საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ტარიელ კიკვაძე
არჩილ კიკვაძე

ფინანსური რისკები და საინვესტიციო პორტფელის ოპტიმიზაცია

გამომცემლობა „უნივერსალი"
თბილისი 2012

UDC(უაკ) 336.763+336.714+336.131
კ-498

ტ. კიკვაძე, ა. კიკვაძე — "ფინანსური რისკები და საინვესტიციო პორტფელის ოპტიმიზაცია"

ნაშრომში მოცემულია რისკების კლასიფიკაცია. აღწერილია რისკის მართვის პროცესი და რისკის გადანაწილების ძირითადი მეთოდები.

დივერსიფიცირებული პორტფელის ცნების საფუძველზე განხილულია ურისკო და რისკიანი აქტივებისაგან შედგენილი ეფექტური პორტფელის მოდელები.

გაანალიზებულია წრფივი და კვადრატული პროგრამირების მეთოდების გამოყენების შესაძლებლობები ოპტიმალური პორტფელის შესარჩევად.

აღწერილია ძირითადი აქტივების ფასწარმოქმნის მოდელები, კრიტერიალური და ეფექტური სიმრავლეები ორი აქტივისათვის. ჩამოყალიბებულია ძირითადი დასკვნები ოპტიმალური პორტფელის ფორმირებასთან მიმართებაში.

განკუთვნილია დამხმარე სახელმძღვანელოდ უმაღლესი სასწავლებლების ეკონომიკისა და ბიზნესის მართვის პროფილის ბაკალავრიატის საფეხურის სტუდენტებისათვის რისკებისა და დაზღვევის თეორიის უფრო სიღრმისეული ათვისების მიზნით.

ნაშრომი დააინტერესებს სპეციალისტებს, რომლებიც იყენებენ ეკონომიკურ-მათემატიკურ მეთოდებს რისკების მართვის პროცესში. აგრეთვე, საბანკო, საფინანსო, სადაზღვევო და საინვესტიციო სტრუქტურების პრაქტიკოსებს.

მეცნიერ-რედაქტორი: ეკონომიკის მეცნიერებათა დოქტორი, სრული პროფესორი **გიორგი ცაავა**

რეცენზენტები: ეკონომიკის მეცნიერებათა დოქტორი, სრული პროფესორი **ზურაბ ჩხაიძე**
ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, სრული პროფესორი **აკაკი გაბელაია**

© ტ. კიკვაძე, ა. კიკვაძე, 2012
გამომცემლობა „უნივერსალი", 2012
თბილისი, 0179, ი. ვაჩნაძის გამზ. 19, ☎: 222 36 09, 5(99) 17 22 30
E-mail: universal@internet.ge
ISBN 978-9941-17-505-3

ტ. კიკვაძე, ა. კიკვაძე — "ფინანსური რისკები და საინვესტიციო პორტფელის ოპტიმიზაცია"

ნაშრომში მოცემულია რისკების კლასიფიკაცია. აღწერილია რისკის მართვის პროცესი და რისკის გადანაწილების ძირითადი მეთოდები.

დივერსიფიცირებული პორტფელის ცნების საფუძველზე განხილულია ურისკო და რისკიანი აქტივებისაგან შედგენილი ეფექტური პორტფელის მოდელები.

გაანალიზებულია წრფივი და კვადრატული პროგრამირების მეთოდების გამოყენების შესაძლებლობები ოპტიმალური პორტფელის შესარჩევად.

აღწერილია ძირითადი აქტივების ფასწარმოქმნის მოდელები, კრიტერიალური და ეფექტური სიმრავლეები ორი აქტივისათვის. ჩამოყალიბებულია ძირითადი დასკვნები ოპტიმალური პორტფელის ფორმირებასთან მიმართებაში.

განკუთვნილია დამხმარე სახელმძღვანელოდ უმაღლესი სასწავლებლების ეკონომიკისა და ბიზნესის მართვის პროფილის ბაკალავრიატის საფეხურის სტუდენტებისათვის რისკებისა და დაზღვევის თეორიის უფრო სიღრმისეული ათვისების მიზნით.

ნაშრომი დააინტერესებს სპეციალისტებს, რომლებიც იყენებენ ეკონომიკურ-მათემატიკურ მეთოდებს რისკების მართვის პროცესში. აგრეთვე, საბანკო, საფინანსო, სადაზღვევო და საინვესტიციო სტრუქტურების პრაქტიკოსებს.

მეცნიერ-რედაქტორი: ეკონომიკის მეცნიერებათა დოქტორი, სრული პროფესორი **გიორგი ცაავა**

რეცენზენტები: ეკონომიკის მეცნიერებათა დოქტორი, სრული პროფესორი **ზურაბ ჩხაიძე**
ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, სრული პროფესორი **აკაკი გაბელაია**

© ტ. კიკვაძე, ა. კიკვაძე, 2012
გამომცემლობა „უნივერსალი", 2012

თბილისი, 0179, ი. ჭავჭავაძის გამზ. 19, ☎: 222 36 09, 5(99) 17 22 30
E-mail: universal@internet.ge

ISBN 978-9941-17-505-3

შინაარსი

წინასიტყვაობა 5

1. რისკის ადგილი და როლი ეკონომიკურ თეორიასა და პრაქტიკაში 7
1.1 რისკის არსი 7
1.2 რისკების კლასიფიკაცია 9
1.3 რისკის მართვის პროცესი 12

2. ინვესტორის პრეფერენციების აღწერა სარგებლიანობის ფუნქციის ტერმინებში 17
2.1 ინდივიდი და მისი რისკისადმი მიდრეკილება 17
2.2 რისკის პრემია 22

3. რისკის გადანაწილების ძირითადი მეთოდები 26
3.1 დივერსიფიკაცია 26
3.2 რისკის დაზღვევა 29
3.3 დაზღვევის ოპტიმალური არჩევანის მოდელი 31
3.4 ჰეჯირება 36

4. ოპტიმალური საინვესტიციო პორტფელის ფორმირება 41
4.1 ინვესტიციისა და საინვესტიციო პორტფელის ცნებები.....41
4.2 დივერსიფიცირებული პორტფელი 43
4.3 მარკოვიცის პორტფელი. ამოცანის დასმა 52
4.4 ურისკო და რისკიანი აქტივებისაგან შედგენილი პორტფელი.....56
4.5 ორი რისკიანი აქტივისაგან შედგენილი ეფექტური პორტფელი.....58
4.6 ურისკო და რისკიანი აქტივებისაგან შედგენილი ოპტიმალური პორტფელი.....61
4.7 კაპიტალური აქტივის ფასწარმოქმნის მოდელი.....66

5. ოპტიმალური პორტფელის ფორმირება მათემატიკური პროგრამირების მეთოდის გამოყენებით.....75
5.1 ოპტიმალური პორტფელის შერჩევა წრფივი პროგრამირების აპარატის დახმარებით 75
5.2 ოპტიმალური პორტფელის ფორმირება კვადრატული პროგრამირების მეთოდის გამოყენებით 79

6. ძირითადი აქტივების ფასწარმოქმნის მოდელები.....84
6.1 საარბიტრაჟო ფასწარმოქმნის მოდელი 84
6.2 ბლეკის მოდელი 87
6.3 კრიტერიალური და ეფექტური სიმრავლეები 88

ლიტერატურა 98

წინასიტყვაობა

საბაზრო ურთიერთობების პირობებში განსაკუთრებულ ინტერესს იწვევს ეკონომიკური ანალიზის პრინციპულად ახალი შესაძლებლობები. ეკონომიკური რისკის შეფასების პრობლემა იძენს როგორც თეორიულ, ასევე პრაქტიკულ მნიშვნელობას მენეჯმენტის კუთხით.

ქვეყნის ეკონომიკური განვითარების თანამედროვე ეტაპზე ჯერ კიდევ არ არის განსაზღვრული ბოლომდე ეკონომიკაში სახელმწიფოს ჩარევის ფორმები და მასშტაბები, რაც მნიშვნელოვანწილად ართულებს სამეურნეო სუბიექტების ფუნქციონირებას და ზრდის რისკის ხვედრით წილს.

ასეთ პირობებში უაღრესად ძნელია ოპტიმალური მმართველობითი გადაწყვეტილებების გამომუშავება ბიზნესის სფეროში. ამიტომ, შეიძლება ითქვას, რომ კომერციული რისკები საბაზრო ურთიერთობის სისტემაში სავსებით ობიექტურ კატეგორიას წარმოადგენს, რომელიც საჭიროებს სამეურნეო ანალიზის თეორიისა და პრაქტიკის შემდგომ სრულყოფას.

მმართველობითი გადაწყვეტილებების უმრავლესობას რისკის პირობებში ღებულობენ, რომელსაც განაპირობებს ფაქტორების რიგი: არასრული ინფორმაცია, კონკურენტული ტენდენციები, შემთხვევითობის ელემენტები და ა.შ.

რა თქმა უნდა, სამეწარმეო საქმიანობა წარმოუდგენელია რისკის გარეშე. ამდენად, გასაგებია, თუ რაოდენ დიდი მნიშვნელობა აქვს რისკის განჭვრეტას და ბიზნესის შედეგებზე მისი შესაძლო უარყოფითი გავლენის მინიმალურ დონემდე დაყვანას.

ნაშრომში ძირითადი აქცენტი კეთდება ფინანსურ რისკებზე, რომელიც თავისი არსით სპეკულაციური რისკების კატეგორიას განეკუთვნება. მის სპეციფიკურ თავისებურებას წარმოადგენს სარისკო ოპერაციების ჩატარებისას შესაძლო შედეგის (მოგების მიღების, ან ზარალის) ალბათური ხასიათი.

ფინანსური რისკების შემცირების მთავარ ინსტრუმენტად გამოყენებულია ოპტიმალური საინვესტიციო პორტფელის

ცნება, რომელიც შემოიტანა ჰ. მარკოვიცმა გასული საუკუნის 50-იან წლებში.

აუცილებლად გვინდა აღვნიშოთ, რომ წინამდებარე დამხმარე სახელმძღვანელოში განხილული პრობლემატიკით დაინტერესებული მკითხველი უნდა ფლობდეს მინიმალურ ცოდნას ალბათობის, სარგებლიანობისა და ოპტიმიზაციის თეორიებში.

ტარიელ კიკვაძე, არჩილ კიკვაძე

1. რისკის ადგილი და როლი ეკონომიკურ თეორიასა და პრაქტიკაში

1.1 რისკის არსი

რისკი* ცხოვრებისეული მოვლენაა. მაგალითად, არსებობს საცხოვრებელი სახლის დაზიანების, ავტომობილის მოპარვის საშიშროება, ინვესტორი შეიძლება აღმოჩნდეს ზარალის მიღების საფრთხის წინაშე ინვესტიციების განხორციელებისას, ადამიანის სიცოცხლესა და ჯანმრთელობას ყოველთვის ემუქრება გარკვეული საფრთხე თუნდაც ქუჩის გადაკვეთისას, სხვადასხვა სახის ტრანსპორტით მგზავრობის პროცესში, ამა თუ იმ კვების პროდუქტისა თუ სამედიცინო პრეპარატის მიღებისას და ა. შ

სადღეისოდ არ არსებობს რისკის არსის ცალსახა გაგება. ეს, პირველ რიგში, ამ მოვლენისადმი დამახასიათებელი ასპექტების სიმრავლით აიხსნება, რომელთაგანაც შეიძლება გამოვყოთ:

ხდომილებათა შესაძლო პრაქტიკული რეალიზაციების შემთხვევითი ხასიათი (განუსაზღვრელობის არსებობა);

ალტერნატიულ გადაწყეტილებათა არსებობა;

ცნობილია, ან შეიძლება განისაზღვროს მოსალოდნელი შედეგების ალბათობები;

დამატებითი მოგების მიღების შესაძლებლობა.

რისკის სიტუაცია — ეს განუსაზღვრელობის ნაირსახეობაა, რაც, თავის მხრივ, გულისხმობს არასრულ ან არაზუსტ წარმოდგენას სხვადასხვა პარამეტრის მნიშვნელობების შესახებ მომავალში. რისკის სიტუაციაში განუსაზღვრელობისაგან განსხვავებით არსებობს ინფორმაციის მიღების შესაძლებლობა არაკონტროლირებადი ფაქტორების ალბათური მახასიათებლების შესახებ.

---

* **risque** – მოსალოდნელი საფრთხე, საშიშროება (ფრ.)

ჩვენ, პირველ ყოვლისა, გვაინტერესებს რისკი, როგორც ეკონომიკური კატეგორია სამი შემდეგი შესაძლო ეკონომიკური შედეგით: უარყოფითი (ზარალი, წაგება), ნულოვანი და დადებითი (მოგება, სარგებელი).

რისკი, როგორც მოვლენა ობიექტურისა და სუბიექტურის დიალექტიკური ერთიანობაა (თუმცა, უნდა ითქვას, რომ არსებობს შეხედულებები, რომლებიც მის მხოლოდ ობიექტურ ან სუბიექტურ ბუნებას აღიარებენ). ეკონომიკურ რისკს რეალურად არსებული განუსაზღვრელობა განაპირობებს. ამაში ვლინდება მისი ობიექტური მხარე. რაც შეეხება სუბიექტურ მხარეს, იგი დაკავშირებულია ალტერნატიულ გადაწყვეტილებათა შესაძლო შედეგების ალბათობათა გაანგარიშებასთან და აგრეთვე იმ გარემოებასთან, რომ საქმიანობის პროცესში ადამიანთა ურთიერთობას გამოკვეთილად სუბიექტური ხასიათი აქვს.

ნებისმიერი ბიზნესისათვის მნიშვნელოვანია არა რისკის თავიდან აცილება (რაც პრაქტიკულად შეუძლებელია), არამედ მისი განჭვრეტა და მინიმალურ დონემდე დაყვანა. უფრო მეტიც, შეიძლება ითქვას, რომ რისკის არარსებობა ვნებს ეკონომიკას, აქვეითებს მის დინამიურობასა და ეფექტურობას.

ზემოთთქმულის საფუძველზე რისკი შეიძლება განვმარტოთ, როგორც განუსაზღვრელობის დაძლევასთან დაკავშირებული საქმიანობა აუცილებელი არჩევანის სიტუაციაში, რომლის დროსაც არსებობს შესაძლო შედეგთა მიღების ალბათობების შეფასების შესაძლებლობა.

შევნიშნოთ, რომ მოყვნილ განმარტებაში და ხშირად შემდგომშიც რისკის ცნების ქვეშ ვიგულისხმებთ არა უშუალოდ მოსალოდნელი საფრთხის მოვლენას, არამედ ალტერნატიული გადაწყვეტილების მიღების, ასე ვთქვათ, რისკის გაწევის პროცესს.

არ შეიძლება არ შევამჩნიოთ, რომ რამდენადმე განსხვავებულია, მაგალითად, რისკების სიტუაციები როდესაც ვსაუბრობთ ქონების შესაძლო დაზიანებაზე (დაკარგვაზე) და რაიმე თამაშში ჩაბმის დროს წაგების, ანდა ზარალის მიღების შესაძ-

ლებლობებზე ინვესტიციების განხორციელებისას. კერძოდ, პირველ შემთხვევაში საფრთხე არსებობს ობიექტურად, ინდივიდისაგან დამოუკიდებლად, ხოლო მეორეში, იგი თვითონ იგდებს საფრთხეში თავს რისკის განევის გამო.

მენეჯერული გადაწყვეტილებების მიღება თითქმის ყოველთვის რისკის პირობებში ხდება. ამდენად, შეიძლება ითქვას, რომ რისკის კატეგორია უაღრესად მნიშვნელოვანია მენეჯმენტის როგორც თეორიის, ასევე პრაქტიკის თვალსაზრისითაც.

1.2 რისკების კლასიფიკაცია

რისკების კლასიფიკაცია საკმაოდ რთულ პრობლემას წარმოადგენს, რასაც მათი მრავალფეროვნება განაპირობებს. იგი რისკების ანალიზის ერთერთი ეტაპია, რაც შემდგომში იდენტიფიკაციის და შეფასების, აგრეთვე მართვის საშუალებას იძლევა. რისკების კლასიფიკაცია და იდენტიფიკაცია აუცილებელია მათი დროული შეფასებისათვის და ნეგატიური მოვლენების პროგნოზირებისათვის.

ბუნებრივია, კლასიფიკაცია გარკვეული კრიტერიუმების საფუძველზე უნდა მოხდეს. პირველ ყოვლისა, შედეგების მიხედვით განასხვავებენ სუფთა და სპეკულაციურ რისკებს.

სუფთა რისკის თავისებურება იმაში მდგომარეობს, რომ მას პრაქტიკულად ყოველთვის თან ახლავს დანაკარგები. მისი მიზეზი შეიძლება იყოს სტიქიური უბედურება, ფირმის ხელმძღვანელთა არაქმედითუნარიანობა და სხვ.

სუფთა რისკებისათვის დამახასიათებელია გამოვლინების გარკვეული სტაბილურობა დროში, რის გამოც მათ ზოგჯერ **სტატისტიკურ რისკებსაც** უწოდებენ. ასეთი რისკების ანალიზისა და შეფასების პროცესში ფართოდ გამოიყენება ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის მეთოდები.

სუფთა რისკებისაგან განსხვავებით, **სპეკულაციურ რისკებს** შეიძლება თან ახლდეს როგორც დანაკარგები, ასევე და-

მატებითი მოგებებიც. არცთუ იშვიათად, სპეკულაციური რისკების გამოვლინებას განუსაზღვრელი ხასიათი აქვს, მათი ანალიტიკური შეფასებები იცვლება დროში, რის გამოც მათ **დინამიურ რისკებსაც** უწოდებენ. აღნიშნულის მიზეზი შეიძლება იყოს ვალუტის კურსისა და ბაზრის კონიუნქტურის ცვლილებები, ინვესტიციების პირობათა შეცვლა და სხვ.

საქმიანობის სფეროს შესაბამისად განასხვავებენ შემდეგი სახის რისკებს:

საწარმოო რისკი დაკავშირებულია საწარმოო ვალდებულებების შეუსრულებლობასთან.

კომერციული რისკი — ეს არის დანაკარგების მიღების რისკი საფინანსო-სამეურნეო საქმიანობის პროცესში. მის მიზეზებს შეიძლება წარმოადგენდეს რელიზაციის მოცულობის შემცირება, შესასყიდი ფასების ზრდა, საქონლის დანაკარგები ბრუნვის დროს და სხვ.

ფინანსური რისკები წარმოიქმნება მაშინ, როდესაც ფირმებს არ შეუძლიათ აღებული ფინანსური ვალდებულებების შესრულება. ამის მიზეზი შეიძლება იყოს ფულის მსყიდველუნარიანობის შემცირება, გადასახადების ამოუღებლობა, ვალუტის კურსის ცვლილება და ა.შ.

რისკების წარმოქმნის ძირითადი მიზეზის მიხედვით ისინი იყოფიან შემდეგ კატეგორიებად:

ბუნებრივი რისკები — ეს რისკები დაკავშირებულია ბუნების სტიქიური ძალების გამოვლინებასთან;

ეკოლოგიური რისკები დაკავშირებულია სამოქალაქო პასუხისგებაში მიცემასთან გარემოსათვის ზიანის მიყენების გამო;

პოლიტიკური რისკები – ეს არის დანაკარგების მიღების, ან მოგების შემცირების შესაძლებლობა ამა თუ იმ სახელმწიფო პოლიტიკის გატარების შედეგად;

სატრანსპორტო რისკები დაკავშირებულია ტვირთების გადაზიდვასთან სხვადასხვა სახის სატრანსპორტო საშუალებებით;

ქონებრივი რისკი – ეს არის მეწარმის ქონების დაკარგვის რისკი მისგან დამოუკიდებელი მიზეზებით;

სავაჭრო რისკები დაკავშირებულია საქონლის არმიწოდებასთან, გადასახადების გადაუხდელობასთან და ა. შ.

რისკების დიდი ჯგუფი დაკავშირებულია ფულის მსყიდველუნარინობასთან. მათ განეკუთვნება:

ინფლაციური რისკები განპირობებულია ფულის გაუფასურებით, რომლის დროსაც მეწარმე განიცდის რეალურ დანაკარგებს;

დეფლაციური რისკები დაკავშირებულია იმ გარემოებასთან, რომ ფასების დონის დაცემის გამო მცირდება შემოსავლები;

სავალუტო რისკები უკავშირდება ვალუტის კურსის ცვლილებას. ისინი მიეკუთვნება სპეკულაციურ რისკებს, რის გამოც როდესაც ერთი მხარე ამ მიზეზით განიცდის ზარალს, მეორე მხარე კი, როგორც წესი, დამატებით მოგებას ნახულობს;

ლიკვიდურობის რისკები დაკავშირებულია შესაძლო დანაკარგებთან ფასიანი ქაღალდების ან სხვა საქონლის რეალიზაციის პროცესში.

საინვესტიციო რისკები უკავშირდება მაქსიმალური მოგების მიუღებლობას საინვესტიციო პროექტების განხორციელებისას. ისინი მოიცავს რისკების შემდეგ ქვესახეობებს:

საბირჟო რისკები წარმოადგენს საბირჟო გარიგებებთან დაკავშირებულ შესაძლო დანაკარგების მიღების საფრთხეს;

ხელიდან გაშვებული სარგებლის მიღების რისკი უკავშირდება ფინანსური დანაკარგების შესაძლებლობას რაიმე ღონისძიების განუხორციელების მიზეზით;

შემოსავლიანობის დაქვეითების რისკი დაკავშირებულია საინვესტიციო პორტფელების საპროცენტო განაკვეთებისა და დივიდენდების შემცირებასთან;

სელექციური რისკები წარმოიქმნება არასწორი კაპიტალდაბანდების მიზეზით;

ბანკროტობის რისკი დაკავშირებულია მენარმის კაპიტალის სრული დაკარგვის საფრთხესთან მისი არასწორი დაბანდების გამო.

რა თქმა უნდა, რისკების კლასიფიკაციას სხვა კრიტერიუმებიც შეიძლება დაედოს საფუძვლად, მაგრამ ძნელია იმის განსაზღვრა, თუ რომელი მიდგომაა საუკეთესო რისკის ხარისხის შემცირების თვალსაზრისით.

1.3 რისკის მართვის პროცესი

რისკის, როგორც ეკონომიკური პროცესის განუყოფელი ელემენტის არსებობამ, აგრეთვე მმართველობითი ზემოქმედების სპეციფიკამ რისკის პირობებში განაპირობა ის გარემოება, რომ რიგ შემთხვევებში რისკის მართვა დამოუკიდებელი პროფესიონალური საქმიანობის სახეს იღებს. საქმიანობის აღნიშნულ სახეობას ეწევიან სპეციალისტების პროფესიონალური ინსტიტუტები, სადაზღვევო კომპანიები, აგრეთვე ფინანსური მენეჯერები, რისკის მენეჯერები, დაზღვევის სპეციალისტები.

რისკის ობიექტური არსებობისა და მასთან დაკავშირებული ფინანსური, მორალური თუ სხვა სახის შესაძლო დანაკარგების პირობებში ბუნებრივად გამოიყურება მოთხოვნილება ისეთი მექანიზმის შექმნისა, რომელიც ფირმის მესვეურებს საშუალებას მისცემთ მინიმუმამდე დაიყვანონ რისკი სამეურნეო გადაწყვეტილებების მიღების და რეალიზაციის პროცესში. ასეთ მექანიზმს წარმოადგენს რისკის მართვა (რისკ—მენეჯმენტი).

რისკის მართვა — ეს არის მმართველობითი მოღვაწეობა, რომელიც მიმართულია რისკების კლასიფიკაციაზე, იდენტიფიკაციაზე, ანალიზსა და შეფასებაზე, მისგან დაცვის გზების ძიებაზე. შეიძლება ითქვას, რომ ამ დროს ფაქტიურად საქმე გვაქვს რისკის კომპრომისული ზომის გამომუშავების პროცესთან დამატებითი მოგების ოდენობასთან მიმართებაში: დაბალი რისკის პირობებში არსებობს გარკვეული დამატებითი მოგების მიღების საკმაოდ მა-

ღალი გარანტიები, ხოლო მაღალი რისკის დროს, პირიქით – შესაძლებელია უფრო დიდი დამატებითი მოგების მიღება, მაგრამ ამ დროს გაცილებით ნაკლები გარანტიები არსებობს.

რისკის მართვის პროცესის საწყის ეტაპს ანალიზი წარმოადგენს, რომლის მიზანია აუცილებელი ინფორმაციის მოძიება ობიექტის თვისებების,სტრუქტურისა და არსებული რისკების შესახებ. რისკის ანალიზი ორ ურთიერთშემავსებელ მომენტს გულისხმობს — თვისობრივსა და რაოდენობრივს. თვისობრივი ანალიზის მთავარ ამოცანას შეადგენს რისკის ფაქტორების და იმ გარემოებათა განსაზღვრა, რომელთაც რისკის სიტუაციებამდე მივყევართ, ხოლო რაოდენობრივმა საშუალება უნდა მოგვცეს გამოვთვალოთ როგორც ცალკეული რისკების, ასევე პროექტის რისკის ზომები მთლიანობაში.

თვისობრივი ანალიზის დროს უნდა მოხერხდეს ყველა შესაძლო რისკის იდენტიფიკაცია (დადგენა), მათი წყაროებისა და მიზეზების გამოვლენა, იმ პრაქტიკული სარგებლისა და შესაძლო ნეგატიური შედეგების განსაზღვრა, რომელიც რისკის შემცველი გადაწყვეტილების რეალიზაციას შეიძლება მოყვეს.

რაოდენობრივი ანალიზი გულისხმობს რისკის სიტუაციების ალბათობებისა და რისკების ზომის რიცხვით შეფასებებს, აგრეთვე კონკრეტული სიტუაციების შესაბამისი რისკის დასაშვები დონეების განსაზღვრას.

ამის შემდგომ დგება რისკზე ზემოქმედების მეთოდთა ეფექტურობის შედარებისა და შერჩევის პრობლემა. ამ დროს შეიძლება გამოყენებული იქნეს მატრიცული თამაშებისა და წრფივი პროგრამირების ორადული ამოცანების თეორიები, ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის მეთოდები.

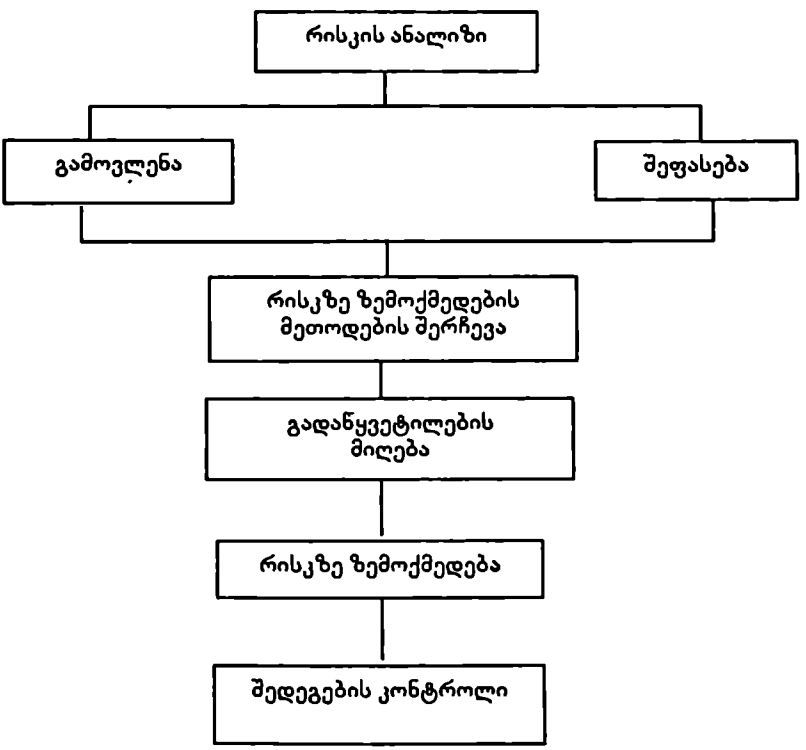
გადაწყვეტილების მიღების ეტაპი გულისხმობს რისკების მთლიანი კომპლექსის მართვის სტრატეგიის გამომუშავებას, რომელიც თავის ასახვას პოულობს რისკის მინიმიზაციაზე ორიენტირებულ ღონისძიებათა გარკვეულ ერთობლიობაში. ამ ეტაპზე სპეციალისტებთან ინტენსიური კონსულტაციების საფუძველზე განისაზღვრება აუცილებელი ფინანსური და შრო-

მითი რესურსები, ხდება კონკრეტულ ამოცანათა დასმა და მათი მენეჯერებზე გადანაწილება.

რისკზე უშუალო ზემოქმედების ეტაპი დაკავშირებულია მიღებული გადაწყვეტილებების პრაქტიკულ რეალიზაციასთან.

რისკის მართვა — ეს დინამიური პროცესია უკუკავშირით: მიღებული გადაწყვეტილებები პერიოდულად უნდა გაანალიზდეს და გადაიხედოს. არჩეული სტრატეგიის კონტროლი და კორექტირება უნდა მოხდეს მენეჯერებისაგან მიღებული ახალი ინფორმაციის საფუძველზე.

ყოველივე ზემოთქმულის საფუძველზე რისკის მართვის ზოგადი სქემა შემდეგნაირად შეიძლება წარმოვადგინოთ:



ნახ. 1.1

რისკის მართვის მოყვანილი სქემა მხოლოდ ზოგად წარმოდგენას იძლევა ამ პროცესზე. ჩამოთვლილი ეტაპების შინაარსი მნიშვნელოვანწილად დამოკიდებულია სამეწარმეო საქმიანობის სპეციფიკასა და შესაძლო რისკების ხასიათზე.

რისკის მართვის თეორიასა და პრაქტიკაში შემუშავებულია რიგი სახელმძღვანელო ფუძემდებლური პრინციპებისა. მათგან ძირითადია:

1. არ შეიძლება იმაზე მეტის გარისკვა, ვიდრე ამის საშუალებას საკუთარი კაპიტალი იძლევა;

2. აუცილებელია ვიფიქროთ რისკის შესაძლო შედეგებზე;

3. არ შეიძლება დიდი რისკის გაწევა მცირე შედეგის მისაღებად.

პირველი პრინციპის რეალიზაცია ნიშნავს, რომ სანამ ინვესტორი განახორციელებს კაპიტალდაბანდებას, უნდა განსაზღვროს მაქსიმალური მნიშვნელობა იმ დანაკარგებისა, რომელიც შეიძლება მოყვეს მოცემულ რისკს და შეადაროს იგი კაპიტალდაბანდების მოცულობას.

გამოკვლევები გვიჩვენებს, რომ დანაკარგების მაქსიმალური მნიშვნელობისა და საკუთარი ფინანსური რესურსების ოპტიმალური თანაფარდობა 0,3-ს შეადგენს, ხოლო თუ აღნიშნული ფარდობა 0,7-ის ტოლია, ასეთი რისკი ინვესტორს გაკოტრებამდე მიიყვანს.

მეორე პრინციპის რეალიზაცია გულისხმობს რომ, იცის რა ინვესტორმა შესაძლო დანაკარგებისა და მათი ალბათობების მნიშვნელობები, უნდა მიიღოს ერთერთი შემდეგ გადაწყვეტილებათაგან: განახორციელოს ინვესტიცია და თავის თავზე აიღოს რისკი, უარი თქვას რისკზე თუ სხვა პიროვნებებზე გადაანაწილოს იგი.

მესამე პრინციპის რალიზაცია ნიშნავს, რომ მანამ, სანამ ინვესტორი განახორციელებს რისკის შემცველ ქმედებებს, აუცილებელია ერთმანეთს შეადაროს მოსალოდნელი უკუგება და შესაძლო დანაკარგები, რომელსაც ადგილი ექნება რისკის ხდომილების დადგომის შემთხვევაში. თუ შესაძლო დანაკარგე-

ბი მნიშვნელოვნად აღემატება მოსალოდნელ უკუგებას, მან არ უნდა გასწიოს რისკი.

რისკის ხარისხის შემცირების ყველაზე გავრცელებულ და ეფექტურ ხერხს რისკის სხვა ინდივიდებზე გადატანა (გადანაწილება) წარმოადგენს. რისკის გადატანის სამი ძირითადი მეთოდი — დივერსიფიკაცია, დაზღვევა და ჰეჯირება მესამე თავში იქნება განხილული.

2. ინვესტორის პრეფერენციების აღწერა სარგებლიანობის ფუნქციის ტერმინებში

2.1 იდივიდი და მისი რისკისადმი მიდრეკილება

ემპირიული დაკვირვებები მოწმობს, რომ ინვესტორთა და მენეჯერთა დიდი უმრავლესობა თავს არიდებს რისკს. რატომ? იმ საკმაოდ მრავალრიცხოვან თეორიათაგან, რომლებიც აღნიშნული ფაქტის ახსნას ცდილობს, ყველაზე წარმატებულად სარგებლიანობის თეორია უნდა მივიჩნიოთ. ძირითადად ამ დროს იყენებენ **ფონ ნეიმანისა და მორგენშტერნის** მიდგომას სარგებლიანობის ფუნქციის ფორმირებისადმი [6], რომელიც, თავის მხრივ, ლატარიის ცნებას ეფუძნება. მათი ძირითადი დაშვება იმაში მდგომარეობს, რომ ინდივიდმა უნდა შეძლოს არა მხოლოდ ობიექტების, არამედ მათი ალბათური "ნაერთების", ე.წ. ლატარიების შედარება. კერძოდ, **(მარტივი) ლატარია**

$$L = (P, K_1; 1 - P, K_2) \qquad (2.1)$$

გულისხმობს, მაგალითად, P ალბათობით K_1, ხოლო $(1-P)$ ალბათობით K_2 ღირებულების ქონების ფლობის შესაძლებლობებს.

გარანტირებული K ღირებულების ქონების ფლობა შეიძლება წარმოვადგინოთ შემდეგი სპეციფიკური ლატარიის სახით:

$$L = (1, K) . \qquad (2.2)$$

ინდივიდის პრეფერენციები ქონებასთან (შემოსავალთან, მოგებასთან) მიმართებაში შეიძლება აღიწეროს სარგებლიანობის ფუნქციის ცნების გამოყენებით. ფონ ნეიმანისა და მორგენშტერნის სარგებლიანობის თეორიის ძირითადი თეორემის თანახმად, თუ ინდივიდის პრეფერენციათა სისტემა აკმაყოფილებს რიგ აქსიომებს, არსებობს შესაბამისი ლატარიათა სიმრავლეზე განსაზღვრული სარგებლიანობის ფუნქცია, რომელიც ერთადერთია მონოტონური ტრანსფორმაციის (გარდაქ-

მნის) სიზუსტით და ლატარიის სარგებლიანობა ეს არის სარგებლიანობის მათემატიკური ლოდინი, რომელიც მოიცემა როგორც ალბათობებით შეწონილი ლატარიის კომპონენტთა სარგებლიანობების ჯამი. კერძოდ, მარტივი (2.1) ლატარიის შემთხვევაში

$$U(L) = Pu(K_1) + (1-P)u(K_2) = E[U] \qquad (2.3)$$

მიზანშეწონილად მიგვაჩნია მოვიყვანოთ აღნიშნული აქსიომების უფრო გვიანი ვარიანტი, რომელიც ამერიკელ ეკონომისტს **პ. შუმეიკერს** ეკუთვნის (გამოვიყენებთ პრეფერენციების აღწერის მიღებულ სიმბოლიკას, კერძოდ, $L_1 \succ L_2$ ნიშნავდეს რომ ინდივიდი L_1 და L_2 ლატარიების შედარებისას უპირატესობას L_1-ს ანიჭებს, ხოლო $L_1 \sim L_2$- რომ ეს ლატარიები ეკვივალენტურია):

1. სისრულის აქსიომა.

მარტივ ლატარიათა ნებისმიერი L_1 და L_2 წყვილისათვის ადგილი აქვს ერთერთს შემდეგ თანაფარდობათაგან:

$$L_1 \succ L_2,\ L_2 \succ L_1,\ L_1 \sim L_2,$$

რაც იმას ნიშნავს, რომ ლატარიათა ნებისმიერი წყვილი შედარებადია;

2. ტრანზიტულობის აქსიომა.

$L_1 \succ L_2$ და $L_2 \succ L_3$, მაშინ $L_1 \succ L_3$;

3. მდგრადობის აქსიომა.*

თუ $K_1 > K_2 > K_3$, მაშინ არსებობს ისეთი ალბათობა $P^*, 0 < P^* < 1$, რომლისთვისაც ლატარია $L^* = (P^*, K_1; 1-P^*, K_3)$ გარანტირებული K_2 მოგების ეკვივალენტურია, ანუ $L^* \succ L$, სადაც $L = (1, K_2)$

---

* ჩვენის აზრით, უფრო კორექტული იქნება, თუ ამ აქსიომას უწყვეტობის აქსიომას ვუწოდებთ

4. დომინირების აქსიომა.

თუ ორ ლატარიას ერთიდაიგივე მოგებებით და განსხვავებული ალბათობებით აქვთ სახე

$$L_1 = (P_1, K_1; 1 - P_1, K_2), L_2 = (P_2, K_1; 1 - P_2, K_2),$$

ამასთან $P_1 > P_2$, მაშინ $L_1 \succ L_2$.

5. ჩანაცვლების აქსიომა.

თუ $K_1 > K_2$, მაშინ ნებისმიერი P-სა და K-სათვის $L_1 \succ L_2$, სადაც

$$L_1 = (P, K_1; 1 - P, K), L_2 = (P, K_2; 1 - P, K)$$

6. დაყვანის აქსიომა.

ვთქვათ, L_1 არის რთული (მარტივი ლატარიებისაგან შედგენილი) ლატარია

$L_1 = (P_1, L_2; 1 - P_1, L_3)$, სადაც

$L_2 = (P_2, K_1; 1 - P_2, K_2), L_3 = (P_3, K_3; 1 - P_3, K_4)$, მაშინ

$$L_1 \sim L_4 = (P_1P_2, K_1; P_1(1 - P_2), K_2; (1 - P_1)P_3, K_3; (1 - P_1)(1 - P_3), K_4).$$

ამგვარად, ეს უკანასკნელი აქსიომა გულისხმობს რთული ლატარიის დაყვანის შესაძლებლობას ლატარიაზე ყველა შესაძლო შედეგით, რომელთა შესაბამისი ალბათობები განისაზღვრება როგორც დამოუკიდებელ ხდომილებათა ნამრავლის ალბათობები.

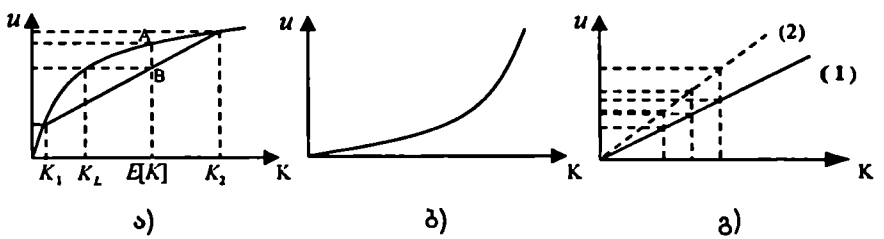
მდგრადობის აქსიომის თანახმად ნებისმიერი მარტივი (2.1) ლატარიისათვის უნდა არსებობდეს გარანტირებული სიდიდე (რომელსაც **გარანტირებულ ეკვივალენტს** უწოდებენ), რომელიც ინდივიდის აზრით მისი ეკვივალენტურია. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, გარანტირებული ეკვივალენტის ქვეშ შეიძლება გავიგოთ თანხა, რომელსაც გადაიხდიდა ინდივიდი მარტივ ლატარიაში მონაწილეობის უფლების მისაღებად.

თუ (2.1) ლატარიის გარანტირებულ ეკვივალენტს K_L-ით აღვნიშნავთ, მაშინ ინდივიდის მიმართება რისკისადმი შეიძლება დადგინდეს ქონების მათემატიკური ლოდინის

$$E[K] = PK_1 + (1-P)K_2 \qquad (2.4)$$

და K_L-ის შედარების საფუძველზე. კერძოდ, თუ $E[K] > K_L$-ზე, მაშინ იტყვიან, რომ ინდივიდს არ ახასიათებს რისკისადმი მიდრეკილება (რისკის უარმყოფელია), როდესაც $E[K] < K_L$-ზე, ინდივიდისათვის დამახასიათებელია რისკისადმი მდრეკილება (რისკის მოყვარულია), ხოლო როდესაც $E[K] = K_L$, ამბობენ, რომ ინდივიდი ნეიტრალურია რისკთან მიმართებაში.

ადვილად შეიძლება დავრწმუნდეთ იმაში, რომ რისკის უარმყოფელ, მოყვარულ და რისკისადმი ნეიტრალურ ინდივიდთა პრეფერენციები აღიწერება, შესაბამისად, ამოზნექილი, ჩაზნექილი და წრფივი სარგებლიანობის ფუნქციებით (ნახ. 2. 1).



ა) ბ) გ)

ნახ. 2.1.

განვიხილოთ, მაგალითად, 2.1 ა) ნახაზი. აქ $K_L < E[K]$, სარგებლიანობის ფუნქციის ზრდადობის გამო

$$u(K_L) < u(E[K]). \qquad (2.5)$$

რადგანაც $(1, K_L) \sim L$, გვექნება

$$u(K_L) = U(L) \qquad (2.6)$$

(2.3) — (2.6) თანაფარდობები კი ერთობლიობაში გვაძლევს

$$Pu(K_1) + (1-P)u(K_2) < u[PK_1 + (1-P)K_2]. \qquad (2.7)$$

(2.7) მიგვანიშნებს იმაზე, რომ სარგებლიანობის ფუნქცია ამოზნექილი უნდა იყოს (ნახაზზე A წერტილი B-ს მაღლა მდებარეობს). სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, რისკის უარმყოფელისათვის ქონების სარგებლიანობის მათემატიკური ლოდინი ქონების მათემატიკური ლოდინის სარგებლიანობაზე ნაკლებია.

მივაქციოთ ყურადღება იმ გარემოებას, რომ მოცემული L ლატარიისათვის და სარგებლიანობის u ფუნქციისათვის K_L ცალსახად განისაზღვრება. ეს ბუნებრივიცაა: K_L ხომ სუბიექტური სიდიდეა და იგი ინდივიდის პრეფერენციებზე (მაშასადამე, სარგებლიანობის ფუნქციაზე) არის დამოკიდებული. კერძოდ

$$K_L = u^{-1}(E[U]). \qquad (2.8)$$

ნეიტრალურობა (ინდიფერენტულობა) რისკისადმი სრულებითაც არ ნიშნავს იმას, რომ ინდივიდი ინდიფერენტულია მოგების მიმართ. მაგალითად, (2) ინდივიდისათვის (ნახ. 2.1 გ), ვთქვათ, მოგებული ან წაგებული ერთი დოლარი უფრო ფასეულია, ვიდრე (1)-თვის, რაც იმას ნიშნავს, რომ დამატებითი დოლარით განპირობებული სარგებლიანობის ნაზრდი (2) ინდივიდისა აღემატება (1) ინდივიდის შესაბამის ნაზრდს.

რაც შეეხება რისკის მოყვარულ ინდივიდებს, ისინი უფრო დიდ მნიშვნელობას ანიჭებენ მიღებულ (მოგებულ), ვიდრე დაკარგულ (წაგებულ) დოლარებს, რაც თავის ასახვას პოულობს სარგებლიანობის ფუნქციის ჩაზნექილ ფორმაში (ნახ. 2.1 ბ). თუ რეალობაში ასეთი ინდივიდები არსებობენ, ისინი აშკარა უმცირესობაში იქნებიან. მეწარმეთა და ბიზნესმენთა უმრავლესობა რისკის უარმყოფელთა ტიპს მიეკუთვნება. ეს გასაგებიცაა, ისინი ხომ ეკონომიკური თეორიის ერთერთი ფუდამენტური კა-

ნონის – ზღვრული სარგებლიანობს კლების კანონის დემონსტრირებას ახდენენ.

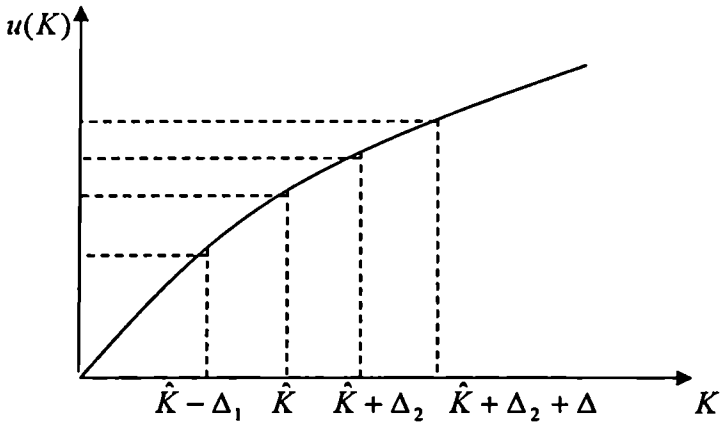
ყოველივე ზემოთთქმულის საფუძველზე შეიძლება ჩამოვაყალიბოთ ინდივიდის რაციონალური ქცევის წესი გადაწყვეტილების მიღების პროცესში რისკის პირობებში: მან უნდა აირჩიოს ისეთი სტრატეგია, რომელიც უზრუნველყოფს მოსალოდნელი სარგებლიანობის მაქსიმალურ მნიშვნელობა.

2.2 რისკის პრემია

რატომ არის, რომ რისკის უარმყოფელი ინვესტორების ქცევებში მაინც შეიმჩნევა მზადყოფნა გასწიონ გარკვეული რისკი გადაწყვეტილების მიღებისას?

პასუხი დასმულ კითხვაზე იმაში მდგომარეობს, რომ ისინი არ წავლენ რისკზე, თუ არ მოელიან შესაბამის პრემიას. ინვესტორს კომპენსაცია არა მარტო მისი ფულის გამოყენების გამო უნდა, არამედ იმ რისკის გამოც, რომელიც ამ ფულის შესაძლო დაკარგვასთან არის დაკავშირებული. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, რისკის პირობებში ინვესტორი მოგების უფრო მაღალ ნორმებს ითხოვს.

ზემოთნათქვამის საილუსტრაციოდ განვიხილოთ ნახ. 2.2-ზე წარმოდგენილი ინვესტორის სარგებლიანობის ფუნქცია. აქ ჰორიზონტალურ ღერძზე გადაზომილია ფინანსური კაპიტალის ოდენობა K, ხოლო ვერტიკალურზე – ამ კაპიტალის შესაბამისი სარგებლიანობა ინვესტორისათვის პირობით ერთეულებში (ვთქვათ, უტილებში) - $u(K)$.



ნახ. 2.2

დავუშვათ ინვესტორმა, რომლის ფინანსური კაპიტალი მიმდინარე მომენტში შეადგენს $\hat{K}$ ერთეულს, უნდა მიიღოს გადაწყვეტილება – განახორციელოს თუ არა ინვესტიცია კონკრეტულ პროექტში, რამაც P ალბათობით Δ_1 ოდენობის ზარალი შეიძლება მიაყენოს, ხოლო $(1-P)$ ალბათობით - Δ_2 სიდიდის მოგება მოუტანოს.

აღნიშნული ინვესტიციის სავარაუდო სარგებლიანობა, რომელიც ფაქტიურად სარგებლიანობის ნაზრდის მათემატიკურ ლოდინს წარმოადგენს, შემდეგნაირად გამოითვლება:

$$E[\Delta u]=P[u(\hat{K}-\Delta_1)-u(\hat{K})]+(1-P)[u(\hat{K}+\Delta_2)-u(\hat{K})]. \quad (2.9)$$

ინვესტორის გადაწყვეტილება დამოკიდებული იქნება $E[\Delta u]$- ს ნიშანზე. კერძოდ, თუ $E[\Delta u]>0$, ინვესტორი უყოყმანოდ განახორციელებს ინვესტიციას, თუ, $E[\Delta u]=0$ იგი ინდიფერენტული იქნება ინვესტიციის განხორციელების მიმართ, ხოლო თუ $E[\Delta u]<0$, მაშინ გარკვეული პრემიის გარეშე ინვესტორი უარს იტყვის ინვესტირებაზე.

აღნიშნულ პრემიას უწოდებენ **რისკის პრემიას.** თუ მას Δ - თი აღვნიშნავთ, მაშინ მოცემული P ალბათობისა და სარგებლიანობის $u(K)$ ფუნქციისათვის იგი შეიძლება გამოვითვალოთ პირობიდან:

$$P[u(\hat{K}-\Delta_1)-u(\hat{K})]+(1-P)\{u(\hat{K}+\Delta_2+\Delta)-u(\hat{K})]=0 \quad (2.10)$$

მაგალითი 2.1 ინვესტორის პრეფერენციები, რომელიც ფინანსურ კაპიტალთან მიმართებაში აღიწერება სარგებლიანობის ფუნქციით $u(K)=\sqrt{K}$, ფლობს \$10000-ს. მას თავაზობენ განახორციელოს ინვესტიცია პროექტში, რომელმაც 0,7 ალბათობით შეიძლება მოუტანოს \$2100 მოგება. ამავე დროს არსებობს \$5100 ზარალის მიღების საშიშროებაც 0,3 ალბათობით. განვსაზღვროთ ინვესტიციის სარგებლიანობის მათემატიკური ლოდინი და რისკის პრემია.

ამოხსნა. (2.9)-ში ჩასმის შემდეგ მივიღებთ:

$$E[\Delta u]=0{,}3[\sqrt{10000-5100}-\sqrt{10000}]+0{,}7[\sqrt{10000+2100}-\sqrt{10000}]=$$

$$=0{,}3(70-100)+0{,}7(110-100)=0{,}3(-30)+0{,}7\times 10=-2.$$

როგორც ვხედავთ, ინვესტიციის სარგებლიანობის მათემატიკური ლოდინი უარყოფითია. პრემიის Δ სიდიდე რისკის გაწევისათვის, რომელსაც მოითხოვს ინვესტორი ინვესტიციის განხორციელების სანაცვლოდ, შეიძლება ვიანგარიშოთ (2.10) პირობის საფუძველზე:

$$0{,}3[\sqrt{10000-5100}-\sqrt{10000}]+0{,}7[\sqrt{10000+2100+\Delta}-\sqrt{10000}]=$$

$= 0$, საიდანაც $\Delta \approx \$638$.

ამგვარად, მინიმალური მნიშვნელობა პრემიისა, რომელსაც მოითხოვს ინვესტორი ინვესტიციის განხორციელების სანაცვლოდ \$638-ს შეადგენს.

(2.3)-ისა და (2.9)-ის გათვალისწინებით ადვილად შეიძლება შემოწმდეს შემდეგი დამოკიდებულების სისწორე (ცხადია, ამ

დროს უნდა ვიგულისხმოთ, რომ $K_1 = \hat{K} - \Delta_1$, ხოლო $K_2 = \hat{K} + \Delta_2$):

$$E[\Delta u] = E[u] - u(\hat{K}). \qquad (2.11)$$

უკანასკნელი თანაფარდობა სავსებით ლოგიკურად გამოიყურება: გადაწყვეტილების მიღება ინვესტიციის განხორციელების თაობაზე უნდა ემყარებოდეს საწყისი კაპიტალის სარგებლიანობისა და მოგების სარგებლიანობის მათემატიკური ლოდინის შედარებას. კერძოდ, თუ $u(\hat{K}) > E[u]$, ინვესტორი მოითხოვს აღნიშნულ პრემიას, თუ $u(\hat{K}) < E[u]$, ინვესტორი პრემიის გარეშე განახორციელებს ინვესტიციას, ხოლო თუ $u(\hat{K}) = E[u]$, იგი ინდიფერენტული (ნეიტრალური) იქნება ინვესტიციის განხორციელების მიმართ.

3. რისკის გადანაწილების ძირითადი მეთოდები

3.1 დივერსიფიკაცია*

დივერსიფიკაციის ქვეშ ესმით საინვესტიციო საშუალებების განაწილება კაპიტალდაბანდების სხვადასხვა ობიექტებზე, რომლებიც ერთმანეთთან არ არიან დაკავშირებული რისკის ხარისხისა და დანაკარგების შემცირების მიზნით. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, დივერსიფიკაცია გულისხმობს არაკორელირებულ ოპერაციებს, რადგანაც აბსოლუტურად კორელირებული ოპერაციების შემთხვევაში (როდესაც კაპიტალდაბანდების ყველა ოპერაცია ერთდროულად მხოლოდ წარმატებული ან წარუმატებელი შეიძლება იყოს) დივერსიფიკაცია ვერ შეამცირებს რისკს.

ზემოთნათქვამის საილუსტრაციოდ მოვიყვანოთ შემდეგი მარტივი მაგალითი.

დავუშვათ, ინვესტორს აქვს $10000-ის ორ სხვადასხვა პროექტში ინვესტირების შემდეგი ვარიანტები: მთლიანად დააბანდოს კაპიტალი პირველ პროექტში, თითოეულ პროექტში დააბანდოს $5000 და მთელი კაპიტალი დააბანდოს მეორე პროექტში. ვიგულისხმოთ, რომ ყოველთვის წარმატების შემთხვევაში ინვესტორი იღებს დაბანდებულზე ოთხჯერ მეტ თანხას, ხოლო წარუმატებლობის დროს მთლიანი თანხა იკარგება. მაშინ, თუ ინვესტორი არ მოახდენს თავისი დაბანდების დივერსიფიკაციას (ანუ, აირჩევს დაბანდების პირველ ან მესამე ვარიანტს), მიიღებს $40000-ს, ან არაფერს. იგივე შედეგს მიიღებდა იგი დივერსიფიკაციის შემთხვევაშიც (მეორე ვარიანტი) თუ დაბანდების შესაბამისი ორი ოპერაცია აბსოლუტურად კორელირებული (ანუ, როდესაც ერთ პროექტში კაპიტალდაბანდების წარმატება ან წარუმატებლობა იმავდროულად გულისხმობს წარმატებას, ან წარუმატებლობას მეორე პროექტშიც) იქნებო-

---

* **diversus**-სხვადასხვა, **facere**-კეთება (ლათ.)

და. მაგრამ, თუ არსებობს, ვთქვათ, 0,5-ის ტოლი ალბათობა იმისა, რომ კაპიტალდაბანდების ერთერთ პროექტში წარუმატებლობის შემთხვევაში წარმატებული იქნება მეორე პროექტში დაბანდება, ინვესტორი საშუალოდ უნდა მოელოდეს $20000-ის მიღებას.

საერთოდ, დივერსიფიკაციის პრინციპი გულისხმობს მრავალფეროვან, ერთმანეთისაგან დამოუკიდებელი ოპერაციების განხორციელებას, რომლის დროსაც ხდება ეფექტის გასაშუალოება და რისკის ხარისხის შემცირება.

მოვიყვანოთ დივერსიფიკაციის ეფექტის მათემატიკური ინტერპრეტაცია.

დავუშვათ, $O_1, O_2, ..., O_n$ - არაკორელირებული ოპერაციებია $E_1, E_2, ..., E_n$ ეფექტებითა და $R_1, R_2, ..., R_n$ რისკებით. მაშინ მათემატიკური ლოდინისა და დისპერსიის თვისებებიდან გამომდინარე "საშუალო არითმეტიკულ" ოპერაციას $(O_1 + O_2 + ... + O_n)/n$ ექნება $E = (E_1 + E_2 + ... + E_n)/n$-ის ტოლი ეფექტი და $R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 + ... + R_n^2}/n$-ის ტოლი რისკი.

თუ $a \le E_i \le b, c \le R_i \le d, i = 1,2,...,n,$ მაშინ $a \le E \le b$, ხოლო $\frac{c}{\sqrt{n}} \le R \le \frac{d}{\sqrt{n}}$.

ამგვარად, არაკორელირებულ ოპერაციათა რიცხვის ზრდასთან ერთად დივერსიფიცირებული ეფექტი აღნიშნულ ოპერაციათა ეფექტების საზღვრებში რჩება, ხოლო რისკის ხარისხი ცალსახად მცირდება. დივერსიფიკაციის პრინციპის გამოყენებისას საჭიროა გარკვეული სიფრთხილე, რომელიც ოპერაციათა არაკორელირებულობის დაშვებასთანაა დაკავშირებული. მაგალითად, თუ ოპერაციათა შორის არის ერთი, ასე ვთქვათ, "წამყვანი" ოპერაცია, რომელთანაც ყველა დანარჩენი დადებით კორელაციურ კავშირში იმყოფება, მაშინ "საშუალო

არითმეტიკული" ოპერაცია ვერ ამცირებს რისკის ხარისხს მდგენელი ოპერაციების რაოდენობის ზრდის დროს.

მაგალითი 3.1 დავუშვათ, ინდივიდს აქვს შესაძლებლობა განახორციელოს ბირჟაზე ოპერაციები ოთხი არაკორელირებული ოპერაციის კომბინირებით, რომელთა ეფექტები მოყვანილია 3.1 ცხრილში.

i	1	2	3	4
E_i	3	5	8	10
R_i	2	4	6	8

ცხრილი 3.1

შევადგინოთ მოყვანილი ოპერაციების კომბინირების რამდენიმე ვარიანტი თანაბარი წონებით.

ა) მხოლოდ პირველი და მეორე ოპერაციების კომბინირებისას გვექნება

$$E_{1,2} = \frac{3+5}{2} = 4, \quad R_{1,2} = \frac{\sqrt{2^2+4^2}}{2} \approx 2{,}24;$$

ბ) თუ ოპერაცია შედგენილია პირველი, მეორე და მესამე ოპერაციების კომბინირებით, მაშინ

$$E_{1,2,3} = \frac{3+5+8}{3} \approx 5{,}33, \quad R_{1,2,3} = \frac{\sqrt{2^2+4^2+6^2}}{3} \approx 2{,}49;$$

გ) ოთხივე ოპერაციის კომბინირების შემთხვევაში კი ვღებულობთ

$$E_{1,2,3,4} = \frac{3+5+8+10}{4} = 6{,}5, \quad R_{1,2,3,4} = \frac{\sqrt{2^2+4^2+6^2+8^2}}{4} \approx 2{,}74.$$

როგორც ვხედავთ, ოპერაციათა რაოდენობის ზრდისას რისკი უმნიშვნელოდ იზრდება და მდგენელი ოპერაციების რისკების ქვედა საზღვართან ახლოს რჩება.

დივერსიფიკაციის პრინციპი შეიძლება გამოყენებული იქნეს როგორც ერთდროულად, მაგრამ სხვადასხვა ადგილზე ჩასატარებელი ოპერაციებისათვის (გასაშუალება სივრცეში), ასევე მიმდევრობით ჩასატარებელი ერთიდაიგივე ოპერაციისთვისაც (გასაშუალება დროში).

3.2 რისკის დაზღვევა

რისკის დაზღვევა რისკის ხარისხის შემცირების ყველაზე მნიშვნელოვან და გავრცელებულ ხერხს წარმოადგენს. ვიდრე დაზღვევის არსში გავერკვეოდეთ, მიზანშეწონილად მიგვაჩნია ავხსნათ ზოგიერთი ტერმინის მნიშვნელობა.

მზღვეველი – ეს არის ის, ვისი დაზღვევაც ხდება.

დამზღვევი – ეს არის ის, ვინც აზღვევს.

სადაზღვევო თანხა – თანხა, რომელიც უნდა გადაუხადოს დამზღვევმა მზღვეველს სადაზღვევო ხდომილების დადგომის შემთხვევაში.

სადაზღვევო შენატანი (პრემია) – თანხა, რომელსაც უხდის მზღვეველი დამზღვევს შესაძლო დანაკარგების თავიდან აცილების მიზნით.

საერთოდ, დაზღვევის არსი იმაში მდგომარეობს, რომ ფიზიკური ან იურიდიული პირი მზად არის უარი თქვას შემოსავლების ნაწილზე იმის გამო, რომ თავიდან აიცილოს დანაკარგების რისკი.

ეკონომიკური ურთიერთობები დაზღვევის მონაწილე მხარეებს შორის რეგულირდება **სადაზღვევო პოლისით (ხელშეკრულებით, კონტრაქტით)**, რომლის ოთხ უმნიშვნელოვანეს მდგენელს წარმოადგენს გამორიცხვა, საზღვრების დადება, ფრანშიზა და ერთობლივი გადახდა.

გამორიცხვა გულისხმობს ხაზგასმით უარის თქმას ზოგიერთი სახეობის ზარალის ანაზღაურებაზე, რომელიც, ერთის შეხედვით, თითქოს აკმაყოფილებს სადაზღვევო კონტრაქტის

პირობებს. მაგალითად, სიცოცხლის დაზღვავის პოლისი, ჩვეულებრივ, გამორიცხავს თანხის გაცემას კლიენტის თვითმკვლელობის შემთხვევაში. სამედიცინო დაზღვავაში შეიძლება გამორიცხული იყოს ზოგიერთი დაავადების მკურნალობის ანაზღაურება და ა.შ.

საზღვრების დადება, როგორც წესი, გულისხმობს ზარალის კომპენსაციას მაქსიმალური ოდენობის განსაზღვრას კონტრაქტში.

ფრანშიზა – ეს არის თანხა, რომელიც წინასწარ არის ფიქსირებული კონტრაქტში და დამზღვევი თანხას იხდის მხოლოდ მის ზემოთ სადაზღვევო შემთხვევაში. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, დამზღვევი ანაზღაურებს ზარალის მხოლოდ გარკვეულ ნაწილს. მაგალითად, თუ თქვენს სადაზღვევო პოლისში ავტომობილზე ფიქსირებულია $500-ის ოდენობით, ავარიის შემთხვევაში სარემონტო ხარჯებისათვის პირველი $500-ის გაღება საკუთარი ჯიბიდან მოგიწევთ, ხოლო დანარჩენ თანხას დამზღვევი გადაიხდის.

ფრანშიზა მზღვეველს აიძულებს ფრთხილად მოეკიდოს შესაძლო დანაკარგებს. ვთქვათ, კლიენტი, რომლის სადაზღვევო პოლისში ფიქსირებულია ფრანშიზა, შეეცდება უფრო ფრთხილად ატაროს ავტომობილი იმ მძღოლთან შედარებით, ვის პოლისშიც ფრანშიზა არ არის.

ერთობლივი გადახდაც ზარალის ნაწილის დაფარვას გულისხმობს დამზღვევის მხრიდან, რითაც იგი ფრანშიზას წააგავს. განსხვავება კი მდგომარეობს ანაზღაურების წილების გაანგარიშებისა და კლიენტთათვის დანაკარგების თავიდან აცილების სტიმულირების ხერხებში.

მაგალითად, სადაზღვევო პოლისი შეიძლება შეიცავდეს პირობას, რომლის მიხედვითაც ნებისმიერი ზარალის 20%-ის ანაზღაურება ხდება ერთობლივად, ხოლო დანარჩენ 80%-ს სადაზღვევო კომპანია იხდის.

თუ სამედიცინო პოლისი ერთობლივი გადახდის ნაცვლად შეიცავს ფრანშიზას, ვთქვათ, $1000-ის ოდენობით, პაციენტი

მთლიანად აანაზღაურებს მის ყველა ვიზიტს ექიმთან მანამ, სანამ ფრანშიზის თანხა მთლიანად არ ამოიწურება. შემდეგი ვიზიტების დროს იგი არაფერს იხდის. ამგვარად, ფრანშიზა მოცემულ შემთხვევაში არ ქმნის დამატებითი ვიზიტებისაგან თავის შეკავების სტიმულს, მაშინ როდესაც, ერთობლივი გადახდისას ასეთი პირობები იქმნება.

შევნიშნოთ, რომ სადაზღვევო პოლისი შეიძლება შეიცავდეს როგორც ფრანშიზას, ასევე ერთობლივი გადახდის პირობასაც.

3.3 დაზღვევის ოპტიმალური არჩევანის მოდელი

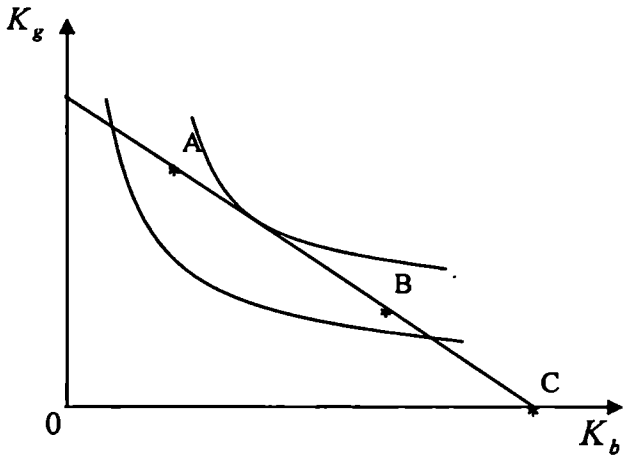
დავუშვათ, ინდივიდის K ღირებულების ქონებას P ალბათობით შეიძლება მიადგეს Z ოდენობის ზარალი. სადაზღვევო კომპანია თავაზობს მას ქონების დაზღვევას γ ფასად (შემდგომში მას **დაზღვევის ფასს** ვუწოდებთ), რაც იმას ნიშნავს, რომ თუ ინდივიდი შეიძენს W ღირებულების სადაზღვევო პოლისს, მან კომპანიას უნდა გადაუხადოს γW -ს ტოლი **სადაზღვევო თანხა (გადასახადი)**. ასე რომ, აღნიშნულ პირობებში დაზღვევის შემთხვევაში ინდივიდის ქონების ფლობის ალბათობათა განაწილების შესაბამის ლატარიას (2.1)-ის თანახმად ექნება სახე:

$$L = (P, K - \gamma W + W - Z; 1 - P, K - \gamma W). \qquad (3.1)$$

დაზღვევის სიდიდის ოპტიმალური არჩევანი დამოკიდებული უნდა იყოს ინდივიდის პრეფერენციებზე, რომელიც, როგორც ვიცით, სარგებლიანობის ფუნქციის ტერმინებში აღიწერება. ვიგულისხმებთ, რომ ლატარიათა სიმრავლეზე განსაზღვრული სარგებლიანობის ფუნქცია აკმაყოფილებს 2.1 პარაგრაფში მოყვანილ ძირითად აქსიომებს.

შევეცადოთ ინდივიდის არჩევანის გაანალიზებას ცნობილი მოდელის გამოყენებით, რომელიც ინდიფერენტულობის მრუდისა და ბიუჯეტის წირის ცნებებს ემყარება.

თუ ჰორიზონტალურ ღერძზე გადავზომავთ ინდივიდის ქონებას, ასე ვთქვათ, "ცუდი" სადაზღვევო ხდომილების დადგომის შემთხვევაში (K_b), ხოლო ვერტიკალურზე – ქონებას "კარგ" შემთხვევაში (K_g), როდესაც მომხმარებელი არ ზარალდება, მივიღებთ სასაქონლო სივრცის ანალოგ სივრცეს (ნახ.3.1), რომლის ნებისმიერ (K_b, K_g) წერტილს შეესაბამება ლატარია ($P, K_b; 1-P, K_g$) და რომელზეც სარგებლიანობის ფუნქციის შესატყვისი ინდიფერენტულობის ერთადერთი მრუდი გაივლის.



ნახ.3.1

იმისათვის, რომ მოვხვდეთ ზემოთაღნიშნულ თეორიულ ჩარჩოებში, უნდა დავადგინოთ ბიუჯეტის წრფის ანალოგიც. ბუნებრივია, იგი უნდა გადიოდეს არჩევანის სივრცის საწყის $A(K-Z, K)$ წერტილზე, რომელსაც საწყისი

$$L_0 = (P, K - Z; 1 - P, K) \tag{3.2}$$

ლატარია შეესაბამება.

(3.1)-დან ჩანს, რომ ქონება, რომელიც ექნება მზღვეველს შესაბამისად "ცუდ" და "კარგ" შემთხვევებში, შეიძლება წარმოვადგინოთ, როგორც W -ს ფუნქციები:

$$f_b(W) = (1 - \gamma)W + K - Z, \tag{3.3}$$

$$f_g(W) = -\gamma W + K. \tag{3.4}$$

როდესაც ინდივიდი ყიდულობს W ღირებულების სადაზღვევო პოლისს, საწყისი (3.2) ლატარია იცვლება (3.1) ლატარიით, რაც იმას ნიშნავს, რომ გადავაადგილდებით არჩევანის სივრცის $B((1 - \gamma)W + K - Z, K - \gamma W)$ წერტილში. ბიუჯეტის წრფის განტოლებას ვადგენთ როგორც ამ უკანასკნელზე და $A(K - Z, K)$ წერტილებზე გამავალი წრფის განტოლებას:

$$\frac{K_b - K + Z}{(1 - \gamma)W + K - Z - K + Z} = \frac{K_g - K}{K - \gamma W - K},$$

საიდანაც ვღებულობთ

$$\gamma K_b + (1 - \gamma)K_g = K - \gamma Z. \tag{3.5}$$

ბიუჯეტის (3.5) წრფის განტოლებას ისეთი სახე აქვს, თითქოს "ცუდ" შემთხვევაში ქონების ფასი γ -ს, ხოლო "კარგში"— $(1 - \gamma)$-ს ტოლია. რაც შეეხება მის მარჯვენა მხარეს, ძნელია მას რაიმე ეკონომიკური შინაარსი მიეცეს.

W -ს მინიმალური მნიშვნელობა, ცხადია, 0-ის ტოლია. ბიუჯეტის წრფის ჰორიზონტალურ ღერძთან გადაკვეთის C წერტილი კი შეესაბამება სადაზღვევო პოლისის მაქსიმალურ შესაძლო ღირებულებას, რომელიც, როგორც ეს (3.4)-დან ჩანს, $\frac{W}{\gamma}$ - ს შეადგენს. სადაზღვევო გადასახადი ამ დროს $\gamma\frac{W}{\gamma} = W$ -ს ტოლია.

ასე რომ, მზღვეველის არჩევანის სივრცე (მისთვის "ხელმისაწვდომ" ლატარიათა სიმრავლე) ბიუჯეტის წრფის AC მონაკვეთით განისაზღვრება (ნახ.3.1).

თუ მზღვეველის მიერ შეძენილი სადაზღვევო პოლისის ღირებულება მოსალოდნელი ზარალის ტოლია, მაშინ ამბობენ, რომ იგი ირჩევს **სრულ დაზღვევას.**

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, დაზღვევის ოპტიმალური სიდიდე უნდა განისაზღვროს მზღვეველის სარგებლიანობის ფუნქციის საფუძველზე, რომელსაც (2.3)-ის თანახმად შემდეგი სახე უნდა ქონდეს:

$$U(L) = U(K_b, K_g) = Pu(k_b) + (1-P)u(K_g)\,. \qquad (3.6)$$

მოხმარების თეორიიდან ცნობილია, რომ სასაქონლო სივრცეში ოპტიმალური არჩევანი უნდა აკმაყოფილებდეს ტანგენციალურობის პირობას

$$MRS_{1,2} = -\frac{P_1}{P_2}\ ,$$

სადაც P_1 და P_2, შესაბამისად, პირველი და მეორე საქონლის ფასებია, ანუ, ჩვენი შემთხვევისათვის

$$MRS_{b,g} = -\frac{MU_b}{MU_g} = -\frac{\Delta U(K_b)/\Delta K_b}{\Delta U(K_g)/\Delta K_g} =$$

$$= -\frac{P\Delta u(K_b)/\Delta K_b}{(1-P)\Delta u(K_g)\Delta K_g} = -\frac{\gamma}{1-\gamma}\ . \qquad (3.7)$$

სადაზღვევო კომპანია P ალბათობით გასცემს W ოდენობის თანხას, $(1-P)$ ალბათობით – არაფერს, ხოლო ყველა შემთხვევაში იღებს სადაზღვევო γW გადასახადს. ასე რომ, მისი მოგების მათემატიკური ლოდინი იქნება

$$E[P] = \gamma W - PW - (1-P)\times 0 = \gamma W - PW\ . \qquad (3.8)$$

სადაზღვევო ხელშეკრულებას ეწოდება „სამართლიანი" [1], თუ

$$E[P] = \gamma W - PW = 0,$$

საიდანაც ვღებულობთ

$$\gamma = P. \tag{3.9}$$

თუ ამ უკანასკნელს (3.7)-ში შევიტანთ, მივიღებთ:

$$-\frac{P\Delta u(K_b)/\Delta K_b}{(1-P)\Delta u(K_g)/\Delta K_g} = -\frac{P}{1-P}$$, ანუ შეკვეცის შემდეგ

$$\frac{\Delta u(K_b)}{\Delta K_b} = \frac{\Delta u(K_g)}{\Delta K_g}.$$

ამგვარად, "ცუდ" და "კარგ" შემთხვევებში ქონების დამატებითი ერთეულით განპირობებული სარგებლიანობის ნაზრდები ტოლი უნდა იყოს:

$$Mu_b = Mu_g. \tag{3.10}$$

(3.6) – დან გამომდინარეობს, რომ

$$MU_b = PMu_b; MU_g = (1-P)Mu_g. \tag{3.11}$$

(3.10) – ისა და (3.11) – ის საფუძველზე (3.9) – ის გათვალისწინებით ვღებულობთ:

$$\frac{MU_b}{\gamma} = \frac{MU_g}{1-\gamma}. \tag{3.12}$$

როგორც ვხედავთ, (3.12) სრულ შესაბამისობაშია მომხმარებლის წონასწორობის პირობასთან, რომლის თანახმადაც ოპტიმუმის წერტილში $\frac{MU_1}{P_1} = \frac{MU_2}{P_2}$.

გარდა ამისა, თუ გავითვალისწინებთ იმ გარემოებასაც, რომ სარგებლიანობის u ფუნქცია მკაცრად მონოტონურა, (3.10) ტოლობას შეიძლება ადგილი ჰქონდეს მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც

$$K_b = K_g. \tag{3.13}$$

თუ (3.13) – ში ჩავსვამთ მათ შესაბამის მნიშვნელობებს, მივიღებთ:

$K - \gamma W + W - Z = K - \gamma W$, საიდანაც

$$W = Z. \qquad (3.14)$$

საბოლოოდ, (3.14) ტოლობის საფუძველზე გამოგვაქვს შემდეგი დასკვნა: თუ მზღვეველი ცდილობს სარგებლიანობის მათემატიკური ლოდინის მაქსიმიზაციას და მას სადაზღვევო კომპანია შესთავაზებს "სამართლიან" დაზღვევას, მაშინ იგი ოპტიმალურად სრულ დაზღვევას მიიჩნევს.

3.4 ჰეჯირება*

ჰეჯირება – ეს არის შესაძლო დანაკარგების რისკის შემცირებაზე ორიენტირებული ღონისძიებათა კომპლექსი ფინანსური ოპერაციების დროს, რომელიც შეიძლება უკავშირდებოდეს სავალუტო კურსის, საქონელზე ფასების, საპროცენტო განაკვეთების და ა. შ. ცვლილებათა არასასურველ ტენდენციებს მომავალში. იგი ქონებრივი ინტერესების დაზღვევის სპეციფიკურ ფორმას წარმოადგენს.თუმცა, უნდა აღვნიშნოთ, რომ დაზღვევასა და ჰეჯირებას შორის ფუნდამენტური განსხვავება არსებობს. კერძოდ, როდესაც მზღვეველი დანაკარგების რისკის თავიდან აცილების მიზნით იხდის სადაზღვევო თანხას, იგი ინარჩუნებს მოგების მიღების შესაძლებლობასაც. ჰეჯირება კი აღნიშნული მოგების მიღების შესაძლებლობაზე უარის თქმას გულისხმობს.

ზემონათქვამის საილუსტრაციოდ წარმოვიდგინოთ შემდეგი სიტუაცია: დავუშვათ ერთი თვის შემდეგ თქვენ გეგმავთ თბილისიდან პარიზში ჩაფრენას და ღებულობთ გადაწყვეტილებას, რომ დაჯავშნოთ ბილეთი თვითმფრინავზე. ავიოკომპანია გთავაზობთ აირჩიოთ ერთერთი შემდეგი ორ ვარიანტთაგან – ახლავე მოხდეს შეთანხმება იმის თაობაზე, რომ ერთი თვის შემდეგ თქვენ მოგყიდიან ბილეთს გარანტირებულ (ფიქსირე-

* **hedge** – ზღუდე, დაბრკოლება. (გადატ.) შესაძლო ზარალისაგან თავის დაცვა (ინგლ.)

ბულ) ფასად (ვთქვათ, $400 – ად), ანდა, უშუალოდ გაფრენის წინ ბილეთში გადაიხდით იმდენს, რამდენიც ეღირება იგი იმ მომენტში.

თუ თქვენ პირველ ვარიანტს აირჩევთ, ეს რისკის ჰეჯირებას ნიშნავს, რადგანაც კარგავთ შესაძლელობას გადაიხადოთ ნაკლები ბილეთში, თუ იგი ამ დროს $400 – ზე ნაკლები ეღირება.

მეორე ვარიანტში ავიოკომპანია გთავაზობთ ახლავე გადაიხადოთ $20 ერთი თვის შემდეგ ბილეთის $400 – ად შეძენის უფლების მისაღებად. ამ უფლების მიღება დაზღვევას წარმოადგენს, რომელიც გაძლევთ იმის გარანტიას, რომ ერთი თვის შემდეგ ბილეთში $400 – ზე მეტის გადახდა არ მოგიწევთ. თუ ერთი თვის განმავლობაში ბილეთის ფასი გაიზრდება, თქვენ, ცხადია, ისარგებლებთ თქვენი უფლებით და, შეიძლება ითქვას, რომ მოგებაშიც აღმოჩნდებით (მაგალითად, თუ იმ მომენტში ბილეთი $450 ეღირება, "მოგება" $450—($400+$20)=$30 – ის ტოლი აღმოჩნდება). ბუნებრივია, იგულისხმება, რომ თქვენ ინარჩუნებთ უფლებას შეიძინოთ ბილეთი $400 – ზე ნაკლებ ფასად, თუ იგი ასეთი იქნება იმ მომეტში.

საერთოდ, რისკის გადატანის (გადანაწილების) ნებისმიერი პროცესი ხორციელდება კონტრაქტის (ხელშეკრულების) გაფორმების გზით.

კონტრაქტები **კონტრჰენტებს*** შეიძლება ავალდებულებდეს აქტივების როგორც დაუყოვნებლივ, ასევე მომავალში მიწოდებას. პირველ შემთხვევაში გარიგებას უწოდებენ **სპოტურს**** **(საკასოს)**, ხოლო მეორეში – **ვადიან** გარიგებას.

მოკლედ მიმოვიხილოთ კონტრაქტების ძირითადი სახეობები.

---

* **contrahents** – მომრიგებელი. (გადატ.) კონტრაქტის მონაწილე თითოეული მხარე (ლათ.)

** **spot** – სავალუტო ან სხვა სახის გარიგებისას ნაღდი, დაუყოვნებელი ანგარიშსწორება (როგორც წესი, ხელშეკრულების დადებიდან 2 სამუშაო დღის განმავლობაში)

ფორვარდული კონტრაქტი – ეს არის სავალუტო ან სხვა სახის სამომავლო გარიგება ორ მხარეს შორის კონტრაქტის დადების მომენტში შეთანხმებული კურსის შესაბამისად ბირჟის გარეთ.

ფიუჩერსული კონტრაქტი თავისი არსით იგივეა, რაც ფორვარდული, ოღონდ გარიგებები ხორციელდება ბირჟის მეშვეობით, რომელიც შუამავლის როლს კისრულობს.

რისკის ჰეჯირების კიდევ ერთ ხერხს წარმოადგენს ვადიანი გარიგების ტიპი – **სვოპი**[*]. მისი არსი იმაში მდგომარეობს, რომ დროის გარკვეული დროის განმავლობაში განსაზღვრული ინტერვალებით მხარეები ერთმანეთში ცვლიან კონტრაქტში აღნიშნული თანხის (რომელსაც **საკონტრაქტო ნომინალს** უწოდებენ) შესაბამის აქტივებს.

პრინციპში, სვოპის საშუალებით ყველაფერი შეიძლება გაიცვალოს, მაგრამ თანამედროვე პრაქტიკაში სვოპები ყველაზე ხშირად დაკავშირებულია სასაქონლო, სავალუტო და ფასიანი ქაღალდების გაცვლითი ოპერაციებისაგან მიღებულ შემოსავლებთან.

შეიძლება ითქვას, რომ სავალუტო სვოპი წარმოადგენს ფორვარდული კოტრაქტების მიმდევრობას, რომლის დროსაც საკონტრაქტო ნომინალის გაცვლა (ასე ვთქვათ, ანგარიშსწორება) ხორციელდება მოცემული მომენტის შესაბამისი ფაქტიური სავალუტო გაცლითი კურსის **(სვოპური კურსის)** მიხედვით.

საწყის სავალუტო გაცვლით კურსს, რომელიც მოქმედებაშია ყველა ფორვარდული კონტრაქტისათვის დროის გარკვეული პერიოდის განმავლობაში, **ფორვარდულ კურსს** უწოდებენ.

ყოველივე ზემოთაღნიშნულში მეტი სიცხადის შეტანის მიზნით განვიხილოთ შემდეგი მაგალითი:

დავუშვათ თქვენმა კომპანიამ გადაწყვიტა რომელიმე უცხოური ფირმისაგან შეიძინოს პროგრამული უზრუნველყო-

---

[*] **swap** – გაცვლა. ფასიანი ქაღალდების ერთდროული გაცვლითი ოპერაცია (ინგლ.)

ფის გაყიდვის უფლება ჩვენს ქვეყანაში, რისთვისაც თქვენ მზად ხართ გადაუხადოთ მას 45000 ლარი ყოველწლიურად.

თუ მოსალოდნელია ლარის დოლარში გაცვლის კურსის დაცემა, ფირმამ შეიძლება გადაწყვიტოს შემოსავლის სიდიდის შემცირების რისკის ჰეჯირება სავალუტო სვოპის გზით.

ვთქვათ, საწყის მომენტში დოლარის გაცვლითი კურსი ლართან მიმართებაში შეადგენდა 1,8 – ს (ფორვარდული კურსი). წლის ბოლოს თქვენ ფირმას უნდა გადაუხადოთ ფიქსირებული თანხა (საკონტრაქტო ნომინალი) - $25000 (45000:1,8). თუ აღმოჩნდება, რომ ამ მომეტისათვის ფაქტიური (სვოპური კურსი) 2,0 – ს შეადგენს, სვოპის შესაბამისად თქვენ ფირმას უნდა აუნაზღაუროთ განსხვავება ფორვარდულ და სვოპურ კურსებს შორის:

45000 ლარი × [(1:1,8) — (1:2,0)] = $2500,

ე.ი. წლის ბოლოს თქვენ ფირმას უნდა გადაუხადოთ არა 45000 ლარი, (რაც $22500 – ის ეკვივალენტი იქნებოდა), არამედ – 50000 ლარი (45000 ლარი + 2,0×$2500).

ახლა დავუშვათ, მეორე წლის ბოლოს ფაქტიური კურსი 1,5 – ს შეადგენს. სვოპის არსებობის შემთხვევაში ფირმის ამ მომენტის შესაბამისი შემოსავალი $30000 (45000 ლარი : 1,5) იქნებოდა, ხოლო სვოპის პირობებში ისევ $25000. გამოდის, რომ სვოპის დადებით ფირმამ ფაქტიურად უარი თქვა $5000 = 45000 ლარი × [(1:1,5) — (1:1,8)] შემოსავლის მიღებაზე, რასაც უზრუნველყოფდა განსახვავება ფორვარდულ და სვოპურ კურსებს შორის. მაგრამ ჰეჯირების არსიც ხომ ამაში მდგომარეობს: შემოსავლის სიდიდის შემცირების რისკის თავიდან ასაცილებლად ფირმა მზად არის უარი თქვას დამატებითი შემოსავლის მიღების შესაძლებლობაზე.

სადაზღვევო კონტრაქტის კიდევ ერთ ფართოდ გავრცელებულ ფორმას წარმოადგენს **ოპციონი,** რომელიც კონტრაჰენტს ანიჭებს უფლებას იყიდოს ან გაყიდოს რაიმე ფიქსირებულ ფასად მომავალში.

ძირითადი განსხვავება ოპციონსა და ფორვარდულ კონტრაქტს შორის იმაში მდგომარეობს, რომ ეს უკანასკნელი ავალდებულებს კონტრაჰენტს ყიდვას ან გაყიდვას კონტრაქტის მიერ წინასწარ განსაზღვრულ ფასად. გარდა ამისა, ფორვარდული კონტრაქტისაგან განსხვავებით ოპციონის მყიდველი ზემოთაღნიშნული უფლების მოსაპოვებლად აუცილებლად იხდის გარკვეულ (სადაზღვევო პრემიის ანალოგიურ) თანხას, რომელსაც **საოპციონო პრემია** ეწოდება.

შეიძლება ითქვას,რომ ოპციონური კონტრაქტის იმდენი სახეობა არსებობს, რამდენიც შეიძლება იყოს ყიდვა-გაყიდვის საგანი: სასაქონლო ოპციონი, სააქციო ოპციონი, ოპციონი საპროცენტო განაკვეთზე, სავალუტო ოპციონი და ა.შ.

ამგვარად, ოპციონის თავისებურება იმაში მდგომარეობს, რომ მისი მყიდველი იძენს არა უშუალოდ აქტივებს, არამედ, მათი ყიდვა-გაყიდვის უფლებას. ასე რომ, თუ აქციები, ობლიგაციები და ა.შ. წარმოადგენენ კაპიტალის "პირველ წარმოებულებს", ოპციონი რეალური კაპიტალის "მეორე წარმოებულის" როლში გვევლინება.

4. ოპტიმალური საინვესტიციო პორტფელის ფორმირება

4.1 ინვესტიციისა და საინვესტიციო პორტფელის ცნებები

პორტფელის ცნების არსში გასარკვევად, პირველ ყოვლისა, უნდა განვსაზღვროთ "ინვესტიციის" ტერმინის მნიშვნელობა.

ყველაზე ფართო გაგებით **"ინვესტიცია"** ნიშნავს: "შეველიოთ ფულს დღეს, რათა იგი მომავალში უფრო მეტი მივიღოთ." საინვესტიციო პროცესთან, ჩვეულებრივ, დაკავშირებულია ორი ფაქტორი – რისკი და დრო. ფული უნდა გაიცეს დღეს და განსაზღვრული ოდენობით, ჯილდო კი იქნება გვიან (თუ იგი იქნება საერთოდ!) და მისი სიდიდე წინასწარ არ არის ცნობილი. ზოგიერთ შემთხვევაში კი უმნიშვნელოვანეს ფაქტორს დრო წარმოადგენს (მაგალითად, სახელმწიფო ობლიგაციისათვის).

ინვესტიციასთან მიმართებაში მნიშვნელოვან ყურადღებას იმსახურებს საინვესტიციო გარემო, რომელიც ხასიათება ფინანსურ ბაზარზე მიმოქცევაში მყოფი ქაღალდების ტიპებით, მათი შეძენისა და გაყიდვის პირობებით.

პორტფელის ცნების ქვეშ შემდგომში ვიგულისხმებთ ინვესტიციათა ნაკრებს ფასიან ქაღალდებში.

ინვესტიციათა მართვა წარმოადგენს ფულადი სახსრების მართვის პროცესს, რომელთან მიმართებაში გამოიყენება ტერმინი პორტფელის მართვა. სპეციალისტებს, რომლებიც მართავენ საინვესტიციო პორტფელს, **პორტფელის მენეჯერებს** უწოდებენ. მათ უნდა შეარჩიონ ფასიანი ქაღალდების სახეობები, დაბანდების მოცულობები და ვადები.

ინვესტორი შეიძლება იყოს ინდივიდუალური ან ინსტიტუციონალური. პირველ კატეგორიას მიეკუთვნება კერძო (ფიზიკური) პირები, რომლებიც ახდენენ საკუთარი სასხსრების ინვესტირებას, ხოლო მეორეს – სადაზღვევო და საინვესტიციო კომპანიები, სადეპოზიტო ინსტიტუტები (მაგალითად, ბანკები), სხვადასხვა ფონდები (მაგალითად, საპენსიო) და ა.შ.

განასხვავებენ რეალურ და ფინანსურ ინვესტიციებს. რეალური ინვესტიციები, ჩვეულებრივ, მოიცავს მატერიალურად ხელშესახებ ისეთ აქტივებს, მაგალითად, როგორიცაა მიწა, დანადგარები, ფაბრიკა-ქარხნები და ა.შ. ფინანსური ინვესტიციები კი ისეთ აქტივებს, როგორიცაა, მაგალითად, ჩვეულებრივი აქციები და ობლიგაციები. პრიმიტიულ ეკონომიკებში ინვესტიციების უდიდესი ნაწილი რეალურ ინვესტიციებზე მოდის, მაშინ როდესაც, თანამედროვე ეკონომიკაში ინვესტიციები ძირითადად ფინანსური სახისაა. როგორც წესი, ეს ორი ფორმა ურთიერთშემავსებელია და არ ეწინააღმდეგება ერთმანეთს.

ინვესტიციების მართვის პროცესში შეიძლება გამოვყოთ შემდეგი ძირითადი ეტაპები: საინვესტიციო მიზნების ფორმულირება, საინვესტიციო პოლიტიკისა და საპორტფელო სტრატეგიის შემუშავება დასახული მიზნების მისაღწევად, პორტფელში შემავალი აქტივების შერჩევა, ინვესტიციების ეფექტურობის გაზომვა და შეფასება.

უმნიშვნელოვანეს როლს ზემოთაღნიშნულ პროცესში თამაშობს ოპტიმალური პორტფელის თეორია, რომლის ფუძემდებლად **ჰარი მარკოვიცი** ითვლება. მან 1952 წელს გამოაქვეყნა ფუნდამენტური ნაშრომი "პორტფელის არჩევანი", რომელშიც აღნიშნავს, რომ თუმცა ტიპიურ ინვესტორს სურს უკუგება ინვესტიციისაგან იყოს მაღალი, მაგრამ იმავდროულად უნდა მისი სიდიდე იყოს იმდენად განსაზღვრული, რამდენადაც ეს შესაძლებელია. ეს კი ნიშნავს, რომ ინვესტორი ერთდროულად ესწრაფვის ერთმანეთთან წინააღმდეგობაში მყოფი ორი მიზნის მიღწევას: მოსალოდნელი შემოსავლის მაქსიმიზაციას და განუსაზღვრელობის (ე.ი. რისკის) მინიმიზაციას. შედეგად, დგება ფასიანი ქაღალდების რამდენიმე სახეობის შეძენის (დივერსიფიკაციის) აუცილებლობა.

მარკოვიცის შედეგები შემდგომი კვლევებისათვის გამოიყენა **უილიამ შარპმა**, რომლის ძირითადი დაშვების თანახმად ფინანსური აქტივების ფასების ცვლილებამ დროში უნდა უზრუნველყოს მოთხოვნისა და მიწოდების წონასწორობა ყოველ

რისკიან აქტივზე. სადღეისოდ, შარპის მიერ დამუშავებულ აქტივების თეორიულ სტრუქტურებს ძალზე ფართო გამოყენება აქვს რისკის ხარისხის რეგულირების პრაქტიკაში.

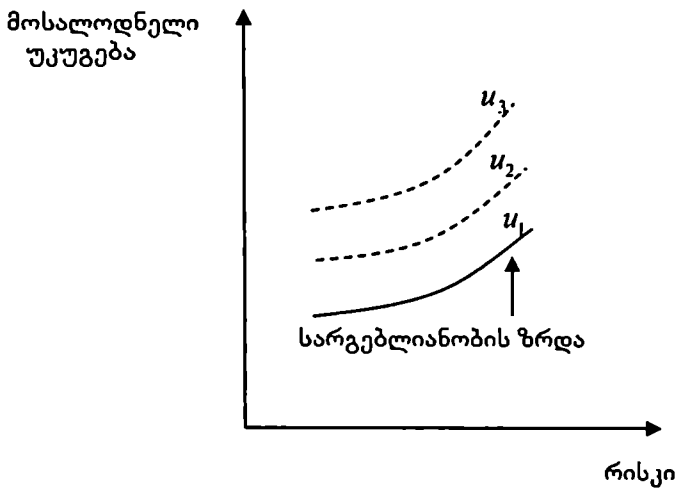
ფინანსების თეორიასა და პრაქტიკაში დიდი წვლილი აქვთ შეტანილი აგრეთვე ნობელის პრემიის ლაურიატებს ეკონომიკის სფეროში – **მერტონ მილერს,ფრანკო მოდილიანს** (ე.წ. მოდილიან-მილერის $M \& M$ თეორია, რაც თანამედროვე კორპორაციული ფინანსების თეორიის საფუძველს წარმოადგენს), **რობერტ მერტონს, მაირონ შოულზსა და ფიშერ ბლეკს** (ეს უკანასკნელი წარდგენილი იყო ნობელის პრემიაზე, მაგრამ ნაადრევი სიკვდილის გამო, სამწუხაროდ, მას არ ხვდა წილად ეს უდიდესი პატივი).

ინვესტიციების რისკსა და მოსალოდნელ უკუგებას შორის ოპტიმალური თანაფარდობის გამოსათვლელად პორტფელის თეორიის ფორმალურ მოდელებში გამოიყენება ალბათობათა განაწილება. როგორც ქვემოთ ვნახავთ, ფსიანი ქაღალდების პორტფელის მოსალოდნელი უკუგება განისაზღვრება როგორც ალბათობათა განაწილების საშუალო (მათემატიკური ლოდინი) ხოლო რისკი – როგორც ამ განაწილების სტანდარტული გადახრა.

4.2 დივერსიფიცირებული პორტფელი

პორტფელის თეორიაში სარგებლიანობის ფუნქცია ასახავს სუბიექტის პრიორიტეტებს რისკის სიდიდეებსა და მოსალოდნელ უკუგებებს შორის გარკვეულ თანაფარდობებთან მიმართებაში.

გრაფიკულად ინდიფერენტულობის მრუდები წარმოდგენილია 4.1 ნახაზზე. აქ ჰორიზონტალურ ღერძზე გადაზომილია რისკის მნიშვნელობა, ხოლო ვერტიკალურზე — მოსალოდნელი უკუგება.



ნახ. 4.1.

რაც უფრო მაღლა მდებარეობს მრუდი, მით უფრო დიდია სარგებლიანობის მნიშვნელობა. ინდიფერენტულობის მრუდის დახრა იმაზე მიგვანიშნებს, რომ რისკის ზრდის შემთხვევაში ინვესტორი ითხოვს მის კომპენსაციას უფრო მაღალი მოსალოდნელი უკუგებით. გასაგებია, რომ ყველა პორტფელი, რომელიც ერთ მოცემულ მრუდზე მდებარეობს, ტოლფასია ინვესტორისათვის.

პორტფელის ფორმირებისას უნდა განვასხვავოთ რისკიანი და ურისკო აქტივები.

რისკიანი აქტივები – ეს არის აქტივები, რომელთა სამომავლო უკუგებები განსაზღვრული არ არის, წინააღმდეგ შემთხვევაში მათ **ურისკო აქტივებს** უწოდებენ.

რისკიანი აქტივის მოსალოდნელი უკუგება (უკუგების მათემატიკური ლოდინი) განისაზღვრება, როგორ აქტივების ბაზრის შესაძლო მდგომარეობების ალბათობებისა და ამ მდგომარეობებში რისკიანი აქტივის უკუგებების ნამრავლთა ჯამი.

პორტფელის შეძენისას ინვესტორმა უნდა გაითვალისწინოს თითოეული პორტფელის შესაბამისი მოსალოდნელი უკუგება და რისკის ხარისხი.

ზოგად შემთხვევაში, როდესაც საინვესტიციო პორტფელი შედგება ურისკო და რისკიანი აქტივებისაგან, **პორტფელის მოსალოდნელი უკუგება** განისაზღვრება როგორც მასში შემავალი ურისკო აქტივების უკუგებებისა და რისკიანი აქტივების მოსალოდნელი უკუგებების პორტფელში ხვედრითი წილებით შეწონილი ჯამი..

ერთი აქტივის რისკიანობა (ე.წ. **ავტონომიური რისკი**) იზომება ამ აქტივის შესაბამისი უკუგების დისპერსიით ან საშუალოკვადრატული გადახრით, ხოლო პორტფელის რისკი – პორტფელის უკუგებათა დისპერსიით ან საშუალოკვადრატული გადახრით.

თუ პორტფელის ფორმირებისას ინვესტორი სახსრებს მხოლოდ ფინსნსური აქტივის ერთ სახეობაში დააბანდებს, მაშინ იგი დამოკიდებული იქნება აღნიშნული აქტივის საკურსო ღირებულების რყევაზე. ამიტომ მიზანშეწონილია კაპიტალის დაბანდება რამდენიმე კომპანიის აქციებში, თუმცა დაბანდების ეფექტურობა ისევ იქნება დამოკიდებული საკურსო რყევებზე, მაგრამ უკვე არა თითოეული კურსის რყევაზე, არამედ, გასაშუალოებულზე, რომელიც, როგორც წესი, ნაკლებ რყევას განიცდის, რადგანაც ერთი ფასიანი ქაღალდის კურსის შემცირებისას მეორისა შეიძლება გაიზარდოს და რყევებმა ერთმანეთი "გააბათილონ".

პორტფელს, რომელიც ფასიანი ქაღალდების სხვადასხვა ტიპებს შეიცავს, **დივერსიფიცირებულ პორტფელს** უწოდებენ. თუმცა მსგავსი პორტფელი მნიშვნელოვნად ამცირებს დივერსიფიცირებულ **(არასისტემატურ)** რისკს, საინვესტიციო რისკის სრული აცილება მაინც ვერ ხერხდება, რადგანაც არსებობს არადივერსიფიცირებადი, ანუ **სისტემატური** რისკები. არადივერსიფიცირებადი რისკები შეიძლება დამახასიათებელი იყოს როგორც მთლიანობაში კონკრეტული ეკონომიკური სისტემი-

სათვის, ასევე ცალკეული ბაზრებისთვისაც. სისტემატურ რისკებს განაპირობებს ეკონომიკის საერთო მდგომარეობა, რომელიც დაკავშირებულია ისეთ ფაქტორებთან, როგორიცაა, მაგალითად, ომი, ინფლაცია, ფულად-საგადასახადო პოლიტიკის გლობალური ცვლილებები და ა.შ.

იმისათვის, რომ გაიზომოს პორტფელის რისკი, უნდა ვიცოდეთ არამარტო ცალკეული ფასიანი ქაღალდის უკუგებათა ვარიაციები, არამედ, ხარისხის ზომა, რომლითაც ფასიანი ქაღალდების წყვილთა უკუგებები ირხევა ერთად. სხვა სიტყვებით, უნდა ვიცოდეთ ყოველი წყვილის უკუგებათა კოვარიაცია ან კორელაცია.

i - ური აქტივის უკუგების ვარიაცია შემდეგნაირად განისაზღვრება:

$$\sigma_i^2 = \mathrm{var}(w_i) = \sum_{m=1}^{n} P_m [w_m - E(w_i)]^2 . \qquad (4.1)$$

რაც შეეხება პორტფელის უკუგების ვარიაციის გამოსათვლელ ფორმულას, მას ოდნავ ქვემოთ მოვიყვანთ.

რისკის ზომად ვარიაციის გამოყენების საწინააღმდეგოდ ზოგჯერ მოჰყავთ ორი არგუმენტი. პირველი არგუმენტი იმაში მდგომარეობს, რომ ვარიაცია ითვალისწინებს საშუალო მნიშვნელობიდან ორივე მიმართულებით გადახრას. მართლაც, რეალიზებული უკუგება შეიძლება აღემატებოდეს საშუალო მნიშვნელობას, ან მასზე ნაკლები იყოს, ამასთან, პირველ შემთხვევას თავისი "წვლილი" შეაქვს ვარიაციის, ანუ რისკის სიდიდის განსაზღვრაში. ინვესტორი კი მხოლოდ შეიძლება მიესალმოს შემთხვევას, როდესაც რეალური უკუგება აღემატება მოსალოდნელს. აღნიშნულის გამო ზოგიერთი მკვლევარი მიიჩნევს, რომ რისკის გაზომვისას მსგავსი შემთხვევები არ უნდა იყოს მხედველობაში მიღებული.

მარკოვიცს კარგად ესმოდა ვარიაციის აღნიშნული ნაკლოვანი მხარე და შეეცადა გაეთვალისწინებინა მხოლოდ საშუალო მნიშვნელობაზე მცირე უკუგებების შემთხვევები. ასეთ ზომას **ნახევარვარიაცია** უწოდეს. მაგრამ ნახევარვარიაციებ-

თან დაკავშირებულმა გამოთვლითი ხასიათის სირთულეებმა მარკოვიცი აიძულა თავის შრომებში ჩვეულებრივი ვარიაციებით შემოფარგლულიყო.

ვარიაციის რისკის ზომად გამოყენების საწინააღმდეგო მეორე არგუმენტი იმაში მდგომარეობს, რომ საშუალო მნიშვნელობიდან გადახრების ასიმეტრიული განაწილების მიმართ იგი მგრძნობიარე არ არის, რის გამოც მსგავს შემთხვევებში იყენებენ ე.წ. ასიმეტრიის კოეფიციენტებს. ემპირიული გამოკვლევები ადასტურებს აქციათა უკუგებების სტატისტიკური განაწილების შეფარდებით სიმეტრიულობას, რაც ამართლებს რისკის ზომად ვარიაციის გამოყენებას. რადგანაც გადაწყვეტილების მიღებისას ინვესტორი ითვალისწინებს მხოლოდ მოსალოდნელ უკუგებასა და ვარიაციას, პორტფელის თეორია მარკოვიცის ფორმულირების მიხედვით ორპარამეტრიან მოდელად იწოდება.

ზოგად შემთხვევაში n ფასიანი ქაღალდისაგან შემდგარი პორტფელის სტანდარტული გადახრა შემდეგნაირად იანგარიშება:

$$\sigma_p = [\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} X_i X_j \sigma_{ij}]^{1/2}, \qquad (4.2)$$

სადაც X_i და X_j, შესაბამისად, პორტფელში i-ური და j-ური ფასიანი ქაღალდების ხვედრით წილებს, ხოლო σ_{ij} i-ური და j-ური ფასიანი ქაღალდების კოვარიაციას აღნიშნავს.

σ_{ij} შემდეგნაირად იანგარიშება:

$$\sigma_{ij} = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j . \qquad (4.3)$$

ამ უკანასკნელში ρ_{ij} აღნიშნავს i-ური და j-ური ფასიანი ქაღალდების უკუგებათა შორის კორელაციას. როგორც ცნობილია, კორელაციის კოეფიციენტი ნორმირებას უკეთებს კოვარიაციას, რაც აადვილებს შემთხვევითი ცვლადების სხვა-

დასხვა წყვილებს შორის კავშირის შედარებას. იგი იცვლება —1-დან +1-მდე. —1 და +1, შესაბამისად, მიგვანიშნებს სრულ უარყოფით და სრულ დადებით კორელაციებზე. შემთხვევათა უმრავლესობაში კორელაციის კოეფიციენტის მნიშვნელობა ამ ორ ექსტრემალურ მნიშვნელობათა შორის მდებარეობს.

მარკოვიცის საკვანძო წვლილი პორტფელის თეორიაში იმაში მდგომარეობს, რომ აქტივთა რისკიანობის საკითხს იგი განიხილავს არა ცალცალკე, არამედ, ერთი მთლიანი პორტფელის შემადგენლობაში.

უბრალო, ასე ვთქვათ, "გულუბრყვილო" დივერსიფიკაციისაგან განსხვავებით, დივეერსიფიკაციის მარკოვიცისეული სტრატეგია ითვალისწინებს აქტივთა უკუგებების კორელაციებს, რაც საშუალებას იძლევა მინიმუმამდე იქნეს დაყვანილი რისკი ისე, რომ შევინარჩუნოთ უკუგების გარკვეული დონე.

დივერსიფიკაციის რისკის შემამცირებელი ეფექტის საილუსტრაციოდ განვიხილოთ შემდეგი

მაგალითი 4.1 პორტფელი შედგება სამი a, b და c აქტივისაგან. წონები (ხვედრითი წილები), რომლებითაც ისინი წარმოდგენილი არიან პორტფელში, შესაბამისად $X_a = 50\% = 0{,}5$, $X_b = 30\% = 0{,}3$, $X_c = 20\% = 0{,}2$.

4.1 ცხრილში წარმოდგენილია თითოეული აქტივის ფაქტიური უკუგებები დროის ხუთი მომენტისათვის

დროის მომენტი	1	2	3	4	5
a	9,6	10,1	11,4	11,7	12,2
b	14,2	15,9	15,3	14,1	15,5
c	7,9	8,2	6,8	8,7	8,4
d	12,8	11,3	11,9	12,4	11,6

ცხრილი 4.1

აქტივთა თითოეული წყვილის კოვარიაციას ვიანგარიშებთ შემდეგი ფორმულით:

$$\mathrm{cov}_{xy} = \sigma_{xy} = \frac{\sum (x-\bar{x})(y-\bar{y})}{n-1}, \qquad (4.4)$$

აქტივის თავის თავთან კოვარიაცია კი შემდეგნაირად გამოითვლება:

$$\mathrm{cov}_{xx} = \sigma_x^2 = \frac{\sum (x-\bar{x})(x-\bar{x})}{n-1} = \frac{\sum (x-\bar{x})^2}{n-1}. \qquad (4.5)^*$$

აქტივთა ყველა შესაძლო წყვილის შესაბამის უკუგებათა კოვარიაციები ასახულია ქვემოთმოყვანილ კოვარიაციულ მატრიცაში:

$$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} a & b & c \end{array} \\ \begin{bmatrix} \mathrm{cov}(a,a) & \mathrm{cov}(b,b) & \mathrm{cov}(c,c) \\ \mathrm{cov}(b,a) & \mathrm{cov}(b,b) & \mathrm{cov}(b,c) \\ \mathrm{cov}(c,a) & \mathrm{cov}(c,b) & \mathrm{cov}(c,c) \end{bmatrix} \end{array} = \begin{bmatrix} 1{,}22 & 0{,}1 & 0{,}11 \\ 0{,}1 & 0{,}65 & -0{,}13 \\ 0{,}11 & -0{,}13 & 0{,}54 \end{bmatrix}. \quad (4.6)$$

ვნახოთ, მაგალითად, როგორ არის მიღებული (4.6)-ში $\mathrm{cov}(a,a)$ და $\mathrm{cov}(b,c)$ ელემენტები.

ჯერ ვიანგარიშოთ $\bar{a}$, $\bar{b}$ და $\bar{c}$:

$$\bar{a} = \frac{9{,}1 + 10{,}1 + 11{,}7 + 12{,}2}{5} = 11, \quad \bar{b} = \frac{14{,}2 + 15{,}9 + 15{,}3 + 14{,}1 + 15{,}5}{5} = 15,$$

$$\bar{c} = \frac{7{,}9 + 8{,}2 + 6{,}8 + 8{,}7 + 8{,}4}{5} = 8.$$

(4.6) – ის თანახმად

$$\mathrm{cov}(a,a) = \frac{(9{,}6-11)^2 + (10{,}1-11)^2 + (11{,}4)^2 + (11{,}7-11)^2 + (12{,}2-11)^2}{5-1} = 1{,}215$$

$$\mathrm{cov}(b,c) = \frac{(14{,}2-15)(7{,}9-8) + (15{,}9-15)(8{,}2-8) + (15{,}3-15)(6{,}8-8) + (14{,}1-15)(8{,}7-8) + (15{,}5-15)(8{,}4-8)}{5-1} = -1{,}33$$

---

* (4.3)-ის თანახმად $\sigma_{xx} = \rho_{xx}\sigma_x\sigma_x$, რადგანაც $\rho_{xx} = 1$, ამიტომ $\mathrm{cov}_{xx} = \sigma_x^2$.

პორტფელის რისკი შემდეგი ფორმულით იანგარიშება:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{k} X_i^2 \sigma_i^2 + 2\sum_{i=1}^{k} \sum_{j>1} X_i X_j \operatorname{cov}_{ij}, \qquad (4.7)$$

სადაც k აქტივთა რაოდენობაა.

ცალკე აღებული თითოეული აქტივის რისკი შეიძლება (4.1) – ის საფუძველზე გამოვითვალოთ იმ პირობით, რომ

$$P_m = \frac{1}{5}, m = 1,5.$$

აღნიშნული დაშვების გამო

$$E(w_a) = \bar{a} = 11, E(w_b) = \bar{b} = 15, E(w_c) = \bar{c} = 8.$$

ასე რომ, a, b და c აქტივების რისკებისათვის, შესაბამისად, ვღებულობთ შემდეგ მნიშვნელობებს:

$$\sigma_a^2 = \frac{1}{5}[(9,6-11)^2 + (10.1-11)^2 + (11,4-11)^2 + (11,7-11)^2 + (12.7-11)^2] = 0,97,$$

$$\sigma_b^2 = \frac{1}{5}[(14.2-15)^2 + (15,9-15)^2 + (15,3-15)^2 + (14,1-15)^2 + (15,5-15)^2] = 0.52,$$

$$\sigma_c^2 = \frac{1}{5}[(7,9-8)^2 + (8,2-8)^2 + (6,8-8)^2 + (8,7-8)^2 + (8,4-8)^2] = 0,43,$$

საიდანაც - $\sigma_a = 0,99$, $\sigma_b = 0,72$ და $\sigma_c = 0,66$.

გამოთვლილი კოვარიაციული მატრიცისათვის (4.7) – ის გამოყენებით მივიღებთ:

$$\sigma_p^2 = 0,429 \text{ და } \sigma_p = 0,65 = 65\%.$$

როგორც ვხედავთ, პორტფელის რისკი რამდენადმე მცირეა როგორც ცალკე აღებულ აქტივთა რისკებზე, ასევე მათ საშუალო $\bar{\sigma} = (\sigma_a + \sigma_b + \sigma_c) : 3 = 0,88 = 88\%$ მნიშვნელობაზე.

შევცვალოთ a აქტივი d - თი და შევადგინოთ ახალი პორტფელი ისე, რომ მისი ხვედრითი წილი პორტფელში იგივე დავტოვოთ, ე.ი. $X_d = X_a = 50\% = 0,5$. d აქტივის ფაქტიური უკუგებები წარმოდგენილია 4.1 ცხრილის უკანასკნელი სტრიქონით. უკუგებათა ახალ კოვარიაციულ მატრიცას ექნება სახე:

$$\begin{array}{c} \\ d \\ b \\ c \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} d & b & c \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0{,}36 & -0{,}46 & 0{,}005 \\ -0{,}46 & 0{,}65 & -0{,}13 \\ 0.005 & -0{,}13 & 0{,}54 \end{pmatrix} \end{array}.$$

(4.7) – ით გამოანგარიშებული ახალი პორტფელის რისკი - $\sigma_p = 0{,}132 = 13{,}2\%$ ხუთჯერ უფრო მცირეა წინასთან შედარებით. ეს აიხსნება, ერთის მხრივ, c აქტივთან კორელაციის შემცირებით და მეორეც - d და b აქტივების კოვარიაციის უარყოფითი მნიშვნელობით. პორტფელის ღირებულებამაც $(\sum_{i=1}^{k} X_i E(w_i))$ ოდნავ მოიმატა, რადგანაც d აქტივის საშუალო უკუგება 12% - ს, ხოლო a -სი – 11% - ს შეადგენს.

განხილულ პორტფელთა რისკის მნიშვნელობების ანალიზი გვიჩვენებს, რომ როდესაც აქტივების წყვილთა კორელაციის ხარისხი მცირდება, მცირდება პორტფელის შესაბამისი საშუალოკვადრატული გადახრაც. ეფექტური დივერსიფიკაცია მიიღწევა პორტფელში ისეთი აქტივების დამატებით, რომელთა უკუგებების კორელაციებს ექნებათ კორელაციის ძალიან დაბალი ხარისხი და კიდევ უკეთესი, თუ მათი მნიშვნელობები უარყოფითებიც იქნება.

აღნიშნულ მოვლენას ზოგჯერ "დივერსიფიკაციის სასწაულსაც" უწოდებენ. სამწუხაროდ, რეალობაში მცირეა აქტივთა რაოდენობა კორელაციების მცირე, ან უარყოფითი მნიშვნელობებით.

ამგვარად, მრავალრიცხოვან აქტივთაგან უნდა შეირჩეს ისეთები, რომელთა შესაბამის პორტფელს ექნება რისკის მინიმალური მნიშვნელობა უკუგების მოცემული მნიშვნელობის პი-

რობით, ანდა, უდიდესი უკუგება რისკის მოცემული დონის პირობით.

4.3 მარკოვიცის პორტფელი. ამოცანის დასმა

მარკოვიცის კონცეფციაში სტრატეგიული როლი დივერსიფიკაციას ენიჭება. მათემატიკურად მარკოვიცის მინიმალური რისკის პორტფელის ფორმირების ამოცანა შემდეგნაირად შეიძლება ჩაიწეროს:

$$\min \to V_p = \sum_i \sum_j X_i X_j \sigma_{ij} \qquad (4.8)$$

პირობებით

$$\sum_i X_i E_i = E_p, \qquad (4.9)$$

$$\sum_i X_i = 1. \qquad (4.10)$$

(4.8) და (4.9), შესაბამისად, პოტფელის ეფექტურობის ვარიაციისა და პორტფელის ეფექტურობის მოცემულ მნიშვნელობებს წარმოადგენენ, ხოლო (4.10) საბიუჯეტო ბალანსის შესრულების პირობას გოლისხმობს (რადგანაც X_i აქტივთა ხვედრითი წილებია პორტფელში, ცხადია, მათი ჯამი ერთს უნდა შეადგენდეს.

როგორც წინა პარაგრაფში აღვნიშნეთ, შეიძლება დაისვას პორტფელის უკუგების მაქსიმიზაციის ამოცანაც რისკის მოცემული დონის პირობით:

$$\max \to E_p = \sum_i X_i E_i$$

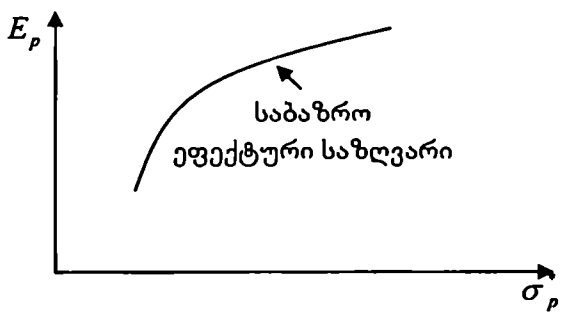
პირობებით

$$\sum_i \sum_j X_i X_j \sigma_{ij} = \sigma_p^2,$$

$$\sum_i X_i = 1.$$

ამ უკანასკნელს მაქსიმალური ეფექტურობის მქონე პორტფელის ფორმირების ამოცანას უწოდებენ.

თუ (4.8) — (4.10) ამოცანას ამოვხსნით E_p - ს სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის და შესაბამის E_p, σ_p^* წყვილებს გრაფიკულად წარმოვადგენთ, მივიღებთ ე.წ. **ეფექტურ პორტფელთა ტრაექტორიას** (ნახ.4.2).



ნახ. 4.2

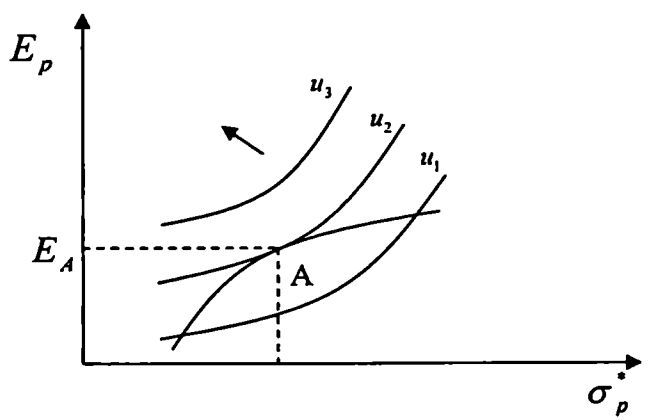
ალბათ გასაგებია, რომ მარკოვიცის თეორიის მიხედვით ინვესტორი ყოველთვის უნდა ირჩევდეს პორტფელს, რომელიც ეფექტურ საზღვარზე მდებარეობს. აღნიშნული არჩევანი მუდმივად ხორციელდება რისკისა და უკუგების გარკვეული "შენონვით". ვმოძრაობთ რა მარცხნიდან მარჯვნივ ეფექტური საზღვრის გასწვრივ, რისკის სიდიდე იზრდება, მაგრამ იმავდროულად იზრდება მოსალოდნელი უკუგების მნიშვნელობაც. ამასთან დაკავშირებით ისმის კითხვა: რომელი პორტფელია უკეთესი?

პორტფელებს შორის საუკეთესოს მარკოვიცის ეფექტურ საზღვარზე **ოპტიმალურ პორტფელს** უწოდებენ.

ამგვარად, ოპტიმალური პორტფელის შერჩევა დამოკიდებულია ინვესტორის პრეფერენციებზე რისკისა და მოსალოდნელი უკუგების მნიშვნელობებთან მიმართებაში, რაც, როგორც 4.2 პარაგრაფში იყო აღნიშნული, სარგებლიანობის ფუნქციის ტერმინებში შეიძლება აღიწეროს.

4.3 ნახაზზე გამოსახულია ეფექტური საზღვარი და რისკისა და მოსალოდნელი უკუგების კომბინაციათა შესაბამისი ინდიფერენტულობის მრუდები. ნაჩვენებია სარგებლიანობის ფუნქციის ზრდის მიმართულებაც: რაც უფრო შორსაა მრუდი ჰორიზონტალური ღერძიდან, მით უფრო მაღალია პორტფელის სარგებლიანობა.

(4.8) — (4.10) ამოცანის ამონახსნს, ანუ ოპტიმალურ პორტფელს შეესაბამება ინდიფერენტულობის მრუდისა და ეფექტური საზღვრის შეხების $A(\sigma_A, E_A)$ წერტილი.

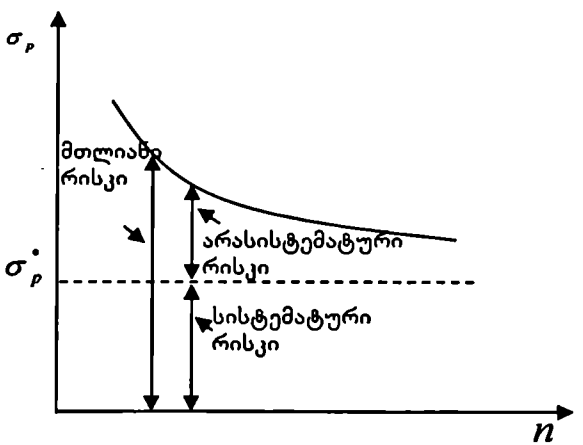


ნახ. 4.3

უნდა აღინიშნოს, რომ პრაქტიკული თვალსაზრისით მასშტაბური დივერსიფიკაცია ხშირად არ იძლევა მოსალოდნელ თეორიულ ეფექტს, რადგანაც, ერთის მხრივ, ჰიპოთეზა აქტივთა დამოუკიდებლობის შესახებ გარკვეულწილად პირობით ხასიათს ატარებს და მეორეც, პორტფელში აქტივთა დიდი რაო-

დენობის მცირე პარტიათა ჩართვა მნიშვნელოვნად ზრდის ტრანსაქციურ (გარიგებებთან დაკავშირებულ) დანახარჯებს.

როგორც ამერიკის შეერთებული შტატების ეკონომისტების მიერ ჩატარებულმა გამოკვლევებმა აჩვენეს, დივერსიფიკაციის გზით რისკის მინიმუმამდე დაყვანა შესაძლებელია, თუ პორტფელში აქტივების 20 – მდე სახეობას ჩავრთავთ. მათი რიცხვის შემდგომი ზრდისას მნიშვნელოვნად ეცემა რისკის შემცირების ტემპი. ინდივიდუალური პორტფელის რისკის მრუდი აქტივთა რაოდენობის ზრდასთან ერთად ასიმპტოტურად უახლოვდება ასე ვთქვათ, თეორიულ, საბაზო პორტფელის σ_p^* დონეს (ნახ. 4.4).



ნახ. 4.4

ამგვარად, პორტფელის რისკის შემცირება მხოლოდ არასისტემატური რისკების შემცირების გზით არის შესაძლებელი. შევნიშნოთ, რომ ტიპიური აქციებისათვის არასისტემატური რისკი მთლიანი რისკის დაახლოებით 70%-ს შეადგენს, ანუ, სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, ბაზრის რყევა (ბაზარზე მიმოქცევადი ყველა აქციის უკუგებათა ვარიაცია) განაპირობებს ცალკეული აქციის მთლიანი რისკის დაახლოებით 30%-ს.

4.4 ურისკო და რისკიანი აქტივებისაგან შედგენილი პორტფელი

როდესაც პორტფელში გაერთიანებულია რისკიანი და ურისკო აქტივი, პორტფელის მოსალოდნელი უკუგება შემდეგნაირად იანგარიშება:

$$E(w) = XE(w_r) + (1 - X)w_u = w_u + X(E(w_r) - w_u), \qquad (4.11)$$

სადაც, შესაბამისად, X, $E(w_r)$ და w_u აღნიშნავს რისკიანი აქტივის ხვედრით წილს პორტფელში, რისკიანი აქტივის მოსალოდნელ უკუგებასა და ურისკო აქტივის უკუგებას.

რაც შეეხება პორტფელის უკუგების სტანდარტულ გადახრას, იგი გამოითვლება ფორმულით:

$$\sigma = \sigma_r X, \qquad (4.12)$$

სადაც σ_r რისკიანი აქტივის უკუგების სტანდარტულ გადახრას აღნიშნავს.

მაგალითი 4.2 დავუშვათ, ინვესტორმა უნდა განახორციელოს გარკვეული ინვესტიცია 0,08 – ის ტოლ საპროცენტო განაკვეთის მქონე ურისკო აქტივსა და 0,14 – ის ტოლი მოსალოდნელი უკუგების მქონე რისკიან აქტივში სტანდარტული გადახრით – 0,2.

4.2 ცხრილში მოყვანილია რისკისა და უკუგების სხვადასხვა კომბინაცია

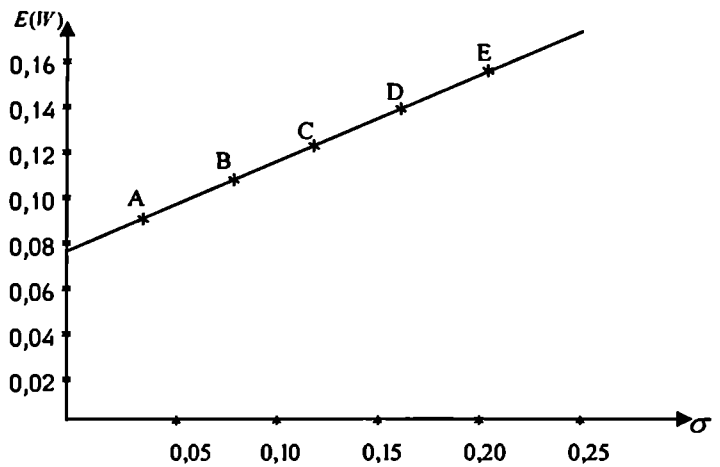
პორტფელის ვარიანტი	რისკიანი აქტივის ხვედრითი წილი %	ურისკო აქტივის ხვედრითი წილი %	მოსალოდნელი უკუგება $E(w)$	სტანდარტული გადახრა σ
A	0	100	0,08	0,00
B	30	70	0,098	0,06
C	50	50	0,110	0,10
D	70	30	0,122	0,14
E	100	0	0,14	0,20

ცხრილი 4.2

გამოვიკვლიოთ რისკის ზომასა და საინვესტიციო პორტფელის მოსალოდნელ უკუგებას შორის დამოკიდებულების ხასიათი.

ადვილი მისახვედრია, რომ $E(w)$ - ისა და σ - ს მნიშვნელობები 4.2 ცხრილში გამოანგარიშებულია, შესაბამისად, (4.11) და (4.12) ფორმულების გამოყენებით.

(4.5) ნახაზზე რისკის ზომასა და პორტფელის მოსალოდნელ უკუგებას შორის დამოკიდებულება გრაფიკულად არის წარმოდგენილი.



ნახ. 4.5

(4.11) ფორმულიდან ჩანს,რომ ნებისმიერი პორტფელის მოსალოდნელი უკუგების საბაზო მნიშვნელობა განისაზღვრება ურისკო აქტივის საპროცენტო განაკვეთით (0,08 – ით ჩვენს მაგალითში). გარდა ამისა, ინვესტირებას რისკიან აქტივში მოაქვს დამატებითი პრემია, რომელიც დამოკიდებულია $(E(w_r) - r_u)$ სხვაობის მნიშვნელობასა და რისკიანი აქტივის X ხვედრით წილზე პორტფელში.

თუ ჩვენ გვინდა, მაგალითად, დავადგინოთ იმ პორტფელის შემადგენლობა, რომლის შესაბამისი მოსალოდნელი უკუგება 0,12 იქნებოდა, (4.11) – ში უნდა ჩავსვათ საჭირო მნიშვნელობები და გამოვთვალოთ X:

$$0,12 = 0,08 + X(0,14 - 0,08), \text{ საიდანაც } X = 0,667.$$

ამგვარად, ასეთი პორტფელის 66,7% - ს რისკიანი, ხოლო — 33,3% - ს ურისკო აქტივები შეადგენს.

აღნიშნული პორტფელის სტანდარტული გადახრა შეიძლება (4.12) – ის გამოყენებით ვიანგარიშოთ:

$$\sigma = 0,2 \times 0,667 = 0,1334.$$

თუ X - ის მნიშვნელობას (4.12) – დან შევიტანთ (4.11) – ში, მივიღებთ მოსალოდნელი უკუგების რისკზე დამოკიდებულებას წრფივი სახით:

$$E(w) = w_u + \frac{E(w_r) - w_u}{\sigma_r} \cdot \sigma, \qquad (4.13)$$

ანუ, ჩვენი შემთხვევისათვის

$$E(w) = 0,08 + 0,3\sigma.$$

4.5 ორი რისკიანი აქტივისაგან შედგენილი ეფექტური პორტფელი

განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც პორტფელი ორი რისკიანი აქტივისაგან შედგება, შესაბამისად, X და $(1-X)$ ხვედრითი წილებით. ასეთი პორტფელის მოსალოდნელი უკუგება იქნება:

$$E(w) = XE(w_1) + (1-X)E(w_2), \qquad (4.14)$$

ხოლო დისპერსია (4.7) – ის თანახმად შემდეგნაირად იანგარიშება:

$$\sigma^2 = X^2\sigma_1^2 + (1-X)\sigma_2^2 + 2X(1-X)\rho\sigma_1\sigma_2. \qquad (4.15)$$

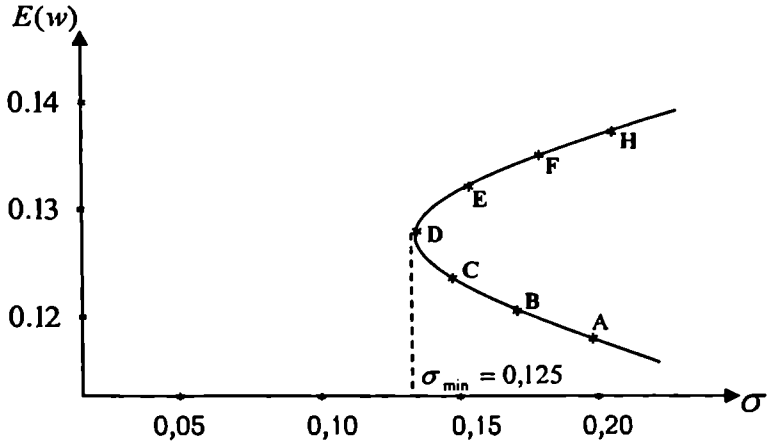
უკანასკნელ გამოსახულებებში $E(w_1)$ და $E(w_2)$ რისკიანი აქტივების მოსალოდნელ უკუგებას, ხოლო ρ - კორელაციის კოეფიციენტს აღნიშნავს.

(4.3) ცხრილში მოყვანილია აღნიშნული აქტივებისაგან შედგენილი სხვადასხვა კომბინაციის შესაბამისი პორტფელების (4.14) – ისა და (4.15) – ის საფუძველზე გამოანგარიშებული მოსალოდნელი უკუგებისა და სტანდარტული გადახრის მნიშვნელობები იმ შემთხვევისათვის, როდესაც პირველი აქტივის მოსალოდნელი უკუგება 0,14 – ისა და სტანდარტული გადახრა 0,20 – ის ტოლია, ხოლო მეორისა, შესაბამისად, 0,12 – ისა და 0,16 – ის ტოლი. ამასთან იგულისხმება, რომ აქტივთა უკუგებები დამოუკიდებელია ერთმანეთისაგან, ე.ი. $\rho = 0$.

პორტფელი	პირველი აქტივის ხვედრითი წილი (%)	მეორე აქტივის ხვედრითი წილი (%)	მოსალოდნელი უკუგება $E(w)$	სტანდარტული გადახრა σ
A	0	100	0,12	0,16
B	20	80	0,124	0,134
C	30	70	0,126	0,127
D	39	61	0,128	0,125
E	50	50	0,130	0,128
F	60	40	0,132	0,136
G	80	20	0,136	0,163
H	100	0	0,14	0,20

ცხრილი 4.3

4.6 ნახაზზე კი 4.3 ცხრილში მოყვანილი რისკი-უკუგებების თანაფარდობები გრაფიკულად არის წარმოდგენილი.



ნახ. 4.6

როდესაც მრუდზე A წერტილიდან ვიწყებთ მოძრაობას, ხდება ინვესტირებული კაპიტალის ნაწილის მეორე აქტივიდან პირველში გადატანა (პორტფელში პირველი აქტივის ხვედრითი წილი იზრდება). ამ დროს შეინიშნება პორტფელის მოსალოდნელი უკუგების ზრდა და სტანდარტული გადახრის შემცირება D წერტილამდე, რომლის შემდეგ იგი ისევ იწყებს ზრდას. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ DH უბნის ყოველი წერტილი გარკვეულ ეფექტურ პორტფელს შეესაბამება.

ვიპოვოთ აქტივთა ხვედრითი წილები პორტფელში, რომლებიც σ-ს მინიმალურ მნიშვნელობას შეესაბამება. ჩავთვალოთ, რომ (4.15) – ში $\sigma = \sigma(X)$, ხოლო σ_1, σ_2 და ρ მუდმივებია. მაშინ გვექნება:

$$\frac{d\sigma}{dX} = \frac{2\sigma_1^2 X - 2(2-X)\sigma_2^2 + 2\rho\sigma_1\sigma_2 - 4\rho\sigma_1\sigma_2 X}{2\sqrt{X^2\sigma_1^2 + (1-X)\sigma_2^2} + 2X(1-X)\rho\sigma_1\sigma_2}.$$

თუ წარმოებულს გავუტოლებთ ნულს, მივიღებთ:

$$X_{\min} = \frac{\sigma_2^2 - \rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2}. \qquad (4.16)$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ ჩვენი შემთხვევისათვის $\rho = 0$, უკანასკნელი ფორმულიდან მივიღებთ:

$$X_{\min} = \frac{0{,}16^2}{0{,}2^2 + 0{,}16^2} = 0{,}39,$$

ე.ი მინიმალური დისპერსიის მქონე პორტფელის 39%-ს პირველი, ხოლო 61%-ს, მეორე აქტივი უნდა შეადგენდეს.

ადვილი მისახვედრია, რომ 4.6 ნახაზზე მოყვანილი მრუდის AD უბანი მარკოვიცის მოდელის არაეფექტურ პორტფელთა სიმრავლეს შეესაბამება.

4.6 ურისკო და რისკიანი აქტივებისაგან შედგენილი ოპტიმალური პორტფელი

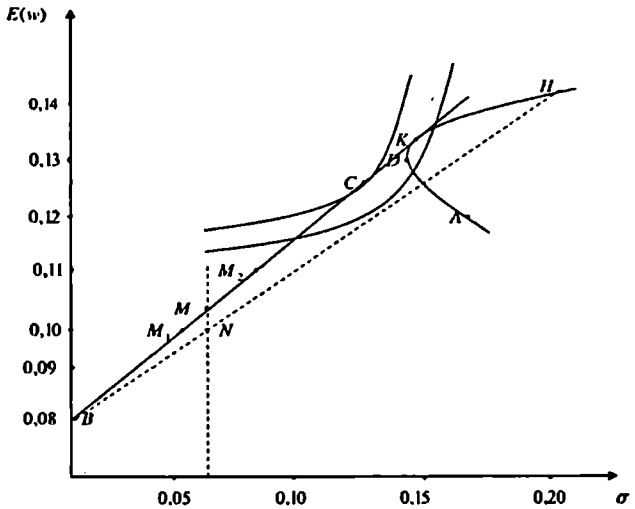
თავდაპირველად განვიხილოთ $w_u = 0{,}08$ უკუგების მქონე ურისკო აქტივის წინა პარაგრაფში განხილულ ორ რისკიან აქტივთან კომბინირების საკითხი.

4.4 ცხრილში მოყვანილია აღნიშნული აქტივების სხვადასხვა კომბინაციის შესაბამისი პორტფელების მოსალოდნელი უკუგებები და სტანდარტული გადახრები.

პორტფელი	ურისკო აქტივის ხვედრითი წილი (%)	I რისკიანი აქტივის ხვედრითი წილი (%)	II რისკიანი აქტივის ხვედრითი წილი (11%)	პორტფელის მოსალოდნელი E(w) უკუგება	პორტფელის სტანდარტული გადახრა σ
K	0	49	51	0,130	0,127
D	0	39	61	0,123	0,1206
M	50	24,5	25,5	0,105	0,0635
M_1	60	19,6	20,4	0,10	0,051
M_2	40	29,4	30,6	0,11	0,0762

ცხრილი 4.4

იმაში გასარკვევად, თუ როგორ არის მიღებული უკანასკნელ ცხრილში წარმოდგენილი პორტფელების პარამეტრები, დაგვეხმარება ქვემოთმოყვანილი გრაფიკი (ნახ. 4.7).



ნახ.4.7

წრფე, რომელიც აერთებს B წერტილს $ADKH$ მრუდის ნებისმიერ წერტილთან, წარმოადგენს გრაფიკს, რომელიც აღწერს რისკი-უკუგების თანაფარდობას მოცემული ურისკო აქტივისა და ორი რისკიანი აქტივის ნებისმიერი კომბინაციისათვის.

განსაკუთრებულ ყურადღებას იმსახურებს B წერტილიდან გამოსული წრფისა და $ADKH$ მრუდის შეხების K წერტილი.

რისკიანი აქტივების ხვედრითი წილები K წერტილის შესაბამისი პორტფელისათვის იანგარიშება შემდეგი ფორმულით:

$$X = \frac{(E(w_1) - w_u)\sigma_2^2 - (E(w_2) - w_u)\rho\sigma_1\sigma_2}{(E(w_1) - w_u)\sigma_2^2 + (E(w_2) - w_u)\sigma_1^2 - (E(w_1) + E(w_2) - 2w_u)\rho\sigma_1\sigma_2} \qquad (4.17)$$

პორტფელს, რომელიც K წერტილს შეესაბამება, რისკიანი აქტივების ოპტიმალურ კომბინაციას უწოდებენ. როგორც ქვემოთ ვნახავთ, მაქსიმალურად ეფექტური პორტფელის ფორმირება სწორედ აღნიშნული პორტფელის ურისკო აქტივთან გაერთიანების გზით არის შესაძლებელი.

K წერტილის შესაბამის პორტფელში პირველი რისკიანი აქტივის ხვედრითი წილის გამოსაანგარიშებლად გამოვიყენოთ (4.17) ფორმულა:

$$X = \frac{(0{,}14 - 0{,}08) \times 0{,}16^2 - 0}{(0{,}14 - 0{,}08) \times 0{,}16^2 + (0{,}12 - 0{,}08) \times 0{,}2^2 - 0} = 0{,}490.$$

ამრიგად, რისკიანი აქტივებისაგან შედგენილ პორტფელში, რომელსაც ტანგენციალურ პორტფელს უწოდებენ ხოლმე, პირველი აქტივის ხვედრითი წილი 49%-ს, ხოლო მეორისა – 51%-ს შეადგენს.

(4.14) — ისა და (4.15) – ის საფუძველზე მივიღებთ:

$$E(w_K) = 0{,}49 \times 0{,}14 + 0{,}51 \times 0{,}12 = 0{,}130,$$

$$\sigma_K = \sqrt{0{,}49^2 \times 0{,}2^2 + 0{,}51^2 \times 0{,}16^2} = 0{,}127.$$

D პორტფელის პარამეტრები 4.4 ცხრილში შევსებულია წინა პარაგრაფში მოყვანილი 4.3 ცხრილის მონაცემების მიხედვით.

შევადგინოთ ახლა M პორტფელი, რომელიც მიიღება, ვთქვათ, 50 % ურისკო აქტივისა და K პორტფელის გაერთიანებით. ასეთი პორტფელის პარამეტრები იანგარიშება (4.11) და (4.12) ფორმულების გამოყენებით.

$$E(w_M) = w_u + 0{,}5 \times (E(w_K) - w_u) = 0{,}08 + 0{,}5 \times (0{,}130 - 0{,}08) = 0{,}105,$$

$$\sigma_M = 0{,}5\sigma_K = 0{,}5 \times 0{,}127 = 0{,}0635.$$

რაც შეეხება რისკიანი აქტივების ხვედრით წილებს M პოტფელში, ისინი, შესაბამისად, $0,5\times 49\% = 24,5\%$-ისა და $0,5\times 51\% = 25,5\%$-ის ტოლი იქნება.

ანალოგიურად მიიღება M_1 და M_2 პორტფელების პარამეტრებიც, რომლებშიც ურისკო აქტივის ხვედრითი წილები, შესაბამისად 60%-სა და 40%-ს შეადგენს. ამასთან თითოეული მათგანი ფორმირებულია ტანგენციალურ K პორტფელთან გაერთიანებით:

$$E(w_{M_1}) = 0,08 + 0,4\times (0,130 - 0,08) = 0,10; \sigma_{M_1} = 0,4\times 0,127 = 0,051,$$

რისკიანი აქტივების ხვედრითი წილები M_1 პორტფელში,შესაბამისად, იქნება

$$0,49\times 40\% = 19,6\% \text{ და } 0,51\times 40\% = 20,4\%.$$

$$E(w_{M_2}) = 0,08 + 0,6\times (0,130 - 0,08) = 0,11; \sigma_{M_2} = 0,6\times 0,127 = 0,0762,$$

ხოლო რისკიანი აქტივების ხვედრითი წილები პორტფელში, შესაბამისად,

$0,49\times 60\% = 29\%$-ისა და $0,51\times 60\% = 30\%$-ის ტოლი იქნება.

BH წრფეზე ავიღოთ N წერტილი, რომელიც მიიღება ამ წრფისა და M წერტილზე გამავალი ვერტიკალური ღერძის პარალელური წრფის გადაკვეთით. N წერტილი შეესაბამება პორტფელს, რომელიც ფორმირდება რისკიანი აქტივისაგან შედგენილი H პორტფელის გარკვეული პროპორციით (ცხადია, არა აუცილებლად 50%-50%-ზე) ურისკო აქტივთან გაერთიანებით. გრაფიკიდან ნათლად ჩანს, რომ M და N პორტფელებს ერთიდაიგივე სტანდარტული გადახრა აქვთ, ხოლო M-ის მოსალოდნელი უკუგება აღემატება N-ისას.

ეს კი იმას ნიშნავს, რომ ურისკო აქტივის ტანგენციალურ პორტფელთან გაერთიანებით ყოველთვის შევძლებთ უკეთესი პორტფელის ფორმირებას, ვიდრე მისი $ADKH$ მრუდის ნებისმიერი წერტილის შესაბამის პოტფელთან კომბინირებისას.

ახლა ალბათ გასაგებია, რომ მარკოვიცის მოდელის მხოლოდ რისკიანი აქტივებისაგან შემდგარ ეფექტურ პორტფელთა სიმრავლეს შეესაბამება $ADKH$ მრუდის DKH უბანი, ხოლო ურისკო აქტივთან კომბინაციაში პორტფელთა ეფექტური სიმრავლე შედგება AK სწორი უბნისაგან და KH მრუდისაგან; DK უბანი უკვე ეფექტური არ არის.

ამრიგად, ჩვენ მივედით შემდეგ მნიშვნელოვან დასკვნამდე: რისკიანი აქტივების ოპტიმალური კომბინაცია, რომელიც უნდა გაერთიანდეს ურისკო აქტივთან, დამოკიდებულია მხოლოდ რისკიანი აქტივების პარამეტრებზე (მოსალოდნელ უკუგებებსა და სტანდარტულ გადახრებზე) და არ არის დამოკიდებული ინვესტორის პრეფერენციებზე.

თუმცა, საბოლოოდ, ოპტიმალური პორტფელი მაინც განისაზღვრება ინვესტორის ინდიფერენტულობის მრუდისა და მარკოვიცის მოდელის ეფექტურ პორტფელთა სიმრავლის შეხების წერტილით (C წერტილი 4.7 ნახაზზე).

როდესაც რისკიანი აქტივების რაოდენობა დიდია, ოპტიმალური პორტფელის ფორმირებისათვის გამოიენება ანალოგიური ორეტაპიანი მეთოდი: პირველ ეტაპზე განიხილება მხოლოდ რისკიანი აქტივებისაგან შედგენილი პორტფელები, ხოლო მეორე ეტაპზე განისაზღვრება რისკიანი აქტივებისაგან შედგენილი ტანგენციალური პორტფელი, რომელიც ურისკო აქტივთან უნდა გაერთიანდეს. ასეთი სამუშაო დაკავშირებულია შრომატევად გამოთვლებთან, რის გამოც უმჯობესია იგი კომპიუტერის გამოყენებით ჩატარდეს.

4.7 კაპიტალური აქტივის ფასწარმოქმნის მოდელი

კაპიტალიური აქტივის ფასწარმოქმნის მოდელი (Capital Asset Pricing Model) წარმოადგენს წონასწორულ თეორიას, რომელიც ეფუძნება წინა პარაგრაფში მოყვანილ პრინციპებს. იგი გასული საუკუნის 60-იან წლებში დამუშავდა და მის შექმნას ბიძგი მისცა შემდეგ კითხვაზე პასუხის ძიებამ: როგორი უნდა იყოს პრემიების ოდენობა რისკის გაწევისათვის, რომელზედაც წავიდოდნენ ინვესტორები საბაზრო წონასწორობის სიტუაციაში, თუ ისინი იხელმძღვანელებდნენ ერთიდაიგივე პროგნოზებით ფასიანი ქაღალდების მოსალოდნელ უკუგებებთან და რისკებთან მიმართებაში ეფექტური დივერსიფიკაციის პრინციპების შესაბამისი ოპტიმალური პორტფელების ფორმირებისას.

რადგანაც ადამიანები, ჩვეულებრივ, ცდილობენ თავი აარიდონ რისკიან ქმედებებს, პრემიების სიდიდე იმოდენა უნდა იყოს, რომ მათ რისკიანი აქტივების შეძენის სურვილი გაუჩნდეთ.

თუმცა, უნდა ითქვას, რომ ბაზარი არ "აჯილდოვებს" იმ პიროვნებებს, რომლებიც ფასიანი ქაღალდების არაეფექტურ პორტფელებს ფლობენ. პრემია დამოკიდებულია არა ცალკე აღებული აქტივის "ინდივიდუალურ" რისკზე, არამედ, მის წვლილზე ეფექტური დივერსიფიცირებული პორტფელის რისკზე მთლიანობაში.

კაპიტალური აქტივის ფასწარმოქმნის მოდელი ემყარება შემდეგ ორ დაშვებას:

1. პროგნოზირების თვალსაზრისით ინვესტორებს ერთნაირი წარმოდგენა აქვთ აქტივების მოსალოდნელ უკუგებებსა და სტანდარტულ გადახრებზე (ე.ი. რისკებზე), აგრეთვე, მათ შორის კორელაციებზე. აქედან გამომდინარე, მათ პორტფელებში რისკიანი აქტივების პროპორციები ერთიდაიგივე უნდა იყოს.

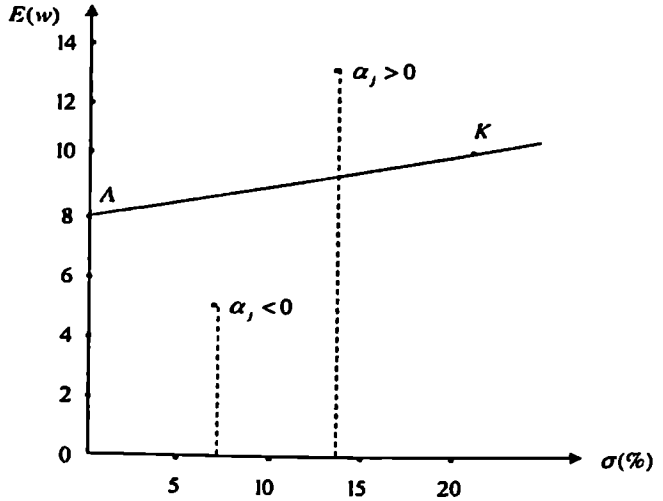
2. ინვესტორთა ქცევა ოპტიმალურია. ამიტომ, წონასწორობაში მყოფ ბაზარზე ფასიანი ქაღალდების კურსი ფორმირ-

დება იმგვარად, რომ თუ ინვესტორები ოპტიმალურ პორტფელებს ფლობენ, მაშინ ერთობლივი მოთხოვნა ამა თუ იმ ფასიან ქაღალდზე შესაბამისი ერთობლივი მიწოდების ტოლია.

ამგვარად, თუ ზემოთმოყვანილ დაშვებათა პირობები სრულდება, შეიძლება დავასკვნათ, რომ საფონდო ბაზარი წონასწორობაში შეიძლება იმყოფებოდეს მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც ფასიანი ქაღალდების ოპტიმალური პროპორციები ინვესტორთა პორტფელებში შეესაბამება ბაზარზე წარმოდგენილ აქტივთა პროპორციებს. პორტფელს, რომელიც შედგება ბაზარზე წარმოდგენილი ყველა ფასიანი ქაღალდისაგან იგივე პროცენტული თანაფარდობით, **საბაზრო პორტფელს** უწოდებენ. მისი შემადგენლობა ასახავს აქტივების მიწოდებას მიმდინარე საბაზრო ფასებში.

იმისდამიხედვით, თუ როგორია ინვესტორის მიმართება რისკისადმი, ისინი შეიძლება ფლობდნენ ურისკო და რისკიანი აქტივების სხვადასხვა ნაკრებებს, მაგრამ ყველა მათგანის პორტფელში რისკიანი აქტივების პროცენტული თანაფარდობა ერთიდაიგივე უნდა იყოს.

ამგვარად, საბაზრო პორტფელები განლაგებულია A და K წერტილებზე გამავალ რისკი-უკუგების $E(\sigma)$ წრფეზე (ნახ. 4.8), სადაც A წერტილი ურისკო აქტივებს, ხოლო K - ტანგენციალურ პორტფელს შეესაბამება (K წერტილი, ასე ვთქვათ, შეესაბამება "სუფთა" საბაზრო პორტფელს, რომელშიც ურისკო აქტივი საერთოდ არ შედის, ხოლო AK წრფის ნებისმიერი სხვა წერტილი პორტფელს, რომელიც მიიღება ურისკო აქტივისა და K პორტფელის გარკვეული პროპორციით კომბინირების გზით). აღნიშნულ გრაფიკს **კაპიტალის ბაზრის გრაფიკს** უწოდებენ.



ნახ. 4.8

(4.13)-ის თანახმად კაპიტალის ბაზრის გრაფიკი აღიწერება ფორმულით:

$$E(w) = w_A + \frac{E(w_K) - w_A}{\sigma_K}\sigma, \qquad (4.18)$$

სადაც $E(w)$ - ეფექტური პორტფელის მოსალოდნელი უკუგებაა,

$E(w_K)$ - ტანგენციალური პორტფელის მოსალოდნელი უკუგება,

σ_K - ტანგენციალური პორტფელის უკუგების სტანდარტული გადახრა,

σ - ეფექტური პორტფელის მოსალოდნელი უკუგების სტანდარტული გადახრა, ხოლო

w_A - ურისკო აქტივის უკუგებაა.

კაპიტალის ბაზრის დახრილობას **რისკის ფასს** უწოდებენ. (4.18) – ის თანახმად იგი მოიცემა შემდეგი ფორმულით:

$$\gamma = \frac{E(w_K) - w_A}{\sigma_K}. \qquad (4.19)$$

რაც შეეხება რისკის ფასის ეკონომიკურ ინტერპრეტაციას, იგი გვიჩვენებს საბაზრო რისკის "ერთეულზე" მოსულ მოთხოვნილი პრემიის ოდენობას. (4.18) საშუალებას იძლევა რისკის ფასს სხვაგვარი ინტერპრეტაციაც მივცეთ: იგი განსაზღვრავს დამატებით უკუგებას, რომელსაც ითხოვს ინვესტორი რისკის ყოველ ერთეულოვან პორციაზე.

ეფექტური პორტფელის რისკი σ სიდიდით იზომება, მაგრამ კაპიტალური აქტივის ფასწარმოქმნის მოდელის ჩარჩოებში იგი არ იძლევა თვით რისკიანი აქტივისათვის დამახასიათებელი სისტემატური რისკის გაზომვის საშუალებას. აქტივის რისკიანობა ბაზრის რისკთან, როგორც მთლიანთან, კავშირში მოიცემა ამ აქტივის **ბეტა კოეფიციენტის** საშუალებით. ეს არის კოეფიციენტი, რომლითაც იზომება აქტივის მოსალოდნელი უკუგების რეაქციის დონე საბაზრო პორტფელის მოსალოდნელი უკუგების ცვლილებაზე. ფორმალური თვალსაზრისით იგი გვიჩვენებს აქტივის ზღვრულ წვლილს საბაზრო პორტფელის რისკში. აღნიშნული კოეფიციენტის გამოსათვლელ მათემატიკურ გამოსახულებას აქვს შემდეგი სახე:

$$\beta_j = \frac{\mathrm{cov}_{jp}}{\sigma_p} = \frac{\rho_{jp}\sigma_j\sigma_p}{\sigma_p} = \rho_{jp}\sigma_j, \qquad (4.20)$$

სადაც cov_{jp} და ρ_{jp}, შესაბამისად, აღნიშნავს j-ური აქტივისა და საბაზრო პორტფელის უკუგებათა კოვარიაციასა და კორელაციას, ხოლო σ_j და σ_p — j-ური აქტივისა და საბაზრო პორტფელის მოსალოდნელ უკუგებებს.

ბეტას სიდიდე განსაზღვრავს ბაზრის გავლენას მოცემულ რისკიან აქტივზე: თუ $\beta_j > 0$, ეს ნიშნავს, რომ j-ური აქტივის უკუგება ირყევა ტაქტში ბაზრის უკუგებასთან, ხოლო როცა $\beta_j < 0$, აღნიშნული უკუგებები საწინააღმდეგო მიმარ-

თულებით ირყევიან (შევნიშნოთ, რომ პრაქტიკაში უარყოფითი ბეტა-კოეფიციენტის მქონე აქტივები თითქმის არ არსებობენ, ასე რომ, მას მხოლოდ თეორიული დატვირთვა თუ შეიძლება ჰქონდეს). მაგალითად, თუ ბეტა დადებითია და $\beta_j < 1$, ბაზრის რისკიანობის, ვთქვათ, 10%-ით აწევის შემთხვევაში ამ აქტივის რისკიანობაც აიწევს, ოღონდ, 10%-ზე ნაკლებით.

ფაქტიურად, შეიძლება ითქვას, რომ ბეტა-კოეფიციენტი შეესაბამება იმას, რაც სტატისტიკაში რეგრესიის კოეფიციენტად იწოდება: დამოუკიდებელი ცვლადის როლში საბაზრო უკუგება, ხოლო დამოკიდებულის – რისკიანი აქტივის უკუგება გამოდის.

cov_{jp}-ს (4.20) – ში j-ური აქტივის **სრულ რისკს** უწოდებენ.

რისკიანი აქტივის მოსალოდნელ უკუგებას საბაზრო პორტფელთან კავშირში ახასიათებენ **კორექტირებული უკუგებით**, რომელშიც გათვალისწინებულია აქტივის სისტემატური რისკი:

$$E(w_j) - \beta_j (E(w_p) - w_u).$$

ადვილი მისახვედრია, რომ მაკლები ამ უკანასკნელ გამოსახულებაში წარმოადგენს რისკის ფასისა და j-ური აქტივის სრული რისკის ნამრავლს. მართლაც:

$$\beta_j (E(w_p) - w_u) = \frac{E(w_p) - w_u}{\sigma_p} (\sigma_p \beta_j) = \gamma \, \mathrm{cov}_{jp}.$$

რისკიანი აქტივის შეძენისას ინვესტორისათვის გარკვეულ ორიენტირს ურისკო აქტივის w_u უკუგება წარმოადგენს: თუ კორექტირებული უკუგება აღემატება w_u-ს, იგი ამ აქტივის ყიდვას მოისურვებს. ამ დროს აქტივის მიმდინარე ფასი ბაზარზე დაიწყებს ზრდას, რაც, თავის მხრივ, გამოიწვევს მოსალოდნელი უკუგების შემცირებას (რადგანაც, აქტივის მოსალოდნელი უკუგება მასზე ფასის მოსალოდნელი ცვლილებისა და მისი მიმდინარე ფასის ფარდობის ტოლია) იმ დონემდე, ვიდრე კო-

რეკტირებული უკუგება ურისკო აქტივის უკუგების სიდიდეს არ გაუტოლდება.

ამგვარად, რისკიანი აქტივების ბაზრის წონასწორობის მდგომარეობაში აქტივთა ნებისმიერი i და j წყვილისათვის მათი შესაბამისი კორექტირებული უკუგებები ტოლი უნდა იყოს და ურისკო აქტივის უკუგებას უდრიდეს:

$$E(w_i) - \beta_i(E(w_p) - w_u) = E(w_j) - \beta_j(E(w_p) - w_u) = w_u. \quad (4.21)$$

ამ უკანასკნელის თანახმად, ნებისმიერი j აქტივისათვის

$$E(w_j) - w_u = \beta_j(E(w_p) - w_u). \quad (4.22)$$

(4.22) საშუალებას იძლევა წონასწორობის მდგომარეობას შემდეგი ინტერპრეტაციაც მიეცეს: აქტივების ბაზრის წონასწორობის მდგომარეობაში ნებისმიერი აქტივის რისკის პრემია უნდა უდრიდეს ამ აქტივის ბეტასა და მთლიანი საბაზრო პორტფელის რისკის პრემიის ნამრავლს.

(4.18) მოდელი განსაზღვრავს იმ აქტივების "რისკი-უკუგების" კომბინაციებს, რომლებიც იდეალურ ბაზარზე იყიდება. რელობაში აქტივები შეიძლება გადაიხაროს კაპიტალის ბაზრის გრაფიკიდან ორივე მიმართულებით. სხვაობას აქტივის ფაქტიურ და მოდელით შეფასებულ უკუგებებს შორის ამ აქტივის **ალფას** (α) უწოდებენ.

თუ რომელიმე j-ური აქტივისათვის $\alpha_j > 0$, ეს ნიშნავს, რომ მას ბაზარი სათანადოდ არ "აფასებს" (ე.ი. იყიდება უფრო იაფად, ვიდრე იგი ამას "იმსახურებს"), ხოლო როცა $\alpha_j < 0$ — პირიქით.

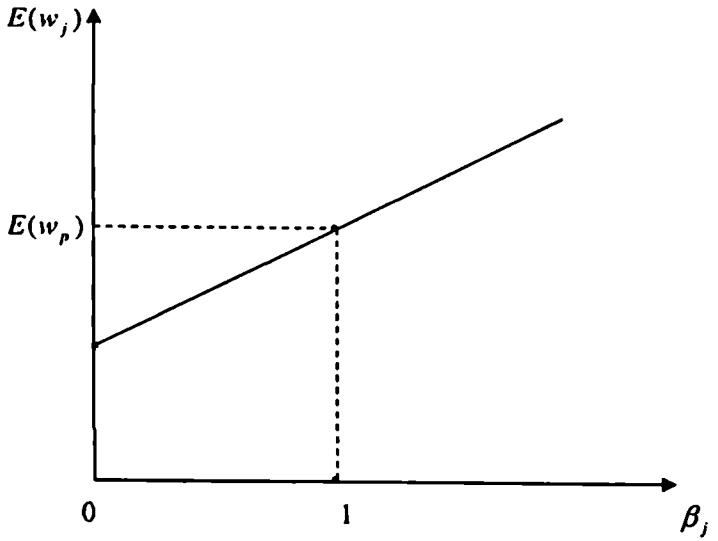
"დაუფასებელი" აქტივის შესაბამისი წერტილი მდებარეობს კაპიტალის ბაზრის გრაფიკის ზემოთ, ხოლო "გადაფასებულისა" — გრაფიკის ქვემოთ (იხ. ნახ. (4.8)).

ფინანსური ანალიზის ერთერთი პრაქტიკული რეკომენდაცია იმაში მდგომარეობს, რომ პორტფელში, პირველ ყოვლისა, ჩართული უნდა იყოს დადებითი ალფას მქონე აქტივები.

გადავნეროთ (4.22) შემდეგნაირად:

$$E(w_j) = w_u + \beta_j (E(w_p) - w_u). \qquad (4.23)$$

ეს უკანასკნელი აღწერს ე.წ. **ბაზრის წრფეს**, რომელიც ასახავს მოსალოდნელი უკუგებებისა და ბეტების კომბინაციებს წონასწორობაში მყოფი აქტივებისათვის (ნახ. 4.9). ამ წრფის დახრილობას, როგორც ვხედავთ, წარმოადგენს პორტფელის რისკის პრემიის მნიშვნელობა.



ნახ. 4.9

(4.23)-ის თანახმად კაპიტალური აქტივის ფასწარმოქმნის მოდელის პირობებში ცალკე აღებული აქტივის მოსალოდნელი უკუგება წარმოადგენს მისი სისტემატური რისკის (რომელიც, როგორც ვიცით, აქტივის ბეტათი იზომება) წრფივ ფუნქციას.

მივაქციოთ ყურადღება იმ გარემოებას, რომ მოსალოდნელი უკუგება დამოკიდებულია მხოლოდ აქტივის ბეტაზე.

ურისკო აქტივის ბეტა 0-ის ტოლია, რადგან მისი უკუგება მუდმივია და იგი არ არის კორელირებული საბაზრო უკუგებასთან (მათი ურთიერთკოვარიაცია 0-ის ტოლია). რაც შეეხება ნე-

ბისმიერ რისკიან აქტივს, რომლის რისკიანობის დონე იგივეა, რაც საბაზრო პორტფელისა, მისი ბეტა 1-ის ტოლია და გასაგებია, რომ ასეთი აქტივის მოსალოდნელი უკუგება უნდა ემთხვეოდეს საბაზრო პორტფელის მოსალოდნელ უკუგებას. ეს ნათლად ჩანს (4.23)-დან, თუ მასში β_j -ს მნიშვნელობად ავიღებთ 1-ს.

თუ აქტივის რისკიანობა აღემატება საბაზრო დონეს, (ე.ი. მისი ბეტა 1-ზე მეტია), მაშინ აქტივის მოსალოდნელი უკუგება საბაზროზე მეტი იქნება, ხოლო თუ მისი რისკი საბაზრო რისკზე დაბალია (ე.ი. მისი ბეტა 1-ზე ნაკლებია), ასეთი აქტივის მოსალოდნელი უკუგებაც საბაზროზე ნაკლები აღმოჩნდება. შევნიშნოთ, რომ აქტივთა უმრავლესობის ბეტა 0,5 — 1,5-ის ფარგლებში მერყეობს.

პორტფელის ბეტას ერთერთი თვისება იმაში მდგომარეობს, რომ იგი წარმოადგენს მასში შემავალ აქტივთა ბეტების საშუალო შეწონილს, სადაც წონითი კოეფიციენტების როლში გამოდის მათი ხვედრითი წილები ინვესტიციაში.

ბეტა კოეფიციენტი კიდევ საშუალებას იძლევა შევაფასოთ, თუ რამდენად მგრძნობიარეა მოცემული რისკიანი აქტივის ფაქტიური უკუგება პორტფელის ფაქტიურ უკუგებასთან მიმართებაში. კერძოდ, თუ აღმოჩნდა, რომ განსხვავება საბაზრო პორტფელის ფაქტიურ და მოსალოდნელ უკუგებებს შორის k %-ს შეადგენს, მაშინ, შესაბამისად, განსხვავება j -ური აქტივის ფაქტიურ და მოსალოდნელ უკუგებებს შორის $k\beta_j$ -ს ტოლი იქნება. ამასთან დაკავშირებით აქტივებს, რომელთა ბეტა კოეფიციენტების მნიშვნელობები 1-ზე მეტი, 1-ზე ნაკლები და 1-ის ტოლია, შესაბამისად, "აგრესიულ", "დაცვით" და "საშუალორისკიან" აქტივებს უწოდებენ. მაგალითად, "აგრესიულ" აქტივებს უფრო ძლიერი დინამიკა ახასიათებთ, ვიდრე საბაზრო პორტფელს მთლიანობაში. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, ბაზარზე უკუგების გარკვეული სიდიდით აწევის (დაცემის) შემთხვევაში, "აგრესიული" აქტივის უკუგება ამ სიდიდეზე მეტით გაიზრდება (შემცირდება).

ამგვარად, პორტფელის ფორმირებისას ინვესტორს შეუძლია გამოიყენოს აქტიური და პასიური სტრატეგიები.

აქტიური სტრატეგიის გამოყენებით ინვესტორი ცდილობს "მოუგოს" ბაზარს, რაც არც ისე იოლი საქმეა. როგორც ზემოთ გვქონდა აღნიშნული, ბაზარი, როგორც წესი, არ აჯილდოვებს იმ ინვესტორებს, რომლებიც თავის თავზე არასაბარო რისკებს იღებენ, ე.ი. ინვესტიციებს ახორციელებენ ისეთ აქტივებში, რომლებიც საბაზრო პორტფელის ჩარჩოებიდან გამოდიან. თავისი საქმის მცოდნე და ყველაზე გამოცდილი ინვესტორები ზოგჯერ მართლაც ახერხებენ აღნიშნული ჯილდოს მიღებას თავიანთი აქტიური ძალისხმევის სანაცვლოდ, მაგრამ დროთა ვითარებაში კონკურენცია მათ აიძულებთ მიიღონ რისკიანი აქტივების ბაზრის წონასწორობის მდგომარეობის შესაბამისი "რისკი-უკუგების" თანაფარდობა.

პასიური სტრატეგიის გამოყენებისას ინვესტორი თავისი დაბანდების დივერსიფიკაციას რისკიან აქტივებში იმგვარად ახდენს, რომ იგი შეესაბამებოდეს მათ განაწილებას საბაზრო პორტფელში და შემდგომ მას აერთიანებს ურისკო აქტივებთან "რისკი-უკუგების" სასურველი კომბინაციის მისაღებად.

პასიური სტრატეგია წარმოადგენს ინვესტიციათა რისკიანობის განსაზღვრის მოხერხებულ და ეფექტურ ეტალონს, როდესაც ვაანალიზებთ პორტფელის ფორმირების აქტიური სტრატეგიის ეფექტურობას.

5. ოპტიმალური პორტფელის ფორმირება მათემატიკური პროგრამირების მეთოდის გამოყენებით

5.1 ოპტიმალური პორტფელის შერჩევა წრფივი პროგრამირების აპარატის დახმარებით

პორტფელის მოსალოდნელი უკუგება შეიძლება წარმოდგენილი იქნეს ურისკო აქტივის უკუგების, საბაზრო პორტფელის მოსალოდნელი უკუგებისა და აქტივისათვის დამახასიათებელი სისტემატური რისკის წრფივი კომბინაციის სახით, რაც კაპიტალური აქტივის ფასწარმოქმნის მოდელის ჩარჩოებში საშუალებას იძლევა ოპტიმალური პორტფელის შესარჩევად გამოყენებული იქნეს წრფივი პროგრამირების მეთოდი.

როგორც წინა თავიდან ვიცით, რისკიანი აქტივის მოსალოდნელი უკუგება განისაზღვრება (4.23) ფორმულით. როდესაც აქტივების კომბინირებას პორტფელში ვახდენთ, მათი უკუგებები წრფივი ფორმით ჯამდება. ასევე, პორტფელის სისტემატური რისკიც, რომელიც მისი ბეტათი იზომება, შეიძლება წარმოვადგინოთ საშუალოშეწონილი სახით.

ასე მაგალითად, დავუშვათ გვინდა ორი a და b რისკიანი აქტივის კომბინირება პორტფელში, შესაბამისად, X_a და X_b $(X_a + X_b = 1)$ პროპორციებით. ვთქვათ, მათი მოსალოდნელი უკუგებებია $E(w_a)$ და $E(w_b)$, ხოლო ბეტა კოეფიციენტები — β_a და β_b, მაშინ პორტფელის მოსალოდნელი უკუგება იქნება

$X_a E(w_a) + X_b E(w_b)$. (4.23)-ის თანახმად

$E(w_a) = w_u + \beta_a (E(w_p) - w_u)$ და $E(w_b) = w_u + \beta_b (E(w_p) - w_u)$.

ასე რომ, პორტფელის მოსალოდნელი უკუგება შემდეგნაირად შეიძლება წარმოვადგინოთ:

$$X_a[w_u+\beta_a(E(w_p)-w_u]+X_b[w_u+\beta_b(E(w_p)-w_u]=$$
$$=w_u+[X_a\beta_a+X_b\beta_b](E(w_p)-w_u)=w_u+\beta(E(w_p)-w_u),$$

სადაც $\beta=X_a\beta_a+X_a\beta_b$.

ამგვარად, თუ გვინდა პორტფელის უკუგების მაქსიმიზაცია იმ პირობით, რომ მისი ბეტას მაქსიმალური დონე არ აღემატებოდეს წინასწარ დასახელებულ მნიშვნელობას, ოპტიმალური პორტფელის ფორმირების ამოცანა შეიძლება დავიყვანოთ წრფივი პროგრამირების ამოცანაზე, რომლის ამოხსნის შემდეგ მივიღებთ პორტფელში რისკიან აქტივთა ხვედრითი წილების ოპტიმალურ კომბინაციას.

საერთოდ, აქტივთა მოსალოდნელი უკუგებები და ბეტები დამოკიდებულია ბაზარზე, მაგრამ პორტფელის უკუგებისა და ბეტას მნიშვნელობებზე გავლენის მოხდენა შეუძლია პორტფელის მენეჯერს პორტფელში აქტივთა ხვედრითი წილების კომბინირების გზით.

ყოველივე ზემოთთქმულის საილუსტრაციოდ განვიხილოთ შემდეგი

მაგალითი 5.1 [7]. დავუშვათ, გვაქვს სამი რისკიანი a, b და c აქტივი, რომელთა მოსალოდნელი უკუგებები, შესაბამისად, შეადგენს 0,14-ს, 0,16-სა და 0,10-ს, ხოლო ბეტები — 1,2-ს, 1,4-სა და 1,0-ს. კაპიტალური აქტივის ფასწარმოქმნის მოდელის ჩარჩოებში განვსაზღვროთ აქტივთა ხვედრითი წილების ის კომბინაცია, რომლის დროსაც ამ აქტივებისაგან ფორმირებული პორტფელის უკუგება მიაღწევს მაქსიმალურ მნიშვნელობას იმ პირობით, რომ პორტფელის ბეტას მაქსიმალური დონე 1,3-ზე მაღალი არ იქნება.

ამოხსნა. თუ აქტივთა საძიებელ ხვედრით წილებს აღვნიშნავთ, შესაბამისად, X_a, X_b და X_c-თი, მაშინ დასმული ამოცანა დაიყვანება წრფივი პროგრამირების შემდეგ ამოცანაზე:

$$\max \rightarrow Z = 0{,}14X_a + 0{,}16X_b + 0{,}10X_c$$

$$\begin{cases} 1{,}2X_a + 1{,}4X_b + X_c \le 1{,}3 \\ 0 \le X_a \le 1 \\ 0 \le X_b \le 1 \\ 0 \le X_c \le 1 \\ X_a + X_b + X_c = 1 \end{cases}$$

$$X_a, X_b, X_c \ge 0$$

მეხუთე შეზღუდვიდან განვსაზღვროთ X_c-ს მნიშვნელობა და შევიტანოთ იგი მიზნის ფუნქციასა და დანარჩენ შეზღუდვებში:

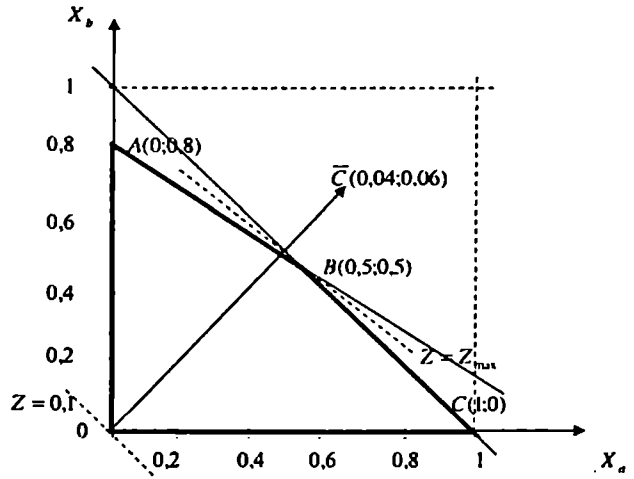
$$\max \rightarrow Z = 0{,}04X_a + 0{,}06X_b + 0{,}1$$

$$\begin{cases} 0{,}2X_a + 0{,}4X_b \le 0{,}3 \\ 0 \le X_a \le 1 \\ 0 \le X_b \le 1 \\ 0 \le X_a + X_b \le 1 \end{cases}$$

$$X_a, X_b \ge 0$$

ეს უკანასკნელი კი უკვე ორცვლადიან ამოცანას წარმოადგენს, რაც მისი გრაფიკული ხერხით ამოხსნის საშუალებას იძლევა.

X_aOX_b კოორდინატთა სისტემაში ავაგოთ დასაშვებ ამონახსნთა $OABC$ მრავალკუთხედი (ნახ. 5.1), ანუ ამ მრავალკუთხედის ნებისმიერი შიგა ან საზღვარზე წერტილის კოორდინატები აკმაყოფილებს ამოცანის შეზღუდვათა სისტემას.



ნახ. 5.1

ვექტორი $\overline{C}(0,04;0,06)$ გვიჩვენებს მიზნის Z ფუნქციის უსწრაფესი ზრდის მიმართულებას.

ამის შემდეგ კოორდინატთა სათავეზე $\overline{C}$ ვექტორის პერპენდიკულარულად ვატარებთ $Z = 0,04X_a + 0,06X_b + 0,1 = 0,1$ წრფეს.

თუ $Z = 0,1$ დონის წრფეს $\overline{C}$ ვექტორის მიმართულებით გადავაადგილებთ, მაშინ იგი B წერტილში გახდება საყრდენი წრფე $OABC$ მრავალკუთხედისათვის და ამ წერტილში Z ფუნქცია აღწევს თავის მაქსიმალურ მნიშვნელობას.

B წერტილის კოორდინატებს ვპოულობთ შემდეგი სისტემის ამოხსნის გზით:

$$\begin{cases} X_a + X_b = 1 \\ 0,2X_a + 0,4X_b = 0,3 \end{cases}, \text{ საიდანაც}$$

$X_a = 0{,}5$, $X_b = 0{,}5$, ხოლო

$Z_{max} = 0{,}04 \times 0{,}5 + 0{,}06 \times 0{,}5 + 0{,}1 = 0{,}15$.

ამგვარად, პორტფელის უკუგების მაქსიმალური მნიშვნელობა შეადგენს 0,15-ს (ანუ 15%-ს) და იგი მიიღწევა მაშინ, როდესაც აქტივთა ხვედრითი წილები, შესაბამისად, $X_a = 0{,}5$, $X_b = 0{,}5$ და $X_c = 0$ -ის ტოლი იქნება.

5.2 მინიმალური რისკის პორტფელის ფორმირება კვადრატული პროგრამირების მეთოდის გამოყენებით

წინა თავში დასმული (4.8) — (4.10) ამოცანა, როგორც ქვემოთ ვნახავთ, კვადრატული პროგრამირების ამოცანაზე დაიყვანება.

ამ დროს მიზნის ფუნქციას წარმოადგენს პორტფელის დისპერსია, რომელსაც აქვს კვადრატული ფორმა პორტფელში აქტივთა ხვედრითი წილების მიმართ, ხოლო შეზღუდვების როლში გამოდის ინვესტორის მიერ მოთხოვნილი პორტფელის უკუგების მინიმალური მისაღები დონე და აქტივთა ხვედრითი წილების მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები.

თუ, შესაბამისად, $X_1, X_2, \ldots, X_n$-ით, σ_i-ითა და σ_{ij}-ით აღვნიშნავთ პორტფელში აქტივთა ხვედრით წილებს, აქტივთა საშუალოკვადრატულ გადახრებსა და აქტივთა წყვილების კოვარიაციებს, მაშინ მინიმალური რისკის პორტფელის ფორმირების ამოცანას ექნება შემდეგი სახე:

$$\min \rightarrow Z = \sum_{i=1}^{n} X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{i \neq j}^{n} X_i X_j \sigma_{ij} \qquad (5.1)\Omega$$

პირობებით

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \qquad (5.2)$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_i E_i \geq E_{\min} \qquad (5.3)$$

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, \ldots, X_n \geq 0 \qquad (5.4)$$

(5.3) – ში E_i აღნიშნავს აქტივთა მოსალოდნელ უკუგებებს, ხოლო $E_{\min}$ - პორტფელის უკუგების მინიმალურ მისაღებ დონეს. გარდა ამისა, არ უნდა იყოს ძნელი მისახვედრი, რომ (5.1) და (4.7) ეკვივალენტური ფორმულებია.

მიზნის (5.1) ფუნქცია შეიძლება მატრიცული ფორმითაც ჩაიწეროს:

$$Z = \bar{X}\Omega\bar{X}^T, \qquad (5.5)$$

სადაც $\bar{X} = (X_1, X_2, \ldots, X_n)$ — მატრიცა სტრიქონია,

$$\Omega = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \ldots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \ldots & \sigma_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \ldots & \sigma_n^2 \end{pmatrix}$$ -კოვარიაციის მატრიცა,

ხოლო

$$X^T = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \cdot \\ - \\ \cdot \\ X_n \end{pmatrix}$$ - მატრიცა სვეტი.

საილუსტრაციოდ განვიხილოთ სამი აქტივისაგან შემდგარი მინიმალური რისკის პორტფელის ფორმირების შემდეგი

მაგალითი 5.2 [7]. დავუშვათ, გვაქვს სამი აქტივი — 1, 2 და 3, შესაბამისად 0,14-ის, 0,16-ისა და 0,10-ის ტოლი მოსალოდნელი უკუგებებით. ცნობილია კოვარიაციის Ω მატრიცა:

$$\Omega = \begin{pmatrix} 0{,}0002 & 0{,}00006 & -0{,}00008 \\ 0{,}00006 & 0{,}0003 & -0{,}00004 \\ -0{,}0008 & -0{,}00004 & 0{,}0001 \end{pmatrix}.$$

განვსაზღვროთ ამ აქტივთა X_i, $i = 1,2,3$, ხვედრითი წილები მინიმალური რისკის იმ პორტფელისათვის, რომელიც უზრუნველყოფს პორტფელის 13%-იან უკუგების დონეს.

ამოხსნა. შევადგინოთ პორტფელის დისპერსია (მიზნის ფუნქცია):

$$Z = (X_1 \ X_2 \ X_3) \begin{pmatrix} 0{,}0002 & 0{,}00006 & -0{,}00008 \\ 0{,}00006 & 0{,}0003 & -0{,}00004 \\ -0{,}0008 & -0{,}00004 & 0{,}0001 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} =$$

$$= X_1^2\sigma_1^2 + X_2^2\sigma_2^2 + 2X_1X_2\,\mathrm{cov}_{12} + 2X_1X_3\,\mathrm{cov}_{13} + 2X_2X_3\,\mathrm{cov}_{23} =$$

$$= 0{,}0002X_1^2 + 0{,}0003X_2^2 + 0{,}0001X_3^2 + 0{,}00012X_1X_2 - 0{,}00016X_1X_3 - 0{,}00008X_2X_3$$

ამგვარად, ჩვენს მიერ დასმული ამოცანა ღებულობს შემდეგ სახეს:

$$\min \to Z = 0{,}0002X_1^2 + 0{,}0003X_2^2 + 0{,}0001X_3^2 + 0{,}00012X_1X_2 - 0{,}00016X_1X_3 - 0{,}00008X_2X_3$$

შეზღუდვებით

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + X_3 = 1 \\ 0{,}14X_1 + 0{,}16X_2 + 0{,}1X_3 = 0{,}13 \\ X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0 \end{cases}$$

ეს უკანასკნელი წარმოადგენს კვადრატული პროგრამირების ამოცანას. მის ამოსახსნელად შეიძლება გამოვიყენოთ

ლაგრანჟის მეთოდი, რისთვისაც თავდაპირველად უნდა შევადგინოთ ლაგრანჟის ფუნქცია (ე.წ. ლაგრანჟიანი):

$$L(X_1, X_2, X_3, \lambda_1, \lambda_2) = 0{,}0002X_1^2 + 0{,}0003X_2^2 + 0{,}0001X_3^2$$
$$+ 0{,}00012X_1X_2 - 0{,}00016X_1X_3 -$$
$$- 0{,}00008X_2X_3 + \lambda_1(X_1 + X_2 + X_3 - 1) +$$
$$\lambda_2(0{,}14X_1 + 0{,}16X_2 + 0{,}1X_3 - 0{,}13).$$

ამის შემდეგ ამ ფუნქციის კერძო წარმოებულებს X_1, X_2, X_3, λ_1 და λ_2-ით ვუტოლებთ ნულს და ვადგენთ შემდეგ სისტემას

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial X_1} = 0{,}0004X_1 + 0{,}00012X_2 - 0{,}00016X_3 + \lambda_1 + 1{,}2\lambda_2 = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial X_2} = 0{,}0006X_2 + 0{,}00012X_1 - 0{,}00008X_3 + \lambda_1 + 1{,}4\lambda_2 = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial X_3} = 0{,}002X_3 - 0{,}00012X_1 - 0{,}00008X_2 + \lambda_1 + \lambda_2 = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda_1} = X_1 + X_2 + X_3 - 1 = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda_2} = 0{,}14X_1 + 0{,}16X_2 + 0{,}1X_3 - 0{,}13 = 0. \end{cases}$$

თუ ამ სისტემის მეოთხე და მეხუთე განტოლებიდან გამოვრიცხავთ X_3-ს, მივიღებთ:

$$4X + 6X_2 = 3,$$

ხოლო λ_1-ის, შესაბამისად, სისტემის პირველი და მესამე, მეორე და მესამე განტოლრბიდან გამორიცხვის შემდეგ კი გვექნება

$$0{,}00028X_1 - 0{,}00048X_2 - 0{,}00008X_3 - 0{,}2\lambda_2 = 0,$$

$$0{,}0028X_1 + 0{,}00668X_2 - 0{,}00028X_3 + 0{,}4\lambda_2 = 0.$$

ახლა ამ ორი უკანასკნელი განტოლებიდან გამოვრიცხოთ λ_2:

$$0{,}0008X_1 - 0{,}00028X_2 - 0{,}00044X_3 = 0.$$

ჩავსვათ მიღებულ განტოლებაში $X_3 = 1 - X_1 - X_2$:

$$32X_1 + 4X_2 = 1.$$

სისტემიდან

$$\begin{cases} 4X_1 + 6X_2 = 3 \\ 32X_1 + 4X_2 = 11 \end{cases}$$

ვპოულობთ $X_1 = 0{,}307; X_2 = 0{,}295$ და აქედან გამომდინარე, $X_3 = 1 - X_1 - X_2 = 0{,}398$.

ამ დროს $\lambda_1 = 0{,}000432$ და $\lambda_2 = -0{,}000439$.

ამგვარად, მინიმალური რისკი შეესაბამება პორტფელს, რომელიც შედგება პირველი აქტივის 30,7%, მეორე აქტივის 29,5% და მესამე აქტივის 39,8%-საგან.

6. ძირითადი აქტივების ფასწარმოქმნის მოდელები

6.1 საარბიტრაჟო ფასწარმოქმნის მოდელი

კაპიტალური აქტივის ფასწარმოქმნის მოდელი, რომელიც მეოთხე თავში განვიხილეთ, წარმოადგენს წონასწორულ მოდელს, რომელიც გულისხმობს რიგი პირობების შესრულებას. ითვალისწინებს რა მოსალოდნელ უკუგებასა და სტანდარტულ გადახრას, ინვესტორი ფასწარმოქმნის ამ მოდელის შესაბამისად ოპტიმალურ პორტფელს ირჩევს ინდიფერენტულობის მრუდების გამოყენებით.

მოცემულ პარაგრაფში გავეცნობით ფასწარმოქმნის ალტერნატიულ მოდელს, საარბიტრაჟო ფასწარმოქმნის მოდელის სახელწოდებით არის ცნობილი. იგი უფრო მარტივია, ვიდრე კაპიტალური აქტივის ფასწარმოქმნის მოდელი და ნაკლები რაოდენობის პირობების შესრულებას მოითხოვს.

არბიტრაჟი (სპეკულაცია რისკის გარეშე) წარმოადგენს ფართოდ გავრცელებულ საინვესტიციო ტაქტიკას, რომელიც მდგომარეობს ერთდროულად ერთიდაიგივე ფასიანი ქაღალდის (ან მისი ფუნქციონალური ეკვივალენტის) დაბალ ფასად ყიდვასა და მაღალ ფასად გაყიდვაში.

რადგანაც განსაზღვრების თანახმად საარბიტრაჟო შემოსავლები ურისკოა, ბუნებრივია, ყველა ინვესტორი შეეცდება მის მიღებას, თუ ამისი შესაძლებლობა იქნება. თუმცა, უნდა აღვნიშნოთ, რომ საარბიტრაჟო გარიგებების პროცესში ბაზრებზე ფასიანი ქაღალდების ფასები სწრაფად თანაბრდება და წონასწორობა მყარდება. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ ურისკო არბიტრაჟის შესაძლებლობა მეტად ხანმოკლეა.

იმის გასარკვევად, გამოდგება თუ არა ფასიანი ქაღალდი საარბიტრაჟო ოპერაციებისათვის, აანალიზებენ მის კურსზე მოქმედ ფაქტორებს. ფაქტორული მოდელის მთავარი დაშვება იმაში მდგომარეობს, რომ თუ ფასიანი ქაღალდები (ან პორტფე-

ლები) ერთნაირად მგრძნობიარენი არიან აღნიშნული ფაქტორებისადმი, მაშინ მათი მოსალოდნელი უკუგებებიც ერთიდაიგივე უნდა იყოს.

დავუშვათ, აქტივის უკუგება დამოკიდებულია რიგ ფაქტორებზე. მაშინ უკუგების ფაქტორული შეფასება რამდენადმე შეიძლება განსხვავდებოდეს მისი მოსალოდნელი უკუგებისაგან, რომელიც, როგორც ვიცით, განისაზღვრება, როგორც აქტივის უკუგების მათემატიკური ლოდინი:

$$E(w_i) = a_i + \sum_{j=1}^{m} b_{ij} F_j + e_i \ , \qquad (6.1)$$

სადაც a_i — აქტივის მოსალოდნელი უკუგებაა;

F_j — ფაქტორის მნიშვნელობა;

b_{IJ} — აქტივის მგრძნობიარობა j-ური ფაქტორის მნიშვნელობის მიმართ;

e_i — აქტივის უკუგების არასისტემატური (შემთხვევითი) ნაწილი.

თუ აქტივთა ხვედრით წილებს მიმდინარე პორტფელში X_i-თი აღვნიშნავთ, $i = \overline{1,n}$, მაშინ საარბიტრაჟო პორტფელის ქვეშ ესმით აქტივთა ხვედრითი წილების ცვლილებათა ერთობლიობა $\Delta X_i, i = \overline{1,n}$, რის საფუძველზეც ფორმირდება ახალი პორტფელი აქტივთა ხვედრითი წილებით $X_i + \Delta X_i, i = \overline{1,n}$. ინვესტორი "გაძვირებული" აქტივების გაყიდვის ხარჯზე ყიდულობს "გაიაფებულ" აქტივებს (მათთვის $\Delta X_i > 0$).

მოყვანილი აღნიშვნების ტერმინებში საარბიტრაჟო მოდელის ძირითადი მოთხოვნები შემდეგნაირად შეიძლება ჩამოვაყალიბოთ:

1. საარბიტრაჟო პორტფელი არ საჭიროებს დამატებითი რესურსების მოზიდვას ინვესტორის მხრიდან. ბაზარზე აქტივთა ფასების ცვლილებისას იგი იმნაირად უნდა ახდენდეს ახალი

პორტფელის ფორმირებას, რომ აღნიშნულ ცვლილებათა ალგებრული ჯამი ნულის ტოლი გამოვიდეს:

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta X_i = 0; \qquad (6.2)$$

2. საარბიტრაჟო პორტფელი არ არის მგრძნობიარე არცერთი ფაქტორის მიმართ. რადგანაც პორტფელის მგრძნობიარობა ფაქტორის მიმართ არის საშუალო შეწონილი პორტფელის აქტივთა მგრძნობიარობებისა, საარბიტრაჟო პორტფელისადმი ეს მოთხოვნა ასე შეიძლება ჩაიწეროს:

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta X_i b_{ij} = 0, \; j = 1,2,... \qquad (6.3)$$

პოტენციური საარბიტრაჟო პორტფელის განსაზღვრა შესაძლებელია (6.2) და (6.3)-ის საფუძველზე შედგენილი განტოლებათა სისტემის ამოხსნის გზით. ამასთან იგი ნაპოვნად ითვლება იმ შემთხვევაში, თუ მისი მოსალოდნელი უკუგება დადებითი იქნება:

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta X_i a_i > 0 . \qquad (6.4)$$

ინვესტორები მანამ ახდენენ საარბიტრაჟო პორტფელის ფორმირებას, სანამ წონასწორობა არ მიიღწევა. ეს მაშინ მოხდება, როდესაც ნებისმიერი პორტფელის უკუგება, რომელიც (6.2) და (6.3) განტოლებებს აკმაყოფილებს, ნულის ტოლი იქნება.

შევნიშნოთ, რომ პრაქტიკაში ინვესტორები არცთუ ხშირად იყენებენ საარბიტრაჟო ფასწარმოქმნის თეორიას. ამის ძირითადი მიზეზი მდგომარეობს განუსაზღვრელობაში, რომელიც დამახასიათებელია აქტივთა უკუგებებზე სისტემატური გავლენის მქონე ფაქტორთათვის.

6.2 ბლეკის მოდელი

დავუშვათ, ინვესტორმა ძირითად საინვესტიციო I კაპიტალთან ერთად გადაწყვიტა დამატებით მოიზიდოს სახსრები ΔI ოდენობით და აბანდებს მას n აქტივში:

$$I + \Delta I = I_1 + I_2 + \ldots + I_n . \qquad (6.5)$$

გავყოთ (6.5)-ის ორივე მხარე I -ზე:

$$1 + \frac{\Delta I}{I} = \frac{I_1}{I} + \frac{I_2}{I} + \ldots + \frac{I_n}{I} . \qquad (6.6)$$

თუ შემოვიღებთ აღნიშვნებს $\frac{I_i}{I} = x_i$ და $\frac{\Delta I}{I} = x_{n+1}$, მაშინ (6.6) შეიძლება ჩაიწეროს პირობის სახით, რომელიც, ჩვულებრივ, მიღებულია აქტივთა ხვედრითი წილებისათვის:

$$\sum_{i=1}^{n+1} x_i = 1 . \qquad (6.7)$$

გასაგებია, რომ ამ უკანასკნელში $(n+1)$ -ე აქტივის ხვედრითი წილი უარყოფითი იქნება (ცხადია, ასეთი "აქტივების" რაოდენობა შეიძლება ერთზე მეტიც იყოს).

პორტფელის უკუგებას ამ შემთხვევაში შემდეგნაირად ანგარიშობენ:

$$E_p = \frac{J - I - \Delta I}{I + \Delta I} , \qquad (6.8)$$

სადაც J არის აქტივთა ჯამური ღირებულება პერიოდის ბოლოს.

ბლეკის მოდელს ხშირად იყენებენ დასავლეთის საფონდო ბირჟებზე. ამ მოდელის შესაბამისად დასაშვებია ნებისმიერი პორტფელი, რომელიც ერთადერთ (6.7) პირობას აკმაყოფილებს.

მოდელის სპეციფიკურ წარმოადგენს ის გარემოება, რომ მისი საშუალებით შესაძლებელია რაგინდ დიდი უკუგების რეალიზება, ოღონდ, რისკის სწრაფად ზრდის ხარჯზე.

6.3 კრიტერიალური და ეფექტური სიმრავლეები ორი აქტივისათვის

განვიხილოთ ორი აქტივის ბაზარი მოსალოდნელი უკუგებების $E=(E_1,E_2)$ ვექტორით და კოვარიაციის მატრიცით

$$\Omega=\begin{bmatrix}\sigma_1^2 & \rho\sigma_1\sigma_2\\ \rho\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2\end{bmatrix},$$

სადაც $\rho=\rho_{12}$ აქტივთა უკუგებების კორელაცია, ხოლო σ_1 და σ_2 - სტანდარტული გადახრებია.

როგორც ვიცით, ბლეკის მოდელის მიხედვით დასაშვებია ნებისმიერი x_1 და x_2 მნიშვნელობები, რომლებიც აკმაყოფილებენ პირობას $x_1+x_2=1$. აღნიშნულ მნიშვნელობებს $x_1 0 x_2$ სიბრტყეზე შეესაბამება წრფე, რომელიც მოსახერხებელია პარამეტრული სახით წარმოვადგინოთ:

$$x_1=t, x_2=1-t.$$

ნებისმიერი პორტფელი შეიძლება აღიწეროს $x=(t,1-t)$ ვექტორით, სადაც t ღებულობს ნებისმიერ ნამდვილ მნიშვნელობებს (მათ შორის უარყოფითებსაც). პორტფელის მოსალოდნელი უკუგება და სტანდარტული გადახრა შემდეგნაირად გამოითვლება:

$$E_p=E_1t+E_2(1-t)=E_2+(E_1-E_2)t, \qquad (6.9)$$

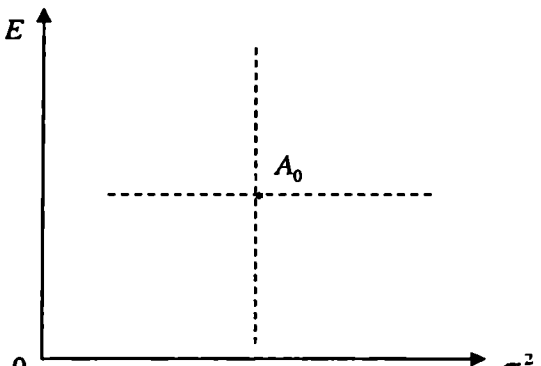
$$\sigma_p^2=\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}x_ix_j\,\mathrm{cov}_{ij}=\sigma_1^2t^2+2\rho\sigma_1\sigma_2(1-t)\ +\sigma_2^2(1-t)^2=$$

$$=(\sigma_1^2-2\rho\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2)t^2+2(\rho\sigma_1\sigma_2-\sigma_2^2)t+\sigma_2^2. \qquad (6.10)$$

$(\sigma^2(x),E(x))$ წყვილს პორტფელის შეფასებას უწოდებენ და მას შეესაბამება გარკვეული წერტილი კრიტერიალურ $\sigma^2 0E$ სიბრტყეზე. პორტფელის ყველა შესაძლო შეფასებათა შესაბა-

მისი წერტილების ერთობლიობა ქმნის **კრიტერიალურ სიმრავლეს.**

თუ $x_0 = (t_0, 1-t_0)$ რაიმე პორტფელია, ხოლო $A_0 = (\sigma_0, E_0)$ მისი შეფასება, მაშინ A_0 წერტილი კრიტერიალურ სიბრტყეს ყოფს ოთხ კვადრანტად (ნახ.6.1).



ნახ.6.1

თუ რომელიმე სხვა x_1 პორტფელის შეფასება A_1 ეკუთვნის მეოთხე კვადრანტს, მაშინ x_1 უკეთესია x_0-ზე, რადგანაც $E_1 \geq E_0$ და $\sigma_1^2 \leq \sigma_0^2$, ხოლო თუ აღნიშნული შეფასება მეორე კვადრანტში ხვდება, მაშინ პირიქით, x_1 უარესია x_0-ზე, რადგანაც $E_1 \leq E_0$ და $\sigma_1^2 \geq \sigma_0^2$ (იგულისხმება, რომ მოყვანილ უტოლობათაგან ერთი მაინც მკაცრია). როდესაც x_1 პორტფელის შეფასება წარმოადგენს პირველი ან მესამე კვადრანტის შიგა წერტილს, მაშინ x_0 და x_1 პორტფელები შედარებადი არ არიან (ერთი მაჩვენებლით ერთია უკეთესი, ხოლო მეორეთი — მეორე).

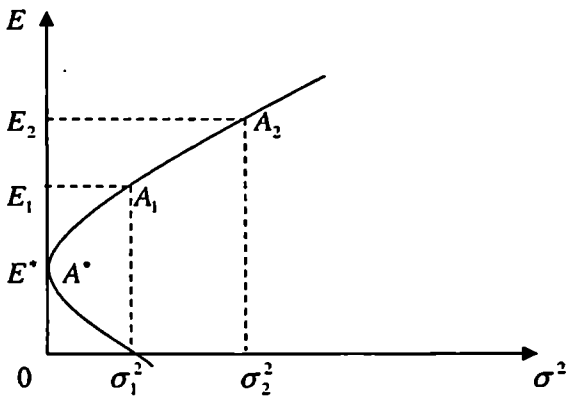
(6.9)-დან ვპოულობთ:

$$t = \frac{E_p - E_2}{E_1 - E_2}. \qquad (6.11)$$

თუ ვიგულისხმებთ, რომ $\rho = 1$ და (6.11)-ს შევიტანთ (6.10)-ში, მივიღებთ:

$$\sigma_p^2 = \left[\frac{\sigma_2 E_1 - \sigma_1 E_2}{E_1 - E_2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{E_1 - E_2} E_p\right]^2 \qquad (6.12)$$

ეს უკანასკნელი განსაზღვრავს კრიტერიალურ სიმრავლეს $\sigma^2 0E$ სიბრტყეზე და იგი პარაბოლას წარმოადგენს (ნახ.6.2).



ნახ. 6.2

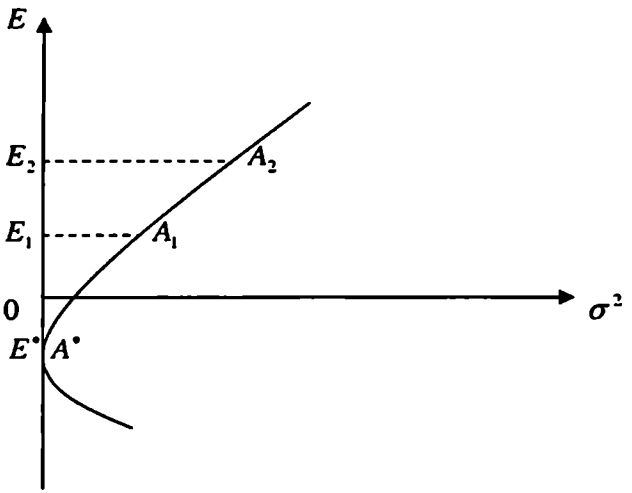
თუ (6.12)-ს გავუტოლებთ ნულს, შეიძლება ვიპოვოთ იმ პორტფელის პარამეტრები, რომელსაც ნულოვანი რისკი შეესაბამება:

$$E^* = \frac{\sigma_2 E_1 - \sigma_1 E_2}{\sigma_2 - \sigma_1};$$

$$t^* = \frac{\sigma_2}{\sigma_2 - \sigma_1};\ x^* = \left[\frac{\sigma_2}{\sigma_2 - \sigma_1}; \frac{\sigma_1}{\sigma_1 - \sigma_2}\right]. \qquad (6.13)$$

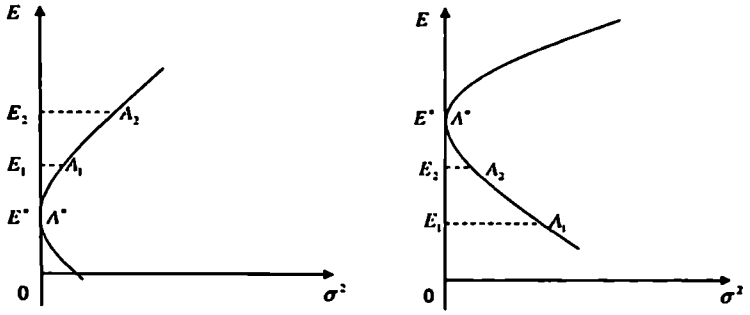
(6.2) ნახაზზე ნულოვანი რისკის მქონე პორტფელს შეესაბამება $A^* = (0, E^*)$ წერტილი.

ნულოვანი რისკის მქონე პორტფელი კარგია, მაგრამ როგორც ეს დამახასიათებელია ბლეკის მოდელისათვის და რაც (6.13)-დანაც ნათლად ჩანს, x^*-ის ერთერთი კომპონენტი უარყოფითია, ანუ აუცილებელია სახსრების მოზიდვა (სესხება). გარდა ამისა, E^*-იც შეიძლება უარყოფითი აღმოჩნდეს. ასე შეიძლება მოხდეს მაშინ, როდესაც $1 > \frac{\sigma_1}{\sigma_2} > \frac{E_2}{E_1}$, ან $1 < \frac{\sigma_2}{\sigma_1} < \frac{E_2}{E_1}$. რა თქმა უნდა, რისკის ასე არიდებას აზრი არა აქვს, რადგანაც ეს გარანტირებულ ზარალს ნიშნავს (ნახ.6.3).



ნახ. 6.3

ბლეკის მოდელში შესაძლებელია შემთხვევაც, როდესაც, $E^* > 0$, ამასთან, პორტფელის უკუგება შეიძლება როგორც შემცირდეს (ნახ. 6.4 ა), ასევე გაიზარდოს (ნახ. 6.4 ბ) აქტივების უკუგებებთან შედარებით.



ა) ბ)

ნახ. 6.4

ასე მაგალითად, (6.4) ბ) ნახაზზე გამოსახული შემთხვევისათვის გვაქვს $E_1 < E_2, \sigma_1 > \sigma_2$, საიდანაც გამომდინარეობს

$$E^* = \frac{\sigma_2}{\sigma_2 - \sigma_1} E_1 + \frac{\sigma_1}{\sigma_1 - \sigma_2} E_2 = \frac{-\sigma_2}{\sigma_1 - \sigma_2} E_1 + \frac{\sigma_1}{\sigma_1 - \sigma_2} E_2 > \frac{-\sigma_2}{\sigma_1 - \sigma_2} E_2$$

$$+ \frac{\sigma_1}{\sigma_1 - \sigma_2} E_2 = E_2.$$

ადვილი მისახვედრია, რომ როდესაც $\rho = 1$, პარაბოლის ზედა შტო წარმოადგენს კრიტერიალური სიმრავლის ეფექტურ ქვესიმრავლეს.

განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც ბლეკის მოდელში $\rho = 0$. ამ დროს

$$E_p = E_2 + (E_1 - E_2)t \ , \ \sigma_p^2 = \sigma_1^2 t^2 + \sigma_2^2 (1 - t^2) > 0 \ . \ (6.14)$$

თუ t-ს ისევ გამოვსახავთ E_p-თი და შევიტანთ σ_p^2-ის გამოსახულებაში, σ_p^2-ის E_p-ზე დამოკიდებულება ისევე რო-

გორც წინა შემთხვევაში, წრფივი იქნება. σ_p^2-ის მინიმალური მნიშვნელობის საპოვნელად ამოვხსნათ განტოლება $\frac{d\sigma_p^2}{dt} = 0$:

$\frac{d\sigma_p^2}{dt} = 2(\sigma_1^2 t - \sigma_2^2(1-t)) = 0$, საიდანაც ვღებულობთ:

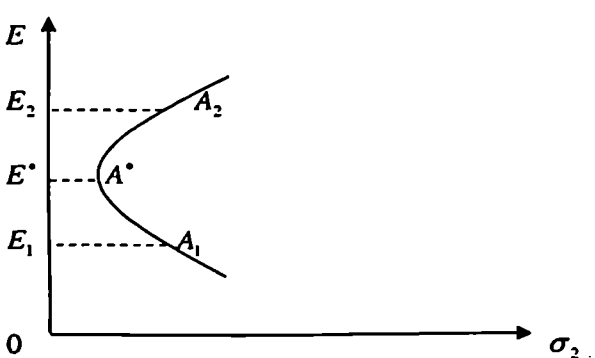
$$t^* = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \in (0;1).$$

ჩავსვათ t^*-ის მნიშვნელობა σ_p^2-ისა და E_p-ს გამოსახულებებში:

$$\sigma_p^2(t^*) = \frac{\sigma_1^2\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} + \sigma_2^2, \quad 0 < \sigma_p^2(t^*) < \min\{\sigma_1^2; \sigma_2^2\},$$

$$E_p(t^*) = \frac{E_1\sigma_2^2 + E_2\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \in (E_1; E_2).$$

ამგვარად, პორტფელის რისკი თითოეული აქტივის რისკზე ნაკლებია, მაგრამ მთლიანად მისი თავიდან აცილება ვერ ხერხდება. როგორც წინა შემთხვევაში, ეფექტურ კრიტერიალურ მნიშვნელობათა სიმრავლეს შეესაბამება პარაბოლის ზედა შტო (ნახ. 6.5).



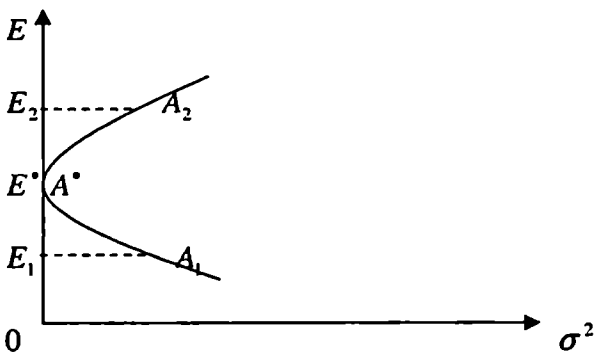
ნახ. 6.5

როდესაც $\rho = -1$, ვღებულობთ:

$$E_p = E_2 + (E_1 - E_2)t,\ \sigma_p^2 = (\sigma_1 t - \sigma_2(1-t))^2. \qquad (6.15)$$

ამ უკანასკნელი გამოსახულებების გაანალიზების შემდეგ მივიღებთ

$t^* = \dfrac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \in (0;1)$ და $\sigma_p(t^*) = 0$, ხოლო A^* წერტილი აღმოჩნდება A_1A_2 რკალის შიგნით (ნახ. 6.6).

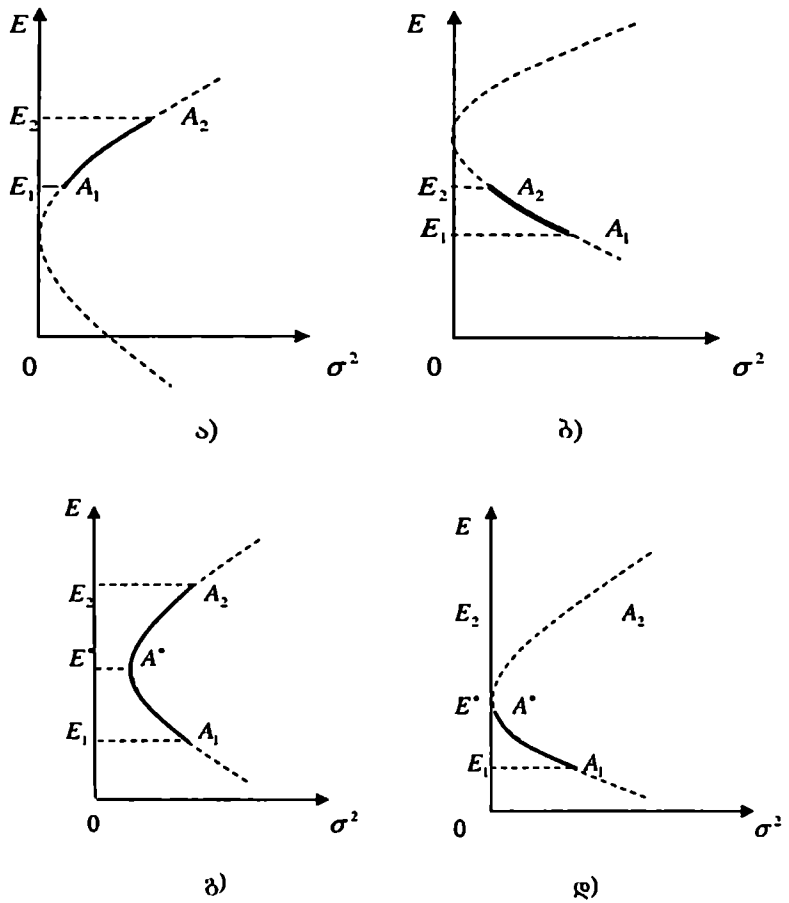


ნახ. 6.6

ყოველივე ეს იმაზე მეტყველებს, რომ შესაძლებელია რისკის მთლიანად აცილება თავიდან სახსრების დამატებითი მოზიდვის გარეშე $(x_1, x_2 > 0)$. ეფექტურ კრიტერიალურ მნიშვნელობათა სიმრავლეს აქაც პარაბოლის ზედა შტო წარმოადგენს.

ანალოგიური ანალიზის ჩატარება შესაძლებელია ρ-ს სხვა ნებისმიერი მნიშვნელობისთვისაც. მტკიცდება, რომ როცა $\rho = \pm 1$, რისკის მთლიანად აცილება თავიდან არ ხერხდება, როცა $\rho > 0$, პარაბოლის A^* წვერო მდებარეობს A_1A_2 რკალის გარეთ, ხოლო როდესაც $\rho \le 0$ — ამ რკალის შიგნით.

მარკოვიცის მოდელში $x_1 + x_2 = 1$ შეზღუდვის გარდა მოითხოვება $x_1, x_2 \geq 0$ პირობების შესრულებაც, რაც იმას ნიშნავს, რომ კრიტერიალური სიმრავლე მარკოვიცის მოდელში წარმოადგენს ბლეკის მოდელის შესაბამისი კრიტერიალური სიმრავლის ქვესიმრავლეს. შესაძლო სიტუაციები ასახულია (6.7) ნახაზზე.



ნახ. 6.7

ა) და ბ) შემთხვევებში $\rho = 1$, ამასთან ა) შემთხვევაში $A_1 A_2$ რკალის ყველა პორტფელი ეფექტურია, ხოლო ბ)-ში გვაქვს ერთადერთი ოპტიმალური A_2 წერტილი.

გ) შემთხვევაში $\rho = 0$ და ეფექტურ პორტფელებს შეესაბამება $A^* A_2$ უბანი, ხოლო დ)-ში — $\rho = -1$ და აქაც $A^* A_2$ რკალის ყველა პორტფელი ეფექტურია.

ამგვარად, როგორც ბლეკის, ასევე მარკოვიცის მოდელები რისკის არსებითი შემცირების საშუალებას იძლევა იმ თვალსაზრისით, რომ ოპტიმალური პორტფელი ერთერთ აქტივზე უკეთესი და მეორე აქტივზე არაუარესი იქნება.

დასასრულ, ჩამოვაყალიბოთ ძირითადი დასკვნები ოპტიმალური პორტფელის ფორმირებასთან მიმართებაში:

• არ არსებობს საინვესტიციო პორტფელის შერჩევის "ერთადერთი მართებული" სტრატეგია, რომელიც მისაღები იქნებოდა ყველა ინვესტორისათვის;

• პორტფელის შერჩევისას ძალზე მნიშვნელოვანია დროის პერიოდი. განასხვავებენ დროის სამ პერიოდს — დაგეგმვის, გადაწყვეტილებათა გადახედვისა და საბირჟო ვაჭრობის პერიოდებს;

• პორტფელის შემადგენლობასთან დაკავშირებული გადაწყვეტილების მიღებისას ინვესტორმა მოსალოდნელი უკუგების გაზრდას შეიძლება მიაღწიოს მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ იგი დათანხმდება რისკის უფრო მაღალ ხარისხს;

• ზოგჯერ შესაძლებელია ინვესტირების რისკის ხარისხის შემცირება ისე, რომ მოსალოდნელი უკუგება არ შემცირდეს უფრო ეფექტური დივერსიფიკაციის გზით, რაც მნიშვნელოვანწილად დამოკიდებულია კორელაციებზე პორტფელის შემადგენელ აქტივებს შორის. პრაქტიკაში აქტივთა უმრავლესობა ერთმანეთთან დადებითად კორელირებული არიან, რადგანაც მათზე ერთიდაიგივე ეკონომიკური ფაქტორები მოქმედებენ. ამდენად, შეიძლება ითქვას, რომ რისკის შემცირების შე-

საძლებლობა დივერსიფიკაციის გზით მოსალოდნელი უკუგების შემცირების გარეშე შეზღუდულია;

• ადგილი აქვს ე.წ. "დროის ეფექტს" დივერსიფიკაციის დროს. კერძოდ, რაც უფრო ხანგრძლივია აქტივის ფლობის პერიოდი, მით უფრო ნაკლებია მისი უკუგების სტანდარტული გადახრა და ალბათობა იმისა, რომ მოსალოდნელი უკუგება ურისკო აქტივის უკუგებაზე ნაკლები აღმოჩნდება.

ლიტერატურა

1.ჰელ რ. ვარიანი. მიკროეკონომიკა. თანამედროვე მიდგომა. წიგნი 1. თბილისი. „დიოგენე". 1998.

2. ცაავა გ., აბრამია თ., ცაავა დ. რისკოლოგია: ფინანსური და საბანკო-საკრედიტო რისკების მენეჯმენტი. — თბილისი. „აფხ. მეცნ. აკადემია". 2007.

3.ბერიძე ნ., შონია ნ., ბიწაძე ჯ. რისკები და დაზღვევა. — თბილისი. 2010.

4.რ. კაკულია. ფინანსების ზოგადი თეორია, თბ., 2001

5. ნ. ლაზრიევა, მ. მანია და სხვები. ფინანსური ანალიზის რაოდენობრივი მეთოდები: ფინანსური და სადაზღვევო მათემატიკა, ფინანსური ინჟინერია. თბ., 1999.

6. М. Интпилигатор. Математические методы оптимизации и экономическая теория. Москва. Прогресс, 1975.

7. А. С. Шапкин. Экономические и финансовые риски. Оценка, управление, портфель инвестиций. Москва. 2005.

8.Ю. Бригхем, Дж. Хьюстон. Финансовый менеджмент. Экспресс-курс. Питер, 2007.

9. Дж. К. Ван Хорн. Основы управления финансами: Пер. с англ. – М.: Финансы и статистика, 2000.

10. У. Ф. Шар, Г.Дж. Александер, Дж. Бэйли. Инвестиции. Инфра-м, 2007.



გამომცემლობა „უნივერსალი“

თბილისი, 0179, ი. ჭავჭავაძის გამზ. 19, ☎: 222 36 09, 5(99) 17 22 30

E-mail: universal@internet.ge