ პროცესზე. არ შეიძლება დაეთანხმოდ დასკვნას, რომ პროცესის სტაბილიზაციის დრო პირდაპირპროპორციულია შეშფოთების ΔP სიდიდის. ამ ფაქტს ადასტურებს [98]-ე ნაშრომში ჩატარებული კვლევა.

არასტაციონარული გარდამავალი პროცესი (ლინეარიზებული განტოლებების გამოყენებისას), ასიმპტოტურად უახლოვდება სტაციონარულს და თეორიულად გადადის მასში მხოლოდ უსასრულოდ დიდი დროის შემდეგ. გაზსადენების პრაქტიკული ექსპლუატაციის პირობებში შესაძლებელია მოინახოს ის დრო, რომლის განმავლობაში გარდამავალი პროცესი გადადის სტაციონარულში, წინასწარ განსაზღვრული ცდომილებით. ეს მოგვეცემს საშუალებას დავადგინოთ არასტაციონარული რეჟიმის სტაციონარულში

გადასვლის ზღვარი. ამ ზღვრის კრიტერიუმის დადგენისათვის, შესაძლებელია გამოვიყენოთ [28] ნაშრომის შედეგები.

მსგავსი შედეგი მიღებულია ნაშრომ [37]-ში, რომლის თანახმად 0,5%-იანი ცდომილებისათვის, გარდამავალი რეჟიმის ხანგრძლივობა იმ შემთხვევაში, როდესაც გაზსადენის ბოლოში გვაქვს წნევის ნახტომი, გამოითვლება შემდეგი დამოკიდებულებით:

$$T = \frac{10,6}{\pi^2 c^2} \int_0^L \sqrt{\frac{\lambda(x) V(x, t)}{2D(x)}} dx. \quad (1.71)$$

ამ ფორმულიდან ცხადია, რომ $\lambda(x)$, L და $V(x, t)$ - ს გაზრდისას, გარდამავალი პროცესის ხანგრძლივობა იზრდება. გაზსადენის დიამეტრის და ბგერის სიჩქარის გაზრდა ამცირებს გაზსადენში რეჟიმის სტაბილიზაციის დროს. ამგვარად დიდი დიამეტრების გაზსადენებში, გადასვლა ერთი სტაციონარული მდგომარეობიდან მეორეში, წარმოებს უფრო სწრაფად.

საჭიროა აღინიშნოს, რომ გარდამავალი პროცესის ხანგრძლივობა, მცირედ მაგრამ მაინც, დამოკიდებულია წნევის ან ზარჯის ნახტომზე, რადგანაც $V(x)$, დამოკიდებულია ამ სიდიდეზე.

1.8. ლინეარიზაციის ფუნქციის ცვლილების ხასიათი

როგორც აღინიშნა, ლინეარიზაციის ფუნქციაში შეღის სამი პარამეტრი: ჰიდრაულიკური წინაღობის კოეფიციენტი λ , გაზსადენის შიდა დიამეტრი D და ცოცხალ კვეთში გაზის საშუალო სიჩქარე $V(x,t)$.

გაზსადენის ექსპლუატაციისას, მილის შიდა ზედაპირი ჭუჭყიანდება, იზრდება ხორკლიანობა, წარმოიქმნება კონდენსატები, პიდრატები და ა.შ. აღნიშნულ მოვლენებს, როგორც წესი, გააჩნიათ ალბათური ხასიათი. ამიტომ ჰიდრაულიკური წინაღობის კოეფიციენტი უნდა განიხილებოდეს როგორც შემთხვევითი სიდიდე და მისი განსაზღვრისას სადიპეტჩერო მონაცემების მიხედვით, გამოყენებული უნდა იქნას მათემატიკური სტატისტიკის მეთოდები [28,95].

ჰიდრაულიკური წინაღობის კოეფიციენტის ფაქტიური მნიშვნელობა უნდა განისაზღვროს შემდეგი ფორმულით:

$$\lambda = B \frac{P_1^2 - P_2^2}{Q^3}, \quad (1.72)$$

სადაც B - ცნობილი მუდმივაა, რომელიც განისაზღვრება გაზსადენის და მოძრავი გაზის პარამეტრების შესაბამისად; P_1 და P_2 - არის შესაბამისად წნევები გაზსადენის თავში და ბოლოში; Q - გაზის გაზომილი ხარჯი.

რადგანაც λ დამოკიდებულია გაზსადენის რეალურ, ცელად რეჟიმზე, ამიტომ, ჩვეულებრივი საშუალო მნიშვნელობა λ -ს მწკრივის შესაბამისად, არ იძლევა ფაქტიური მნიშვნელობის ოპტიმალურ შეფასებას.

ჩავთვალოთ ფაქტიური მნიშვნელობის სანდოობის ინტერვალის საზღვრების განსაზღვრისათვის, როდესაც $\delta_r \leq 5\%$ და $\delta_Q \leq 20\%$ ($\alpha = 0,997$), შემდეგი დამოკიდებულებები:

$$\underline{\lambda} = \lambda \exp \left[-2\delta_r \sqrt{P_n^2 \frac{P_1^2 + P_2^2}{(P_1^2 - P_2^2)^2} + \left(\frac{\delta_Q}{\delta_P} \right)^2} \right]; \quad (1.73)$$

$$\bar{\lambda} = \lambda \exp \left[2\delta_r \sqrt{P_n^2 \frac{P_1^2 - P_2^2}{(P_1^2 - P_2^2)^2} + \left(\frac{\delta_Q}{\delta_P} \right)^2} \right], \quad (1.74)$$

სადაც δ_r და δ_Q - არის შესაბამისად წნევის და ხარჯის გაზომვის ცდომილებები; P_n - მანომეტრის სკალის სიზუსტე.

გაზსადენებისათვის, რომლებსაც გააჩნიათ განაწილებული და შეყურსული გაცემები სიგრძის გასწვრივ, შესაძლებელია λ -ს მკვეთრი ცვლილება და ამ ცვლილების გაუთვალისწინებლობას არასტაციონარული რეჟიმების ანალიზისას, ზოგ შემთხვევაში მიეყვარათ მეტად მნიშვნელოვან ცდომილებამდე.

λ -ს ცვლილებას გაზსადენის გასწვრივ ხშირად აღწერენ მონაკვეთურ-გლუვი ფუნქციით:

$$\lambda(x) = \sum_{j=1}^n [\lambda_j \sigma(x - x_j) - \lambda_j (x - x_{j+1})] \quad (1.75)$$

საჭიროა აღინიშნოს, რომ ყველაზე ზუსტ შედეგს, λ -ს განსაზღვრისას არასტაციონარული რეჟიმებისათვის, გვაძლევს შებრუნებული ამოცანის ამოხსნა, რაც დაწვრილებით იქნება განხილული შემდგომში.

გაზის მოძრაობისას მაგისტრალურ გაზსადენებში, ლინეარიზაციის ფუნქციაში $f(x, t)$, გათვალისწინებული უნდა იყოს შიდა დიამეტრის $D(x)$ -ის ცვლილება სიგრძის გასწვრივ, მით უმეტეს, რომ შესაძლებელია საკმე გვექონდეს ტელესკოპურ გაზსადენებთან და მხედველობაში მისაღწევი ინტეგრალური მნიშვნელობები.

რადგანაც გაზი კუმშვადი პროდუქტია, ამიტომ მისი მოძრაობისას, წნევის ცვლილების გამო მისი სიმკვრივის გაზრდამ, შესაძლებელია გამოიწვიოს გაზის სიჩქარის მნიშვნელოვანი გაზრდა გაზსადენის ბოლოში. გამოვიყენოთ გაზის მოძრაობის სიჩქარის ცვლილების კანონზომიერება სტაციონარული რეჟიმისას. რადგანაც $M = \rho V F$ და $P = \rho c^2$, ამიტომ გვექნება:

$$V(x) = \frac{Mc^2}{FP(x)}, \quad (1.76)$$

სადაც $P(x)$ - არის წნევის ცვლილება გაზსადენის სიგრძის გასწვრივ.

$$P(x) = \sqrt{P_H^2 - (P_H^2 - P_K^2) \frac{x}{L}}. \quad (1.77)$$

გაზის სიჩქარე, გაზსადენის თავში და ბოლოში განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\begin{cases} v(0) = \frac{Mc^2}{FP_H}; \\ v(L) = \frac{Mc^2}{FP_K}. \end{cases} \quad (1.78)$$

აქ,

თუ შევიტანთ ამ მნიშვნელობებს (1.76)-ში, მივიღებთ:

$$v(x) = \frac{Mc^2}{F \sqrt{P_H^2 - (P_H^2 - P_K^2) \frac{x}{L}}}, \quad (1.79)$$

$$v(x) = \frac{v(0)}{\sqrt{1 - \left(1 - \frac{v^2(0)}{v^2(L)}\right) \frac{x}{L}}}. \quad (1.80)$$

მიღებული (1.76) და (1.80) ფორმულებიდან ცხადია, რომ წნეების ფარდობის P_H/P_K დიდი მნიშვნელობებისათვის, $v(x)$ მნიშვნელოვნად იცვლება გაზსადენის სიგრძის გასწვრივ, ხოლო მუდმივი M -თვის და დაუმყარებელი რეჟიმებისას სიჩქარე იცვლება დროშიც.

თუ შევიტანთ წნევისა და სიჩქარის მნიშვნელობებს ფორმულა (1.76)–ში,

მივიღებთ:

$$V(x,t) = \frac{M(x,t)c^1}{FP(x,t)} \quad (1.81)$$

რადგანაც

$$\rho V = - \frac{2D}{\lambda V(x,t)} \frac{\partial P(x,t)}{\partial x}; \quad (1.82)$$

საიდანაც

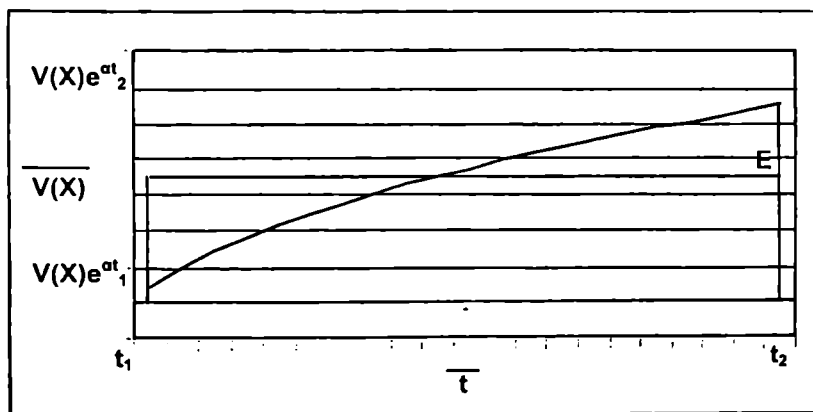
$$\frac{M(x,t)}{F} = \left[- \frac{2Dc^1}{\lambda P(x,t)} \frac{\partial P(x,t)}{\partial x} \right]^{1/2} \quad (1.83)$$

და (1.81)-დან მივიღებთ ფორმულას, რომლის მიხედვით შესაძლებელია სიჩქარის ცვლილების გაანგარიშება გაზსადენის სიგრძის გასწვრივ:

$$V(x,t) = \left[- \frac{2Dc^1}{\lambda P(x,t)} \frac{\partial P(x,t)}{\partial x} \right]^{1/2}, \quad (1.84)$$

სადაც $P(x,t)$ - არის წნევის ფუნქცია, რომელიც მიღებულია ლინეარიზებული განტოლებების ამოხსნის შედეგად, საწყისი სტაციონარული რეჟიმის შესაბამისი ლინეარიზაციის ფუნქციით.

მაგისტრალური გაზსადენების ექსპლუატაციის პრაქტიკაში, ხშირად გვხვდება შემთხვევები როდესაც აუცილებელია სიჩქარის გასაშუალოება დროის მიხედვით, რადგანაც გარდამავალი რეჟიმებისას, შესაძლებელია გვექონდეს წნევის დიდი ცვლილებები. ასეთ შემთხვევებში სიჩქარის გასაშუალოება აუცილებელია (ნახ.2).



ნახ.2. გარდამავალი პროცესის სიჩქარის გასაშუალოების ილუსტრაცია

იმისათვის, რომ განსხვავება $V(x,t)$ - სა $V(x,t)$ - ს შორის იყოს მინიმალური, აუცილებელია, რომ ნახ.2-ზე, ფართობი $S[V(x,t), E, t_1, t_2]$ გაუტოლდეს ფართობს $V(x)e^{at_1}$ - მრუდის ქვეშ. ე.ი.

$$V(x) e^{a \cdot t} (t_2 - t_1) = \int_{t_1}^{t_2} V(x) e^{a \cdot t} dt, \quad (1.85)$$

საიდანაც

$$V(x) e^{a \cdot t} = \frac{1}{a(t_2 - t_1)} V(x) (e^{a \cdot t_2} - e^{a \cdot t_1}), \quad (1.86)$$

ანდა

$$V(x)_i = \frac{V_2(x) - V_1(x)}{aT}, \quad (1.87)$$

სადაც $V(x)_i = V(x) e^{a \cdot t}$ - არის დროში გასაშუალოებული სიჩქარე;
 $V_1(x) = V(x) e^{a \cdot t_1}$ - სიჩქარე საწყისი სტაციონარული რეჟიმის დროს;
 $V_2(x) = V(x) e^{a \cdot t_2}$ - სიჩქარე საბოლოო სტაციონარული რეჟიმის დროს
(გარდამავალი პროცესის შემდეგ); a - სიჩქარის ცვლილების ექსპონენტის
მარეწებელი; t_1 და t_2 - გარდამავალი პროცესის დაწყების და დამთავრების
დროის მომენტები; $\bar{t}$ - გარდამავალ პროცესში საშუალო სიჩქარის დამყარების
შესაბამისი დრო; $T = t_2 - t_1$ - გარდამავალი პროცესის ხანგრძლივობა.

თუ გვაქვს არასტაციონარული პროცესი პერიოდულად ცვლადი შემადგენლით, მაშინ სიჩქარის ცვლილება უნდა შეესაბამებოდეს იმ სტაციონარულ რეჟიმს, რომლის მახლობლობაში ზდება წნევის რხევა.

ამგვარად, $f(x, t)$ ლინეარიზაციის ფუნქციის საშუალებით, შეიძლება მხედველობაში მივიღოთ:

$\lambda(x)$ - ის ცვლილება თუ $D = \text{idem}$ და $\bar{V} = \text{idem}$:

$$f(x, t) = \frac{\lambda(x)\bar{V}}{2D} = \varphi(x) \quad (1.88)$$

(გაზსადენებისათვის ცვლადი λ - თი და უკუმშვადი პროდუქტით);

$\lambda(x)$ და $D(x)$ - ის ცვლილება x -ით, x და t -თი გასაშუალოებული V -თვის:

$$f(x, t) = \frac{\lambda(x)\bar{V}}{2D(x)} = \varphi(x) \quad (1.89)$$

(უკუმშვადი პროდუქტის მოძრაობისას ტელესკოპურ გაზსადენებში);

t -ს მიხედვით გასაშუალოებული $V(x)$ -ის ცვლილება x -ის გასწვრივ, მუდმივი ან ცვლადი λ და D -თვის:

$$f(x, t) = \frac{\lambda(x)V(x)_i}{2D(x)} = \varphi(x). \quad (1.90)$$

$V(t)$ -ს ცვლილება t -ს მიხედვით, გასაშუალოებული x -ით, მუდმივი ან ცვლადი λ და D -თვის:

$$f(x, t) = \frac{\lambda(x)V(t)}{2D(x)} = \varphi(x) \xi(t) \quad (1.91)$$

$V(x, t)$ -ს ცვლილება x -ით და t -თი, მუდმივი ან ცვლადი λ და D -თვის:

$$f(x, t) = \frac{\lambda(x)V(x, t)}{2D(x)} = \varphi(x) \zeta(t). \quad (1.92)$$

თვითეულ კონკრეტულ შემთხვევაში გაზის, გაზსადენის პარამეტრების, არასტაციონარული პროცესის ხასიათიდან და გაანგარიშების სიზუსტიდან გამომდინარე, ღრის მოცემული მომენტისათვის, ან გაზსადენის განსაზღვრული კვეთისათვის, წარმოებს ლინეარიზაციის ფუნქციის შერჩევა, (1.88) - (1.92) განტოლებებიდან.

თავი 2. მაგისტრალური გაზსადენის უბანზე გაჟონვის აღმოჩენის ანალიზურ-რიცხვითი მეთოდი

2.1. ორი ურდულით ჩაკეტილ გაზსადენის უბანზე ჟონის ცვლილების ანალიზური განსაზღვრა, არასტაციონარული გაზოდიწამიური პროცესის ანალიზზე დაყრდნობით

განვიხილოთ მაგისტრალური გაზსადენის გარკვეული უბანი, რომელიც მოთავსებულია ორ ჩაშვტ ურდულს შორის. ეტქათ არსებობს გარკვეული წინაპირობა იმისა, რომ ამ უბანზე არის გაზის გაჟონვის ეჭვი, რამაც შესაძლებელია შექმნას არა მარტო უსაფრთხოების დარღვევის პრეცედენტები, არამედ გამოიწვიოს არასასურველი ეკოლოგიური პირობები. ასეთ შემთხვევაში საჭიროა გაზსადენის ამ უბნის გამოცდა პერმეტულობაზე, რაც საკმარისად დიდ დროს და დანახარჯებს მოითხოვს. დიდი დროით გაზსადენის გადაკეტვა, აგრეთვე ქმნის შეტად მნიშვნელოვან პრობლემებს გაზის ტრანზიტთან დაკავშირებით. განვიხილოთ ჩვენს მიერ შემუშავებული მაგისტრალური გაზსადენის უბანზე გაჟონვის ანალიზურ-რიცხვითი მეთოდი, რომელიც დამყარებულია გაზსადენებში გაზის არასტაციონარული მოძრაობის განტოლებების ამოხსნასთან [43].

როგორც ცნობილია რეალური გაზის მილსადენში იზოთერმული, არასტაციონარული მოძრაობის აღმწერ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას აქვს შემდეგი სახე [24,27,98]:

$$-\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial(\rho V)}{\partial t} + \frac{\lambda \rho V^2}{2D} + \rho g \sin \alpha + \frac{\partial}{\partial x} [(1 + \beta) \rho V^2] \quad (2.1)$$

$$-\frac{1}{c^2} \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial(\rho V)}{\partial x} \quad (2.2)$$

სადაც P და ρ - არის შესაბამისად კვეთში საშუალო წნევა და სიჩქარე; ρ - გაზის სიმკვრივე; λ - პიდრავლიკური წინააღმდეგობის კოეფიციენტი; D - მილის შიდა დიამეტრი; α - მილის პორიზონტისადმი დახრის კუთხე; β - კორიოლისის კოეფიციენტი სიჩქარეთა არათანაბარი განაწილების გამო.

ამ განტოლებებს ემატება გაზის მდგომარეობის განტოლება [98]:

$$\frac{\partial P}{\partial \rho} = ZRT = c^2, \quad (2.3)$$

სადაც Z - არის გაზის კუშშვადლობის კოეფიციენტი; R - გაზის მუდმივა; T - აბსოლუტური ტემპერატურა; c - ბგერის სიჩქარე გაზში.

რადგანაც რეალური გაზის მოძრაობის სიჩქარე გაცილებით ნაკლებია ბგერის სიჩქარეზე ($V \ll c$), ამიტომ გარკვეული წევრები (2.1) და (2.2) განტოლებებში შესაძლებელია უგუბელვლევოთ. ი.ა. ჩარნიმ დაამტკიცა, რომ თუ მილსადენის სიგრძე საკმარისად დიდია და წნევის დანაკარგი ხაზუნზე არანაკლებ 3,5-4-ჯერ მეტია დარტყმით წნევაზე ნ.ე. ჟუკოვსკის ფორმულით,

მაშინ შესაძლებელია $\frac{\partial(\rho v)}{\partial t}$ წვერის უგულვებელყოფა. ამიტომ

პორიზონტალური მილსადენისათვის მივიღებთ [27]:

$$-\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\lambda |V|}{2D} \rho v; \quad (2.4)$$

$$-\frac{1}{c^2} \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial(\rho v)}{\partial x}. \quad (2.5)$$

თუ ჩავატარებთ კვადრატული წვერის ლინეარიზაციას ია. ჩარნის მიხედვით [33,46], $\overline{\left(\frac{\lambda v}{2D}\right)} = KV$, მაშინ (2.4) და (2.5) განტოლებებიდან მივიღებთ (ლინეარიზაციის პრინციპის შერჩევაზე შევჩერდებით მოგვიანებით):

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{K}{c^2} \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (2.6)$$

რომელიც იხსნება შესაბამის საწყის და სასაზღვრო პირობებთან ერთად.

ცხადია, რომ გაზის ხარჯის ანგარიში შესაძლებელია შემდეგი ფორმულით, რომელიც გამომდინარეობს (2.4) და (2.5) განტოლებებიდან [45,46]:

$$Q(x,t) = -\frac{F}{K} \frac{\partial P}{\partial x}, \quad (2.7)$$

სადაც F - მილსადენის ცოცხალი კვეთის ფართობია.

ამგეარად ვიხილავთ მაგისტრალური ტრანზიტული გაზსადენის გარკვეულ უბანს, რომელიც მოთავსებულია ორ ჩამკეტ ურდულს შორის. საწყისი პირობა განტოლება (2.6)-თვის (სადაც შემოვიღოთ აღნიშვნა $a = K/c'$) წარმოადგენს წნევის განაწილებას ურდულებს შორის [37,91]:

$$P(x,0) = P_H - \frac{P_H - P_L}{L} x, \quad (2.8)$$

სადაც P_H და P_L - არის შესაბამისად წნევები უბნის თავში და ბოლოში; L - უბნის სიგრძე. აღსანიშნავია, რომ განტოლება (2.8), გარკვეულწილად მიახლოებითაა და მსჯელობის დასაწყისშივე ჩადებულია გარკვეული ცდომილება, რომლის შეფასების შესახებ, საუბარი შემდგომში გვექნება.

ეთქვათ, წარმოებს ორივე ჩამკეტი ურდულის ერთდროული ჩაკეტვა. ამ შემთხვევაში გაზის ხარჯი უბნის საწყის და ბოლო კვეთებში მყისიერად ეცემა ნულამდე. ამრიგად განტოლება (2.7)-დან ვღებულობთ შემდეგ ორ სასაზღვრო პირობას:

$$\left. \frac{\partial P(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial P(0,t)}{\partial x} \right|_{x=L} = 0; \quad (2.9)$$

$$\left. \frac{\partial P(x,t)}{\partial x} \right|_{x=L} = \frac{\partial P(L,t)}{\partial x} = 0. \quad (2.10)$$

ამოვხსნათ განტოლება (2.6), საწყისი (2.8) და სასაზღვრო (2.9) და (2.10) პირობებით, ფურიეს სასრული გარდაქმნის მეთოდით. ამონახსნი ვეძებთ შემდეგი უსასრულო მწკრივის სახით:

$$P(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} P_n(t) \cos \frac{n\pi x}{L}, \quad (2.11)$$

სადაც

$$P_n(t) = \frac{2}{L} \int_0^L P(x,t) \cos \frac{n\pi x}{L} dx. \quad (2.12)$$

აღსანიშნავია, რომ [78] თუ სასაზღვრო პირობები მუდმივებია, ან მიისწრაფვის მუდმივებისაკენ, მაშინ მწკრივი (2.11) ყოველთვის კრებაღია.

გავამრავლოთ განტოლება (2.6), $\frac{2}{L} \cos \frac{n\pi x}{L}$ -ზე და ვაინტეგრროთ 0-დან ∞ -

მდე. მივიღებთ:

$$\frac{2}{L} \int_0^L \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \cos \frac{n\pi x}{L} dx = a \frac{2}{L} \int_0^L \frac{\partial P}{\partial t} \cos \frac{n\pi x}{L} dx. \quad (2.13)$$

თუ არ მოვიყვანთ საკმაოდ გრძელ მათემატიკურ გარდაქმნებს, მივიღებთ, რომ:

$$\frac{2}{L} \int_0^L \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \cos \frac{n\pi x}{L} dx = \frac{2}{L} \left[(-1)^n \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_{x=L} - \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_{x=0} - \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 P_n(t) \right] \quad (2.14)$$

თუ გავითვალისწინებთ (2.9) და (2.10)-ს, მივიღებთ:

$$\frac{2}{L} \int_0^L \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \cos \frac{n\pi x}{L} dx = - \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 P_n(t) \quad (2.15)$$

$$\frac{2}{L} a \int_0^L \frac{\partial P}{\partial t} \cos \frac{n\pi x}{L} dx = a \frac{dP_n(t)}{dt} \quad (2.16)$$

ე.ი. (2.13) მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$a \frac{dP_n(t)}{dt} + \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 P_n(t) = 0. \quad (2.17)$$

ამგვარად საბოლოოდ მივიღებთ ჩვეულებრივ, პირველი რიგის, ერთგვაროვან დიფერენციალურ განტოლებას:

$$\frac{dP_n(t)}{dt} + \frac{1}{a} \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 P_n(t) = 0. \quad (2.18)$$

განესაზღვროთ ამ განტოლების საწყისი პირობა. ცხადია, რომ

$$P_n = P_n(t)|_{t=0} = \frac{2}{L} \int_0^L P(x,0) \cos \frac{n\pi x}{L} dx. \quad (2.19)$$

თუ გავითვალისწინებთ (2.8)-ს, გვექნება:

$$P_n = \frac{2}{L} \int_0^L \left(P_{II} - \frac{P_{II} - P_K}{L} x \right) \cos \frac{n\pi x}{L} dx = \frac{2}{L} P_{II} \int_0^L \cos \frac{n\pi x}{L} dx - \frac{2}{L} \frac{P_{II} - P_K}{L} \int_0^L x \cos \frac{n\pi x}{L} dx. \quad (2.20)$$

გამოვთვალოთ ინტეგრალები:

$$\int_0^L \cos \frac{n\pi x}{L} dx = \frac{L}{n\pi} \left(\cos \frac{n\pi x}{L} \right) \Big|_0^L = \frac{L}{n\pi} (\cos n\pi - \cos 0) = \frac{L}{n\pi} [(-1)^n - 1] \quad (2.21)$$

$$\int_0^L x \cos \frac{n\pi x}{L} dx = \frac{L}{(n\pi)^2} \int_0^{n\pi} y \cos y dy = \frac{1}{(n\pi)^2} (\cos y + y \sin y) \Big|_0^{n\pi} =$$

$$= \frac{1}{(n\pi)^2} (\cos n\pi - \cos 0 + n\pi \sin n\pi - 0) = \frac{1}{(n\pi)^2} [(-1)^n - 1] \quad (2.22)$$

$$P_{*} = \frac{2P_{II}}{n\pi} [(-1)^r - 1] - 2 \frac{P_{II} - P_K}{L} \frac{1}{(n\pi)^2} [(-1)^r - 1] \quad (2.23)$$

როგორც ცნობილია [94], თუ გვაქვს განტოლება

$$\frac{dP_*(t)}{dt} + MP_*(t) = H(t), \quad (2.24)$$

მაშინ მის ამონახსნს აქვს შემდეგი სახე:

$$P_*(t) = \frac{1}{\mu(t)} \left[\int H(t) \mu(t) dt + C_0 \right] \quad (2.25)$$

სადაც მაინტეგრებული მამრაველი

$$\mu(t) = e^{\int M dt}. \quad (2.26)$$

ჩვენს შემთხვევაში:

$$\begin{cases} H(t) = 0; \\ M = \frac{1}{a} \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2. \end{cases} \quad (2.27)$$

ამგვარად

$$\mu(t) = e^{Mt} = e^{\frac{1}{a} \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 t}. \quad (2.28)$$

ე.ი.

$$P_n(t) = C_0 e^{\frac{1}{aL} \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 t}, \quad (2.29)$$

ცხადია, რომ როდესაც $t = 0$, მაშინ

$$C_0 = P_{n_0}. \quad (2.30)$$

ამიტომ საბოლოოდ:

$$P_n(t) = \left\{ \frac{2P_{n_0}}{n\pi} [(-1)^n - 1] - 2 \frac{P_{n_0} - P_{n_0}}{L} \frac{1}{(n\pi)^2} [(-1)^n - 1] \right\} e^{-\frac{1}{a} \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 t}. \quad (2.31)$$

ამგვარად, თუ შევიტანთ (2.31)-ს, (2.11)-ში მივიღებთ:

$$P(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{2P_H}{n\pi} [(-1)^n - 1] - 2 \frac{P_H - P_K}{L} \frac{1}{(n\pi)^2} [(-1)^n - 1] \right\} \cos \frac{n\pi x}{L} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 t}. \quad (2.32)$$

ან გამარტივების შემდეგ, საბოლოოდ გვექნება:

$$P(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ 2 \frac{[(-1)^n - 1]}{n\pi} \left[P_H - \frac{P_H - P_K}{L} \frac{1}{n\pi} \right] \right\} \cos \frac{n\pi x}{L} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 t}. \quad (2.33)$$

2.2. გაჯსადენის უბანზე გაშენების აღმოჩენის ანალიზურ-რიცხვითი მეთოდი

სწამ გადავალთ მიღებული გამოსახულების პრაქტიკულ გამოყენებაზე, დავებრუნდეთ ფორმულა (2.8)-თან დაკავშირებულ საკითხს. როგორც ცნობილია, გაზის მოძრაობისას მიწსაღენში, წნევის განაწილება წრფივი არ არის. კერძოდ ეს განაწილება (სტაციონარული მოძრაობისას) მოიცემა შემდეგი გამოსახულებით [97]:

$$P^1(x) = P_H^1 - C\lambda \frac{Q^1}{D^3} x, \quad (2.34)$$

სადაც:

$$C = \frac{\mu T \Delta}{k^1}; \quad (2.35)$$

$$k = \frac{\pi}{4} \frac{1}{\rho_{\text{B}} \sqrt{\rho_{\text{B}}}}; \quad (2.36)$$

$$Q = \frac{G}{\rho_{\text{B}} \Delta}. \quad (2.37)$$

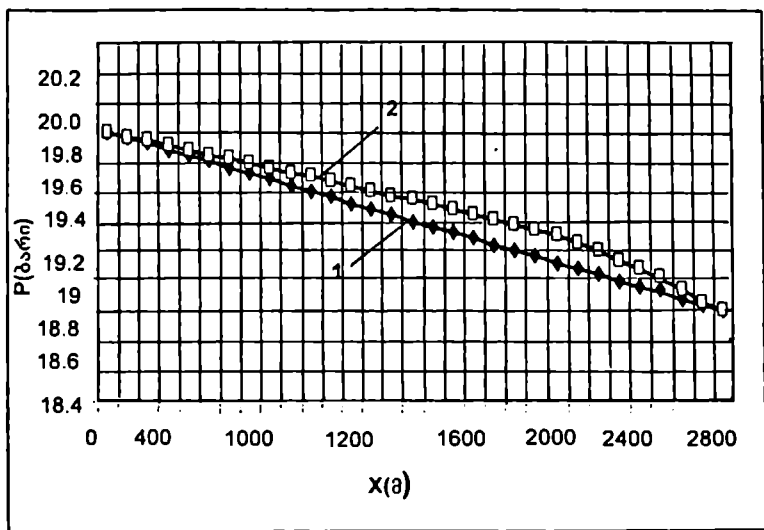
აქ: $\Delta = \frac{P}{\rho_s}$ - არის გაზის ფარდობითი სიმკვრივე; ρ_{B} - ჰაერის სიმკვრივე;

R - გაზის მუდმივა; $R_{\text{B}} = R \Delta$ - ჰაერის გაზის მუდმივა; Q - გაზის მოცულობითი

ხარჯი; $G = \frac{\pi D^1}{4} \rho V = \text{const}$ - გაზის მასური ხარჯი.

ამიტომ ზუსტი შედეგის მისაღებად, საწყის პირობად უნდა ავიღოთ არა დამოკიდებულება (2.8), არამედ დამოკიდებულება (2.34). შევეცადოთ შევაფასოთ თუ რა ცდომილებას გვაბლევს ჩვენს მიერ მიღებული იდეალიზაცია. წინასწარ უნდა აღინიშნოს, რომ თუ გამოვიყენებთ გამოსახულებას (2.34)-ს, საქმე გვექნება შემდეგი ტიპის ინტეგრალის გამოთვლასთან:

$$P_{\text{B}} = \frac{2}{L} \int_0^L \left(\sqrt{P_{\text{H}}^1 - C \lambda \frac{Q^1}{D^3} x} \right) \cos \frac{n \pi x}{L} dx. \quad (2.38)$$



ნახ.3. პიეზომეტრული მრუდები გაზსადენის უბნებისათვის: 1.

$$P(x,0) = P_{II} - \frac{P_{II} - P_K}{L} x \text{ ფორმულით; } 2. P^2(x) = P_{II}^2 - C\lambda \frac{Q^2}{D^5} x \text{ ფორმულით}$$

ეს ინტეგრალი არ იხსნება ელემენტარულ ფუნქციებში და პროცედურა დაიყვანება რიცხვითი მეთოდებით ამოხსნაზე.

აეგოთ გაზსადენში წნევის განაწილების მრუდი (პიეზომეტრიულ მრუდი) კონკრეტული რეალური შეშთხვევისათვის (2.8) და (2.34) გამოსახულებების მიხედვით (ნახ.3). ნახაზიდან ჩანს, რომ განსხვავება ძალზე მცირეა, კერძოდ მაქსიმალური ფარდობითი ცდომილება დაახლოებით 0,8%-ია. ამიტომ, როგორც პრაქტიკაშია მიღებული, შესაძლებელია პიეზომეტრული მრუდის აგება (2.8) დამოკიდებულების მიხედვით.

შეჩერდეთ ძირითად განტოლებაში შემავალი კვადრატული წევრის ლინეარიზაციის პრინციპზე. არსებობს ლინეარიზაციის რამოდენიმე მეთოდი, რომელთაგან (როგორც გვიჩვენებს პრაქტიკა, რომ თუ არ გვაქვს გაზის გაცემა და შეტუმბვა) ყველაზე მისაღებია ი.ა. ჩარნის ფორმულა: $\bar{V} = \frac{2}{3}(V_1 + V_2)$, აქ V_1 და V_2 - არის შესაბამისად საშუალო სიჩქარეები პროცესის დასაწყისში და ბოლოში. ცხადია, რომ ჩვენს შემთხვევაში, რადგანაც პროცესის დასტაბილების შემდეგ გაზი გაჩერებულია, $V_2 = 0$.

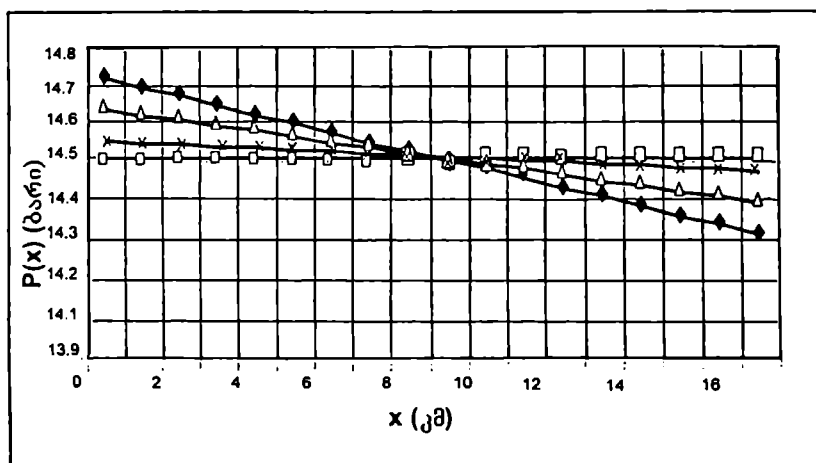
ამგვარად, მოყვანილი მსჯელობის შემდეგ შეგვიძლია ჩამოვაყალიბოთ შემდეგი პროცედურა: რადგანაც პროცესის დასტაბილების შემდეგ გაზსადენში მყარდება წნევა $P = \frac{P_{II} + P_K}{2}$, ამიტომ დამოკიდებულება (2.33)-ის მარცხენა მხარე უტოლდება ამ მნიშვნელობას (ან მის გარკვეულ ნაწილს, მაგალითად მნიშვნელობას $\left[(0,99 - 0,995) \frac{P_{II} + P_K}{2} \right]$). შემდეგ მიღებული განტოლება იხსნება რიცხვითი მეთოდით, t დროის მიმართ.

მაგალითისათვის განვიხილოთ კონკრეტული უბანი საქართველოს ტრანზიტული გაზსადენისათვის. ამ უბანზე გაზის გაცემა არ წარმოებს.

საწყისი მონაცემები შემდეგია: $P_{II} = 14,7$ ბარი; $P_K = 14,2$ ბარი; $L = 17$ კმ; $Q = 120000$ მ³/სთ = 33,3333 მ³/წმ; $V = 42,463$ მ³/წმ; $\rho = 0,7$ კგ/მ³; $F = 0,785$ მ²; $\lambda = 0,004661$; $c = 389$ მ/წმ; $K = 0,132$ 1/წმ; $a = K/c' = 8,73 \cdot 10^{-7}$ წმ/მ².

განგარიშების შემდეგ დასტაბილების დროისათვის მიღებულია მნიშვნელობა $t \approx 12$ წთ. რეალურად ჩატარებული ნატურული ექსპერიმენტის

შემდეგ გაირკვა, რომ წნევა მილსადენში სტაბილდება დაახლოებით 15 წუთში, რაც განპირობებულია იმით, რომ ურდულების მყისიერი ჩაკეტვა შეუძლებელია. წნევის დასტაბილების სურათი მოცემულია ნახ. 4-ზე. ამგვარად, შესაძლებელია გაზსადენის გაჩერება ჩამკეტი ურდულების საშუალებით მხოლოდ 15 წუთით და თუ წნევა (გაზომილი შესაბამისი გამზომი ხელსაწყოებით) შეესაბამება წინასწარ დანიშნულს, მაშინ შესაძლებელია ტრანზიტის გაგრძელება. ეს მომენტი ტრანზიტის პროცესზე პრაქტიკულად არ იმოქმედებს. თუ წნევის დაცემა გრძელდება, მაშინ საჭიროა უკვე სხვა ღონისძიებების გატარება. კერძოდ გაუონვის ადგილის ოპერატული აღმოჩენა და მისი ლიკვიდაცია.



ნახ.4. გამოსაცდელი გაზსადენის უბანზე, წნევის დროში დასტაბილების გრაფიკები

აშკარაა, რომ შემოთავაზებული მეთოდი მარტივია როგორც გასაანგარიშებლად, ასევე განსახორციელებლად. იგი ხელს შეუწყობს როგორც გაზის ტრანზიტის პროცესის ნორმალიზაციას, ასევე დაიცავს გარემოს დაბინძურებისგან.

თავი 3. მაგისტრალურ გავსადენებში დაუწყვარბელი მოძრაობის ჰიდრავლიკური წინაღობის კოეფიციენტის დადგენა

3.1. ჰიდრავლიკური წინაღობის კოეფიციენტი, დაუწყვარბელი სადაწნო მოძრაობის დროს

განვიხილოთ ჰიდრავლიკური წინაღობის კოეფიციენტის ცვლილების კანონზომიერები, გაზის დაუწყვარბელი სადაწნო მოძრაობის დროს. ეს საკითხი დიდი ხანია იყრბობს მკვლევართა ყურადღებას, რითაც გამოწვეულია მრავალი ნაშრომის არსებობა ამ საკითხის ირგვლივ. საკმარისია აღინიშნოს, რომ დღეისათვის ჯეროვნად არ არის შესწავლილი ჰიდრავლიკური წინაღობის კოეფიციენტის ცვლილება სტაციონარული, მაგრამ არათანაბარი მოძრაობისათვის, ხოლო რაც შეეხება არასტაციონარულ მოძრაობას, აქ გაცილებით მეტი წინააღმდეგობა და გაურკვევლობა არსებობს.

ნაშრომ [19]-ში განხილულია იმპულსური დინებები ლამინარული რეჟიმის დროს. ლაპლასის გარდაქმნისა და ასიმპტოტური მეთოდების გამოყენებით, გამოყვანილია განტოლება ნაკადის საშუალო სიჩქარისათვის და ცხადი სახით წარმოდგენილია ის დიფერენციალური განტოლებები, რომლებიც შეეხება ხანგრძლივ, მდოერედ მიმდინარე პროცესებს. ამ ნაშრომში შემოყვანილია ე.წ. ხახუნის წინააღმდეგობის ინტეგრალური კოეფიციენტი იმპულსური

პროცესისათვის და დადგენილია მისი კავშირი წინააღმდეგობის კოეფიციენტთან სტატისტიკური მოძრაობის შემთხვევაში.

[27]-ში განხილულია არასტატისტიკური პროცესების მათემატიკური მოდელირება, გრძელი მილსადენების შემთხვევაში. მიღებული განტოლებები შეიცავენ მხოლოდ ერთ უგანზომილებო პარამეტრს. დადგენილია ის პირობები, რომელთა არსებობის დროს შესაძლებელია ამ განტოლებების გამარტივება და ისეთ ფორმაზე დაყვანა, რომლებიც არ შეიცავენ ამ პარამეტრს. აგრეთვე განხილულია შემთხვევა აჩქარებული გარდამავალი პროცესებისათვის, რომელიც გვაქვს მილსადენის საწყის კვეთში წნევის მყისიერი ცვლილებისას.

საინტერესოა ლამინარული რეჟიმიდან ტურბულენტურზე გადასვლის ახალი კრიტერიუმის შემოყვანა, რადგანაც მისი საშუალებით შესაძლებელია ლამინარული რეჟიმის ამსახველი მოდელების გამოყენების დიაპაზონების დადგენა. კერძოდ მიღებულია ტურბულენტობის წარმოქმნის მომენტში რეინოლდსის რიცხვსა და საწყის წნევას შორის დამოკიდებულების ექსპერიმენტალური გრაფიკი. თუმცა უნდა აღინიშნოს, რომ ექსპერიმენტალური გამოკვლევების დამაჯერებლობა საეჭვოა, რადგანაც შედეგები მიღებულია მხოლოდ ორი დიამეტრის მილისათვის და ამიტომ მათი განზოგადოება შეუძლებელია. ცხადია, რომ აქ მსჯელობა შესაძლებელია მხოლოდ და მხოლოდ თვისობრივ ანალიზზე.

[56]-ე ნაშრომში მოყვანილია ჰიდრაულიკური წინააღმდეგობის კოეფიციენტის ექსპერიმენტალური კვლევის შედეგები ტურბულენტური აჩქარებული

მოდრაობისათვის. დადგენილია, რომ ასეთი მოძრაობის ჰიდრაულიკური წინაღობის კოეფიციენტი მეტია, ვიდრე იგივე საშუალო სიჩქარის მქონე დამყარებული რეჟიმისათვის. აღსანიშნავია, რომ ეს ფაქტი დღეისათვის ჯერ არ იწვევს, რადგანაც ლიტერატურაში არსებობს ექსპერიმენტალური და თეორიული მონაცემები ამ ფაქტის შესახებ [12,13,20,80].

ექსპერიმენტალური შედეგების მიხედვით, მიღებულია შემდეგი დამოკიდებულება:

$$\lambda = \lambda_0 + 1,28 \left(\frac{D}{V^2} \frac{dV}{dt} \right), \quad (3.1)$$

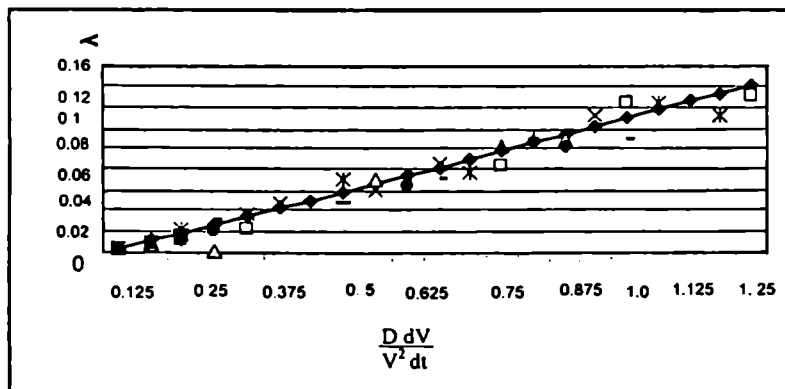
სადაც λ და λ_0 - არის შესაბამისად ჰიდრაულიკური წინაღობის კოეფიციენტი დაუწყარებელი და დამყარებული რეჟიმების დროა; D - მილსადენის დიამეტრი;

V - მოძრაობის საშუალო სიჩქარე; $\frac{dV}{dt}$ - მოძრაობის საშუალო აჩქარება.

ეს დამოკიდებულება სამართლიანია ტურბულენტური მოძრაობის კვადრატული წინაღობის ზონისათვის. (3.1)-დან აშკარაა, რომ λ წრფივადაა დამოკიდებული უგანზომილებო პარამეტრზე $\frac{D}{V^2} \frac{dV}{dt}$. ამიტომ ცხადია, რომ ამ პარამეტრის დიდი მნიშვნელობებისათვის უნდა გვქონდეს საკმაოდ დიდი განსხვავება λ -სა და λ_0 -ს შორის. პრაქტიკული ამოცანებისათვის

დამაჯერებელია დიაპაზონი $\frac{D}{V^2} \frac{dV}{dt} = 0 - 0,70$, რასაც ნახ.5-ზე შეესაბამება

მთლიანი წრფე.

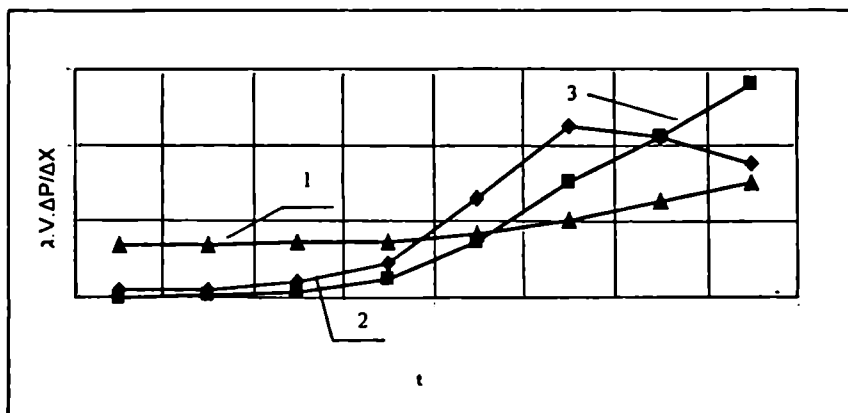


ნახ.5. არასტაციონარული მოძრაობის პიდრავლიკური წინაღობის კოეფიციენტის დამოკიდებულება არქარების პარამეტრზე

გარდა აღნიშნულისა, ნაშრომში ექსპერიმენტალურადაა გამოკვლეული სიჩქარეთა განაწილების მოძრაობის რაოდენობის კორექტივი Λ , რომელიც დადგენილია სიჩქარეთა ეპიურების გრაფო-ანალიზური დამუშავებით. ავტორთა მიხედვით, ცდომილება არ სჭარბობს $\pm 3\%$ -ს. მიღებულ დამოკიდებულებას დიაპაზონისათვის $\frac{D}{V^2} \frac{dV}{dt} = 0 - 0,70$ აქვს შემდეგი სახე:

$$\Lambda = 1,208 \left(\frac{D}{V^2} \frac{dV}{dt} \right)^{0,0175} \quad (3.2)$$

ამ დამოკიდებულების გრაფიკი ნაჩვენებია ნახ. 6-ზე.



ნახ.6. საშუალო სიჩქარის (1), დაყვანილი პიდრავლიკური წინაღობის კოეფიციენტის (2) და დაწნევის გრადიენტის (3) დროში ცვლილების გრაფიკები

[51]-ე ნაშრომში საესებით სამართლიანად აღნიშნულია, რომ დაწნევის დანაკარგები არასტაციონარული რეჟიმების დროს – ინტეგრალური ხასიათისაა: დანაკარგების გათვალისწინება წარმოებს მხოლოდ წინაღობის კოეფიციენტ λ -ს საშუალებით. რადგანაც არსებული გაზომვების შედეგები λ -სთვის ერთგვარად ატარებენ წინააღმდეგობრივ ხასიათს, ამიტომ ავტორები საჭიროდ თვლიან გამოიკლიონ დამყარებული მოძრაობის ლოკალური მაზასიათებლები, მათ შორის მხები ძაბვები. აღნიშნავენ რა, რომ ამ სიდიდეს დამყარებული რეჟიმის დროსაც კი გააჩნია პულსაციური ხასიათი, ავტორებმა შექმნეს ორიგინალური

გამზომი სისტემა. გაზომვებისა და შედეგების დამუშავების შემდეგ გაკეთებულია დასკვნა, რომ მხები ძაბვა τ წარმოადგენს შემთხვევით სიდიდეს და მისი ალბათობის განაწილების ფუნქცია აღიწერება პირსონის VI ტიპის განაწილებით, ხოლო მათემატიკურ მოლოდინსა და საშუალო კვადრატულ გადახრას შორის არსებობს შემდეგი დამოკიდებულება:

$$\sigma_r = 0,512 \mu^{0.862}. \quad (3.3)$$

დასასრულ ავტორები აკეთებენ დასკვნას, რომ პროცესის აღწერისათვის მიზანშეწონილია შემდეგი პარამეტრის გამოყენება:

$$K_0 = \frac{D^1}{32 \gamma} \sqrt{\frac{1}{Q} \left| \frac{d^2 Q}{dt^1} \right|}. \quad (3.4)$$

[47] და [48]-ე ნაშრომებში მოყვანილი კვლევები ეხება მილსადენებში პულსირებული და პერიოდული მოძრაობების თეორიულ და ექსპერიმენტალურ შესწავლას. ამ ნაშრომების შედეგები ეჭვს იწვევს, რადგანაც მიღებული შედეგების მიხედვით, როგორც აჩქარებული, ასევე შენელებული მოძრაობების ციკლებში, დაწნევის დანაკარგი მცირდება სტაციონარულ მოძრაობასთან შედარებით.

[63]-ე ნაშრომში გამოთქმულია რამოდენიმე საინტერესო მოსაზრება იმის შესახებ, თუ როგორი ანალიზი შეიძლება ჩატარდეს ტურბულენტური ნაკადებისათვის. სამართლიანადაა აღნიშნული, რომ რეინოლდსის განტოლებების ჩაკეტვისათვის საჭიროა გარკვეული ჰიპოთეზები, ხოლო კვლევების დროს გამოყენებული ძირითადი ფენომენოლოგიური ჰიპოთეზები ეხება მოძრაობის კვანძისტაციონარულ ნაკადებს. ამასთან დაკავშირებით შემოთავაზებულია ტურბულენტური დიფუზიის თეორიის წინამძღვრების გამოყენება.

[11] და [89] ნაშრომებში მოყვანილია ჰიდროდინამიკური პარამეტრების შეფასების მეთოდი, ხახუნის არაწრფივი კანონის არსებობის შემთხვევაში, რასაც ადგილი აქვს დიდი სიჩქარეების შემთხვევაში. ამ მეთოდის თანახმად აუცილებელია ინფორმაცია ხარჯისა და წნევის ცვლილების შესახებ მილსადენის გასწვრივ, დროის გარკვეულ $[t_1; t_2]$ ინტერვალში. მოდულირებული ფუნქციების გამოყენებით, მიიღება ალგებრულ განტოლებათა სისტემა იმ კოეფიციენტებისათვის, რომლებიც შედიან არასტაციონარული მოძრაობის აღმწერ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემაში. ე.ი. ფაქტიურად იხსნება შებრუნებული ამოცანა: ცნობილი რეალიზაციების მიხედვით, განისაზღვრება მოძრაობის დამახასიათებელი პარამეტრები. აქვე უნდა აღინიშნოს, რომ მოდულირებული ფუნქციების მეთოდი არ წარმოადგენს ერთადერთ მეთოდს შებრუნებული ამოცანის ამოსახსნელად. შემდგომში, მონოგრაფიაში გამოყენებული იქნება რობინს-მონროს სტოქასტიკური

აპროქსიმაციის მეთოდი, რომელსაც გააჩნია რიგი უპირატესობებისა მოდულირებულ ფუნქციების მეთოდთან შედარებით.

მე-[40]-ე ნაშრომში გაანალიზებულია ფორმულა (3.1). სამართლიანია დასკვნა, რომ გაურკვეველია როგორი რეჟიმისათვის არის განსაზღვრული λ_0 -ის სიდიდე და აღნიშნული პროცესის აღწერისათვის არასაკმარისია ერთი კრიტერიუმი. კოეფიციენტი λ , არ არის ენერგიის დისიპაციის დამახასიათებელი სიდიდე – ეს აშკარაა იმ მოძრაობებისათვის, სადაც გვაქვს მოძრაობის მიმართულების ცვლილება: ფორმულიდან გამომდინარეობს, რომ დროის გარკვეული მომენტისათვის $\lambda = 0$, ხოლო დროის გარკვეული დიაპაზონისათვის $\lambda < 0$, თუმცა დისიპაციას ყოველთვის აქვს ადგილი და თანაც იგი ყოველთვის დადებითია.

წინააღმდეგობის არასტაციონარული კოეფიციენტისათვის მიღებულია შემდეგი დამოკიდებულება:

$$\lambda = \frac{2D \left(\frac{\Delta P}{\Delta x} - \rho \frac{dV}{dt} \right)}{\rho V^2}. \quad (3.5)$$

ე.ი. ექსპერიმენტის მსვლელობისას საკმარისია გაიზომოს მხოლოდ $V(t)$, (ან $Q(t)$ და $\Delta P(t)$) და ასეთნაირად მოხსნილია კელელზე მხები ძაბვის გაზომვის საჭიროება.

ნახ.6-ზე ნაჩვენებია განხილული გამოკვლევების გრაფიკული გამოსახვა. ამ აღნიშვნებში სიდიდე Λ , წარმოადგენს ე.წ. დაყვანილ წინააღმდეგობის

კოეფიციენტს $\Lambda = \frac{\lambda}{\lambda_{kv}}$, სადაც λ_{kv} - არის წინაღობის კოეფიციენტის კვაზისტაციონარული მნიშვნელობა, გამოთვლილი სტაციონარული რეჟიმისათვის იგივე რეინოლდსის რიცხვის შემთხვევაში. საბოლოოდ Λ - სიდიდისათვის მიღებულია შემდეგი საანგარიშო ფორმულა:

$$\Lambda = \exp(-20K_1) + 20K_1 \frac{1 + K_1}{1 + 10K_1} \exp(1 + K_1), \quad (3.6)$$

სადაც

$$K_1 = \frac{D}{V} \frac{dV}{dt}; \quad (3.7)$$

$$K_2 = \frac{1}{V} \sqrt{D^2 \frac{d^2 V}{dt^2}}. \quad (3.8)$$

ტოლობა (3.8) სამართლიანია K_1 და K_2 სიდიდეების შემდეგი დიაპაზონისათვის: $0,04 < K_1 < 0,43$; $0,12 < K_2 < 0,86$. Λ სიდიდის მაქსიმალური მნიშვნელობა ექსპერიმენტის მსვლელობისას აღწევდა 20-ს, ხოლო მისი განსაზღვრის ცდომილებაა $\pm 25\%$.

[81] და [82] ნაშრომები ეხება მხოლოდ ლამინარულ მოძრაობას მილსადენებში. ასეთი მოძრაობა აღიწერება ცვლად კოეფიციენტებიანი, კერძო

წარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებით, რომლის ამონახსნები შეიცავს ბესელის ფუნქციებს და დამოკიდებულია წნევისა და სითხის ზარჯის ცვლილების კანონებზე. შემოთავაზებულია ამონახსნის ახალი მეთოდი, რომელიც განსხვავებით არსებული მეთოდებისაგან, არ მოითხოვს კვლევაში ადგილობრივი სიჩქარეების განაწილების ცოდნას. ავტორი განსაზღვრავს გადამცემ ფუნქციას $W_1(s)$, რომელიც ასახვის არეში აკუმულირებს მხებ ძაბვებსა და საშუალო სიჩქარეს. ამის შემდეგ $W_1(s)$ -ს წარმოადგენილია უსასრულო კრებადი მწკრივების შეფარდების სახით და ორიგინალების არეში დაბრუნებისას, მიიღება შემდეგი ნორმირებული დიფერენციალური განტოლება მუდმივი კოეფიციენტებით:

$$\dots + a_1 \frac{d^1 \overline{\tau_c}}{dt} + a_1 \frac{d \overline{\tau_c}}{dt} + \overline{\tau_c} = \overline{V} + b_1 \frac{d \overline{V}}{dt} + b_1 \frac{d^1 \overline{V}}{dt} + \dots \quad (3.9)$$

სადაც

$$a_n = \frac{2}{2^{2n} (n!)^2 (n+1)(n+2)}; \quad (3.10)$$

$$b_n = \frac{2}{2^{2n} (n!) (n+1)}. \quad (3.11)$$

აქ $\bar{\tau}_e$ და $\bar{V}$ - შესაბამისად არის უგანზომილებო მხები ძაბვა და საშუალო სიჩქარე არასტაციონარული მოძრაობის დროს: $\bar{V} = \frac{V r_0}{V}$; $\bar{\tau}_e = \frac{\tau_e r_0^2}{4\rho V^2}$; $\bar{t}$ -

უგანზომილებო დრო: $\bar{t} = \frac{V t}{r_0}$; r_0 - მილის რადიუსი.

განხილულ მეთოდს გააჩნია როგორც დადებითი, ასევე უარყოფითი მხარეები. ზოგად შემთხვევაში განტოლება (3.9) შეიცავს წვერთა უსასრულო რაოდენობას, მაგრამ რიგი კერძო შემთხვევების დროს (მაგალითად როდესაც საშუალო სიჩქარე იცვლება ზარისხოვანი კანონით) წვერთა რაოდენობა განტოლების მარჯვენა მხარეს სასრულია. მარცხენა მხარეს წვერთა რაოდენობა ყოველთვის უსასრულოა, მაგრამ z_0 კოეფიციენტები ძალზე ინტენსიურად მცირდება. რადგანაც ფიზიკური მოსაზრებებიდან გამომდინარე, სამართლიანია ამოცანის მდგრადობის მოთხოვნა, ამიტომ შესაძლებელია შემოვიწახვლოთ წვერთა სასრული რაოდენობით. რაც შეეხება მეთოდის სუსტ მხარეს, იგი მდგომარეობს იმაში, რომ წარმოებს მხები ძაბვის მხოლოდ კედელზე განსაზღვრა და შეუძლებელია ცოცხალ კვეთში ამ სიდიდის ცვლილების კანონის დადგენა.

ამგვარად დღეისათვის გაურკვეველი რჩება საკმაოდ ბევრი მომენტი: საკმარისია თუ არა λ -ს დასახასიათებლად სიჩქარის პირველი წარმოებული, თუ საჭიროა უფრო მაღალი რიგის წარმოებულები? როგორი უნდა იყოს λ -ს ფორმულის დასაბუთებული სტრუქტურა და მისი ასიმპტოტიკა? როგორია ყველაზე ხელსაყრელი ექსპერიმენტალური მეთოდები და ა.შ.

3.2. ფიზიკური მოსაზრებები გავსაღმენში გავის არასტაციონარული მოძრაობისას, კიდრავლიკური წინაღობის კოეფიციენტის შესახებ

არასტაციონარული ჰიდროდინამიკური პროცესები მიეკუთვნება რთულ ფიზიკურ მოვლენებს, რომელთა დროს ჰიდროდინამიკური პარამეტრები (სიჩქარეები და წნეგები) იცვლება როგორც დროში, ასევე სივრცეში.

არასტაციონარული სადაწნო მოძრაობის შესახებ არსებულ უმეტეს ნაშრომებში, ცხადად ან არაცხადად გამოიყენება კვანძისტაციონარობის პიპოთეზა: ჰიდრავლიკური წინაღობები არასტაციონარული რეჟიმებისას ემორჩილებიან იმავე კანონებს, რომლებიც არსებობენ სტაციონარული რეჟიმების დროს [83]. ჰიდრავლიკური წინაღობის კოეფიციენტის ანალიზური განსაზღვრა სტაციონარული რეჟიმის დროს შესაძლებელია მხოლოდ დინების ლამინარული რეჟიმის არსებობისას [22].

სითხის მოძრაობის ზოგიერთი განტოლება შეიცავს მხებ τ ძაბვებს მილის კედლებზე. რიგ შემთხვევებში, განსაკუთრებით სიჩქარის ან წნევის მეტად მკვეთრი, ციცაბო ფრონტებისა და არანიუტონისული სითხეების მოძრაობისას, შემჩნეულია მნიშვნელოვანი განსხვავებები ექსპერიმენტალურ და თეორიულ შედეგებს შორის.

მართლაც, მხები ძაბვა τ წარმოადგენს სითხის რეოლოგიური მახასიათებლების და ნაკადის კვეთში ადგილობრივი სიჩქარეების ფუნქციას და ამავე დროს სიჩქარეების განაწილება არასტაციონარული მოძრაობისას მნიშვნელოვნად განსხვავდება ანალოგიური განაწილებისაგან სტაციონარული

მოძრაობის დროს. ლამინარული სტაციონარული მოძრაობისათვის ეს ფაქტი თეორიულად დამტკიცებულია ი.ს. გრომეკას, პ. ლამბოსის და სხვა ავტორების მიერ [17] და ექსპერიმენტალურად დადასტურებულია ე. რიჩარდსონის და ა. ტაილერის მიერ [16].

ამავე დროს უნდა აღინიშნოს, რომ არსებობს კვაზისტაციონარობის ჰიპოთეზის დამცველი არგუმენტებიც. კერძოდ [45]-ში დადასტურებულია, რომ გადახრა ამ ჰიპოთეზიდან შეღავნდება მხოლოდ მაშინ როდესაც აჩქარების სიდიდე აღემატება 7 მ/წმ^2 -ს.

მაგისტრალური გაზსადენების ოპერატიული კონტროლის ამოცანების გადაწყვეტისას დიდი მნიშვნელობა აქვს გაზის არასტაციონარული პარამეტრებისა და ჰიდრავლიკური წინაღობის კოეფიციენტის დადგენას. გაზსადენების ექსპლუატაციისას, საწარმოო პირობებში ტექნოლოგიური გაზომვებისას, ყველა გაზომილი შედეგი შეიცავს გარკვეულ ცდომილებას. ამიტომ ნატურული მონაცემების მიხედვით განსაზღვრულ პარამეტრებსაც გააჩნიათ დიდი ცდომილება [100].

არასტაციონარული მოძრაობის ჰიდრავლიკური λ კოეფიციენტის განსაზღვრას ხშირად აწარმოებენ ექსპერიმენტალურად [26]. ამ ფაქტის ძირითად მიზეზს დღეისათვის წარმოადგენს დასრულებული და საკმაოდ დამაჯერებელი თეორიის არ არსებობა. რაც შეეხება ექსპერიმენტალურ გამოკვლევებს, აქაც ბევრი გაურკვევლობაა. სხვადასხვა ავტორების მიერ ანალოგიურ პირობებში მიღებულია სხვადასხვა შედეგები, რომლებიც ხანდახან

ერთმანეთს ეწინააღმდეგებიან. ამის ძირითადი მიზეზია ერთიანი, საყოველთაოდ მიღებული, მეცნიერულად დასაბუთებული მეთოდის არ არსებობა.

$\hat{\lambda}$ -თვის ემპირიული დამოკიდებულების გამოყვანის საკითხიც დღეისათვის ღიადაა დარჩენილი. არ არსებობს საერთო აზრი ამ დამოკიდებულების სტრუქტურის მიმართ – ერთადერთი რასაც ეთანხმება ყველა მკვლევარი მდგომარეობს შემდეგში: თუ $\hat{\lambda} = \varphi(\lambda_0, N, K)$, სადაც N და K არის სიჩქარის დროის მიხედვით პირველი და მეორე რიგის წარმოებულები, λ_0 - პიდრავლიკური წინააღობის კოეფიციენტი დამყარებული რეჟიმისას (საჭიროა თუ არა უფრო მაღალი რიგის წარმოებულების გამოყენება ჯერ-ჯერობით დაუდგენელია), მაშინ ცხადია, რომ აუცილებლად უნდა შესრულდეს პირობა $\hat{\lambda} = \varphi(\lambda_0, 0, 0) = \lambda_0$. არის აგრეთვე მოსაზრება, რომ ამ დამოკიდებულებას უნდა ჰქონდეს შემდეგი სახე: $\hat{\lambda} = \lambda_0 + \varphi_1(N, K)$ ან $\hat{\lambda} = \lambda_0 \varphi_2(N, K)$. ასევე საჭიროა აღინიშნოს, რომ არსებული ემპირიული დამოკიდებულებები $\hat{\lambda}$ -თვის სამართლიანია მხოლოდ გარკვეული დიაპაზონისათვის და არ გვაძლევს წარმოდგენას მოვლენის ასიმპტოტიკაზე, რაც ასევე არა პროგნოზირებადია. აღიარებულ ფაქტად შეიძლება მივიჩნიოთ ისიც, რომ გაზის აჩქარებული მოძრაობისას პიდრავლიკური წინააღობის კოეფიციენტი იზრდება, ხოლო შენელებისას – მცირდება.

[83]-ში ნაჩვენებია ზემოთაღნიშნული წინააღმდეგობების ერთ-ერთი მიზეზი: ბევრ შემთხვევაში, გაზომვების სირთულის გამო, გამოთვლილია

ზედაპირული ხაზუნის კოეფიციენტები, რომლებიც შემდეგ გაიგივებულია არასტაციონარული მოძრაობის ჰიდრავლიკური წინაღობის კოეფიციენტთან, რაც სამართლიანია მხოლოდ სტაციონარული რეჟიმის დროს.

3.3. შებრუნებული ამოცანის ამოხსნა სტოქასტიკური აპროქსიმაციის მეთოდით

განვიხილოთ არასტაციონარული მოძრაობის პარამეტრების განსაზღვრა სტოქასტიკური აპროქსიმაციის მეთოდის გამოყენებით [18,30,71]. გაანგარიშების პროცედურა განვიხილოთ როგორც შემთხვევითი ცდომილებებისაგან თავისუფალი თანდათანობითი მიახლოების მეთოდი, შემთხვევითი შემადგენლის ზედღებით.

განსხვავებით [64]-გან, სადაც ანალოგიური ამოცანა ამოხსნილია $V \frac{\partial V}{\partial x}$

და $V \frac{\partial P}{\partial x}$ ლოკალური წვერების უგულვებელყოფის შემთხვევაში,

გავითვალისწინოთ ეს წვერები და დავეყრდნოთ ადრე განხილულ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას, რომელიც აღწერს სითხის დაუმყარებელ მოძრაობას მილსადენებში [98]:

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial x} + \rho V \frac{\partial V}{\partial x} + \rho \frac{\partial V}{\partial t} + 2a\rho V = 0; \\ \frac{\partial P}{\partial t} + c^2 \rho \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial P}{\partial x} = 0. \end{cases} \quad (3.12)$$

ჩაეწეროთ (3.12) სასრულ სხვაობებში:

$$\begin{cases} \frac{P_{i+1,j} - P_{i-1,j}}{2\Delta x} + \rho V_{i,j} \frac{V_{i+1,j} - V_{i-1,j}}{2\Delta x} + \rho \frac{V_{i,j+1} - V_{i,j-1}}{2\Delta t} + X_1 \rho V_{i,j} = 0; \\ \frac{P_{i,j+1} - P_{i,j-1}}{2\Delta t} + X_2 \rho \frac{V_{i+1,j} - V_{i-1,j}}{2\Delta x} + V_{i,j} \frac{P_{i+1,j} - P_{i-1,j}}{2\Delta x} = 0. \end{cases} \quad (3.13)$$

ანდა

$$\begin{cases} A_{ij} + B_{ij} X_1 = 0; \\ C_{ij} + F_{ij} X_2 = 0. \end{cases} \quad (3.14)$$

სადაც, (3.14)-ში შემავალი სიდიდეები, (3.13) – ის შესაბამისად განსაზღვრულია შემდეგნაირად:

$$\begin{cases} A_{ij} = \frac{P_{i+1,j} - P_{i-1,j}}{2\Delta x} + \rho V_{i,j} \frac{V_{i+1,j} - V_{i-1,j}}{2\Delta x} + \rho \frac{V_{i,j+1} - V_{i,j-1}}{2\Delta t}; \\ B_{ij} = \rho V_{i,j}; \\ C_{ij} = \frac{P_{i,j+1} - P_{i,j-1}}{2\Delta t} + V_{i,j} \frac{P_{i+1,j} - P_{i-1,j}}{2\Delta x}; \\ F_{ij} = \rho \frac{V_{i+1,j} - V_{i-1,j}}{2\Delta x}; \\ X_1 = 2a; \\ X_2 = c^2. \end{cases} \quad (3.15)$$

ამგვარად ამოცანა დაყვანილია X_1 და X_2 -ის განსაზღვრაზე იმ შემთხვევაში, როდესაც ცნობილია საშუალო სიჩქარეები და წნევები

მილსაღენის სიგრძის გასწვრივ, ღროის სხვადასხვა მომენტებში გაზომვების შედეგად. ასეთი ამოცანებისათვის სტოქასტიკური აპროქსიმაციის პროცედურა დაიყვანება რობინს-მონროს [18] რეკურენტულ პროცედურაზე:

$$\bar{X}(T+1) = \bar{X}(T) - \gamma(T) R^1[\bar{X}(T)] \quad (3.16)$$

აქ $\bar{X}(T)$ არის ვექტორი კოორდინატებით X_1 და X_2 ; T - ბიჯის ნომერი; $\gamma(T)$ - რიცხვითი მწკრივი, რომელიც აკმაყოფილებს შემდეგ პირობებს:

$$\sum_{T=1}^{\infty} \gamma(T) = \infty; \quad \sum_{T=1}^{\infty} [\gamma(T)]^2 < \infty. \quad (3.17)$$

$R[\bar{X}(T)] - \bar{X}$ ვექტორის ღროში მონოტონურად კლებადი ფუნქცია.

ოპტიმიზაციის კრიტერიუმად მივიჩნიოთ დანაკარგების ფუნქციები

შემდეგი სახით:

$$\begin{cases} I_1 = \sum_{i,j} [A_{ij} + B_{ij} X_1]^2; \\ I_2 = \sum_{i,j} [C_{ij} + F_{ij} X_1]^2. \end{cases} \quad (3.18)$$

ჩავთვალოთ, რომ

$$\begin{cases} P_{ij} = P_{ij}^T + \varepsilon_{ij}; \\ V_{ij} = V_{ij}^T + O_{ij}. \end{cases} \quad (3.19)$$

სადაც P_{ij}^T და V_{ij}^T - არის წნევისა და სიჩქარის უცნობი კვადრატული მნიშვნელობები i -ურ წერტილში და j დროის მომენტში; P_{ij} და V_{ij} - წნევისა და სიჩქარის გაზომილი მნიშვნელობები; ε_{ij} და O_{ij} - შემთხვევითი ცდომილებებია.

მიღებულია, რომ სხვადასხვა x_i წერტილებში და დროის t_j სხვადასხვა მომენტებში, ცდომილებები წარმოადგენენ შემთხვევით დამოუკიდებელ სიდიდეებს ნულოვანი მათემატიკური მოლოდინით და გარკვეულ რიგამდე თანაბრად შემოსაზღვრული ცენტრალური მომენტებით.

შეიძლება დამტკიცება [64], რომ უშუალოდ (3.18)-დან განსაზღვრული X_1 -ის და X_2 -ის მნიშვნელობები, იმ შემთხვევაში როდესაც P და V -ს ზუსტი მნიშვნელობები შეცვლილია გაზომილი მნიშვნელობებით - არის წანაცვლებული, ამიტომ (3.13)-ს უნდა მიეუსადაგოდ სტოქასტიკური აპროქსიმაციის მეთოდი, კერძოდ რობინს-შონროს მეთოდი [7]. გამოთქმული მოსაზრების გათვალისწინებით მივიღებთ:

$$\begin{cases} A_{ij} = A_{ij}^T + E_1; & B_{ij} = B_{ij}^T + E_2; \\ C_{ij} = C_{ij}^T + E_3; & F_{ij} = F_{ij}^T + E_4. \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{aligned} A_{ij}^T &= \frac{P_{i+1,j}^T - P_{i-1,j}^T}{2\Delta x} + \rho V_{i,j}^T \frac{V_{i+1,j}^T - V_{i-1,j}^T}{2\Delta x} + \rho \frac{V_{i,j+1}^T - V_{i,j-1}^T}{2\Delta t} \\ C_{ij}^T &= \frac{P_{i,j+1}^T - P_{i,j-1}^T}{2\Delta t} + V_{i,j}^T \frac{P_{i+1,j}^T - P_{i-1,j}^T}{2\Delta x}; \\ F_{ij}^T &= \rho \frac{V_{i+1,j}^T - V_{i-1,j}^T}{2\Delta x}; \\ B_{ij}^T &= \rho V_{i,j}^T. \end{aligned} \right. \quad (3.20)$$

$$\left\{ \begin{aligned} E_1 &= \frac{\varepsilon_{i+1,j} - \varepsilon_{i-1,j}}{2\Delta x} + \rho V_{i,j}^T \frac{O_{i+1,j} - O_{i-1,j}}{2\Delta x} + \rho O_{i,j} \frac{V_{i+1,j}^T - V_{i-1,j}^T}{2\Delta x} + \rho \frac{O_{i,j+1} - O_{i,j-1}}{2\Delta t}; \\ E_2 &= \frac{\varepsilon_{i,j+1} - \varepsilon_{i,j-1}}{2\Delta t} + V_{i,j}^T \frac{\varepsilon_{i+1,j} - \varepsilon_{i-1,j}}{2\Delta x} + O_{i,j} \frac{P_{i+1,j}^T - P_{i-1,j}^T}{2\Delta x}; \\ E_3 &= \rho \frac{O_{i+1,j} - O_{i-1,j}}{2\Delta x}; \\ E_4 &= \rho O_{i,j}. \end{aligned} \right. \quad (3.21)$$

დანაკარგების ფუნქციების მინიმუმის განსაზღვრისათვის აუცილებელია

განისაზღვროს წარმოებულები $\partial I_1 / \partial X_1$ და $\partial I_2 / \partial X_2$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_1}{\partial X_1} &= 2 \sum_{i,j} B_{ij} (A_{ij} + B_{ij} X_1) = 2 \sum_{i,j} (B_{ij}^T + E_2) + [(A_{ij}^T + E_1) + (B_{ij}^T + E_2) X_1] = \\ &= 2 \sum_{i,j} [A_{ij}^T B_{ij}^T + E_2 A_{ij}^T + E_1 B_{ij}^T + E_1 E_2 + (B_{ij}^T)^2 + 2 B_{ij}^T E_2 X_1 + E_2^2 X_1]; \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial I_2}{\partial X_2} = 2 \sum_{i,j} F_{ij} (C_{ij} + F_{ij} X_2) = 2 \sum_{i,j} (F_{ij}^T + E_4) [(C_{ij}^T + E_3) + (F_{ij}^T + E_4) X_2] =$$

$$= 2 \sum_{i,j} \left[F_{ij}^T C_{ij}^T + E_j F_{ij}^T + E_i C_{ij}^T + E_j E_i + (F_{ij}^T)^2 X_i + 2 E_i F_{ij}^T X_i + E_i^2 X_i \right]. \quad (3.23)$$

ჩატარებულ გასაშუალოება, იმის გათვალისწინებით, რომ მათემატიკური მოლოდინები ტოლია:

$$\begin{cases} M\{e\} = M\{o\} = 0; \\ M\{E_i\} = M\{E_1\} = M\{E_2\} = M\{E_4\} = 0; \\ M\{E_{ij}^2\} = \sigma_e^2; \\ M\{O_{ij}^2\} = \sigma_v^2. \end{cases} \quad (3.24)$$

რადგანაც

$$\begin{cases} M\{E_i E_1\} = \frac{\rho^2 \sigma_v^2}{2 \Delta x} (V_{i+1,j}^T - V_{i-1,j}^T); \\ M\{E_1^2\} = \rho^2 \sigma_v^2; \\ M\{E_i E_4\} = 0; \\ M\{E_i^2\} = \frac{\rho^2 \sigma_v^2}{2 \Delta x^2}. \end{cases} \quad (3.25)$$

ამიტომ თუ აღვნიშნავთ:

$$\left(\frac{\partial I}{\partial X_i} \right)^T = 2 \sum_{i,j} \left[A_{ij}^T B_{ij}^T + (B_{ij}^T)^2 X_i \right]. \quad (3.26)$$

$$\left(\frac{\partial I_1}{\partial X_1}\right)^T = 2 \sum_{i,j} \left[F_{ij}^T C_{ij}^T + (F_{ij}^T)^T X_1 \right]. \quad (3.27)$$

$$\Delta \left(\frac{\partial I_1}{\partial X_1} \right) = 2 \rho^2 \sigma_v^2 X_1 + 2 \sum_{i,j} \frac{\rho^2 \sigma_v^2}{2 \Delta x} (v_{i+1,j}^T - v_{i-1,j}^T) \quad (3.28)$$

$$\Delta \left(\frac{\partial I_1}{\partial X_1} \right) = \frac{\rho^2 \sigma_v^2}{\Delta x^2}. \quad (3.29)$$

საბოლოოდ მივიღებთ:

$$\begin{cases} M \left\{ \frac{\partial I_1}{\partial X_1} \right\} = \left(\frac{\partial I_1}{\partial X_1} \right)^T + \Delta \left(\frac{\partial I_1}{\partial X_1} \right); \\ M \left\{ \frac{\partial I_2}{\partial X_2} \right\} = \left(\frac{\partial I_2}{\partial X_2} \right)^T + \Delta \left(\frac{\partial I_2}{\partial X_2} \right). \end{cases} \quad (3.30)$$

ამიტომ R -ის მნიშვნელობები რობინს-მონროს პროცედურაში ტოლი

იქნება:

$$\begin{cases} R(X_1) = M \left\{ \frac{\partial I_1}{\partial X_1} \right\} - \Delta \left(\frac{\partial I_1}{\partial X_1} \right); \\ R(X_2) = M \left\{ \frac{\partial I_2}{\partial X_2} \right\} - \Delta \left(\frac{\partial I_2}{\partial X_2} \right). \end{cases} \quad (3.31)$$

ამგვარად მიღებულია ყველა წინამძღვრები რობინს-მონროს პროცედურის კრებადობისათვის და (3.20)-დან $2n$ და c^1 კოეფიციენტების განსაზღვრისათვის.

3.4. სპლაინ-ფუნქციებით აპროქსიმაციის გამოყენება რობინს-მონროს მეთოდში

პრაქტიკულად 3.3-ში განხილული მეთოდით მიღებული შედეგები არ გამოირჩევიან მისაღები სიზუსტით, რაც განპირობებულია შემდეგი ფაქტორებით: წნევის და სიჩქარის რეალური გაზომვისას ექსპლუატაციაში მყოფ მილსადენში (და ლაბორატორიულ პირობებშიც კი), მილის საკმაოდ დიდი სიგრძის გამო, ბიჯი კვეთებს შორის, სადაც წარმოებს გაზომვა, მეტად დიდია. ამას შეაქვს საკმაოდ დიდი ცდომილება სასრულ სქემაში. გაანგარიშების სიზუსტის გაზრდისათვის, ჩვენს მიერ შემოთავაზებულია საკვანძო წერტილებში გაზომილი წნევის მნიშვნელობების აპროქსიმაცია სპლაინ – ფუნქციების საშუალებით [44,49,53,60,69].

კუბური სპლაინ – ფუნქცია [14] წარმოადგენს სპლაინის კერძო შემთხვევას. სპლაინები, ეს არის ფუნქციები, რომლებიც “შეწყებულა” ერთმანეთთან მრავალწევრების “მონაკვეთებისაგან”. უფრო სწორედ, ფუნქცია $S(x)$ -ს, რომელიც განსაზღვრულია და უწყვეტია მონაკვეთზე $[x_1; x_2]$, ეწოდება m რიგის პოლინომიალური სპლაინი ($m = 1, 2, \dots, n$) კვანძებით x_i ($i = 1, 2, \dots, n$; $x_1 < x_2 < \dots < x_n$), თუ თვითნებულ სეგმენტზე

$[x_1; x_2], \dots, [x_{n-1}; x_n]$, $S(x)$ წარმოადგენს ალგებრულ პოლინომს, რომლის რიგი არ აღემატება m -ს, ხოლო თვითეულ x_i წერტილში წარმოებულს $S^{(v)}(x)$ ($1 \leq v \leq m$) შეიძლება გააჩნდეს წყვეტა.

თუ სპლაინს წარმოვიდგენთ $S(x)$ -ით, მაშინ მცირე დახრებისას მეორე წარმოებული $S''(x)$ დაახლოებით ტოლია სიმრუდისა, ხოლო რკალის დიფერენციალი შეიძლება მიახლოებით შევცვალოთ dx -ით. ამიტომ ამგვარი "ლინეარიზებული" სპლაინის ენერგია პროპორციულია ინტეგრალის $\int [S''(x)]^2 dx$. თუ მოცემულია კვანძები $(x_1; y_1), \dots, (x_n; y_n)$, მაშინ ლინეარიზებული სპლაინი $S(x)$ არის ისეთი ფუნქცია, რომლისთვისაც $S(x_i) = y_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$) და თანაც ინტეგრალს $\int_1^n [S''(x)]^2 dx$ გააჩნია მინიმალური მნიშვნელობა [15, 60].

როგორც $S(x)$, ასევე $S'(x)$ უწყვეტია $[x_0; x_{n+1}]$ ინტერვალზე. კუბურ სპლაინ-ფუნქციას, რომელიც აკმაყოფილებს პირობას $S'(x_1) = \dots = S'(x_n) = 0$, ეწოდება ბუნებრივი კუბური სპლაინი.

კუბური სპლაინის აგება წარმოებს შემდეგნაირად: განვიხილოთ ქვეინტერვალი $[x_i; x_{i+1}]$ და ჩავთვალოთ:

$$h = x_{i+1} - x_i; \quad w = \frac{x - x_i}{h}; \quad \bar{w} = 1 - w. \quad (3.32)$$

ცხადია, რომ როდესაც x გაივლის ამ ქვეინტერვალის მნიშვნელობებს, მაშინ w იცვლება 0-დან 1-მდე, ხოლო $\bar{w}$ - 1-დან 0-მდე. ასეთ შემთხვევაში საპლანინი შეიძლება წარმოვადგინოთ შემდეგნაირად:

$$S(x) = w y_{i+1} + \bar{w} y_i + h_i \left[(w' - \bar{w}) \sigma_{i+1} + (\bar{w}' - w) \sigma_i \right] \quad (3.33)$$

სადაც σ_i და σ_{i+1} არის მუდმივები, რომელთა განსაზღვრა შესაძლებელია [18]-ში მოყვანილი მეთოდის შესაბამისად.

გაანგარიშების შემდგომი მსვლელობა მდგომარეობს შემდეგში: დისკრეტული მონაცემების დიდი რაოდენობა იყოფა ბლოკ-მატრიცებზე შემდეგნაირად - ვთქვათ მონაცემთა რაოდენობა x ღერძის გასწვრივ ტოლია M_1 -ის, ხოლო t -ღერძის გასწვრივ M_2 -ის. ვირჩევთ პირველ ბლოკს, რომელიც წარმოადგენს მატრიცას R სტრიქონით და K სვეტით $\left(K = \frac{M_1}{M}; R = \frac{M_2}{N} \right)$, ხოლო M -ს და N -ს ვირჩევთ ისეთნაირად, რომ ბლოკ-მატრიცას შეესაბამებოდეს მცირე დრო და მილსადენის მოკლე უბანი. ამგვარად ბლოკ-მატრიცების რაოდენობა ტოლი იქნება MN -ის (ცხრილი 1).

თვითმუდული ბლოკისათვის ვიყენებთ სტოქასტიკური აპროქსიმაციის პროცედურას რობინს-მონროს მეთოდით. გაანგარიშების შედეგად ვღებულობთ გასაშუალოებული ჰიდრაულიკური წინაღობის კოეფიციენტის მნიშვნელობას

ცხრილი 1

$P_{1,1}$	$P_{1,2}$	$\ast \ast \ast$	$P_{1,K}$	$P_{1,K+1}$	$P_{1,K+2}$	$\ast \ast \ast$	$P_{1,2K}$	$\ast \ast \ast$	$P_{1,(M-2)K}$	$\ast$	P_{1,M_1}
$P_{2,1}$	$P_{2,2}$	$\ast \ast \ast$	$P_{2,K}$	$P_{2,K+1}$	$P_{2,K+2}$	$\ast \ast \ast$	$P_{2,2K}$	$\ast \ast \ast$	$\ast \ast \ast$	$\ast$	$\ast$
$\ast$	$\ast$	$\ast \ast \ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast \ast \ast$	$\ast \ast \ast$	$\ast \ast \ast$	$\ast \ast \ast$	$\ast$	$\ast$
$P_{R,1}$	$P_{R,2}$	$\ast \ast \ast$	$P_{R,K}$	$P_{R,K+1}$	$P_{R,K+2}$	$\ast$	$P_{R,2K}$	$\ast \ast \ast$	$P_{R,(M-1)K}$	$\ast$	P_{R,M_1}
$P_{(R+1),1}$	$P_{(R+1),2}$	$\ast \ast \ast$	$P_{(R+1),K}$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast \ast \ast$	$\ast \ast \ast$	$\ast$	$\ast$
$P_{R+2,1}$	$P_{(R+2),2}$	$\ast \ast \ast$	$P_{(R+2),K}$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast \ast \ast$	$\ast \ast \ast$	$\ast$	$\ast$
$\ast$	$\ast$	$\ast \ast \ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast \ast \ast$	$\ast \ast \ast$	$\ast$	$\ast$
$P_{3R,1}$	$P_{3R,2}$	$\ast \ast \ast$	$P_{3R,K}$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast \ast \ast$	$\ast \ast \ast$	$\ast$	$\ast$
$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast \ast \ast$	$\ast \ast \ast$	$\ast$	$\ast$
$P_{(N-1)R,1}$	$P_{(N-1)R,2}$	$\ast \ast \ast$	$P_{(N-1)R,K}$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast \ast \ast$	$P_{(N-1)R,(M-1)K}$	$\ast$	$P_{(N-1)R,M_1}$
$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast \ast \ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast$
$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast \ast \ast$	$\ast \ast \ast$	$\ast$	$\ast$
$P_{N,1}$	$P_{N,2}$	$\ast \ast \ast$	$P_{N,K}$	$\ast \ast \ast$	$\ast \ast \ast$	$\ast \ast \ast$	$\ast \ast \ast$	$\ast \ast \ast$	$P_{N,M-1}$	$\ast$	P_{N,M_1}

თეითეული მატრიცისათვის (ცხრილი 2), რომელიც მოიცავს დროის და მილსადენის სიგრძის მცირე ინტერვალს [3,4,65].

ცხრილი 2

გასაშუალოება ბლოკ-მატრიცების მიხედვით

$\hat{\lambda}_{11}$	$\hat{\lambda}_{12}$	• • • • •	$\hat{\lambda}_{1M}$
• • •	• • •	• • • • •	• • •
• • •	• • •	• • • • •	• • •
$\hat{\lambda}_{N1}$	$\hat{\lambda}_{N2}$	• • • • •	$\hat{\lambda}_{MN}$

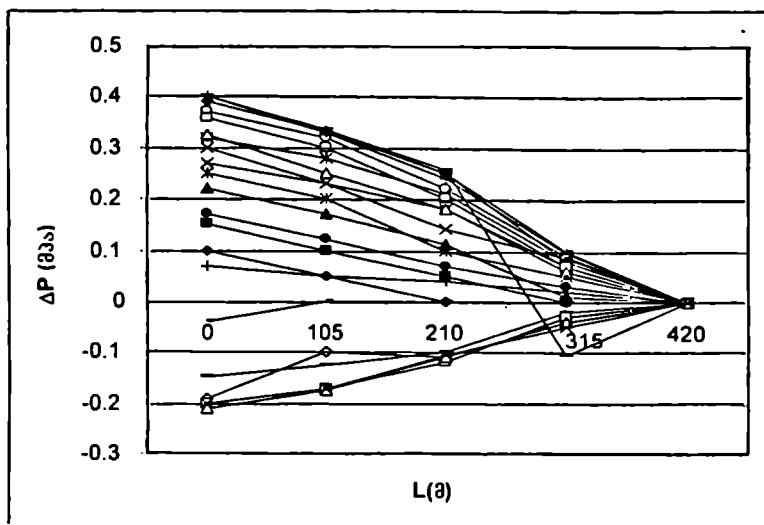
ამ ცხრილის მიხედვით და სპლაინ-ფუნქციების გამოყენებით შეიძლება ავაგოთ $\hat{\lambda} = \phi(x, t)$ დამოკიდებულების ზედაპირი [29,96]. სტრიქონების მიხედვით აგებული დამოკიდებულება $\hat{\lambda} = \phi_i(x)$ გვაძლევს ფუნქციას დროის ფიქსირებული მომენტისათვის, ხოლო $\hat{\lambda} = \phi_i(x)$ აგებული სვეტების მიხედვით იძლევა ფუნქციას მილსადენის გარკვეული კვეთისათვის.

თუ პროცესის რეალიზაცია დროის მიხედვით მიღებულია არა დისკრეტული მონაცემების სახით, არამედ მონოტონური ფუნქციით, მაშინ სპლაინ-ფუნქციებით აპროქსიმაცია წარმოებს მხოლოდ x მიმართულების მიხედვით.

გაანგარიშების შემოთავაზებული მეთოდით მარტივად ექვემდებარება კომპიუტერიზაციას და იძლევა პიდრავლიკური წინააღობის კოეფიციენტის ზუსტ მნიშვნელობებს, სხვა არსებულ მეთოდებთან შედარებით. მეთოდის

გამოყენებისას არ არის საჭირო რთული გაზომვები მილსადენის პრაქტიკულ კვლევაში.

მაგალითისათვის განვიხილოთ ნახ.7-ზე წარმოდგენილი არაპირდაპირი ჰიდრავლიკური დარტყმის ქრონოგრამა, რომელიც შეესაბამება ექსპერიმენტულ მილსადენს, რომლის აღწერა მოცემულია [7]-ში.



ნახ. 7. არაპირდაპირი ჰიდრავლიკური დარტყმის ქრონოგრამა

როგორც ნახაზიდან ჩანს, ჰიდრავლიკური დარტყმის ფარდობითი ორდინატების მაქსიმალური მნიშვნელობა (ე.ი. დარტყმის სიდიდის შეფარდება სტატიკურ დაწნევასთან) აღწევს 0,402-ს და შეესაბამება მე-9 ნახევარფაზას. მე-20 ნახევარფაზის შესაბამის დროის მომენტში, წარმოიქმნება ვაკუუმი,

რომელიც შემდგომში განაპირობებს წნევის სიდიდეს ამ კვანძში და გავლენას ახდენს დიაგრამის შემდგომ მსვლელობაზე [84].

ცხრილ 3-ში მოყვანილია წნევის ფარდობითი მნიშვნელობები, რომლებიც გაზომილია მილსადენის ხუთ საკვანძო წერტილში $\Delta x=105$ მ და $\Delta t = \tau/2 = 0,325$ წმ ინტერვალებით (ცხრილის სტრიქონები შეესაბამებიან ბიჯს i , ზოლო ვერტიკალური j -ს).

ცხრილი 3

ჰიდრაულიკური დარტყმის ΔP_y ფარდობითი ორდინატების მნიშვნელობები

0,402	0,337	0,25	0,1	0
0	0	0	0	0
0,04	0	0	0	0
0,1	0,05	0	0	0
0,15	0,1	0,05	0	0
0,22	0,17	0,11	0,01	0
0,27	0,23	0,18	0,07	0
0,32	0,28	0,21	0,08	0
0,37	0,32	0,22	0,09	0
0,402	0,33	0,24	0,095	0
0,402	0,335	0,255	0,105	0
0,39	0,332	0,25	0,08	0
0,36	0,3	0,2	0,07	0
0,325	0,25	0,18	0,06	0
0,3	0,23	0,14	9,085	0
0,25	0,2	0,1	0,05	0
0,17	0,12	0,07	0,03	0

0,07	0,05	0,04	0,02	0
0,02	0,01	0	0	0
-0,04	0	0	0	0
-0,15	-0,125	-0,1	-0,02	0
-0,19	-0,0,1	-0,11	-0,04	0
-0,2	-0,0,17	-0,12	-0,03	0
-0,21	-0,175	-0,11	-0,04	0
-0,2	-0,17	-0,105	-0,05	0

ამგვარად ΔP_{ij} -ს მნიშვნელობები ტოლია 125-ის. მოყვანილი მეთოდის გამოყენებით ΔP_{ij} -ს რაოდენობა იზრდება 25-ჯერ და აღწევს 3125-ს, ხოლო $\hat{\lambda}$ -ს მნიშვნელობა ტოლია 0,01543-ის. ცხადია, რომ ზუსტი გაანგარიშების შემთხვევაში შესაძლებელია $\hat{\lambda} = \hat{\lambda}(x, t)$ ზედაპირის აგება.

თავი 4. მაგისტრალური გაზსადენების კიდრავლიკური გამოცდა როგორც არასტაციონარული პროცესი

4.1. ზოგადი ცნებები მაგისტრალური გაზსადენების კიდრავლიკური გამოცდის შესახებ

მაგისტრალური გაზსადენების ექსპლუატაციის საიმედოობა დამოკიდებულია პროექტირებისა და მშენებლობის ეტაპებზე ჩადებული საიმედოობის დონეზე. აგრეთვე გაზსადენის სხვადასხვა ობიექტების ტექნიკური მომსახურების და რემონტების რაციონალურ ორგანიზაციაზე. საიმედოობის საკმარისი დონე შენარჩუნებული უნდა იყოს ექსპლუატაციის პროცესშიც.

განსაზღვრის შესაბამისად მაგისტრალური გაზსადენების საიმედოობა არის ობიექტის თვისება შეინარჩუნოს დროში, გაზის დადგენილი მოცულობის მომხმარებლამდე ტრანსპორტირების რეჟიმი. ამ დროს საექსპლუატაციო მახასიათებლები (ეკონომიკურობა, რენტაბელობა და ა.შ.) უნდა იყოს ნორმებით განსაზღვრულ დიაპაზონში.

მაგისტრალური გაზსადენების საიმედოობა უნდა განიხილებოდეს კავშირში ექსპლუატაციის პირობებთან. საჭიროა გამოიყოს მაგისტრალური გაზსადენების ზანგამძლეობა, ანუ სისტემის თვისება არ დაუშვას მტყუნებების განვითარება იმ მდგომარეობამდე, რომელსაც მიყავს გაზსადენი სრულ გაჩერებამდე.

მაგისტრალური გაზსადენების მშენებლობისას, ჰიდრაულიკური გამოცდის პარამეტრები და პროცედურები რეგლამენტირებულია შესაბამისი სამშენებლო ნორმებით, წესებით და ინსტრუქციებით [10,92,93].

ასევე რეგლამენტირებულია ექსპლუატაციაში მყოფი (მოქმედი) მაგისტრალური გაზსადენების პერიოდული ჰიდრაულიკური გამოცდის პარამეტრები [86,87]. ამ გაზსადენების დამახასიათებელი განსაკუთრებულობა მდგომარეობს იმაში, რომ მათი სახაზო ნაწილი მუშაობს მცირეცეცხლური დატვირთვით, რაც იწვევს მილის ლითონის დაღლილობას და შესაბამისად სიმტკიცის ზღვარის შემცირებას. ამასთანავე მილის დეფექტების ადგილებში ძაბვის კონცენტრატორების არსებობა, გარკვეული ნამუშევრის შემდეგ იწვევს მტყუნებებს.

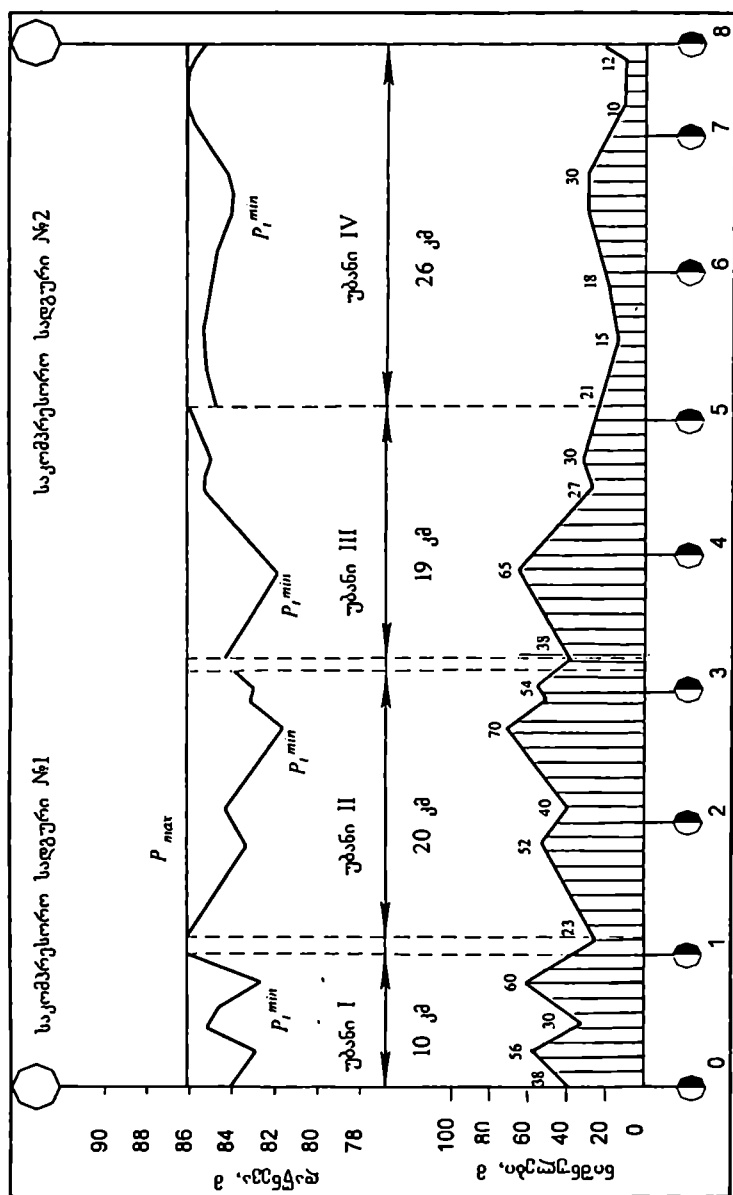
გამოცდა, როგორც ექსპერიმენტი, ფაქტიურად არის ერთადერთი სარწმუნო წყარო მაგისტრალური გაზსადენების საიმედოობის დონის რეალური შეფასებისათვის. გაანგარიშება ირიბი ინფორმაციის საფუძველზე გვაძლევს მხოლოდ მიახლოებით წარმოდგენას ამ დონის შესახებ. მხოლოდ ექსპერიმენტის მონაცემები იძლევიან საფუძველს დადგინდეს შეესაბამება თუ არა მაგისტრალური გაზსადენის ობიექტები საიმედოობის მოცემულ მოთხოვნებს.

ამგვარად საიმედოობის ექსპერიმენტალური შეფასება წარმოადგენს ძირითად განმსაზღვრელ ფაქტორს მაგისტრალური გაზსადენების ობიექტების ხარისხის ამაღლებისათვის [9,25,26,42].

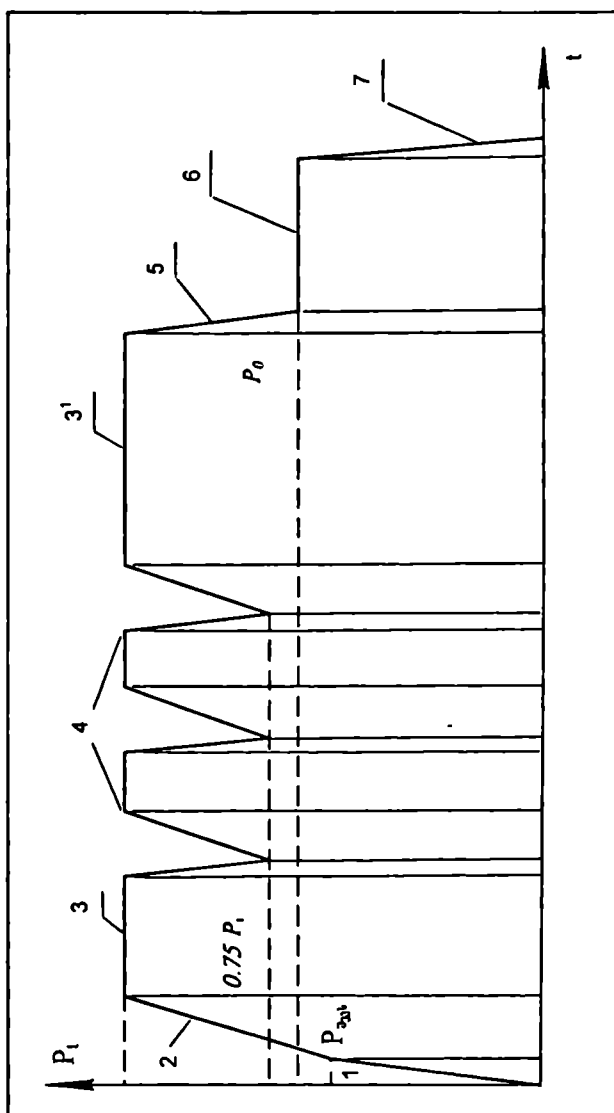
თანამედროვე ეტაპზე მაგისტრალური გაზსადენების (როგორც მშენებარე, ასევე ექსპლუატაციაში მყოფი) მაღალი საიმედოობის უზრუნველყოფის ერთერთი მიმართულებაა მისი სახაზო ნაწილის ჰიდრავლიკური გამოცდის ახალი მეთოდების შემუშავება, ან არსებული მეთოდების გადამუშავება და მათი პრაქტიკაში დანერგვა.

მაგისტრალური გაზსადენების მშენებლობის დამთავრების შემდეგ, ის აუცილებლად უნდა გამოიცადოს წნევით სიმტკიცეზე და პერმეტულობაზე. ექსპლუატაციაში მყოფ გაზსადენებს აგრეთვე პერიოდულად უტარდებათ ტესტირება სიმტკიცეზე და პერმეტულობაზე. ჰიდრავლიკური გამოცდების პარამეტრების დანიშვნის და მათი ჩატარების პროცედურები რეგლამენტირებულია ამა თუ იმ ქვეყანაში მოქმედი სტანდარტებით (ნორმები და წესები). აღსანიშნავია, რომ არსებობს გარკვეული განსხვავებები სხვადასხვა ქვეყნებში მოქმედ ნორმებსა და წესებს შორის [86,87,92,93].

გამოცდის პირობებისა და ძირითადი პარამეტრების განსაზღვრის შემდეგ, შემუშავებული უნდა იყოს გამოცდის ტექნოლოგიური სქემა, რომელზედაც დატანილია: ტრასის პროფილი; გამოსაცდელი წნევების ეპიურა გაზსადენის სიგრძის გასწვრივ; გამოსაცდელი უბნების საზღვრები და მათი გამოცდის თანმიმდევრობა; საკომპრესორო სადგურების განლაგება და სხვა. ერთ-ერთი ასეთი ტიპიური ჰიდრავლიკური გამოცდის ტექნოლოგიური სქემა ნაჩვენებია ნახ. 8-ზე.



ნან.8. გაზსადენის უბნის ჰიდრაულიკური გამოცდის ტექნოლოგიური სქემა



ნახ.9. გავზიდვის უბნის პიდრეკულიკური გამოცდის ჩატარების გრაფიკი

გამოცდის მკაცრი რეჟიმის შექმნისათვის, როგორც წესი გამოცდას ატარებენ ციკლური დატვირთვით, P_1 -დან $0,75P_1$ -მდე (P_1 - გამოცდის წნევა), წნევის დაწვეის რამოდენიმე ციკლით (არანაკლები სამისა).

გამოცდის საერთო დრო, რომლის განმავლობაში გაზსადენის უბანი იმყოფება გამოსაცელი წნევის ქვეშ (წნევის დაწვეისა და აღდგენის ციკლების დროის განმავლობაში), არანაკლებ 24 საათისაა. დრო, გამოსაცელი წნევის ქვეშ, წნევის პირველი დაწვეის ციკლამდე, არანაკლებ 6 საათისაა, ხოლო წნევის დაწვეის ციკლებს შორის – არანაკლებ 3 საათისა. ბოლო გამოვლენილი დეფექტის შემდეგ, გაზსადენის უბანი უნდა იმყოფებოდეს გამოსაცელი წნევის ქვეშ არანაკლებ 3 საათისა. გაზსადენის ჰიდრავლიკური გამოცდის ჩატარების ტიპური გრაფიკი ნაჩვენებია ნახ.9-ზე.

გაზსადენის ჰიდრავლიკური გამოცდებისათვის, გამოსაცელ გარემოდ, როგორც წესი, გამოიყენება წყალი. ჰერმეტიულობაზე შემოწმება უნდა წარმოებდეს არანაკლებ 12 საათისა.

4.2. გაზსადენის უბანის ჰიდრავლიკური გამოცდა, საფუძის კვანძში ფენების ნახტომისებრი მომართვის შემთხვევაში

სხვადასხვა ქვეყნების ნორმატიულ დოკუმენტაციაში, რომლებიც ეძღვნება მაგისტრალური გაზსადენების ჰიდრავლიკურ გამოცდას, არ არის განხილული რამოდენიმე კერძო შემთხვევა. ამიტომ მიზნად დავისახოთ ამ შემთხვევების გამოკვლევა.

განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც გამოსაცდელი უბნის საწყის კვეთში წნევა იზრდება მყისიერად P_{II} -დან P_K -მდე ($\Delta P = P_{II} - P_K$). საწყის და სასაზღვრო პირობებს ამ შემთხვევაში ექნება შემდეგი სახე [62]:

$$\begin{cases} P(x, t)|_{x=0} = P(x, 0) = P_{II}; \\ \frac{\partial P(x, t)}{\partial x}|_{x=L} = \frac{\partial P(L, t)}{\partial x} = 0; \\ P(x, t)|_{x=0} = P(0, t) = P_{II} + \Delta P = P_K. \end{cases} \quad (4.1)$$

განსახილველი მოვლენა აღიწერება შემდეგი განტოლებით:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{K}{c^2} \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (4.2)$$

ან თუ აღვნიშნავთ $a = \frac{K}{c^2}$, მაშინ

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = a \frac{\partial P}{\partial t}. \quad (4.3)$$

ექვემოთ (4.3) განტოლების ამონახსნი (4.1) საწყისი და სასაზღვრო პირობების შემთხვევაში შემდეგი მწკრივის სახით [6,79]:

$$P(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(t) \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L}, \quad (4.4)$$

სადაც

$$P_n(t) = \frac{2}{L} \int_0^L P(x, t) \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx. \quad (4.5)$$

გავამრავლოთ განტოლება (4.3), $\frac{2}{L} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L}$ -ზე და ვაინტეგრროთ 0-

დან L-მდე. მივიღებთ:

$$\frac{2}{L} \int_0^L \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx = a \frac{2}{L} \int_0^L \frac{\partial P}{\partial t} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx. \quad (4.6)$$

ინტეგრალების გამოსათუღელად გამოვიყენოთ ნაწილობრივი ინტეგრების ფორმულა:

$$\int_0^L V dU = UV \Big|_0^L - \int_0^L U dV \quad (4.7)$$

მაშინ გვექნება:

$$\begin{cases} V = \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L}; & dU = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} dx; \\ dV = \frac{(2n+1)\pi}{2L} \cos \frac{(2n+1)\pi x}{2L}; & U = \frac{\partial P}{\partial x}. \end{cases} \quad (4.8)$$

$$\int_0^L \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx = \frac{\partial P}{\partial x} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} \Big|_0^L - \frac{(2n+1)\pi}{2L} \int_0^L \frac{\partial P}{\partial x} \cos \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx. \quad (4.9)$$

ე.ი.

$$\int_0^L \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx = -\frac{(2n+1)\pi}{2L} I, \quad (4.10)$$

სადაც

$$I = \int_0^L \frac{\partial P}{\partial x} \cos \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx. \quad (4.11)$$

კვლავ გამოვიყენოთ ნაწილობრივი ინტეგრების ფორმულა:

$$\begin{cases} V = \cos \frac{(2n+1)\pi x}{2L}; & dU = \frac{\partial P}{\partial x} dx; \\ dV = -\frac{(2n+1)\pi}{2L} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx; & U = P. \end{cases} \quad (4.12)$$

მაშინ [39]:

$$I = P \cos \frac{(2n+1)\pi x}{2L} \Big|_0^L + \frac{(2n+1)\pi}{2L} \int_0^L P(x,t) \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx = P(L,t) \cos \frac{(2n+1)\pi}{2} - \\ - P(0,t) \cos 0 + \frac{(2n+1)\pi}{2L} \frac{L}{2} P_n(t) = -P(0,t) + \frac{(2n+1)\pi}{4} P_n(t) - P_k + \frac{(2n+1)\pi}{4} P_n(t). \quad (4.13)$$

ამგვარად საბოლოოდ გვექნება:

$$\int_0^L \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx = -\frac{(2n+1)\pi}{2L} \left[-P_k + \frac{(2n+1)\pi}{4} P_n(t) \right] = \\ = -\frac{(2n+1)\pi}{2L} P_k - \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8L} P_n(t). \quad (4.14)$$

საბოლოოდ განტოლება (4.6) მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$a \frac{dP_n(t)}{dt} + \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8L} P_n(t) - \frac{(2n+1)\pi}{2L} P_k = 0. \quad (4.15)$$

მიღებული (4.15) განტოლება, წარმოადგენს პირველი რიგის ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებას, რომლის ამოსახსნელად საჭიროა განესაზღვროთ საწყისი პირობა (4.5)-ის დახმარებით:

$$P_n = P_n(0) = \frac{2}{L} \int_0^L P(x,0) \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx = \frac{2P_{II}}{L} \int_0^L \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx = \frac{2P_{II}}{L} \left[-\frac{2L}{(2n+1)\pi} \cos \frac{(2n+1)\pi x}{2L} \right]_0^L \\ = \frac{2P_{II}}{L} \left[-\frac{2L}{(2n+1)\pi} \cos \frac{(2n+1)\pi}{2} + \frac{2L}{(2n+1)\pi} \cos 0 \right] = \frac{4P_{II}}{(2n+1)\pi}. \quad (4.16)$$

ამოუხსნათ განტოლება (4.15), საწყისი პირობით (4.16) ლაპლასის გარდაქმნის საშუალებით, რისთვისაც გავამრავლოთ (4.15) e^{-st} -ზე და ვაინტეგრუროთ 0-დან ∞ -მდე [23,52]:

$$s \int_0^{\infty} \frac{dP_n(t)}{dt} e^{-st} dt + \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8L} \int_0^{\infty} P_n(t) e^{-st} dt - \frac{(2n+1)\pi}{2L} P_n \int_0^{\infty} e^{-st} dt = 0. \quad (4.17)$$

რადგანაც

$$\int_0^{\infty} \frac{dP_n(t)}{dt} e^{-st} dt = s\bar{P}_n - P_{n0}; \quad (4.18)$$

$$\int_0^{\infty} P_n(t) e^{-st} dt = \bar{P}_n; \quad (4.19)$$

$$\int_0^{\infty} e^{-st} dt = \frac{1}{s}. \quad (4.20)$$

ამიტომ განტოლება (4.17) მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$s(s\bar{P}_n - P_{n0}) + \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8L} \bar{P}_n - \frac{(2n+1)\pi}{2L} \frac{P_n}{s} = 0. \quad (4.21)$$

ანდა

$$aS\bar{P}_n - a \frac{4P_{II}}{(2n+1)\pi} + \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8L} \bar{P}_n - \frac{(2n+1)\pi P_k}{2LS} = 0. \quad (4.22)$$

აქედან

$$\left[S + \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8La} \right] \bar{P}_n = \frac{4P_{II}}{(2n+1)\pi} + \frac{(2n+1)\pi P_k}{2aLS}. \quad (4.23)$$

აღვნიშნოთ

$$\begin{cases} A = \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8La}; \\ B = \frac{4P_{II}}{(2n+1)\pi}; \\ M = \frac{(2n+1)\pi P_k}{2aL}. \end{cases} \quad (4.24)$$

მაშინ (4.23) მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$(S + A)\bar{P}_n = B + \frac{M}{S}, \quad (4.25)$$

ანდა

$$(S + A)\bar{P}_* = B \frac{S + \frac{M}{B}}{S}. \quad (4.26)$$

აღვნიშნოთ

$$N = \frac{M}{B} = \frac{(2n+1)\pi P_k (2n+1)\pi}{2aL^4 P_{II}} = \frac{(2n+1)^2 \pi^2 P_k}{8aL P_{II}}. \quad (4.27)$$

ე.ი.

$$(S + A)\bar{P}_n = B \frac{S + N}{S}, \quad (4.28)$$

საიდანაც

$$P_* = B \frac{(S + N)}{S(S + A)} = \frac{B}{S + A} + \frac{BN}{S(S + A)}. \quad (4.29)$$

თუ შევასრულებთ ლაპლასის უკუგარდაქმნას, მივიღებთ:

$$P_*(t) = B e^{-At} - \frac{BN}{A} (e^{-At} - 1) \quad (4.30)$$

$$\frac{BN}{A} = \frac{4P_k}{(2n+1)\pi}, \quad (4.31)$$

ამიტომ საბოლოოდ

$$\begin{aligned} P(x, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[B e^{-\lambda t} - \frac{BN}{A} (e^{-\lambda t} - 1) \right] \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{4 P_{II}}{(2n+1)\pi} e^{-\frac{(2n+1)^2 \pi^2 t}{4L^2}} - \frac{4 P_k}{(2n+1)\pi} \left(e^{-\frac{(2n+1)^2 \pi^2 t}{4L^2}} - 1 \right) \right] \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L}. \end{aligned} \quad (4.32)$$

გარკვეული დროის შემდეგ მილსადენში მყარდება სტაციონარული რეჟიმი

წნევით P_k . მართლაც თუ $t \rightarrow \infty$, (4.32)-დან მივიღებთ:

$$P(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4 P_k}{(2n+1)\pi} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} = \frac{4 P_k}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L}}{2n+1} = \frac{4 P_k}{\pi} \frac{\pi}{4} = P_k, \quad (4.33)$$

სადაც $0 \leq \frac{x}{L} \leq 1$.

4.3. მილსადენის უბნის კიდრაველიკური გამოცდა, საწყის კვეთში წნევის ნახტომისებრი მოვებების ღა ღოკალური წნევის ბატეალისწინების შემთხვევაში

აღნიშნულ შემთხვევაში პროცესის აღმწერ განტოლებებს აქვთ შემდეგი სახე:

$$\begin{cases} -\frac{\partial P}{\partial x} = \rho \frac{\partial V}{\partial t} + \rho a V; \\ -\frac{1}{c^2} \frac{\partial P}{\partial t} = \rho \frac{\partial V}{\partial x}. \end{cases} \quad (4.34)$$

გაუაწარმოოთ პირველი განტოლება x -ით, ხოლო მეორე t -ით, მივიღებთ:

$$\begin{cases} -\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial t} + \rho a \frac{\partial V}{\partial x}; \\ -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \rho \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial t}. \end{cases} \quad (4.35)$$

გაუტოლოთ ერთმანეთს წევრები $\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial t}$, მივიღებთ:

$$-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - \rho a \frac{\partial V}{\partial x}. \quad (4.36)$$

$$-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{a}{c^2} \frac{\partial P}{\partial t}. \quad (4.37)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - \frac{a}{c^2} \frac{\partial P}{\partial t} = 0. \quad (4.38)$$

აღენიშნოთ $a = 2k$, მაშინ

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + 2k \frac{\partial P}{\partial t} - c^2 \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = 0. \quad (4.39)$$

მოვახდინოთ (4.39) განტოლების ისეთი გარდაქმნა, რომ ახალ განტოლებაში არ ფიგურირებდეს წევრი $\frac{\partial P}{\partial t}$, ამისათვის შემოვიტანოთ ახალი ფუნქცია $S(x, t)$, რომელიც დაკავშირებულია $P(x, t)$ -თან შემდეგნაირად [55]:

$$P(x, t) = S(x, t) e^{-kt} \quad (4.40)$$

მაშინ გვექნება:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial S}{\partial t} e^{-kt} - kS(x, t) e^{-kt}. \quad (4.41)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} e^{-kt} - k \frac{\partial S}{\partial t} e^{-kt} - k \frac{\partial S}{\partial t} e^{-kt} + k^2 S(x, t) e^{-kt} = \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} e^{-kt} - 2k \frac{\partial S}{\partial t} e^{-kt} + k^2 S(x, t) e^{-kt}. \quad (4.42)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} e^{-kx}. \quad (4.43)$$

შევიტანოთ (4.41), (4.42) და (4.43), (4.39)-ში, მაშინ e^{-kx} -ზე შეკვეცის

შემდეგ მივიღებთ:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} - 2k \frac{\partial S}{\partial t} + k^2 S(x, t) + 2k \frac{\partial S}{\partial t} - 2k^2 S(x, t) - c^2 \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = 0, \quad (4.44)$$

ან საბოლოოდ

$$\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} - k^2 S(x, t) - c^2 \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = 0. \quad (4.45)$$

(4.45)-ში, (4.40) აღნიშვნის შესაბამისად, შეიცვლება საწყისი და

სასაზღვრო პირობები. მათ ექნებათ შემდეგი სახე:

$$S(x, t)|_{t=0} = S(x, 0) = P(x, 0) = P_{II}. \quad (4.46)$$

$$S(x, t)|_{x=0} = S(0, t) = P(0, t) e^{kx} = P_k e^{kx}. \quad (4.47)$$

$$\frac{\partial S(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=L} = \frac{\partial S(L, t)}{\partial x} = \frac{\partial P(L, t)}{\partial x} = 0. \quad (4.48)$$

ვებებით (4.45) განტოლების ამონახსნი, (4.46) საწყისი და (4.47), (4.48) სასაზღვრო პირობების დროს, შემდეგი უსასრულო, კრებადი მწკრივის სახით:

$$S(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} S_n(t) \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L}, \quad (4.49)$$

სადაც

$$S_n(t) = \frac{2}{L} \int_0^L S(x, t) \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx. \quad (4.50)$$

გავამრავლოთ (4.45) $\frac{2}{L} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L}$ -ზე და ვაინტეგრროთ 0-დან L-მდე.

მივიღებთ:

$$\frac{2}{L} \int_0^L \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx - k^2 \frac{2}{L} \int_0^L S(x, t) \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx - c^2 \frac{2}{L} \int_0^L \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx = 0 \quad (4.51)$$

თუ გამოვიყენებთ ადრე მიღებულ შედეგებს, მივიღებთ:

$$\frac{2}{L} \int_0^L \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx = -S(0, t) + \frac{(2n+1)\pi}{4} S_n(t) = \left[-P_1 e^{kt} + \frac{(2n+1)\pi}{4} S_n(t) \right] \left[-\frac{(2n+1)\pi}{2L} \right] \quad (4.52)$$

$$\frac{2}{L} \int_0^L \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx = \frac{d^2 S_n(t)}{dt^2}. \quad (4.53)$$

განტოლება (4.51) მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\frac{d^2 S_n(t)}{dt^2} - k^2 S_n(t) - c^2 \frac{(2n+1)\pi}{2L} \left[-P_k e^{ikx} + \frac{(2n+1)\pi}{4} S_n(t) \right] = 0. \quad (4.54)$$

$$\frac{d^2 S_n(t)}{dt^2} - k^2 S_n(t) + c^2 \frac{(2n+1)\pi}{2L} P_k - c^2 \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8L} S_n(t) = 0 \quad (4.55)$$

$$\frac{d^2 S_n(t)}{dt^2} - \left[k^2 + c^2 \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8L} \right] S_n(t) + c^2 \frac{(2n+1)\pi}{8L} P_k = 0. \quad (4.56)$$

ამგვარად $S_n(t)$ -თვის მივიღეთ მეორე რიგის ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლება. განვსაზღვროთ მისი საწყისი პირობები:

$$S_{n,0} = S_n(0) = \frac{2}{L} \int_0^L S(x,0) \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx = \frac{4P_n}{2n+1} \quad (4.57)$$

$$S_{n,0}' = S_n'(0) = \frac{2}{L} \int_0^L \frac{\partial S(x,0)}{\partial t} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx. \quad (4.58)$$

რადგანაც

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial P(x,t)}{\partial t} e^{kx} + k e^{kx} P(x,t). \quad (4.59)$$

$$\frac{\partial S(x,0)}{\partial t} = \frac{\partial P(x,0)}{\partial t} + kP(x,0) = kP_{II}. \quad (4.60)$$

ამიტომ

$$S_{n,0}' = \frac{2}{L} kP_{II} \int_0^L \sin \frac{(2n+1)\pi}{2L} x dx = \frac{4kP_{II}}{(2n+1)\pi}. \quad (4.61)$$

ამოვხსნათ განტოლება (4.50), (4.57) და (4.61) საწყისი პირობებით ლაპლასის გარდაქმნის საშუალებით [88]. ამისათვის გავამრავლოთ (4.56) e^{-st} -ზე და ვაინტეგრროთ 0-დან ∞ -მდე:

$$\int_0^\infty \frac{d^2 S_n(t)}{dt^2} e^{-st} dt - \left[k^2 + c^2 \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8L} \right] \int_0^\infty S_n(t) e^{-st} dt + c^2 \frac{(2n+1)\pi P_{II}}{8L} \int_0^\infty e^{-st} dt = 0. \quad (4.62)$$

რადგანაც

$$\int_0^\infty e^{-st} dt = \frac{1}{s}. \quad (4.63)$$

$$\int_0^{\infty} S_n(t) e^{-st} dt = \bar{S}_n. \quad (4.64)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{d^2 S_n(t)}{dt^2} e^{-st} dt = S^2 \bar{S}_n - SS_n - S_{n0}. \quad (4.65)$$

ამიტომ

$$S^2 \bar{S}_n - S \frac{4P_{II}}{2n+1} - \frac{4kP_{II}}{(2n+1)\pi} - \left[k^2 + c^2 \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8L} \right] \bar{S}_n + c^2 \frac{(2n+1)\pi P_k}{8LS} = 0. \quad (4.66)$$

აღნიშნოთ

$$A = \frac{4P_{II}}{2n+1}; \quad (4.67)$$

$$B = \frac{4kP_{II}}{(2n+1)\pi}. \quad (4.68)$$

$$D = k^2 + c^2 \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8L}. \quad (4.69)$$

$$M = c^2 \frac{(2n+1)\pi P_k}{8L}, \quad (4.70)$$

$$S^1 \overline{S}_* - AS - B - D \overline{S}_* + \frac{M}{S} = 0. \quad (4.71)$$

$$\overline{S}_* (S^1 - D) = AS + B - \frac{M}{S}. \quad (4.72)$$

$$\overline{S}_* = \frac{AS}{S^1 - D} + \frac{B}{S^1 - D} - \frac{M}{S(S^1 - D)}. \quad (4.73)$$

ღვეყვანოთ წვერი $\frac{1}{S(S^1 - D)}$, რაციონალური წილადების ჯამზე:

$$\frac{1}{S(S^1 - D)} = \frac{1}{S(S + D)(S - D)} = \frac{E_1}{S} + \frac{E_2}{S + D} + \frac{E_3}{S - D}, \quad (4.74)$$

სადაც

$$\begin{cases} E_1 = -\frac{1}{D^1}; \\ E_2 = \frac{1}{2D^1}; \\ E_3 = \frac{1}{2D^1}. \end{cases} \quad (4.75)$$

$$\frac{1}{S(S^2 - D)} = -\frac{1}{D^2 S} + \frac{1}{2D^2(S + D)} + \frac{1}{2D^2(S - D)}. \quad (4.76)$$

ე.ი.

$$\overline{S_n} = \frac{AS}{S^2 - D} + \frac{B}{S^2 - D} + \frac{M}{D^2 S} - \frac{M}{2D^2(S + D)} - \frac{M}{2D^2(S - D)}. \quad (4.77)$$

თუ შევასრულებთ უკუგარდაქმნას, მივიღებთ:

$$S_n(t) = \frac{A}{\sqrt{D}} \operatorname{ch}(\sqrt{D}t) + \frac{B}{\sqrt{D}} \operatorname{sh}(\sqrt{D}t) + \frac{M}{D^2} - \frac{M}{2D^2} e^{-Dt} - \frac{M}{2D^2} e^{Dt}. \quad (4.78)$$

$$S_n(t) = \frac{A}{\sqrt{D}} \operatorname{ch}(\sqrt{D}t) + \frac{B}{\sqrt{D}} \operatorname{sh}(\sqrt{D}t) + \frac{M}{D^2} - \frac{M}{D^2} \operatorname{ch}(Dt). \quad (4.79)$$

საბოლოოდ გვექნება:

$$P(x, t) = S(x, t) e^{-ut} = e^{-ut} \sum_{n=0}^{\infty} S_n(t) \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L}. \quad (4.80)$$

რადგანაც

$$\frac{A}{\sqrt{D}} = \frac{4P_{II}}{(2n+1)\sqrt{k^2 + c^2 \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8L}}} \quad (4.81)$$

$$\frac{B}{\sqrt{D}} = \frac{4P_{II}k}{(2n+1)\sqrt{k^2 + c^2 \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8L}}} \quad (4.82)$$

$$D^2 = \left[k^2 + c^2 \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8L} \right] \quad (4.83)$$

შედეგად

$$P(x,t) = e^{-kt} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{4 P_{II} \operatorname{ch} \left(\sqrt{k^2 + c^2 \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8L}} t \right)}{(2n+1) \sqrt{k^2 + c^2 \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8L}}} + \frac{4 P_{II} k \operatorname{sh} \left(\sqrt{k^2 + c^2 \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8L}} t \right)}{(2n+1) \sqrt{k^2 + c^2 \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8L}}} - \right. \\ \left. - \frac{c^2 (2n+1) \pi P_k}{\left[k^2 + c^2 \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8L} \right]^2 8L} - \frac{\operatorname{ch} \left\{ \left[k^2 + c^2 \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8L} \right] t \right\} c^2 (2n+1) \pi P_k}{\left[k^2 + c^2 \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8L} \right]^2 8L} \right\} \sin \frac{(2n+1) \pi x}{2L} \quad (4.84)$$

4.4. მილსაღენის უბნის კიდრავლიაური გაჟოცდა, საწყის კვეთში
 წნევის წრფივად ზრდის შემთხვევაში

განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც გამოსაცდელი უბნის საწყის კვეთში
 წნევა იზრდება წრფივად P_{II} -დან P_K -მდე, T დროის განმავლობაში, ხოლო
 შემდეგ ინარჩუნებს P_K მნიშვნელობას. ამ შემთხვევაში საწყის პირობას ექნება
 შემდეგი სახე [61]:

$$P(x,t)|_{t=0} = P(x,0) = P_{II} . \tag{4.85}$$

პირველი სასაზღვრო პირობა შემდეგნაირია:

$$P(x,t)|_{x=0} = P(0,t) = P_K - \Delta P \left(1 - \frac{t}{T}\right) \sigma(T-t), \tag{4.86}$$

სადაც $\Delta P = P_K - P_{II}$, ხოლო $\sigma(T-t)$ არის ჰევისაიდის ერთეულოვანი
 ფუნქცია:

$$\sigma(T-t) = \begin{cases} 1; & T > t; \\ 0; & T < t. \end{cases} \tag{4.87}$$

(4.86)-ზე დაყრდნობით დავრწმუნდებით, რომ მართლაც სრულდება ზემოაღნიშნული პირობა: თუ $t = 0$, მაშინ $P(0, t) = P_K - \Delta P = P_{II}$; თუ $t = T$, მაშინ $P(0, t) = P_K$; თუ $t > T$, მაშინ $P(0, t) = P_K$.

მეორე სასაზღვრო პირობა შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგნაირად: რადგანაც ხარჯი გამოსაცდელი უბნის ბოლო კვეთში უდრის ნულს, ამიტომ:

$$\frac{\partial P(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=L} = \frac{\partial P(L, t)}{\partial x} = 0. \quad (4.88)$$

აღნიშნული მოვლენა აღიწერება შემდეგი დიფერენციალური განტოლებით:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{k}{c^2} \frac{\partial P}{\partial t}. \quad (4.89)$$

ან თუ აღვნიშნავთ, რომ $a = k / c^2$, მაშინ

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = a \frac{\partial P}{\partial t}. \quad (4.90)$$

ვებებით (4.90) განტოლების ამონახსნი, თუ ძალაშია (4.85) საწყისი და (4.86) და (4.88) სასაზღვრო პირობები, შემდეგი უსასრულო კრებადი მწკრივის სახით:

$$P(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(t) \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L}, \quad (4.91)$$

სადაც

$$P_n(t) = \frac{2}{L} \int_0^L P(x, t) \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx. \quad (4.92)$$

გავამრავლოთ (4.90) $\frac{2}{L} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L}$ -ზე და ვაინტეგრიროთ 0-დან L-მდე.

მივიღებთ:

$$\frac{2}{L} \int_0^L \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx = a \frac{2}{L} \int_0^L \frac{\partial P}{\partial t} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx. \quad (4.93)$$

ინტეგრალების გამოსათვლელად გამოვიყენოთ ნაწილობრივი ინტეგრების ფორმულა:

$$\int_a^b v dU = UV \Big|_a^b - \int_a^b U dv. \quad (4.94)$$

თუ აღვნიშნავთ;

$$\begin{cases} V = \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L}; & dU = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} dx; \\ dV = \frac{(2n+1)\pi}{2L} \cos \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx; & U = \frac{\partial P}{\partial x}. \end{cases} \quad (4.95)$$

მაშინ

$$\begin{aligned} \int_0^L \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx &= \frac{\partial P}{\partial x} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} \Big|_0^L - \frac{(2n+1)\pi}{2L} \int_0^L \frac{\partial P}{\partial x} \cos \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx = \\ &= -\frac{(2n+1)\pi}{2L} I \end{aligned} \quad (4.96)$$

ინტეგრალ I -ს გამოსათვლელად კვლავ გამოვიყენოთ ნაწილობრივი

ინტეგრების ფორმულა:

$$\begin{cases} V = \cos \frac{(2n+1)\pi x}{2L}; & dU = \frac{\partial P}{\partial x} dx; \\ dV = -\frac{(2n+1)\pi}{2L} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx; & U = P. \end{cases} \quad (4.97)$$

ამიტომ

$$\begin{aligned} I &= \int_0^L \frac{\partial P}{\partial x} \cos \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx = P(x,t) \cos \frac{(2n+1)\pi x}{2L} \Big|_0^L + \frac{(2n+1)\pi}{2L} \int_0^L P(x,t) \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx = \\ &= P(L,t) \cos \frac{(2n+1)\pi}{2} - P(0,t) \cos 0 + \frac{(2n+1)\pi}{2L} \frac{LP_n(t)}{2} = -P(0,t) + \frac{(2n+1)\pi}{4} P_n(t). \end{aligned} \quad (4.98)$$

$$\begin{aligned}
& \int_0^L \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx = -\frac{(2n+1)\pi}{2L} \left\{ -P(0, t) + \frac{(2n+1)\pi}{4} P_*(t) \right\} = \frac{(2n+1)\pi}{2L} P(0, t) - \\
& - \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8L} P_*(t) = \frac{(2n+1)\pi}{2L} \left[P_k - \Delta P \left(1 - \frac{t}{T} \right) \sigma(T-t) \right] - \\
& - \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8L} P_*(t) = \frac{(2n+1)\pi}{2L} P_k - \frac{(2n+1)\pi}{2L} \Delta P \left(1 - \frac{t}{T} \right) \sigma(T-t) - \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8L} P_*(t). \quad (4.99)
\end{aligned}$$

საბოლოოდ განტოლება (4.93) იღებს შემდეგ სახეს:

$$\frac{2}{L} \left\{ \frac{(2n+1)\pi}{2L} P_k - \frac{(2n+1)\pi}{2L} \Delta P \left(1 - \frac{t}{T} \right) \sigma(T-t) - \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8L} P_*(t) \right\} = a \frac{2}{L} \frac{dP_*(t)}{dt}. \quad (4.100)$$

ანდა

$$a \frac{dP_*(t)}{dt} + \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8L} P_*(t) + \frac{(2n+1)\pi}{2L} \Delta P \left(1 - \frac{t}{T} \right) \sigma(T-t) - \frac{(2n+1)\pi}{2L} P_k = 0. \quad (4.101)$$

ამგვარად $P_*(t)$ -თვის მიღებულია პირველი რიგის ჩვეულებრივი

დიფერენციალური განტოლება. მისი საწყისი პირობაა:

$$\begin{aligned}
P_{*0} = P_*(0) &= \frac{2}{L} \int_0^L P(x, 0) \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx = \frac{2P_{II}}{L} \int_0^L \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} dx = \\
&= \frac{2P_{II}}{L} \left[-\frac{2L}{(2n+1)\pi} \cos \frac{(2n+1)\pi x}{2L} \right]_0^L = \frac{4P_{II}}{(2n+1)\pi}. \quad (4.102)
\end{aligned}$$

ამოცხსნათ განტოლება (4.101), საწყისი პირობით (4.102), ლაპლასის გარდაქმნის საშუალებით. ამისათვის გავამრავლოთ (4.101) e^{-st} -ზე და ვაინტეგრროთ 0-დან ∞ -მდე:

$$\begin{aligned} s \int_0^{\infty} \frac{dP_n(t)}{dt} e^{-st} dt + \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8L} \int_0^{\infty} P_n(t) e^{-st} dt + \frac{(2n+1)\pi \Delta P}{2L} \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{t}{T}\right) e^{-st} \sigma(T-t) dt - \\ - \frac{(2n+1)\pi}{2L} P_n \int_0^{\infty} e^{-st} dt = 0. \end{aligned} \quad (4.103)$$

რადგანაც

$$\int_0^{\infty} \frac{dP_n(t)}{dt} e^{-st} dt = s \overline{P_n} - P_{n,0}, \quad (4.104)$$

$$\int_0^{\infty} P_n(t) e^{-st} dt = \overline{P_n}. \quad (4.105)$$

$$\int_0^{\infty} \left(1 - \frac{t}{T}\right) e^{-st} \sigma(T-t) dt = \int_0^T \left(1 - \frac{t}{T}\right) e^{-st} dt = \int_0^T e^{-st} dt - \frac{1}{T} \int_0^T t e^{-st} dt. \quad (4.106)$$

$$\int_0^T e^{-st} dt = -\frac{1}{s} (e^{-sT} - 1) \quad (4.107)$$

$$\int_0^T e^{-st} dt = -e^{-st} \left(\frac{t}{s} + \frac{1}{s^2} \right) \Big|_0^T = -e^{-sT} \left(\frac{T}{s} + \frac{1}{s^2} \right) - \frac{1}{s^2}. \quad (4.108)$$

ამიტომ

$$\int_0^T \left(1 - \frac{t}{T} \right) e^{-st} \sigma(T-t) dt = -\frac{1}{s} (e^{-sT} - 1) + \frac{1}{T} \left[e^{-sT} \left(\frac{T}{s} + \frac{1}{s^2} \right) + \frac{1}{s^2} \right]. \quad (4.109)$$

$$\int_0^\infty e^{-st} dt = \frac{1}{s}. \quad (4.110)$$

საბოლოოდ განტოლება (4.103) მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$a(S\bar{P}_n - P_{n*}) + \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8L} \bar{P}_n + \frac{(2n+1)\pi\Delta P}{2L} \left\{ -\frac{1}{s} (e^{-sT} - 1) + \frac{1}{T} \left[e^{-sT} \left(\frac{T}{s} + \frac{1}{s^2} \right) + \frac{1}{s^2} \right] \right\} -$$

$$- \frac{(2n+1)\pi}{2L} \frac{P_K}{s} = 0. \quad (4.111)$$

შევიტანოთ P_{n*} -ის მნიშვნელობა, მივიღებთ:

$$aS\bar{P}_n - a \frac{4P_{II}}{(2n+1)\pi} + \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8L} \bar{P}_n + \frac{(2n+1)\pi\Delta P}{2L} \left\{ -\frac{1}{s} (e^{-sT} - 1) + \frac{1}{T} \left[e^{-sT} \left(\frac{T}{s} + \frac{1}{s^2} \right) + \frac{1}{s^2} \right] \right\} -$$

$$- \frac{(2n+1)\pi}{2L} \frac{P_K}{s} = 0. \quad (4.112)$$

გაკმარტივით ფიგურულ ფრჩხილებში მყოფი გამოსახულება:

$$\left\{ -\frac{1}{S}(e^{-sT} - 1) + \frac{1}{T} \left[e^{-sT} \left(\frac{T}{S} + \frac{1}{S^2} \right) + \frac{1}{S^2} \right] \right\} = -\frac{1}{S}e^{-sT} + \frac{1}{T}e^{-sT} \frac{T}{S} + \frac{1}{T}e^{-sT} \frac{1}{S^2} + \frac{1}{TS^2} =$$

$$= \frac{1}{S} + \frac{e^{-sT}}{TS^2} + \frac{1}{TS^2} = \frac{1}{S} + \frac{1}{TS^2} (e^{-sT} + 1). \quad (4.113)$$

ამიტომ:

$$aSP_a - a \frac{4P_{11}}{(2n+1)\pi} + \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8L} \bar{P}_a + \frac{(2n+1)\pi \Delta P}{2L} \left[\frac{1}{S} + \frac{1}{TS^2} (e^{-sT} + 1) \right] - \frac{(2n+1)\pi}{2L} \frac{P_k}{S} = 0 \quad (4.114)$$

$$a\bar{P}_a \left[S + \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8aL} \right] = \frac{4P_{11}a}{(2n+1)\pi} + \frac{(2n+1)\pi}{2L} \frac{P_k}{S} - \frac{(2n+1)\pi \Delta P}{2L} \left[\frac{1}{S} + \frac{1}{TS^2} (e^{-sT} + 1) \right]. \quad (4.115)$$

გავყოთ (4.115) a-ზე, მივიღებთ:

$$\bar{P}_a \left[S + \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8aL} \right] = \frac{4P_{11}}{(2n+1)\pi} + \frac{(2n+1)\pi}{2La} \frac{P_k}{S} - \frac{(2n+1)\pi \Delta P}{2La} \left[\frac{1}{S} + \frac{1}{TS^2} (e^{-sT} + 1) \right] \quad (4.116)$$

აღვნიშნოთ:

$$\begin{cases} A = \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{8nL}; \\ B = \frac{4P_n}{(2n+1)\pi}; \\ C = \frac{(2n+1)\pi P_k}{2La}; \\ D = -\frac{(2n+1)\pi \Delta P}{2La}. \end{cases} \quad (4.117)$$

მაშინ:

$$\bar{P}_*(S+A) = B + \frac{C}{S} + D \left[\frac{1}{S} + \frac{1}{TS^2} (e^{-ST} + 1) \right]. \quad (4.118)$$

$$\bar{P}_*(S+A) = B + \frac{C}{S} + \frac{D}{S} + \frac{D}{TS^2} e^{-ST} + \frac{D}{TS^2} = B + \frac{C+D}{S} + \frac{D}{TS^2} + \frac{D}{TS^2} e^{-ST}. \quad (4.119)$$

რადგანაც

$$M = C + D + \frac{(2n+1)\pi}{2La} (P_k - \Delta P) = \frac{(2n+1)\pi P_n}{2La}, \quad (4.120)$$

ამიტომ:

$$\bar{P}_*(S+A) = B + \frac{M}{S} + \frac{D}{TS^2} + \frac{D}{TS^2} e^{-ST}. \quad (4.121)$$

(4.121)-დან მივიღებთ:

$$\overline{P}_* = \frac{B}{S+A} + \frac{M}{S(S+A)} + \frac{D}{TS^2(S+A)} + \frac{D e^{-ST}}{TS^2(S+A)}. \quad (4.122)$$

შევასრულოთ ლაპლასის უკუგარდაქმნა. პირველი და მეორე შესაკრებების ორიგინალები შესაბამისად არის:

$$B e^{-At} \quad \text{და} \quad \frac{M}{A} (e^{-At} - 1). \quad (4.123)$$

ვიპოვოთ მესამე შესაკრების ორიგინალი, რისთვისაც გამოსახულება დავშალოთ რაციონალურ წილადებად (გავითვალისწინოთ, რომ $N = D/T$):

$$\begin{aligned} \frac{N}{S^2(S+A)} &= \frac{N_1 + N_2 S}{S^2} + \frac{N_3}{S+A} = \frac{N_1(S+A) + N_2 S(S+A) + N_3 S^2}{S^2(S+A)} = \\ &= \frac{N_1 S + N_1 A + N_2 S^2 + N_2 SA + N_3 S^2}{S^2(S+A)} = \frac{N_1 A + S(N_1 + N_2 A) + S^2(N_2 + N_3)}{S^2(S+A)}. \end{aligned} \quad (4.124)$$

N_1, N_2, N_3 -თვის მივიღებთ განტოლებათა შემდეგ სისტემას:

$$\begin{cases} N_1 A = N; \\ N_1 + N_2 A = 0; \\ N_2 + N_3 = 0. \end{cases} \quad (4.125)$$

საიდენაც:

$$N_1 = \frac{N}{A}; \quad (4.126)$$

$$N_2 = -\frac{N}{A^1}; \quad (4.127)$$

$$N_3 = -N_2 = \frac{N}{A^1}. \quad (4.128)$$

ამიტომ:

$$\frac{N}{S^1(S+A)} = \frac{\frac{N}{A} - \frac{N}{A^1}S}{S^1} + \frac{N}{A^1(S+A)} = \frac{N}{AS^1} - \frac{N}{A^1S} + \frac{N}{A^1(S+A)}. \quad (4.129)$$

აღვნიშნოთ:

$$F = \frac{N}{A} = \frac{D}{TA} = -\frac{(2n+1) \pi \Delta P \ 8aL}{2LaT(2n+1)^1 \pi^1} = \frac{4\Delta P}{(2n+1)\pi T}; \quad (4.130)$$

$$H = \frac{N}{A^1} = \frac{D}{TA^1} = -\frac{(2n+1) \pi \ \Delta P \ 64a^1L^1}{2LaT(2n+1)^1 \pi^1} = \frac{32\Delta P \ a \ L}{(2n+1)^1 \pi^1 T}. \quad (4.131)$$

$$\frac{N}{S^2(S+A)} = \frac{F}{S^2} - \frac{H}{S} + \frac{H}{S+A}. \quad (4.132)$$

ანალოგიურად გვექნება:

$$\frac{N e^{-\sigma T}}{S^2(S+A)} = \frac{F e^{-\sigma T}}{S^2} - \frac{H e^{-\sigma T}}{S} + \frac{H e^{-\sigma T}}{S+A}. \quad (4.133)$$

განვსაზღვროთ ორიგინალები, გვექნება:

$$\frac{F}{S^2} \Rightarrow Ft; \quad (4.134)$$

$$\frac{H}{S} \Rightarrow H; \quad (4.135)$$

$$\frac{H}{S+A} \Rightarrow H e^{-At}; \quad (4.136)$$

$$\frac{F e^{-\sigma T}}{S^2} \Rightarrow Ft\sigma(T-t); \quad (4.137)$$

$$\frac{He^{-\sigma T}}{S} \Rightarrow H\sigma(T-t); \quad (4.138)$$

$$\frac{H e^{-\sigma T}}{S+A} \Rightarrow H e^{-\lambda t} \sigma(T-t). \quad (4.139)$$

თუ გამოვიყენებთ (4.123)-ს, მაშინ (4.134)-(4.139)-ის გამოყენებით მივიღებთ:

$$P_n(t) = B e^{-\lambda t} + \frac{M}{A} (e^{-\lambda t} - 1) + Ft - H + H e^{-\lambda t} + Ft\sigma(T-t) - H\sigma(T-t) + H e^{-\lambda t} \sigma(T-t). \quad (4.140)$$

$$\begin{aligned} P_n(t) &= B e^{-\lambda t} + \frac{M}{A} e^{-\lambda t} + H e^{-\lambda t} - \frac{M}{A} - H + (Ft - H + H e^{-\lambda t}) \sigma(T-t) + Ft = \\ &= \left(B + \frac{M}{A} + H \right) e^{-\lambda t} - \left(H + \frac{M}{A} \right) + (Ft - H + H e^{-\lambda t}) \sigma(T-t) + Ft. \end{aligned} \quad (4.141)$$

რადგანაც

$$\frac{M}{A} + H = \frac{(2n+1) \pi P_{II}}{2Ln} \frac{8 a L}{(2n+1)^2 \pi^2} + \frac{32\Delta P a L}{(2n+1)^3 \pi^3 T} = \frac{4 P_{II}}{(2n+1)\pi} + \frac{32\Delta P a L}{(2n+1)^3 \pi^3 T}. \quad (4.142)$$

$$B + \frac{M}{A} + H = \frac{4 P_{II}}{(2n+1)\pi} + \frac{4 P_{II}}{(2n+1)\pi} + \frac{32\Delta P a L}{(2n+1)^3 \pi^3 T} = \frac{8P_{II}}{(2n+1)\pi} + \frac{32\Delta P a L}{(2n+1)^3 \pi^3 T}. \quad (4.143)$$

ამიტომ $P_*(t)$ ტოლია:

$$P_*(t) = \left[\frac{8P_H}{(2n+1)\pi} + \frac{32\Delta PaL}{(2n+1)^3 \pi^3 T} \right] e^{-\frac{(2n+1)^2 \pi^2 t}{8aL}} - \left[\frac{4P_H}{(2n+1)\pi} + \frac{32\Delta PaL}{(2n+1)^3 \pi^3 T} \right] +$$

$$\left[\frac{4\Delta P}{(2n+1)\pi T} t - \frac{32\Delta PaL}{(2n+1)^3 \pi^3 T} \left(1 - e^{-\frac{(2n+1)^2 \pi^2 t}{8aL}} \right) \right] \sigma(T-t) + \frac{4\Delta P}{(2n+1)\pi T} t. \quad (4.144)$$

თუ შევიტანთ (4.144)-ს (4.91)-ში, საბოლოოდ მივიღებთ [34]:

$$P(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \left[\frac{8P_H}{(2n+1)\pi} + \frac{32\Delta PaL}{(2n+1)^3 \pi^3 T} \right] e^{-\frac{(2n+1)^2 \pi^2 t}{8aL}} - \left[\frac{4P_H}{(2n+1)\pi} + \frac{32\Delta PaL}{(2n+1)^3 \pi^3 T} \right] + \right.$$

$$\left. \left[\frac{4\Delta P}{(2n+1)\pi T} t - \frac{32\Delta PaL}{(2n+1)^3 \pi^3 T} \left(1 - e^{-\frac{(2n+1)^2 \pi^2 t}{8aL}} \right) \right] \sigma(T-t) + \frac{4\Delta P}{(2n+1)\pi T} t \right\} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L}$$

(4.145)

ამგვარად (4.145)-ის მიხედვით, შესაძლებელია განისაზღვროს წნევა გამოსაცდელი უბნის ნებისმიერ კვეთში, დროის ნებისმიერ მომენტში.

4.5. წნევის ტალღების რიცხვითი გაანგარიშება, გაზსადენების ჰიდრაულიკური გამოცდის შემთხვევაში

განვიხილოთ ჰიდრაულიკური ტალღების გავრცელების პროცესი, სითხით გავსებულ ღრეკად გაზსადენში, ჰიდრაულიკური გამოცდის დროს. ასეთი სითხის არასტაციონარული მოძრაობის მათემატიკური მოდელის შესაქმნელად, დავეყრდნობთ ე.წ. განმსაზღვრელ განტოლებათა სისტემას [90].

სითხის არასტაციონარული მოძრაობა გაზსადენში ჩავთვალოთ ცნობილად x წერტილში, თუ სიჩქარე V , წნევა P , სიმკვრივე ρ და ტემპერატურა T - შესაძლებელია გამოისახოს, როგორც x კოორდინატისა და t დროის ფუნქცია. იმასთან დაკავშირებით, რომ, გაზსადენში ჰიდრაულიკური ტალღების გავრცელების პროცესში ტემპერატურის ცვლილება უმნიშვნელოა, შეიძლება უგულებელვყოთ ტემპერატურის გავლენა პროცესის მიმდინარეობაზე. ასეთი დაშვების შემთხვევაში, სითხის მოძრაობა გაზსადენში შეიძლება დახასიათდეს სამი პარამეტრით P , ρ და V -თი, რომლებიც დამოკიდებულნი არიან x და t -ზე. გარდა ამისა ჩავთვალოთ, რომ სითხე ემორჩილება პუკის კანონს, ე.ი. სითხე წარმოადგენს ისეთ გარემოს, რომლის სიმკვრივეც მხოლოდ და მხოლოდ წნევის ფუნქციაა. ასეთ შემთხვევაში უცნობთა რაოდენობა მცირდება ორამდე – წნევა P და სიჩქარე V . ამოცანის ასეთი დასმის შემთხვევაში, სითხის მოძრაობა მილსადენში შეიძლება აღიწეროს ორი – მოძრაობის და უწყვეტობის განტოლებებით [99]:

$$\frac{\partial(\rho V \omega)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(1 + \beta) \omega V^2] = -\omega \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\lambda \pi D}{8} \rho V |V| - g \rho \sin \alpha; \quad (4.146)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V \omega)}{\partial x} = 0. \quad (4.147)$$

სადაც D და ω - არის გაზსადენის შიდა დიამეტრი და ცოცხალი კვეთის ფართობი;

λ - ჰიდრაულიკური წინაღობის კოეფიციენტი;

β - კორიოლისის შემასწორებელი კოეფიციენტი სიჩქარეთა არათანაბარი განაწილების გამო;

g - თავისუფალი ვარდნის აჩქარება;

α - dx ელემენტის დახრის კუთხე ჰორიზონტისადმი;

x და t - შესაბამისად კოორდინატი მილის გასწვრივ და დრო.

V - ს აბსოლუტური სიდიდის შემოღება საშუალებას გვაძლევს გაანგარიშებისას ავტომატურად გავითვალისწინოთ ის გარემოება, რომ ზახუნის ძალა ყოველთვის მიმართულია საშუალო სიჩქარის საწინააღმდეგოდ. (4.146) და (4.147) განტოლებებში შემავალი ყველა პარამეტრი, განხილული ამოცანის ფარგლებში, უნდა იყვნენ სიჩქარისა და წნევის მოცემული ფუნქციები.

ასეთ პარამეტრებს განეკუთვნებიან [50]: სიმკვრივე, რომელიც გამოისახება წნევის საშუალებით მდგომარეობის განტოლებიდან; დიამეტრისა და ცოცხალი

კეუთის ფართობების ნაზრდები, გაზსადენის კედლების წრიული მიმართულებით დრეკადი დეფორმაციების გამო:

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{P - P_0}{K} \right); \quad (4.148)$$

$$D = D_0 \left[1 + \frac{(1 - \nu^2) D_0 P}{2E\delta} \right]; \quad (4.149)$$

$$\omega = \omega_0 \left[1 + \frac{(1 - \nu^2) D_0 P}{E\delta} + (1 - \nu^2)^2 \left(\frac{D_0 P}{2E\delta} \right)^2 \right]. \quad (4.150)$$

სადაც D_0, ω_0, ρ_0 - არის შესაბამისად შიდა დიამეტრი, ცოცხალი კეუთის ფართობი და სითხის სიმკვრივე, P_0 წნევის დროს;

K - სითხის მოცულობითი კუმშვის მოდული;

δ - მილის კედლის სისქე;

E და ν - შესაბამისად მილის ფოლადის დრეკადობის მოდული და პუასონის კოეფიციენტი.

თუ ჩავთვლით (4.146) განტოლებაში, რომ $\beta = 0$ და უგულებელვყოფთ

$$(4.147)\text{-ე განტოლებაში წევრს } \left[\frac{(1 - \nu^2) D_0 P}{2E\delta} \right]^2, \text{ მაშინ (4.148)-(4.150)}$$

განტოლებათა სისტემა მიიღებს შემდეგ სახეს [50]:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -V \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{1}{\rho_0 \left(1 + \frac{P - P_0}{K}\right)} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\lambda V |V|}{2D_0 \left[1 + \frac{(1 - \nu^2) D_0 P}{2E\delta}\right]} - g \sin \alpha ; \quad (4.151)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -V \frac{\partial P}{\partial x} - \left[\frac{1}{\frac{(1 - \nu^2) D_0}{E\delta} + \frac{1}{K - P_0}} + P \right] \frac{\partial V}{\partial x} . \quad (4.152)$$

რეალური სითხის არასტაციონარული იზოთერმული მოძრაობის გაანგარიშება, მოცემულ ფიზიკურ და მატემატიკურ ასპექტებში, დაიყვანება შემდეგი ამონახსნების მოძებნაზე:

$$P = P(x, t) \quad V = V(x, t). \quad (4.153)$$

ისინი უნდა აკმაყოფილებდნენ (4.151) და (4.149) განტოლებებს არეში $t \geq 0$ და $0 \leq x \leq L$. დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის ცალსახა ამონახსნების მოსაძებნად აუცილებელია საწყისი და სასაზღვრო პირობების დადგენა.

ჩავთვალოთ, რომ გამოცდის დაწყებამდე (და ე.ი. პიდრავლიკური ტალღების გაერცელებამდე), სითხე გაზსადენში იყო უძრავი, მაშინ:

$$P(x, 0) = P(x) \quad V(x, 0) = 0; \quad 0 \leq x \leq L. \quad (4.154)$$

სასაზღვრო პირობები დავადგინოთ შემდეგი მოსაზრებებიდან გამომდინარე:
გაზსადენის მარჯვენა ბოლო გადაკეტილია, ხოლო წნევის ცვლილება მარცხენა
ბოლოში დროის მოცემული ფუნქციაა:

$$P(0, t) = F(t); \quad V(L, t) = 0. \quad (4.155)$$

თუ შევცვლით (4.151) და (4.152) განტოლებებში შემაჯალ
წარმოებულებს სასრულ-სხვაობიანი ოპერატორებით, მივიღებთ შემდეგ
განტოლებებს [50]:

$$\left[1 + \frac{\tau}{h} (B_1)_{i,k+1} \right] P_{i,k+1} - \frac{\tau}{h} (B_1)_{i,k+1} P_{i+1,k+1} = \tau (B_2)_{i,k+1} + P_{i,k}; \quad (4.156)$$

$$\frac{\tau}{h} (B_2)_{i,k+1} V_{i-1,k+1} + \left[1 - \frac{\tau}{h} (B_2)_{i,k+1} \right] V_{i,k+1} = \tau (B_4)_{i,k+1} + V_{i,k}. \quad (4.157)$$

სადაც

$$(B_1)_{i,k+1} = -V_{i,k}; \quad (4.158)$$

$$(B_2)_{i,k+1} = - \left[\frac{K - P_0}{\frac{(1 - v^2) D_0}{E \delta} (K - P_0) + l} + P_{i,k} \right] \frac{V_{i,k} - V_{i-1,k}}{h}; \quad (4.159)$$

$$(B_z)_{i,k+1} = -V_{i,k}; \quad (4.160)$$

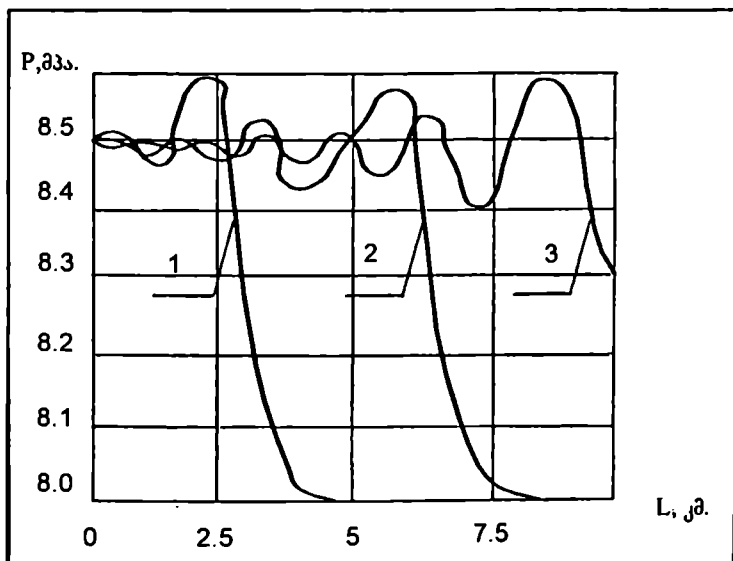
$$(B_z)_{i,k+1} = -\frac{P_{i+1,k+1} - P_{i,k+1}}{\rho_0 \left(1 + \frac{P_{i,k+1} - P_0}{K}\right) h} - \frac{\lambda V_{i,k} |V_{i,k}|}{2D_0 \left[1 + \frac{(1-v^2) D_0 P_{i,k+1}}{2E\delta}\right]} - g \sin \alpha, \quad (4.161)$$

სადაც h და τ არის ბიჯები სიგრძისა და დროის შესაბამისი კოორდინატების მიხედვით.

განტოლებები (4.156) და (4.157), საწყისი (4.154) და სასაზღვრო (4.152) პირობების შესაბამისად იხსნება კომპიუტერზე გარბენის მეთოდით.

განვიხილოთ ტესტური ამოცანა, ჰიდრაულიკური ტალღების გაზსადენში გაერცელების შესახებ იმ შემთხვევაში, როდესაც წნევა გაზსადენის შესასვლელ კვეთში იზრდება ნახტომისებურად. $t = 0$ მომენტში წნევა მილსადენში მუდმივია, ხოლო სითხე უძრავია: $P(x,0) = 8$ მპა; $V(x,0) = 0$. სასაზღვრო პირობა ჩაიწერება შემდეგნაირად: $P(0,t) = P(x,0) + \Delta P = 8,5$ მპა; $V(L,t) = 0$. გაანგარიშება ჩატარდა პარამეტრების შემდეგი რიცხვითი მნიშვნელობებისათვის: $L = 10$ კმ; $D_0 = 1,389$ მ; $\lambda = 0,05$; $\rho_0 = 10^3$ კგ/მ³; $K = 2,1 \cdot 10^3$ მპა; $v = 0,3$; $\delta = 16,5$ მმ; $E = 20,6 \cdot 10^4$ მპა.

ნახ.10-ზე ნაჩვენებია სითხეში წნევის ცვლილების მრუდები გაზსადენის ზოგბის გასწვრივ, რომლებიც შეესაბამებიან დროის სხვადასხვა მომენტებს. ნახ.11-ზე ნაჩვენებია სითხის მოძრაობის სიჩქარის ცვლილების მრუდები, თანაც წნევის სიდიდე ზოგიერთ კვეთში ჭარბობს შესასვლელ კვეთში მიწოდებულ

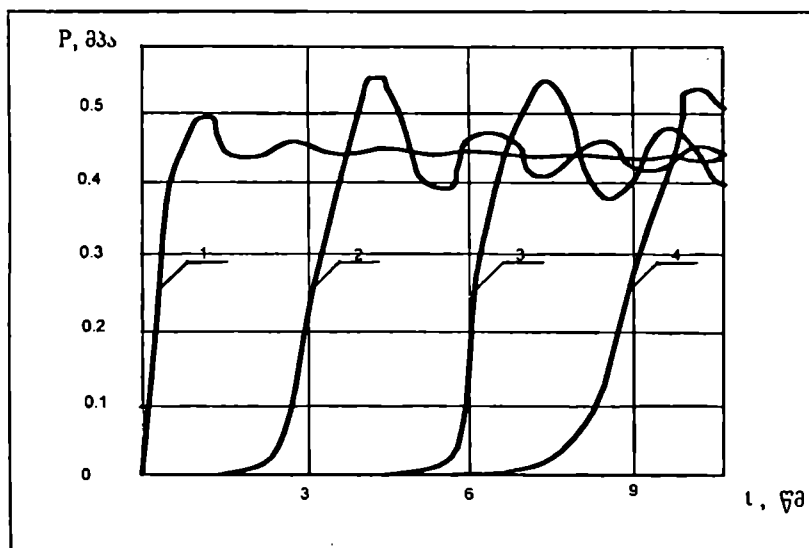


ნახ.10. წნევის ცვლილება გაზსადენის გასწვრივ ღროის სხვადასხვა მომენტებში: 1. $t = 3$ წმ; 2. $t = 6$ წმ; 3. $t = 9$ წმ;

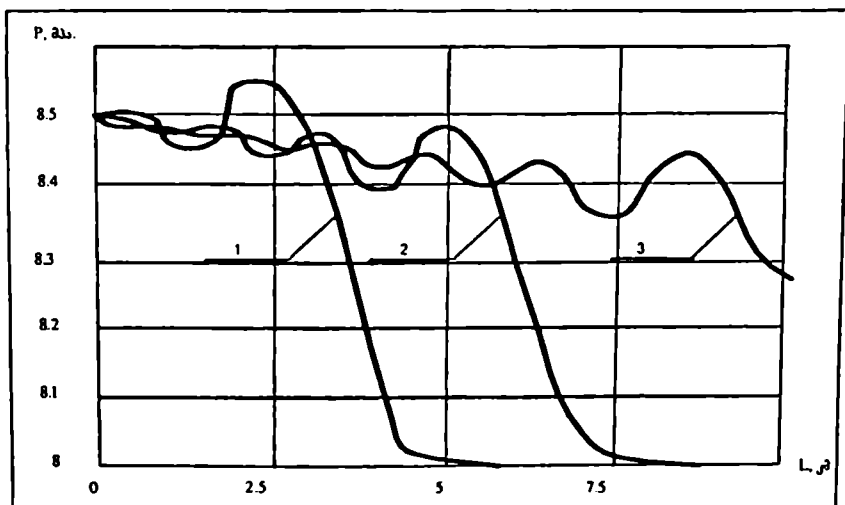
წნევას. წნევის ნახტომის გავრცელებისას გაზსადენის გასწვრივ, რხევის ამპლიტუდა მცირდება ($t = 6$ წმ) და შეშფოთება აღწევს მარჯვენა ბოლოს ($x = L$). წნევის ტალღის გავრცელების სიჩქარე აღწევს 1600 მ/წმ-ს.

ღროთა განმავლობაში (ნახ.11), გაზსადენში მყოფი სითხე მოდის მოძრაობაში, თანაც მოძრაობის სიჩქარე მიისწრაფვის სტაციონარული

მნიშვნელობისაკენ ($\approx 0,45$ მ/წმ). საინტერესოა აღინიშნოს, რომ ჰიდრავლიკური წინაღობის კოეფიციენტის გაზრდა ($\lambda = 0,05$), იწვევს იმას (ნახ.12), რომ მხოლოდ პროცესის დასაწყისში ($t < 6$ წმ) სითხის წნევა კვეთებში $0 < x < 0,5L$ ჭარბობს წნევის ნახტომის მნიშვნელობას კვეთში $x = 0$. ეს კიდევ ერთხელ ამტკიცებს ფაქტს იმის შესახებ, რომ ჰიდრავლიკური წინააღობა გავლენას ახდენს წნევის ცვლილების სიდიდეზე.



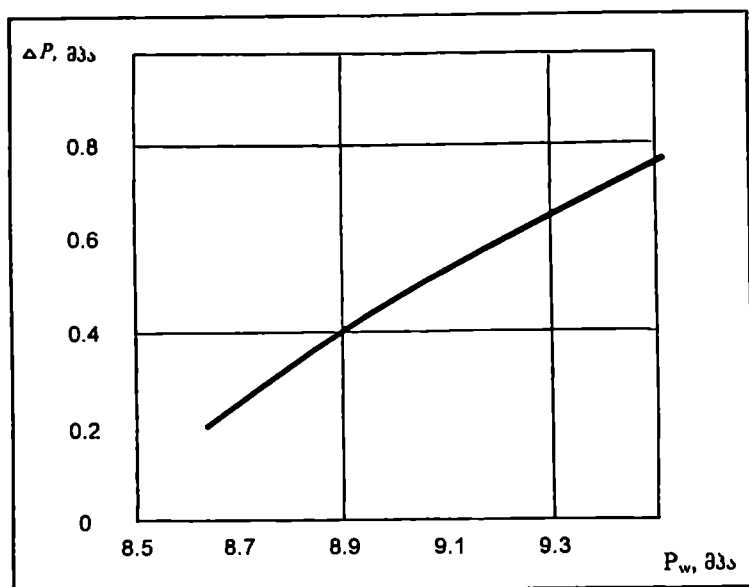
ნახ.11. სიჩქარის დროში ცვლილების გრაფიკები გაზსადენის სხვადასხვა კვეთში: 1. $x = 0$; 2. $x = 0,25L$; 3. $x = 0,5L$; 4. $x = 0,75L$



ნახ.12. წნევის ცვლილება გაზსადენის სიგრძის გასწვრივ დროის სხვადასხვა მომენტებში: 1. $t = 3$ წმ; 2. $t = 6$ წმ; 3. $t = 9$ წმ

მაგისტრალური გაზსადენის ჰიდრაულიკური გამოცდა განსხვავდება პნევმატურისაგან იმით, რომ მოიცემა არა მხოლოდ მინიმალური გამოსაცდელი წნევა გაზსადენის უმაღლეს წერტილში $P_i = 1,1P_s$, არამედ მაქსიმალური გამოსაცდელი წნევაც გაზსადენის უდაბლეს წერტილში, რომელიც თანხვდება ქარხნული გამოცდის წნევას [92]. თუ ვიანგარიშებთ ქარხნული გამოცდის წნევას P_w და შესასვლელ კეობში წნევის ნახტომის სიდიდეს ΔP , ზევით

მოყვანილი ჰიდროდინამიკური პარამეტრების გაანგარიშების მეთოდის შესაბამისად, შეიძლება აიგოს შესასვლელ კვეთში წნევის ნახტომის დასაშვები სიდიდის დამოკიდებულება მაქსიმალურ გამოსაცდელ წნევაზე, სხვა მოცემული პარამეტრების შემთხვევაში (ნახ.13).



ნახ.13. წნევის ნახტომის დასაშვები მნიშვნელობების დამოკიდებულება მაქსიმალურ გამოსაცდელ მნიშვნელობაზე

მიღებული დამოკიდებულება საშუალებას გვაძლევს ვაწარმოოთ შესასვლელ კვეთში წნევის მკვეთრი ცვლილების სიდიდის რეგლამენტირება. ახე მაგალითად, თუ მაგისტრალური გაზსადენის გამოსაცდელი უბანი შედგება

მიღებისაგან, რომლებისთვისაც $P_w=8,9$ მპა, მაშინ წნევის ნახტომის სიდიდე შესასვლელ კვეთში არ უნდა აღემატებოდეს $\Delta P=0,4$ მპა-ს.

თავი 5. მაგისტრალურ გაზსადენებში, გაზის პულსაციური ნაკადის გაშილტრვა აპტიური მეთოდების საშუალებით

მაგისტრალურ გაზსადენებში შესაძლებელია წარმოიქმნას წნევის (ან ზარჯის) რხევები, რის გამოც გაზის მოძრაობა გაზსადენში ხდება არასტაციონარული. აგრეთვე შესაძლებელია, რომ რხევები შეიქმნას სპეციალურად, მაგალითად როდესაც პულსირებული ნაკადი გამოიყენება გაზოდინამიკური რეჟიმის მართვისათვის. ჩვენ არ განვიხილავთ ასეთ სპეციფიკურ, სპეციალურად შექმნილ სიტუაციებს და შემოვისაზღვრებით იმ შემთხვევებით, როდესაც გაზის ნაკადის რხევა (ან პულსაცია) გამოწვეულია მიმწოდებელი აგრეგატებით და მომხმარებლების მიერ გაზის არათანაბარი მოხმარებით [70].

განხილული შემთხვევებისათვის, არასტაციონარული გაზოდინამიკური პროცესისათვის მეტად მნიშვნელოვანია ამ პროცესის დამახასიათებელი ფიზიკური სიდიდეების დროში ცვლილების კანონების ცოდნა. ამ თვისების შესაბამისად, არასტაციონარული გაზოდინამიკური პროცესები შეიძლება დაიყოს პერიოდულ და გარდამავალ პროცესებად (შესაბამისად პერიოდული პროცესი შეიძლება იყოს ჰარმონიული და არაჰარმონიული). გარდამავალი პროცესები იქმნება გარკვეული შეშფოთების შედეგად, რომელიც იწვევს პროცესის წონასწორობის დარღვევას (ასეთი პროცესი შესაძლებელია იყოს რხევითი, აპერიოდული, მონოტონური, მილევადი და ა.შ.). გაზოდინამიკური პროცესები

შესაძლებელია იყოს ლამინარული და ტურბულენტური. ტურბულენტური მოძრაობა, ყოველთვის არასტაციონარულია, რადგანაც ამ დროს ადგილი აქვს სიჩქარისა და წნევის პულსაციებს, თუმცა დროში გასაშუალოებული ეს სიდიდეები, ინარჩუნებენ მუდმივ მნიშვნელობებს.

გასათვალისწინებელია გაზის კუმშვადობის გავლენა არასტაციონარულ გაზოდინამიკურ პროცესზე. ზოგჯერ ეს გავლენა მეტად მნიშვნელოვანია, ზოგჯერ კი – უმნიშვნელო.

ასევე გასათვალისწინებელია სითბური პროცესების გავლენა არასტაციონარულ გაზოდინამიკურ პროცესზე, განსაკუთრებით როდესაც გვაქვს ტემპერატურის მნიშვნელოვანი ცვლილება.

არასტაციონარულმა გაზოდინამიკურმა პროცესებმა შეიძლება გამოიწვიოს გაზსადენის არაზელსაყრელი ვიბრაცია, რისი ახსნა შესაძლებელია იმ ინერციის ძალების გავლენით, რომლებიც მოქმედებენ გაზსადენის ღერძის პერპენდიკულარულად. ვიბრაციის ძირითად მიზეზად შეიძლება ჩათვალოს შიგა წნევის რხევა, რომელიც იქმნება გაზსადენის მკვეთრი აგრეგატებით ან ჩამკეტი მოწყობილობებით. რხევა აგრეთვე შესაძლებელია შექმნას ჩაკეტილი საკეტებიდან გრიგალების მოწყვეტამ, კომპრესორების ნიჩბების დარტყმებმა, როტორის ვიბრაციამ, რეგულირების სისტემის ავტორხვევებმა და სხვა.

ძირითადი ამოცანები, რომლებიც დაკავშირებულია შიგა წნევის რხევის შესუსტებასთან ან სრულ ლიკვიდაციასთან, შემდეგია: 1. დადგინდეს რხევის რეზონანსის შესაძლებლობა და 2. გაზსადენის რომელიმე კვეთში წნევის რხევის

ცნობილი პროცესის შესაბამისად, მოხდეს ანალოგიური პროცესის პროგნოზირება ნებისმიერ სხვა კვთში.

განსხვავებით წნევის (ან ხარჯის) რხევების ჩაქრობის არსებული პასიური მეოდებისაგან [57,58], განვიხილოთ რხევების ჩაქრობის აქტიურ მეთოდები, რომელთა მოქმედების იდეა მდგომარეობს შემდეგში [5]: გაზის მოძრაობის პროცესზე ზემოქმედება წარმოებს გარკვეული მოწყობილობის (გენერატორის) საშუალებით, რომელიც წარმოადგენს წნევის ან ხარჯის ცვლილების მართვად ზემოქმედების წყაროს (ან მათ კომბინაციას) და მოთაესებულა გაზსადენის გარკვეულ კვთში.

ზოგადობის დაურღვევლად და ილუსტრაციის სიმარტივისათვის, ამ თავში განიხილება მხოლოდ ისეთი პროცესები, რომლებიც შესაძლებელია წარმოდგენილი იყოს ფურიეს ჰარმონიული მწკრივით, თუმცა უნდა აღინიშნოს, რომ თუ საქმე გვაქვს სხვა ტიპის პროცესთან, პროცედურის მსველობა – პრინციპიულად არ იცვლება [59].

5.1. კომპარმსორის ხარჯის ღარმოდგენა ჟურიმს კარმონიული მწკრივების საშუალებით

მაღალი საექსპლუატაციო საიმედოობა, წნევის ფართე დიაპაზონში მუშაობის უნარი, შეკუმშვის მაღალი ხარისხი, მწარმობლურობის რეგულირება “არასასურველი” სიერცის ცვლილების და ბრუნვის სიხშირის ცვლილების ხარჯზე, განსაზღვრავს დგუშიანი კომპრესორების ფართე გამოყენებას

საკომპრესორო სადგურებში, მიწისქვეშა საცაგებში და მცირე გამტარუნარიანობის მქონე მაგისტრალურ გაზსადენებზე [35,41]. რადგანაც გაზის ხარჯის გაფილტრვის ამოცანა დგუშიან კომპრესორებისათვის და დგუშიანი ტუმბოებისათვის, პრინციპიდან გამომდინარე არ განსხვავდება ერთმანეთისაგან, ამიტომ სიმარტივისათვის განვიხილოთ დგუშიანი ტუმბოს მიერ მიწოდებული ხარჯის გაფილტრვის (გაგლეჯების) ამოცანა, რომლის ამონახსნის განზოგადობა დგუშიანი კომპრესორებისათვის, არავითარ სირთულეს არ წარმოადგენს.

როგორც ცნობილია, დგუშიანი ტუმბოს მიწოდება მოიცემა შემდეგი გამოსახულებით:

$$Q = Fc\omega \left(\sum_{i=1}^n \sin \gamma_i + \frac{e}{2R} \sum_{i=1}^n \sin 2\gamma_i \right), \quad (5.1)$$

სადაც F - ცილინდრის განივკვეთის ფართობია;

e - ექსცენტრისიტეტი;

ω - ძრავის ბრუნვის კუთხური სიჩქარე;

R - მრუდხარას რადიუსია.

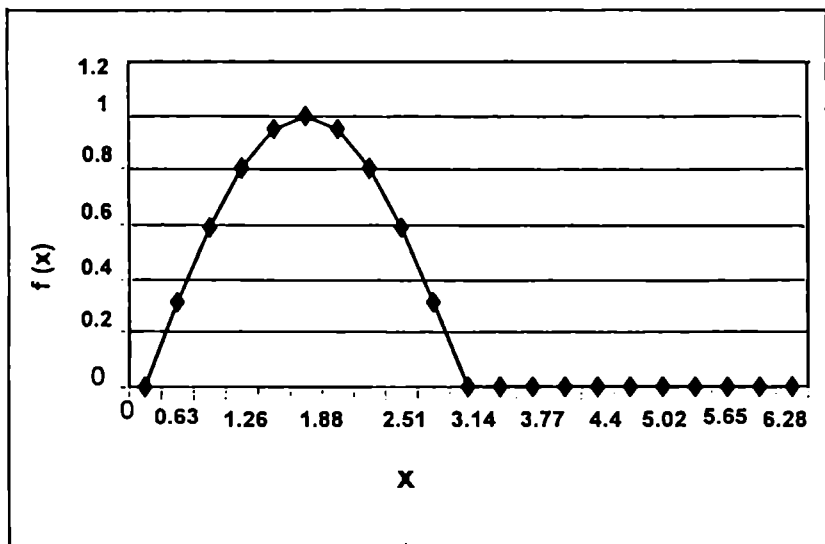
აღვნიშნოთ $B = \frac{e}{2R}$ და მაგალითისათვის განვიხილოთ შემთხვევა,

როდესაც გვაქვს ერთდგუშიანი ტუმბო. განვიხილოთ ხარჯის ფუნქცია, რომელიც შეესაბამება ამ შემთხვევას:

$$\frac{Q}{F\omega} = f(x) = \sin x + B \sin 2x. \quad (5.2)$$

ეს ფუნქცია აღწერს რეალურ სურათს ინტერვალში $(0; \pi)$, ხოლო $(\pi; 2\pi)$ ინტერვალში - $f(x)$ ფუნქცია ნულის ტოლია.

ნახ.14-ზე თვალსაჩინოებისათვის მოყვანილია (5.2) ფუნქციის გრაფიკი, იმ შემთხვევისათვის, როდესაც $B = 0,1$.



ნახ.14. ერთდგუშიანი კომპრესორის დაყვანილი მიწოდების გრაფიკი

ამგეარად საკმე გვაქვს პერიოდულ ფუნქციასთან, რომლის ერთი პერიოდი ინტერვალში $(-\pi; +\pi)$, მოიცემა შემდეგი ფუნქციით:

$$f(x) = \begin{cases} 0; & -\pi \leq x \leq 0 \\ \sin x + B \sin 2x; & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases} \quad (5.3)$$

ცხადია, რომ ეს ფუნქცია შესაძლებელია წარმოადგენილ იქნას ფურიეს მწკრივის სახით [29]:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos kx + b_k \sin kx); \quad (5.4)$$

$$a_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos kx \, dx; \quad (5.5)$$

$$b_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin kx \, dx. \quad (5.6)$$

რადგანაც $f(x)$ ფუნქცია $(-\pi; 0)$ ინტერვალში ნულის ტოლია, ამიტომ ჩვენს შემთხვევაში ინტეგრალების საზღვრები გვექნება 0-დან π -მდე. ამიტომ a_0 -თვის გვექნება:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \sin x \, dx + \frac{B}{\pi} \int_0^{\pi} \sin 2x \, dx = -\frac{1}{\pi} \cos x \Big|_0^{\pi} - \frac{B}{2\pi} \cos 2x \Big|_0^{\pi} = \frac{2}{\pi}. \quad (5.7)$$

განვსაზღვროთ a_k კოეფიციენტები:

$$a_k = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi (\sin x + B \sin 2x) \cos kx \, dx = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \sin x \cos kx \, dx + \frac{B}{\pi} \int_0^\pi \sin 2x \cos kx \, dx. \quad (5.8)$$

რადგანაც

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)], \quad (5.9)$$

ამიტომ

$$\int_0^\pi \sin x \cos kx \, dx = \frac{1}{2} \int_0^\pi [\sin(x + kx) + \sin(x - kx)] dx = \frac{1}{2} \int_0^\pi \sin(k+1)x \, dx + \frac{1}{2} \int_0^\pi \sin(1-k)x \, dx. \quad (5.10)$$

$$\int_0^\pi \sin(k+1)x \, dx = -\frac{1}{k+1} [\cos(k+1)\pi - 1] \quad (5.11)$$

და რადგანაც $\cos(k+1)\pi = (-1)^{k+1}$, ამიტომ

$$\int_0^\pi \sin(k+1)x \, dx = \frac{1}{k+1} [1 - (-1)^{k+1}] \quad (5.12)$$

ანალოგიურად

$$\int_0^{\pi} \sin(1-k)x \, dx = \frac{1}{k-1} [(-1)^{k-1} - 1]. \quad (5.13)$$

(5.8)-ს მეორე შესაყრები ტოლია:

$$\int_0^{\pi} \sin 2x \cos kx \, dx = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} [\sin(2x+kx) + \sin(2x-kx)] dx = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \sin(2+k)x \, dx + \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \sin(2-k)x \, dx; \quad (5.14)$$

$$\int_0^{\pi} \sin(2+k)x \, dx = -\frac{1}{2+k} [\cos(2+k)\pi - 1] = -\frac{1}{2+k} [(-1)^k - 1] \quad (5.15)$$

რადგანაც $\cos(2+k)\pi = (-1)^k$.

$$\int_0^{\pi} \sin(2-k)x \, dx = \frac{1}{k-2} [\cos(k-2)\pi - 1] = \frac{1}{k-2} [(-1)^k - 1]. \quad (5.16)$$

რადგანაც $\cos(k-2)\pi = (-1)^k$, ამიტომ საბოლოოდ:

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{1}{2(k+1)} [1 - (-1)^{k+1}] + \frac{1}{2(k-1)} [(-1)^{k-1} - 1] \right\} + \\ &+ \frac{B}{\pi} \left\{ -\frac{1}{2(2+k)} [(-1)^k - 1] + \frac{1}{2(k-2)} [(-1)^k - 1] \right\} = \\ &= \frac{1}{\pi} \frac{1}{(k-1)(k+1)} [1 - (-1)^{k+1}] + \frac{2B}{\pi} \frac{1}{(k-2)(k+2)} [(-1)^k - 1] \end{aligned} \quad (5.17)$$

გადავღეთ b_k კოეფიციენტების განსაზღვრაზე:

$$b_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} (\sin x + B \sin 2x) \sin kx \, dx = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \sin x \sin kx \, dx + \frac{B}{\pi} \int_0^{\pi} \sin 2x \sin kx \, dx. \quad (5.18)$$

რადგანაც

$$\sin \alpha \sin \beta = -\frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)], \quad (5.19)$$

ამიტომ

$$\begin{aligned} \int_0^{\pi} \sin x \sin kx \, dx &= -\frac{1}{2} \int_0^{\pi} [\cos(x + kx) - \cos(x - kx)] dx = \\ &= -\frac{1}{2} \int_0^{\pi} \cos(k+1)x \, dx + \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \cos(k-1)x \, dx. \end{aligned} \quad (5.20)$$

გაანგირეშება გვიჩვენებს, რომ

$$\int_0^{\pi} \cos(k+1)x \, dx = 0. \quad (5.21)$$

$$\int_0^{\pi} \cos(k-1)x \, dx = \frac{\sin(k-1)\pi}{k-1}. \quad (5.22)$$

მიღებული გამოსახულება ნულის ტოლია ყველა k -თვის, გარდა შემთხვევისა $k = 1$. ამ შემთხვევაში გვაქვს $\frac{0}{0}$ ტიპის განუზღვრელობა, რომლის გახსნა მოვახდინოთ ლობიტალის წესით [29]:

$$\lim_{k \rightarrow 1} \frac{\sin(k-1)\pi}{k-1} = \lim_{k \rightarrow 1} \frac{\pi \cos(k-1)\pi}{1} = \pi, \quad (5.23)$$

ამიტომ:

$$\int_0^{\pi} \sin x \sin kx \, dx = \frac{\pi}{2}; \quad (5.24)$$

$$\begin{aligned} \int_0^{\pi} \sin 2x \sin kx \, dx &= -\frac{1}{2} \int_0^{\pi} [\cos(k+2)x - \cos(k-2)x] dx = \\ &= -\frac{1}{2} \int_0^{\pi} \cos(k+2)x \, dx + \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \cos(k-2)x \, dx. \end{aligned} \quad (5.25)$$

განგარიშება გვიჩვენებს, რომ

$$\int_0^{\pi} \cos(k+2)x \, dx = 0; \quad (5.26)$$

$$\int_0^{\pi} \cos(k-2)x \, dx = \frac{\sin(k-2)\pi}{k-2}. \quad (5.27)$$

ეს გამოსახულება ნულის ტოლია ყველა k -თვის, გარდა შემთხვევისა $k = 2$. ლოპიტალის წესის გამოყენებით, მივიღებთ:

$$\lim_{k \rightarrow 2} \frac{\sin(k-2)\pi}{k-2} = \lim_{k \rightarrow 2} \frac{\pi \cos(k-2)\pi}{1} = \pi. \quad (5.28)$$

ამიტომ საბოლოოდ:

$$\int_0^{\pi} \sin 2x \sin kx \, dx = \pi. \quad (5.29)$$

ამგვარად საბოლოოდ $b_k = \frac{1}{2}$, თუ $k = 1$ და $b_k = \frac{B}{2}$, თუ $k = 2$. ყველა

სხვა დანარჩენი k -თვის, $b_k = 0$.

ე.ი. საბოლოოდ $f(x)$ ფუნქცია შეიძლება წარმოვიდგინოთ შემდეგნაირად:

$$f(x) = \frac{1}{\pi} + \frac{1}{2} \sin x + \frac{B}{2} \sin 2x + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos kx. \quad (5.30)$$

a_k კოეფიციენტი წარმოვიდგინოთ ორი შესაყრების სახით:

$$a_k = a_k' + a_k'', \quad (5.31)$$

სადაც:

$$a_k^I = \frac{1}{\pi} \frac{1}{(k-1)(k+1)} [(-1)^{k+1} - 1] \quad (5.32)$$

$$a_k^{II} = \frac{2B}{\pi} \frac{1}{(k-2)(k+2)} [(-1)^{k+1} - 1] \quad (5.33)$$

როგორც a_k^I , ასევე a_k^{II} მცირდება k -ს ზრდასთან ერთად. ცხრილ 4-ში ნაჩვენებია ამ სიდიდეების ცვლილების დინამიკა.

ცხრილი 4

ფურიეს მწკრივის კოეფიციენტების მნიშვნელობები

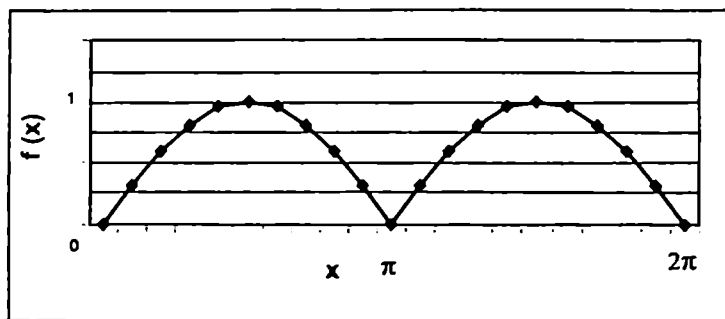
k	1	2	3	4	5	6
a_k^I	0	$-\frac{2}{\pi \cdot 1 \cdot 3}$	0	$-\frac{2}{\pi \cdot 3 \cdot 5}$	0	$-\frac{2}{\pi \cdot 5 \cdot 7}$
a_k^{II}	$-\frac{4B}{\pi \cdot 1 \cdot 3}$	0	$-\frac{4B}{\pi \cdot 1 \cdot 5}$	0	$-\frac{4B}{\pi \cdot 3 \cdot 7}$	0

ეჭვს იწვევს შემთხვევა $a_k^I = 0$, თუ $k = 1$, რადგანაც ამ დროს გვაქვს 0/0 ტიპის განუზღვრელობა. მაგრამ a_k^I ნამდვილად უდრის ნულს, რადგანაც, როდესაც $k = 1$, გვაქვს:

$$a_k' = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \sin x \cos x \, dx = \frac{1}{2} \int_0^\pi \sin 2x \, dx = -\frac{1}{2\pi} \frac{1}{2} \cos 2x \Big|_0^\pi = -\frac{1}{4\pi} (\cos 2\pi - \cos 0) = 0. \quad (5.34)$$

ანალოგიურად გვექნება a_k'' -ის შემთხვევაში, როდესაც $k = 2$.

გადავიღოთ შემთხვევაზე, როდესაც კომპრესორის დგუშების რაოდენობა $z = 2$. ამ შემთხვევისათვის $f(x)$ ფუნქციის სახე ნაჩვენებია ნახ.15-ზე. ცხადია, რომ ეს შემთხვევა არავითარ სირთულეს არ წარმოადგენს, რადგანაც $(-\pi; +\pi)$ ინტერვალში, ფუნქციის სიმეტრიულობის გამო, ყველა კოეფიციენტი ფურიეს შწყვირეში – გაორმაგდება.



ნახ.1. ორდგუშიანი კომპრესორის დაყვანილი მიწოდების გრაფიკი

გადავიფეთ სამღფუშთან ტუმბოზე. მისი სრული მიწოდება მოიცემა სამი

$(f_1(x), f_2(x), f_3(x))$ ფუნქციით, რომლებსაც აქვთ შემდეგი სახე:

$$f_1(x) = \begin{cases} \sin x + \frac{B}{2} \sin 2x; & 0 < x < 180^\circ; \\ 0; & 180^\circ < x < 360^\circ; \\ \sin x + \frac{B}{2} \sin 2x; & 360^\circ < x < 540^\circ; \\ 0; & 540^\circ < x < 720^\circ; \\ \dots \end{cases} \quad (5.35)$$

$$f_2(x) = \begin{cases} 0; & 0 < x < 120^\circ; \\ \sin x + \frac{B}{2} \sin 2(x - 120^\circ); & 120^\circ < x < 300^\circ; \\ 0; & 300^\circ < x < 480^\circ; \\ \sin x + \frac{B}{2} \sin 2(x - 120^\circ); & 480^\circ < x < 600^\circ; \\ \dots \end{cases} \quad (5.36)$$

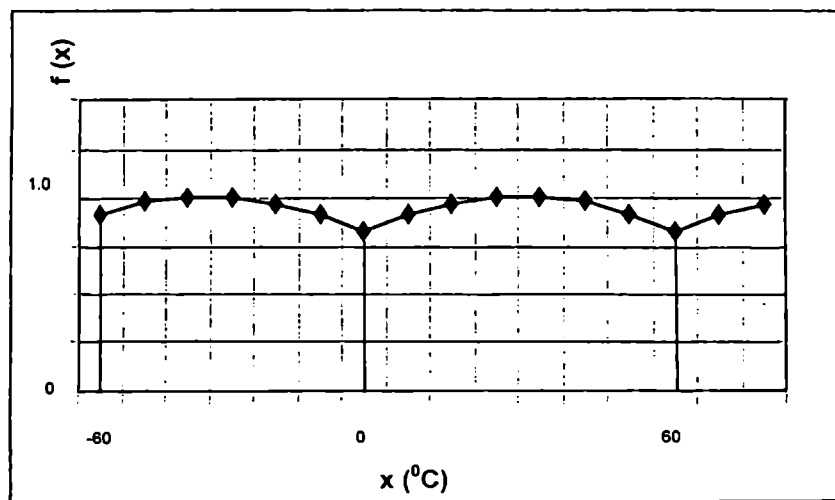
$$f_3(x) = \begin{cases} \sin(x - 240^\circ) + \frac{B}{2} \sin 2(x - 240^\circ); & 0 < x < 60^\circ; \\ 0; & 60^\circ < x < 240^\circ; \\ \sin(x - 240^\circ) + \frac{B}{2} \sin 2(x - 240^\circ); & 240^\circ < x < 420^\circ; \\ 0; & 420^\circ < x < 600^\circ; \\ \dots \end{cases} \quad (5.37)$$

ამ სამი ფუნქციის მიხედვით აგებული გრაფიკი ნაჩვენებია ნახ. 16-ზე.

ამგვარად ჯამური (სიმეტრიული) ფუნქცია ინტერვალში $\left(-\frac{\pi}{3}; +\frac{\pi}{3}\right)$,

მოიცემა შემდეგი გამოსახულებით:

$$f(x) = \sin x + B \sin 2x + \sin\left(x - \frac{4\pi}{3}\right) + B \sin 2\left(x - \frac{4\pi}{3}\right). \quad (5.38)$$



ნახ.16. სამღგუშიანი კომპრესორის ლაყვანილი ჯამური მიწოდების გრაფიკი

რადგანაც პერიოდული ფუნქციის ინტერვალი არის $(-L; +L)$, ამიტომ ფურიეს მწკრივად გაშლას ექნება შემდეგი სახე:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \cos \frac{k\pi x}{L} + b_k \sin \frac{k\pi x}{L} \right), \quad (5.39)$$

სადაც:

$$a_k = \frac{1}{L} \int_{-L}^{+L} f(x) \cos \frac{k\pi x}{L} dx; \quad (5.40)$$

$$b_k = \frac{1}{L} \int_{-L}^{+L} f(x) \sin \frac{k\pi x}{L} dx; \quad (5.41)$$

სადაც ჩვენს შემთხვევაში $L = \frac{\pi}{3}$; $\frac{k\pi x}{L} = \frac{3k\pi x}{\pi} = 3kx$.

განვსაზღვროთ a_k კოეფიციენტები:

$$a_0 = \frac{3}{\pi} 2 \int_0^{\pi/3} \left[\sin x + B \sin 2x + \sin \left(x - \frac{4\pi}{3} \right) + B \sin 2 \left(x - \frac{4\pi}{3} \right) \right] \cos 3kx \, dx = \frac{3}{\pi}. \quad (5.42)$$

ამ კოეფიციენტის გამოთვლისას (და შემდგომშიც) გამოყენებულია

ფუნქციის სიმეტრიულობა, კერძოდ: $\int_{-\pi/3}^{+\pi/3} f(x) dx = 2 \int_0^{+\pi/3} f(x) dx$.

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{3}{\pi} 2 \int_0^{\pi/3} \left[\sin x + B \sin 2x + \sin \left(x - \frac{4\pi}{3} \right) + B \sin 2 \left(x - \frac{4\pi}{3} \right) \right] \cos 3kx \, dx = \\ &= \frac{6}{\pi} (a_k^I + a_k^{II} + a_k^{III} + a_k^{IV}) \end{aligned} \quad (5.43)$$

$$a_k^I = \int_0^{\pi/3} \sin x \cos 3kx \, dx = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/3} [\sin(3k+1)x - \sin(3k-1)x] dx. \quad (5.44)$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ $\cos(3k+1)\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}(-1)^k$ და

$\cos(3k-1)\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}(-1)^k$, მარტივი გარდაქმნების შემდეგ მივიღებთ:

$$a_k^{(1)} = \left[\frac{1}{2}(-1)^k - 1 \right] \frac{1}{(3k+1)(3k-1)}. \quad (5.45)$$

$$a_k^{(2)} = B \int_0^{\pi/3} \sin 2x \cos 3kx \, dx = \frac{B}{2} \int_0^{\pi/3} [\sin(3k+2)x + \sin(2-3k)x] dx. \quad (5.46)$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ $\cos(3k+2)\frac{\pi}{2} = \frac{1}{2}(-1)^{k+1}$, ხოლო

$\cos(3k-2)\frac{\pi}{2} = \frac{1}{2}(-1)^{k+1}$, მაშინ საკმაოდ მარტივი გარდაქმნების შემდეგ მივიღებთ:

$$a_k^{(2)} = 2B \left[\frac{1}{2}(-1)^{k+1} - 1 \right] \frac{1}{(3k+2)(3k-2)}. \quad (5.47)$$

$$a_k^{(3)} = \int_0^{\pi/3} \sin \left(x - \frac{4\pi}{3} \right) \cos 3kx \, dx = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/3} \left[\sin \left(x - \frac{4\pi}{3} + 3kx \right) + \sin \left(x - \frac{4\pi}{3} - 3kx \right) \right] dx. \quad (5.48)$$

რადგანაც $\cos(k-1)\pi = (-1)^{k+1}$ და $\cos(k+1)\pi = (-1)^{k+1}$, მაშინ გარდაქმნების

შემდეგ გვექნება:

$$a_k^{(3)} = \left[(-1)^{k+1} + \frac{1}{2} \right] \frac{1}{(3k+1)(3k-1)}. \quad (5.49)$$

$$a_k^{(4)} = B \int_0^{\pi/3} \sin 2 \left(x - \frac{4\pi}{3} \right) \cos 3kx \, dx =$$

$$= \frac{B}{2} \int_0^{2\pi} \left\{ \sin \left[2 \left(x - \frac{4\pi}{3} \right) + 3kx \right] + \sin \left[2 \left(x - \frac{4\pi}{3} \right) - 3kx \right] \right\} dx. \quad (5.50)$$

საბოლოოდ:

$$a_k^{IV} = \frac{B}{2} \frac{1}{3k+2} \left[(-1)^k + \frac{1}{2} \right] + \frac{B}{2} \frac{1}{3k-2} \left[(-1)^k + \frac{1}{2} \right]. \quad (5.51)$$

$$a_k = \frac{6}{\pi} \left\{ \frac{1}{(3k+1)(3k-1)} \left[(-1)^k + (-1)^{k+1} - \frac{1}{2} \right] + \frac{2B}{(3k+2)(3k-2)} \left[\frac{1}{2} (-1)^{k+1} + (-1)^k - \frac{1}{2} \right] \right\}. \quad (5.52)$$

ცხადია, რომ კენტი k -თვის პირველი შესაკრები ნულის ტოლია, ხოლო ლუწი k -თვის ნულის ტოლია მეორე შესაკრები. a_k კოეფიციენტები სწრაფად მცირდება k -ს გაზრდისას. ცხრილ 5-ში, ნაჩვენებია a_k -ს ცვლილების დინამიკა.

ცხრილი 5

ფურიეს მწკრივის კოეფიციენტის დამოკიდებულება k -ზე

k	1	2	3	4	5
a_k	$-\frac{6}{\pi} 2B \frac{1}{5 \cdot 1}$	$-\frac{6}{\pi} \frac{1}{7 \cdot 5}$	$-\frac{6}{\pi} 2B \frac{1}{11 \cdot 7}$	$-\frac{6}{\pi} \frac{1}{13 \cdot 11}$	$-\frac{6}{\pi} 2B \frac{1}{17 \cdot 13}$

განესაზღვროთ b_k კოეფიციენტები:

$$b_k = \frac{3}{\pi} 2 \int_0^{\pi/3} \left[\sin x + B \sin 2x + \sin \left(x - \frac{4\pi}{3} \right) + B \sin 2 \left(x - \frac{4\pi}{3} \right) \right] \sin 3kx \, dx =$$

$$= \frac{6}{\pi} (b_k^{(I)} + b_k^{(II)} + b_k^{(III)} + b_k^{(IV)}) \quad (5.53)$$

$$b_k^{(I)} = \int_0^{\pi/3} \sin x \sin 3kx \, dx = -\frac{1}{2} \int_0^{\pi/3} [\cos(3k+1)x - \cos(3k-1)x] dx. \quad (5.54)$$

რადგანაც $\sin(3k+1)\frac{\pi}{3} = (-1)^k \frac{\sqrt{3}}{2}$ და $\sin(3k-1)\frac{\pi}{3} = (-1)^{k+1} \frac{\sqrt{3}}{2}$, ამიტომ

მივიღებთ:

$$b_k^{(I)} = \frac{(-1)^k 3\sqrt{3}k}{2(3k+1)(3k-1)}. \quad (5.55)$$

$$b_k^{(II)} = B \int_0^{\pi/3} \sin 2x \sin 3kx \, dx = -\frac{B}{2} \int_0^{\pi/3} [\cos(3k+2)x - \cos(3k-2)x] dx. \quad (5.56)$$

რადგანაც $\sin(3k+2)\frac{\pi}{3} = (-1)^k \frac{\sqrt{3}}{2}$, ხოლო $\sin(3k-2)\frac{\pi}{3} = (-1)^{k+1} \frac{\sqrt{3}}{2}$,

ამიტომ:

$$b_k^{(II)} = \frac{(-1)^{k+1} 3\sqrt{3}kB}{2(3k+2)(3k-2)}. \quad (5.57)$$

$$b_k''' = -\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{(3k+1)(3k-1)}. \quad (5.58)$$

$$\begin{aligned} b_k^{IV} &= B \int_0^{2\pi} \sin 2\left(x - \frac{4\pi}{3}\right) \sin 3kx \, dx = \\ &= -\frac{B}{2} \int_0^{2\pi} \left\{ \cos \left[2\left(x - \frac{4\pi}{3}\right) + 3kx \right] - \cos \left[2\left(x - \frac{4\pi}{3}\right) - 3kx \right] \right\} dx. \end{aligned} \quad (5.59)$$

გარდაკვანძვის შემდეგ, მივიღებთ:

$$b_k^{IV} = \frac{B\sqrt{3}}{(3k+2)(3k-2)}. \quad (5.60)$$

ამგვარად საბოლოოდ:

$$b_k = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{(3k+1)(3k-1)} \left[3(-1)^{k+1} - 1 \right] + \frac{B\sqrt{3}}{(3k+2)(3k-2)} \left[\frac{3(-1)^{k+1}}{2} + 1 \right]. \quad (5.61)$$

5.2. ბაზსადგენში მანძილ რხევების ჩაქრობის ადტიური მეთოდი

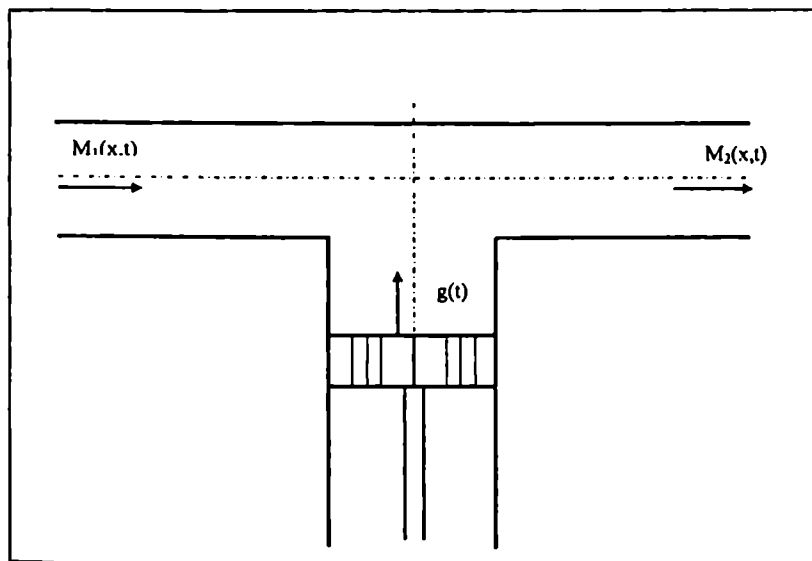
განვიხილოთ მაგისტრალური გაზსადენი, რომელშიც გარკვეული მიზეზების გამო იქმნება პულსაციური მოვლენები. ეს განსაკუთრებით დამახასიათებელია გაზის კომპრესორებით მიწოდების შემთხვევაში. პულსაციების ჩაქრობის აუცილებლობა გამოწვეულია საკომპრესო დანდგარების მქ-ის შემცირებით და იმ სიძნელების არსებობით, რომლებიც

წარმოიქმნებიან ამ დანადგარების ექსპლუატაციისას და ზოგჯერ შესაძლებელია გახდნენ კიდევ მსხვილი ავარიის მიზეზი.

ასეთი მაგნე პულსაციების ჩასაქრობად, როგორც წესი, იყენებენ პასიურ მეთოდებს ანუ სტაციონარულ პასიურ ფილტრებს [32,35]. ამ მეთოდის დანერგვა ამცირებს პულსაციური მოვლენების გავლენას გაზსადენების საექსპლუატაციო მახასიათებლებზე, თუმცა არ შეიძლება არ აღინიშნოს მათი რამოდენიმე ნაკლი: გაზსადენისა და პულსაციების ჩამქრობების გაანგარიშება წარმოებს გაზსადენის საკუთარი სიხშირის მახასიათებლების დროში ფიქსირებული, უცვლელი მნიშვნელობებისათვის – ე.ი. რეჟიმის შეცვლის შემთხვევაში ჩამქრობის ეფექტურობა მკვეთრად ეცემა; მეთოდის გამოყენებას თან სდევს მნიშვნელოვანი ენერგიის დანაკარგები: სიძვირე და ტექნიკური სირთულე ექსპლუატაციისას ყველა ტიპის ჩამქრობისათვის.

ბუნებრივია ჩნდება აუცილებლობა, შემუშავდეს გაზის პულსირებულ ნაკადზე ზემოქმედების ისეთი მეთოდი, რომელიც მოგვეცემს საშუალებას გათვალისწინებული იქნას სისტემის მახასიათებლების ცვლილება დროში. ამ პრობლემის გადაწყვეტის ყველაზე ზოგადი ზერზი მდგომარეობს ისეთი სისტემის შემუშავებაში, რომელიც შეიცავს ერთ, ან რამოდენიმე რხევის გენერატორს, რომელთა მუშაობამ უნდა დაიყვანოს ნულამდე, ან მოახდინოს გაზსადენში არასასურველი რხევითი პროცესების მინიმიზაცია [72,74].

განვიხილოთ გაზსადენი, რომლის $x = x_0$ კვეთში მოთავსებულია პულსაციების ჩამქრობი ($0 \leq x_0 \leq L$) (ნახ. 17).



ნახ.17. რხევის ჩამქრობის პრინციპიული სქემა

აღნიშნულ ჩამქრობის მიერ შექმნილი ხარჯი $x = x_0$ კვეთში $g_0(t)$ -თი, რომელიც გათვალისწინებული უნდა იქნას მოძრაობის ადრე განხილულ განტოლებათა სისტემაში, ღირაკის ერთეულოვანი δ - ფუნქციის საშუალებით.

ჩვენს მიერ დასმული ამოცანა დგას შემდეგნაირად: მოიძებნოს ისეთი ფუნქცია $g_0(t)$, რომლის საშუალებით ჩამქრობის მართვა დროში მოგვცემს ნულოვან პულსაციას $x = x_0$ კვეთის მარჯვნივ, უბანზე $x_0 < x \leq L$. მათემატიკურად ეს ნიშნავს, რომ სრულდება პირობა:

$$M_1(x, t) = 0; \quad x_0 < x \leq L. \quad (5.62)$$

აღსანიშნავია, რომ აქ და შემდეგაც განიხილება მხოლოდ სტაციონარული პროცესიდან გადახრის სიდიდეები.

რადგანაც ამ შემთხვევაში განიხილება მხოლოდ გაზის ნაკადის რხევა, ამიტომ ზოგადობის დაურღვეველად, შესაძლებელია ჩაითვალოს, რომ $M_1(0, t) = f(t)$ ფუნქცია შეიძლება წარმოვიდგინოთ ფურიეს მწკრივად, ნულოვანი საშუალო მნიშვნელობით:

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos \omega n t + B_n \sin \omega n t), \quad (5.63)$$

სადაც $\omega = \frac{2\pi}{T_0}$; T_0 – $f(t)$ ფუნქციის პერიოდია.

ჩამჭრობი ზემოქმედება ვეებოთ ანალოგიურად, ნულოვანი საშუალო მნიშვნელობის მქონე პერიოდული ფუნქციით, რომლის პერიოდია ასევე T_0 :

$$g(t) = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \omega n t + b_n \sin \omega n t). \quad (5.64)$$

საკმაოდ გრძელი და რთული მათემატიკური გამოთვლების მოუყვანლად აღენიშნოთ, რომ ჩამჭრობის მიერ შექმნილი $g(t)$ ხარჯის ცვლილება (x_0, L) უბანზე. მოიცემა შემდეგი გამოსახულებით [1]:

$$g(t) = - \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{A_n}{\cos \frac{\omega_0 n}{c} x} \cos(n\omega t) + \frac{B_n}{\cos \frac{\omega_0 n}{c} x} \sin(n\omega t) \right), \quad (5.65)$$

სადაც: $g(t) = e^{\frac{n}{2}} g_0(t)$; $\omega_0 = \sqrt{\omega^2 + \frac{a^2}{4}}$; $c = \frac{1}{\sqrt{m_0 c_0}}$. $m_0 = \frac{\rho}{F}$ - არის

აკუსტიკური მასა; $c_0 = \frac{F}{\rho c^2}$ - არის აკუსტიკური ტევადობა.

$f(t)$ და $g(t)$ - ფუნქციების ფურიეს მწკრივის კოეფიციენტები დაკავშირებულია ერთმანეთთან შემდეგნაირად:

$$\begin{cases} a_n = - \frac{A_n}{\cos \frac{\omega_0 n}{c} x_0} x_0; \\ b_n = - \frac{B_n}{\sin \frac{\omega_0 n}{c} x_0} x_0. \end{cases} \quad (5.66)$$

(5.65)-დან ჩანს, რომ უმჯობესია ჩამჭრობი მოთავსდეს კვეთში $x_0 = 0$.

იგივე ტოლობიდან გამომდინარეობს, რომ ჩამჭრობი სიგნალის ჰარმონიკების ამპლიტუდები იქნება სასრულები (რეალიზებადი), თუ x_0 ისეთია, რომ $\cos \frac{\omega_0 n}{c} x_0 \neq 0$, ე.ი. $\cos \frac{\omega_0 n}{c} x_0 \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$, სადაც k - მთელი დადებითი

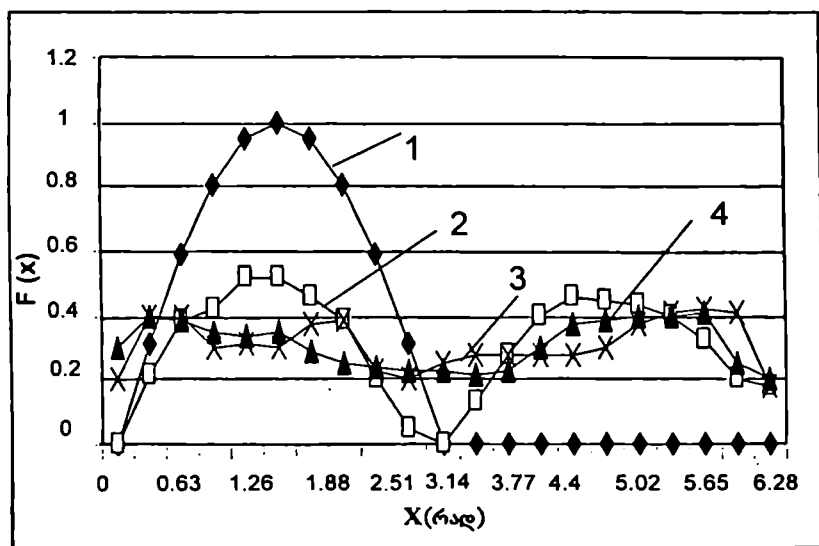
რიცხვია, ანუ $x_0 = \frac{(2k+1) c \cdot \pi}{\omega_0 n} \cdot \frac{\pi}{2}$. სხვანაირად, პულსაციის n -ური პარმონიკა

ვერ ჩაქრება, თუ ჩამქრობი მოთავსებულია კვეთში, რომლის კოორდინატი

$$x_0 = \frac{(2k+1) c \cdot \pi}{\omega_0 n} \cdot \frac{\pi}{2}.$$

აქედან შეიძლება გაკეთდეს დასკვნა, რომ გაზის ნაკადის რხევების ამპლიტუდის ჩამქრობი უნდა მოთავსდეს საკუთარი რხევების მდგარი ტალღების კვანძებიდან მოშორებით. ცხადია, რომ პრაქტიკაში შეიძლება შემოვიხსნათ რამოდენიმე პირველი პარმონიკის ჩაქრობით.

მაგალითისათვის განვიხილოთ ერთდგუშიანი ტუმბოს ხარჯის პულსაციების ჩაქრობა. ასეთი ხარჯის დროში ცვლილების გრაფიკი ნაჩვენებია ნახ. 18-ზე (მრუდი 1).



ნახ.18. ერთდგუშიანი ტუმბოს ხარჯის გაფილტრვა

უთანაბრობის კოეფიციენტი ამ შემთხვევაში 31,4%-ია. კენტი პარმონიკების გაფილტრვის შემდეგ გვექნება მრუდი 2-ის შესაბამისი ხარჯი, უთანაბრობის კოეფიციენტით 17,3%. II და IV პარმონიკების გაფილტრვის შემდეგ ელემენტობა 3 და 4 მრუდებს, შესაბამისად უთანაბრობის კოეფიციენტებით 6,5% და 3,2%. ბუნებრივია, რომ გაფილტრვის პროცესი შესაძლებელია გაგრძელდეს.

დასასრულ აღვნიშნოთ, რომ განხილული ტიპის პარამეტრიზაცია სამართლიანია არა მარტო აღწერილი ფილტრისათვის, არამედ ნებისმიერი ფილტრისათვის, რომელსაც გააჩნია პარამეტრების ცვლილების საშუალება.

1. გოგოლაძე ა., ნაშვალაძე დ., მამასახლისი ვ. მიღსადენებში პულსაციების ჩაქრობა მართვადი ჩამქრობის საშუალებით. თბილისი. ენერგია.

1996. №2

2. ინგოროვცა დ. საქართველოს სატრანზიტო გაზსადენები. თბილისი ენერგია. 2004. №4

3. ლომიძე ი., მამასახლისი ვ., ნაშვალაძე დ. დაუმყარებელი სადაწნო მოძრაობის პარამეტრების განსაზღვრა რობინს-მონროს მეთოდით. "ენერგია", №2, თბილისი, 1996

4. ნაშვალაძე დ., ლომიძე ი., ნანიტაშვილი ვ. ჰიდრავლიკური წინაღობის კოეფიციენტის განსაზღვრა მაგისტრალურ მიღსადენებში რეჟიმის ცვლილების დროს. სტუ-ს 75-ე წლისთავისადმი მიძღვნილი პროფ.-მასწავლ. სამეცნიერო-ტექნიკური კონფერენცია. თბილისი, 1997

5. ნაშვალაძე დ., ლომიძე ი., გოგოლაძე ა. ხარჯის გაფილტვრა მაგისტრალურ მიღსადენებში დგუშიანი ტუმბოებით მიწოდების შემთხვევაში. სტუ-ს 75-ე წლისთავისადმი მიძღვნილი პროფ.-მასწავლ. სამეცნიერო-ტექნიკური კონფერენცია. თბილისი, 1997

6. ნაშვალაძე დ., ლომიძე ი., გიგოლაშვილი ვ. წნევის ტალღების გაანგარიშება მაგისტრალური ნავთობსადენების ჰიდრავლიკური გამოცდის

შემთხვევაში. საერთაშორისო სიმპოზიუმი “ღეფორპირებადი მყარი ტანის მექანიკა”. სტუ. თბილისი. 1998

7.ნამგალაძე დ., ლომიძე ი., ნანიტაშვილი ე. პიდრავლიკური წინაღობის კოეფიციენტის განსაზღვრა მაგისტრალურ მილსადენებში რეჟიმის ცვლილების დროს. სტუ-ს 75-ე წლისთავისადმი მიძღვნილი პროფ.-მასწავლ. ლია სამეცნ.-ტექნიკ.კონფერ. მოხსენებათა თეზისები, თბილისი, 1997

8.ნამგალაძე დ., ინგოროყვა დ. მღვომარეობათა გრაფის კრისა და კავშირის სისტემის მეთოდის გამოყენება ორზღუდარიანი ტრანზიტული გაზსადენის საიმედოობის ფუნქციის დასადგენად. თბილისი. “ენერგია”. 2004. №3

9.სამბარაძე ზ., დანელია ს. მაგისტრალური მილსადენების გამოცდა საიმედოობაზე. ინტელექტი. 1 (9). თბილისი. 2001

10.ASME Standart ANSI B.31.4-1989

11.Daily G.W., Deemer K.C. The unsteady flow water tunnel at the Massachussets Institute of Tecnology. “Transaction ASME”. Januar. 1954

12.Dailly G.W., Hankey W.L., Olive R.V. , Iordan T.M. Resistance coefficients for acce leroted and decelerated flows the rough smool tubes and rificer. “Transaction ASME”. 1956. Vol. 78. # 5

13.Deemer K.C. Fluid Friction due to Unsteady Flow in Conduits Sublimitted in Partial Fulfinment of the Roquiements for the Deg ree of Dogzer of Doctor of Science at Massachussets. 1.7. 1952

14. Foqward J. Application de la formyla sommatuisci d'Euler a la demenstration de quelques, roprutes extremales des integrals des fonctions periodiques. Math. Tidsurift. 1936. 4

15. Forsythe G.E., Malcolm M.A., Moler C.B. Computer methods for mathematical computations. Moscowю Mir. 1980

16. Richardson E.G., Tyler E. The transverse velocity gradient near the mouths of pipes in which an alternating or countinuons flow of air is established. Proc. Phys. Soc. London. 42. 1929

17. Sexel Th. Uber dem uon E.G. Richardson entdeckten Annulareflect. Z. Phys. 61. 1930

18. Wasan M.T. Stochastic Approximation. Cambridg. 1969

19. Айнола Л.Я., Лийв Х.Р., Рустол З.А. Импульсные течения несжимаемой жидкости в трубах. Труды ТПИ. Таллин. № 632. Серия А. 1989

20. Айнола Л.Я., Лийв Х.Р. Математические модели для нестационарных течений в трубах. Труды ТПИ. Таллин. № 593. Серия А. 1982

21. Александров А.В., Яковлев Е.И. Проектирование и эксплуатация систем дальнего транспорта газа. М., Недра. 1974

22. Альтишув А.Д. Гидравлические сопротивления. М., Недра. 1970

23. Бицадзе А.В. Уравнения математической физики. М., Наука. 1982
24. Белоусов В.Д. и др. Трубопроводный транспорт нефти и газа. М., Недра. 1978
25. Березин В.Л. и др. Капитальный ремонт магистральных трубопроводов. М., Недра. 1979
26. Березин В.Л. и др. Надежность магистральных нефте- и продуктопроводов. ТНТО. Транспорт и хранение нефти и нефтепродуктов. М.:ВНИИОЭНГ. 1971
27. Бобровский С.А., Щербаков С.Г., Яковлев Е.И. и др. Движение газа в газопроводах с путевым отбором. М., Наука. 1972
28. Бобровский С.А. и др. Трубопроводный транспорт газа. М., Наука. 1976
29. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. Лейпциг-Тойбнер, Москва-Наука. 1975
30. Вазан М.Т. Стохастическая аппроксимация. М., 1972
31. Владиславлев А.С. и др. Трубопроводы поршневых компрессорных машин. М., Машиностроение. 1972
32. Владиславлев А.С., Колобков А.А., Писаревский В.М. Пульсирующий поток газа в трубопроводах поршневых компрессорных машин. ЦНТТИЭНефтехим. М., 1967

- 33.Владиславлев А.С., Писаревский Б.М. и др. О линейной и линеаризованной задачах пульсирующего движения газа в трубопроводе. ПМТФ. 1974
- 34.Галеев В.Б. Анализ причин разрушения действующих нефте и продуктопроводов. М., ВНИИОЭНГ. 1972
- 35.Гладких П.А., Хачатурян С.А. Предупреждение и устранение колебаний нагнетательных установок. М., Машиностроение. 1964
- 36.Гамбург И.П. Трение и теплопередача при движении смеси газов. Л., Изд. ЛГУ. 1975
- 37.Грачев В.В. и др. Сложные трубопроводные системы. М., Недра. 1982
- 38.Грачев В.В., Щербаков С.Г., Яковлев Е.И. Динамика трубопроводных систем. М., Наука. 1987
- 39.Двайт Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. М., Наука. 1978
- 40.Денисов С.В. О коэффициенте трения в нестационарных течениях. Инженерно-физический журнал. Том XVIII. №1. 1970
- 41.Деточенко А.В., Михеев А.Л., Волков М.М. Спутник газавика. М., Недра. 1978
- 42.Иванцов О.М., Харитонов В.И. Надежность магистральных трубопроводов. М., Недра. 1978

43.Ингороква Д.А. Аналитико-численный метод определения утечки газа на участке магистрального газопровода. GEN. Тбилиси. 2006. № 3

44.Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М., Физматгиз.1964

45.Картвелишвили Н.А. Динамика напорных трубопроводов. М., Энергия. 1979

46.Картвелишвили Н.А., Галактионов Ю.И. Идеализация сложных динамических систем. М., Наука. 1976

47.Каск Э.Г. Потери механической энергии при периодическом движении жидкости в напорной трубе. Труды ТПИ. Таллин. № 472.1987

48.Каск Э.Г., Лийв У.Р. О расчете пульсационного движения в напорных трубопроводах. Труды ТПИ. Таллин. № 309. 1971

49.Колмогоров А.Н. О неравенствах между верхними гранями последовательных производных функций на бесконечном интервале. Ученые записки МГУ. М. 1980. №30

50.Колотилов Ю.В. Возникновение волн давления при гидравлическом испытании трубопроводов. Сб. научных трудов ВНИИСТ. Надежность конструкций магистральных трубопроводов. М., 1983

51.Коппель Т.А., Лийв У.Р. Гидравлические характеристики касательного напряжения трения на стенке трубопровода при

неустановившемся течении жидкости. Труды ТПИ. Таллин. № 401 Серия А. 1984

52.Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М., Наука. 1984

53.Корнейчук Н.П. Слайды в теории приближения. М., Наука. 1984

54.Кривошеин Б.Л., Радченко В.П. К вопросу о линеаризации нестационарного неизотермического течения капельной сжимаемой жидкости в трубах, при различных законах трения. М., ПМТФ. 1976. №1

55.Лаврентьев М.А., Шабат В.Н. Методы теории функций комплексного переменного. М., Наука. 1965

56.Лийв Х.Р. О гидравлических закономерностях при ускоренном движении в напорном цилиндрическом трубопроводе. Труды ТПИ. Таллин. № 593. Серия А. 1982

57.Ломидзе Ю.Б. Определение коэффициента расхода предохранительного устройства. Сб. научных трудов ГПИ им. В.И.Ленина №13 (355) "Гидравлические и гидрологические исследования одно- и двухфазных потоков жидкости", Тбилиси, 1989

58.Ломидзе Ю.Б. Определение оптимальных геометрических параметров предохранительного устройства. Сб. научных трудов ГПИ

им. В.И.Ленина №13 (355) "Гидравлические и гидрологические исследования одно- и двухфазных потоков жидкости", Тбилиси, 1989

59.Ломидзе Ю.Б. Управление неустановившимся процессом в напорном трубопроводе при подаче жидкости поршневыми гидроагрегатами. Труды ГТУ. №5(421), Тбилиси, 1998

60.Ломидзе Ю.Б. Применение сплайн-функции при определении коэффициента гидравлического сопротивления для напорного движения методом Робинса-Монро. "Интеллект". Тбилиси. 2(13), 2002

61.Ломидзе Ю.Б. Гидравлическое испытание участка магистрального трубопровода при линейном увеличении давления в начальном сечении. Тбилиси. Georgian Engineering News. №3. 2005.

62.Ломидзе Ю.Б. Гидравлическое испытание участка магистрального трубопровода при скачкообразном увеличении давления в начальном сечении. Тбилиси. Georgian Engineering News. №3. 2005.

63.Мелконян Г.И. Потери напора на трение в случае нестационарного и неравномерного движения жидкости. "Автоматизация закрытых оросительных систем". Новочеркасск. НИМИ. 1978

64.Мирзаджанзаде А.Х., Галлямов А.К., Марон В.И., Юфин В.А. Гидродинамика трубопроводного транспорта нефти и нефтепродуктов. М., Недра. 1984

65.Намгаладзе Д.П., Ломидзе Ю., Кучаидзе Д.Н. Решение обратной задачи при неустановившемся напорном движении. Сообщения АН ГССР, Т.139, №1, Тбилиси, 1990

66.Намгаладзе Д.П., Ломидзе Ю.Б. Неустановившееся напорное движение жидкости в магистральных и промышленных трубопроводных системах (обзорная информация). Изд. ГрузНИИНТИ, Тбилиси, 1990

67.Намгаладзе Д.П., Дanelия З.Н., Ломидзе Ю.Б. Мероприятия по охране окружающей среды в экологически обостренных ситуациях, связанных с длинными трубопроводами. Мелиорация и водное хоз-во. Науч. исследов., изыскания и проектир. мелиорат. и водохоз. объектов. ЦБНТИ Госконцерн "Водстрой", Вып.7, М., 1991

68.Намгаладзе Д.П., Дanelия З.Н., Ломидзе Ю.Б. Гидравлический метод определения места аварийного повреждения магистральных трубопроводов. Гидротехническое строительство, №5, М.1993

69.Намгаладзе Д.П., Дanelия З.Н., Ломидзе Ю.Б. Определение коэффициента турбулентного обмена плоских турбулентных потоков методом стохастической аппроксимации. Труды Груз.технич. универ. (ГТУ), №1(374), Тбилиси, 1991

70.Намгаладзе Д.П., Ломидзе Ю.Б. Общая задача гашения пульсаций в напорном трубопроводе. Сб. научных трудов ГПИ. №404 Тбилиси. 1994

71.Намгаладзе Д.П., Ломидзе Ю.Б. и др. Определение параметров неустановившегося напорного движения методом Роббинса-Монро. Тбилиси. Энергия. 1996. №2

72.Намгаладзе Д.П., Гоголадзе А.Ш и др. Гашение пульсаций в трубопроводах с помощью активного гасителя. Тбилиси. Энергия. 1996. №2

73.Намгаладзе Д.П., Ломидзе Ю., Кучаидзе Д.Н. Решение обратной задачи при неустановившемся напорном движении. Сообщения АН ГССР, Т.139, №1, Тбилиси, 1990

74.Намгаладзе Д.П.,Гозуа Т.Д. Математическая модель управления неустановившихся режимов в гидродинамических системах. GEN. Тбилиси. 2002. №4

75.Намгаладзе Д.П., Ингороква Д.А. Надежность магистрального газопровода, с учетом его малоциклового нагружения. Тбилиси. GEN. № 6. 2004

76.Намгаладзе Д.П., Ингороква Д.А. Определение частоты и протяженности выбросов давления в магистральных газопроводах. Тбилиси. GEN.2004

77.Намгаладзе Д.А., Ингорква В.А. Исследование геометрических параметров внутренней поверхности эксплуатируемого магистрального газопровода. GEN. Тбилиси. 2006. №3

78.Николов Г.В. и др. Некоторые вопросы неустановившихся процессов в магистральном газопроводе. Техническая мысль. Болгарская Академия Наук. София. 1976. №3

79.Отнес Р., Эноксон П. Прикладной анализ временных рядов. М., Мир. 1982

80.Панчурин Н.А. Некоторые вопросы теоретического и экспериментального исследования неустановившегося движения жидкости в трубах. Диссертация на соискание ученой степени доктора техн. наук. ЛИВТ. 1964

81.Попов Д.Н. Гидравлическое сопротивление трубопроводов при неустановившемся турбулентном движении жидкости. Известия ВУЗ-ов. Серия Машиностроение. №9. 1969

82.Попов Д.Н. Динамика и регулирование гидро и пневмосистем. М., Машиностроение. 1974

83.Попов Д.Н. Нестационарные гидромеханические процессы. М., Машиностроение. 1982

84.Прандтль Л. Гидроаэромеханика. М., ИЛ. 1949

85.Жуковский Н.Е. О гидравлическом ударе в водопроводных трубопроводах. М., Гостехиздат. 1949

- 86.РД 39-30-859-83. Правила испытания линейной части действующих магистральных нефтепроводов. М., 1983
- 87.РДМУ 109-77. Методика выбора и оптимизация контролируемых параметров технологических процессов. М., Изд. стандартов. 1978
- 88.Романовский П.И. Преобразования Лапласа. М., Наука. 1980
- 89.Саттаров Р.Н., Бахтизин Р.И. Оценка гидродинамических характеристик среды при нелинейном законе трения. ДАН Аз.ССР. Баку. Том VI. №4. 1984
- 90.Седов Д.И. Механика сплошной среды. М., Наука. 1970
- 91.Смолдырев А.Е. Трубопроводный транспорт. М., Недра. 1980
- 92.СНиП III-42-80. Магистральные трубопроводы. Правила производства и приемки работ. М., 1981
- 93.СНиП 2.05.06-85. Магистральные трубопроводы. М., 1985
- 94.Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М., Л., ГОНТИ. 1939
- 95.Сухарев М.Г., Ставровский Е.Р. Оптимизация систем транспорта газа. М., Недра. 1975
- 96.Форсайт Д., Малькольм М., Маулер К. Машинные методы математических вычислений. М. Мир. 1980
- 97.Чарный И.А. Основы газовой динамики. М., Гостехиздат. 1961

98. Чарный И.А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. М., Недра. 1975

99. Чарный И.А. Движение реальной жидкости в трубах. М., Недра. 1975

100. Щербаков С.Г. и др. Неустановившееся движение в газопроводах при путевом отборе. М., Недра. 1972

შესავალი	3
თავი 1. გავსაღწევში რეალური გავის მოქრობის განტოლებები და მათთან დაკავშირებული კონკრეტული საპიტხები.	9
1.1. გავსაღწეში გავის არასტატიონარული მოქრობის განტოლებები	9
1.2. პარაბოლური და კიპერბოლური განტოლებების გამოყენების არეები.	21
1.3. სასრული და ნახევრადუსასრულო ამონახსნების გამოყენების არეები.	27
1.4. საწყისი და სასაზღვრო პირობების მახასიათებლები და მათი მათემატიკური აღწერის მეთოდები.	30
1.5. საწყისი და სასაზღვრო პირობების შემანახველობა.	35
1.6. ლოკალური წერის მათემატიკისწინება რეალური გავის მოქრობის განტოლებებში.	40
1.7. გარდამავალი პროცესების ხანგრძლივობა გავსაღწევში.	44
1.8. ლინეარისატივის უმცირესის ტვილილების ხასიათი.	46
თავი 2. მავისტრალური გავსაღწეის უბანზე გაჟონვის აღმოჩენის ანალიზურ-რიტხვითი მეთოდი.	55

2.1. ორი ურდულით ჩააქტილ გაჯსადენის უბანზე წნევის ცვლილების ანალიზური განსაჯდრა, არასტაციონარული გაჯონინაპიკური პროცესის ანალიზზე დაყრდნობით. 54

2.2.გაჯსადენის უბანზე გაქონვის აღმოჩენის ანალიზურ-რიცხვითი მეთოდი. 64

თავი 3. მაგისტრალურ გაჯსადენებში დაუყარებელი მოქრობის კიდრავლიკური წინაღობის კოეფიცინენტის დადგენა. 70

3.1.კიდრავლიკური წინაღობის კოეფიცინენტი, დაუყარებელი სადაწნო მოქრობის დროს. 70

3.2. უიჭიკური მოსაჯრებები გაჯსადენში გაჯის არასტაციონარული მოქრობისას, კიდრავლიკური წინაღობის კოეფიცინენტის შესახებ .81

3.3. შებრუნებული ამოტანის ამოხსნა სტოქასტიკური აპროქსიგაციის მეთოდიტ. 84

3.4. საღინ-შუნეციებით აპროქსიგაციის გამოყენება რობინს-მონროს მეთოდში. 91

თავი 4. მაგისტრალური გაჯსადენების კიდრავლიკური გამოცდა როგორც არასტაციონარული პროცესი. 99

4.1.წოგადი ცნებები მაგისტრალური გაჯსადენების კიდრავლიკური გამოცდის შესახებ. 99

4.2. გაზსადენის უბნის კიდრავლიკური გამოცდა, საწყის კვეთში წნევის ნახტომისებრი მომატების შემთხვევაში.	.104
4.3. მილსადენის უბნის კიდრავლიკური გამოცდა, საწყის კვეთში წნევის ნახტომისებრი მომატების და ლოკალური წნევის გათვალისწინების შემთხვევაში.	113
4.4. მილსადენის უბნის კიდრავლიკური გამოცდა, საწყის კვეთში წნევის წრფივად ზრდის შემთხვევაში.	.123
4.5. წნევის ტალღების რიცხვითი გაანგარიშება, გაზსადენების კიდრავლიკური გამოცდის შემთხვევაში.	.137

თავი 5. მაგისტრალურ გაზსადენებში, გაზის კულსატიური ნაკადის გაფილტრვა აქტიური მეთოდების საშუალებით.	.148
--	------

5.1.კომპარესორის ხარჯის წარმოდგენა ფურიეს კარგონული მჟარივების საშუალებით.	.150
5.2.გაზსადენში გავნე რხევების ჩაქრობის აქტიური მეთოდი.	.167

ლიტერატურა.	.174
---------------------	------

იბეჭდება ავტორთა მიერ წარმოდგენილი სახით

გადაეცა წარმობას 05.10.2006 წ. ხელმოწერილია დასაბეჭდად 20.10.2006 წ. ბეჭდვა
ოფსეტური. ქაღალდის ზომა 60X84 1/16. პირობითი ნაბეჭდი თაბახი 11,875. ტირაჟი 100 ეგზ.

გამომცემლობა „ტექნიკური უნივერსიტეტი“, თბილისი, კოსტავას 77

