მიკროეკონომიკის თეორია

ძირითადი პრინციპები და გავრცობა

მეათე გამოცემა

მიკროეკონომიკის თეორია

ძირითადი პრინციპები და გავრცობა

მეათე გამოცემა

ვალტერ ნიკოლსონი
ამჰერსტის კოლეჯი

ქრისტოფერ სნაიდერი
დარტმუთის კოლეჯი

SOUTH-WESTERN
CENGAGE Learning

ავსტრალია • ბრაზილია • კანადა • მექსიკა • სინგაპური • ესპანეთი • გაერთიანებული სამეფო • ამერიკის შეერთებული შტატები

SOUTH-WESTERN
CENGAGE Learning

Microeconomic Theory
Basic Principles and Extensions
Tenth Edition

Walter Nicholson Christopher Snyder

ვალტერ ნიკოლსონისა და ქრისტოფერ სნაიდერის წიგნის „მიკროეკონომიკის თეორია: ძირითადი პრინციპები და გავრცობა“, ინგლისური მეათე გამოცემის თარგმანი

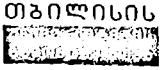
„Microeconomic Theory: Basic Principles and Extensions“. Authors: Walter Nicholson, Christopher Snyder; Publisher: Cengage Learning, Tenth Edition, 2011, ISBN-13: 978-1111525538

სამეცნიერო რედაქტორი: პროფესორი ეთერ ხარაიშვილი
სარედაქციო კოლეგია: ასოცირებული პროფესორები: ი. გაგნიძე, მ. ნაცვალაძე, ი. ნაცვლიშვილი, მ. ჩავლეიშვილი
ლ. ლაბაძე
მთარგმნელი: სოფიო ბასლანძე
დაკაბადონება: ზაზა გულაშვილი

© თსუ გამომცემლობა, 2014
ISBN 978-9941-13-378-7



თბილისის



წიგნის ქართული თარგმანი მომზადდა ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტში, მიკროეკონომიკის კათედრაზე

ყველა საავტორო უფლება დაცულია. SAGE PUBLICATIONS, INC.-ის თანხმობის გარეშე არ შეიძლება წიგნის რომელიმე ნაწილის ასლის გადაღება, გამრავლება ან გავრცელება რაიმე ფორმით, ელექტრონული ან მექანიკური საშუალებით, ფოტოკოპირებით ან ინფორმაციის შენახვის რაიმე სხვა საშუალებით.

ეძღვნება ბეთს, სარას, დევიდს, სოფიას და ების

ეძღვნება მაურას

ავტორების შესახებ

ვალტერ ნიკოლსონი გახლავთ ეკონომიკის Ward H. Patton პროფესორი ამჰერსტის კოლეჯში. მან მიიღო B.A. მათემატიკაში უილიამის კოლეჯში, ხოლო Ph.D ეკონომიკაში მასაჩუსეტსის ტექნოლოგიურ ინსტიტუტში. პროფესორ ნიკოლსონის კვლევის ძირითადი მიმართულებებია შრომის ბაზრის პრობლემების (მათ შორის უმუშევრობის) ეკონომეტრიკული ანალიზი, სამუშაო ტრენინგები და საერთაშორისო ვაჭრობის ეფექტები. მას, ასევე, ქრის სნაიდერთან ერთად დაწერილი აქვს წიგნი *Intermediate Microeconomics and Its Application, Tenth Edition* (Thomson/South-Western, 2007).

პროფესორი ნიკოლსონი მეუღლესთან ერთად ცხოვრობს ამჰერსტში (მასაჩუსეტსი) და ნეაპოლში (ფლორიდა). ერთ დროს ძალიან დიდი ოჯახი – ოთხი შვილით – ახლა დაცარიელებულია. თუმცა, ოჯახი ხანდახან იბრუნებს ძველ სიცოცხლეს, როდესაც მათ შვილიშვილები სტუმრობენ.

ქრისტოფერ სნაიდერი გახლავთ ეკონომიკის პროფესორი დარმუთის კოლეჯში. მან მოიპოვა BA მათემატიკაში ფორდჰემის უნივერსიტეტში და PhD ეკონომიკაში მასაჩუსეტსის ტექნოლოგიურ ინსტიტუტში. დარმუთში მისვლამდე ათ წელზე მეტხანს ასწავლიდა ჯორჯ ვაშინგტონის უნივერსიტეტში და მიწვეული იყო ჩიკაგოს უნივერსიტეტსა და მასაჩუსეტსის ტექნოლოგიურ ინსტიტუტში. ამჟამად ის არის სამრეწველო ორგანიზაციის საზოგადოების პრეზიდენტი და *International Journal of Industrial Organization and Review of Industrial Organization*-ის ასოცირებული რედაქტორი. მისი კვლევები მოიცავს თეორიულ და ემპირიულ მიმართულებებს სამრეწველო ორგანიზაციებში, ასევე, ხელშეკრულებების თეორიაში, სამართალსა და ეკონომიკაში.

პროფესორი სნაიდერი და მისი მეუღლე მაურა დოილი (ისიც ეკონომიკას ასწავლის დარმუთში), სკოლის ასაკის სამ შვილთან ერთად, უნივერსიტეტთან ახლოს (ნიუ ჰემშირში), ჰანოვერში ცხოვრობენ.

მოკლე სარჩევი

ნაწილი 1 შესავალი

თავი 1: ეკონომიკური მოდელები 3
თავი 2: მათემატიკა მიკროეკონომიკისათვის 29

ნაწილი 2 არჩევანი და მოთხოვნა

თავი 3: უპირატესობები და სარგებლიანობა 129
თავი 4: სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია და არჩევანი 167
თავი 5: შემოსავლისა და ჩანაცვლების ეფექტები 209
თავი 6: პროდუქტებს შორის მოთხოვნის დამოკიდებულება 268
თავი 7: გაურკვევლობა და ინფორმაცია 298
თავი 8: სტრატეგია და თამაშთა თეორია 349

ნაწილი 3 წარმოება და მიწოდება

თავი 9: საწარმოო ფუნქციები 433
თავი 10: დანახარჯების ფუნქციები 475
თავი 11: მოგების მაქსიმიზაცია 526

ნაწილი 4 კონკურენტული ბაზრები

თავი 12: ნაწილობრივი წონასწორობის კონკურენტული ბაზრის მოდელი 571
თავი 13: ზოგადი წონასწორობა და კეთილდღეობა 645

ნაწილი 5 საბაზრო ძალაუფლება

თავი 14: მონოპოლია 721
თავი 15: არასრულყოფილი კონკურენცია 768

ნაწილი 6 ფასწარმოქმნა საწარმოო ფაქტორების ბაზრებზე

თავი 16: შრომის ბაზრები 849
თავი 17: კაპიტალი და დრო 883

ნაწილი 7 ბაზრის ფიასკო

თავი 18: ასიმეტრიული ინფორმაცია 927
თავი 19: გარე ეფექტები და საზოგადოებრივი საქონელი 993

მოკლე პასუხები მაგალითების კითხვებზე *1039*
კენტ-ნომრიანი ამოცანების პასუხები *1053*
ხშირად გამოყენებული ტერმინების ლექსიკონი *1068*

სარჩევი

წინასიტყვაობა xxi

ნაწილი 1 შესავალი 1

თავი 1
ეკონომიკური მოდელები 3

თეორიული მოდელები 3
ეკონომიკური მოდელების შემოწმება 4
ეკონომიკური მოდელების საერთო მახასიათებლები 6
ღირებულების ეკონომიკური თეორიის განვითარება 11
თანამედროვე განვითარება 24
შეჯამება 26
დამატებითი საკითხავი 27

თავი 2
მათემატიკა მიკროეკონომიკისათვის 29

ერთი ცვლადის ფუნქციის მაქსიმიზაცია 29
მრავალი ცვლადის ფუნქცია 36
მრავალი ცვლადის ფუნქციის მაქსიმიზაცია 43
არაცხადი ფუნქცია 47
კონვერტის თეორემა 49
შეზღუდული მაქსიმიზაცია 55
კონვერტის თეორემა შეზღუდული მაქსიმიზაციის ამოცანებში 65
უტოლობით მოცემული შეზღუდვა 66
მეორე რიგის პირობები 70
ჰომოგენური ფუნქციები 81
გაინტეგრალება 85
დინამიკური ოპტიმიზაცია 92
მათემატიკური სტატისტიკა 99
შეჯამება 112
ამოცანები 114
დამატებითი საკითხავი 121
დანართები 122

ნაწილი 2 არჩევანი და მოთხოვნა 127

თავი 3
უპირატესობები და სარგებლიანობა 129

რაციონალური არჩევანის აქსიომები 129
სარგებლიანობა 130
ვაჭრობა და ჩანაცვლება 135
მათემატიკური დასკვნა 143
სარგებლიანობის ფუნქციები კონკრეტული უპირატესობებისთვის 147
მრავალი პროდუქტის მაგალითი 154
შეჯამება 156
ამოცანები 157
დამატებითი საკითხავი 162
დანართები 163

თავი 4
სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია და არჩევანი 167

საწყისი გამოკვლევა 168
ორი პროდუქტის შემთხვევა: გრაფიკული ანალიზი 169
n-პროდუქტების მაგალითი 174
არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქცია 184
ერთობლივი თანხის პრინციპი 185
დანახარჯების მინიმიზაცია 188
დანახარჯების ფუნქციის შესაძლებლობები 192
შეჯამება 195
ამოცანები 196
დამატებითი საკითხავი 202
დანართები 203

თავი 5
შემოსავლისა და ჩანაცვლების ეფექტები 209

მოთხოვნის ფუნქციები 209
ცვლილებები შემოსავალში 212
ცვლილებები პროდუქტების ფასში 214
ინდივიდის მოთხოვნის მრუდი 218
საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდები 223
ფასის ცვლილებებზე რეაგირების მათემატიკური ახსნა 227
მოთხოვნის ელასტიკურობები 233
მომხმარებლის ნამეტი 243

გამოხატული უპირატესობები და ჩანაცვლების ეფექტი 249
შეჯამება 254
ამოცანები 255
დამატებითი საკითხავი 261
დანართები 262

თავი 6
პროდუქტებს შორის მოთხოვნის დამოკიდებულება 268

ორი პროდუქტის შემთხვევა 268
შემცვლელები და შემავსებლები 272
წმინდა შემცვლელები და შემავსებლები 275
ჩანაცვლებადობა მრავალ პროდუქტს შორის 276
შედგენილი პროდუქტები 277
საოჯახო წარმოება, პროდუქტების ატრიბუტები და ირიბი ფასები 282
შეჯამება 287
ამოცანები 288
დამატებითი საკითხავი 294
დანართები 295

თავი 7
გაურკვევლობა და ინფორმაცია 298

მათემატიკური სტატისტიკა 298
სამართლიანი თამაშები და მოსალოდნელი სარგებლიანობის ჰიპოთეზები 299
ფონ ნოიმან – მორგენშტერნის თეორემა 302
რისკის თავიდან აცილება 305
რისკის თავიდან აცილების გაზომვა 309
შეფარდებითი (შედარებითი) რისკის არიდება 314
პორტფელის პრობლემა 316
განუსაზღვრელობის პირობებში არჩევანის უპირატესობის მინიჭების თეორია 319
ინფორმაციის ეკონომიკა 327
ინფორმაციის თვისებები 327
ინფორმაციის ღირებულება 328
მოქნილობა და არჩევანის ღირებულება 331
ინფორმაციის ასიმეტრიულობა 334
შეჯამება 335
ამოცანები 336
დამატებითი საკითხავი 342
დანართები 343

თავი 8
სტრატეგია და თამაშთა თეორია 349

ძირითადი კონცეფციები 349
პატიმრების დილემა 351
ნეშის წონასწორობა 355
შერეული სტრატეგიები 365
არსებობა 371
ქმედებების უწყვეტობა 372
მიმდევრობითი თამაშები 376
განმეორებითი თამაშები 383
არასრულყოფილი ინფორმაცია 394
მიმნიშნებელი თამაშები 401
ექსპერიმენტული თამაშები 414
ევოლუციური თამაშები და სწავლა 416
შეჯამება 418
ამოცანები 419
დამატებითი საკითხავი 424
დანართები 425

ნაწილი 3 წარმოება და მიწოდება 431

თავი 9
საწარმოო ფუნქციები 433

ზღვრული მწარმოებლურობა 433
იზოკვანტების რუკები და ტექნიკური ჩანაცვლების ნორმა 438
მასშტაბიდან ეფექტი 443
ჩანაცვლების ელასტიკურობა 448
ოთხი მარტივი საწარმოო ფუნქცია 450
ტექნიკური პროგრესი 457
შეჯამება 462
ამოცანები 463
დამატებითი საკითხავი 469
დანართები 470

თავი 10
დანახარჯების ფუნქციები 475

დანახარჯების განსაზღვრებები 475
რესურსების არჩევანი, რომელიც დანახარჯების უმცირეს დონეს უზრუნველყოფს 479

დანახარჯების ფუნქციები 486
შეფარდის ლემა და ჩანაცვლების ელასტიკურობა 506
მოკლევადიანი და გრძელვადიანი პერსპექტივები 506
შეჯამება 516
ამოცანები 517
დამატებითი საკითხავი 522
დანართები 523

თავი 11
მოგების მაქსიმიზაცია 526

ფირმის ბუნება და ქმედებები 526
მოგების მაქსიმიზაცია 527
ზღვრული ამონაგები 530
მოკლევადიანი პერიოდის მიწოდება ფასის მიმღები ფირმის შემთხვევაში 537
მოგების ფუნქციები 542
მოგების მაქსიმიზაცია და რესურსებზე მოთხოვნა 549
შეჯამება 558
ამოცანები 559
დამატებითი საკითხავი 565
დანართები 566

ნაწილი 4 კონკურენტული ბაზრები 569

თავი 12
ნაწილობრივი წონასწორობის კონკურენტული ბაზრის მოდელი 571

საბაზრო მოთხოვნა 571
მიწოდების რეაგირების დროის ხანგრძლივობა 577
ფასდადება ძალიან მოკლევადიან პერიოდში 578
ფასის განსაზღვრა მოკლევადიან პერიოდში 579
მიწოდების მრუდის გადაადგილებები: მოთხოვნის მრუდის ფორმის მნიშვნელობა 587
საბაზრო წონასწორობის მათემატიკური მოდელი 589
გრძელვადიანი ანალიზი 593
გრძელვადიანი წონასწორობა: მუდმივი დანახარჯების შემთხვევა 595
გრძელვადიანი მიწოდების მრუდის ფორმა 599
მიწოდების გრძელვადიანი ელასტიკურობა 602
გრძელვადიანი წონასწორობის შედარებითი სტატიკური ანალიზი 604
მწარმოებლის ნამეტი გრძელვადიან პერიოდში 608

ეკონომიკური ეფექტიანობა და კეთილდღეობის ანალიზი 612
ფასის კონტროლი და დეფიციტი 617
გადასახადების ზემოქმედების ანალიზი 619
სავაჭრო შეზღუდვები 625
შეჯამება 631
ამოცანები 633
დამატებითი საკითხავი 640
დანართები 641

თავი 13
ზოგადი წონასწორობა და კეთილდღეობა 645

სრულყოფილად კონკურენტული ფასის სისტემა 645
ზოგადი წონასწორობის მარტივი გრაფიკული მოდელი ორი პროდუქტით 647
შედარებითი სტატიკური ანალიზი 659
ზოგადი წონასწორობის მოდელირება და ფაქტორთა ფასები 663
ზოგადი წონასწორობის ფასების არსებობა 665
ზოგადი წონასწორობის მოდელები 677
კეთილდღეობის ეკონომიკა 683
საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვრის მიღწევა 687
გამოშვების კომბინაციის ეფექტიანობა 688
კონკურენტული ფასები და ეფექტიანობა: კეთილდღეობის ეკონომიკის პირველი თეორემა 690
კონკურენტული დაშვებების მიღმა 696
განაწილება და კეთილდღეობის ეკონომიკის მეორე თეორემა 698
შეჯამება 706
ამოცანები 707
დამატებითი საკითხავი 714
დანართები 715

ნაწილი 5 საბაზრო ძალაუფლება 719

თავი 14
მონოპოლია 721

შესვლის ბარიერები 721
მოგების მაქსიმიზაცია და გამოშვების არჩევანი 724
მონოპოლია და რესურსების გადანაწილება 731
მონოპოლია, პროდუქციის ხარისხი და ხანგრძლივობა 735
მეორე ხარისხის საფასო დისკრიმინაცია ფასის სკალის მიხედვით 746

მონოპოლიის რეგულირება 749
მონოპოლიის დინამიკური თვალსაზრისები 754
შეჯამება 755
ამოცანები 756
დამატებითი საკითხავი 763
დანართები 764

თავი 15
არასრულყოფილი კონკურენცია 768

მოკლევადიანი გადაწყვეტილებები: ფასწარმოქმნა და გამოშვების მოცულობა 768
ბერტრანის მოდელი 770
კურნოს მოდელი 773
საწარმოო შესაძლებლობის შეზღუდვა 783
პროდუქტების დიფერენცირება 784
ფარული შეთანხმება 793
გრძელვადიანი გადაწყვეტილებები: ინვესტირება, ბაზარზე შესვლა და
ბაზრის დატოვება 800
ბაზარზე შესვლის ხელშეშლის სტრატეგია 808
მინიშნება 814
რამდენი ფირმა შედის ბაზარზე?819
ინოვაცია 825
შეჯამება 829
ამოცანები 830
დამატებითი საკითხავი 838
დანართები 839

ნაწილი 6 ფასწარმოქმნა საწარმოო ფაქტორების ბაზრებზე 847

თავი 16
შრომის ბაზრები 849

დროის განაწილება 849
შრომის მიწოდების მათემატიკური ანალიზი 854
შრომის საბაზრო მიწოდების მრუდი 859
მონოფსონია შრომის ბაზარზე 864
მშრომელთა გაერთიანებები 867
შეჯამება 873
ამოცანები 874
დამატებითი საკითხავი 881

თავი 17
კაპიტალი და დრო 883

კაპიტალი და მასზე უკუგების განაკვეთი 883
უკუგების განაკვეთის განსაზღვრა 885
ფირმის მოთხოვნა კაპიტალზე 896
მიმდინარე დისკონტირებული ღირებულება, როგორც საინვესტიციო გადაწყვეტილების მიღების ხერხი 899
ფასწარმოქმნა ბუნებრივ რესურსებზე 905
მოდელის განზოგადება 908
შეჯამება 910
ამოცანები 910
დამატებითი საკითხავი 916
დანართი თავისთვის 17: რთული სარგებლის განაკვეთის მათემატიკა 917
მიმდინარე დისკონტირებული მნიშვნელობა 918
უწყვეტი დრო 920

ნაწილი 7 ბაზრის ფიასკო 925

თავი 18
ასიმეტრიული ინფორმაცია 927

კომპლექსური ხელშეკრულება ასიმეტრიული ინფორმაციის საპასუხოდ 927
ძირითადი პირისა და აგენტის მოდელი 930
ფარული ქმედება 933
მფლობელისა და მენეჯერის ურთიერთობა 934
მორალური საფრთხის პრობლემა სადაზღვევო სისტემაში 942
ფარული ტიპები 950
არანრფივი ფასები 951
არახელსაყრელი შერჩევა დაზღვევაში 962
საბაზრო სიგნალები 971
აუქციონები 974
შეჯამება 980
ამოცანები 981
დამატებითი საკითხავი 986
დანართები 987

თავი 19

გარე ეფექტები და საზოგადოებრივი საქონელი 993

გარე ეფექტების განსაზღვრა 993
გარე ეფექტები და არაეფექტიანი განაწილება 996
გარე ეფექტების პრობლემის გადაჭრის გზები 1001
საზოგადოებრივი საქონლის მახასიათებლები 1006
ლინდალის ფასწარმოქმნა საზოგადოებრივ საქონელზე 1015
ხმის მიცემა და რესურსების განაწილება 1019
ხმის მიცემის მექანიზმი 1025
შეჯამება 1028
ამოცანები 1029
დამატებითი საკითხავი 1034
დანართები 1036

მოკლე პასუხები მაგალითების კითხვებზე 1039
კენტ-ნომრიანი ამოცანების პასუხები 1053
ხშირად გამოყენებული ტერმინების ლექსიკონი 1068

წინასიტყვაობა

ამ წიგნის – *მიკროეკონომიკის თეორია: ძირითადი პრინციპები* და გავრცობა – მეათე გამოცემა მოიცავს როგოც მისი წინამდებარე გამოცემების წარმატებულ გაგრძელებას, ასევე, ცვლილებებსა და დამატებებს წინა გამოცემებთან შედარებით. ძირითადი ცვლილებები გამოიწვია ქრის სნაიდერის თანაავტორად ჩართვამ. მან გააუმჯობესა წიგნის ყველა თავი, განსაკუთრებით ის ნაწილი, რომლებშიც საუბარია თამაშთა თეორიაზე, სამრეწველო ორგანიზაციებსა და არასრულყოფილი ინფორმაციის მოდელებზე. ყოველივე ამის გამო, ეს წიგნი შეიძლება ჩაითვალოს ახალ სახელმძღვანელოდ. სტილი და პედაგოგიური მეთოდები შენარჩუნებულია, რადგან ამან 35 წლის მანძილზე დიდი წარმატება მოუტანა წიგნს. სახელმძღვანელოს ძირითად მეთოდს მათემატიკური ინსტრუმენტების დახმარებით ეკონომიკურ მოდელებზე ინტუიციის აგება წარმოადგენს. წიგნში გამოყენებულია მარტივი რიცხვითი მაგალითები, შედარებით რთული ამოცანები და მათი ემპირიული გამოყენება, მისი მიზანია აჩვენოს სტუდენტს მიკროეკონომიკის თეორიის გამოყენება დღეისათვის. ახალმა გამოგონებებმა ეს სფერო მეტად საინტერესო გახადა და ვიმედოვნებ, ეს გამოცემა, ასევე, მოიპოვებს ინტერესს.

სიახლეები მეათე გამოცემაში

ამ გამოცემის ძირითადი ცვლილება წინა გამოცემებთან შედარებით არის ქრის სნაიდერის მიერ სამი ახალი თავის დამატება:

- თამაშთა თეორიის ცნებების გაფართოებული და მაღალი დონის განხილვა (თავი 8);
- სამრეწველო ორგანიზაციების თეორიის მოდელების საფუძვლიანი გარდაქმნა და მათი გაფართოება (თავი 15);
- სრულიად ახალი თავი ასიმეტრიულ ინფორმაციაზე, რომელიც ფოკუსირებას ახდენს უფროსი-ქვეშევრდომის (principal–agent) ამოცანასა და თანამედროვე ხელშეკრულებების თეორიაზე (თავი 18).

ამ დამატებებმა წიგნის ხარისხი მნიშვნელოვნად აამაღლა, რადგან ახალ თავებში განხილულია მიკროეკონომიკის ყველაზე მნიშვნელოვანი და მზარდი მიმართულებები.

წიგნის ეს გამოცემა დიდი ხნის განმავლობაში იქნება აქტუალური.
ამ გამოცემის რამდენიმე სხვა თავშიც შევიდა ცვლილებები.

- დიდი მასალა დაემატა მათემატიკურ თავს (თავი 2); ახალი თემები მოიცავს:
- ინტეგრირების უფრო ფართოდ განხილვას;
- დინამიკური ოპტიმიზაციის ძირითად მოდელებს;
- მათემატიკური სტატისტიკის მოკლე შესავალს.
- მნიშვნელოვნად შეიცვალა მასალა გაურკვევლობასა და რისკისადმი დამოკიდებულებაზე (თავი 7).
- განახლებულია ფირმების შესახებ უმეტესი თეორიები, განსაკუთრებით ისინი, რომლებიც ეხება ფირმის რესურსებზე მოთხოვნას (თავები 9-11).
- საფუძვლიანად არის შეცვლილი თავი ზოგადი წონასწორობის მოდელების შესახებ (თავი 13) და დეტალურადაა აღწერილი როგორ მუშაობს ეს გამოთვლითი მოდელები.
- მნიშვნელოვნად არის გაფართოებული თავი 17, კაპიტალისა და დროის შესახებ, რომელშიც ფართოდაა აღწერილი დანაზოგებისადმი ოპტიმალური ქცევა და დროის შესაბამისად რესურსების განაწილება.

მცირე შეცდომების აღმოსაფხვრელად და საკითხების განახლების მიზნით, ასევე, მცირე ცვლილებები შევიტანეთ წიგნის დანარჩენ თემებში და წიგნის სტრუქტურაშიც.

ზოგად ეკონომიკურ ლიტერატურასთან დაახლოების მიზნით ტექსტში შევიდა ორი ცვლილება. პირველი, ამოცანები გადანაწილდა ორ ჯგუფში: ძირითადი ამოცანები და ანალიტიკური ამოცანები. ძირითადი ამოცანების მიზანია მოახდინოს მასალაში მოცემული ცნებების ცოდნის გამტკიცება, ხოლო ანალიტიკური ამოცანები სტუდენტისგან მოითხოვს უფრო ღრმა ანალიზს და ამოცანის ამოხსნას თავად სტუდენტის მიერ. ამოცანების რაოდენობა მკვეთრადაა გაზრდილი. ანალიტიკური ამოცანების უმეტესობაში მითითებულია დამატებითი ლიტერატურა, რომელთა დახმარებითაც სტუდენტები შეძლებენ ცოდნის გაღრმავებას.

ტექსტში მეორე ცვლილება უკავშირდება თავის დანართების გაფართოვებას. ამ ცვლილების მიზანია სტუდენტებს საშუალება ჰქონდეთ დაინახონ წიგნში მოცემულ თეორიულ მასალასა და მათ ემპირიულ გამოყენებას შორის კავშირები. ზოგიერთ დანართში გამოყენებულია ფუნქციური ფორმები, რომლებსაც მკვლევარები მონაცემების არსებობისას იყენებენ ეკონომიკური საკითხების კვლევის დროს. დანართების მიზანია სტუდენტებს დაანახოს მიკროეკონომიკური თეორიისა და ეკონომიკური პრაქტიკის გაერთიანების აუცილებლობა.

წიგნის დამატებები

ამ გამოცემას თანდართული აქვს ორი დამხმარე საშუალება:

- ამონახსნების სახელმძღვანელო და ტესტ-ბანკი (ავტორების მიერ). ამონახსნების სახელმძღვანელოში იხილავთ ამოცანების ამონახსნებს და განმარტებებს. ხელმისაწვდომია როგორც ელექტრონული, ასევე, ნაბეჭდი ვერსია. ამონახსნების სახელმძღვანელო და ტესტ-ბანკი მხოლოდ კვალიფიციურ პედაგოგს შეუძლია ჩამოტვირთოს ვებ-გვერდიდან (*www.academic.cengage.com*).
- ლექციების პრეზენტაციების სლაიდები PowerPoint-ში (ლინდა გენტის მიერ, აღმოსავლეთ ილინოისის უნივერსიტეტი). PowerPoint სლაიდები შექმნილია თითოეული თავისთვის. იგი ტექსტის სრულყოფილი ნაკრებია. მისი გამოყენება მიზანშეწონილია სტუდენტისთვის როგორც საკლასო მუშაობის მიმდინარეობისას, ასევე, სწავლის პროცესში. პედაგოგებს და სტუდენტებს მისი ჩამოტვირთვა შეუძლიათ წიგნის ვებ-გვერდიდან (*www.academic.cengage.com*).

ელექტრონული რესურსები

Thomson South-Western უზრუნველყოფს სტუდენტებს და პედაგოგებს მრავალი ღირებული ელექტრონული რესურსით, რომლებიც ამ წიგნის ეფექტური შემავსებლებია. წიგნის ყოველი ახალი ეგზემპლიარი გამოდის რეგისტრაციის ბარათთან ერთად, რომელიც ხელმისაწვდომს ხდის Economic Applications-სა და InfoTrac College Edition-ს.

Economic Applications-ზე წვდომა

ამ ახალი სახელმძღვანელოს შესყიდვის შემთხვევაში მოიპოვებთ South-Western-ის Economic Applications-ის (EconApps) ვებ-გვერდზე წვდომას. EconApps-ის ვებ-გვერდზე შეგიძლიათ რეგულარულად თვალი ადევნოთ განახლებულ ინფორმაციას ეკონომიკური პროფილის სტუდენტებისა და პედაგოგებისთვის: EconDebate Online, EconNews Online, EconData Online, and EconLinks Online. ამ რესურსების დახმარებით სტუდენტები შეძლებენ გაიღრმავონ ეკონომიკური ცნებების ცოდნა, გააანალიზონ მიმდინარე ახალი ამბები, მოუსმინონ დებატებს სხვადასხვა პოლიტიკაზე და მიიღონ ეკონომიკური მონაცემები. EconApps დაეხმარება პედაგოგებს შეადგინონ დავალებები და მაგალითები მსოფლიოში მიმდინარე რეალურ ფაქტებზე დაყრდნობით.

EconDebates Online წარმოგვიდგენს თანამედროვე ეკონომიკურ პოლიტიკაზე დებატებს; ის მოიცავს მაჩვენებლებს საწყის ინფორმაციაზე დაყრდნობით და მათ ახსნას.

EconNews Online-ზე ხელმისაწვდომია უახლესი ეკონომიკური ამბების მოკლე მიმოხილვა და ასევე გვთავაზობს კითხვებს უფრო ღრმა განხილვებისთვის.

EconData Online არის მონაცემების ბანკი, სადაც ხელმისაწვდომია როგორც ძველი, ასევე, ახალი მონაცემები, თანდართული ახსნებით, ანალიზითა და დავალებებით.

EconLinks Online არის ეკონომიკური თემების საძიებო სისტემა, სადაც მოცემულია ძირითადი თემების ონლაინ ბმულები.

იმ სტუდენტებს რომელთაც სურთ შეიძინონ წვდომა *EconApps*-ზე, უნდა ეწვიონ ვებ-გვერდს *www.academic.cengage.com/economics*.

InfoTrac-ის ჯოლჯის გამომცემლობა

ამ ახალი სახელმძღვანელოს ყიდვის შემთხვევაში თქვენ მიიღებთ ოთხთვიან უფასო წვდომას *InfoTrac*-ზე. ეს არის ელექტრონულ მონაცემთა ძლიერი ბაზა, სადაც ხელმისაწვდომია ყველა სახის ათასზე მეტი სხვადასხვა გამომცემლობის მიერ გამოშვებული ცნობილი გამოცემები. პედაგოგებს შეუძლიათ მოძებნონ საკითხები და წასაკითხი მასალა სტუდენტებისთვის. სტუდენტებს შეუძლიათ მოიძიონ დამატებითი მასალა დავალებებისა და პროექტების შესასრულებლად. პუბლიკაციებში შეგიძლიათ იპოვოთ ინფორმაცია, როგორც ახალი მოვლენების შესახებ, ასევე თეორიულ განვითარებებზე. *InfoTrac College Edition* პედაგოგებს და სტუდენტებს აძლევს შესაძლებლობას გააერთიანონ ეკონომიკის შესწავლა და მისი გამოყენება.

მადლობას ვუხდით

ამ გამოცემის შესწორებასა და შევსებაში კომენტარების სახით თავიანთი წვლილის შეტანისათვის:

ტიბორ ბესედეს, ლუიზიანას სახელმწიფო უნივერსიტეტი
ელეინ პ. კატილინას, ამერიკული უნივერსიტეტი
იი დენგის, სამხრეთ მეთოდური უნივერსიტეტი
სილკ ფორბსის, კალიფორნიის უნივერსიტეტი – სან დიეგო
ჯოზეფ პ. ჰუგეს, რუტგერსის უნივერსიტეტი
ქიჰონგ ლიუს, ოკლაჰომას უნივერსიტეტი
რაგან პეტრიეს, ჯორჯიის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

ჩვენ ვეცადეთ ყველა მათგანის რჩევა გაგვეთვალისწინებინა, თუმცა, საბოლოო შედეგზე მათ პასუხისმგებლობა არ ეკისრებათ.

წიგნის ეს გამოცემა არის ქრის სნაიდერთან (დარმუთის კოლეჯი) თანაავტორობით პირველი გამოცემა. მე მოხარული ვარ, რომ მაქვს მასთან როგორც სამუშაო, ასევე, მეგობრული ურთიერთობა. ვიმედოვნებ ამ გამოცემას მრავალი სხვაც მოყვება. მსურს ასევე მადლობა გადავუხადო South-Western-ის ჯგუფს და განსაკუთრებით სუზან სმართს ამ გამოცემაში მისი ორგანიზაციული და მოლაპარაკებითი უნარების კიდევ ერთხელ გამოყენებისთვის. პროექტში მისი დროებით არყოფნის დროს ჩვენ დიდ პრობლემებს წავაწყდით.

ვიცი, რომ ამ ხელნაწერის რედაქტირება იყო ნამდვილად რუტინული სამუშაო. Newgen-Austin-ის გუნდმა დიდი სამუშაო გასწია, რომ ჩვენი ხელნაწერებისთვის ხორცი შეესხა. მაიკლ კუნკლერის მიერ წიგნის დიზაინმა ორ ურთულეს მიზანს მიაღწია – ტექსტი არის როგორც კომპაქტური, ასევე, მარტივად წასაკითხი. ქლიფ კალემეინმა შესანიშნავად უხელმძღვანელა წიგნის გამოცემას; განსაკუთრებით აღფრთოვანებული ვარ იმით, რა გზითაც მან კოორდინაცია გაუწია რედაქტირებისა და გვერდების დაბეჭდვის პროცესს.

როგორც ყოველთვის, ამჰერსტის კოლეჯის კოლეგებმა და სტუდენტებმაც შეიტანეს თავისი წვლილი ამ გამოცემაში. ფრანკ ვესტჰოპი დღემდე ჩემი წიგნის ყველაზე სანდო მომხმარებელია წლების განმავლობაში. ამ გამოცემაში (მისი თანხმობით) ის ძირითადად მუშაობდა ზოგად წონასწორობასა და ამ ნაწილის მნიშვნელოვნად გაუმჯობესებაზე.

ყოფილი სტუდენტების სიას – მარკ ბრუნი, ერიკ ბუდიში, ადრიან დილონი, დავიდ მაქოი, ტატიანა მამუტი, ქეითი მერილი, ჯორდან მილევი, დაგ ნორტონი, და ჯეფ როდმანი – რომელთა დახმარება ახლაც მეტად მნიშვნელოვანია, მსურს დავუმატო ანოფ მენონი, ვინც მეხმარებოდა ამოცანების ამოხსნაში, როდესაც მე მოთმინებას ვკარგავდი უსასრულო ალგებრული გამოთვლების დროს.

როგორც ყოველთვის, ახლაც, განსაკუთრებული მადლობა მინდა ვუთხრა ჩემს მეუღლეს, სუზანს. ჩემი მიკროეკონომიკის წიგნის ოცი გამოცემის შემდეგ ის იმოდოვნებს, რომ ეს კარგი საქმე ოდესმე დასრულდება. ჩემი შვილები (ქეითი, დავიდი, ტორი და პოლი), მიუხედავად მიკროეკონომიკის არცოდნისა, როგორც ჩანს, მშვენივრად ცხოვრობენ. მაგრამ ვიმედოვნებ ახალი თაობის (ბეტი, სარა, დავიდი, სოფია, აბბი) ზრდასთან ერთად, შეიძლება მათაც გაუღვივდეთ განათლებისადმი ინტერესი – მინიმუმ იმით მაინც დაინტერესდნენ, რომ გაიგონ, რას ეხება მათდამი მიძღვნილი წიგნი.

ვალტერ ნიკოლსონი
ამჰერსტი, მასაჩუსეტსი
ივნისი 2007

ჩემთვის დიდი პატივია წიგნის მეათე გამოცემაზე ვალტერ ნიკოლსონთან თანამშრომლობა. მე ამ სახელმძღვანელოთი ვასწავლიდი ჩემს პირველ კლასს მასაჩუსეტის ტექნოლოგიურ ინსტიტუტში და დღემდე ვიყენებ მას მიკროეკონომიკის კურსის შესასწავლად უკვე მეცამეტე წელია. ამ წიგნით ყოველთვის აღფრთოვანებული ვიყავი, რადგან ის მოიცავს ძალზე ბევრ ცნებას, რომელსაც პროფესიონალი ეკონომისტები იყენებენ, წიგნი, ასევე, მარტივად აღსაქმელია სტუდენტებისთვის. ჩემთვის გამოწვევა იყო შემენარჩუნებინა იგივე მაღალი დონის სტანდარტი ჩემს ნაწერშიც – თუმცა, ეს მიღწეული იქნა ვალტერის რჩევებით, მოთმინებითა და მაგალითებით, რისთვისაც მას მადლობას ვუხდი.

მოხარული ვიქნები თუ პედაგოგები და სტუდენტები მომწერენ თავიანთ შენიშვნებს ტექსტთან დაკავშირებით: (*Christopher.M.Snyder@dartmouth.edu*).

მინდა დიდი მადლობა ვუთხრა ყველას, ვინც ვალტერმა უკვე აღნიშნა. მადლობას ვუხდი გრეტჩენ ოტოს და მის კოლეგებს *Newgen-Austin*-ში, ასევე, მეტ დარნელს ჩემი ნაწილის რედაქტირებისთვის. მინდა გამოვთქვა ჩემი მადლიერება დარმუთის კოლეჯის მიმართ, რესურსებისა და ხელშემწყობი გარემოსთვის. ასევე, მადლობელი ვარ ეკონომიკის დეპარტამენტის კოლეგებისა დამხმარე დისკუსიებისათვის.

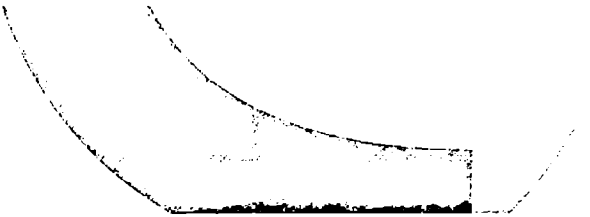
ასეთ პროექტში მონაწილეობის მიღება, რაღაც მხრივ, ოჯახური გადაწყვეტილებაა. გაწეული დახმარებისთვის, ბევრი უძილიო ღამისა და ჩემი მონოტონური ანგარიშების მოსმენისთვის მადლობა მინდა გადავუხადო ჩემს მეუღლეს მაურას. მადლობას ვუხდი ჩემს ქალიშვილებს კლარას, ტესის და მეგის კარგი მოქცევისთვის, რაც ნამდვილად დამეხმარა წერის პროცესში.

ქრისტოფერ სნაიდერი
ჰანოვერი, ნიუ ჰემპშირი
ივნისი 2007

შესავალი

თ ა ვ ი 1 ეკონომიკური მოდელები
თ ა ვ ი 2 მათემატიკა მიკროეკონომიკისათვის

ეს ნაწილი მხოლოდ ორ თავს მოიცავს. **პირველი თავი** მიმოიხილავს ეკონომისტებს მიერ ეკონომიკური ცვლების მოდელების შექმნის ძირითად მიდგომებს. **მეორე თავში** კი განხილულია რამდენიმე მათემატიკური ინსტრუმენტი, რომელიც გამოიყენება ამ მოდელების ასაგებად. მეორე თავში წარმოდგენილი მათემატიკური ინსტრუმენტები წიგნის დანარჩენ ნაწილშიც დაგვჭირდება.



1

ეკონომიკური მოდელები

წინამდებარე წიგნის მთავარი მიზანია მკითხველს გააცნოს ყველაზე მნიშვნელოვანი მოდელები, რომელებსაც ეკონომიკა იყენებს მომხმარებლების, ბაზრებისა და ფირმების ქმედების ლოგიკის ასახსნელად. ამ მოდელებს ეკონომიკურ სწავლებაში ცენტრალური ადგილი უკავია. ამიტომ აუცილებელია გვესმოდეს როგორც ამ მოდელების საჭიროება, ასევე, ის ძირითადი ჩარჩოები, რომელთა ფარგლებში ხდება მათი ფორმირება. წინამდებარე თავის მიზანია რამდენიმე კონცეპტუალური პრობლემის წამოწევა, რომლებიც განსაზღვრავენ ეკონომისტების მიდგომას მათთვის საინტერესო საკითხების შესწავლის დროს.

თეორიული მოდელები

თანამედროვე ეკონომიკა საკმაოდ რთული სისტემაა. ათასობით ფირმა მილიონობით სხვადასხვა პროდუქტის წარმოებით არის დაკავებული. მილიონობით ადამიანი განსხვავებულ სამუშაოებს ასრულებს და ამავდროულად იღებს გადაწყვეტილებას, თუ რომელი პროდუქტი შეიძინოს. მაგალითად, ავიღოთ მიწის თხილი. მიწის თხილი სათანადო დროს უნდა შეგროვდეს და გაიგზავნოს გადამამუშავებელ საწარმოში, სადაც მისგან მიწის თხილის კარაქს, ზეთს, გოზინაყს და სხვა დელიკატესს დაამზადებენ. გადამამუშავებლებმა, თავის მხრივ, უნდა იზრუნონ, რომ პროდუქტები ათასობით სავაჭრო ობიექტში მოთხოვნის შესაბამისად გადანაწილდეს.

იმის გამო, რომ ფაქტობრივად შეუძლებელია თუნდაც ამ მიწის თხილის ბაზრის ყველა მახასიათებლის აღწერა და გათვალისწინება, ეკონომისტები იძულებულნი გახდნენ რეალური სიტუაციიდან აბსტრაგირების მეშვეობით შეექმნათ შედარებით მარტივი მოდელები, რომლებიც ბაზრის მხოლოდ „აუცილებელ“ მახასიათებლებს მოიცავდა.სწორედ ისევე, როგორც საავტომობილო გზების რუკა მშვენივრად ასრულებს თავის დანიშნულებას მიუხედავად იმისა, რომ მასზე არ არის დატანილი ყველა სახლი და მაღაზია, ეკონომიკური მოდელები (მაგალითად, მიწის თხილის ბაზრის მოდელი), ასევე, წარმატებით ასრულებს თავის დანიშნულებას, მიუხედავად იმისა, რომ არ აღრიცხავს მიწის თხილის ბაზრის ყოველ წუთს. ამ წიგნში შევისწავლით ყველაზე ფართოდ გავრცელებულ ეკონომიკურ მოდელებს. დავინახავთ, რომ ურთულესი რეალური სამყაროსაგან ეს მოდელები საკმაოდ აბსტრაქტულია, თუმცა, ისინი მოიცავენ

იმ მთავარ მახასიათებლებს, რომლებიც საერთოა ყველას სახის ეკონომიკური აქტივობებისათვის.

მოდელებს ფართოდ იყენებენ სოციალურ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებებში. მაგალითად, ფიზიკაში „სრულყოფილი“ ვაკუუმის ან „იდეალური“ გაზის ცნებები წარმოადგენს აბსტრაგირებას, რაც საშუალებას აძლევს მეცნიერებს შეისწავლონ ბუნების ეს ფენომენი გამარტივებული მოდელის მეშვეობით. ქიმიაში ატომის ან მოლეკულის იდეა რეალურად წარმოადგენს ნივთიერების სტრუქტურის გამარტივებულ მოდელს. არქიტექტორები, თავის მხრივ, მაკეტებს იყენებენ შენობების დასაპროექტებლად. ტელევიზორის შესაკეთებლად მიმართავენ სქემებს, რომ მარტივად მიაგნონ პრობლემას. ეკონომიკური მოდელები მსგავს ფუნქციას ასრულებენ. ისინი გვაძლევენ გამარტივებულ სქემებს, თუ როგორ იღებენ ადამიანები გადაწყვეტილებებს, ასევე, როგორ იქცევიან ფირმები და რა გზებით ხდება ამ ორი ჯგუფის ურთიერთობით ბაზრის ფორმირება.

ეკონომიკური მოდელების შემოწმება

რა თქმა უნდა ყველა მოდელი „კარგი“ ვერ იქნება. მაგალითად, პლანეტების მოძრაობის პტოლემეს მიერ შემოთავაზებული მოდელი, რომელშიც დედამიწას ცენტრალური ადგილი ეკავა, გარკვეული დროის შემდეგ უარყოფილი იქნა, რადგან მან ვერ შეძლო სათანადოდ აეხსნა თუ როგორ მოძრაობდნენ პლანეტები მზის გარშემო. სამეცნიერო კვლევების მიზანია „ცუდი“ მოდელები „კარგისაგან“ გაარჩიოს. ეკონომიკური მოდელების შემოწმებისათვის ორ ძირითად მეთოდს იყენებენ: (1) პირდაპირი მეთოდი, რომელიც ცდილობს დაასაბუთოს ის ძირითადი დაშვებები, რასაც მოდელი ეყრდნობა; (2) არაპირდაპირი მეთოდი, რომელიც ცდილობს მოდელის მართებულობა შემდეგნაირად დაადასტუროს: აჩვენოს, რომ გამარტივებული მოდელი სწორად აკეთებს რეალური სამყაროს მოვლენების პროგნოზირებას. ამ ორ მიდგომას შორის მთავარი განსხვავების ილუსტრირებისათვის განვიხილოთ მოდელი, რომელსაც უფრო საფუძვლიანად წიგნის მომდევნო თავებში მივუბრუნდებით – კერძოდ, იმ ფირმის-მოდელი, რომელიც მოგების მაქსიმიზაციისაკენ ისწრაფვის.

მოგების მაქსიმიზაციის მოდელი

ფირმის მოდელი, რომელიც მოგების მაქსიმიზაციისკენ ისწრაფვის ფაქტიურად გამარტივებულ რეალობას ასახავს. იგი იგნორირებას უკეთებს ფირმის მენეჯერების პირად მოტივაციებს და არ ითვალისწინებს მათ შორის კონფლიქტების არსებობას. ამ მოდელის მიხედვით ფირმის ერთადერთი მიზანი მოგების მაქსიმიზაციაა; სხვა დანარჩენი მიზნები, როგორიცაა პრესტიჟის ან გავლენის ამაღლება, მიიჩნევა უმნიშვნელოდ. მოდელი გულისხმობს, რომ ფირმას საკმარისი ინფორმაცია გააჩნია საკუთარი დანა-

ხარჯების შესახებ, ასევე, მისი პროდუქტის გასაღების ბაზრის ბუნების შესახებ იმისათვის, რომ მიაგნოს მოგების მაქსიმიზაციისათვის საჭირო ბერკეტებს. ფირმების უმეტესობისათვის ამ სახის ინფორმაცია, რა თქმა უნდა, არ არის ადვილად ხელმისაწვდომი. მიუხედავად ამისა, შეიძლება ჩავთვალოთ, რომ მოდელის ნაკლოვანებები არ არის სერიოზული. არ არსებობს მოდელი, რომელიც სრულყოფილად ასახავს რეალობას. მთავარი საკითხია გავარკვიოთ შეიძლება თუ არა, რომ ეს მარტივი მოდელი ჩაითვალოს „კარგ" მოდელად.

დაშვებების ცესცირება

მოგების მაქსიმიზაციის მოდელის ერთ-ერთი ტესტი იკვლევს ძირითად დაშვებებს, რომლებსაც იგი ეყრდნობა: ნამდვილად ისწრაფიან კი ფირმები მოგების მაქსიმიზაციისკენ? რამდენიმე ეკონომისტმა ამ საკითხის შესწავლის მიზნით მენეჯერებს დაუგზავნა კითხვარები, რომლითაც მათ სთხოვდნენ დაეკონკრეტებინათ ფირმის მიზნები. კვლევების შედეგები საკმაოდ განსხვავდებოდა ერთმანეთისაგან. ეს ადამიანები ხშირად ასახელებდნენ არა მოგებას, არამედ სრულიად სხვა მიზნებს, ან ამტკიცებდნენ, რომ ისინი „მაქსიმუმს აკეთებენ" იმ შეზღუდულ ინფორმაციაზე დაყრდნობით, რომელზეც ხელი მიუწვდებათ. მეორე მხრივ, რესპონდენდენტების უმრავლესობა, ასევე აღნიშნავს, რომ მოგება საკმაოდ ძლიერი მოტივაციაა და მისი მაქსიმიზაცია ის ადექვატური მიზანია, რომლისკენაც ისინი მიისწრაფიან. ამრიგად, მოგების მაქსიმიზაციის მოდელის ტესტირება, რომელიც ჩატარდა ამ მოდელის ძირითადი დაშვებების გადამოწმებით, არ იძლევა სარწმუნო შედეგებს.

პროგნოზების ცესცირება

ზოგიერთი ეკონომისტი, მათ შორის მილტონ ფრიდმანი, საკამათოდ მიიჩნევს, რომ მოდელი შეიძლება შემოწმდეს მისი დაშვებების „რეალურობით".[1] ისინი თვლიან, რომ ყველა თეორიული მოდელი „არარეალისტურ" დაშვებებს ეყრდნობა; თავად თეორიების ბუნება მოითხოვს გარკვეული აბსტრაქციების აუცილებლობას. ეკონომისტები აკეთებენ დასკვნას – ერთადერთი გზა დამტკიცდეს მოდელის მართებულობა არის ის, რომ შემოწმდეს რამდენად სწორად აკეთებს მოდელი მომავლის პროგნოზირებას და რამდენად შეუძლია მას ახსნას რეალური სამყაროს მოვლენები. ეკონომიკური მოდელი საბოლოო ტესტირებას გადის მაშინ, როდესაც იგი არსებული ეკონომიკური მონაცემების მეშვეობით მოწმდება.

ფრიდმანი გვაძლევს ამ პრინციპის ძალიან მნიშვნელოვან ილუსტრაციას. იგი სვამს კითხვას – რა ტიპის თეორიის გამოყენებაა საჭირო, რომ აიხსნას ბილიარდის

[1] M. Friedman, Essays in Positive Economics (Chicago: University of Chicago Press, 1953), chap. 1. იმისათვის, რომ გაეცნოთ ალტერნატიულ შეხედულებას, რომელიც ამტკიცებს „რეალისტური" დაშვებების მნიშვნელობას, იხილეთ H. A. Simon, "Rational Decision Making in BusinessOrganizations," American Economic Review 69, no. 4 (September 1979): 493– 513.

მოთამაშეების დარტყმები? იგი ამტკიცებს, რომ სიჩქარის, აჩქარების კანონების, ასევე კუთხის ცნების გამოყენება თეორიული ფიზიკიდან იქნებოდა ის მოდელი, რაც საჭიროა ამ შემთხვევაში. ბილიარდის მოთამაშეები აკეთებენ თავიანთ დარტყმებს ისე, თითქოს აღნიშნული კანონების ცოდნის შესაბამისად მოქმედებენ. რა თქმა უნდა, მოთამაშეების გამოკითხვა, თუ რამდენად ზუსტად ესმით ის კანონები, რომლებიც საფუძვლად უდევს თამაშს, ცხადს გახდის, რომ მათ უდიდეს უმრავლესობას საკმაოდ ბუნდოვანი წარმოდგენა აქვს ფიზიკის კანონებზე. მიუხედავად ამისა, ფრიდმანი ამტკიცებს, რომ ფიზიკის კანონები ძალიან ზუსტ პროგნოზირებას იძლევა და ამიტომ იგი შესაძლებელია აღებულ იქნას როგორც შესაბამისი თეორიული მოდელი, თუ როგორ უნდა ითამაშონ ექსპერტებმა.

ზემოთქმულიდან გამომდინარე, მოგების მაქსიმიზაციის მოდელის ტესტი უნდა ჩატარდეს რეალური ფირმების მოქმედების პროგნოზირების მეშვეობით, იმის დაშვებით, რომ ფირმები მოქმედებენ ისე *თითქოს* ისინი მოგების მაქსიმიზაციას ახდენენ (იხ. მაგალითი 1.1). თუ ეს პროგნოზები გონივრულად ახლოსაა რეალობასთან, ჩვენ შეგვიძლია ჩავთვალოთ, რომ მოგების მაქსიმიზაციის ჰიპოთეზა მართებულია. ამასთან, უნდა უარვყოთ მოდელი, თუ აღმოჩნდა, რომ რეალური მონაცემები ამ მოდელის შედეგებს არ შეესაბამება. ამრიგად, ნებისმიერი თეორიის შემოწმება ხდება მისი უნარის მიხედვით – რამდენად მართებულად შეუძლია მას რეალური სამყაროს მოვლენების პროგნოზირება.

ემპირიული ანალიზის მნიშვნელობა

ამ წიგნის უპირველეს ამოცანას თეორიული მოდელების აგება წარმოადგენს. რა თქმა უნდა, ასეთი მოდელების მიზანი, უპირველეს ყოვლისა, რეალური სამყაროს შესახებ ცოდნის მიღებაა. ცხადია, გრძელი მაგალითების ჩართვა კიდევ უფრო გაზრდის უკვე საკმაოდ დიდი მოცულობის წიგნს[2], მაგრამ მაინც მართებულად მივიჩნიეთ და უმეტესი თავები მთავრდება დანართებით, რომლებიც გარდამავალ რგოლს წარმოადგენს წიგნში მოყვანილ თეორიულ მოდელებსა და ამ მოდელების რეალურ ემპირიულ კვლევებში გამოყენებას შორის.

ეკონომიკური მოდელების საერთო მახასიათებლები

ეკონომიკური მოდელების რაოდენობა, რომელიც ამჟამად გამოიყენება, ძალიან მრავალრიცხოვანია. სპეციფიკური დაშვებები, რომელთა საფუძველზეცაიგება მოდელები, მნიშვნელოვნად განსხვავდება ერთმანეთისაგან და დამოკიდებულია კონკრეტულ

[2] რეალური მაგალითებისათვის იხილეთ W. Nicholson and C. Snyder, Intermediate Microeconomics and Its Application, 11h ed. (Mason, OH: Thomson/Southwestern, 2007).

პრობლემაზე. მოდელები, რომლებიც შექმნილია ამერიკის შეერთებული შტატების მთლიანი ეკონომიკური აქტივობების აღწერისათვის, გაცილებით უფრო რთული და კომპლექსურია, ვიდრე ვთქვათ მხოლოდ არიზონას შტატის მარწყვის ბაზარი. მიუხედავად დიდი განსხვავებებისა, ყველა ეკონომიკური მოდელი სამ საერთო ელემენტს მოიცავს: (1) დაშვება – სხვა თანაბარი პირობები; (2) დაშვება – პირები, რომლებიც ეკონომიკურ აქტიობებში მონაწილეობენ მიისწრაფიან რაიმეს ოპტიმიზაციისაკენ; (3) მკვეთრი სხვაობა „პოზიტიურ“ და „ნორმატიულ“ საკითხებს შორის. იმის გამო, რომ ამ საკითხებს კიდევ არაერთხელ განვიხილავთ ამ წიგნში, სასარგებლო იქნება თითოეული მათგანი მოკლედ მიმოვიხილოთ.

დაშვება „სხვა თანაბარ პირობებში“

ისევე როგორც სხვა მეცნიერებებში, ეს მოდელი ეკონომიკაშიც გამოიყენება შედარებით მარტივი ურთიერთდამოკიდებულებების აღწერისათვის. ხორბლის ბაზარი, მაგალითად, შეიძლება მიზნად ისახავდეს აღწეროს ფასწარმოქმნა ხორბალზე შედარებით მცირე რაოდენობის ცვლადების მეშვეობით, როგორიცაა ფერმაში მომუშავე ადამიანების ხელფასი, ნალექების რაოდენობა და მომხმარებელთა შემოსავლები. მოდელში მონაცემთა სიმწირე საშუალებას იძლევა, რომ ხორბლის ფასწარმოქმნის კვლევისას ვისარგებლოთ გამარტივებული სურათით, გარკვეული ძალების მოქმედების კანონზომიერებების დასანახად. მკვლევარისათვის ცხადია, რომ მრავალი „გარე“ ძალა (როგორიცაა ხორბლის დაავადებები, ტრაქტორების ან სასუქის ფასების ცვლილება, პურის მოხმარებისადმი მომხმარებელთა დამოკიდებულება) ასევე, გავლენას ახდენს ხორბლის ფასზე, ეს სხვა ძალები უცვლელად ნარჩუნდება მოდელის აგებისას. ეკონომისტები არ თვლიან, რომ სხვა ფაქტორები არ ახდენენ გავლენას ხორბლის ფასზე; ითვლება რომ სხვა ასეთი ცვლადები უცვლელი რჩება კვლევის პერიოდში. ამგვარად, მხოლოდ რამდენიმე ძალის გავლენა შეიძლება შევისწავლოთ გამარტივებულ მოდელში. სხვა თანაბარ პირობებში დაშვება – ფაქტიურად ყველა ეკონომიკურ მოდელში გამოიყენება.

აღსანიშნავია, რომ რეალური მონაცემების საფუძველზე სხვა თანაბარ პირობებში დაშვების გამოყენებით შექმნილი ეკონომიკური მოდელების გადამოწმებისას გარკვეული სიძნელეები იქმნება. სხვა მეცნიერებებში ასეთი პრობლემები შეიძლება არც ისე მწვავედ იდგეს, რადგან არსებობს კონტროლირებადი ექსპერიმენტების ჩატარების საშუალება. მაგალითად, ფიზიკოსი რომელსაც სურს გადაამოწმოს მიზიდულობის კანონი, ალბათ არ გააკეთებს ამას ნიუ-იორკის ერთ-ერთი ცათამბჯენიდან საგნების გადმოგდებით. ამ სახით ჩატარებული ექსპერიმენტებისას ჩართული იქნება ძალიან ბევრი გარე ძალა (ქარის მიმართულება, ჰაერში ნაწილაკების არსებობა, ტემპერატურების სხვაობა და ა.შ.). ეს ექსპერიმენტის ზუსტი ტესტირების საშუალებას შეუშლის ხელს. ამის ნაცვლად, ფიზიკოსი ექსპერიმეტებს ლაბორატორიაში ნაწილობრივი ვაკუუმის პირობებში ჩაატარებს, რაც სხვა გარე ძალების მოქმედების გაკონტროლების ან სრულიად

ნეიტრალიზების საშუალებას მისცემს. ამრიგად, თეორია გადამოწმდება გამარტივებულ პირობებში ყველა იმ გარე ძალის მოქმედების გათვალისწინების გარეშე, რომელიც ასევე რეალურ პირობებში გავლენას ახდენს საგანზე თავისუფალი ვარდნის დროს.

რამდენიმე მნიშვნელოვანი გამონაკლისის გარდა, ეკონომისტებს საშუალება არ აქვთ კონტროლირებადი ექსპერიმენტების საშუალებით გადაამოწმონ თავიანთი მოდელები. თეორიების გადამოწმებისას გარე ძალების კონტროლისათვის ეკონომისტები იძულებულნი არიან დაეყრდნონ სტატისტიკურ მეთოდებს. სტატისტიკური მეთოდების გამოყენება კონტროლირებადი ექსპერიმენტის მეთოდის სახით სრულიად მისაღებია სხვა მეცნიერებებში, პრაქტიკაში ისინი მრავალ მწვავე საკითხს წამოწევენ წინ. ამის გამო, ეკონომიკაში სხვა თანაბარ პირობებში დაშვების ზუსტი განსაზღვრება და მისი გამოყენებით წამოჭრილი შეზღუდვები გაცილებით დიდ წინააღმდეგობებს ქმნის, ვიდრე ეს სხვა ლაბორატორიულ მეცნიერებებში შეიძლება წარმოიშვას.

ოპტიმიზაციის დაშვებები

მრავალი ეკონომიკური მოდელი იწყება დაშვებიდან, რომ ეკონომიკის მონაწილეები რაციონალურად მიისწრაფიან გარკვეული მიზნისაკენ. ჩვენ ძალიან მოკლედ შევეხეთ ამ დაშვებას, როდესაც ვსაუბრობდით მოგების მაქსიმიზაციაზე ორიენტირებულ ფირმებზე. მაგალითი 1.1 აჩვენებს, თუ როგორ შეიძლება ასეთი მოდელის გამოყენება შემოწმებადი წინასწარმეტყველების შესაქმნელად. წიგნში მოცემულ სხვა მაგალითებში შეხვდებით მომხმარებლებს, რომლებიც ცდილობენ თავიანთი კეთილდღეობის ამაღლებას; ფირმებს, რომლებიც ისწრაფიან დანახარჯების მაქსიმალური შემცირებისაკენ და სახელმწიფო რეგულაციებს, რომლებიც მიმართულია საზოგადოებრივი კეთილდღეობის ამაღლებისაკენ. ბევრი ეს დაშვება არარეალისტურია, მაგრამ ყველა მათგანმა ფართოდ დაიმკვიდრა ადგილი და ითვლება, რომ კარგი ამოსავალია ეკონომიკური მოდელების შესაქმნელად. ამგვარი აღიარების ორი შესაძლო მიზეზი არსებობს. პირველი, დაშვებების ოპტიმიზაცია აუცილებელია ზუსტი მოდელების შესაქმნელად, კერძოდ, ისეთი მოდელებისა, რომელთა ამოხსნა შესაძლებელია. ასეთი მოდელები შეიძლება წარმოვადგინოთ ისეთი მათემატიკური მექანიზმების მეშვეობით, რომლებიც, თავის მხრივ, პრობლემის ოპტიმიზაციაში დაგვეხმარება. მათემატიკური ტექნიკა, რომლის უკან გარკვეული ლოგიკა დგას, მეორე თავში იქნება განხილული. მეორე მიზეზი, თუ რატომაა პოპულარული ოპტიმიზებული მოდელები ისაა, რომ სრულიად ნათელია მათი ემპირიული ქმედითუნარიანობა. როგორც ეს რამდენიმე დანართშია ნაჩვენები, ასეთი მოდელები საკმაოდ კარგია რეალობის ასახსნელად. ამგვარად, ოპტიმიზებულმა მოდელებმა საკმაოდ დიდი ადგილი დაიკავა თანამედროვე ეკონომიკურ თეორიაში.

მაგალითი 1.2 მოგების მაქსიმიზაცია

მოგების მაქსიმიზაციის ჰიპოთეზა კარგ ილუსტრაციას იძლევა იმის შესახებ, თუ როგორ შეიძლება გამოვიყენოთ ოპტიმიზაციის დაშვებები ეკონომიკური ქცევის ემპირიულად გადამოწმებადი მტკიცებულებების გენერირებისათვის. ვთქვათ, ფირმას შეუძლია იმდენი გამოშვების რეალიზაცია, რამდენიც სურს p ფასად და წარმოების მთლიანი დანახარჯები (C) დამოკიდებულია წარმოებულ რაოდენობაზე (q). მაშინ მოგება შეიძლება წარმოვადგინოთ როგორც

$$\text{მოგება} = \pi = pq - C(q) \qquad \textbf{(1.1)}$$

მოგების მაქსიმიზაციისათვის უნდა დადგინდეს ის q რაოდენობა, რომელიც ტოლობის 1.1 მაქსიმალურ სიდიდეს იძლევა. ეს მარტივი ამოცანაა. ტოლობის 1.1 დიფერენცირებით და მისი წარმოებულის ნულთან გატოლებით პირველი რიგის პირობის მაქსიმუმს იძლევა:

$$\frac{d\pi}{dq} = p - C'(q) = 0 \text{ ან } p = C'(q) \qquad \textbf{(1.2)}$$

სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, მოგების მაქსიმიზაციის q^* გამოშვების დონე შეიძლება ვიპოვოთ ისეთი გამოშვების დონის გამოთვლით, რომლის დროსაც ფასი ზღვრული დანახარჯების ტოლია $C'(q)$. შეიძლება ეს თქვენთვის უკვე ცნობილია ეკონომიკის შესავალი კურსიდან. მიაქციეთ ყურადღება რომ ამ წარმოებულში ფირმისათვის ფასი წარმოდგენილია მუდმივას სახით, რადგან ფირმა არის ფასის მიმღები.

ტოლობა 1.2 მხოლოდ პირველი რიგის პირობის მაქსიმუმს იძლევა. თუ გავითვალისწინებთ მეორე რიგის პირობასაც, ეს დაგვეხმარება მივიღოთ მოდელის შედეგი, რომლის გადამოწმებაც შესაძლებელია. მეორე რიგის პირობა მაქსიმუმისათვის შემდეგ პირობას უნდა აკმაყოფილებდეს:

$$\frac{d^2\pi}{dq^2} = -C''(q) < 0 \text{ ან } C''(q^*) > 0 \qquad \textbf{(1.3)}$$

ანუ, ზღვრული დანახარჯები იზრდება q^*-ის დროს, თუ ეს არის სწორედ მაქსიმალური მოგების წერტილი.

ჩვენი მოდელის გამოყენებით შესაძლებელია „ვიწინასწარმეტყველოთ" თუ როგორ რეაგირებას მოახდენს ფირმა ფასის ცვლილებაზე. ამისათვის ვპოულობთ ტოლობის 1.2 დიფერენციალს p ფასის მიმართ, ვუშვებთ, რომ ფირმა აგრძელებს მო-

(გაგრძელება)

გების მაქსიმიზაციის q დონეზე მუშაობას:

$$\frac{d\left[p - C'(q^*) = 0\right]}{dp} = 1 - C''(q^*) \cdot \frac{dq^*}{dp} = 0. \tag{1.4}$$

მცირედი გარდაქმნების შემდეგ მივიღებთ

$$\frac{dq^*}{dp} = \frac{1}{C''(q^*)} > 0. \tag{1.5}$$

ბოლოს მოცემული უტოლობა ისევ და ისევ ასახავს ფაქტს, რომ ზღვრული დანახარჯი იზრდება მხოლოდ მაშინ, როცა q^* ნამდვილი მაქსიმუმია. ეს არის მოგების მაქსიმიზაციის ჰიპოთეზის ერთ-ერთი დამადასტურებელი პირობა – თუ სხვა დანარჩენი პირობები უცვლელია, ფასის მიმღები ფირმა ფასის ზრდაზე რეაგირებს გამოშვების გაზრდით. მეორე მხრივ, თუ ფირმა ფასის ზრდაზე გამოშვების შემცირებით პასუხობს, ჩვენს მოდელში რაღაც არ არის სწორი.

ეს ძალიან მარტივი მოდელია, იგი გვიჩვენებს თუ როგორი სახით იქნება წარმოდგენილი ამ წიგნში უმეტესი მასალა. კერძოდ, მოდელის პირველადი შედეგები მათემატიკურად იქნება გამოყვანილი და ნაჩვენები იქნება წარმოებული დადებითი იქნება თუ უარყოფითი.

შეკითხვა: როგორ შეიცვლება ამ მოდელის შედეგი, თუ ფირმის მიერ გამოშვებული პროდუქტის ფასი დამოკიდებული იქნება გაყიდული პროდუქტის რაოდენობაზე? როგორ იმუშავებს მოდელი თუ ფასის მიღების დაშვება უგულვებელყოფილი იქნება?

პოზიტივ-ნორმატივი განსხვავება

ბოლო ეტაპზე თითქმის ყველა ეკონომიკური მოდელი ცდილობს იპოვოს განსხვავება ე.წ. „პოზიტიურ“ და „ნორმატიულ“ კითხვებს შორის. აქამდე ჩვენ ძირითადად ყურადღებას ვაქცევდით ე.წ. „პოზიტიურ“ ეკონომიკურ თეორიებს. ასეთი თეორიები რეალურ სამყაროს წარმოადგენენ როგორც შესწავლის ობიექტს და ცდილობენ ახსნან ის ეკონომიკური ფენომენი, რომელსაც აკვირდებიან. პოზიტიური ეკონომიკა განსაზღვრავს რესურსების რეალურად განაწილებას. აღნიშნულისაგან განსხვავდება ე.წ. „ნორმატული“ ანალიზი, რომელიც იძლევა სრულიად გარკვეულ დირექტივებს თუ რა უნდა გაკეთდეს. ნორმატიული მიდგომის დირექტივიდან გამომდინარე, ეკონომისტები

იძლევიან რეკომენდაციებს თუ როგორ უნდა იყოს რესურსები განაწილებული. მაგალითად, ეკონომისტი, რომელიც პოზიტიურ ანალიზს აკეთებს, შეიძლება იკვლევდეს ფასების განსაზღვრას ამერიკის შეერთებული შტატების ჯანდაცვის ეკონომიკაში. ეკონომისტებს, ასევე, შეიძლება სურდეთ გაზომონ ჯანდაცვაში გადანაწილებული მეტი რესურსების დანახარჯები და სარგებელი. როდესაც ისინი ცალსახად ამტკიცებენ, რომ მეტი რესურსი *უნდა* მოხმარდეს ჯანდაცვას, ანალიზი ნორმატული ხდება.

ზოგი ეკონომისტი თვლის, რომ ერთადერთი სწორი ეკონომიკური ანალიზი პოზიტიური ანალიზია. საბუნებისმეტყველო მეცნიერებებთან ანალოგიით, ისინი ამტკიცებენ რომ „მეცნიერი" ეკონომისტები უნდა იღწვოდნენ მხოლოდ რეალურ სამყაროში ეკონომიკური მოვლენების აღწერისა და პროგნოზირებისათვის. ითვლება, რომ მორალური პოზიციების დაკავება ეკონომისტების კომპეტენციების მიღმაა. სხვა ეკონომისტები კი მიიჩნევენ, რომ პოზიტიურ-ნორმატული მიდგომის მკაცრი გამოყენება ეკონომიკური რეალიების მიერ არ არის გამართლებული. ისინი დარწმუნებულნი არიან, რომ ეკონომისტების კვლევები აუცილებლად მოიცავს მათ შეხედულებებს ეთიკის, მორალისა და სამართლიანობის შესახებ. ამ ეკონომისტების შეხედულებით, სამეცნიერო „ობიექტურობის" დევნა ამ სიტუაციაში სრულიად უსაგნოა. გარკვეული ორაზროვნების მიუხედავად, ამ წიგნში არის უმეტესად პოზიტიური ტონის შენარჩუნების მცდელობა და ნორმატული მოსაზრებები თქვენს განსასჯელად არის დატოვებული.

ღირებულების ეკონომიკური თეორიის განვითარება

ეკონომიკური აქტივობები განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია ყველა საზოგადოებისათვის, ამიტომ ნამდვილად გასაოცარია, რომ ამ აქტივობების შესწავლა ბოლო დრომდე არ მომხდარა. უმეტესად ითვლებოდა, რომ ეკონომიკური აქტივობები არ იყო იმდენად საინტერესო, რომ მათზე მომხდარიყო განსაკუთრებული ყურადღების შეჩერება. ცალკეული პიროვნებები სწავლობდნენ ეკონომიკურ აქტივობებს საკუთარი სარგებლის მისაღებად. რომაელი ვაჭრები მიისწრაფოდნენ სარგებელი ენახათ ტრანზაქციებიდან. მაგრამ ამ აქტივობების მკვლევარები სიღრმისეულად არ განიხილავდნენ ამ საკითხს მეთვრამეტე საუკუნემდე.[3] ეს წიგნი თანამედროვე ეკონომიკურ თეორიას შეეხება, ამდენად ჩვენი დისკუსია ამ თეორიის ისტორიული განვითარების შესახებ ძალიან მოკლე იქნება. ამჯერად ეკონომიკური თეორიის მხოლოდ ერთ ასპექტს განვიხილავთ - ღირებულების თეორიას განვითარების ისტორიულ კონტექსტში.

3 იხილეთ კლასიკური შრომა J. A. Schumpeter, History of Economic Analysis(New York: Oxford University Press, 1954), pt. II, chaps. 1–3.

ეკონომიკური შეხედულებები ღირებულებაზე

ღირებულების თეორია ცდილობს დაადგინოს პროდუქტის „ღირებულების“ ცნების დეტერმინანტები. ეს საკითხი თანამედროვე მიკროეკონომიკის თეორიის ყურადღების ცენტრშია და მჭიდროდაა დაკავშირებული რესურსების ალტერნატიული განაწილების პრობლემასთან. ლოგიკურია, რომ დავიწყოთ „ღირებულების“ ცნების განმარტებიდან. სამწუხაროდ, ამ ტერმინის მნიშვნელობა ყოველთვის როდი იყო შესატყვისი ისტორიული განვითარების ყველა ეტაპზე. დღეს ვთვლით, რომ ღირებულება პროდუქტის ფასის სინონიმია.[4] ძველი ფილოსოფოს-ეკონომისტები განსხვავებას ხედავდნენ პროდუქტის ფასსა და მის ღირებულებას შორის. ტერმინი „ღირებულება“ იმ დროს წარმოადგენდა „აუცილებლობის“, „მნიშვნელობის“ სინონიმებს. რადგან „ფასი“ და „ღირებულება“ დამოუკიდებელი კონცეფციები იყო, ისინი უნდა განსხვავდებოდნენ ერთმანეთისგან და ეკონომისტებიც ამ დისკუსიაში იყვნენ ჩართულნი. მაგალითად, წმიდა თომა აქვიტანელი თვლიდა, რომ ღირებულება ღვთისგანაა განსაზღვრული. ფასს ადამიანები აწესებდნენ, ამიტომ სრულიად შესაძლებელია ფასი ღირებულებისაგან განსხვავებული ყოფილიყო. ადამიანი, რომელსაც დაადანაშაულებდნენ პროდუქტის ღირებულებაზე მეტი ფასის დაწესებაში დამნაშავედ ცნობდნენ „უსამართლო“ ფასის დაწესებისათვის. მაგალითად, წმიდა თომა მიიჩნევდა, რომ სარგებლის „სამართლიანი“ უკუგება (ნორმა) ნული უნდა იყოს. ნებისმიერი გამსესხებელი, რომელიც ფულის გამოყენებისათვის გადასახადს მოითხოვდა, „არასამართლიან“ ფასს აწესებდა და დაგმობილი უნდა ყოფილიყო ეკლესიის მიერ (ზოგიერთ შემთხვევაში ასეც იყო).

თანამედროვე ეკონომიკური თეორიის საფუძვლები

მეთვრამეტე საუკუნის ბოლოს ფილოსოფოსებმა დაიწყეს ეკონომიკური საკითხების უფრო ღრმა მეცნიერული კვლევა. ადამ სმითის (1723-1790) მიერ *The Wealth of Nations*-ში 1776 წელს გამოშვებული პუბლიკაცია ფაქტიურად ითვლება თანამედროვე ეკონომიკური თეორიის დასაწყისად. ამ მოცულობით ყოვლისმომცველ ნაშრომში, სმითმა საფუძველი ჩაუყარა საბაზრო ძალების სისტემატური და მოწესრიგებული სახით კვლევას. სმითი და მისი უშუალო მემკვიდრეები, როგორიც იყო დავიდ რიკარდო (1772-1823) აგრძელებდნენ ფასისა და ღირებულების განსხვავების შეფასებას. სმითი თვლიდა, რომ პროდუქტის ღირებულება ნიშნავდა „ღირებულებას გამოყენებაში“, მაშინ როდესაც ფასი ასახავდა „ღირებულებას გაცვლაში“. ამ ორ კონცეფციას შორის განსხვავება ნაჩვენები იყო ცნობილი წყლისა და ბრილიანტის პარადოქსის მაგალითზე. წყალი, რომელსაც ცხადია გაცილებით მეტი ღირებულება აქვს გამოყენებაში, მცირე ღირებულება გააჩნია გაცვლაში (მას დაბალი ფასი აქვს); ბრილიანტებს მცირე პრაქტიკული გამოყენების მიუხედავად, ძალიან მაღალი ღირებულება აქვს გაცვლა-

4 ეს ბოლომდე ჭეშმარიტება არ არის - როდესაც ერთვება გარე ფაქტორები და უნდა განვასხვავოთ კერძო და სოციალური ღირებულებები (იხილეთ მეცხრამეტე თავი).

ში. პარადოქსი, რომელსაც ეჭიდებოდნენ ეკონომისტები, იქიდან გამომდინარეობდა, რომ ზოგიერთი ძალიან საჭირო საგანი დაბალფასიანი იყო, მაშინ როდესაც ზოგი ნაკლებად საჭირო საგანი ძალიან ძვირად ფასობდა.

გაცვლის ღირებულების საშუალო ძალის თეორია

სმითმა და რიკარდომ დამაკმაყოფილებლად ვერ ახსნეს წყლისა და ბრილიანტის პარადოქსი. ღირებულების კონცეფცია ფილოსოფოსებს დაუტოვეს მსჯელობის საგნად, ხოლო ეკონომისტებმა თავიანთი ყურადღება გაცვლაში ღირებულების დეტერმინანტების (ანუ ფარდობითი ფასების) ახსნისაკენ მიმართეს. ერთი ცხადი ახსნა ის არის, რომ პროდუქტის გაცვლის ღირებულება განისაზღვრება იმით, თუ რა ღირს მისი წარმოება. პროდუქტის წარმოების დანახარჯები, უპირველესად, სამუშაო ძალის ღირებულების ფუნქციაა – ყოველ შემთხვევაში რიკარდოსა და სმითის დროს ეს ასე იყო – ამიტომ ერთი ნაბიჯიღა რჩებოდა ღირებულების სამუშაო ძალის თეორიის შექმნამდე. სმითის მაგალითის პარაფრაზი რომ მოვიყვანოთ, თუ ირმის დაჭერა ორჯერ უფრო მეტ სამუშაო საათებს საჭიროებს, ვიდრე თახვის, მაშინ ორი თახვი ერთ ირემზე შეიძლება გაიცვალოს. სხვა სიტყვებით, ირმის ფასი ორჯერ უნდა აღემატებოდეს თახვის ფასს. ანალოგიურად, ბრილიანტი შედარებით ძვირია, რადგან ის წარმოებას მნიშვნელოვანი სამუშაო ძალა სჭირდება.

სტუდენტებისათვის, რომლებმაც უკვე გაიარეს მოთხოვნისა და მიწოდების კანონები, სმითისა და რიკარდოს განმარტებები შეიძლება არასრული მოეჩვენოთ. ნუთუ ვერ ამჩნევენ ისინი ფასზე მოთხოვნის გავლენას? პასუხი ამ კითხვაზე დადებითიც არის და უარყოფითიც. ხედავდნენ რა შედარებითი ფასების მკვეთრ ზრდასა და შემცირებას, ამ ცვლილებას ისინი უკავშირებდნენ მოთხოვნის ცვლილებას. მაგრამ მაინც ისინი ამ ცვლილებებს განიხილავდნენ როგორც დროებით განსაკუთრებულ შემთხვევას, რომელმაც მხოლოდ დროებით გადაძალა ფასები სამუშაო ძალის ღირებულებისგან. რადგან მათ ჯერ კიდევ არ ჰქონდათ გამოყენებაში ღირებულების თეორია, მოთხოვნას ხედავდნენ როგორც ფარდობითი ფასის შუალედურ დროებით განმსაზღვრელ ფაქტორს.

მარჯინალისტური (ზღვრული) რევოლუცია

1850-1880 წლებში ეკონომისტები უფრო მეტად რწმუნდებოდნენ, რომ სამუშაო ძალის ღირებულების თეორიის ადექვატური ალტერნატივის შესაქმნელად მათ სჭირდებოდათ მოხმარების ღირებულების თეორიის სრულყოფა. 1870-იან წლებში, ზოგიერთმა ეკონომისტმა აღმოაჩნა, რომ პროდუქტის აბსოლუტური სარგებლიანობა არ იყო საკმარისი მისი გაცვლის ღირებულების დასადგენად. ამ დროს მნიშვნელოვანი იყო *ბოლო მოხმარებული ერთეულის სარგებლიანობა*. მაგალითად, წყალი ნამდვილად ძალიან საჭიროა – იგი აუცილებელია სიცოცხლისათვის, მაგრამ რადგან წყალი შედა-

რებით უხვადაა, ერთი დამატებითი პინტის მოხმარებას სხვა თანაბარ პირობებში შედარებით დაბალი ღირებულება გააჩნია ადამიანებისათვის. „მარჟინალისტები“ იცავდნენ გამოყენებაში ღირებულების კონცეფციას, როგორც მთლიანი სარგებლიანობის იდეას – ინკრემეტულ ან ზღვრულ სარგებლიანობასთან, *ერთი დამატებითი ერთეულის სარგებლიანობა.*

გამოშვების ერთი დამატებითი ერთეულის (ინკრემენტული) მოთხოვნის თეორია ამჯერად დაუპირისპირდა სმითისა და რიკარდოს წარმოების დანახარჯების ანალიზს, რათა ფასის განსაზღვრის სრულყოფილი სურათი გამოკვეთილიყო.[5]

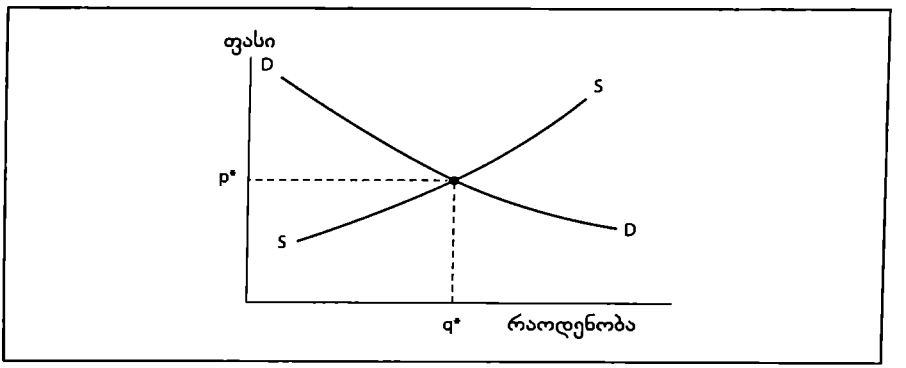
მარშალის მოთხოვნა-მიწოდების სინთეზი

მარჟინალური (ზღვრული) მტკიცებულებების ყველაზე ნათელი პრინციპები წარმოდგენილია ინგლისელი ეკონომისტის ალფრედ მარშალის (1842-1924) მიერ 1890 წელს გამოშვებულ წიგნში ეკონომიკის პრინციპები (*Principles of Economics*). მარშალმა უჩვენა, რომ მოთხოვნა და მიწოდება ერთდროულად მოქმედებს და ამ მოქმედების შედეგად განსაზღვრავს ფასს. მან აღნიშნა, რომ ისევე როგორც შეუძლებელია თქვა მაკრატლის რომელი პირი ჭრის, ასევე, შეუძლებელია ცალსახად დადგინდეს, რომ ცალკე მოთხოვნა ან მიწოდება განსაზღვრავს ფასს. ეს ანალიზი ილუსტრირებულია მარშალის ცნობილი „მკვეთი მრუდებით“, რომელიც ნაჩვენებია ნახაზზე 1.1. ამ დიაგრამაზე დროის ერთ პერიოდში შეძენილი პროდუქტის რაოდენობა მოცემულია ჰორიზონტალურ ღერძზე, მისი ფასი კი – ვერტიკალურზე. *DD* მრუდი წარმოადგენს პერიოდის განმავლობაში მოთხოვნილი პროდუქტის რაოდენობას ყოველი შესაძლო ფასის შემთხვევაში. მრუდს უარყოფითი დახრა აქვს და აღწერს მარჟინალურ (ზღვრულ) პრინციპს, რომლის თანახმადაც რაოდენობის ზრდასთან ერთად ადამიანებს სურთ ნაკლები გადაიხადონ ბოლო შეძენილ ერთეულში. სწორედ ბოლო ერთეულის ღირებულება აწესებს ფასს ყველა შეძენილი ერთეულისათვის. *SS* მრუდი უჩვენებს თუ როგორ იზრდება (მარჟინალური, ზღვრული) წარმოების დანახარჯები მეტი გამოშვების პირობებში. ეს ასახავს კიდევ ერთი ერთეულის წარმოების ზრდად დანახარჯებს მთლიანი გამოშვების ზრდის დროს. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, ზემოთ მიმართული *SS* მრუდი ასახავს ზრდად ზღვრულ დანახარჯს, ისევე როგორც ზღვრული ღირებულების შემცირებას ქვემოთ მიმართული *DD* მრუდი აჩვენებს. ორი მრუდი იკვეთება p^*, q^* წერტილში. ეს არის წონასწორობის წერტილი – მყიდველებიცა და გამყიდველებიც კმაყოფილნი არიან რაოდენობით, რომელიც გამოტანილია საავჭროდ და ფასით რომელიც არის დაწესებული. თუ ერთ-ერთი მრუდი გადაინაცვლებს, წონასწორობის

5 რიკარდომ გარკვეული პერიოდით ადრე გადადგა მნიშვნელოვანი ნაბიჯი მარჟინალური (ზღვრული) ანალიზის განვითარების გზაზე დისკუსიაში ქირის თაობაზე. მან წამოაყენა თეორია რომ მარცვლეულის წარმოების ზრდის კვალდაკვალ უკეთესი ხარისხის მიწის გამოყენება მოხდებოდა და ეს, თავის მხრივ, მარცვლეულის ფასს გაზრდიდა. თავის მტკიცებულებებში რიკარდომ ცხადად წარმოადგინა, რომ ზღვრული ფასი - ეს არის ფასი ერთი დამატებითი ერთეულისა, რომელიც მნიშვნელოვანია ფასწარმოქმნისათვის. მიაქციეთ ყურადღება, რომ რიკარდომ შეგნებულად შეინარჩუნა სხვა პარამეტრები უცვლელი, როდესაც მიწის კლებადი პროდუქტიულობა აღწერა. ეს არის შემთხვევა, როდესაც მან სხვა თანაბარ პირობებში დაშვების ერთი ვერსია გამოიყენა.

ნახაზი 1.1 მარშალის მოთხოვნა-მიწოდების „მკვეთი მრუდები“

მარშალმა წამოაყენა თეორია, რომ მოთხოვნა და მიწოდება ერთდროული მოქმედებით განსაზღვრავს წონასწორულ ფასს (p^*) და რაოდენობას (q^*), რომელიც ბაზარზე არის გამოტანილი. მან დაასკვნა, რომ შეუძლებელია ვთქვათ – მხოლოდ მოთხოვნა ან მხოლოდ მიწოდება განსაზღვრავს ფასს; ან მხოლოდ სარგებლიანობა ან დანახარჯები განსაზღვრავს გაცვლის ფასს.



წერტილი ახალ მდებარეობაში განთავსდება. ამიტომ ფასსა და რაოდენობას ერთდროულად განსაზღვრავს მოთხოვნა და მიწოდება.

პარადოქსი გადაწყვეტილია

მარშალის მოდელი ხსნის წყლისა და ბრილიანტის პარადოქსს. ფასები ასახავენ როგორ ზღვრულ შეფასებას, რომელსაც მომთხოვნი მხარე პროდუქტს მიაკუთვნებს, ასევე, ზღვრულ ღირებულებას, რომელიც წარმოების დანახარჯებიდან გამომდინარეობს. ამ კუთხით თუ შევხედავთ, მაშინ არანაირი პარადოქსი არ არსებობს. წყალს დაბალი ფასი აქვს, რადგან მას აქვს დაბალი ზღვრული ღირებულება, ასევე, წარმოების დაბალი დანახარჯები. მეორე მხრივ, ბრილიანტებს მაღალი ფასი აქვთ რადგან მათ აქვთ მაღალი ზღვრული ღირებულება (ადამიანები მზად არიან გადაიხადონ საკმაოდ დიდი თანხა კიდევ ერთი ერთეულისათვის) და გააჩნია წარმოების მაღალი ზღვრული დანახარჯები. მოთხოვნისა და მიწოდების ეს საბაზისო მოდელი უდევს საფუძვლად ანალიზს, რომელიც ამ წიგნშია წარმოდგენილი.

ზოგადი წონასწორობის მოდელები

მიუხედავად იმისა, რომ მარშალის მოდელი საოცრად სასარგებლო და უნივერსალურია, იგი ნაწილობრივ წონასწორულ მოდელს წარმოადგენს და ერთ ჯერზე მხოლოდ ერთ ბაზარზე განიხილება. ზოგიერთ შემთხვევაში ასეთი ხედვა ბარიერი ხდება

ბაზრებს შორის მნიშვნელოვანი ურთიერთკავშირების გამოსავლენად. უფრო ზოგად კითხვებზე პასუხის გასაცემად მთელი ეკონომიკის მოდელი გვესაჭიროება, რათა ადექვატურად აისახოს სხვადასხვა ბაზრებსა და ეკონომიკურ აგენტებს შორის კავშირები. ფრანგმა ეკონომისტმა ლეონ ვალრასმა (Leon Walras 1831-1910) საფუძველი ჩაუყარა საკითხების კვლევის თანამედროვე მეთოდს, რომელიც წარმოგვიდგენს დიდი რაოდენობით განტოლებებს და *ზოგადი წონასწორული ანალიზის* საშუალებას იძლევა. ვალრასმა დაინახა, რომ შეუძლებელია ვისაუბროთ ერთ ცალკე მდგომ იზოლირებულ ბაზარზე; საჭიროა შეიქმნას მოდელი, რომელიც საშუალებას მოგვცემს ერთ ბაზარზე მომხდარი ცვლილების ეფექტს სხვა ბაზარზე მის კვალდაკვალ მომხდარი მოვლენების მეშვეობით დავაკვირდეთ.

მაგალითი 1.6: წრფივი მოდელის მოთხოვნის მრუდი

გრაფიკული გამოსახვა გარკვეულ პირობებში სრულიად ადექვატურია, თუმცა ეკონომისტები მაინც ხშირად მიმართავენ მოდელების მათემატიკურ რეპრეზენტაციას, რათა ცხადი გახადონ და ზუსტად აჩვენონ თავიანთი მოსაზრებები. ელემენტარული მაგალითი – ვთქვათ, ჩვენ გვსურს შევისწავლოთ მიწის თხილის ბაზარი და ისტორიული მონაცემების სტატისტიკური დამუშავების მეშვეობით დავასკვენით, რომ ყოველკვირეულად მოთხოვნილი მიწის თხილის რაოდენობა (q, რომელიც ბუშელებით იზომება) დამოკიდებულია მიწის თხილის ფასზე (p, რომელიც არის დოლარი ბუშელზე) და ეს დამოკიდებულება შემდეგი განტოლებით შეიძლება გამოვსახოთ:

$$\text{მოთხოვნილი რაოდენობა} = q_D = 1{,}000 - 100p. \qquad (1.6)$$

ეს ტოლობა მხოლოდ ერთ დამოუკიდებელ p ცვლადს შეიცავს, ამიტომ სხვა ფაქტორებს, რომლებმაც შეიძლება გავლენა მოახდინოს მოთხოვნაზე, უცვლელად მივიჩნევთ. ტოლობა 1.6 გვიჩვენებს, რომ თუ სხვა პირობები უცვლელია, მაშინ, როცა ფასი არის 5 დოლარი ბუშელზე, მოთხოვნა იქნება 500 ბუშელ მიწის თხილზე, ხოლო 4 დოლარის შემთხვევაში 600 ბუშელზე. ტოლობაში p კოეფიციენტის უარყოფითი მნიშვნელობა ასახავს ზღვრულ პრინციპს, რომ დაბალი ფასი ნიშნავს მეტი რაოდენობით მიწის თხილის შეძენას.

ფასწარმოქმნის ამ მარტივი მოდელის დასამთავრებლად წარმოვიდგინოთ, რომ მიწოდებული რაოდენობა, ასევე, ფასზეა დამოკიდებული:

$$\text{მიწოდებული რაოდენობა} = q_s = 125 + 125p. \qquad (1.7)$$

აქ ფასის დადებითი კოეფიციენტი, ასევე, ზღვრულ პრინციპს ასახავს – მაღალი ფასი მიწოდების კიდევ მაღალ დონეს გამოიწვევს – უპირველეს ყოვლისა იმიტომ, რომ (როგორც მაგალითში 1.1 ვნახეთ) იგი საშუალებას აძლევს კომპანიებს წარმოების უფ-

რო მაღალი ზღვრული დანახარჯები ჰქონდეთ დამატებით ერთეულზე დანაკარგების გარეშე.

წონასწორული ფასის დადგენა. ტოლობები 1.6 და 1.7 ასახავს მიწის თხილის ბაზრის საფასო მოდელს. წონასწორული ფასი შეიძლება ვიპოვოთ მოთხოვნილი და მიწოდებული რაოდენობების გატოლებით:

$$q_D = q_s \tag{1.8}$$

ანუ

$$1{,}000 - 100p = -125 + 125p \tag{1.9}$$

ანუ

$$225p = 1{,}125, \tag{1.10}$$

აქედან გამომდინარე

$$p^* = 5. \tag{1.11}$$

თუ ფასი არის 5 დოლარი ბუშელზე, მაშინ ბაზარი წონასწორულ მდგომარეობაშია; ამ ფასის შემთხვევაში ადამიანებს სურთ იყიდონ 500 ბუშელი პროდუქტი და ეს არის სწორედ ის რაოდენობა, რაც უნდა მიაწოდონ მწარმოებლებმა ბაზარს. წონასწორობა გრაფიკულად ნაჩვენებია ნახაზზე 1.2 როგორც D და S მრუდების კვეთა.

უფრო ზოგადი მოდელი. მოთხოვნა-მიწოდების მოდელის ილუსტრირებისათვის უფრო ზოგად ხედვას მივმართოთ. ვთქვათ, მოთხოვნისა და მიწოდების ფუნქციები მოცემულია ტოლობით

$$q_D = a + bp \text{ ან } q_S = c + dp \tag{1.12}$$

სადაც a და c მუდმივია, რომელიც შეიძლება გამოვიყენოთ მოთხოვნისა და მიწოდების მრუდების გადასაადგილებლად, b (<0) და d (>0) ასახავს მიმწოდებლებისა და მომხმარებლების რეაქციას ფასზე.

$$\begin{gathered} q_D = q_S \text{ ან} \\ a + bp = c + dp \end{gathered} \tag{1.13}$$

ამრიგად, წონასწორული ფასი მოცემულია[6]

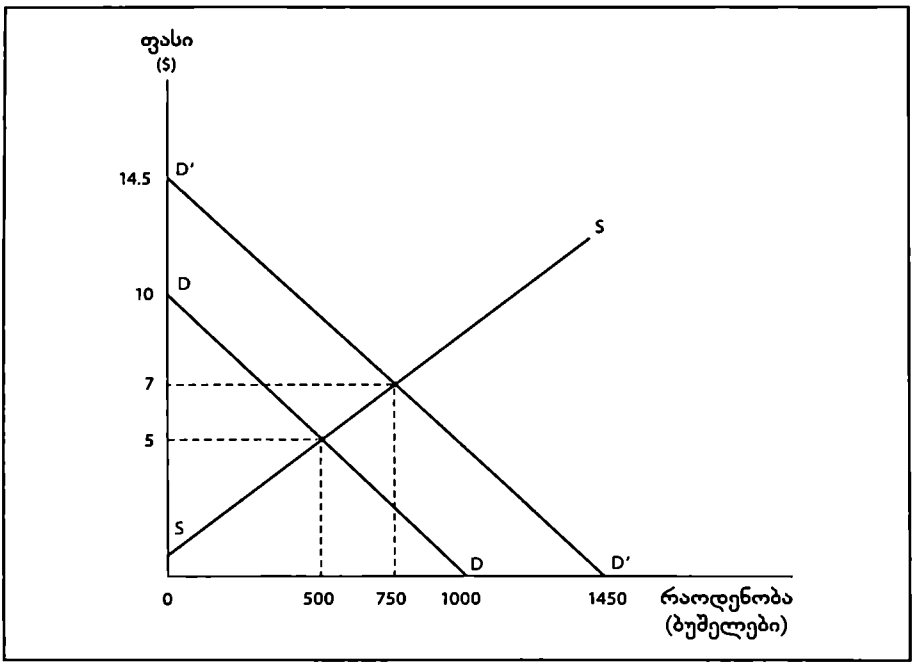
$$p^* = \frac{a-c}{d-b}. \tag{1.14}$$

6 ტოლობას 1.4 ზოგჯერ მოთხოვნა - მიწოდების ტოლობის 1.12 და 1.13 სტრუქტურული მოდელის „შემცირებულ ფორმას" უწოდებენ და უჩვენებს რომ ენდოგენული p ცვლადის წონასწორული ღირებულება მთლიანად დამოკიდებულია მხოლოდ ამ მოდელის ეგზოგენურ (a და d) ფაქტორებზე და b და d პარამეტრებზე. მსგავსი ტოლობა შეიძლება გავთვალოთ წონასწორული რაოდენობისათვის.

(გაგრძელება)

ნახაზი 1.2 მოთხოვნა – მიწოდების წონასწორობის ცვლილება

თავდაპირველი მოთხოვნა – მიწოდების წონასწორობა ნაჩვენებია D და S-ის გადაკვეთით ($p^* = 5$, $q^* = 500$). როდესაც მოთხოვნა გადაინაცვლებს $q_{D'} = 1.450 - 100p$ (რომელიც აღნიშნულია როგორც D'), წონასწორობა გადაინაცვლებს $p^* = 7$, $q^* = 750$ წერტილში.



მიაქციეთ ყურადღება, რომ ჩვენს წინა მაგალითში $a = 1000$, $b = -100$, $c = -125$, $d = 125$, ამრიგად,

$$p^* = \frac{1,000 + 125}{125 + 100} = \frac{1,125}{225} = 5. \qquad \textbf{(1.15)}$$

ამ შედარებით ზოგადი ფორმულირების მეშვეობით შეიძლება კითხვები დავსვათ თუ როგორ შეიძლება შეიცვალოს წონასწორული ფასი მოთხოვნის ან მიწოდების მრუდის გადაადგილების შემთხვევაში. მაგალითად, ტოლობის 1.14 დიფერენცირება გვიჩვენებს, რომ

$$\frac{dp^*}{da} = \frac{1}{d-b} > 0,$$
$$\frac{dp^*}{dc} = \frac{-1}{d-b} < 0 \qquad \textbf{(1.16)}$$

ეს ნიშნავს, რომ მოთხოვნის ზრდა (a-ს ზრდა) ზრდის წონასწორულ ფასს, მაშინ როცა მიწოდების ზრდა (c-ს ზრდა) ამცირებს ფასს. სწორედ ამას ეფუძნება მოთხოვნა-მიწოდების მრუდების გრაფიკული ანალიზი. მაგალითად, ნახაზი 1.2 გვიჩვენებს, რომ თუ მუდმივა a აღწევს მნიშვნელობას 1450, წონასწორული ფასი $p^* = 7$ [= (1,450 + 125)/225].

შეკითხვა: როგორ შეიძლება გამოიყენოთ ტოლეობა 1.16, რომ გააკეთოთ პროგნოზირება – a-ს ერთი ერთეულით ზრდა როგორ ეფექტს მოახდენს ფასზე? რამდენად სწორად ახერხებს ეს ტოლობა გაითვალოს ფასის ზრდა a-ს მნიშვნელობის 1000-დან 1450-მდე ზრდის შემთხვევაში?

მაგალითად, ვთქვათ, მოთხოვნა მიწის თხილზე გაიზარდა. ამის გამო ფასი გაიზრდება. მარშალის ანალიზი ამ შემთხვევაში დაიწყებოდა მოთხოვნისა და მიწოდების პირობების შემოწმებით მიწის თხილის ბაზარზე. ზოგადი წონასწორობის ანალიზი დაუკავშირდება არა მხოლოდ ამ ბაზარს, არამედ, ასევე, სხვა ბაზრებზე გავლენასაც. მიწის თხილის ბაზარზე ფასის აწევა მიწის თხილის კარაქის მწარმოებლების დანახარჯებს გაზრდის, რაც შეცვლის მათთვის მიწოდების მრუდს. შესაბამისად, ფასის ზრდა, ასევე, ნიშნავს მიწის ფასის ზრდას მიწის თხილის მომყვანი ფერმერებისათვის. ეს, თავის მხრივ, გავლენას მოახდენს ყველა იმ პროდუქტის მოთხოვნის მრუდზე, რასაც ისინი იძენენ. მოთხოვნის მრუდი ავტომობილებზე, ავეჯსა და ევროპის ტურებზე გადაადგილდება და ამ პროცესმა შეიძლება დამატებითი შემოსავლები მოუტანოს ამ პროდუქტების მიმწოდებლებს. ამრიგად, მიწის თხილის მოთხოვნის თავდაპირველი ზრდის ეფექტი გავრცელდება მთელ ეკონომიკაზე. ზოგადი წონასწორობის ანალიზი ცდილობს შექმნას მოდელები, რომლებიც საშუალებას მოგვცემს ასეთი ეფექტები გამოვიკვლიოთ შედარებით გამარტივებული სახით. ამ სახის რამდენიმე მოდელი აღწერილია თავში 13.

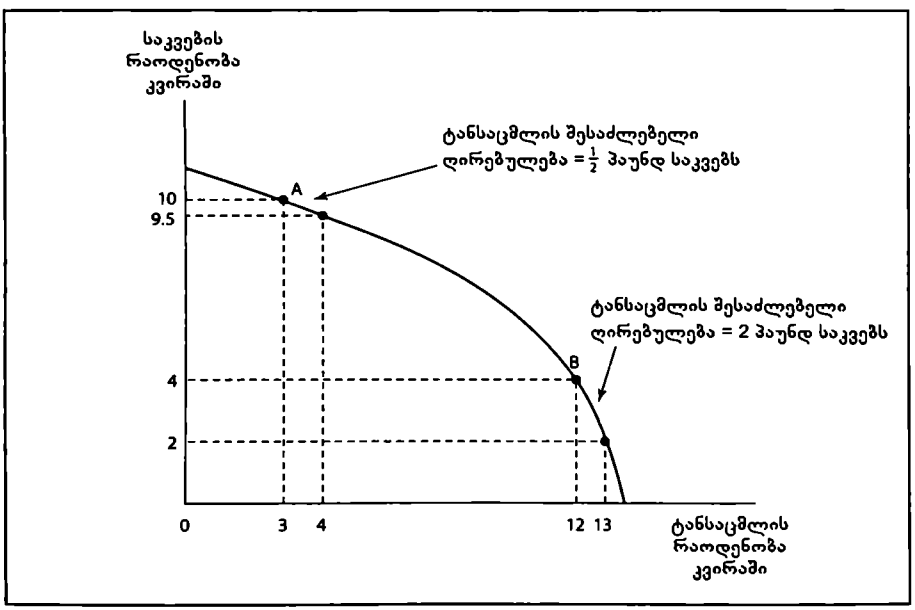
საწარმოო შესაძლებლობების საზღვარი

აქ ჩვენ მოკლედ წარმოგიდგენთ რამდენიმე ზოგად იდეას წონასწორობის თაობაზე კიდევ ერთი ნახაზის მეშვეობით, რომელიც ალბათ გახსოვთ ეკონომიკის შესავალი კურსიდან – საწარმოო შესაძლებლობების საზღვარი. ეს ნახაზი გვიჩვენებს ორი პრო-

დუქტის სხვადასხვა რაოდენობას, რომელიც შეუძლია ეკონომიკას გამოუშვას ხელმისაწვდომი რესურსებით დროის გარკვეული პერიოდის (ვთქვათ ერთი კვირის) განმავლობაში. რადგან წარმოების შესაძლებლობების საზღვარი გვიჩვენებს ორ პროდუქტს, მარშალის მოდელში ერთი პროდუქტისაგან განსხვავებით, იგი გამოიყენება როგორც ძირითადი ელემენტი ზოგადი წონასწორობის მოდელის აგებისას.

ნახაზი 1.3 საწარმოო შესაძლებლობების საზღვარი

საწარმოო შესაძლებლობების საზღვარი აჩვენებს ორი პროდუქტის განსხვავებულ კომბინაციას, რომელიც იწარმოება შეზღუდული რესურსების პირობებში. იგი, ასევე,გვიჩვენებს ერთი პროდუქტის დამატებით წარმოების ალტერნატიულ ღირებულებას, რაც არის მეორე პროდუქტის ის რაოდენობას რომელიც ვერ-ღარ იწარმოება. ტანსაცმლის წარმოების ორი სხვადასხვა დონის ალტერნატიული ღირებულება შეიძლება დაინახოთ *A* და *B* წერტილების შედარებით.



ნახაზი 1.3 გვიჩვენებს წარმოების შესაძლო საზღვარს ორი პროდუქტისათვის – საკვებისა და ტანსაცმლისათვის. ნახაზი ასახავს ამ პროდუქტის მიწოდებას მათი კომბინაციის ჩვენებით შესაბამისი რესურსების საშუალებით. მაგალითად, შეიძლება იწარმოოს 10 პაუნდი საკვები და 3 ერთეული ტანსაცმელი, ან 4 პაუნდი საკვები და 12 ერთეული ტანსაცმელი. ასევე შესაძლოა ბევრი სხვა კომბინაციის ჩვენება. წარმოების შესაძლო საზღვარი ყველა შესაძლო ვარიაციას გვიჩვენებს. საკვებისა და ტანსაცმლის წარმოების კომბინაციები ამ საზღვრის მიღმა შეუძლებელია, რადგან არ არსებობს მეტი ხელსმისაწვდომი რესურსი. წარმოების შესაძლებლობების საზღვარი გვახსენებს

ეკონომიკის ფუნდამენტურ ფაქტს, რომ რესურსები შეზღუდულია და არ არის საკმარისი ყველა სასურველი პროდუქტის წარმოებისათვის

შეზღუდულობა ნიშნავს, რომ უნდა გავაკეთოთ არჩევანი რა რაოდენობის პროდუქტი ვაწარმოოთ. ნახაზი 1.3 ნათელს ხდის, რომ ყოველ გადაწყვეტილებას თავისი ღირებულება გააჩნია. მაგალითად, თუ ეკონომიკა აწარმოებს 10 პაუნდ საკვებს და 3 ერთეულ ტანსაცმელს *A* წერტილში, ერთით მეტი ერთეული ტანსაცმლის გამოშვება „ეღირება“ ნახევარი პაუნდი საკვები – ანუ ტანსაცმლის გამოშვების ერთი ერთეულით მომატება ნიშნავს რომ საკვების წარმოება უნდა შემცირდეს ნახევარი პაუნდით. ამრიგად, შესაძლებელი ღირებულება 1 ერთეული ტანსაცმლისათვის *A* წერტილში არის ½ პაუნდი საკვები. მეორე მხრივ, თუ ეკონომიკა თავდაპირველად აწარმოებს 4 პაუნდ საკვებს და 12 ერთეულ ტანსაცმელს *B* წერტილში, 2 ერთეული ტანსაცმლის წარმოება 2 პაუნდი საკვები ეღირება. რადგან როგორც რიკარდოს ასევე მარშალის აზრით ინკრემენტული დანახარჯების გაზრდა ნიშნავს, რომ ტანსაცმლის დამატებითი ერთეულის დამზადების ალტერნატიული ღირებულება შეიძლება უფრო მაღალი იყოს *B* წერტილში *A*-თან შედარებით. სწორედ ეს ეფექტია ნაჩვენები ნახაზზე 1.3.

წარმოების შესაძლებლობების საზღვარი ორ ზოგად წონასწორულ იდეას ხდის ცხადს, რაც მარშალის ერთი ბაზრის მოთხოვნა-მიწოდების მოდელში არ ჩანს. პირველი, ნახაზი უჩვენებს რომ ერთით მეტი პროდუქტის წარმოება ნიშნავს სხვა პროდუქტის ნაკლები რაოდენობით გამოშვებას, რადგან რესურსები შეზღუდულია. ეკონომისტები ხშირად (ალბათ ძალიან ხშირად!) ხმარობენ გამონათქვამს „უფასო ლანჩი არ არსებობს“. ამით ხსნიან, რომ ყოველ ეკონომიკურ ქმედებას თავისი ალტერნატიული ღირებულება გააჩნია. მეორე, წარმოების შესაძლებლობების საზღვარი გვიჩვენებს, რომ ორი პროდუქტის ალტერნატიული ღირებულება დამოკიდებულია თითოეული პროდუქტის წარმოებულ რაოდენობაზე. საზღვარი გავს ორი პროდუქტის მიწოდების მრუდს: იგი გვიჩვენებს ერთი დამატებითი ერთეულის წარმოების ალტერნატიულ ღირებულებას როგორც მეორე პროდუქტის რაოდენობის შემცირებას. ამიტომ წარმოების შესაძლებლობების საზღვარი განსაკუთრებით სასარგებლოა ერთდროულად რამდენიმე ბაზრის შესასწავლად.

მაგალითი 1.3 წარმოების შესაძლებლობების საზღვარი და ეკონომიკური ალტერნატივა

ზოგადი წონასწორობის მოდელები კარგი შესაძლებლობაა ეკონომიკური აქტივობების ეფექტიანობის შესასწავლად. როგორც თავში 13 ვნახავთ, ასეთი მოდელები გამოიყენებოდა მრავალი სხვადასხვა პოლიტიკის შესაფასებლად, როგორიცაა სავაჭრო მოლაპარაკებები, გადასახადების სტრუქტურა და გარემოს რეგულაციები. ამ მარტივ მაგალითში ჩვენ ვიკვლევთ ეფექტიანობის იდეას.

ვთქვათ, ეკონომიკა ორ პროდუქტს აწარმოებს – x და y-ს, რომელიც იყენებს მხოლოდ სამუშაო ძალას. x პროდუქტის საწარმოო ფუნქცია არის $x = l_x^{0.5}$ (სადაც l_x არის ამ პროდუქტის შექმნისთვის საჭირო სამუშაო ძალის რაოდენობა). წარმოების ფუნქცია მეორე პროდუქტისათვის არის $y = 2l_y^{0.5}$, ხელმისაწვდომი სამუშაო ძალა შეზღუდულია

(გაგრძელება)

$l_x + l_y \le 200$. საწარმოო შესაძლებლობების საზღვრის აგება ამ ეკონომიკაში ზედმიწევნით მარტივია:

$$l_x + l_y = x^2 + 0.25y^2 \le 200 \qquad (1.17)$$

თუ ეკონომიკა აპირებს რაც შეიძლება მეტის წარმოებას (ამის გამო ალბათ ამას ჰქვია „საზღვარი"). ტოლობა 1.17 აჩვენებს, რომ აქ საზღვარს აქვს ელიფსის მეოთხედის ფორმა.

ალტერნატიული ღირებულება. დავუშვათ, ეკონომიკა საზღვარზე ოპერირებს, x პროდუქტის ალტერნატიული ღირებულება შეიძლება გამოვიყვანოთ შემდეგნაირად:

$$y^2 = 800 - 4x^2 \text{ ან } y = \sqrt{800 - 4x^2} = \left[800 - 4x^2\right]^{0.5} \qquad (1.18)$$

და შემდეგ ამ გამოსახულების დიფერენცირებით:

$$\frac{dy}{dx} = 0.5\left[800 - 4x^2\right]^{-0.5}(-8x) = \frac{-4x}{y}. \qquad (1.19)$$

ვთქვათ, ამ ორ პროდუქტს შორის სამუშაო ძალა თანაბრადაა გადანაწილებული. მაშინ $x = 10$, $y = 20$ და $dy/dx = -4\ (10)/20 = -2$. სამუშაო ძალის აღნიშნული განაწილებით x-ის გამოშვების ყოველი ერთეულით გაზრდა გამოიწვევს y-ის გამოშვების ორი ერთეულით შემცირებას. ეს შეიძლება გადავამოწმოთ ცოტა განსხვავებული გადანაწილების მეშვეობით, $l_x = 101$, $l_y = 99$. ამჯერად წარმოება $x = 10{,}05$, $y = 19{,}9$. ამ ალტერნატიული გადანაწილებისაკენ მოძრაობისას გვექნება:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(19.9 - 20)}{(10.05 - 10)} = \frac{-0.1}{0.05} = -2,$$

რაც ზუსტად ის არის, რაც ჩვენ ალგებრული გათვლებით მივიღეთ.

ჩაზნექილობა. გამოსახულება 1.19 ნათლად აჩვენებს საწარმოო შესაძლებლობების საზღვრის ჩაზნექილობას. საზღვრის დახრილობა უფრო ციცაბო (უარყოფითი) ხდება

x-ის გამოშვების ზრდის და y-ის შემცირებით. მაგალითად, თუ სამუშაო ძალა გადანაწილებულია ისე რომ $l_x = 144$ და $l_y = 56$, მაშინ გამოშვება იქნება $x = 12$ და $y = 15$. ამრიგად, $dx/dy = -4(12)/15 = -3,2$. x-ის გაფართოებული წარმოების პირობებში, კიდევ ერთი x-ის ალტერნატიული ღირებულება y-ის 2-დან 3,2-მდე იზრდება.

არაეფექტიანობა. თუ ეკონომიკა თავისი საწარმოო შესაძლებლობების საზღვრის შიგნით ოპერირებს, მაშინ იგი არაეფექტიანად მუშაობს. ამ საზღვრის გარეთ გამოსვლამ შეიძლება გაზარდოს ორივე პროდუქტის გამოშვება. ამ წიგნში ჩვენ ასეთი სახის არაეფექტიანობის მრავალ მიზეზს შევეხებით. ეს როგორც წესი შედეგია ზოგიერთი ბაზრის უუნარობისა სწორად ფუნქციონირებდეს. ამის ილუსტრირებისათვის დავუშვათ, რომ სამუშაო ძალის ბაზარი აღნიშნულ ეკონომიკაში კარგად არ მუშაობს და 20 მუშაკი მუდმივად უმუშევარია. ამ შემთხვევაში საწარმოო შესაძლებლობების საზღვარი

$$x^2 + 0.25y^2 = 180 \qquad (1.20)$$

და გამოშვებების კომბინაციები, რომელიც ადრე აღვწერეთ შეუძლებელია შევინარჩუნოთ. მაგალითად, თუ $x = 10$-ს, მაშინ y-ის გამოშვება $y \approx 17,9$. დაახლოებით 2,1 ერთეულის დანაკარგი y გამოშვებაში არის სწორედ სამუშაო ძალის ბაზრის არაეფექტიანობის შედეგი. ანალოგიურად, თუ სამუშაო ძალის 180 ერთეულის მიწოდება თანაბრად არის გადანაწილებული ორი პროდუქტის წარმოებაზე, მაშინ გვექნება $x \approx 9,5$ და $y \approx 19$, და არაეფექტიანობა ორივე პროდუქტის წარმოებაში იჩენს თავს – სამუშაო ძალის ეფექტიანი გამოყენების შემთხვევაში ორივე პროდუქტის წარმოება მეტი რაოდენობით იქნებოდა შესაძლებელი.

შეკითხვა: როგორ შეიძლება ამ მოდელში სამუშაო ძალის არაეფექტიანობა მხოლოდ x პროდუქტის წარმოებით გაიზომოს? როგორ შეიძლება სამუშაო ძალის არაეფექტიანობა მხოლოდ y პროდუქტის წარმოებით გაიზომოს? როგორ შეძლებთ ერთი რიცხვით გაზომოთ არაეფექტიანობა, თუ ორივე პროდუქტზე სამუშაო ძალა თანაბრადაა გადანაწილებული?

ჯვთიდღოობის ეკონომიკა

რესურსების საფასო განაწილების ახსნით საფუძველი ჩაეყარა იდეას, რომელიც პირველად ადამ სმითმა გაახმოვანა – სწორად ფუნქციონირებად ბაზარს გააჩნია „უხილავი ხელი“, რომელიც ეხმარება მას რესურსების ეფექტიან გადანაწილებაში. სახელმძღვანელოს მომდევნო ნაწილებში ჩვენ ჩავუღრმავდებით აქ წარმოდგენილ ზოგიერთ საკითხს.

თანამედროვე განვითარება

ეკონომიკაში კვლევითი აქტივობები ძალიან სწრაფად განვითარდა მეორე მსოფლიო ომის შემდგომ. ამ წიგნის მთავარი მიზანია შეაჯამოს ამ კვლევების უმრავლესობა. წინამდებარე წიგნი ილუსტრირებას აკეთებს თუ როგორ ცდილობდნენ ეკონომისტები შეექმნათ მოდელები უფრო და უფრო მეტად გართულებული ეკონომიკური აქტივობების ცალკეული ასპექტების ასახსნელად და იმედია დაგეხმარებათ დარჩენილ ამოუცნობ კითხვებზე პასუხის გასაცემად.

ეკონომიკური მოდელების მათემატიკური საფუძვლები

მაკროეკონომიკური თეორიის ომისშემდგომი განვითარების მთავარი მიმართულება იყო ინდივიდებისა და ფირმების შესახებ გაკეთებული ძირითადი დაშვებების ახსნა და ფორმალიზება. ამ განვითარების პირველი უმნიშვნელოვანესი ნაბიჯი იყო პოლ სამუელსონის (Paul Samuelson) 1947 წლის პუბლიკაცია – Foundations of Economic Analysis, რომელშიც ავტორი (პირველი ამერიკელი ნობელის პრემიის მფლობელი ეკონომიკაში) აღწერს მოქმედებების ოპტიმიზაციის მოდელებს.[7] სამუელსონმა აჩვენა საბაზისო ბიჰევიორისტული მოდელების მნიშვნელობა კარგად ჩამოყალიბებულ მათემატიკურ პოსტულატებზე დაყრდნობით, ამრიგად, საჭირო გახდა სხვადასხვა ოპტიმიზაციის მექანიზმის გამოყენება მათემატიკიდან. ამ მიდგომის ძლიერი მხარეებიდან გამომდინარე, ცხადი გახდა, რომ მათემატიკა თანამედროვე ეკონომიკის ინტეგრალური ნაწილია. ამ წიგნის მეორე თავში განვიხილავთ რამდენიმე მათემატიკურ კონცეფციას, რომელიც ყველაზე ხშირად გამოიყენება ეკონომიკაში.

ბაზრების შესწავლის ახალი მექანიზმები

მეორე, რაც ამ წიგნს ახასიათებს, არის ბაზრის წონასწორობის კვლევის მრავალი ახალი მეთოდი. მოიცავს ცალკეულ ბაზრებზე ფასწარმოქმნის მექანიზმის აღწერას, როგორიცაა მონოპოლისტური ფასწარმოქმნის დახვეწილი მოდელები ან თამაშთა თეორიებზე დაფუძნებული ფირმებს შორის სტრატეგიული ურთიერთობები. ასევე მოიცავს ზოგადი წონასწორობის ანალიზის ხელსაწყოებს, რომელიც საჭიროა მრავალ ბაზარს შორის ურთიერთობების საკვლევად. როგორც ვნახავთ, ყველა ეს ახალი მექანიზმი გვეხმარება ბაზრების უფრო მეტად სრულყოფილი და რეალისტური სურათის მიღებაში.

7 Paul A. Samuelson, Foundations of Economic Analysis (Cambridge, MA: Harvard University Press, 1947).

გაურკვევლობის ეკონომიკა და ინფორმაცია

ომის შემდგომ პერიოდში ეკონომიკურ მოდელებში გაურკვევლობისა და არასრულყოფილი ინფორმაციის ჩართვის ტენდენცია გაჩნდა. მეოცე საუკუნის ორმოციან წლებში თამაშთა თეორიასთან ერთად განვითარდა ქცევების კვლევის რამდენიმე ძირითადი დაშვება, რომელიც გაურკვევლობას ეხებოდა. მომდევნო წლებმა აჩვენა, რომ ეს იდეები შეიძლება გამოვიყენოთ გამოსაკვლევად – რატომ სურთ პერსონებს თავიდან აიცილონ რისკი და როგორ შეუძლიათ მათ ინფორმაციის შეგროვება ამ გაურკვევლობების შემცირების მიზნით. ამ წიგნში გაურკვევლობის პრობლემები და არასრულყოფილი ინფორმაცია მრავალ ანალიზში პოვებს ასახვას.

კომპიუტერები და კომპირიული ანალიზი

აუცილებლად უნდა აღინიშნოს მიკროეკონომიკის ომისშემდგომი განვითარების ერთი საბოლოო ასპექტი – ეკონომიკური ინფორმაციისა და ეკონომიკური მოდელების შექმნაში კომპიუტერების მზარდი როლი. მას შემდეგ, რაც კომპიუტერებით მოხერხდა დიდი მოცულობის ინფორმაციის დამუშავება და რთული მათემატიკური მანიპულაციების ჩატარება, ეკონომისტებს გაუჩნდათ თავიანთი თეორიების შემოწმების შესაძლებლობა. ყველა ამ საშუალების გაცნობა ამ წიგნის მიზნებს მიღმა რჩება, მაგრამ ყოველი თავის დანართების შემდეგ მოცემულია დამატებითი საკითხავი ლიტერატურა, რომელშიც გაეცნობით ამ მექანიზმების გამოყენებას.

შეჯამება

წინამდებარე თავში მოცემულია ინფორმაცია თუ რა კუთხით ხედავენ ეკონომისტები რესურსების განაწილების შესახებ კვლევებს. მასალების უმეტესობა თქვენთვის უკვე ნაცნობია ეკონომიკის შესავალიდან. ბევრ შემთხვევაში ეკონომიკის შესწავლა ფაქტიურად ძალიან რთული და დახვეწილი მექანიზმების გამოყენებას მოითხოვს. ამ წიგნის (და ალბათ ეკონომიკაში მაღალი დონის წიგნების უმეტესობის) მიზანია, რომ თქვენ სწორედ ეს მექანიზმები მოგაწოდოთ. დასაწყისში მხოლოდ რამდენიმე თემაზე გავამახვილებთ ყურადღებას

- ეკონომიკა არის სწავლება იმის შესახებ, თუ როგორ გადანაწილდება შეზღუდული რესურსები სხვადასხვა ალტერნატიულ შესაძლებლობებს შორის. ამ პროცესების გასაგებად ეკონომისტები ცდილობენ მარტივი მოდელები შეიმუშავონ. მრავალ მოდელს მათემატიკური საფუძველი აქვს, რადგან მათემატიკის გამოყენება საშუალებას იძლევა ადვილად დავინახოთ პროცესების არსი და ისინი სიღრმისეულად გამოვიკვლიოთ.
- ყველაზე ხშირად სხვა ეკონომიკურ მოდელებთან შედარებით, მოთხოვნა-მიწოდების მოდელი გამოიყენება, რომელიც პირველად ალფრედ მარშალმა შემოგვთავაზა მეცხრამეტე საუკუნის ბოლოს. ეს მოდელი გვიჩვენებს თუ როგორ შეიძლება ბაზარზე ფორმირებულ ფასებში აისახოს ის წონასწორობა, რომელსაც აყალიბებს პროდუქტის წარმოებაზე გაწეული დანახარჯები და მყიდველების მხრიდან ამ დანახარჯების დაფარვის სურვილი.
- მარშალის წონასწორობის მოდელი მხოლოდ „ნაწილობრივია“ ანუ იგი მხოლოდ ერთ ბაზარს განიხილავს. თუ მრავალ ბაზარს შევხედავთ ერთდროულად, მაშინ უფრო მრავალფეროვანი მექანიზმების გამოყენებაა საჭირო.
- ეკონომიკური მოდელის მართებულობის შემოწმება ალბათ ყველაზე ძნელი ამოცანაა, რომელიც ეკონომისტების წინაშე დგას. მოდელის ჭეშმარიტება შეიძლება შემოწმდეს მისი საწყისი დაშვებების „მართებულობის“ გადამოწმებით. უფრო ხშირად, მოდელების თაობაზე მსჯელობენ იმის მიხედვით, თუ რამდენად კარგად შეუძლიათ მათ აღწერონ რეალური სამყაროს ეკონომიკური მოვლენები.

დამატებითი საკითხავი

მეთოდოლოგია

Blaug, Mark, and John Pencavel. *The Methodology of Economics: Or How Economists Explain*, 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1992.

ეკონომიკური მეთოდოლოგიის კლასიკური კვლევის გადამუშავებული ვერსია. ფილოსოფიური და სამეცნიერო საკითხები, ზოგადი დისკუსია.

Boland, Lawrence E. *"A Critique of Friedman's Critics."* Journal of Economic Literature (June 1979): 503-22.

ეკონომიკის პოზიტიური მიდგომების კრიტიკის ძალიან კარგი ნაკრები, დაშვებების ემპირიული მტკიცებულებები.

Friedman, Milton. *"The Methodology of Positive Economics."* In Essays in Positive Economics, pp. 3–43. Chicago: University of Chicago Press, 1953.

ფრიდმანის პოზიტიური შეხედულებები.

Harrod, Roy F. *"Scope andMethod in Economics."* Economic Journal 48 (1938): 383–412.

ეკონომიკური მოდელირებისადმი კლასიკური მიდგომა

Hausman, David M., and Michael S. McPherson. *Economic Analysis, Moral Philosophy, and Public Policy*, 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2006.

ავტორები ხაზს უსვამენ იმას რომ მორალური ფილოსოფიის ჩართვა გაუმჯობესებს ეკონომიკურ ანალიზს.

McCloskey, Donald N. *If You're So Smart: The Narrative of Economic Expertise*. Chicago: University of Chicago Press, 1990.

მაკ კლოსკის შეხედულებები, რომ ეკონომიკური რწმენებულებები იმდენადვეა დამოკიდებული რიტორიკაზე, რამდენადაც მეცნიერებაზე. დამატებით იხილეთ სტატიები Journal of Economic Literature, June 1995.

Sen, Amartya. *On Ethics and Economics*. Oxford: Blackwell Reprints, 1989.

ავტორი ცდილობს ამოავსოს თეთრი ლაქები ეკონომიკასა და ეთიკურ სწავლებებს შორის. ეს არის კლასიკური შრომების კიდევ ერთი ვერსია.

ეკონომიკის ისტორიის პირველადი წყაროები

Edgeworth, F. Y. *Mathematical Psychics*. London: Kegan Paul,1881.

კეთილდღეობის ეკონომიკის პირველადი კვლევები, ეკონომიკური ეფექტიანობა და გარიგების მრუდი.

Marshall, A. *Principles of Economics*, 8th ed. London: Macmillan & Co., 1920.

ნეოკლასიკური შეხედულებების შეჯამება

Marx, K. *Capital*. New York: Modern Library, 1906.

სამუშაო ძალის ღირებულებითი თეორიის განვითარება, „ტრანსფორმაციის პრობლემის" დისკუსია, რომელიც დასაბამს უდებს ზოგადი წონასწორობის თეორიას, კერძო საკუთრების ფუნდამენტური კრიტიკა.

Ricardo, D. *Principles of Political Economy and Taxation*. London: J.M. Dent & Sons, 1911.

ანალიტიკური კვლევა, პიონერი ვაჭრობასთან დაკავშირებული პოლიტიკის შემუშავებაში, მარჟინალიზმის პირველი მიდგომები.

Smith, A. *The Wealth of Nations*. New York: Modern Library, 1937.

პირველი დიდი კლასიკური ნამუშევარი ეკონომიკაში, გრძელი და დეტალური. მაგრამ სმითმა ფაქტიურად ყველა პრობლემას დაუთმო გარკვეული ადგილი. ამ გამოცემას საინტერესო კომენტარები ახლავს მარჟინალიზმის თაობაზე.

Walras, L. *Elements of Pure Economics*. Translated by W. Jaffé. Homewood, IL: Richard D. Irwin, 1954.

ზოგადი წონასწორობის თეორიის საწყისები. საკმაოდ რთული საკითხავი.

ეკონომიკური თეორიის მეორადი წყაროები

Backhouse, Roger E. *The Ordinary Business of Life: The History of Economics from the Ancient World to the 21st Century*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 2002.

ნეოკონოკლასიკური ისტორია. ადრინდელი ეკონომიკური იდეები, მაგრამ არ ჩანს თანამედროვე ეკონომეტრიკული და მათემატიკური მიდგომები.

Blaug, Mark. *Economic Theory in Retrospect*, 5th ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.

ანალიტიკური საკითხები, არაჩვეულებრივი სახელმძღვანელო.

Heilbroner, Robert L. *The Worldly Philosophers*, 7th ed. New-York: Simon & Schuster, 1999.

ეკონომისტების საინტერესო და ადვილად წასაკითხი ბიოგრაფიები.

Keynes, John M. *Essays in Biography*. New-York: W. W. Norton, 1963.

ნარკვევები ცნობილ ეკონომისტებზე

Schumpeter, J. A. *History of Economic Analysis*. New-York: Oxford University Press, 1954.

ენციკლოპედია. არის ინფორმაცია ყველა მეტნაკლებად ცნობილ ეკონომისტზე. ასევე, მოკლედ აჯამებს სხვადასხვა სამეცნიერო მიმართულების განვითარებას.



2

მათემატიკა მიკროეკონომიკისათვის

მიკროეკონომიკური მოდელების ასაგებად მრავალი მათემატიკური მეთოდი გამოიყენება. ამ თავში მოცემულია რამდენიმე მათგანის მოკლე მიმოხილვა, რომლებიც წიგნის შემდგომ თავებშია გამოყენებული. თავის ძირითადი ნაწილი ფუნქციის ოპტიმალური მნიშვნელობის საპოვნელად საჭირო მათემატიკურ კალკულაციებს ეხება. შემდგომში ხშირად შევხვდებით დაშვებას ეკონომიკური ინდივიდის მიერ ფუნქციის მაქსიმიზაციის ან მინიმიზაციის შესახებ, სადაც სწორედ აღნიშნული კალკულაციები იქნება გამოყენებული (რომლებიც ძირითადად დიფერენციალურ აღრიცხვას ეფუძნება). ოპტიმიზაციის საკითხების დეტალური განხილვის შემდეგ, შედარებით მოკლედაა მიმოხილული ოთხი საკითხი: პირველ რიგში, მოცემულია ეკონომიკაში ხშირად გამოყენებული რამდენიმე განსაკუთრებული ტიპის ფუნქცია. ამ ფუნქციების თვისებების ცოდნა ეკონომიკური ამოცანების ამოხსნისთვისაა საჭირო. შემდეგ, მოკლედ განხილულია ინტეგრალური აღრიცხვა. მიუხედავად იმისა, რომ გაწარმოებასთან შედარებით, გაინტეგრალება წიგნში უფრო იშვიათად გამოიყენება, მისი ცოდნა მაინც საჭიროა ფუნქციის ნახაზის ქვემოთ მოთავსებული ფართობის გასაანგარიშებლად, თუ იმ შედეგების გასაზომად, რომლებიც დროთა განმავლობაში მიმდინარეობს ან მრავალ ეკონომიკურ ინდივიდს ეხება. მაგალითად, ინტეგრალები გამოიყენება ისეთი ამოცანების ამოხსნისას, რომლებიც მოითხოვენ დროთა განმავლობაში, სხვადასხვა პერიოდში მიღებული შედეგების მაქსიმიზაციას. მესამე თავში მოცემულია ასეთი სახის დინამიკური ოპტიმიზაციისთვის საჭირო მეთოდები. და ბოლოს, თავი 2 მთავრდება მათემატიკური სტატისტიკის მოკლე მიმოხილვით, რომელიც საჭიროა გაურკვეველ სიტუაციებში ეკონომიკური ქცევის შესასწავლად.

ერთი ცვლადის ფუნქციის მაქსიმიზაცია

ოპტიმიზაციის შესწავლა დავიწყოთ მარტივი მაგალითით. ვთქვათ, ფირმის მენეჯერს სურს რაიმე პროდუქტის გაყიდვით მიღებული მოგების მაქსიმიზაცია[1]. ასევე, დავუშვათ, რომ მიღებული მოგება (π) დამოკიდებულია მხოლოდ გაყიდული პროდუქტის რაოდენობაზე (q). მათემატიკურად ეს პირობა შეიძლება შემდეგნაირად წარმოვადგინოთ:

$$\pi = f(q) \qquad (2.1)$$

ნახაზი 2.1 გვიჩვენებს შესაძლო დამოკიდებულებას π-სა და q-ს შორის. ცხადია, მაქსი-

1 აქ განხილული ამოცანები ეხება მხოლოდ მაქსიმიზაციის პრობლემას. მინიმიზაციის პრობლემის შესწავლისას პრაქტიკულად იდენტური მიდგომა გამოიყენება, რადგან $f(x)$-ის მინიმიზაცია იგივეა, რაც $-f(x)$-ის მაქსიმიზაცია.

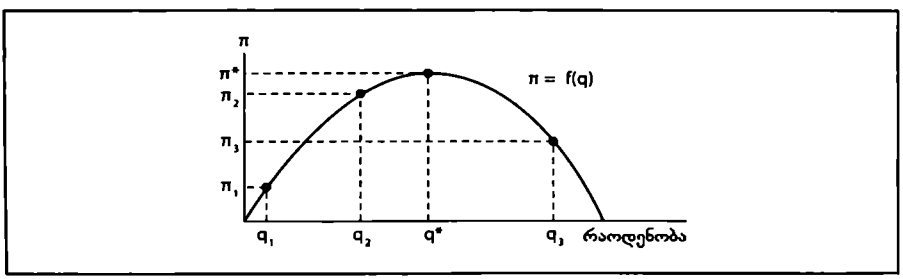
მალური მოგების მისაღებად მენეჯერმა უნდა გამოუშვას q^* რაოდენობის პროდუქტი, რაც უზრუნველყოფს π^* მოგების მიღებას.

ვთქვათ, მენეჯერი არ ფლობს ბაზრის შესახებ ისეთ სრულყოფილ ინფორმაციას, რაც რეალობას უფრო შეესაბამება. მაშინ, ის უნდა შეეცადოს q-ს ცვლილებას მაქსიმალური მოგების მიღებამდე. მაგალითად, თუ გამოშვებას q_1-ით დაიწყებს, გაყიდვებიდან π_1 მოგებას მიიღებს. თუ შემდეგ გამოუშვებს q_2 რაოდენობის პროდუქტს, მოგება π_2-მდე გაიზრდება. მოგების ზრდა გამოშვების ზრდის ხარჯზე შემდეგნაირად შეიძლება წარმოვადგინოთ:

$$\frac{\pi_2 - \pi_1}{q_2 - q_1} > 0 \text{ ან } \frac{\Delta\pi}{\Delta q} > 0 \qquad \textbf{(2.2)}$$

ნახაზი 2.1 ჰიპოთეტური დამოკიდებულება წარმოებული პროდუქტის რაოდენობასა და მიღებულ მოგებას შორის

თუ მენეჯერს სურს იმ რაოდენობის პროდუქტის წარმოება, რომელიც მას მაქსიმალურ მოგებას მოუტანს, მაშინ მან უნდა აწარმოოს q^* რაოდენობის პროდუქტი. q^* წერტილში $d\pi/dq = 0$.



სადაც Δ აღნიშნავს „ცვლილებას“ q-ში ან π-ში. სანამ $\Delta\pi/\Delta q$ დადებითია, მოგება იზრდება და მენეჯერი გააგრძელებს გამოშვების ზრდას. q^*-ზე მეტი პროდუქტის გამოშვებისას $\Delta\pi/\Delta q$ უკვე უარყოფითია და მენეჯერი გააანალიზებს, რომ ამ რაოდენობის პროდუქტის წარმოებით შეცდომა დაუშვა.

წარმოებული

ალბათ უკვე იცით, რომ $\Delta\pi/\Delta q$-ის ზღვარს q-ს ძალიან მცირე ცვლილებებისთვის ეწოდება $\pi = f(q)$ ფუნქციის *წარმოებული* და აღინიშნება $d\pi/dq$ ან df/dq, ან კიდევ

$f'(q)$ -თი. უფრო ფორმალურად, $\pi = f(q)$ ფუნქციის წარმოებული q_1 წერტილში განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\frac{d\pi}{dq} = \frac{df}{dq} = \lim_{h \to 0} \frac{f(q_1 + h) - f(q_1)}{h} \qquad \textbf{(2.3)}$$

აღსანიშნავია, რომ ამ შეფარდების სიდიდე შერჩეულ q_1 წერტილზეა დამოკიდებული.

მოცემული წერტილში წარმოებულის მნიშვნელობა

წარმოებულის გაანგარიშებისას ზოგჯერ ამჯობინებენ იმ წერტილის ცხადად ჩვენებას, რომლისთვისაც უნდა შეფასდეს წარმოებული. მაგალითად, წარმოებულის მნიშვნელობა $q = q_1$ წერტილში შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგნაირად:

$$\left.\frac{d\pi}{dq}\right|_{q=q_1} \qquad \textbf{(2.4)}$$

ხოლო როცა, გვაინტერესებს $d\pi/dq$-ს მნიშვნელობა q-ს ყველა შესაძლო მნიშვნელობისთვის, მაშინ კონკრეტული წერტილის ცხადად ჩვენება არ ხდება.

ნახაზის 2.1-ის მაგალითზე,

$$\left.\frac{d\pi}{dq}\right|_{q=q_1} > 0$$

მაშინ, როცა

$$\left.\frac{d\pi}{dq}\right|_{q=q_3} < 0$$

რას უდრის $d\pi/dq$-ს მნიშვნელობა q^* წერტილში? როგორც ჩანს, ის 0-ის ტოლია, რადგან იგი დადებითია ყველა q^*-ზე ნაკლები q-თვის და უარყოფითია q^*-ზე მეტი q-თვის. წარმოებული არის ჩვენთვის საინტერესო $f(q)$ მრუდის დახრილობა; ეს დახრილობა დადებითია q^*-ს მარცხნივ და უარყოფითია მის მარჯვნივ. q^* წერტილში $f(q)$-ს დახრილობა 0-ის ტოლია.

პირველი რიგის პირობა მაქსიმუმისთვის

ზემოთ მიღებული შედეგი ძალიან ზოგადია. იმისათვის, რომ ვიპოვოთ ერთი ცვლადის ფუნქციის მაქსიმუმი რომელიმე წერტილში, საჭიროა, მისი წარმოებული ამ წერტილში იყოს 0-ის ტოლი. შესაბამისად, თუ მენეჯერს შეუძლია რაიმე სახის რეალური მონაცემების მოპოვების შედეგად დაახლოებით განსაზღვროს $f(q)$ ფუნქცია, თეორიულად შესაძლებელი გახდება ისეთი წერტილის პოვნა, რომლისთვისაც $d\pi/dq = 0$. ამ ოპტიმალურ წერტილში (ვთქვათ, q^*-ში),

$$\left.\frac{d\pi}{dq}\right|_{q=q^*} = 0 \qquad \textbf{(2.5)}$$

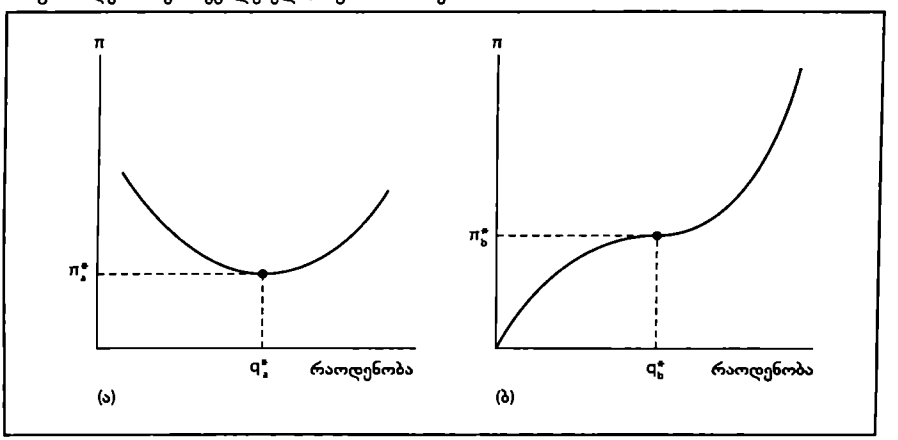
მეორე რიგის პირობა

თუმცა, მხოლოდ ამ მარტივი პირობის გათვალისწინების საფუძველზე, დაუკვირვებელი მენეჯერი შეიძლება მოტყუვდეს. მაგალითად, დავუშვათ, რომ მოგების ფუნქციას აქვს სახე, რომელიც მოცემულია ნახაზზე *2.2 (ა)* ან *2.2 (ბ)*. თუ მოგების ფუნქცია მოცემულია ნახაზზე 2.2 (ა), მენეჯერი $d\pi/dq = 0$-ის მიხედვით წარმოების რაოდენობის განსაზღვრისას q_a^* წერტილს შეარჩევს. ამ რაოდენობის წარმოება კი მას ფაქტიურად არა მაქსიმალურ, არამედ მინიმალურ მოგებას მოუტანს. ასევე, თუ მოგების ფუნქცია ნახაზით 2.2 (ბ) არის მოცემული, მენეჯერი შეარჩევს q_b^* წერტილს, რომელიც, მართალია, უფრო მეტ მოგებას მოიტანს, ვიდრე გამოშვების ნებისმიერი q_b^*-ზე ნაკლები რაოდენობა, თუმცა, ეს მოგება გაცილებით ნაკლებია q_b^*-ზე მეტი პროდუქტის წარმოების შემთხვევაში მიღებულ მოგებასთან შედარებით. ამ შემთხვევების განხილვა გვიჩვენებს, რომ $d\pi/dq = 0$ არის აუცილებელი, მაგრამ არა საკმარისი პირობა მაქსიმუმის საპოვნელად. შერჩეული წერტილის მაქსიმალურობის უზრუნველსაყოფად საჭიროა მეორე პირობის განსაზღვრაც.

დამატებითი პირობა იქნება შემდეგი: მოგება, რომელიც მენეჯერმა შეიძლება მიიღოს q^*-ზე ცოტა მეტი ან ნაკლები რაოდენობის წარმოებისას, არ უნდა აღემატებოდეს q^*-ის წარმოების შედეგად მიღებული მოგების რაოდენობას. თუ ეს პირობა არ სრულდება, მენეჯერს შეუძლია q^*-გან განსხვავებული რაოდენობის წარმოებით მეტი მოგების მიღება. მათემატიკურად ეს ნიშნავს, რომ $d\pi/dq$ უნდა იყოს 0-ზე მეტი ყველა $q < q^*$-თვის და 0-ზე ნაკლები $q > q^*$-თვის. მაშასადამე, q^* წერტილში $d\pi/dq$ უნდა იყოს კლებადი. სხვაგვარად რომ ვთქვათ, $d\pi/dq$-ს წარმოებული q^* წერტილში უნდა იყოს უარყოფითი.

ნახაზი 2.2 მოგების ორი სხვადასხვა ფუნქცია, რომელიც პირველი რიგის წარმოებულის წესის დაუკვირვებლად გამოყენების შემთხვევაში იძლევა არასწორ შედეგს.

მოცემულ (ა) შემთხვევაში *პირველი რიგის წარმოებულის* გამოყენება მიგვიყვანს q_a^* წერტილის შერჩევამდე, რომელშიც მიღებული მოგება მინიმალურია. მსგავსად, (ბ) შემთხვევაში ამ წესის მიხედვით განსაზღვრული გამოშვების რაოდენობა არის q_b^*, რომელიც ბევრად ნაკლები მომგების მომტანია, ვიდრე გამოშვების ყველა სხვა q_b^*-ზე მეტი რაოდენობა. ქვემოთ გრაფიკულადა ნაჩვენებია, რომ ისეთი წერტილის პოვნა, რომელშიც ფუნქციის წარმოებული 0-ის ტოლია, არის ფუნქციის მაქსიმალური მნიშვნელობის განსაზღვრისთვის აუცილებელი, მაგრამ არა საკმარისი პირობა.



მეორე რიგის წარმოებული

წარმოებულის წარმოებულს *მეორე რიგის წარმოებული* ეწოდება და შემდეგნაირად აღინიშნება:

$$\frac{d^2\pi}{dq^2} \text{ ან } \frac{d^2 f}{dq^2} \text{ ან } f(q)$$

შესაბამისად, დამატებითი პირობა q^* (ლოკალური) მაქსიმუმობისთვის მდგომარეობს შემდეგში:

$$\left.\frac{d^2\pi}{dq^2}\right|_{q=q^*} = f''(q)\Big|_{q=q^*} < 0 \qquad \textbf{(2.6)}$$

სადაც ასეთი სახის აღნიშვნა კიდევ ერთხელ შეგვახსენებს, რომ მეორე რიგის წარმოებული შეფასებულია q^* წერტილში.

მიუხედავად იმისა, რომ ტოლობა (2.5) ($d\pi/dq = 0$) მაქსიმუმის საპოვნელად აუცილებელი პირობაა, მასთან ერთად უნდა შესრულდეს (2.6) პირობაც ($d^2\pi/dq^2 < 0$), რათა შერჩეული წერტილი ნამდვილად ფუნქციის ლოკალური მაქსიმუმი იყოს. პირობები 2.5 და 2.6 ერთად წრმოადგენენ ფუნქციის მაქსიმუმის პოვნის საკმარის პირობებს. შესაძლოა მრავალი ცდის შემდეგ მენეჯერმა მათემატიკური მეთოდების გამოყენების გარეშე, ბაზარზე არსებული ინფორმაციის საფუძველზე შეარჩიოს წარმოების q^* წერტილი (გაიხსენეთ ფრიდმანის თეორია ბილიარდის მოთამაშის შესახებ). წიგნში განხილულია არა ის, თუ როგორ ვიპოვოთ ოპტიმუმის წერტილი, არამედ რა არის ამ წერტილში ფუნქციის თვისებები და როგორ იცვლება ოპტიმუმი მოცემული პირობების ცვლილების შედეგად. ამ კითხვებზე პასუხის გასაცემად კი მათემატიკური მეთოდებია გამოყენებული.

გაწარმოების წესები

ქვემოთ მოცემულია გაწარმოების რამდენიმე წესი:

1. თუ b არის კონსტანტა, მაშინ

$$\frac{db}{dx} = 0.$$

2. თუ b არის კონსტანტა, მაშინ

$$\frac{d[bf(x)]}{dx} = bf'(x).$$

3. თუ b არის კონსტანტა, მაშინ

$$\frac{dx^b}{dx} = bx^{b-1}.$$

4. $\dfrac{d\ln x}{dx} = \dfrac{1}{x}$,

სადაც ln აღნიშნავს ლოგარითმს, რომლის ფუძეა e (= 2,71828).

5. $\frac{da^x}{dx} = a^x \ln a$

ნებისმიერი მუდმივი a-თვის.

ამ შემთხვევაში გამონაკლისია ერთი შემთხვევა, როცა $de^x/dx = e^x$.

ვთქვათ, $f(x)$ და $g(x)$ არის x-ის 2 სხვადასხვა ფუნქცია, რომელთათვისაც არსებობს $f'(x)$ და $g'(x)$, მაშინ:

6. $$\frac{d[f(x)+g(x)]}{dx} = f'(x)+g'(x).$$

7. $$\frac{d[f(x)\cdot g(x)]}{dx} = f(x)g'(x)+f'(x)g(x).$$

8. $$\frac{d[f(x)/g(x)]}{dx} = \frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{[g(x)]^2},$$ თუ $g(x) \neq 0$.

ბოლოს, თუ $y = f(x)$ და $x = g(z)$, და არსებობს ორივე: $f'(x)$ და $g'(z)$, მაშინ

9. $$\frac{dy}{dz} = \frac{dy}{dx}\cdot\frac{dx}{dz} = \frac{df}{dx}\cdot\frac{dg}{dz}.$$

ამ წესს გაწარმოების ჯაჭვური წესი (*chain rule*) ეწოდება. ის გვიჩვენებს, თუ როგორ ზემოქმედებს ერთი (z) ცვლადი მეორე (y) ცვლადზე, შუალედურ (x) ცვლადზე ზემოქმედების საშუალებით. ქვემოთ მოცემულია რამდენიმე მაგალითი:

10. $$\frac{de^{ax}}{dx} = \frac{de^{ax}}{d(ax)}\cdot\frac{d(ax)}{dx} = e^{ax}\cdot a = ae^{ax}.$$

11. $$\frac{d[\ln(ax)]}{dx} = \frac{d[\ln(ax)]}{d(ax)}\cdot\frac{d(ax)}{dx} = \frac{1}{ax}\cdot a = \frac{1}{x}.$$

12. $$\frac{d[\ln(x^2)]}{dx} = \frac{d[\ln(x^2)]}{d(x^2)}\cdot\frac{d(x^2)}{dx} = \frac{1}{x^2}\cdot 2x = \frac{2}{x}.$$

მრავალი ცვლადის ფუნქცია

ეკონომიკაში იშვიათად გვხვდება მხოლოდ ერთი ცვლადის ფუნქციები. ეკონომიკური აგენტები ძირითადად დაინტერესებულნი არიან მრავალი სხვადასხვა ცვლადით და უწევთ ამ ცვლადებს შორის არჩევანის გაკეთება. მაგალითად, მომხმარებლის მიერ მიღებული *სარგებელი* დამოკიდებულია თითოეული მოხმარებული პროდუქტის რაოდენობაზე. ფირმის *წარმოების ფუნქციის* შემთხვევაში, წარმოებული პროდუქტის რაოდენობა დამოკიდებულია მუშახელისა, თუ კაპიტალის რაოდენობაზე და წარმოებისთვის გამოყოფილი მიწის ფართობზე. ერთი ცვლადის (y) ასეთი დამოკიდებულება ცვლადების მთელ მწკრივზე ($x_1, x_2, \dots, x_n$) შემდეგნაირად აღინიშნება:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \tag{2.7}$$

კერძო წარმოებული

ჩვენთვის საინტერესოა წერტილი, რომელშიც y აღწევს მაქსიმუმს და ასევე არჩევანი, რომელიც უნდა გააკეთოს ეკონომიკურმა აგენტმა ამ წერტილის მისაღწევად. ამ შემთხვევაშიც, მოსახერხებელია წარმოვიდგინოთ ისეთი ეკონომიკური აგენტი, რომელიც მის ხელთ არსებულ ცვლადებს (x-ს) ისე ანაწილებს, რომ მიიღოს მაქსიმალური შედეგი. სამწუხაროდ, მრავალი ცვლადის ფუნქციისთვის წარმოებულის იდეა კარგად განსაზღვრული არ არის. თუ რეალური ცხოვრებიდან განვიხილავთ მთაზე ცოცვის მაგალითს, ამ დროს დახრილობა დამოკიდებულია იმაზე, თუ რომელი მიმართულებით მიდის მოგზაური. ამის მსგავსად, ფუნქციის დახრილობაც (ან წარმოებული) შერჩეულ მიმართულებაზეა დამოკიდებული. სასურველი ერთი მიმართულებით დახრილობა ხშირად გაიანგარიშება ერთ-ერთი x-ის გაზრდით, დანარჩენი (x) ცვლადების მუდმივობის შენარჩუნების პირობებში (მთაზე ცოცვის შემთხვევისთვის ანალოგი იქნება დახრილობის გაზომვა ჩრდილოეთიდან-სამხრეთის ან აღმოსავლეთიდან-დასავლეთის მიმართულებით). ასეთი მიმართულების მქონე დახრილობას *კერძო წარმოებული* ეწოდება. y-ს კერძო წარმოებული x_1-ის მიმართ (ანუ x_1-ის მიმართულებით) აღინიშნება ასე:

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} \text{ ან } \frac{\partial f}{\partial x_1} \text{ ან } f_{x_1} \text{ ან } f_1$$

ამ წარმოებულის გაანგარიშებისას ყველა დანარჩენი x არის მუდმივი. კიდევ ერთხელ უნდა აღინიშნოს, რომ ამ დახრილობის რიცხვითი მნიშვნელობა დამოკიდებულია x_1-ის და დანარჩენი x-ის (წინასწარ განსაზღვრულ) მნიშვნელობებზე.

მაგალითი 2.1 მოგების მაქსიმიზაცია

ვთქვათ, დამოკიდებულება (π) მოგებასა და (q) წარმოების რაოდენობას შორის მოცემულია შემდეგი ფუნქციით:

$$\pi(q) = 1000q - 5q^2. \tag{2.8}$$

ამ ფუნქციის პარაბოლას მსგავსი ნახაზი მოცემულია ნახაზზე 2.1. q-ს სიდიდე, რომელიც მაქსიმალურ მოგებას უზრუნველყოფს, შეგვიძლია გამოვთვალოთ შემდეგი გაწარმოებით:

$$\frac{d\pi}{dq} = 1000 - 10q = 0, \tag{2.9}$$

აქედან,

$$q^* = 100. \tag{2.10}$$

როცა $q = 100$, ტოლობიდან 2.8 გამომდინარეობს, რომ ამ შემთხვევაში მოგება ყველა შესაძლო მოგებას შორის უდიდესია და უტოლდება 50 000-ს. თუ, მაგალითად, ფირმა აწარმოებდა $q = 50$-ს, მოგება იქნებოდა 37 500, $q = 20$-ის შემთხვევაში კი 0-ის ტოლი.

$q = 100$ რომ „გლობალური" მაქსიმუმის წერტილია, შეგვიძლია ვაჩვენოთ მოგების ფუნქციის მეორე რიგის წარმოებულის უარყოფითობით, რომელიც ამ წერტილში -10-ის ტოლია (იხ. 2.9). მოგების ზრდის ტემპი ყოველთვის კლებადია. ის დადებითია მანამ, ვიდრე q გაუტოლდება 100-ს, მაგრამ ამ წერტილის შემდგომ, 100-ზე მეტი გამოშვების დონისთვის ის უარყოფითი ხდება. ამ მაგალითში $q = 100$ არის ერთადერთი ლოკალური მაქსიმუმის წერტილი π ფუნქციისთვის. თუმცა, უფრო რთულ ფუნქციებს შესაძლოა ჰქონდეთ რამდენიმე მაქსიმუმის წერტილი.

შეკითხვა: ვთქვათ, ფირმის გამოშვება (q) განისაზღვრება დაქირავებული მუშახელის (l) რაოდენობით შემდეგი ფუნქციის მიხედვით: $q = 2\sqrt{l}$. ასევე, ფირმას შეუძლია ერთეული მუშახელის დაქირავება \$10-ად და წარმოებულ პროდუქტს ყიდის \$50-ად. შესაბამისად, ფირმის მოგებაც არის მუშახელის (l) ფუნქცია: $\pi(l) = 100\sqrt{l} - 10l$. რამდენი მუშახელი უნდა დაიქირაოს ფირმამ, რომ მიიღოს მაქსიმალური მოგება წარმოებიდან, და რა იქნება მიღებული მოგების სიდიდე?

კერძო წარმოებულის ფორმალური განმარტება შემდეგია:

$$\left.\frac{\partial f}{\partial x_1}\right|_{\bar{x}_2,\ldots\bar{x}_n} = \lim_{h\to 0}\frac{f\left(x_1+h,\bar{x}_2,\ldots\bar{x}_n\right) - f\left(x_1,\bar{x}_2,\ldots\bar{x}_n\right)}{h} \tag{2.11}$$

სადაც მოცემული აღნიშვნა გვიჩვენებს, რომ $(x_2, x_3, \ldots, x_n)$ მუდმივებია წინასწარ განსაზღვრული მნიშვნელობებით: $\bar{x}_2, \ldots \bar{x}_n$, რის საფუძველზეც შეგვიძლია დავადგინოთ მხოლოდ x_1-ის ცვლილების ეფექტი. კერძო წარმოებულები სხვა დანარჩენი ცვლადების $(x_2, \ldots, x_n)$ მიმართაც იგივე მეთოდით გამოითვლება.

კერძო წარმოებულების გამოთვლა

კერძო წარმოებულების გამოთვლა ძალიან მარტივია. მათი გაანგარიშება ჩვეულებრივი წარმოებულის გაანგარიშების მსგავსია, მხოლოდ უნდა ჩავთვალოთ, რომ დანარჩენი ცვლადები $x_2, \ldots, x_n$ მუდმივებია (რაც, მართლაც ასეა კერძო წარმოებულის განმარტების თანახმად). განვიხილოთ შემდეგი მაგალითები.

1. თუ $y = f(x_1, x_2) = ax_1^2 + bx_1x_2 + cx_2^2$, მაშინ

$$\frac{df}{dx_1} = f_1 = 2ax_1 + bx_2$$

და

$$\frac{df}{dx_2} = f_2 = bx_1 + 2cx_2$$

აღსანიშნავია, რომ df/dx_1 ზოგადად არის როგორც x_1-ის, ასევე x_2-ის ფუნქცია. ამიტომ, მისი მნიშვნელობა დამოკიდებულია იმ კონკრეტულ სიდიდეებზე, რომლებიც მინიჭებული აქვთ ამ ცვლადებს. ის, ასევე, დამოკიდებულია a, b და c პარამეტრებზეც, რომლებიც x_1-სა და x_2-თან ერთად არ იცვლებიან.

2. თუ $y = f(x_1, x_2) = e^{ax_1 + bx_2}$, მაშინ

$$\frac{df}{dx_1} = f_1 = ae^{ax_1 + bx_2}$$

და

$$\frac{df}{dx_2} = f_2 = be^{ax_1 + bx_2}$$

3. თუ $y = f(x_1, x_2) = a\ln x_1 + b\ln x_2$, მაშინ

$$\frac{df}{dx_1} = f_1 = \frac{a}{x_1}$$

და

$$\frac{df}{dx_2} = f_2 = \frac{b}{x_2}$$

შევნიშნოთ, რომ ფუნქციის x_1-ის მიმართ გაწარმოების დროს ($\partial f / \partial x_1$) x_2-ის მუდმივად ჩათვლა იწვევს $b \ln x_2$ წევრის გამოთიშვას გაწარმოებიდან, რადგან ის არ იცვლება x_1-ის ცვლილებასთან ერთად. ამ შემთხვევაში, წინა მაგალითებისაგან განსხვავებით, x_1-ის y-ზე გავლენის სიდიდე დამოუკიდებელია x_2 ცვლადისაგან. სხვა შემთხვევებში, x_1-ის y-ზე გავლენის სიდიდე დამოკიდებულია x_2 ცვლადზე.

კერძო წარმოებულები და დაშვება სხვა თანაბარი პირობების შესახებ

პირველ თავში აღვწერეთ, თუ როგორ იყენებენ ეკონომისტები თავიანთ მოდელებში სხვა თანაბარი პირობების შესახებ დაშვებას, რათა ყველა გარეგანი ეფექტი ჩათვალონ მუდმივად და ცალკეული ეკონომიკური პროცესი შეისწავლონ გამარტივებულ პირობებში. კერძო წარმოებულის გაანგარიშება სწორედ, ასეთ მათემატიკურ მეთოდს წარმოადგენს. კერძო წარმოებული გვიჩვენებს ერთი ცვლადის ცვლილების ეფექტს რაიმე შედეგობრივ ცვლადზე, როცა ამ შედეგობრივ ცვლადზე მოქმედი სხვა ფაქტორები ჩათვლილია მუდმივად. ეს, სწორედ, ის მიდგომაა, რაც ეკონომისტებს თავიანთი მოდელებისთვის ესაჭიროებათ. მაგალითად, მარშალის მოთხოვნის მრუდი გვიჩვენებს დამოკიდებულებას (p) ფასსა და მოთხოვნის (q) რაოდენობას შორის, როცა სხვა დანარჩენი ცვლადები მუდმივია. კერძო წარმოებულების გამოყენებით, ამ მრუდის დახრილობა შეგვიძლია წარმოვადგინოთ $\partial q / \partial p$-თი, რათა ვაჩვენოთ, რომ ამ დროს მოქმედებს დაშვება სხვა თანაბარი პირობების შესახებ. მოთხოვნის მთავარი კანონი იმის შესახებ, რომ ფასები და მოთხოვნის რაოდენობა საპირისპირო მიმართულებით მოძრაობენ, როცა სხვა ფაქტორები უცვლელია, აისახება შემდეგი მათემატიკური ჩანაწერით: „$\frac{\partial q}{\partial p} < 0$“. ერთხელ აღვნიშნოთ, რომკერძო წარმოებული შეგვახსენებს მოთხოვნის კანონის მთავარ დაშვებას სხვა თანაბარი პირობების შესახებ.

კერძო წარმოებულები და ზომის ერთეულები

მათემატიკაში შედარებით ნაკლები ყურადღება ეთმობა, თუ ზომის რა ერთეულშია გაზომილი ცვლადები. ფაქტიურად, ამაზე ყურადღება არც კი მახვილდება. მაგრამ ეკონომიკაში გამოყენებული ცვლადები ძირითადად რეალურ სიდიდეებს ეხება და, შესაბამისად, უნდა დავინტერესდეთ როგორ იზომება ისინი. ზომის შერჩეული ერთეული აისახება კერძო წარმოებულებით, რომლებიც ხშირად გამოიყენება ეკონომიკური ქცევის შეჯამების მიზნით. შესაძლოა, ეს ზომის ერთეულის სწორად შერჩევის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი მიზეზი იყოს. მაგალითად, თუ q არის აშშ-ს ყველა მომხმარებლის მიერ საწვავზე მოთხოვნის რაოდენობა მოცემული წლისთვის (რომელიც გაზომილია მილიარდ გალონში) და p წარმოადგენს ერთი გალონის ფასს დოლარებში, $\partial q / \partial p$ გვიჩვენებს, თუ როგორ იცვლება მოთხოვნა (წლიურად ბილიონ გალონებში)ერთეულ გალონ საწვავზე ფასის ერთი დოლარით ცვლილების დროს. ამ წარმოებულის

რიცხობრივი სიდიდე დამოკიდებულია იმაზე, თუ როგორაა გაზომილი q და p. თუ წლიური მოხმარება გაზომილია მილიონ გალონში, წარმოებულის სიდიდე უნდა გამრავლდეს 1000-ზე, ხოლო თუ ერთი გალონის ფასი მოცემულია ცენტებში, წარმოებულის სიდიდე 100-ჯერ შემცირდება.

კერძო წარმოებულის ზომის ერთეულზე დამოკიდებულება ეკონომისტებისთვის პრობლემას წარმოადგენს. მიუხედავად იმისა, რომ მრავალი ეკონომიკური თეორია წინასწარ გამოთქვამს ვარაუდს კერძო წარმოებულის ნიშანთან (მიმართულებასთან) დაკავშირებით, ასეთი წარმოებულის რიცხობრივ სიდიდესთან მიმართებით გამოთქმული ნებისმიერი ვარაუდი დამოკიდებულია იმაზე, თუ როგორ გაზომავენ სხვადასხვა ავტორები გამოყენებულ ცვლადებს. მსოფლიოში მრავალი სახის ზომის ერთეულის არსებობის გამო კი სხვადასხვა კვლევების შედეგების შედარება შეუძლებელი ხდება. ამიტომ, ეკონომისტებმა რაოდენობრივი გავლენის გასაზომად ამჯობინეს განსხვავებული, ზომის ერთეულებისგან დამოუკიდებელი საზომის გამოყენება.

ელასტიკურობის ზოგადი განმარტება

ეკონომისტები ელასტიკურობას მათთვის საინტერესო ყველანაირი რაოდენობრივი გავლენის ვირტუალური შეფასებისთვის იყენებენ. ასეთი საზომები კონცენტრირდებაიმაზე, თუ პროპორციულად, რა გავლენას ახდენს ერთი ცვლადის ცვლილება მეორეზე. ამიტომ, ისინი ზომის ერთეულებისგან დამოუკიდებლებია. ელასტიკურობის გამოთვლის დროს ზომის ერთეულები „ბათილდება“. მაგალითად, y არის x-ის, და სავარაუდოდ, სხვა ცვლადების ფუნქციაც. მაშინ, y-ს ელასტიკურობა x-ის მიმართ გამოითვლება შემდეგნაირად:

$$e_{y,x} = \frac{\dfrac{\Delta y}{y}}{\dfrac{\Delta x}{x}} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \frac{x}{y} = \frac{\partial y}{\partial x} \cdot \frac{x}{y} \qquad \textbf{(2.12)}$$

შევნიშნოთ, რომ მიუხედავად იმისა, თუ ზომის რა ერთეულებშია მოცემული x და y, ზომის ეს ერთეულები წარმოდგენილია როგორც მრიცხველში, ასევე მნიშვნელში და, შესაბამისად, ბათილდება. ასევე შევნიშნოთ, რომ რადგან x და y ეკონომიკაში უმეტესად დადებითი სიდიდეებია, $e_{y,x}$ ელასტიკურობას და $\partial y / \partial x$ კერძო წარმოებულს ერთი და იგივე ნიშანი ექნება. აქედან, თეორიული ვარაუდი ცალკეული წარმოებულების მიმართულების შესახებ, მასთან დაკავშირებულ ელასტიკურობებსაც შეეხება.

წიგნში შევხვდებით ელასტიკურობის გამოყენების ცალკეულ შემთხვევებს. ზოგიერთი შესაძლოა ნაცნობი ცნება იყოს.მაგალითად, მოთხოვნისა თუ მიწოდების ელასტიკურობა ფასის მიმართ. თუმცა, გავეცნობით ბევრ ახალ ცნებასაც, რომლებიც ელასტიკურობის გამოყენებით იქნება ახსნილი.

მაგალითი 2.2 ელასტიკურობა ფუნქციური ფორმით

ტოლობის 2.12 მიხედვით, ელასტიკურობის შეფასება ხდება ფუნქციის რომელიმე კონკრეტულ წერტილში. ზოგადად, ამ პარამეტრის სიდიდე ფუნქციის სხვადასხვა შუალედში, სავარაუდოდ, ცვალებადია. ეს ფაქტი განსაკუთრებით ცხადად ჩანს მაშინ, როცა y არის x-ის წრფივი ფუნქცია და ის წარმოდგენილია შემდეგი სახით:

$$y = a + bx + \text{სხვა წევრები}$$

მაშინ:

$$e_{y,x} = \frac{\partial y}{\partial x} \cdot \frac{x}{y} = b \cdot \frac{x}{y} = b \cdot \frac{x}{a + bx + \cdots}, \qquad \textbf{(2.13)}$$

აქედან ცხადია, რომ $e_{y,x}$ არ არის მუდმივი. შესაბამისად, წრფივი ფუნქციისთვის განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია განისაზღვროს წერტილი, რომლისთვისაც ელასტიკურობა უნდა გამოითვალოს.

თუ y-სა და x-ს შორის დამოკიდებულება ექსპონენციალური ფორმისაა და

$$y = ax^b$$

ამ შემთხვევაში ელასტიკურობა მუდმივია, იმის მიუხედავად,თუ რომელ წერტილში იზომება ის:

$$e_{y,x} = \frac{\partial y}{\partial x} \cdot \frac{x}{y} = abx^{b-1} \cdot \frac{x}{ax^b} = b.$$

ამ განტოლების ლოგარითმული ტრანსფორმაციით ელასტიკურობა სხვაგვარადაც განიმარტება. რადგანაც

$$\ln y = \ln a + b \ln x,$$

მაშინ:

$$e_{y,x} = b = \frac{\partial \ln y}{\partial \ln x} \qquad \textbf{(2.14)}$$

შესაბამისად, ელასტიკურობა შეიძლება გამოვითვალოთ „ლოგარითმული გაწარმოების" საშუალებითაც. ხშირად, ეს წარმოადგენს ყველაზე მარტივ გზას ასეთი გამოთვლების ჩასატარებლად.

შეკითხვა: ექსპონენციალური ფორმის ფუნქციის გარდა, არსებობს თუ არა სხვა სახის ფუნქცია, რომლის ელასტიკურობაც მუდმივია ფუნქციის რომელიმე დიაპაზონში მაინც?

მეორე რიგის კერძო წარმოებულები

კერძო წარმოებულის კერძო წარმოებული არის ერთი ცვლადის ფუნქციის მეორე რიგის წარმოებულის ანალოგი. მას მეორე რიგის კერძო წარმოებული ეწოდება და შემდეგნაირად ჩაიწერება:

$$\frac{\partial(\partial f / \partial x_i)}{\partial x_j}$$

ან, უფრო მარტივად, როგორც

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_i} = f_{ij} \tag{2.15}$$

ზემოთ მოცემული მაგალითებისთვის:

1. $$\frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_1} = f_{11} = 2a$$
$$f_{12} = b$$
$$f_{21} = b$$
$$f_{22} = 2c$$

2. $f_{11} = a^2 e^{ax_1 + bx_2}$
$f_{12} = abe^{ax_1 + bx_2}$
$f_{21} = abe^{ax_1 + bx_2}$
$f_{22} = b^2 e^{ax_1 + bx_2}$

3. $f_{11} = \frac{-a}{x_1^2}$
$f_{12} = 0$
$f_{21} = 0$
$f_{22} = \frac{-b}{x_2^2}.$

იანგის თეორემა

მოცემული მაგალითები მათემატიკურად გვიჩვენებს, რომ ზოგადი დაშვებების პირობებში, მეორე რიგის კერძო წარმოებულების შეფვასების რიგითობას არ აქვს მნიშვნელობა. ანუ:

$$f_{ij} = f_{ji} \quad \textbf{(2.16)}$$

ტოლობა სრულდება x_i-სა და x_j -ს ნებისმიერი წყვილისთვის. ეს შედეგი „იუნგის თეორემის“ სახელითაა ცნობილი. თეორემის უკეთ აღსაქმელად შეგვიძლია დავუბრუნდეთ მთაზე ცოცვის მაგალითს. ამ შემთხვევაში თეორემა გვეუბნება, რომ მოგზაურისთვის სიმაღლის ნამატი დამოკიდებულია მოძრაობის მიმართულებასა და გავლილ მანძილზე, და არა იმაზე, თუ რა მიმდევრობით განხორციელდება ეს ორი. ანუ, სიმაღლის ნამატი განვლილი გზისგან დამოუკიდებელია, რამდენადაც მოცემული კოორდინატიდან მეორე კოორდინატზე გადაადგილებისას მოგზაურის მიერ არჩეულ ტრაექტორიას არ აქვს მნიშვნელობა და საბოლოოდ, სიმაღლის ნამატი ნებისმიერი ტრაექტორიისთვის ერთი და იგივე იქნება. მაგალითად, მოგზაურმა თავდაპირველად შესაძლოა გაიაროს ჩრდილოეთით ერთი მილი, შემდეგ ისევ ერთი მილი აღმოსავლეთით, ან პირიქით, ჯერ ერთი მილი აღმოსავლეთით და შემდეგ ჩრდილოეთით. ნებისმიერ შემთხვევაში, სიმაღლის ნამატი ერთი და იგივეა, რადგან მოგზაური ორივეჯერ გადაადგილდება ერთი კონკრეტული ადგილიდან მეორისკენ. ამ თეორემას გამოვიყენებთ მომდევნო თავებში, სადაც ის სხვადასხვა მოდელებში ეკონომიკური ქცევის შესახებ გაკეთებული პროგნოზების ახსნაში დაგვეხარება.[2]

მეორე რიგის კერძო წარმოებულების გამოყენება

მეორე რიგის კერძო წარმოებულები ამ წიგნში მოცემულ მრავალ თეორიაში გამოიყენება. მათგან ყველაზე მნიშვნელოვანია „საკუთარი თავის მიმართ“ კერძო წარმოებულის, f_{ii}-ს, გამოყენების მაგალითები. ეს ფუნქცია გვიჩვენებს, თუ როგორ იცვლება x_i-ს ზღვრული გავლენა y-ზე (იგივე $\partial y / \partial x_i$) x_i-ის ზრდის შემთხვევაში. მათემატიკურად, x_i-ს უარყოფითი მნიშვნელობა ასახავს ეკონომიკურ იდეას კლებადი ზღვრული ეფექტის შესახებ. ასევე, ჯაჭვური კერძო წარმოებული, f_{ij} გვიჩვენებს, თუ როგორ იცვლება x_i-ს ზღვრული გავლენა x_j-ის ზრდის დროს. ამ ეფექტის ნიშანი შეიძლება დადებითიც იყოს და უარყოფითიც. იუნგის თეორემის თანახმად, ჯაჭვური ეფექტები სიმეტრიულია. ზოგადად, ფუნქციის მეორე რიგის კერძო წარმოებულები გვიჩვენებენ ფუნქციის სიმრუდეს. მოგვიანებით, ამ თავში ვნახავთ, თუ რამდენად მნიშვნელოვანია ეს ინფორმაცია იმის დასადგენად, სრულდება თუ არა მეორე რიგის პირობები მაქსიმუმის წერტილისთვის.

მრავალი ცვლადის ფუნქციის მაქსიმიზაცია

უკვე შეგვიძლია განვიხილოთ მრავალი ცვლადის ფუნქციის მაქსიმიზაცია კერძო წარმოებულების გამოყენებით. ამ ამოცანისთვის გამოყენებული მათემატიკური მეთო-

2 იუნგის თეორემა გულისხმობს ფუნქციის მეორე რიგის კერძო წარმოებულების მატრიცის სიმეტრიულობას. ეს სიმეტრია სხვადასხვა ეკონომიკურ ინტუიციას ასახავს. ეკონომიკაში გამოყენებული მატრიცების შესახებ მოკლე მიმოხილვა იხილეთ ამ თავის დანართებში.

დების უკეთ აღქმის მიზნით, მოვიყვანოთ ერთი ცვლადის ფუნქციის მაგალითი. ერთცვლადიანი ფუნქციის შემთხვევაში, ვთქვათ, ეკონომიკური აგენტი x-ს ცვლის ძალიან მცირე dx რაოდენობით და ამ დროს აკვირდება y-ს ცვლილებას, ანუ dy-ს. ეს ცვლილება მოცემულია შემდეგნაირად:

$$dy = f'(x)dx. \tag{2.17}$$

ტოლობით 2.17 მოცემული იგივეობა გვიჩვენებს, რომ y-ის ცვლილება x-ის ცვლილებისა და ფუნქციის დახრილობის ნამრავლის ტოლია. ეს ფორმულა შეესაბამება ალგებრაში წრფივი განტოლებების ამოსახსნელად საჭირო წერტილისა და კუთხის დახრილობის ფორმულას. როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, მაქსიმუმის საპოვნელად აუცილებელია, რომ $dy = 0$, როცა ოპტიმუმის წერტილის მიდამოში x მცირედ იცვლება. სხვა შემთხვევაში, x-ის სათანადოდ ცვლილება y-ს ზრდას გამოიწვევს. მაგრამ, რადგანაც განტოლებაში 2.17 dx არ არის აუცილებლად 0-ის ტოლი, $dy = 0$ პირობით უნდა განისაზღვროს, რომ სასურველ წერტილში $f'(x) = 0$. ეს არის მაქსიმუმის საპოვნელად პირველი რიგის პირობების მიღების კიდევ ერთი წესი.

ამ ანალოგიის გამოყენებით, განვიხილოთ ეკონომიკური აგენტის მიერ მრავალი ცვლადისთვის რაოდენობების განსაზღვრის მიზნით გადაწყვეტილების მიღების პროცესი. ვთქვათ, ამ აგენტს სურს იპოვოს x-ის ისეთი სიმრავლე, რომლისთვისაც ის $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$-დან მაქსიმალურ სარგებელს მიიღებს. აგენტმა უნდა სცადოს x-დან ერთერთის, ვთქვათ, x_1-ის ცვლილება და დანარჩენი ცვლადები დატოვოს უცვლელი. ამ შემთხვევაში y-ის ცვლილება (dy) გამოწვეული იქნება x_1-ის ცვლილებით:

$$dy = \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 = f_1 dx_1.$$

აქედან, y-ის ცვლილება ტოლია x_1-ის ცვლილება გამრავლებული ფუნქციის დახრილობაზე, რომელიც x_1-ის მიმართულებითაა გაზომილი. ისევ მთის მაგალითს თუ მოვიყვანთ, მოგზაურის მიერ გეზის ჩრდილოეთით აღების შემთხვევაში სიმაღლის ნამატი იქნება ჩრდილოეთისკენ განვლილი მანძილის ნამრავლი ჩრდილოეთის მიმართულებით მთის დახრილობაზე.

სრული წარმოებული

ყველა x-ის მცირედით ცვლილების შემთხვევაში, y-ზე მთლიანი ეფექტი იქნება თითოეული ცვლადის ცალკეული ეფექტების ჯამი, რომლებიც გამოითვლება ისე, როგორც ზემოთ განხილული x_1-ის ცვლილების ეფექტი. აქედან, y-ის სრული წარმოებული განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$dy = \frac{\partial f}{\partial x_1}dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2}dx_2 + \ldots + \frac{\partial f}{\partial x_n}dx_n$$

$$= f_1 dx_1 + f_2 dx_2 + f_n dx_n. \qquad \textbf{(2.18)}$$

ეს ჩანაწერი ტოლობით 2.17 მოცემულ ერთი ცვლადის ფუნქციის შემთხვევას ჰგავს. მას f ფუნქციის სრული წარმოებული ეწოდება და გულისხმობს, რომ y-ის ცვლილება თითოეული x-ის ცალკეული ცვლილებების ჯამია.[3]

პირველი რიგის პირობა მაქსიმუმისთვის

x-ის მცირედი ცვლილების ნებისმიერი კომბინაციისთვის $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ ფუნქციის მაქსიმუმის (ან მინიმუმის) აუცილებელი პირობაა $dy = 0$, რომელიც შერჩეული წერტილისთვის ერთადერთ შემთხვევაში სრულდება, თუ:

$$f_1 = f_2 = \ldots = f_n = 0. \qquad \textbf{(2.19)}$$

წერტილს, რომლისთვისაც ტოლობა 2.19 სრულდება, ეწოდება კრიტიკული წერტილი. ტოლობა 2.19 არის ლოკალური მაქსიმუმის არსებობისთვის აუცილებელი პირობა. შევნიშნოთ, რომ თუ კერძო წარმოებულებიდან რომელიმე (ვთქვათ, f_i) მეტია (ან ნაკლებია) 0-ზე, y შეიძლება გაიზარდოს x_i-ის ზრდის (ან შემცირების) შედეგად. მაშინ, ეკონომიკურ აგენტს შეუძლია მაქსიმუმის წერტილის პოვნა იმ ადგილის აღმოჩენით, სადაც y არ რეაგირებს x-ის მცირე ცვლილებებზეც კი. ეს არის ეკონომიკური ანალიზის უმნიშვნელოვანესი შედეგი, რომლის მიხედვითაც, ეკონომიკური აქტივობა (x-ები) შეირჩეს ისე, რომ „ზღვრული“ წვლილი აქტივობის შედეგში (y) 0-ის ტოლი იყოს. ამ წერტილისგან განსხვავებული წერტილის შერჩევის შემთხვევაში y-ის მაქსიმიზაცია არ განხორციელდება.

---

3 ტოლობით 2.18 მოცემული სრული ნარმოებულის ფორმულის გამოყენება შესაძლებელია ჯაჭვური წესის გამოსაყვანად. რადგან ის მრავალცვლადიან ფუნქციებს ეხება. ვთქვათ, $y = f(x_1, x_2)$. $y = f(x_1, x_2)$, $x_1 = g(z)$ და $x_2 = h(z)$. თუ თითოეული ეს ფუნქცია განარმოებადია, შეგვიძლია გამოვთვალოთ z-ის ცვლილების ეფექტი y-ზე. y-ის სრული ნარმოებული არის:

$$dy = f_1 dx_1 + f_2 dx_2$$

ამ ჩანაწერის dz-ზე გაყოფით მიიღება:

$$\frac{dy}{dz} = f_1 \frac{dx_1}{dz} + f_2 \frac{dx_2}{dz} = f_1 \frac{dg}{dz} + f_2 \frac{dh}{dz}$$

აქედან, y-ზე z-ის ცვლილების ეფექტის დადგენა მოითხოვს z-ს ეფექტის გაანგარიშებას y-ის განმსაზღვრელი ორივე ცვლადისთვის (x_1, x_2). თუ y დამოკიდებულია 2-ზე მეტ ცვლადზე. z-ის ეფექტი მათზეც უნდა იქნას გაანგარიშებული. ეს შედეგი შეგვახსენებს, რომ მრავალი ცვლადის ფუნქციის ნარმოებულის დათვლის დროს უნდა გაკეთვალისწინოთ დამოუკიდებელი ცვლადების ყველა შესაძლო გავლენა დამოკიდებულზე.

მაგალითი 2.3 ფუნქციის მაქსიმუმის პოვნა

ვთქვათ, y არის x_1-ისა და x_2-ის შემდეგი ფუნქცია:

$$y = -(x_1 - 1)^2 - (x_2 - 2)^2 + 10 \qquad \textbf{(2.20)}$$

ან

$$y = -x_1^2 + 2x_1 + x_2^2 + 4x_2 + 5$$

ვთქვათ, y არის ინდივიდის ჯანმრთელობის მდგომარეობის განმსაზღვრელი ფუნქცია (რომელიც გაზომილია 0-დან 10-მდე) და x_1 და x_2 არის გამაჯანსაღებელი წამლების დღიური დოზები. უნდა ვიპოვოთ x_1-ის და x_2-ის რაოდენობები, რომლებიც მაქსიმალურად გაზრდიან y-ს. x_1-ის და x_2-ის მიმართ y-ის კერძო წარმოებულების გაანგარიშებისა და განტოლებით 2.19 მოცემული მაქსიმუმის პოვნის აუცილებელი პირობის გამოყენებით მივიღებთ:

$$\frac{dy}{dx_1} = -2x_1 + 2 = 0,$$

$$\frac{dy}{dx_2} = -2x_2 + 4 = 0 \qquad \textbf{(2.20)}$$

ან

$$x_1^* = 1,$$

$$x_2^* = 2.$$

შესაბამისად, ფუნქცია თავის მაქსიმუმს აღწევს მაშინ, როცა $x_1 = 1$ და $x_2 = 2$. ამ წერტილში $y = 10$, რაც წარმოადგენს ჯანმრთელობის შესაძლო მაქსიმალურ დონეს. ამ წერტილის მაქსიმალურობაში შეგვიძლია დავრწმუნდეთ, თუ ვცდით x_1-ის და x_2-ის სხვადასხვა კომბინაციებს. მაგალითად, თუ $x_1 = x_2 = 0$, $y = 5$, ან თუ $x_1 = x_2 = 1$, $y = 9$. x_1-ისა და x_2-ის 1-სა და 2-ზე მეტი მნიშვნელობების შემთხვევაში კი y მცირდება, რადგან ამ დროს ტოლობაში 2.20 იზრდება უარყოფითი კვადრატული წევრების სიდიდე. შესაბამისად, აუცილებელი პირობების გათვალისწინებით ნაპოვნი წერტილი ლოკალურ (და გლობალურ) მაქსიმუმს წარმოადგენს.[4]

შეკითხვა: ვთქვათ, y არის ფიქსირებული (მაგალითად, 5-ის ტოლი). როგორი სახე ექნება x_1-სა და x_1-ს შორის დამოკიდებულებას? თუ $y = 7$? ან თუ $y = 10$? (ეს ნახაზები წარმოადგენს ფუნქციის კონტურულ მონახაზებს და უფრო დეტალურად განხილული იქნება მომდევნო თავებში. ასევე, იხ. ამოცანა 2.1).

4 $x_1 = 1$, $x_2 = 2$ წერტილი გლობალური მაქსიმუმის წერტილია, რადგან განტოლებით 2.20 მოცემული ფუნქცია არის ჩაზნექილი (იხ. ამ თავში ქვემოთ მოცემული მიმოხილვა).

მეორე რიგის პირობები

შევნიშნოთ, რომ ტოლობით 2.19 მოცემული პირობები მაქსიმუმის საპოვნელად საკმარისი არ არის. ეს შგვიძლია კიდევ ერთხელ ვაჩვენოთ ჩვენი ცხოვრებისეული ანალოგიდან: ყველა გორაკის წვერი ბრტყელია (მეტნაკლებად), მაგრამ ყველა ბრტყელი ადგილი არ არის გორაკის მწვერვალი. საჭიროა შემოვიღოთ ტოლობის 2.6 მსგავსი მეორე რიგის პირობები, რომელიც უზრუნველყოფს ტოლობის 2.19 გამოყენებით ნაპოვნი წერტილის ლოკალურ მაქსიმუმობას. ლოკალური მაქსიმუმისთვის, ლოგიკურად, კრიტიკული წერტილიდან x-ების ნებისმიერად მცირე ცვლილება იწვევს y-ის შემცირებას. ერთცვლადიანი ფუნქციის მსგავსად კი ამისათვის აუცილებელია f ფუნქციის მეორე რიგის კერძო წარმოებულების გამოკვლევა. თუ ტოლობის 2.19 საფუძველზე ნაპოვნი წერტილი ლოკალური მაქსიმუმია, მეორე რიგის კერძო წარმოებულები უნდა აკმაყოფილებდნენ გარკვეულ შეზღუდვებს (რომლებიც ერთი ცვლადის ფუნქციის შემთხვევაში არსებული შეზღუდვების მსგავსია). ამ შეზღუდვებს მოგვიანებით განვიხილავთ.

არაცხადი ფუნქცია

მიუხედავად იმისა, რომ მათემატიკურ განტოლებებში დამოკიდებული ცვლადი (y) ხშირად ერთი ან რამდენიმე დამოუკიდებელი ცვლადის (x) ფუნქციის სახითაა მოცემული, ეს არ არის ცვლადებს შორის დამოკიდებულების ასახვის ერთადერთი გზა. მაგალითად, ტოლობა

$$y = mx + b \tag{2.22}$$

შეიძლება ასეც ჩაიწეროს:

$$y - mx - b = 0 \tag{2.23}$$

ან, უბრალოდ:

$$f(x, y, m, b) = 0 \tag{2.24}$$

ასეთი სახის აღნიშვნა გვიჩვენებს, რომ x-სა და y-ს შორის კავშირი დამოკიდებულია დახრილობასა (m) და გადაკვეთის წერტილზეც (b), რომლებიც არ იცვლება. ამ ფორმით მოცემულ ფუნქციებს არაცხადი ფუნქციები ეწოდება, რადგან ისინი ცხადად კი არ წარმოგვიდგენენ, რომ y არის x-ის, m-სა და b-ს ფუნქცია, არამედ ფარულად ასახავენ ცვლადებს შორის დამოკიდებულებას.

არაცხადი ფუნქციის ჩვეულებრივი ფორმით ჩაწერა ხშირად ძალიან მარტივია. მაგალითად, შემდეგი სახის არაცხადი ფუნქცია

$$x + 2y - 4 = 0 \tag{2.25}$$

შეიძლება წარმოვადგინოთ x-ის მიმართ:

$$x = -2y + 4 \tag{2.26}$$

ან y-ს მიმართ:

$$y = \frac{-x}{2} + 2 \tag{2.27}$$

არაცხადი ფუნქციის წარმოებული

ხშირად წარმოებულის გამოთვლა მოსახერხებელია პირდაპირ არაცხადი ფუნქციისთვის, ცალკეული ცვლადების მიმართ ფუნქციის გაანგარიშების გარეშე. მაგალითად, $f(x, y) = 0$ არაცხადი ფუნქციის სრული წარმოებული არის 0, რადგან $f_x dx + f_y dy = 0$, ამიტომ

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{f_x}{f_y}. \tag{2.28}$$

აქედან, არაცხადი ფუნქციის წარმოებული dy/dx შეგვიძლია გამოვთვალოთ, როგორც არაცხადი ფუნქციის კერძო წარმოებულების შეფარდება მინუს ნიშნით, როცა $f_y \neq 0$.

მაგალითი 2.4 საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარი

1.3 მაგალითში გამოვთვალეთ საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარი 2 პროდუქტისთვის:

$$x^2 + 0{,}25y^2 - 200 \tag{2.29}$$

ან, თუ ჩავწერთ არაცხადი სახით:

$$f(x, y) = x^2 + 0{,}25y^2 - 200 = 0 \tag{2.30}$$

აქედან,

$$f_x = 2x$$
$$f_y = 0.5y,$$

(გაგრძელება)

შესაბამისად, ტოლობის 2.28 თანახმად, x-სა და y-ს შორის არჩევანის გაკეთების დროს ალტერნატიული დანახარჯი არის

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-f_x}{f_y} = \frac{-2x}{0{,}5y} = \frac{-4x}{y}, \qquad \textbf{(2.31)}$$

რაც სწორედ ის შედეგია, რომელიც ადრე მივიღეთ.

შეკითხვა: x-სა და y-ს შორის არჩევანის გაკეთება ამ შემთხვევაში რატომ არის დამოკიდებული მხოლოდ x-ისა და y-ს ფარდობაზე და არა მუშახელის რაოდენობაზე, რომელიც უცვლელია და 200-ს უდრის?

თეორემა არაცხადი ფუნქციის შესახებ

$g(x, y) = 0$ სახის არაცხადი ფუნქციის ამოხსნა $y = f(x)$ სახით გარდაქმნის საშუალებით ყოველთვის შესაძლებელი არ არის. თუმცა, მათემატიკოსებმა გააანალიზეს პირობები, რომლებიც საშუალებას იძლევა არაცხადი ფუნქცია წარმოვადგინოთ, როგორც ერთი ცვლადის ფუნქცია, რომელიც დანარჩენ ცვლადებსა და სხვა პარამეტრებზეა დამოკიდებული. აქ ეს პირობები განხილული არ არის. მაგრამ, უნდა აღინიშნოს, რომ ისინი განსაზღვრავენ მოთხოვნებს ფუნქციის სხვადასხვა კერძო წარმოებულებზე, რომლებიც საკმარისია იმის უზრუნველსაყოფად, რომ არსებობდეს უნიკალური კავშირი დამოკიდებულ და დამოუკიდებელ ცვლადებს შორის.[5]

კონვერზის თეორემა

წიგნში არაცხადი ფუნქცია ძირითადად კონვერტის თეორემისთვის იქნება გამოყენებული. ეს თეორემა განიხილავს, თუ როგორ იცვლება ცალკეული ფუნქციის ოპტიმალური მნიშვნელობა ფუნქციის პარამეტრის ცვლილების შედეგად. ამ სახის გაანგარიშებები წიგნში ბევრჯერ შეგვხვდება, რადგან ეკონომიკური ამოცანები, რომლებიც უნდა შევისწავლოთ, ხშირად ეხება ფუნქციაზე მისი პარამეტრის ცვლილების ეფექტს (მაგალითად როგორ იცვლება ინდივიდის შესყიდვები პროდუქტის საბაზრო ფასის ცვლილების შედეგად). კონვერტის თეორემა ასეთ შემთხვევებში ამოცანის ამოხსნის მარტივ და მოკლე გზას გვთავაზობს.

5 არაცხადი ფუნქციის დეტალური მიმოხილვისთვის იხ. Carl P. Simon and Lawrence Blume, Mathematics for Economists (New York: W. W. Norton, 1994), თავი 15.

კონვერტის თეორემის გამოყენების მაგალითი

კონვერტის თეორემის უკეთ აღქმის საუკეთესო საშუალებას წარმოადგენს კონკრეტული მაგალითის განხილვა. ვთქვათ, y არის ერთი ცვლადის (x) და ერთი პარამეტრის (a) ფუნქცია:

$$y = -x^2 + ax. \tag{2.32}$$

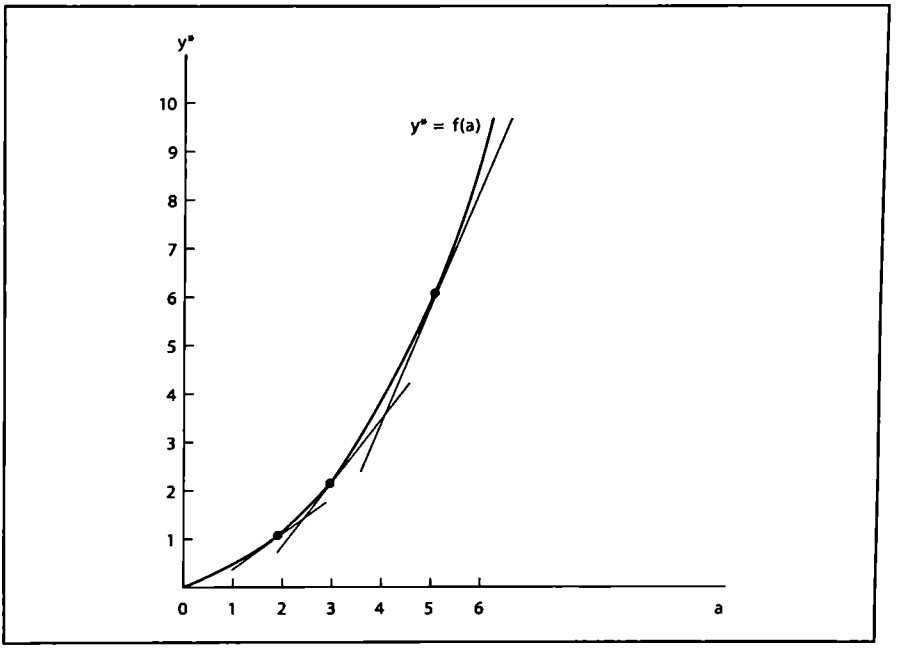
a პარამეტრის სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის, ეს ფუნქცია წარმოადგენს ამობრუნებული პარაბოლების ერთობლიობას. თუ a-ს მივანიჭებთ კონკრეტულ მნიშვნელობას, ტოლობა 2.32 მხოლოდ x-ის ფუნქციად გადაიქცევა და შეგვიძლია ისეთი x-ის გამოთვლა, რომელიც მოახდენს y-ის მაქსიმიზაციას. მაგალითად, თუ $a = 1$, $x^* = \frac{1}{2}$ და y-ის შესაბამისი მნიშვნელობა ამ შემთხვევაში იქნება $\frac{1}{4}$ (მისი მაქსიმუმი). ასევე, თუ $a = 2$, $x^* = 1$ და y^*=1. აქედან, a პარამეტრის 1-ით გაზრდა იწვევს y-ის მაქსიმალური მნიშვნელობის $\frac{3}{4}$ -ით გაზრდას. ცხრილში 2.1 მოცემულია a-ს მნიშვნელობები 0-დან 6-მდე, რომელთა მიხედვითაც გამოთვლილია x-ის ოპტიმალური მნიშვნელობები და y-ის შესაბამისი სიდიდეები. შევნიშნოთ, რომ a-ს ზრდასთან ერთად y-ის მაქსიმალური მნიშვნელობაც იზრდება. ეს შედეგი მოცემულია ნახაზზე 2.3, რომელიც გვიჩვენებს, რომ a-სა და y^*-ს შორის დამოკიდებულება კვადრატული ფორმისაა. ახლა კი ცხრილში ვაჩვენოთ, თუ როგორ იცვლება y^*a პარამეტრის ცვლილების შედეგად.

ცხრილი 2.1 x-ის და y-ის ოპტიმალური სიდიდეები a პარამეტრის ალტერნატიული მნიშვნელობებისთვის $y = -x^2 + ax$ ფუნქციაში

a-ს მნიშვნელობა	x*-ს მნიშვნელობა	y*-ს მნიშვნელობა
0	0	0
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
2	1	1
3	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$
4	2	4
5	$\frac{5}{2}$	$\frac{25}{4}$
6	3	9

ნახაზი 2.3 კონვერტის თეორემის ილუსტრირება

კონვერტის თეორემის თანახმად, y^*-სა (y-ს მაქსიმალური მნიშვნელობა) და a პარამეტრს შორის დამოკიდებულების ამსახველი ფუნქციის დახრის კუთხის გასაანგარიშებლად შესაძლებელია $\partial y / \partial a$-ს გამოთვლით იმ დამხმარე ფუნქციისთვის, რომელიც მიიღება საწყის ფუნქციაში x-ის ნაცვლად მისი ოპტიმალური მნიშვნელობების ჩასმით.



გაანგარიშების პირდაპირი მეთოდი

კონვერტის თეორემის თანახმად, ზემოთ მოცემული დასკვნის გაკეთება 2 გზითაა შესაძლებელი. პირველის მიხედვით, შეგვიძლია პირდაპირ გამოვთვალოთ ნახაზზე 2.3 მოცემული ფუნქციის დახრის კუთხე. ამიტომ, უნდა ვიპოვოთ ტოლობით 2.32 მოცემული ფუნქციისთვის x-ის ოპტიმალური სიდიდე a-ს ნებისმიერი მნიშვნელობისთვის.

$$\frac{dy}{dx} = -2x + a = 0$$

აქედან,

ტოლობაში 2.32 x^*-ის ჩასმით მივიღებთ:

$$\begin{aligned} y^* &= -(x^*)^2 + a(x^*) \\ &= -\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a\left(\frac{a}{2}\right) \\ &= -\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{2} = \frac{a^2}{4}, \end{aligned}$$

ეს სწორედ ის შედეგია, რაც ნახაზზე 2.3 ასახულია. წინა ტოლობიდან ჩანს, რომ

$$\frac{dy^*}{da} = \frac{2a}{4} = \frac{a}{2} \tag{2.33}$$

თუ $a = 2$, $\partial y^* / \partial a = 1$. ანუ, a-ს ამ მნიშვნელობისთვის a-ს ზრდის ზღვრული ეფექტი არის y^*-ის ზრდა ზუსტად იმავე რაოდენობით. თუ $a = 6$, a-ს ნებისმიერად მცირე რაოდენობით გაზრდა გამოიწვევს y^*-ის 3-ჯერ გაზრდას. ეს შედეგი მოცემულია ცხრილში 2.1.

ჯონჯერის თეორემის გამოყენებით გამარტივებული გაანგარიშების მეთოდი

ამ შედეგის მიღება ოდნავ რთული აღმოჩნდა. ამისათვის დაგვჭირდა x-ის ოპტიმალური სიდიდეების გამოთვლა a-ს ნებისმიერი მნიშვნელობისთვის და მიღებული x^*-ის ჩასმა y განტოლებაში. ზოგჯერ ეს პროცესი შესაძლოა ძალიან გართულდეს, რადგან საჭიროა მოცემული ფუნქციის მრავალჯერ გაწარმოება. კონვერტის თეორემა გვთავაზობს იგივე შედეგის მიღების ალტერნატიულ ხერხს. ამ თეორემის თანახმად, a-ს მცირედით შეცვლის დროს $\partial y^* / \partial a$ შეიძლება გავიანგარიშოთ შემდეგნაირად: x-ს მივანიჭოთ თავისი ოპტიმალური მნიშვნელობა, დავტოვოთ უცვლელად და გამოვთვალოთ $\partial y / \partial a$. ამ გზით მივიღებთ, რომ

$$\frac{\partial y}{\partial a} = x \tag{2.34}$$

x^*-ში კი გვაქვს:

$$\frac{\partial y^*}{\partial a} = x^* = \frac{a}{2}. \tag{2.35}$$

ზუსტად იგივე შედეგი მივიღეთ წინა შემთხვევაშიც. ნახაზი 2.3 გვიჩვენებს მიზეზს, თუ რატომ ემთხვევა ამ ორი მეთოდით გაანგარიშების შედეგები ერთმანეთს. ნახაზზე მოცემული მხებით მონიშნულია y-ის მნიშვნელობები ფიქსირებული x^*-თვის. მხების დახრის კუთხე კი არის $\partial y / \partial a$. ამიტომ, y^*-ში ეს დახრის კუთხე იღებს ჩვენთვის საინტერესო მნიშვნელობას.

ეს შედეგი ძალიან ზოგადია, რის გამოც მას ანალიზის გამარტივების მიზნით შემდგომშიც გამოვიყენებთ. მოკლედ, კონვერტის თეორემის თანახმად, ფუნქციის პარამეტრის ცვლილების შედეგად ფუნქციის ოპტიმალური მნიშვნელობის ცვლილების სიდიდე შეიძლება ვიპოვოთ ფუნქციის კერძო წარმოებულის გამოთვლით, როცა მის ოპტიმუმში x უცვლელადაა შენარჩუნებული. ანუ

$$\frac{dy^*}{da} = \frac{\partial y^*}{\partial a}\Big\{x = x^*(a)\Big\}, \tag{2.36}$$

ეს აღნიშვნა შეგვახსენებს, რომ $\partial y / \partial a$ უნდა გავიანგარიშოთ x-ის იმ ოპტიმალური მნიშვნელობისთვის, რომელიც კონკრეტული a-თვისაა დათვლილი.

მრავალცვლადიანი ფუნქციის შემთხვევა

კონვერტის თეორემა სრულდება იმ შემთხვევაშიც, როცა y მრავალი ცვლადის ფუნქციაა. ვთქვათ, y დამოკიდებულია x-ის სიმრავლეზე $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ და ერთ კონკრეტულ a პარამეტრზე:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n, a) \tag{2.37}$$

y-ს ოპტიმალური მნიშვნელობის პოვნა მოითხოვს n რაოდენობის შემდეგი სახის პირველი რიგის პირობების ამოხსნას:

$$\frac{\partial y}{\partial x_i} = 0\big(i = 1, \dots, n\big), \tag{2.38}$$

ამის შედეგად მივიღებთ ოპტიმალური x-ების სიმრავლეს $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$, რომლებიც არაცხადად იქნებიან დამოკიდებულნი a პარამეტრზე. თუ დავუშვებთ, რომ მეორე რიგის პირობები სრულდება, არაცხადი ფუნქციის შესახებ თეორემის გამოყენებით შეგვიძლია ვიპოვოთ თითოეული x_i^*, როგორც a პარამეტრის ფუნქცია:

$$\begin{aligned} x_1^* &= x_1^*(a), \\ x_2^* &= x_2^*(a), \\ &\vdots \\ x_n^* &= x_n^*(a). \end{aligned} \tag{2.39}$$

ამ ფუნქციების საწყის ფუნქციაში (ტოლობაში 2.37) ჩასმით მივიღებთ გამოსახულებას, რომელშიც y-ის ოპტიმალური მნიშვნელობა (y^*), პირდაპირ და ფარულად, დამოკიდებულია a პარამეტრზე, რომელიც, თავის მხრივ, x^*-ზე ახდენს გავლენას:

$$y^* = f[x_1^*(a), x_2^*(a), \ldots, x_n^*(a), a].$$

a-ს მიმართ ამ გამოსახულების სრული წარმოებულის გამოთვლის შედეგად მივიღებთ:

$$\frac{dy^*}{da} = \frac{\partial f}{\partial x_1}\cdot\frac{dx_1}{da} + \frac{\partial f}{\partial x_2}\cdot\frac{dx_2}{da} + \ldots + \frac{\partial f}{\partial x_n}\cdot\frac{dx_n}{da} + \frac{\partial f}{\partial a}. \qquad \textbf{(2.40)}$$

მაგრამ, თუ x-ს თავიანთი ოპტიმალური მნიშვნელობები აქვთ მინიჭებული, ბოლო წევრის გარდა, პირველი რიგის პირობის გამო, ტოლობის 2.40 ყველა დანარჩენი წევრი 0-ის ტოლია. აქედან, ისევ კონვერტის შედეგამდე მივედით:

$$\frac{dy^*}{da} = \frac{\partial f}{\partial a}, \qquad \textbf{(2.41)}$$

ტოლობით 2.41 გამოთვლილი წარმოებული უნდა შეფასდეს x-ების ოპტიმალური მნიშვნელობებისთვის.

მაგალითი 2.5 კონვერტის თეორემა: კიდევ ერთხელ ჯანმრთელობაზე

მაგალითში 2.3 განვიხილეთ ჯანმრთელობის მდგომარეობის შემდეგი ფუნქციის მაქსიმალური მნიშვნელობები:

$$y = -(x_1 - 1)^2 - (x_2 - 2)^2 + 10 \qquad \textbf{(2.42)}$$

და ვიპოვეთ, რომ

$$x_1^* = 1, \qquad \textbf{(2.43)}$$
$$x_2^* = 2,$$

და

$$y^* = 10.$$

(გაგრძელება)

ვთქვათ, a პარამეტრი ნებისმიერია და მას არანაირი კონკრეტული მნიშვნელობა არ აქვს მინიჭებული (წინა შემთხვევაში $a = 10$). a ამ შემთხვევაში ასახავს ადამიანის ჯანმრთელობის შესაძლო მდგომარეობას. მაგრამ ეს სიდიდე თითოეული ადამიანისთვის განსხვავებულია. ამიტომ:

$$y = f(x_1, x_2, a) = -(x_1 - 1)^2 - (x_2 - 2)^2 + a. \quad \textbf{(2.44)}$$

ამ შემთხვევაში, x_1-ის და x_2-ის ოპტიმალური მნიშვნელობები არ არის დამოკიდებული a პარამეტრზე (ისინი მუდმივებია და $x_1^* = 1$ და $x_2^* = 2$). ამ ოპტიმალური მნიშვნელობებისთვის

$$y^* = a \quad \textbf{(2.45)}$$

და

$$\frac{dy^*}{da} = 1. \quad \textbf{(2.46)}$$

ადამიანებს, რომლებსაც ბუნებრივად აქვთ კარგი ჯანმრთელობა, ექნებათ y^*-ის თანდაყოლილად მაღალი მნიშვნელობა იმის გათვალისწინებით, რომ ისინი x_1-ს და x_2-ს ოპტიმალურად ირჩევენ. სწორედ ამას გულისხმობს კონვერტის თეორემა, რადგან

$$\frac{dy^*}{da} = \frac{\partial f}{\partial a} = 1 \quad \textbf{(2.47)}$$

ეს შედეგი გამომდინარეობს ტოლობიდან 2.44. a პარამეტრის ზრდა y^*-ის ოპტიმალურ სიდიდეს ზუსტად იმავე რაოდენობით ზრდის (მხოლოდ, იმ პირობით, რომ x_1-ის და x_2-ის დოზები ოპტიმალურადაა შერჩეული).

შეკითხვა: ვთქვათ, ტოლობით 2.42 მოცემული ფუნქციისთვის გვაინტერესებს მხოლოდ x_1-ის ოპტიმალური დოზა და 1-ის ნაცვლად გვაქვს ზოგადი, b პარამეტრი. სიტყვიერად და მათემატიკური მეთოდების გამოყენებით ახსენით, რატომ იქნება ამ შემთხვევაში $\partial y^* / \partial a$ 0-ის ტოლი?

შეზღუდული მაქსიმიზაცია

აქამდე ფუნქციის მაქსიმიზაციისას x-ის შერჩევა არანაირ შეზღუდვას არ ექვემდებარებოდა. ეკონომიკურ ამოცანებში კი, ძირითადად, x-ის ყველა მნიშვნელობა ხელმისაწვდომი არ არის. შეიძლება ხშირად შევხვდეთ მოთხოვნას, რომლის მიხდევითაც

ყველა x დადებითი უნდა იყოს. ასეთი შემთხვევაა მენეჯერის მიერ მოგების მაქსიმიზაციის მიზნით წარმოების რაოდენობის შესახებ გადაწყვეტილების მიღება, რომლის დროსაც წარმოების უარყოფითი რაოდენობა არარეალური იქნება. სხვა შემთხვევებში x-ზე შეზღუდვები შეიძლება განპირობებული იყოს სხვადასხვა ეკონომიკური მოსაზრებებით: პრუდუქტის შესყიდვის დროს, ბიუჯეტის შეზღუდულობის გამო, მომხმარებელს არ შეუძლია პროდუქტის ნებისმიერი სასურველი რაოდენობით შეძენა. ასეთი სახის შეზღუდულობამ შესაძლოა შეამციროს იმ ფუნქციის მაქსიმალური მნიშვნელობა, რომლის მაქსიმიზაციაც ხორციელდება. რადგან x-ის ნებისმიერად შერჩევა არ არის შესაძლებელი, ამის გამო y-მა შესაძლოა ვერ მიაღწიოს თავის მაქსიმუმს. თუ შეზღუდვების დაწესების შედეგად მიღებული ფუნქციის მაქსიმალური მნიშვნელობა შეზღუდვების გარეშე არსებულ მაქსიმუმს დაემთხვევა, მაშინ შეზღუდვას „არაშემოსაზღვრული" (unbounded) ეწოდება.

ლაგრანჟის მამრავლის მეთოდი

შეზღუდული მაქსიმიზაციის ამოცანის ამოხსნის მეთოდია ლაგრანჟის მამრავლის მეთოდი. ის იყენებს ისეთ მათემატიკურ კალკულაციებს, რომელთაც სასარგებლო ეკონომიკური ინტერპრეტაცია გააჩნიათ. ამ მეთოდის ახსნა ვრცლად მიმოხილვის გარეშეც ძალიან მარტივია.[6] ზემოთ განვიხილეთ ლოკალური მაქსიმუმის საპოვნელად აუცილებელი პირობები და ვაჩვენეთ, რომ ოპტიმუმის წერტილში ფუნქციის ყველა კერძო წარმოებული 0-ის ტოლი უნდა იყოს. შესაბამისად, სახეზე გვაქვს n განტოლება (f_i = 0, როცა $i = 1, \ldots, n$) და n უცნობი (x-ები). ზოგადად, ამ განტოლებების ამონახსნები x-ის ოპტიმალური მნიშვნელობებია. თუმცა, როცა x-ზე რაიმე შეზღუდვაა დაწესებული, სახეზე გვაქვს სულ მცირე ერთი დამატებითი ტოლობა (შეზღუდვის ამსახველი), რომელიც არ შეიცავს დამატებით ცვლადს. ამიტომ, ტოლობათა სისტემაში მათი რაოდენობა ცვლადების რაოდენობაზე მეტია. ლაგრანჟის მეთოდი გვთავაზობს დამატებით ცვლადს (ლაგრანჟის მამრავლს), რომელიც არამარტო გვეხმარება ამოცანის ამოხსნაში (რადგან ეხლა სახეზე გვაქვს $n + 1$ განტოლება და $n + 1$ ცვლადი), არამედ სასრგებლო ეკონომიკური ინტერპრეტაციაც გააჩნია.

ფორმალური ამოცანა

ვთქვათ, გვსურს $x_1, x_2, \ldots, x_n$-ის იმ მნიშვნელობების პოვნა, რომლებიც უზრუნველყოფენ შემდეგი ფუნქციის მაქსიმიზაციას

$$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n), \tag{2.48}$$

6 დეტალური მიმოხილვისთვის იხ. A. K. Dixit, Optimization in Economic Theory, 2nd ed. (Oxford: Oxford University Press,1990), თავი 2.

ამასთან, მოცემული გვაქვს შეზღუდვა, რომლის საფუძველზეც მხოლოდ ცალკეული x-ის გამოყენება შეგვიძლია. ამ შეზღუდვის ზოგადი ჩანაწერი შემდეგი სახისაა:

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0, \tag{2.49}$$

სადაც g ფუნქცია[7] გვიჩვენებს x-ს შორის დამოკიდებულებას, რომელიც უნდა იყოს დაცული.

პირველი რიგის პირობები

ლაგრანჟის მეთოდის გამოყენება შემდეგი გამოსახულებით იწყება:

$$\mathcal{L} = f(x_1 \; x_2 \ldots x_n) + \lambda g(x_1 \; x_2 \ldots x_n) \tag{2.50}$$

სადაც λ არის დამატებითი ცვლადი, რომელსაც ლაგრანჟის მამრავლი ეწოდება. ამ ცვლადის ინტერპრეტაცია ქვემოთ იქნება მოცემული. პირველ რიგში შევნიშნოთ, რომ როცა შეზღუდვა სრულდება, $\mathcal{L}$ და f იღებენ ერთსა და იმავე მნიშვნელობას (რადგან $g(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0$. შედეგად, თუ x-ის მხოლოდ იმ მნიშვნელობების შემოვიფარგლებით, რომლებიც ამ შეზღუდვას აკმაყოფილებენ, f-ის შეზღუდული მაქსიმუმი დადგენა იქნება იგივე ამოცანა, რაც $\mathcal{L}$-ის კრიტიკული მნიშვნელობის პოვნა. ამიტომ, ვიპოვოთ $\mathcal{L}$-ის კრიტიული მნიშვნელობა და x-ის გარდა გამოვიყენოთ კიდევ ერთი, λ ცვლადი. ტოლობიდან 2.50 კრიტიკული წერტილისთვის გვაქვს შემდეგი განტოლებები:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} &= f_1 + \lambda g_1 = 0, \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} &= f_1 + \lambda g_1 = 0, \\
&\vdots \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_n} &= f_n + \lambda g_n = 0, \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= g(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0.
\end{aligned} \tag{2.51}$$

7 როგორც ადრე აღვნიშნეთ, $x_1, x_2, \ldots, x_n$ -ის ნებისმიერი ფუნქცია შეიძლება ჩაიწეროს არაცხადი სახით. მაგალითად, $x_1 + x_2 = 10$ შეგვიძლია ჩაეწეროთ ასეც: $10 - x_1 - x_2 = 0$. შემდგომ თავებში ამ მეთოდს შეზღუდვების ჩაწერის მიზნით ხშირად გამოვიყენებთ. გამოყენებული შეზღუდვების უმრავლესობა იქნება წრფივი.

განტოლებები 2,51 $\mathcal{L}$ ფუნქციის კრიტიკული წერტილის გამოთვლის პირობებს წარმოადგენენ. შევნიშნოთ, რომ გვაქვს $n + 1$ განტოლება (თითო განტოლება თითოეული x-თვის და ერთიც λ-თვის) $n + 1$ უცნობისთვის. x-სა და λ-თვის ამოხსნილ განტოლებებს აქვთ შემდეგი თვისებები: (1) x-ები აკმაყოფილებენ განტოლებების 2.51 ბოლო განტოლებით განსაზღვრულ პირობას, და (2) ყველა x, რომელიც აკმაყოფილებს ამ პირობას და წარმოადგენს განტოლების 2.51 ამონახსენს, ახდენს $\mathcal{L}$ ფუნქციის (და შესაბამისად f-ის) მაქსიმიზაციას (იმ დაშვებით, რომ მეორე რიგის პირობები სრულდება). ლაგრანჟის მამრავლის მეთოდი წარმოადგენს ამ ტიპის შეზღუდული მაქსიმიზაციის ამოცანის ამოხსნის ხერხს.[8]

განტოლების 2.51 ამონახსენი შეუზღუდავი მაქსიმიზაციის ამონახსენისგან (იხ. განტოლება 2,19) განსხვავებულია. განტოლებების 2,51 ამოხსნის დროს დაწესებული შეზღუდვის გამო x-ის ზღვრული გავლენის 0-თან ტოლობის წერტილის პოვნა საჭირო აღარ არის. შეზღუდული და შეუზღუდავი განტოლებები (და მათი შესაბამისი ამონახსნები) ერთმანეთს დაემთხვევა მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ შეზღუდვა არაეფექტური იქნება (რომლის დროსაც, $\lambda = 0$, როგორც ქვემოთ იქნება მოცემული). ამ გზით შესწორებულ ზღვრულ პირობებს მრავალი სახის ეკონომიკური ინტერპრეტაცია გააჩნია.

ლაგრანჟის მამრავლის ინტერპრეტაცია

აქამდე ლაგრანჟის მამრავლს (λ) ვიყენებდით ჩვენთვის სასურველი ამონახსენის საპოვნელად. თუმცა, ამ ცვლადს მნიშვნელოვანი ეკონომიკური ახსნაც გააჩნია, რომელიც წიგნში ბევრგან იქნება გამოყენებული. λ-ს ამ მნიშვნელობის ასახსნელად, განტოლების 2.51 პირველი n განტოლება წარმოვადგინოთ შემდეგნაირად:

$$\frac{f_1}{-g_1} = \frac{f_2}{-g_2} = \ldots = \frac{f_n}{-g_n} = \lambda. \qquad \textbf{(2.52)}$$

ანუ, მაქსიმუმის წერტილში, f_i-ის ფარდობა g_i-სთან იგივე იქნება ყველა x_i-სთვის.განტოლებების 2.52 მნიშვნელები წარმოადგენენ თითოეული x-ის ზღვრულ გავლენას f ფუნქციაზე. ისინი გვიჩვენებენ x_i-ის ერთი დამატებითი ერთეულის ზღვრულ სარგებელს იმ ფუნქციაზე, რომლის მაქსიმიზაციაც ხორციელდება (ამ შემთხვევაში f).

განტოლებების 2.52 მნიშვნელების სრულყოფილ ინტერპრეტაციას შევხვდებით ეკონომიკური ამოცანების ამოხსნის დროს, სადაც ვნახავთ, რომ ამ ფარდობებს ხში-

8 უფრო სწორედ, ეს არის აუცილებელი პირობა შიდა ლოკალური მაქსიმუმისთვის. ზოგ ეკონომიკურ ამოცანაში საჭიროა ამ პირობის გადახედვა იმის გამო, რომ შესაძლოა ზოგიერთი x მდებარეობდეს x-ების დასაშვები დონის ზღვარზე. მაგალითად, თუ განსაზღვრულია, რომ x-ები უნდა იყოს არაუარყოფითი, შესაძლოა განტოლება 2.51 ზედმიწევნით ვერ შესრულდეს, რადგან ეს მოითხოვს x-ის უარყოფითობას. ასეთი შემთხვევა ქვემოთ იქნება განხილული.

რად „ზღვრული დანახარჯის“ მნიშვნელობა გააჩნიათ. ისინი ასახავენ შეზღუდვის გამკაცრებას x-ის მცირედით მეტი მოხმარების შემთხვევაში. მოვიყვანოთ მარტივი მაგალითი: ვთქვათ, შეზღუდვის თანახმად, x_1-სა და x_2-ზე მთლიანი დანახარჯები არ უნდა აღემატებოდეს ფიქსირებულ სიდიდეს, F დოლარს. შესაბამისად, ეს შეზღუდვა მოცემული იქნება ასე: $p_1x_1 + p_2x_2 = F$ (სადაც p_1 ერთი x_1-ის ღირებულებაა). ამ შეზღუდვის არაცხად ჩანაწერს შემდეგი სახე ექნება:

$$g(x_1, x_2) = F - p_1x_1 + p_2x_2 = 0. \qquad \textbf{(2.53)}$$

მაშინ, ამ შემთხვევაში:

$$-g_i = p_i \qquad \textbf{(2.54)}$$

და წარმოებული $-g_i$ მართლაც ერთი x_i-ის ზღვრულ ღირებულებას ასახავს. ოპტიმიზაციის ყველა პრობლემაში, რომელსაც შემდგომ თავებში შევხვდებით, 2.52 განტოლებების მნიშვნელებს პრაქტიკულად მსგავსი ინტერპრეტაცია გააჩნიათ.

ლაგრანჟის მაძრავი, როგორც სარგებლიანობისა და დანახარჯების ფარდობა

განტოლებების 2.52 ინტერპრეტაცია შემდეგია: ისინი გვიჩვენებენ, რომ x-ის ოპტიმალური მნიშვნელობებისთვის x_i-ის ზრდის ზღვრული სარგებლის შეფარდება x_i-ის ზრდის ზღვრულ დანახარჯთან თითოეული x-თვის ერთი და იგივე უნდა იყოს. იმის საჩვენებლად, რომ ეს ნამდვილად მაქსიმუმის არსებობის პირობაა, ვთქვათ, ეს პირობა არ სრულდება და სარგებლისა და დანახარჯების ფარდობა x_1-თვის უფრო მეტია, ვიდრე x_2-თვის. ამ შემთხვევაში, მაქსიმუმის მისაღწევად x_1-ის ოდნავ მეტი რაოდენობაა საჭირო. თუ x_1-ის მეტ რაოდენობას ავიღებთ, მაგრამ დავთმობთ x_2-ს იმ ოდენობით, რომ g შევინარჩუნოთ უცვლელად (შეზღუდვის დაკმაყოფილების მიზნით), დამატებითი x_1-ის ზღვრული დანახარჯი იქნება x_2-ის ნაკლები რაოდენობის გამოყენებით დაზოგილი დანახარჯის ტოლი. იმის გამო, რომ სარგებლისა და დანახარჯების ფარდობა (სარგებლის ოდენობა დანახარჯის ერთ ერთეულზე) x_1-თვის უფრო მეტია, ვიდრე x_2-თვის, მეტი x_1-ის მოხმარებით მიღებული სარგებელი აღემატება x_2-ის ნაკლები რაოდენობით მოხმარებისგან მიღებულ სარგებელს. მეტი x_1-ისა და ნაკლები x_2-ის გამოყენება გაზრდის ფუნქციის მნიშვნელობას, რადგან მეტი x_1-ის მოხმარება დახარჯული ფულის ღირებულების ზრდას იწვევს. ასე რომ, ლოკალური მაქსიმუმი მიიღწევა მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ ზღვრული სარგებლის ფარდობა ზღვრულ დანახარჯთან ერთიდაიგივეა ყველა x-თვის და x-ის მცირედი ცვლილებაც კი არ იწვევს ფუნქციის მნიშვნელობის ზრდას. ეს შედეგი ოპტიმიზაციის მიკროეკონომიკური თეორიის საფუძველს წარმოადგენს და წიგნში ამ პრინციპის გამოყენების მრავალ შემთხვევას შევხვდებით.

აქვე შეგვიძლია განვიხილოთ ლაგრანჟის მამრავლის, λ-ს მნიშვნელობაც, რომელიც წარმოადგენს თითოეული x-თვის საერთო სარგებლისა და დანახარჯის ფარდობას:

$$\lambda = \frac{x_i\text{-ის ზღვრული სარგებელი}}{x_i\text{-ის ზღვრული დანახარჯი}} \qquad \textbf{(2.55)}$$

შედარებით ნაკლები შეზღუდვის არსებობის პირობებში, მაქსიმუმის მისაღწევად არ აქვს მნიშვნელობა კონკრეტულად რომელი x შეიცვლება (რეალურად, ნებისმიერი x შეიძლება შეიცვალოს), რადგან მაქსიმუმის ზღვარზე ნებისმიერი x-ის ცვლილება განაპირობებს სარგებლისა და დანახარჯის ფარდობის ერთსა და იმავე სიდიდეს. ლაგრანჟის მამრავლი კი გვიჩვენებს ნაკლები შეზღუდვის დაწესების გავლენას y ფუნქციის მნიშვნელობაზე და, ფაქტიურად, წარმოადგენს შეზღუდვის „ჩრდილოვან ფასს“. λ-ს დიდი მნიშვნელობა გულისხმობს, რომ შეზღუდვის შემცირებით y მნიშვნელოვნად შეიძლება გაიზარდოს, რადგან თითოეულ x-ის სარგებლისა და დანახარჯების ფარდობა საკმაოდ მაღალია. მეორე მხრივ, λ-ს დაბალი მნიშვნელობა გვიჩვენებს, რომ ნაკლები შეზღუდვის დაწესებით მიღებული სარგებელი არც ისე დიდია. თუ შეზღუდვა საერთოდ არ არის შემოსაზღვრული, მაშინ $\lambda = 0$, რაც ნიშნავს იმას, რომ ის არ ახდენს გავლენას y სიდიდეზე. ამ შემთხვევაში, ამ შეზღუდვის პირობებში y-ის მაქსიმუმის ჰოვნა იგივეა, რაც y-ის მაქსიმიზაცია შეზღუდვის გარეშე, რადგან შეზღუდვის ჩრდილოვანი ფასი არის 0-ის ტოლი. λ ასეთი ინტერპრეტაცია ასევე შეიძლება ნაჩვენები იყოს კონვერტის თეორემის გამოყენებითაც, რომელიც ქვემოთ იქნება მოცემული.[9]

ოჩაღური

ამ განხილვებიდან ჩანს, რომ შეზღუდვების პირობებში ფუნქციის მაქსიმიზაციისა და შეზღუდვებისთვის მნიშვნელობების განსაზღვრის პრობლემა ერთმანეთთან მჭიდროდაა დაკავშირებული. ეს ასახავს მათემატიკურ პრინციპს ორადობის შესახებ: შეზღუდული მაქსიმიზაციის ნებისმიერი პრობლემა კავშირშია საწყის ამოცანაში მოცემული შეზღუდვების შეზღუდული *მინიმიზაციის* პრობლემასთან. მაგალითად, როგორც ადრე ვახსენეთ, ეკონომისტები უშვებენ, რომ ინდივიდები თავიანთი სარგებლის მაქსიმიზაციას ახდენენ შეზღუდული ბიუჯეტის პირობებში, რაც წარმოადგენს მომხმარებლის მთავარ პრობლემას. ამ შემთხვევაში კი მომხმარებლის მეორე ამოცანაა მოახდინოს დანახარჯების მინიმიზაცია ისე, რომ შეინარჩუნოს მიღწეული სარგებლის დონე. ასევე, ფირმის ამოცანა შეიძლება იყოს გამოშვების განსაზღვრული დონის მისაღწევად გამოყენებული რესურსების მინიმიზაცია, როცა მეორე ამოცანა ამ დროს არის რესურსებზე წინასწარ გაწერილი დანახარჯების პირობებში გამოშვების მაქსიმიზაცია. მომდევნო

9 მოცემული განხილვა ეხება მხოლოდ ერთი შეზღუდვის არსებობას. ზოგადად, შეიძლება არსებობდეს m რაოდენობის შეზღუდვა ($m < n$), რომელიც მოცემული იქნება უბრალოდ m ახალი ცვლადის (ლაგრანჟის მამრავლების) შემოღებით და მაქსიმიზაციისთვის მოცემული მეთოდის გამოყენებით.

თავებში მოცემული იქნება ბევრი მსგავსი მაგალითი. თითოეული მათგანი აჩვენებს, რომ შეზღუდული ოპტიმიზაციის ნებისმიერ პრობლემას ორი კუთხით უნდა მივუდგეთ. ზოგჯერ ამოცანის მხოლოდ ერთი კუთხით გაანალიზებამ შესაძლოა სწორ ინტუიციამდე მიგვიყვანოს, თუმცა პრობლემის ორმხრივად განხილვა უფრო სასარგებლოა. ორივე გზით მიღებული შედეგი ხშირად ერთიდაიგივეა, მაგრამ არა ყოველთვის. ასე რომ, მეთოდის შერჩევა დამოკიდებულია იმაზე, თუ რომელი უფრო მოსახერხებელია.

მაგალითი 2.6 შეზღუდული მაქსიმიზაცია: ჯანმრთელობის მდგომარეობის შესახებ

კიდევ ერთხელ დავუბრუნდეთ ჯანმრთელობის მდგომარეობის მაქსიმიზაციის ამოცანას. ინდივიდის მიზანს კვლავ წარმოადგენს მოახდინოს შემდეგი ფუნქციის მაქსიმიზაცია:

$$y = -x_1^2 + 2x_1 - x_2^2 + 4x_2 + 5$$

თუმცა, დავუშვათ, რომ ეხლა x_1-ისა და x_2-ის შერჩევა შეზღუდულია იმით, რომ ინდივიდს შეუძლია დღის განმავლობაში მიიღოს წამლის მხოლოდ ერთი დოზა. ანუ:

$$x_1 + x_2 = 1 \qquad \textbf{(2.56)}$$

ან

$$1 - x_1 - x_2 = 0$$

შევნიშნოთ, რომ ოპტიმუმი ადრე მიღებულ წერტილებში ($x_1 = 1, x_2 = 2$) ვეღარ მიიღწევა დაწესებული შეზღუდვის გამო და საჭიროა ახალი სიდიდეების პოვნა. ამისათვის, პირველ რიგში უნდა ჩავწეროთ ლაგრანჟის ტოლობა:

$$\mathcal{L} = -x_1^2 + 2x_1 - x_2^2 + 4x_2 + 5 + \lambda(1 - x_1 - x_2). \qquad \textbf{(2.57)}$$

x_1-ის, x_2-ისა და λ-ს მიმართ $\mathcal{L}$-ის გაწარმოებით მივიღებთ განტოლებებს შეზღუდული მაქსიმუმისთვის:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = -2x_1 + 2 - \lambda = 0,$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = -2x_2 + 4 - \lambda = 0, \qquad \textbf{(2.58)}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 1 - x_1 - x_2 = 0.$$

(გაგრძელება)

მაგალითი 2.6 (გაგრძელება)

ამ განტოლებების ამოხსნით უნდა ვიპოვოთ x_1-ის, x_2-ისა და λ-ს ოპტიმალური მნიშვნელობები. პირველი და მეორე განტოლებებით მივიღებთ, რომ:

$$-2x_1 + 2 = \lambda = -2x_2 + 4$$

ან

$$x_1 = x_2 - 1. \tag{2.59}$$

თუ მიღებულ შედეგს ჩავსვამთ შეზღუდვის განტოლებაში, მივიღებთ:

$$\begin{aligned} x_2 &= 1, \\ x_1 &= 0. \end{aligned} \tag{2.60}$$

ანუ, თუ ინდივიდს დღეში მხოლოდ წამლის ერთი დოზის მიღების უფლება აქვს, მან არჩევანი უნდა გააკეთოს მხოლოდ მეორე წამალზე. პირველი ორი განტოლებიდან ნებისმიერის გამოყენებით შეგვიძლია ბოლომდე მივიყვანოთ ამოცანის ამოხსნა და ვაჩვენოთ, რომ

$$\lambda = 2. \tag{2.61}$$

ეს არის შეზღუდული მაქსიმიზაციის ამოცანის ამონახსენი. როცა $x_1 = 0$ და $x_2 = 1$, მაშინ $y = 8$. x_1-ისა და x_2-ის რაოდენობების შეზღუდვამ ისე, რომ მათი ჯამი გაუტოლდეს 1-ს, შეამცირა ჯანმრთელობის მდგომარეობის მაქსიმალური სიდიდე 10-დან 8-მდე.

შეკითხვა: ვთქვათ, ინდივიდს შეუძლია დღეში წამლის მხოლოდ 2 დოზის მიღება. გაიზრდება თუ არა y ამ შემთხვევაში? დღის განმავლობაში მისაღები წამლის დოზების 3-ზე მეტად გაზრდას ექნება თუ არა რაიმე გავლენა y-ზე?

მაგალითი 2.[illegible] მართკუთხედის მაქსიმალური ფართობის პრობლემა შეზღუდული მაქსიმიზაციის

დავუშვათ, ფერმერს P სიგრძის მესერით სურს მართკუთხედის ფორმის მიწის ნაკვეთის შემოღობვა. როგორ უნდა შეარჩიოს ფერმერმა ღობის სიგრძე და სიგანე, რომ შეამოსაზღვროს მაქსიმალურად მეტი ფართობი? ეს სწორედ შეზღუდული მაქსიმიზაციის პრობლემას წარმოადგენს. მის ამოსახსნელად დავუშვათ, რომ მართკუთხედის ერთი გვერდის სიგრძე არის x, ხოლო მეორის - y, ამოცანა მდგომარეობს შემდეგში: ვიპო-

ვოთ x-ისა და y-ის ის მნიშვნელობები, რომლებიც მოახდენენ მოცემული ფართობის ($A = x \cdot y$) მაქსიმიზაციას, როცა $P = 2x + 2y$.

ლაგრანჟის ტოლობა ამ შემთხვევაში შემდეგია:

$$\mathcal{L} = x \cdot y + \lambda(P - 2x - 2y), \tag{2.62}$$

სადაც ლაგრანჟის მამრავლი λ არის უცნობი. პირველი რიგის პირობები არის შემდეგი:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} &= y - 2\lambda = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} &= x - 2\lambda = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= P - 2x - 2y = 0. \end{aligned} \tag{2.63}$$

ტოლობაში 2.63 სამი განტოლება ერთდროულად უნდა ამოიხსნას x-ის, y-ისა და λ-თვის. პირველი ორი განტოლებიდან გამომდინარეობს, რომ $y/2 = x/2 = \lambda$, საიდანაც x უნდა იყოს y-ის ტოლი (ანუ, შემოსაზღვრული ტერიტორია უნდა იყოს კვადრატის ფორმის) და, ასევე, x და y ისე უნდა იქნას შერჩეული, რომ ზღვრული სარგებლის შეფარდება ზღვრულ დანახარჯთან იყოს ერთიდაიგივე ორივე ცვლადისთვის. სარგებელი (ამ შემთხვევაში მეტი შემოსაზღვრული ტერიტორია) დამატებითი ერთეული x-დან y-ის ტოლია (ფართობი იზრდება $1 \cdot y$ სიდიდით), და ზღვრული დანახარჯი (ამ შემთხვევაში პერიმეტრი) არის 2 (პერიმეტრის დასაშვები სიდიდე მცირდება 2-ით x-ის სიგრძის ერთით ზრდის შემთხვევაში). მაქსიმუმობის პირობების მიხედვით, ეს ფარდობა თითოეული ცვლადისთვის ერთიდაიგივე უნდა იყოს.

რადგან ვაჩვენეთ, რომ $x = y$, შეგვიძლია ეს შედეგი ჩავსვათ შეზღუდვის განტოლებაში და მივიღებთ:

$$x = y = \frac{P}{4}, \tag{2.64}$$

და რადგან $y = 2\lambda$,

$$\lambda = \frac{P}{8}. \tag{2.65}$$

ლაგრანჟის მამრავლის ინტერპრეტაცია. თუ ფერმერი დაინტერესებულია იმით, თუ რამდენით მეტი ტერიტორიის შემოღობვას მოახერხებს ღობის პერიმეტრის 1 იარ-

დით გაზრდით, ლაგრანჟის მამრავლის მიხედვით მას შეუძლია ეს გაიგოს არსებული პერიმეტრის 8-ზე გაყოფით. უფრო მეტი სიცხადისთვის, ვთქვათ, თავდაპირველად ფერმერს აქვს 400 იარდის სიგრძის მესერი. თუ ფერმერმა ამ მესრით ოპტიმალურად შემოსაზღვრა ფართობი, მაშინ მას ექნება კვადრატის ფორმა, რომლის გვერდის სიგრძეა 100 იარდი (= $P/4$). შემოსაზღვრული ფართობი კი იქნება 10 000 კვადრატული იარდი. დაუშვათ, მესერის სიგრძე 1 იარდით გაიზარდა. შედეგად, 2.65 ტოლობის მიხედვით, მთლიანი ფართობი დაახლოებით 50 (= $P/8$) კვადრატული იარდით გაიზრდება. ეს შეგვიძლია ვაჩვენოთ შემდეგნაირად: რადგან ღობის პერიმეტრი ახლა უკვე 401 იარდია, კვადრატის გვერდის სიგრძე უკვე 401/4-ზე იქნება. მთლიანი ფართობი კი – $(401/4)^2$, რაც 10 050, 06-ის ტოლია. აქედან, ლაგრანჟის მამრავლის მეთოდით ნავარაუდევი 50 კვადრატული იარდი ნამდვილად ახლოსაა ფართობის რეალურ ზრდასთან. ისევე როგორც შეზღუდული მაქსიმიზაციის შემთხვევებში, ლაგრანჟის მამრავლი აქაც გვაწვდის სასარგებლო ინფორმაციას შეზღუდვის ფარულ სიდიდეზე.

ორადობა. შეზღუდული მაქსიმიზაციის ამ შემთხვევისთვის მეორე ამოცანა არის ფერმერის მიერ მოცემული ტერიტორიის შემოსაზღვრისთვის საჭირო მესერის სიგრძის მინიმიზაცია. მათემატიკურად, ამოცანა მდგომარეობს შემდეგი ფუნქციის მინიმიზაციაში:

$$P = 2x + 2y. \tag{2.66}$$

იმ პირობით, რომ

$$A = x \cdot y. \tag{2.67}$$

ლაგრანჟის შემდეგი ტოლობიდან

$$\mathcal{L}^D = 2x + 2y + \lambda^D. (A - x \cdot y) \tag{2.68}$$

(სადაც D აღნიშნავს ორადულობის) პირველი რიგის პირობები მინიმუმისთვის არის:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}^D}{\partial x} &= 2 - \lambda^D y = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}^D}{\partial y} &= 2 - \lambda^D \cdot x = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}^D}{\partial \lambda} &= A - x \cdot y = 0. \end{aligned} \tag{2.69}$$

ამ განტოლებების ამოხსნით მივიღებთ, რომ

$$x = y = \sqrt{A}. \tag{2.70}$$

ერთხელაც შევნიშნოთ, რომ ღობის სიგრძე მინიმალური რომ იყოს, შემოსაზღვრულ ფართობს უნდა ჰქონდეს კვადრატის ფორმა. ამ ამოცანაში ლაგრანჟის მამრავლის სიდიდე არის

$$\lambda^D = \frac{2}{y} = \frac{2}{x} = \frac{2}{\sqrt{A}}. \tag{2.71}$$

ლაგრანჟის მამრავლი ამ შემთხვევაშიც გვიჩვენებს დამოკიდებულებას მიზანსა (მესერის სიგრძის მინიმიზაცია) და შეზღუდვას შორის (მიდამოს შემოსაზღვრის საჭიროება). თუ ტერიტორიის ფართობი 10 000 კვადრატული იარდია, როგორც უკვე დავადგინეთ, საჭიროა 400 იარდის სიგრძის ღობის შემოვლება. ფართობის ერთი კვადრატული იარდით გაზრდა მოითხოვს 0,02-ით მეტი სიგრძის ღობეს ($= \frac{2}{\sqrt{A}} = 2/100$). თითოეული გვერდისთვის 100,005 იარდის სიგრძის მქონე ღობით ნამდვილად 10 001 კვადრატული იარდის ფართობის შემოსაზღვრა იქნება შესაძლებელი. როგორც ორადობის ამოცანების უმეტესობისთვის, ლაგრანჟის მამრავლი ამ შემთხვევაშიც შეესაბამება საწყისი ამოცანისთვის ლაგრანჟის მნიშვნელობას. ორივე მათგანი ერთსა და იმავე ინფორმაციას სხვადასხვაგვარად გვაწვდის.

შეკითხვა: ამ ამოცანაში გვქონდა არაცხადი შეზღუდვა, რომ ფერმერის მიერ შემოსაზღვრული ტერიტორია უნდა ყოფილიყო მართკუთხედის ფორმის. ამ შეზღუდვის არარსებობის შემთხვევაში, რა იქნებოდა ტერიტორიის ფორმა, რომელიც მოიცავდა მაქსიმალურ ფართობს? როგორ დაამტკიცებთ ამას?

კონვერჯის თეორემა შეზღუდული მაქსიმიზაციის ამოცანებში

კონვერტის თეორემა, რომელიც შეუზღუდავ მაქსიმიზაციასთან კავშირში განვიხილეთ, შეზღუდული მაქსიმიზაციის ამოცანების ამოსახსნელადაც გამოიყენება. მომდევნო თავებში თეორემას ბევრჯერ გამოვიყენებთ, თუმცა,ამ შემთხვევაში ის მოკლედაა წარმოდგენილი.

დავუშვათ, გვაინტერესებს შემდეგი ფუნქციის მაქსიმალური მნიშვნელობა:

$$y = f(x_1, \ldots, x_n; a), \tag{2.72}$$

იმ პირობით, რომ

$$g(x_1, \ldots, x_n; a) = 0, \tag{2.73}$$

სადაც ვაჩვენეთ, რომ g და f ფუნქციები დამოკიდებულია a პარამეტრზე. ამ ამოცანის ამოხსნის ერთ-ერთი გზაა ლაგრანჟის ტოლობის ჩაწერა:

$$\mathcal{L} = f(x_1, \ldots, x_n; a) + \lambda g(x_1, \ldots, x_n; a) \tag{2.74}$$

და პირველი რიგის პირობების ამოხსნა (იხ. 2.51 განტოლებები) შეზღუდული ოპტიმუმის $x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n$ წერტილების პოვნის მიზნით. ამის ნაცვლად, შეგვიძლია ვაჩვენოთ, რომ

$$\frac{dy^*}{da} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial a}\left(x_1^*, \ldots, x_n^*; a\right). \tag{2.75}$$

აქედან, y-ის მაქსიმალური მნიშვნელობის ცვლილება, რომელიც a პარამეტრის ცვლილებითაა გამოწვეული (და თითოეული x ხელახლაა გამოთვლილი ახალი ოპტიმუმის შესაბამისად), შეგვიძლია ვიპოვოთ ლაგრანჟის გამოსახულების (2.74) კერძო წარმოებულის გამოთვლით და ამ კერძო წარმოებულის ოპტიმუმის წერტილში შეფასებით.[10] შესაბამისად, ლაგრანჟის გამოსახულება შეზღუდულობის ამოცანებში კონვერტის თეორემის გამოყენების დროს ისეთივე როლს თამაშობს, როგორც მხოლოდ ჩვეულებრივი ფუნქცია შეუზღუდავი მაქსიმიზაციის ამოცანებში. მარტივი მაგალითისთვის, მკითხველმა შეიძლება მოისურვოს იმის ჩვენება, თუ რამდენად სრულდება ეს შედეგი მართკუთხა ფორმის ფართობის შემოღობვის ამოცანისთვის (მაგალითი 2.7).[11]

უფლებით მოცემული შეზღუდვა

ზოგიერთ ეკონომიკურ ამოცანაში შეზღუდვის ზედმინევნით შესრულება საჭირო არ არის. მაგალითად, ინდივიდის ბიუჯეტის შეზღუდულობა მოითხოვს, რომ მან რაღაც პერიოდის განმავლობაში არ დახარჯოს გარკვეულზე მეტი ოდენობის თანხა, მაგრამ შესაძლებელია დახარჯოს განსაზღვრულზე ნაკლები. ეკონომიკურ ამოცანებში უტ-

10 შეზღუდული მაქსიმიზაციის ამოცანებში კონვერტის თეორემის გამოყენების სრულყოფილი მიმოხილვისთვის იხ. Eugene Silberberg and Wing Suen, The Structure of Economics: A Mathematical Analysis, 3rd ed. (Boston: Irwin/McGraw-Hill, 2001), გვ. 159-161.

11 თავდაპირველად, ამოცანა მდგომარეობდა ღობის პერიმეტრის P-ს პოვნაში. x-ის და y-ის ოპტიმალური მნიშვნელობების პოვნით და ფართობის გამოსათვლელ (A) გამოსახულებაში მათი ჩასმით მარტივია იმის ჩვენება, რომ $dA/dP = P/8$. ლაგრანჟის ტოლობის (2.62) განსარმოებით მივიღებთ, რომ $\partial L/\partial P = \lambda$ და x-ის და y-ის ოპტიმალური მნიშვნელობებისთვის, $dA/dP = \partial L/\partial P = \lambda = P/8$. კონვერტის თეორემა ამ შემთხვევაში ამტკიცებს, რომ ლაგრანჟის მამრავლი შესაძლებელია გამოვიყენოთ შეზღუდვისთვის არაცხადი მნიშვნელობის მინიჭების მიზნით.

ოლობითა მოცემული ასეთი სახის შეზღუდვებსაც შეიძლება შევხვდეთ. მაგალითად, ხშირად შეიძლება ცვლადების მიმართ არსებობდეს შეზღუდვა, რომ ისინი არ უნდა იყოს არაუარყოფითი, (თუმცა ეს არ გამორიცხავს მათ ნულთან ტოლობას). ამ ქვეთავში ვაჩვენებთ, რომ ლაგრანუის მეთოდი შეიძლება ასეთ შემთხვევებშიც გამოვიყენოთ. იმის მიუხედავად, რომ ამ მათემატიკური მეთოდის გამოყენებით ამოცანის ამოხსნას შემდგომში იშვიათად შევხვდებით, აქ განვიხილავთ ეკონომიკური ინტუიციის მატარებელ რამდენიმე ძირითად პრინციპს.

ორი ცვლადის შემთხვევა

მრავალრიცხოვანი აღნიშვნებისთვის თავის არიდების მიზნით, განვიხილოთ შეზღუდვის მაგალითი, რომელიც მხოლოდ ორი ცვლადის უტოლობითაა მოცემული. ზემოთ მიღებული შედეგების განზოგადება ძალიან მარტივია. დავუშვათ, გვსურს $y = f(x_1, x_2)$ ფუნქციის მაქსიმიზაცია შემდეგი სამი უტოლობის პირობებში:

$$\begin{aligned} &1.\ g(x_1, x_2) \geq 0; \\ &2.\ x_1 \geq 0; \text{ და} \\ &3.\ x_2 \geq 0. \end{aligned} \qquad \textbf{(2.76)}$$

აქედან გამომდინარე, ვუშვებთ იმის შესაძლებლობას, რომ ადრე დაწესებული შეზღუდვა შესაძლოა ზედმიწევნით არ შესრულდეს (ინდივიდმა შეიძლება მთლიანად არ დახარჯოს მთელი თავისი შემოსავალი) და x-ები კი უნდა იყოს არაუარყოფითი (როგორც ეკონომიკური ამოცანების უმრავლესობაში).

ფიქსირებული ცვლადები

ასეთი სახის ოპტიმიზაციის ამოხსნის ერთ-ერთი გზაა სამი ახალი ცვლადის (a, b და c) შემოღება, რომლებიც უტოლობებს 2.76 შემდეგ ტოლობებად გადააქცევს:

$$\begin{aligned} &1.\ g(x_1, x_2) - a^2 = 0; \\ &2.\ x_1 - b^2 = 0; \text{ და} \\ &3.\ x_2 - c^2 = 0. \end{aligned} \qquad \textbf{(2.77)}$$

ნებისმიერი ამონახსენი, რომელიც შეზღუდვის ამ სამ ტოლობას ემორჩილება, უტოლობებით მოცემულ შეზღუდვებსაც დააკმაყოფილებს. ასევე, a-ს, b-სა და c-ს ოპტიმალურ სიდიდეებსაც ამ სახის ამოცანების ამონახსნებისთვის გარკვეული ეკონომიკური მნიშვნელობები გააჩნიათ.

ლაგრანჟის მეთოდით მილებსაც ამონახსენი

საწყისი ამოცანის უტოლობით მოცემული შეზღუდვების ტოლობებად გარდაქმნის შემდეგ უკვე შეგვიძლია ლაგრანჟის მეთოდის გამოყენება. სამი შეზღუდვის არსებობის გამო, უნდა შემოვიღოთ ლაგრანჟის სამი მამრავლი: λ_1, λ_2 და λ_3. ლაგრანჟის გამოსახულება კი იქნება შემდეგი:

$$\mathcal{L} = f(x_1, x_2) + \lambda_1[g(x_1, x_2) - a^2] + \lambda_2(x_1 - b^2) + \lambda_3(x_1 - c^2). \quad \textbf{(2.78)}$$

ჩვენ გვსურს x_1, x_2, a, b, c, λ_1, λ_2 და λ_3-ის იმ სიდიდეების პოვნა, რომლებიც ამ გამოსახულების კრიტიკულ წერტილებს წარმოადგენენ. ეს მოითხოვს რვა პირველი რიგის პირობის ჩაწერას:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = f_1 + \lambda_1 g_1 + \lambda_2 = 0,$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = f_2 + \lambda_1 g_2 + \lambda_3 = 0,$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial a} = -2a\lambda_1 = 0,$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial b} = 2b\lambda_2 = 0,$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c} = -2c\lambda_3 = 0, \quad \textbf{(2.79)}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = g(x_1, x_2) - a^2 = 0;$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = x_1 - b^2 = 0;$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_3} = x_2 - c^2 = 0,$$

ეს პირობები ძალიან ჰგავს ერთი ტოლობით მოცემული შეზღუდვისთვის ზემოთ მოცემულ პირობებს განტოლების 2.51 სახით. მაგალითად, ბოლო სამი პირობა მხოლოდ იმეორებს სამ შესწორებულ პირობას. ეს კი ნიშნავს, რომ ამ პირობებს ნებისმიერი ამონახსენი დააკმაყოფილებს. პირველი ორი განტოლებაც ზემოთ მოცემული ოპტიმუმის პირობების მსგავსია. თუ λ_2 და λ_3 ნულის ტოლია, ეს პირობები ფაქტიურად ერთიდაიგივე იქნება. მაგრამ ამ შემთხვევაში დამატებითი ლაგრანჟის მამრავლების არსებობა გამოსახულებაში გვიჩვენებს, რომ სწორედ აქ ოპტიმუმის ჩვეულებრივი პირობები შესაძლოა არ შესრულდეს.

დამატებითი ფიქტიურობა

a, b და c ცვლადების შემცველი სამი განტოლება, უტოლობით მოცემული შეზღუდვების პირობებში ამოცანების ამონახსენთა მნიშვნელოვან თვისებებს ასახავენ. მაგალითად, განტოლების 2.79 მესამე სტრიქონის მიხედვით, ოპტიმუმის წერტილში λ_1 ან a 0-ს უდრის.[12] მეორე შემთხვევაში, თუ $a = 0$, სრულდება $g(x^1, x^2) = 0$ შეზღუდვა და λ_1-ს მიღებული სიდიდე გვიჩვენებს მის ფარდობით გავლენას მოცემულ f ფუნქციაზე. მეორე მხრივ, თუ $a \neq 0$, მაშინ $\lambda_1 = 0$, რაც იმას ნიშნავს, რომ შეზღუდვაში ფიქტიურობის არსებობის გამო ფუნქციაზე მისი ეფექტი არის 0-ის ტოლი. ეს ნიშნავს, რომ თუ მომხმარებელი თავის შემოსავალს მთლიანად არ ხარჯავს, მისი კეთილდღეობა მეტი შემოსავლის შემთხვევაშიც კი არ გაიზრდება.

ასეთი დამატებითი ფიქტიურობა ასევე x_1-სა და x_2-ს შორის არჩევანის გაკეთების დროსაც სრულდება. მაგალითად, განტოლების 2.79 მეოთხე სტრიქონში ოპტიმუმის მისაღებად ან b არის 0-ის ტოლი, ან λ_2. თუ $\lambda_2 = 0$, მაშინ ოპტიმუმში $x_1 > 0$, რაც აკმაყოფილებს სარგებლიანობა-დანახარჯების ტესტს: $\lambda_2 + \lambda_1 g_1 = 0$. ხოლო თუ $b = 0$, $x_1 = 0$, საიდანაც $\lambda_2 > 0$. ამიტომ, ასეთ შემთხვევებში x_1-ის გამოყენება საჭირო აღარ ხდება, რადგან ეს ცვლადი არ აკმაყოფილებს სარგებლიანობა-დანახარჯების ტესტს, რომელიც განტოლების 2.79 პირველ სტრიქონშია მოცემული და რომლის მიხედვითაც $f_1 + \lambda_1 g_1 < 0$. მსგავსი შედეგი x_2 ცვლადისთვისაც მიიღება.

ამ შედეგებს მათი აღმომჩენების საპატივცემულოდ, *კუნ-ტაკერის პირობები* ეწოდება. ისინი გვიჩვენებენ, რომ უტოლობით მოცემული შეზღუდვების პირობებში ოპტიმიზაციის ამოცანის ამოხსნა ტოლობით მოცემული შეზღუდვის შემთხვევისაგან მცირედით განსხვავებულია. აქედან, ტოლობის შეზღუდვების გამოყენებით და იმ დაშვებით, რომ შეგვიძლია დავეყრდნოთ ინტუიციას, თუ რა მოხდებოდა ამოცანაში შეზღუდვები რეალურად უტოლობით რომ ყოფილიყო მოცემული, არასწორ შედეგებამდე არ მიგვიყვანს. ამიტომ, წიგნში ძირითადად ამ მიდგომას გამოვიყენებთ.[13]

---

12 აქ არ განვიხილავთ იმ განსაკუთრებულ შემთხვევას, როცა ორივე მათგანი 0-ის ტოლია.

13 შესაძლოა მდგომარეობა გართულდეს მაშინ, როცა კალკულუსის გამოყენებით შედეგი ვერ მიიღება, რადგან ზოგიერთი ფუნქცია არ არის გაწარმოებადი. უფრო ვრცლად იხ. ავინაშ კ. დიქსიტი, *ოპტიმიზაცია ეკონომიკურ თეორიაში*, მე-2 გამოშვება. (ოქსფორდი: ოქსფორდის უნივერსიტეტის პრესა, 1990).

მეორე რიგის პირობები

აქამდე განვიხილეთ მაქსიმუმის საპოვნელად საჭირო მხოლოდ აუცილებელი (პირველი რიგის) პირობები. წიგნში ძირითადად ამ მიდგომას გამოვიყენებთ, რადგან, როგორც ვნახავთ, ეკონომიკური ამოცანების უმრავლესობაში ფუნქციებისთვის მეორე რიგის პირობებიც სრულდება. ამ ნაწილში მოცემულია მაქსიმუმის პოვნის მეორე რიგის პირობებსა და მასთან დაკავშირებული სიმრუდის იმ პირობებს შორის კავშირის მოკლე ანალიზი, რომლებიც პირობების შესრულებისთვისაა საჭირო. სიმრუდის პირობების (curvature conditions) ეკონომიკური ახსნა ქვემოთ იქნება განხილული.

ერთი ცვლადის ფუნქცია

პირველ რიგში, განვიხილოთ შემთხვევა, როცა y არის ერთი ცვლადის, x-ის ფუნქცია:

$$y = f(x). \tag{2.78}$$

იმისათვის, რომ ამ ფუნქციამ რაღაც წერტილში მიაღწიოს მაქსიმალურ მნიშვნელობას, აუცილებელი პირობაა, რომ ამ წერტილში

$$\frac{dy}{dx} = f'(x) = 0 \tag{2.81}$$

ეს წერტილი თუ ნამდვილად მაქსიმუმის წერტილია, მისგან გადახრის შემთხვევაში y უნდა მცირდებოდეს. უკვე ვიცით, რომ x-ის მცირე ცვლილებებისთვის y-ს სიდიდე არ იცვლება (განტოლებიდან 2.81). საჭიროა მხოლოდ იმის შემოწმება, იზრდება თუ არა y ამ წერტილამდე და მცირდება თუ არა ის ამ წერტილის შემდეგ. y-ის ცვლილების ამსახველი dy გამოსახულება, რომელიც სრული წარმოებულითაა მოცემული, შემდეგია:

$$dy = f'(x)dx \tag{2.82}$$

ერთადერთი მოთხოვნა, რაც რჩება, არის ის, რომ dy უნდა იყოს კლებადი x-ის მცირე ზრდის შემთხვევაში. ტოლობის 2.82 გაწარმოებით მიიღება:

$$d(dy) = d^2y = \frac{d\left[f'(x)dx\right]}{dx} \cdot dx = f''(x)dx \cdot dx = f''(x)dx^2. \tag{2.83}$$

მაგრამ $d^2y < 0$-დან გამომდინარეობს, რომ:

$$f''(x)dx^2 < 0, \tag{2.84}$$

და რადგან dx^2 დადებითი უნდა იყოს (მეორე ხარისხში აყვანის გამო), ამიტომ:

$$f''(x) < 0, \tag{2.85}$$

ეს წარმოადგენს საჭირო მეორე რიგის პირობას, რომლის მიხედვითაც f ფუნქციას კრიტიკულ წერტილში ჩაზნექილი ფორმა აქვს (ნახაზებზე 2.1 და 2.2). წიგნის ამ ნაწილში შევხვდებით სიმრუდის მსგავს პირობებს.

მაგალითი 2.8 კვლავ მოგების მაქსიმიზაციის შესახებ

მაგალითში 2.1 განვიხილეთ შემდეგი ფუნქციის მაქსიმიზაციის ამოცანა:

$$\pi = 1000q - 5q^2. \tag{2.86}$$

პირველი რიგის პირობა მაქსიმუმის საპოვნელად მოითხოვს, რომ

$$\frac{d\pi}{dq} = 1000 - 10q = 0 \tag{2.87}$$

ან

$$q^* = 100. \tag{2.88}$$

ფუნქციის მეორე რიგის წარმოებული არის:

$$\frac{d^2\pi}{dq^2} = -10 < 0 \tag{2.89}$$

აქედან, $q^* = 100$ წერტილი აკმაყოფილებს ლოკალური მაქსიმუმისთვის საკმარის პირობებს.

შეკითხვა: ამ ფუნქციაში მეორე რიგის წარმოებული არა მხოლოდ ოპტიმუმის წერილში, არამედ ყოველთვის უარყოფითია. რას მიანიშნებს ეს ოპტიმუმის შესახებ? როგორ შეიძლება აიხსნას ის, რომ მეორე რიგის წარმოებული არის მუდმივი?

ორი ცვლადის ფუნქცია

განვიხილოთ მეორე შემთხვევა, როცა y არის ორი დამოუკიდებელი ცვლადის ფუნქცია:

$$y = f(x_1, x_2). \tag{2.90}$$

საკმარისი პირობა იმისთვის, რომ ამ ფუნქციამ მაქსიმუმს მიაღწიოს, არის ის, რომ x_1-ისა და x_2-ის მიმართ კერძო წარმოებულები უნდა იყოს 0-ის ტოლი. ანუ:

$$\begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial x_1} &= f_1 = 0, \\ \frac{\partial y}{\partial x_2} &= f_2 = 0. \end{aligned} \tag{2.91}$$

წერტილი, რომელიც ამ პირობებს დააკმაყოფილებს, იქნება ფუნქციის „ბრტყელი" წერტილი (სადაც $dy = 0$), და შესაბამისად, სავარაუდო მაქსიმუმის წერტილი. თუ ეს ნამდვილად ლოკალური მაქსიმუმის წერტილია, y უნდა შემცირდეს კრიტიკული წერტილიდან ნებისმიერი მიმართულებით გადახრის შემთხვევაში: სხვაგვარად რომ ვთქვათ, რეალური მთის წვერიდან გზა მხოლოდ ქვემოთ მიემართება.

ინტუიციური არგუმენტი

ასეთი წერტილის მათემატიკური თვისებების აღწერამდე, განვიხილოთ ინტუიციური მაგალითი. თუ მხოლოდ x_1-ის მიმართ განვიხილავთ ფუნქციას, მაშინ ფუნქციის დახრილობა x_1-ის მიმართულებით (კერძო წარმოებული f_1) კრიტიკულ წერტილში უნდა იყოს კლებადი. ეს პირდაპირ ეყრდნობა ჩვენს განხილვას ერთცვლადიანი ფუნქციის შემთხვევის შესახებ. იგივე არგუმენტი სრულდება მხოლოდ x_2-ის მიმართ ფუნქციის განხილვის შემთხვევაშიც. აქედან, ლოკალური მაქსიმუმის წერტილში ორივე მეორე რიგის კერძო წარმოებული (f_{11}, f_{22}) უნდა იყოს უარყოფითი. თუ მთის მაგალითს დავუბრუნდებით, როცა ყურადღება მახვილდება მხოლოდ ჩრდილოეთი-სამხრეთის, ან აღმოსავლეთი-დასავლეთის მიმართულებებით მოძრაობაზე, მწვერვალის გავლის შემდეგ მთის დახრილობა უნდა მცირდებოდეს და იცვლებოდეს დადებითიდან უარყოფითისკენ.

ორი ცვლადის შემთხვევაში განსაკუთრებული სირთულე თავს იჩენს მაშინ, როცა მოძრაობა ოპტიმუმის წერტილისკენ მხოლოდ x_1-ის ან x_2-ის მიმართულებით არ ხორციელდება (და გზა მწვერვალისკენ ჩრდილო-აღმოსავლეთიდან სამხრეთ-დასავლეთისკენ გადის). ამ დროს, მეორე რიგის კერძო წარმოებულები სრულყოფილ

ინფორმაციას ვერ გვაწვდიან კრიტიკული წერტილის მიდამოში დახრილობის ცვლილების შესახებ. საჭირო ხდება მეორე რიგის ჯაჭვური წარმოებულებისთვისაც ($f_{12} = f_{21}$) პირობების დაწესება, რათა დავრწმუნდეთ, რომ dy კლებადია კრიტიკული წერტილიდან ნებისმიერი მიმართულებით მოძრაობისას. როგორც ვნახავთ, ეს პირობები იგივეა, რაც მოთხოვნა იმის შესახებ, რომ მეორე რიგის კერძო წარმოებულები საკუთარი თავის მიმართ იყოს საკმარისად უარყოფითი, რათა დაბალანსოს ნებისმიერი „დაუმორჩილებელი" ჯაჭვური წარმოებულის არსებობა. მაგალითად, თუ მთის დახრილობა ჩრდილოეთი-სამხრეთის ან აღმოსავლეთი-დასავლეთის მიმართულებებით საგრძნობლად ციცაბოა, ეს საკმარისი იქნება სხვა მიმართულებებით შედარებით უმნიშვნელო დახრილობის ასანაზღაურებლად.

ფორმალური ანალიზი

შევეცადოთ ზემოთ მოცემული ანალიზი უფრო ფორმალურად წარმოვადგინოთ. საჭიროა ვიპოვოთ ის პირობები, რომლებიც უნდა დაწესდეს f ფუნქციის მეორე რიგის კერძო წარმოებულებზე, რათა კრიტიკული წერტილიდან ნებისმიერი მიმართულებით გადახრის შემთხვევაში d^2y იყოს უარყოფითი. პირველ რიგში, გავიხსენოთ, რომ ფუნქციის სრული წარმოებული მოცემულია შემდეგი ფორმულით:

$$dy = f_1 dx_1 + f_2 dx_2. \tag{2.92}$$

ამ ფუნქციის წარმოებული კი არის:

$$d^2y = (f_{11}dx_1 + f_{12}dx_2)dx_1 + (f_{21}dx_1 + f_{22}dx_2)dx_2 \tag{2.93}$$

ან

$$d^2y = f_{11}dx_1^2 + f_{12}dx_2dx_1 + f_{21}dx_1dx_2 + f_{22}dx_2^2 \tag{2.94}$$

რადგან იუნგის თეორემის მიხედვით $f_{12} = f_{21}$, შეგვიძლია ჩავწეროთ:

$$d^2y = f_{11}dx_1^2 + 2f_{12}dx_1dx_2 + f_{22}dx_2^2 \tag{2.95}$$

x-ის ნებისმიერი ცვლილებისთვის (ანუ, ნებისმიერი dx_1-სა და dx_2-თვის) ტოლობა 2.95 ცალსახად უარყოფითი რომ იყოს, ცხადია, რომ f_{11} და f_{22} უნდა იყოს უარყოფითი. თუ, მაგალითად, $dx_2 = 0$, მაშინ

$$d^2y = f_{11}dx_1^2 \tag{2.96}$$

და $d^2y < 0$-დან გამომდინარეობს, რომ

$$f_{11} < 0 \tag{2.97}$$

იგივე არგუმენტი მოქმედებს f_{22}-ის შემთხვევაშიც, როცა $dx_1 = 0$. თუ არც dx_1 და არც dx_2 არ უდრის 0-ს, იმის დასადგენად, არის თუ არა d^2y უარყოფითი, უნდა გამოვიკვლიოთ ჯაჭვური წარმოებული f_{12}. შედარებით მარტივი ალგებრის გამოყენებით შეგვიძლია ვაჩვენოთ, რომ ჩვენი საძიებელი პირობა შემდეგია:[14]

$$f_{11}f_{22} - f_{12}^2 > 0 \tag{2.98}$$

ჩაზნექილი ფუნქციები

უტოლობიდან 2.98 გამომდინარეობს, რომ თუ საკუთარი თავის მიმართ მეორე რიგის კერძო წარმოებულები (f_{11} და f_{22}) საკმარისად უარყოფითია, მხოლოდ მათი ნამრავლი (რომელიც დადებითი იქნება) გადაწონის ჯვარედინი წარმოებულებით ($f_{12} = f_{21}$) მიღებულ ნებისმიერ შედეგს. ფუნქციებს, რომლებიც ამ პირობებს აკმაყოფილებენ, ჩაზნექილი ფუნქციები ეწოდებათ. სამ განზომილებაში ასეთი ფუნქცია ამობრუნებულ ჭიქას ემსგავსება (იხ. მაგალითი 2.10). აქედან ნათლად ჩანს, რომ ამ ფუნქციის ბრტყელ წერტილში ნამდვილად მდებარეობს ფუნქციის მაქსიმუმი, რადგან ფუნქცია ამ წერტილიდან ყოველთვის ქვემოთ მიემართება. ზოგადად, ამოზნექილ ფუნქციებს აქვთ თვისება, რომ ისინი ყოველთვის მდებარეობენ ბრტყელ წერტილზე გამავალი მხების ქვემოთ. ეს სიბრტყე კი, რომელიც ამ ფუნქციის მაქსიმალურ მნიშვნელობას წარმოადგენს, ამოზნექილი ფუნქციის ამ თვისების კერძო შემთხვევაა.

მაგალითი 2.9 მეორე რიგის პირობებთან დაკავშირებული მაგალითი ჯანმრთელობის მდგომარეობის შესახებ

მაგალითში 2.3 განვიხილეთ ჯანმრთელობის მდგომარეობის განმსაზღვრელი ფუნქცია:

$$y = f(x_1, x_2) = -x_1^2 + 2x_1 - x_2^2 + 4x_2 + 5. \tag{2.99}$$

პირველი რიგის პირობები მაქსიმუმის საპოვნელად არის:

---

14 ამის დასამტკიცებლად საჭიროა ტოლობისთვის 2.95 $(f_{12}dx_2)^2/f_{11}$-ის დამატება და გამოკლება და მუდმივის ფრჩხილებს გარეთ გატანა (factoring). მაგრამ ამ მიდგომის გამოყენება მხოლოდ ამ კონკრეტულ შემთხვევაშია შესაძლებელი. უფრო მარტივად, მატრიცული ალგებრის გამოყენებით ტოლობა 2.95 იღებს „კვადრატულ ფორმას" dx_1-ისა და dx_2-თვის და უტოლობების 2.97-ისა და 2.98-ის მიხედვით ჰესიანის მატრიცა

$$\begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix}$$

უნდა იყოს უარყოფითად განსაზღვრული. კონკრეტულად, უტოლობიდან 2.98 გამომდინარეობს, რომ ამ ჰესიანის დეტერმინანტი უნდა იყოს დადებითი. დამტკიცება ვრცელი სახით იხილეთ ამ თავის დანართში.

$$f_1 = -2x_1 + 2 = 0$$
$$f_2 = -2x_2 + 4 = 0 \qquad (2.100)$$

ან

$$x_1^* = 1,$$
$$x_2^* = 2. \qquad (2.101)$$

ტოლობის 2.99 მეორე რიგის კერძო წარმოებულები კი არის:

$$f_{11} = -2,$$
$$f_{22} = -2, \qquad (2.102)$$
$$f_{12} = 0.$$

ეს წარმოებულები ნამდვილად აკმაყოფილებენ უტოლობებით 2.97 და 2.98 მოცემულ პირობებს. ამიტომ, ლოკალური მაქსიმუმისთვის საჭირო ორივე, აუცილებელი და საკმარისი პირობა, სრულება.[15]

შეკითხვა: განიხილეთ ჯანმრთელობის მდგომარეობის ფუნქციის ამოზნექილობა და ახსენით, თუ რატომ აქვს მას მხოლოდ ერთი გლობალური მაქსიმუმის მნიშვნელობა.

შეზღუდული მაქსიმიზაცია

მეორე რიგის პირობების სხვაგვარად წარმოდგენისთვის განვიხილოთ კიდევ ერთი მაგალითი. ვთქვათ,

$$y = f(x_1, x_2), \qquad (2.103)$$

ფუნქციის მაქსიმიზაცია უნდა მოვახდინოთ შემდეგი წრფივი შეზღუდვის მიმართ:

$$c - b_1x_1 - b_2x_2 = 0 \qquad (2.104)$$

(სადაც c, b_1 და b_2 მუდმივებია). ეს იმ ტიპის ამოცანაა, რომლის მსგავსსაც წიგნში ხშირად შევხვდებით და რომელიც შეზღუდული მაქსიმიზაციის განსაკუთრებულ შემთხვევას წარმოადგენს. ადრე ვაჩვენეთ, რომ პირველი რიგის პირობები მაქსიმუმისთვის შე-

15 შევნიშნოთ, რომ ტოლობები 2.102 აკმაყოფილებს საკმარის პირობებს არა მარტო კრიტიკული წერტილისთვის, არამედ ნებისმიერი x_1-ისა და x_2-თვის. ამიტომ, ფუნქცია ამოზნექილია. უფრო რთულ შემთხვევებში კი, მეორე რიგის პირობები უნდა შესრულდეს მხოლოდ კრიტიკულ წერტილში, რათა ის ნამდვილად ლოკალურ მაქსიმუმს წარმოადგენდეს.

იძლება ვიპოვოთ ლაგრანჟის განტოლების საშუალებით:

$$\mathcal{L} = f(x_1, x_2) + \lambda(c - b_1x_1 - b_2x_2). \tag{2.105}$$

x_1-ისა და x_2-ისა და λ-ს მიმართ კერძო წარმოებულების გამოთვლით მივიღებთ:

$$\begin{aligned} f_1 - \lambda b_1 &= 0, \\ f_2 - \lambda b_2 &= 0, \\ c - b_1x_1 - b_2x_2 &= 0. \end{aligned} \tag{2.106}$$

ეს განტოლებები შეიძლება ამოიხსნას x_1-ისა და x_2-ისა და λ-ის ოპტიმალური მნიშვნელობებისთვის. იმაში დასარწმუნებლად, რომ ამ გზით ნაპოვნი წერტილები ნამდვილად ლოკალური მაქსიმუმის წერტილებია, კვლავ უნდა გამოვიკვლიოთ კრიტიკული წერტილიდან გადახრები მეორე რიგის სრული წარმოებულის გამოყენებით:

$$d^2y = f_{11}dx_1^2 + 2f_{12}dx_1dx_2 + f_{22}dx_2^2 = 0, \tag{2.107}$$

თუმცა, ამ შემთხვევაში, x-ების ნებისმიერი მიმართულები ცვლილება დასაშვები არ არის. x_1-ისა და x_2-ის მხოლოდ ის მნიშვნელობები შეიძლება წარმოადგენდნენ ფუნქციის მაქსიმუმს, რომლებიც ამ შეზღუდვას დააკმაყოფილებენ. ამ ცვლილებებზე დასაკვირვებლად საჭიროა გამოვთვალოთ შეზღუდვის მთლიანი წარმოებული:

$$-b_1dx_1 - b_2dx_2 = 0 \tag{2.108}$$

$$dx_2 = -\frac{b_1}{b_2}dx_1. \tag{2.109}$$

ეს ჩანაწერი გვიჩვენებს x_1-ისა და x_2-ის ფარდობით ცვლილებას, რომელიც დასაშვებია კრიტიკული წერტილიდან გადახრის შემთხვევაში. ამ ამოცანის ამოხსნა რომ განვაგრძოთ, საჭიროა გამოვიყენოთ პირველი რიგის პირობები. პირველი ორი მათგანიდან გამომდინარეობს, რომ

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{b_1}{b_2}, \tag{2.110}$$

ამ შედეგის ტოლობასთან 2.109 შეერთებით მივიღებთ, რომ

$$dx_2 = -\frac{f_1}{f_2}dx_1. \tag{2.111}$$

d^2y-ის უარყოფითობისთვის საჭირო პირობის გამოსაყვანად, dx_2-ის ეს გამოსახულება-

ჩავსვათ ტოლობაში 2.107:

$$d^2y = f_{11}dx_1^2 + 2f_{12}dx_1\left(-\frac{f_1}{f_2}dx_1\right) + f_{22}\left(-\frac{f_1}{f_2}dx_1\right)^2$$

$$= f_{11}dx_1^2 - 2f_{12}\frac{f_1}{f_2}dx_1^2 + f_{22}\frac{f_1^2}{f_2^2}dx_1^2. \qquad \textbf{(2.112)}$$

საერთო წევრების დაჯგუფებით მივიღებთ, რომ:

$$d^2y = (f_{11}f_2^2 - 2f_{12}f_1f_2 + f_{22}f_1^2)\frac{dx_1^2}{f_2^2}. \qquad \textbf{(2.113)}$$

შედეგად, როცა $d^2y < 0$, უნდა შესრულდეს შემდეგი პირობა:

$$f_{11}dx_2^2 - 2f_{12}f_1f_2 + f_{22}f_1^2 < 0, \qquad \textbf{(2.114)}$$

კვაზი-ამოზნექილი ფუნქცია

მიუხედავად იმისა, რომ უტოლობა 2.114 ცოტაოდენ რთული მათემატიკური სიმბოლოებითაა მოცემული, ის საკმაოდ მნიშვნელოვან შედეგს ასახავს. ის ახასიათებს ფუნქციების სიმრავლეს, რომლებსაც *კვაზი-ამოზნექილი ფუნქციები* ეწოდებათ. ამ ფუნქციებს გააჩნია თვისება, რომლის მიხედვითაც წერტილთა ყველა ის ერთობლიობა, რომელთათვისაც ეს ფუნქცია ნებისმიერ მუდმივზე მეტ სიდიდეს იღებს, წარმოადგენს წერტილთა ამოზნექილ სიმრავლეს (ანუ, ამ სიმრავლის ნებისმიერი ორი წერტილის შემაერთებელი წრფე სიმრავლის შიგნით მდებარეობს). ასეთი ფუნქციების საშუალებით მრავალი ეკონომიკური მოდელია წარმოდგენილი. თავში 3 უფრო დეტალურად განვიხილავთ ასეთ შემთხვევებს, როცა კვაზი-ამოზნექილობისთვის საჭირო პირობებს მარტივი ეკონომიკური ახსნა გააჩნიათ. მაგალითებში 2.9 და 2.10 განხილულია კვაზი-ამოზნექილი ფუნქციის ორი კერძო შემთხვევა, რომლებსაც ამ წიგნში ხშირად შევხვდებით. მაგალითი 2.10 გვიჩვენებს დამოკიდებულებას ამოზნექილ და კვაზი-ამოზნექილ ფუნქციებს შორის.

ამოცანა 2.10. ამოზნექილი და კვაზი-ამოზნექილი ფუნქციები

განსხვავება ამოზნექილ და კვაზი-ამოზნექილ ფუნქციებს შორის შეიძლება ვაჩვენოთ შემდეგი ფუნქციის საშუალებით:[16]

$$y = f(x_1, x_2) = (x_1, x_2)^k, \tag{2.115}$$

სადაც x-ები იღებენ მხოლოდ დადებით მნიშვნელობებს და k პარამეტრი შეიძლება იყოს ნებისმიერი დადებითი რიცხვი.

k-ს მნიშვნელობის მიუხედავად, ეს ფუნქცია კვაზი-ამოზნექილია. ამის ჩვენების ერთ-ერთი გზაა y-ის კონკრეტული მნიშვნელობისთვის ფუნქციის დონის მრუდებზე დაკვირვებაა, ვთავათ c-ს მინიჭების საფუძველზე. ამ შემთხვევაში:

$$y = c = (x_1x_2)^k \text{ ან } x_1x_2 = c^{1/k} = c'. \tag{2.116}$$

მაგრამ ეს მხოლოდ სტანდარტული მართკუთხა ჰიპერბოლის განტოლებაა. იმ წერტილების სიმრავლე, რომელებითვისაც y იღებს c-ზე მეტ მნიშვნელობებს, ამოზნექილია, რადგან ის შემოსაზღვრულ ჰიპერბოლას წარმოადგენს.

კვაზი-ამოზნექილობის მათემატიკურად ჩვენების მიზნით ამ ფუნქციისთვის გამოვიყენოთ უტოლობა 2.114. უტოლობის 2.114 ცალკეულ კომპონენტებს შემდეგი სახე ექნება:

$$\begin{aligned} f_1 &= kx_1^{k-1}x_2^{k}, \\ f_2 &= kx_1^{k}x_2^{k-1}, \\ f_{11} &= k(k-1)x_2^{k-1}x_2^{k}, \\ f_{22} &= k(k-1)x_1^{k}x_2^{k-2}, \\ f_{12} &= k^2x_1^{k-1}x_2^{k-1}. \end{aligned} \tag{2.117}$$

ასე რომ,

$$\begin{aligned} f_{11}f_2^2 - 2f_{12}f_1f_2 + f_{22}f_1^2 &= k^3(k-1)x_1^{3k-2}x_2^{3k-2} - 2k_2^{\,4}x_1^{3k-2}x_2^{3k-2} \\ &\quad + k^3(k-1)x_1^{3k-2}x_2^{3k-2} \\ &= 2k^3x_1^{3k-2}x_2^{3k-2}(-1), \end{aligned} \tag{2.118}$$

ეს უკანასკნელი, ცხადია, უარყოფითი იქნება, რაც კვაზი-ამოზნექილობის პირობას აკმაყოფილებს.

16 ეს ფუნქცია წარმოადგენს ქობ-დაგლასის ფუნქციის კერძო შემთხვევას. ვრცლად ფუნქციის შესახებ იხ. ასევე, ამოცანა 2.10 და თავი 2-ის დანართი.

ამოზნექილია თუ არა f ფუნქცია დამოკიდებულია k-ს სიდიდეზე. თუ $k < 0,5$, ფუნქცია ნამდვილად ამოზნექილია. ამის საჩვენებლად შეგვიძლია ავიღოთ მხოლოდ ის წერტილები, სადაც $x_1 = x_2$. ამ წერტილებისთვის

$$y = (x_1^2)^k = x_1^{2k}, \tag{2.119}$$

რომელიც ამოზნექილია $k < 0,5$-თვის. მსგავსად, $k > 0,5$ შემთხვევისთვის ფუნქცია არის ჩაზნექილი.

ამის უფრო სრულყოფილი დამტკიცებისთვის ტოლობებიდან 2.117 გამოიყენება კერძო წარმოებულები. ამოზნექილობის პირობა ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$\begin{aligned} f_{11}f_{12} - f_{12}^2 &= k^2(k-1)^2 x_1^{2k-2}x_2^{2k-2} - k^4 x_1^{2k-2}x_2^{2k-2} \\ &= x_1^{2k-2}x_2^{2k-2}[k^2(k-1)^2 - k^4] \\ &= x_1^{2k-1}x_2^{2k-1}[k^2(-2k+1)], \end{aligned} \tag{2.120}$$

ეს გამოსახულება კი დადებითია (რაც ამოზნექილობის პირობას წარმოადგენს) იმ შემთხვევაში, თუ

$$(-2k+1) > 0 \text{ ან } k < 0,5.$$

მეორეს მხრივ, ფუნქცია ჩაზნექილია $k > 0,5$-თვის.

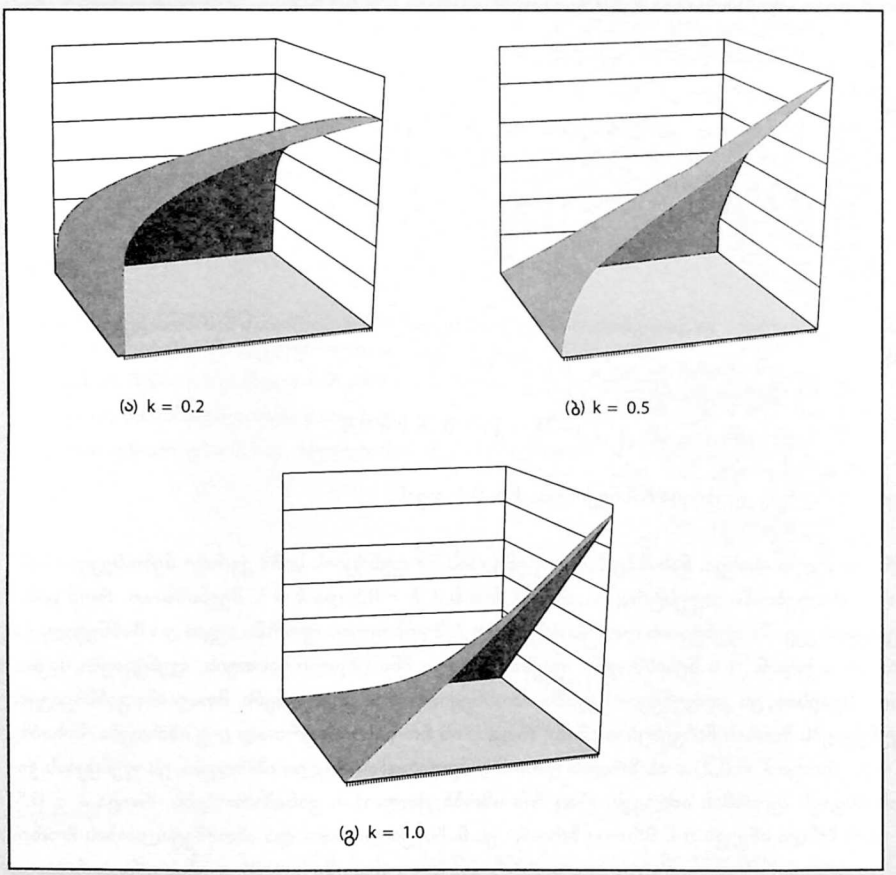
გრაფიკული ასახვა. ნახაზზე 2.4 მოცემულია ამ ფუნქციის სამი კერძო შემთხვევის სამგანზომილებიანი ილუსტრაცია, როცა: $k = 0,2$; $k = 0,5$ და $k = 1$. შევნიშნოთ, რომ სამივე შემთხვევაში ფუნქციის დონის მრუდებს ჰიპერბოლის ფორმა აქვთ და ჩაზნექილები არიან. აქედან, y-ს ნებისმიერი ფიქსირებული მნიშვნელობისთვის, ფუნქციები საკმაოდ მსგავსია. ეს კი ფუნქციის კვაზი-ამოზნექილობას გვიჩვენებს. მთავარი განსხვავება ფუნქციებს შორის ნაჩვენებია იმით, რომ x-ის ზრდასთან ერთად y-ც იზრდება. ნახაზზე 2.4(ა) (როცა $k = 0,2$) x-ის ზრდის დროს y შედარებით ნელა იზრდება. ეს ფუნქციას ჭიქის მსგავს ფორმას აძლევს, რაც მის ამოზნექილობას განაპირობებს. როცა $k = 0,5$, x-ების ზრდა იწვევს y-ს წრფივ ზრდას. ეს ჩაზნექილობასა და ამოზნექილობას შორის საზღვარს წარმოადგენს. და ბოლოს, როცა $k = 1$ (ნახაზი 2.4(გ)), x-ების ერთდროული ზრდა y-ის სწრაფ ზრდას განაპირობებს. ფუნქციის „ხერხემლის“ ჩაზნექილი ფორმა სწორედ ამ ზრდად უკუგებას ასახავს.

ნახაზის 2.4(ა) განხილვით შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ნებისმიერი ამოზნექილი ფუნქცია კვაზი-ამოზნექილიცაა. თქვენ გევალებათ იმის დამტკიცება, რომ ეს სწორედ ის შემთხვევაა, რაც მოცემულია ამოცანაში 2.8. ეს მაგალითი გვიჩვენებს, რომ ამ წინადადების შებრუნებული წინადადება არ არის მართებული: კვაზი-ამოზნექილი ფუნქცია ყოველთვის ამოზნექილი არ არის. წიგნში განხილული ფუნქციების უმრავლესო-

მაგალითი 2.10 გამგრძელება

ნახაზი 2.4 ამოზნექილი და კვაზი-ამოზნექილი ფუნქციები

ფუნქცია სამივე შემთხვევაში კვაზი-ამოზნექილია. ფიქსირებული y-თვის მათი დონის მრუდები ჩაზნექილია. ფუნქცია სრულად ამოზნექილია მხოლოდ $k = 0,2$ შემთხვევაში. $k = 1$ შემთხვევა კი გვიჩვენებს, რომ ფუნქცია არ არის ამოზნექილი, რადგან მისი მხები სიბრტყის ქვემოთ არ მდებარეობს.



ბა სწორედ ამ ფაქტს ადასტურებს. ფუნქციები ძირითადად კვაზი-ამოზნექილი იქნება, მაგრამ არა ამოზნექილი.

შეკითხვა: ახსენით, ნახაზებზე 2.4(ა) და 2.4 გამოცემულ ფუნქციებს რატომ შეიძლება ჰქონდეთ მაქსიმალური მნიშვნელობები, თუ x-ზე არსებობს წრფივი შეზღუდვა, როცა შეუზღუდავი მაქსიმუმი მხოლოდ ნახაზით 2.4(ა) მოცემულ ფუნქციას გაანჩია?

ჰომოგენური ფუნქციები

ეკონომიკურ თეორიაში ფუნქციების უმრავლესობას დამატებითი მათემატიკური თვისებები გააჩნია. ასეთ მნიშვნელოვან თვისებებს წარმოადგენს მაგალითად ისინი, რომლებიც უკავშირდება ფუნქციების ქცევას მათი ყველა (ან თითქმის ყველა) არგუმენტის პროპორციულად ზრდის დროს. ეს ის შემთხვევაა, როცა, მაგალითად, გვაინტერესებს რა მოხდება ფასების 10%-ით ზრდის შედეგად, ან როგორ შეიცვლება ფირმის გამოშვება გამოყენებული რესურსების გაორმაგების გაზრდით. ამ საკითხებს მივყავართ ჰომოგენურობის თემამდე. კერძოდ, $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ ფუნქციას ეწოდება ჰომოგენური ფუნქცია k ხარისხით, თუ:

$$f(tx_1, tx_1, ..., tx_n) = t^k f(x_1, x_2, ..., x_n). \qquad \textbf{(2.121)}$$

ჰომოგენური ფუნქციის ყველაზე მნიშვნელოვანი მაგალითებია ისინი, რომლებისთვისაც $k = 1$ ან $k = 0$. პირველი ხარისხის ჰომოგენული ფუნქციის შემთხვევაში, მისი ყველა არგუმენტის გაორმაგება იწვევს თავად ფუნქციის სიდიდის 2-ჯერ ზრდას. როცა ფუნქცია არის ჰომოგენური 0 ხარისხით, არგუმენტების ორჯერ ზრდის შედეგად ფუნქციის მნიშვნელობა არ იცვლება. ფუნქცია შეიძლება ჰომოგენური იყოს არგუმენტების მხოლოდ გარკვეული ერთობლიობისთვის და ზოგიერთი x-ის გაორმაგებამ გამოიწვიოს ფუნქციის გაორმაგება დანარჩენი ცვლადების უცვლელობის შემთხვევაში. თუმცა, ჰომოგენურობა უმეტესად ფუნქციის ყველა არგუმენტის ცვლილებას გულისხმობს.

ჰომოგენურობა და წარმოებები

თუ ჰომოგენური ფუნქცია k ხარისხით გაწარმოებადია, მისი კერძო წარმოებულები იქნებაჰომოგენური $k - 1$ ხარისხში. ამის დამტკიცება პირდაპირ გამომდინარეობს ჰომოგენურობის განმარტებიდან. მაგალითად, ტოლობის 2.121 პირველი არგუმენტის მიმართ გაწარმოებით მიიღება:

$$\frac{\partial f(tx_1, tx_2, ..., tx_n)}{\partial x_1} \cdot t = t^k \frac{\partial f(x_1, x_2, ..., x_n)}{\partial x_1} \qquad \textbf{(2.121)}$$

ან

$$f_1(tx_1, tx_2, ..., tx_n) = t^{k-1} f_1(x_1, x_2, ..., x_n). \qquad \textbf{(2.122)}$$

რაც გვიჩვენებს, რომ f_1 შეესაბამება $k - 1$ ხარისხის ჰომოგენურობის განმარტებას. რადგან მიკროეკონომიკაში ზღვრული ეფექტების იდეა ფართოდაა მიღებული, ეს თვისება გვიჩვენებს, რომ ამ ეფექტების თვისებების შესახებ დასკვნის გაკეთება თავად მოცემული ფუნქციის თვისებების განხილვითაა შესაძლებელი.

ეილერის თეორემა

ჰომოგენური ფუნქციების კიდევ ერთი მნიშვნელოვანი თვისება შეიძლება ვაჩვენოთ ზოგადი ჰომოგენური ფუნქციის განმარტების ჩანაწერის გაწარმოებით პროპორციულობის განმსაზღვრელი t წევრის მიმართ. პირველ რიგში, ტოლობის 2.121 გაწარმოებით მივიღებთ:

$$kt^{k-1} f_1(x_1, ..., x_n) = x_1 f_1(tx_1, ..., tx_n) + ... + x_n f_n(tx_1, ..., tx_n).$$

თუ დავუშვებთ, რომ $t = 1$, ჩანაწერი მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$kf(x_1, ..., x_n) = x_1 f_1(x_1, ..., x_n) + ... + x_n f_n(x_1, ..., x_n). \quad \textbf{(2.123)}$$

ეს ტოლობა ჰომოგენური ფუნქციებისთვის ეილერის თეორემის სახელითაა ცნობილი (იმ მათემატიკოსის საპატივცემულოდ, რომელმაც ასევე აღმოაჩინა კონსტანტა e). ის გვიჩვენებს, რომ ჰომოგენური ფუნქციისთვის არსებობს განსაზღვრული დამოკიდებულება ფუნქციის მნიშვნელობასა და მისი კერძო წარმოებულების სიდიდეს შორის. ამ აღმოჩენას ეფუძნება ფუნქციებს შორის სხვადასხვა სახის მნიშვნელოვანი ეკონომიკური დამოკიდებულება.

ჰომოთეტური ფუნქცია

ჰომოთეტურია ფუნქცია, რომელიც მიიღება ჰომოგენური ფუნქციის მონოტონური ტრანსფორმაციით.[17] განმარტების თანახმად, მონოტონური გარდაქმნა ფუნქციის არგუმენტებსა და ამ ფუნქციის მნიშვნელობას შორის დამოკიდებულებას შეესაბამება. თუ x-ის გარკვეული ერთობლიობა f-ის გაზრდას განაპირობებს, f-ის მონოტონური ტრანსფორმაციის შედეგად ისინი კვლავ გაზრდიან ფუნქციის მნიშვნელობას. იმის მიუხედავად, რომ მონოტონურმა ტრანსფორმაციამ მრავალი ფორმა შეიძლება მიიღოს, მათ შესაძლოა არ ასახონ ის კონკრეტული მათემატიკური დამოკიდებულება, რაც ჰომოგენურ ფუნქციებს ახასიათებთ. მაგალითად, $f(x, y) = x \cdot y$ არის მეორე ხარისხის ჰომოგენური ფუნქცია, რადგან მისი ორივე არგუმენტის გაორმაგებით ფუნქციის მნიშვნელობა 4-ჯერ გაიზრდება. მაგრამ მისი მონოტონური ტრანსფორმაცია F, რომელიც უბრალოდ f ფუნქციისთვის 1-ის დამატებით მიიღება $[F(f) = f + 1 = xy + 1]$, საერთოდ არ არის ჰომოგენური. შესაბამისად, გამონაკლისი შემთხვევების გარდა, ჰომოთეტურ ფუნქციებს არ ახასიათებთ მათი საწყისი ფუნქციების შესაბამისი ჰომოგენურობის თვისებები. ეს გულისხმობს, რომ ფარული არჩევანი ცვლადებს შორის დამოკიდებულია ამ ცვლადების თანაფარდობის სიდიდეზე და არა მათ აბსოლუტურ მნიშვნელობებზე.

17 რადგან მონოტონური ტრანსფორმაციით ფუნქცია იცვლება, ყველა ჰომოგენური ფუნქცია ამავდროულად ჰომოთეტურიცაა.

ეს ფაქტი ვაჩვენოთ $f(x, y) = 0$ ორცვლადიანი არაცხადი ფუნქციისთვის. უფრო ზოგადი შემთხვევებს განვიხილავთ წიგნის შემდგომ თავებში ზოგადი ეკონომიკური საკითხების შესწავლის დროს.

ტოლობის 2.28 მიხედვით, x-სა და y-ს შორის არაცხადი არჩევანი მოცემული იყო შემდეგი:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{f_x}{f_y}.$$

თუ დავუშვებთ, რომ f არის k ხარისხის ჰომოგენური ფუნქცია, მისი კერძო წარმოებულები იქნება ჰომოგენური $k-1$ ხარისხით და x-სა და y-ს შორის არაცხადი არჩევანი იქნება:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{t^{k-1}f_x(tx,ty)}{t^{k-1}f_y(tx,ty)} = \frac{f_x(tx,ty)}{f_y(tx,ty)}. \qquad \textbf{(2.124)}$$

ვთქვათ, $t = 1/y$. მაშინ, ტოლობა 2.124 მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{f_x(x/y,1)}{f_y(x/y,1)}, \qquad \textbf{(2.125)}$$

რის მიხედვითაც, არჩევანი ცვლადებს შორის დამოკიდებულია მხოლოდ x-ისა და y-ის თანაფარდობაზე. თუ f ფუნქციისთვის გამოვიყენებთ ნებისმიერი სახის მონოტონურ ტრანსფორმაციას, F-ს (როცა $F' > 0$), მივიღებთ:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F'f_x(x/y,1)}{F'f_y(x/y,1)} = -\frac{f_x(x/y,1)}{f_y(x/y,1)}, \qquad \textbf{(2.126)}$$

აქედან, მონოტონური გარდაქმნა ცვლადებს შორის არჩევანზე გავლენას ვერ ახდენს და ეს არჩევანი კვლავ x-ისა და y-ის შეფარდებაზეა დამოკიდებული. თავში 3 (და სხვა თავებშიც) ეს თვისება გამოყენებულია ორგანზომილებიანი ნახაზების შემთხვევაში სხვადასხვა თეორიული შედეგების ასახსნელად, სადაც საჭიროა არა ძირითადი ცვლადების დონეების, არამედ მხოლოდ მათი შეფარდებების შესწავლა.

დამატებითი 2.11. ფუნქციის კარდინალური და რიგობრივი თვისებები

გამოყენებით ეკონომიკაში ზოგჯერ საჭიროა ცვლადებს შორის ზუსტი რიცხობრივი დამოკიდებულების ცოდნა. მაგალითად, წარმოების პროცესის შესწავლისას შეიძლება დაგვჭირდეს ვიცოდეთ რამდენით გაიზრდება გამოშვება ერთი დამატებითი მუშახელის დაქირავების შედეგად. ეს წარმოადგენს საწარმოო ფუნქციის „კარდინალურ“ (რიცხობრივ) თვისებებთან დაკავშირებულ საკითხს. სხვა შემთხვევებში, შესაძლოა

(გაგრძელება)

მხოლოდ მოვახდინოთ სხვადასხვა წერტილისთვის რეიტინგის განსაზღვრა. მაგალითად, თეორიაში სარგებლიანობის შესახებ არსებობს დაშვება, რომ ადამიანები პროდუქტის ერთობლიობებისთვის განსაზღვრავენ რეიტინგს და მათგან აირჩევენ იმ ერთობლიობას, რომელსაც ყველაზე მაღალი რეიტინგი გააჩნია. თუმცა, ამ რეიტინგებისთვის რაიმე კონკრეტული რიცხვითი მნიშვნელობა განსაზღვრული არ არის. მათემატიკურად, ფუნქციის რიგობითობის თვისებები მონოტონური ტრანსფორმაციის დროს დაცულია, რადგან, განმარტების თანახმად, მონოტონური ტრანსფორმაცია რიგობითობას იცავს. თუმცა, შემთხვევითი მონოტონური ტრანსფორმაციით ხშირად კარდინალური თვისებები დაცული არ არის.

ეს განსხვავებები მოცემულია ტოლობაში 2.10 განხილული ფუნქციებით, სადაც შევისწავლეთ შემდეგი ფუნქციის მონოტონური ტრანსფორმაცია:

$$f(x_1, x_2) = (x_1 x_2)^k \tag{2.127}$$

და განვიხილეთ k პარამეტრის სხვადასხვა მნიშვნელობები. აქედან, მინიმიზაციის და მაქსიმიზაციის იმ ამოცანების განხილვისას, რომლებსაც წრფივი ფუნქციით მოცემული შეზღუდვები გააჩნიათ, არ აქვს მნიშვნელობა კონკრეტულად რა სახის გარდაქმნაა გამოყენებული. მეორე მხრივ, ტოლობაში 2.127 მოცემული ფუნქცია ამოზნექილია (კარდიალური თვისება) k-ს მხოლოდ ვიწრო დიაპაზონში. f ფუნქციის ამოზნექილობას მრავალი სხვადასხვა მონოტონური ტრანსფორმაცია არღვევს.

ტოლობაში 2.127 მოცემული ფუნქცია შეიძლება ჰომოგენურ და ჰომოთეტურ ფუნქციებს შორის განსხვავების საჩვენებლადაც გამოვიყენოთ. f ფუნქციის არგუმენტების პროპორციული ზრდის შედეგად მივიღებთ, რომ

$$f(tx_1, tx_2) = t^{2k} x_1 x_2 = t^{2k} f(x_1, x_2) \tag{2.128}$$

შედეგად, ამ ფუნქციის ჰომოგენურობის ხარისხი დამოკიდებულია k-ზე. ანუ, ჰომოგენურობა მონოტონური ტრანსფორმაციისგან დამოუკიდებელი არ არის. ასევე, ტოლობაში 2.127 მოცემული ფუნქცია ჰომოთეტურიცაა, რადგან

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{f_1}{f_2} = -\frac{kx_1^{k-1}x_2^k}{kx_1^k x_2^{k-1}} = -\frac{x_2}{x_1}. \tag{2.129}$$

აქედან, x_1-სა და x_2-ს შორის არჩევანი დამოკიდებულია მხოლოდ მათ შეფარდებაზე და k-ს მნიშვნელობა მასზე გავლენას ვერ ახდენს. შესაბამისად, ჰომოთეტურობა წარმოადგენს ორდინალურ თვისებას. როგორც შემდგომში ვიხილავთ, ეს თვისება გამოიყენება ეკონომიკური თეორემების გრაფიკული წარმოდგენისთვის.

შეკითხვა: როგორ შეიცვლებოდა მაგალითში მოცემული განხილვა, თუ მოცემული იქნებოდა ფუნქციის $f(x_1, x_2, k) = x_1 x_2 + k$ სახით გარდაქმნა k-ს სხვადასხვა მნიშვნელობისთვის?

ბაინტეგრალება

გაინტეგრალება კიდევ ერთი მათემატიკური მეთოდია, რომელსაც მიკროეკონომიკაში ხშირად მიმართავენ. ეს მეთოდი გამოიყენება როგორც იმ ფართობების გასაზომად, რომლებიც სხვადასხვა ეკონომიკურ შედეგს ასახავს, ასევე, იმ შედეგების შესაჯამებლად, რომლებიც დროთა განმავლობაში ხდება ან მრავალ ინდივიდს ეხება. ამ თემას ძალიან მოკლედ შევეხებით, თუმცა მეტი ინფორმაციისთვის მკითხველს შეუძლია გაეცნოს ამ თავის დანართებს.

ანტი-წარმოებული

გაინტეგრალება გაწარმოების საპირისპიროა. როცა $f(x)$ ფუნქციის ინტეგრალს ვითვლით, ეს იგივეა, რაც ისეთი ფუნქციის პოვნა, რომლის წარმოებული $f(x)$-ია. თუ ამ ფუნქციას, $F(x)$-ს „ანტი-წარმოებულს“ დავარქმევთ, მას ექნება შემდეგი თვისება:

$$\frac{dF(x)}{dx} = F'(x) = f(x). \tag{2.130}$$

თუ ასეთი ფუნქცია არსებობს, მას აღვნიშნავთ შემდეგნაირად:

$$F(x) = \int f(x)dx. \tag{2.131}$$

ამ ჩანაწერის ასეთი ფორმით გადმოცემის მიზეზს მოგვიანებით დაწვრილებით ავხსნით. პირველ რიგში, განვიხილოთ რამდენიმე მაგალითი. თუ $f(x) = x$,

$$F(x) = \int f(x)dx = \int x dx = \frac{x^2}{2} + C, \tag{2.132}$$

სადაც C არის „ინტეგრალის მუდმივა“, რომელიც გაწარმოების შედეგად გაუჩინარდება. ამ შედეგის გადამოწმება ძალიან მარტივია:

$$F'(x) = \frac{d\left(x^2/2 + C\right)}{dx} = x + 0 = x. \tag{2.133}$$

ანტი-წარმოებულის გამოთვლა

იმის მიხედვით, თუ როგორაა განსაზღვრული $f(x)$ ფუნქცია, ანტი-წარმოებულების გამოთვლა შეიძლება იყოს ძალიან მარტივი, რთული, ძალიან რთული, ან საერთოდ შეუძლებელი. აქ განვიხილავთ ასეთი გაანგარიშების სამ მარტივ მეთოდს, მაგრამ ეს მეთოდები ყოველთვის გამოსადეგი არ იქნება.

1. კრეატიული მიდგომა. ინტეგრალის (ანტი-წარმოებულის) პოვნის ყველაზე გავრცელებული გზაა იმის დადგენა, თუ რა ფუნქციის გაწარმოებით შეიძლებოდა მიგვეღო $f(x)$. განვიხილოთ მაგალითი:

$$F(x)=\int x^2dx=\frac{x^3}{3}+C,$$

$$F(x)=\int x^ndx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+C,$$

$$F(x)=\int\left(ax^2+bx+c\right)dx=\frac{ax^3}{3}+\frac{bx^2}{2}+cx+C,$$

$$\text{ùìíù}=\int\ ^x\quad =\ ^x+\ ,\qquad \textbf{(2.134)}$$

$$F(x)=\int a^xdx=\frac{a^x}{lna}+C,$$

$$F(x)=\int\left(\frac{1}{x}\right)dx=\ln\left(|x|\right)+C,$$

$$F(x)=\int(lnx)dx=xlnx-x+C.$$

მიღებული ინტეგრალის გაწარმოებით შეგვიძლია დავრწმუნდეთ, რომ ის აკმაყოფილებს თვისებას $F'(x)=f(x)$. შევნიშნოთ, რომ ყველა შემთხვევში ინტეგრალი შეიცავს მუდმივ წევრს. ანტი-წარმოებულები უნიკალურია სწორედ ამ დამატებითი წევრის გამო, რომლებიც გაწარმოების შემდეგ 0-ს უტოლდება. სხვადასხვა მიზეზის გამო, ტოლობით 2.134 მიღებული შედეგები (ან მათი მარტივი განზოგადება) საკმარისია წიგნში გამოსაყენებლად. თუმცა, აქ კიდევ ორი მეთოდია მოცემული იმ შემთხვევისთვის, თუ ინტუიცია გვიღალატებს.

2. ცვლადის ჩასმის მეთოდი. ცვლადების გონივრული ხელახალი განსაზღვრით შეიძლება ფუნქციის გაინტეგრალება გამარტივდეს. მაგალითად, ყოველთვის ცხადი

არ არის რა შეიძლება იყოს $2x/(1 + x^2)$-ის ინტეგრალი. თუმცა, თუ დავუშვებთ, რომ $y = 1+x^2$, მაშინ $dy = 2xdx$ და

$$\int \frac{2x}{1+x^2} dx = \int \frac{1}{y} dy = \ln(|y|) = \ln(|1+x^2|). \qquad \textbf{(2.135)}$$

ამ მეთოდის გამოყენებისას მთავარია საწყისი ფუნქციის დაშლა y და dy წევრებად. ბევრი ცდაა საჭირო იმისათვის, რომ ვნახოთ, თუ რა შემთხვევებში შეიძლება მისი გამოყენება.

3. ნაწილობითი გაინტეგრალება. ინტეგრალის პოვნის მსგავსი მეთოდი იყენებს დიფერენციალურ გამოსახულებას: $duv = udv + vdu$ ნებისმიერი ორი u და v ფუნქციებისთვის. ამ დიფერენციალის გაინტეგრალებით მიიღება:

$$\int duv = uv = \int udv + \int vdu \quad \text{ან} \quad \int udv = uv - \int vdu. \qquad \textbf{(2.136)}$$

ამ სტრატეგიით u და v ისე უნდა განვსაზღვროთ, რომ მარცხნივ მდებარე უცნობი ინტეგრალის გაანგარიშება შესაძლებელი გახდეს მარჯვნივ მოცემული ორი ცნობილი გამოსახულებით. მაგალითად, ერთი შეხედვით არ შეგვიძლია ვთქვათ რისი ტოლია xe^x-ის ინტეგრალი. მაგრამ შეგვიძლია მოვიქცეთ შემდეგნაირად: განვსაზღვროთ $u = x$ (ასე რომ, $du = dx$) და $dv = e^x dx$ (ანუ, $v = e^x$). აქედან მივიღებთ, რომ

$$\int xe^x dx = \int udv = uv - \int vdu = xe^x - \int e^x dx = (x-1)e^x + C. \qquad \textbf{(2.137)}$$

ამ შემთხვევაშიც, პრაქტიკაში ხშირად გამოყენებისას ვნახავთ, თუ როგორ შეიძლება u-ს და v-ს სწორად განსაზღვრა ინტეგრალების გაანგარიშებისას.

განსაზღვრული ინტეგრალი

აქამდე განვიხილეთ „განუსაზღვრელი" ინტეგრალები, რომელთა საშუალებითაც ზოგადი სახითაა მოცემული ის ფუნქცია, რომელიც მეორეს ანტი-წარმოებულს წარმოადგენს. ცოტაოდენ განსხვავებული, თუმცა, ზემოთ მოცემულთან დაკავშირებული მიდგომით, ინტეგრალები გამოიყენება მოცემული ინტერვალისთვის ფუნქციის ნახაზის ქვემოთ არსებული ფართობის გამოთვლის მიზნით. ნახაზზე 2.5 სწორედ ეს პროცესია ასახული. თუ გვსურს გავიგოთ $f(x)$ ქვემოთ, $x = a$-დან $x = b$-მდე არსებული ფართობი, ერთ-ერთი გზაა ინტეგრალის დაყოფა $x(\Delta x)$ ნაწილებად და ნახაზზე მოცემული მართკუთხედების ფართობების შეკრება:

$$\textbf{ფართობი } f(x)\textbf{-ის ქვემოთ} \approx \sum_i f(x_i)\,\Delta x_i, \qquad \textbf{(2.138)}$$

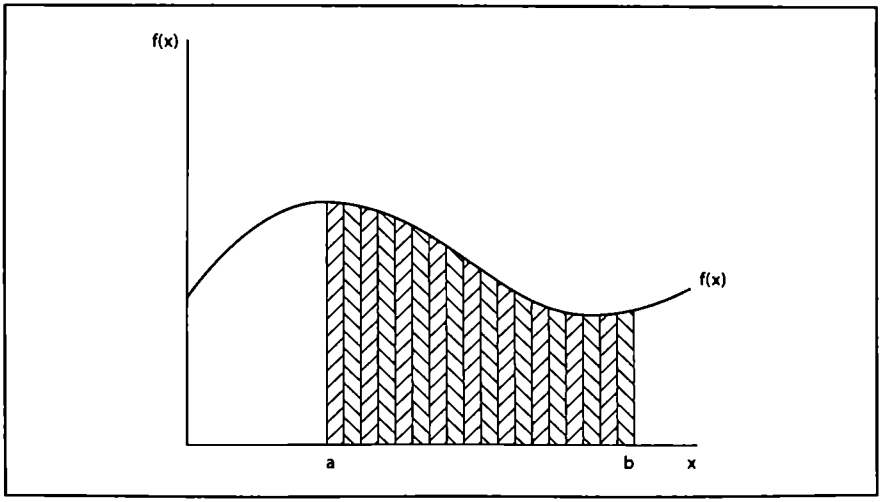
სადაც ასეთი სახის აღნიშვნა გვიჩვენებს, რომ თითოეული მართკუთხედის სიმაღლე უტოლდება $f(x)$ ფუნქციის მნიშვნელობას x წერტილში. თუ გამოვიყენებთ ზღვარის ცნებას და ავიღებთ Δx-ის ძალიან მცირე მნიშვნელობებს, ჩვენთვის საინტერესო ფართობი გამოითვლება შემდეგნაირად:

$$\text{ფართობი } f(x)\text{-ის ქვეშოთ} = \int_{x=a}^{x=b} f(x)dx. \qquad \textbf{(2.139)}$$

ამ გამოსახულების საშუალებით შეგვიძლია განვმარტოთ ინტეგრალის უცნაური ფორმის ნიშანი: ეს წარმოადგენს S სიმბოლოს, რაც ჯამის მანიშნებელია. როგორც შემდგომში ვიხილავთ, გაინტეგრალება წარმოადგენს მოცემულ შუალედზე უწყვეტი ფუნქციის მნიშვნელობების შეკრების მთავარ მეთოდს.

ახაზი 2.5 განსაზღვრული ინტეგრალები გვიჩვენებენ ფუნქციის ნახაზის ქვემოთ არსებულ ფართობს

განსაზღვრული ინტეგრალი მართკუთხედების ფართობების შეკრების საშუალებით ზომავს მრუდის ქვემოთ მდებარე ფართობს, როგორც ეს ნახაზზეა მოცემული. თითოეული მართკუთხედის განზომილებაა $f(x)dx$.



ჯიჯყეფსის ფუნდამენტური თეორემა

განტოლებით 2.139 მოცემული ინტეგრალის გამოთვლა მარტივია, თუ ვიცით $f(x)$-ის ანტი-წარმოებული $F(x)$:

ფართობი $f(x)$**-ის ქვემოთ** $= \int_{x=a}^{x=b} f(x)dx = F(b) - F(a).$ **(2.140)**

ანუ, უნდა გავიანგარიშოთ $f(x)$-ის ანტი-წარმოებული და ინტეგრალის ქვედა ზღვარზე მისი მნიშვნელობა უნდა გამოვაკლოთ ინტეგრალის ზედა ზღვარზე ანტი-წარმოებულის მნიშვნელობას. ამ შედეგს ზოგჯერ „კალკულუსის ფუნდამენტურ თეორემას უწოდებენ", რადგან ის კალკულუსის ორ მთავარ მეთოდს - წარმოებულებსა და ინტეგრალებს, აერთიანებს. მაგალითში 2.12 ნაჩვენებია, რომ ზემოთ მიღებული შედეგის გამოყენება უფრო ზოგად სიტუაციებშიც შეიძლება, ვიდრე მხოლოდ ფართობების გასაზომად. მისი გამოყენება შეიძლება ეკონომიკის ერთ-ერთი მათავარი პრინციპის – მარაგებსა და ნაკადებს შორის განსხვავების საჩვენებლად.

მაგალითი 2.12 მარაგები და ნაკადები

განსაზღვრული ინტეგრალის გამოყენება სასარგებლოა ნებისმიერი ფუნქციისთვის, რომელიც დროთა განმავლობაში ნაკადების ოდენობას ასახავს. მაგალითად, დავუშვათ, რომ მოსახლეობის ნომინალური ზრდა (შობადობას გამოკლებული სიკვდილიანობა) ქვეყანაში შეიძლება მიახლოებით გამოითვალოს შემდეგი ფუნქციით: $f(t) = 1000e^{0,02t}$. აქედან, მოსახლეობის ნომინალური ზრდა წლის განმავლობაში არის 2%, ანუ 1000 ახალშობილი 0 წელიწადს, 1020 პირველ წელიწადს, 1040 მეორე წელიწადს და ა.შ. დავუშვათ, გვსურს გავიგოთ, რამდენით გაიზრდება მთლიანად მოსახლეობა 50 წლის განმავლობაში. ამის გამოთვლა კალკულუსის გარეშე რთული იქნებოდა, თუმცა კალკულუსის ფუნდამენტური თეორემის საშუალებით პასუხის მიღება საკმაოდ მარტივია:

$$\textbf{მოსახლეობის ნაზარდი} = \int_{t=0}^{t=50} f(t)dt = \int_{t=0}^{t=50} 1000e^{0,02t}dt = F(t)\Big|_0^{50}$$

$$= \frac{1000e^{0,02t}}{0,02}\Big|_0^{50} = \frac{1000e}{0,02} - 50000 = 85914, \qquad \textbf{(2.141)}$$

სადაც აღნიშვნა $\Big|_a^b$ გვიჩვენებს, რომ გამოსახულება უნდა შეფასდეს, როგორც $F(b) - F(a)$. აქედან გამომდინარეობს დასკვნა, რომ მომდევნო 50 წლის განმავლობაში მოსახლეობა თითქმის 86 000-ით გაიზრდება. შევნიშნოთ, რომ კალკულუსის ფუნდამენტური თეორემა ერთმანეთთან აკავშირებს ნაკადების ცნებას, რაც ამ შემთხვევაში მოსახლეობის ნომინალურ ზრდას წარმოადგენდა (რომელიც იზომება ერთი წლისთვის), მარაგების ცნებასთან ანუ მთელ მოსახლეობასთან (რომელიც კონკრეტული დღისთვის ითვლება და დროის განზომილება არ გააჩნია). ასევე, აღსანიშნავია, რომ მიღებული შედეგი, 86 000 ეხება მოსახლეობის ნაზრდს მხოლოდ 0 და 50-ე წლებს შო-

(გაგრძელება)

მაგალითი 2.72 გაგრძელება

რის. იმისათის, რომ ნებისმიერი თარიღისთვის გავიგოთ მოსახლეობის მთლიანი რაოდენობა, 0 წლისათვის მოსახლეობის რაოდენობას უნდა დავუმატოთ მოსახლეობის ნაზრდი ჩვენთვის საინტერესო პერიოდისთვის. ეს იგივე იქნება, რაც გაინტეგრალების დროს მუდმივის (C-ს) შერჩევა.

ახლა კი ვაჩვენოთ ამ მეთოდის უფრო ეკონომიკური გამოყენება. ვთქვათ, ფირმის მთლიანი დანახარჯი მოცემულია ფუნქციით: $C(q) = 0{,}1q^2 + 500$ (სადაც q არის რაღაც პერიოდის განმავლობაში გამოშვების რაოდენობა). შესაბამისად, $0{,}1q^2$ წარმოადგენს ფირმის ცვალებად დანახარჯებს (დანახარჯებს, რომლებიც გამოშვების მიხედვით იცვლება), ხოლო 500 კი არის ფიქსირებული დანახარჯი. წარმოების ამ პროცესის ზღვრული დანახარჯი შეგვიძლია ვიპოვოთ შემდეგი გაწარმოებით: $MC = \frac{dC(q)}{dq} = 0{,}2q$. მივიღეთ, რომ ზღვრული დანახარჯები q-ს ზრდასთან ერთად იზრდება და მუდმივი დანახარჯები გაწარმოების შედეგად გამოსახულებიდან ამოვარდა. რა იქნება მთლიანი დანახარჯების მოცულობა, თუ $q = 100$? ამ კითხვაზე პასუხის გასაცემად ერთი გზაა პირდაპირ მთლიანი დანახარჯების ფუნქციის გამოყენება: $C(100) = 0{,}1\ (100)^2 + 500 = 1500$. ან, შეგვიძლია ზღვრული დანახარჯების ფუნქცია გავაინტეგრალოთ 0-დან 100-მდე შუალედში და ვიპოვოთ მთლიანი ცვალებადი დანახარჯები:

$$\text{ცვალებადი დანახარჯი} = \int_{q=0}^{q=100} 0{,}2q\,dq = 0{,}1q^2\Big|_0^{100} = 1000 - 0 = 1000 \qquad \textbf{(2.142)}$$

რომელსაც უნდა დავამატოთ მუდმივი დანახარჯი, 500 (მუდმივი რიცხვი ინტეგრალში ამ ამოცანისთვის), რათა მივიღოთ მთლიანი დანახარჯები. რა თქმა უნდა, მთლიანი დანახარჯის გამოსათვლელად ეს მეთოდი უფრო მოუხერხებელია, ვიდრე პირდაპირ მთლიანი დანახარჯების ფორმულის გამოყენება, მაგრამ გამოთვლებმა აჩვენა, რომ მთლიანი ცვალებადი დანახარჯი წარმოების ნებისმიერ ორ დონეს შორის შეგვიძლია ვიპოვოთ გაინტეგრალებით, რაც ზღვრული დანახარჯების მრუდის ქვემოთ მდებარე ფართობის ტოლია. ამ შედეგს შემდგომში ზოგიერთი გრაფიკული ანალიზის დროს გამოვიყენებთ.

შეკითხვა: როგორ გამოითვლიდით მთლიან ცვალებად დანახარჯებს გამოშვების 100-დან 110-მდე ზრდის შემთხვევაში? ახსენით, რატომ არ მონაწილეობს ამ გამოთვლებში მუდმივი დანახარჯები.

განსაზღვრული ინტეგრალის გაწარმოება

ზოგჯერ შესაძლოა მოგვიხდეს განსაზღვრული ინტეგრალის გაწარმოება, ძირითადად ამ ინტეგრალის მაქსიმიზაციის მიზნით. მიუხედავად იმისა, რომ ამ წარმოებულის გამოთვლა რთულია, არსებობს რამდენიმე წესი, რომელთა დახმარებითაც ინტეგრალის წარმოებულის გამოთვლა საკმაოდ მარტივდება.

1. ინტეგრალის ცვლადის მიმართ გაწარმოება. ეს საკმაოდ დასაფიქრებელი და საყურადღებო მეთოდია. განსაზღვრული ინტეგრალი იღებს მუდმივ სიდიდეს, ასე რომ მისი წარმოებული არის 0-ის ტოლი:

$$\frac{d\int_a^b f(x)dx}{dx} = 0. \qquad \textbf{(2.143)}$$

გაინტეგრალებისთვის საჭირო შეკრების პროცესი სრულდება მაშინ, როცა განსაზღვრული ინტეგრალის ჩანაწერი სახეზეა. არ აქვს მნიშვნელობა, ინტეგრალის ცვლადი x იქნება, t თუ სხვა ცვლადი. ამ გაინტეგრებული ჯამის სიდიდე x-ის ცვლილების შედეგად არ შეიცვლება, მიუხედავად იმისა, რა სიდიდისაა x (თუმცა, იხ. ქვემოთ მოცემული წესი 3).

2. გაწარმოება ინტეგრალის ზედა ზღვარის მიმართ. ინტეგრალის ზედა ზღვარის ცვლილება იწვევს განსაზღვრული ინტეგრალის ცვლილებას. ამ შემთხვევაში საჭიროა ერთმანეთისგან განვასხვაოთ ინტეგრალის ზედა ზღვარის განმსაზღვრელი (ვთქვათ, x) და ინტეგრალის ცვლადები (ვთქვათ, t). მაშინ, კალკულუსის ფუნდამენტური თეორემის გამოყენებით შედეგს მარტივად მივიღებთ. მაგალითად:

$$\frac{d\int_a^x f(t)dt}{dx} = \frac{d\left[F(x)-F(a)\right]}{dx} = f(x)-0 = f(x), \qquad \textbf{(2.144)}$$

სადაც, $F(x)$ არის $f(x)$ ფუნქციის ანტი-წარმოებული. თუ ნახაზს 2.5 დავუბრუნდებით, ვნახავთ, რატომ არის მნიშვნელოვანი ეს შედეგი, რადგან ჩვენ გვაინტერესებს x-ის მცირე ცვლილების შედეგად როგორ იცვლება განსაზღვრული ინტეგრალის მნიშვნელობა. პასუხი ამ კითხვაზე ცხადია: ინტეგრალის სიდიდე იზრდება $f(x)$-ის სიმაღლის ოდენობით (შევნიშნოთ, რომ ეს სიდიდე x-ის მნიშვნელობაზეა დამოკიდებული).

თუ ინტეგრალის ზედა ზღვარი x-ის ფუნქციაა, ჯაჭვური წესის გამოყენებით შეგვიძლია ზემოთ მიღებული შედეგის განზოგადება:

$$\frac{d\int_a^g f(t)dt}{d(x)} = \frac{d\left[F(g(x))-F(a)\right]}{dx} = \frac{d\left[F(g(x))\right]}{dx} = f(x)\frac{dg(x)}{dx} = fg'(x), \qquad \textbf{(2.145)}$$

სადაც ამ წარმოებულის კონკრეტული მნიშვნელობა კვლავ x-ის სიდიდეზეა დამოკიდებული.

და ბოლოს, შევნიშნოთ, რომ ინტეგრალის ქვედა ზღვარის მიმართ გაწარმოება ამ გამოსახულებას მხოლოდ ნიშანს უცვლის:

$$\frac{d\int_{g(x)}^{b} f(t)dt}{dx} = \frac{d\left[F(b)-F(g(x))\right]}{dx} = -\frac{dF(g(x))}{dx} = -fg'^{(x)}. \qquad \textbf{(2.146)}$$

3. გაწარმოება სხვა შესაბამისი ცვლადის მიმართ. ზოგჯერ შეიძლება მოგვიხდეს ისეთი გამოსახულების გაინტეგრალება, რომელიც სხვადასხვა ცვლადების ფუნქციაა. ზოგადად, ეს მოითხოვს რამდენიმე ინტეგრალის გამოთვლას და გაწარმოება შეიძლება რთული აღმოჩნდეს, მაგრამ არსებობს მარტივი გზა ასეთი წარმოებულის გასაანგარიშებლად. დავუშვათ, გვაქვს ორი ცვლადის ფუნქცია, $f(x, y)$ და გვსურს ამ ფუნქციის გაინტეგრალება x ცვლადის მიმართ. ამ ინტეგრალის მნიშვნელობა დამოკიდებული იქნება y-ზე. ეხლა კი გვაინტერესებს როგორ შეიცვლება ინტეგრალის მნიშვნელობა y-ის ცვლილების შედეგად. ამ შემთხვევაში, შესაძლებელია შედეგის მისაღებად ინტეგრალის ნიშნის შიგნით გამოსახულება გავაწარმოოთ სასურველი ცვლადის მიმართ:

$$\frac{d\int_{a}^{b} f(x,y)dx}{dy} = \int_{a}^{b} f_y(x,y)dx. \qquad \textbf{(2.147)}$$

ეს გამოსახულება გვიჩვენებს, რომ განსაზღვრული ინტეგრალის გამოთვლამდე, პირველ რიგში, შეგვიძლია $f(x, y)$-ის გაწარმოება y-ის მიმართ. ცხადია, მიღებული მნიშვნელობა კვლავ y-ის კონკრეტულ სიდიდეზეა დამოკიდებული. ხშირად ამ ფაქტს უფრო მეტი ეკონომიკური დატვირთვა აქვს, ვიდრე ამ ამოცანაშია მოცემული. განსაზღვრული ინტეგრალის გამოყენების სხვა შემთხვევები წარმოდგენილია ამოცანაში 2.8.

დინამიკური ოპტიმიზაცია

მიკროეკონომიკაში ოპტიმიზაციის ზოგიერთი ამოცანა რამდენიმე პერიოდის გათვალისწინებას მოითხოვს.[18] საინტერესოა ერთი ცვლადის ან ცვლადთა ერთობლიობისთვის ოპტიმალური პერიოდის შერჩევა, რაც მათ ოპტიმიზაციას განაპირობებს. მაგალითად, ინდივიდს შეიძლება სურდეს თავისი ცხოვრების მანძილზე მოხმარების ისეთი გზის არჩევა, რაც მისთვის მაქსიმალური სარგებლის მომტანი იქნება. ან ფირმას სურს

18 წიგნის ამ ნაწილში დინამიკური ოპტიმიზაციის ამოცანები დროის რამდენიმე პერიოდისთვის განიხილება. იგივე მეთოდი შეიძლება გამოვიყენოთ ისეთი ოპტიმიზაციის ამოცანებისთვის, რომლებიც ფირმების ან ინდივიდების უწყვეტ რაოდენობას ეხება, როცა ერთი აგენტის ოპტიმალური გადაწყვეტილება სხვების ოპტიმალურ არჩევანზეც მოქმედებს.

წარმოების საშუალებებისა და გამოშვების იმ სტრატეგიის შერჩევა, რომელიც მისი ყველა მომავალი მოგების მიმდინარე ღირებულების მაქსიმიზაციას უზრუნველყოფს. ასეთი ამოცანების განსაკუთრებული თვისება, რაც მათ ამოხსნას ართულებს, არის ის, რომ ერთ პერიოდში მიღებული გადაწყვეტილება მომდევნო პერიოდების შედეგზე ახდენს გავლენას. შესაბამისად, ოპტიმუმის პოვნისას ამ ურთიერთდამოკიდებულების გათვალისწინება უნდა მოხდეს. თუ ერთი პერიოდის გადაწყვეტილება მომდევნო პერიოდებზე არ მოქმედებს, ამოცანას „დინამიკური“ სტრუქტურა არ აქვს და ოპტიმიზაცია შეიძლება განხორციელდეს თითოეული პერიოდისთვის ცალ-ცალკე, მომდევნო პერიოდების შედეგების გაუთვალისწინებლად. თუმცა, აქ ჩვენ დინამიკურ შემთხვევებს განვიხილავთ.

ოპტიმალური კონტროლის ამოცანა

დინამიკური ოპტიმიზაციის ამოცანების ამოსახსნელად მათემატიკოსებმა და ეკონომისტებმა მრავალი სხვადასხვა მეთოდი გამოიგონეს. ამ თავის ბოლოს მოცემულია ლიტერატურა, სადაც მრავალი ასეთი მეთოდია განხილული. თუმცა, ამ წიგნში მხოლოდ ერთ მეთოდს განვიხილავთ, რომელიც ზემოთ მოცემული ოპტიმიზაციის მსგავსია და მას ოპტიმალური კონტროლი ეწოდება. ამოცანის სტრუქტურა შედარებით მარტივია. საკითხი ეხება $x(t)$ ცვლადისთვის ოპტიმალური დროის შერჩევაზე დროის მოცემული $[t_0, t_1]$ შუალედიდან. x-ის ცვლილებაზე გავლენა შედეგი დიფერენციალური განტოლებითაა მოცემული:

$$\frac{dx(t)}{dt} = g\big[x(t), c(t), t\big], \tag{2.148}$$

სადაც $c(t)$ ცვლადი გამოიყენება $x(t)$-ის ცვლილების „გასაკონტროლებლად“. თითოეულ პერიოდში გადაწყვეტილება მიიღება x-ის და c-ს $f\,[x(t), c(t), t]$ ფუნქციიდან შერჩევით და $\int_{t_0}^{t_1} f\big[x(t), c(t), t\big]dt$-ს მაქსიმიზაციით. ასეთ ამოცანაში ოპტიმიზაცია შეიძლება საჭირო იყოს x ცვლადის „დაბოლოებების“ მიმართ, რაც შემდეგნაირად ჩაიწერება: $x(t_0) = x_0$ და $x(t_1) = x_1$.

შევნიშნოთ, რომ ეს წარმოადგენს „დინამიკურობის“ ამოცანას, რადგან x-ის ცვლილების შესახებ ნებისმიერი გადაწყვეტილება არამარტო x-ის მომავალ მნიშვნელობებზე, არამედ f ფუნქციაზეც მოახდენს გავლენას. ამ დროს კი ამოცანა მდგომარეობს იმაში, თუ როგორ შევინარჩუნოთ ოპტიმალური $x(t)$ გზა.

ამისათვის შეგვიძლია დავიხმაროთ ეკონომიკური ინტუიცია. დავუშვათ, ყურადღებას ვამახვილებდით მხოლოდ f ფუნქციაზე და მისი მაქსიმიზაციის მიზნით თითოეული t-თვის ვპოულობდით x-ისა და c-ს შესაბამის მნიშვნელობებს. ამ მიდგომის გამოყენების დროს არსებობს ორი სახის სირთულე: პირველი, თითოეული t-თვის x-ის შერჩევა თავისუფლად არ შეგვიძლია. უფრო მეტიც, x დამოკიდებულია მის საწყის x_0 მნიშვნე-

ლობაზე და იმაზე, თუ როგორ იცვლებოდა x მოცემულ პერიოდამდე, რაც განტოლებით 2.148 არის ასახული. მეორე სირთულეს წარმოადგენს ის, რომ ეს მიდგომა უგულებელყოფს ამოცანის დინამიკურობას, რადგან არ ითვალისწინებს ამ პერიოდის გადაწყვეტილების გავლენას მომავალზე. საჭიროა რაიმე გზით ერთი პერიოდის გადაწყვეტილებებში მოვახდინოთ დინამიურობის ასახვა, რაც შესაძლებელია თითოეულ პერიოდში x-თვის (ფასი) სწორი მნიშვნელობის მინიჭებით. რადგან ეს ფარული ფასი ძალიან ჰგავს ზემოთ განხილულ ლაგრანჟის მამრავლს, მას $\lambda(t)$-თი აღვნიშნავთ. x განხილულია, როგორც დროის ფუნქცია, რადგან მისი მნიშვნელობა დროთა განმავლობაში შეიძლება შეიცვალოს.

მაქსიმუმის პრინციპი

განვიხილოთ გადაწყვეტილების მიღების საკითხი დროის ერთ წერტილში. აქ საინტერესოა როგორც საწყისი ფუნქციის $f[x(t), c(t), t]$ მიმდინარე მნიშვნელობა, ასევე $x(t)$-ის განსაზღვრული ცვლილება. რადგან $x(t)$-ის მიმდინარე მნიშვნელობა მოცემულია $\lambda(t)$ $x(t)$-თი, ამ სიდიდის მყისიერი ცვლილების დონე მოცემულია შემდეგი გამოსახულებით:

$$\frac{d\left[\lambda(t)x(t)\right]}{dt} = \lambda(t)\frac{dx(t)}{dt} + x(t)\frac{d\lambda(t)}{dt}, \qquad \textbf{(2.149)}$$

ასე რომ, ნებისმიერი t-თვის გადაწყვეტილების მიმღების საძიებელი სიდიდე[19] განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$H = f\left[x(t),c(t),t\right] + \lambda(t)g\left[x(t),c(t),t\right] + x(t)\frac{d\lambda(t)}{dt}. \qquad \textbf{(2.150)}$$

ის გვიჩვენებს მიმდინარე პერიოდში მიღებულ სარგებელს და ასევე x-ის მყისიერი ცვლილების ეფექტს. ახლა კი შგვიძლია ვიპოვოთ ის პირობები, რომლებიც უნდა შესრულდეს, რათა $x(t)$ და $c(t)$ ამ გამოსახულების ოპტიმუმებს წარმოადგენდნენ:[20]

$$\frac{\partial H}{\partial c} = f_c + \lambda g_c = 0, \quad f_c = -\lambda g_c$$

19 მიმდინარე ღირებულების გამოსახულება აღვნიშნეთ H-ით, რათა ვაჩვენოთ მისი მსგავსება ჰამილტონის გამოსახულებასთან, რომელიც ზოგადად დინამიკური ოპტიმიზაციის ამოცანებში გამოიყენება. თუმცა, ჰამილტონის გამოსახულება არ მოიცავს ტოლობაში 2.150 მოცემულ ბოლო ნევრს.

20 შევნიშნოთ, რომ x ცვლადი აქ არ წარმოადგენს შესარჩევ ცვლადს, რადგან მისი სიდიდე ისტორიულადაა განსაზღვრული. x-ის მიმართ განარმოებით ისმის შეკითხვა: „თუ $x(t)$ არის ოპტიმალური, რა მახასიათებლები ექნება მას?"

$$\frac{\partial H}{\partial x} = f_x + \lambda g_x + \frac{\partial \lambda(t)}{\partial t} = 0 \quad \text{ან} \quad f_x + \lambda g_x = -\frac{\partial \lambda(t)}{\partial t}. \qquad \textbf{(2.151)}$$

ეს არის ორი პირობა დინამიკური ოპტიმიზაციისთვის. ისინი ხშირად მოიხსენება, როგორც „მაქსიმუმობის პრინციპები". ოპტიმალური კონტროლის პრობლემის ეს ამონახსენი 1960-იანი წლების დასაწყისში პირველად რუსმა მათემატიკოსმა, ლ.ს. პონტრიაგინმა და მისმა კოლეგებმა შემოგვთავაზეს.

მაქსიმუმის პრინციპის ლოგიკური ახსნა შეიძლება წარმოვადგინოთ იმ ეკონომიკურ საკითხებში მისი გამოყენებით, რომლებიც შემდგომშია მოცემული, თუმცა აქ მხოლოდ მოკლედ მიმოვიხილავთ ამ პრინციპის არსს. პირველი პირობა ეხება c-ს ოპტიმალური მნიშვნელობის პოვნას და გულისხმობს, რომ ოპტიმუმის ზღვარზე c-სგან მიღებული სარგებელი f ფუნქციისთვის უნდა დაბალანსდეს მისგან მიღებულ დანაკარგზე, რომელიც x-ის ცვლილებისთვისაა საჭირო. ანუ, მიმდინარე პერიოდის სარგებელი უნდა შეფასდეს მომავალ დანაკარგებთან მიმართებაში.

მეორე პირობა უკავშირდება $x(t)$-თვის ოპტიმუმის მახასიათებლებს დაგულისხმობს, რომ ოპტიმუმის ზღვარზე მიმდინარე პერიოდში x-გან მიღებული ნებისმიერი წმინდა სარგებელი (f ფუნქციის ან x-ის ცვლილების შემთხვევაში მისი მნიშვნელობისთვის) უნდა დაბალანსდეს x-ის ნაგულისხმევი მნიშვნელობის ცვლილებით. ანუ, წმინდა მიმდინარე სარგებელი დამატებითი x-დან უნდა შეუდარდეს მომავალში x-ის სიდიდის კლებას.

მაგალითი 2.13 ფიქსირებული მარაგების გადანაწილების პრობლემა

მაქსიმუმის პრინციპის ასახსნელად მოვიყვანოთ ძალიან მარტივი მაგალითი. დავუშვათ, ინდივიდმა მდიდარი ბიძისგან მემკვიდრეობით 1000 ბოთლი ღვინო მიიღო. მას ამ ბოთლების დალევა განზრახული აქვს მომდევნო 20 წლის განმავლობაში. როგორ უნდა განხორციელდეს ეს ისე, რომ ინდივიდმა ამისგან მიიღოს მაქსიმალური სარგებელი?

დავუშვათ, ამ ადამიანის სარგებლიანობის ფუნქცია ღვინისთვის არის შემდეგი: $u[c(t)] = \ln c(t)$, საიდანაც ღვინის სმით მიღებულ სარგებელს ახასიათებს კლებადი ზღვრული სარგებლიანობა ($u' > 0$, $u'' > 0$). ინდივიდის მიზანია, მოახდინოს შემდეგი გამოსახულების მაქსიმიზაცია:

$$\int_0^{20} u[c(t)]dt = \int_0^{20} \ln c(t)dt. \qquad \textbf{(2.152)}$$

ვთქვათ, $x(t)$ აღნიშნავს t პერიოდში დარჩენილი ბოთლების რაოდენობას, რომლისთვისაც $x(0) = 1000$ და $x(20) = 0$. $x(t)$-თვის დიფერენციალური განტოლება არის შემდეგი:[21]

(გაგრძელება)

21 ამ დიფერენციალური განტოლების მარტივი ფორმა (სადაც dx/dt დამოკიდებულია მხოლოდ მაკონტროლებელ c ცვლადზე) გულისხმობს, რომ ეს ამოცანა დინამიკური ოპტიმიზაციისთვის გამოყენებული „ვარიაციული კალკულუსის"

შაბალითი ვარიაციული

$$\frac{dx(t)}{dt} = -c(t). \tag{2.153}$$

აქედან, მომენტალური მოხმარებით მხოლოდ მარაგში არსებული ბოთლების რაოდენობა მცირდება. ჰამილტონის გამოსახულება ამ შემთხვევაში იღებს შემდეგ მნიშვნელობას:

$$H = lnc(t) + \lambda\left[-c(t)\right] + x(t)\frac{d\lambda}{dt}, \tag{2.154}$$

და პირველი რიგის პირობები მაქსიმუმის მისაღწევად არის შემდეგი:

$$\frac{\partial H}{\partial c} = \frac{1}{c} - \lambda = 0,$$
$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{d\lambda}{dt} = 0. \tag{2.155}$$

მეორე პირობის მიხედვით, λ (ღვინის არაცხადი ღირებულება) დროთა განმავლობაში უნდა იყოს მუდმივი: იმის გამო, რომ ღვინის ერთი ბოთლის მოხმარება ყოველთვის ერთით ამცირებს მარაგში არსებული ბოთლების რაოდენობას, ნებისმიერი ამონახსენი, რომლისთვისაც ეს ღირებულება განსხვავებული იქნებოდა, უბიძგებდა მეტი ღვინის დალევისკენ ღვინის დაბალი ფასის შემთხვევაში და მცირე რაოდენიბით მიღებისკენ მისი სიძვირის დროს. მეორე და პირველი რიგის მაქსიმუმის პირობების გაერთიანებით მივიღებთ, რომ დროთა განმავლობაში $c(t)$ მუდმივი უნდა იყოს. თუ $c(t) = k$, ნებისმიერ პერიოდში დარჩენილი ბოთლების რაოდენობა იქნება $x(t) = 1000 - kt$. თუ $k = 50$ სისტემა დააკმაყოფილებს ბოლო წერტილებისთვის მოცემულ შეზღუდვებს: $x(0) = 1000$ და $x(20) = 0$. ადვილი მისახვედრია, რომ ოპტიმალური გეგმა იქნება 20 წლის მანძილზე წლის განმავლობაში 50 ბოთლის დალევა, რადგან ინდივიდმა კლებადი ზღვრული სარგებლიანობის მიხედვით არცერთ პერიოდში არ უნდა დალიოს მეტი ბოთლი. მაქსიმუმის პრინციპი ამ ინტუიციას ადასტურებს.

მეთოდის მსგავსია. ამ შემთხვევაში შეგვიძლია dx/dt ჩავსვათ f ფუნქციაში და პირველი რიგის პირობები წარმოვადგინოთ ერთი განტოლების სახით: $f_x = df_{dx/dt}/dt$, რომელიც ეულერის განტოლებას წარმოადგენს. თავში 17 ეილერის განტოლების ბევრ მაგალითს ვიხილავთ.

სარგებლიანობის უფრო რთული ფუნქცია. განვიხილოთ სარგებლიანობის უფრო რთული ფუნქცია, რომლისგანაც უფრო საინტერესო შედეგის მიღებაა შესაძლებელი. დავუშვათ, ნებისმიერ t პერიოდში ღვინის მოხმარებით მიღებული სარგებელი მოცემულია შემდეგი ფუნქციით:

$$u\left[c(t)\right]=\begin{cases}\left[c(t)\right]^{\gamma}/\gamma & \text{თუ } \gamma\neq 0, \gamma<1;\\ lnc(t). & \text{თუ } \gamma=0.\end{cases} \qquad \textbf{(2.156)}$$

ასევე, დავუშვათ, რომ მომხმარებელი აკეთებს თავისი მომავალი მოხმარების დისკონტირებას δ-თი. შესაბამისად, ამ მომხმარებლის მიზანია იპოვოს მაქსიმალური მნიშვნელობა ინტეგრალისთვის:

$$\int_0^{20} u\left[c(t)\right]dt=\int_0^{20} e^{-\delta t}\frac{\left[c(t)\right]^{\gamma}}{\gamma}dt \qquad \textbf{(2.157)}$$

შემდეგი შეზღუდვების პირობებში:

$$\begin{aligned}&\frac{dx(t)}{dt}=-c(t),\\ &x(0)=1000,\\ &x(20)=0.\end{aligned} \qquad \textbf{(2.158)}$$

მიმდინარე ღირებულებისთვის ჰამილტონის გამოსახულების ჩაწერით მივიღებთ:

$$H=e^{-\delta t}\frac{\left[c(t)\right]^{\gamma}}{\gamma}+\lambda(-c)+x(t)\frac{d\lambda(t)}{dt}, \qquad \textbf{(2.159)}$$

და მაქსიმუმის პრინციპის თანახმად

$$\frac{\partial H}{\partial c}=e^{-\delta t}\left[c(t)\right]^{\gamma-1}-\lambda=0$$

$$\frac{\partial H}{\partial x}=0+0+\frac{d\lambda}{dt}=0. \qquad \textbf{(2.160)}$$

(გაგრძელება)

მაგალითის ვიზუალიზაცია

აქედან, კვლავ შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ღვინის ჩრდილოვანი ფასი λ დროთა განმავლობაში უნდა იყოს მუდმივი (ვთქვათ k-ს ტოლი) და:

$$e^{-\delta t}[c(t)]^{\gamma-1} = k \text{ ან } c(t) = k^{1/(\gamma-1)}e^{-\delta t/(\gamma-1)} \tag{2.161}$$

შესაბამისად, ღვინის ოპტიმალური მოხმარება დროთა განმავლობაში უნდა შემცირდეს იმის ასანაზღაურებლად, რომ მომავალი მოხმარება არის დისკონტირებული. თუ დავუშვებთ, რომ მაგალითად, $\delta = 0{,}1$ და $\gamma = -1$ („საფუძვლიანი“ ღირებულებები, როგორც მომდევნო თავებში ვნახავთ), მაშინ

$$c(t) = k^{-0.5}e^{-0.05t} \tag{2.162}$$

ახლა კი უნდა ვიპოვოთ ისეთი k, რომელიც აკმაყოფილებს ბოლო წერტილებისთვის მოცემულ შეზღუდვებს.

$$\begin{aligned}\int_0^{20} c(t)dt &= \int_0^{20} k^{-0{,}5}e^{-0{,}05t}dt = -20k^{-0{,}5}\,e^{-0{,}05t}\Big|_0^{20}\\ &= -20k^{-0{,}5}\left(e^{-1}-1\right) = 12{,}64k^{-0{,}5} = 1000.\end{aligned} \tag{2.163}$$

ბოლოს, მოხმარების ოპტიმალური გეგმა იქნება:

$$c(t) \approx 79e^{-0.05t} \tag{2.164}$$

მოხმარების ეს გეგმა მოითხოვს ღვინის აქტიური მოხმარებით დაწყებას და მოხმარების შემცირებას უწყვეტად, 5%-ით წელიწადში. რადგან მოხმარება უწყვეტად მცირდება, ნებისმიერი x წლისთვის ღვინის მოხმარების გასაანგარიშებლად უნდა გამოვიყენოთ შემდეგი ინტეგრალი:

$$\begin{aligned}\text{მოხმარება } x \text{ წელიწადს} &\approx \int_{x-1}^{x} c(t)dt = \int_{x-1}^{x} 79e^{-0{,}05t}dt = -1580e^{-0{,}05t}\Big|_{x-1}^{x}\\ &= -1580(e^{-0{,}05(x-1)} - e^{-0{,}05x}).\end{aligned} \tag{2.165}$$

თუ $x = 1$, პირველ წელიწადს მოხმარება არის 77 ბოთლი. მოხმარება შეუფერხებლად მცირდება შემდეგ წლებში და მე-20 წელიწადს 30 ბოთლს უტოლდება.

შეკითხვა: თავდაპირველად აღვწერეთ მეორე მაგალითის კერძო შემთხვევა, როცა $\delta = \gamma = 0$. ახსენით, ნულისგან განსხვავებულობის შემთხვევაში, როგორ იმოქმედებდნენ ისინი ღვინის ოპტიმალური მოხმარების გეგმაზე. თქვენი შედეგები ახსენით ინტუიციურად (ოპტიმალურ მოხმარებაზე მეტი ინფორმაციისთვის იხ. თავი 17).

მათემატიკური სტატისტიკა

მიკროეკონომიკის თეორია ბოლო წლებში უფრო მეტად ამახვილებს ყურადღებას გაურკვევლობასა და ინფორმაციის არასრულყოფილებაზე. ასეთ ლიტერატურაში გასარკვევად მნიშვნელოვანია მათემატიკური სტატისტიკის ცოდნა. წიგნის ამ ნაწილის მიზანია იმ სტატისტიკური პრინციპების მოკლე მიმოხილვა, რომელსაც შემდგომ თავებში შევხვდებით.

შემთხვევითი ცვლადები და ალბათური განაწილების ფუნქცია

შემთხვევითი ცვლადი გვიჩვენებს (რიცხობრივ ფორმაში) იმ ექსპერიმენტის შედეგს, რომელიც შემთხვევითობაზეა დამოკიდებული. მაგალითად, შეგვიძლია ავაგდოთ მონეტა და დავაკვირდეთ, გერბი მოვა თუ საფასური. თუ ამ შემთხვევით ცვლადს აღვნიშნავთ x-ით, შეგვიძლია სავარაუდო შედეგები ჩავწეროთ შემდეგნაირად:

$$x = \begin{cases} 1 \text{ თუ მოვიდა საფასური,} \\ 0 \text{ თუ მოვიდა გერბი.} \end{cases}$$

შევნიშნოთ, რომ მონეტის აგდებამდე x შეიძლება იყოს როგორც 1-ის, ასევე 0-ის ტოლიც. x-ის მნიშვნელობას მხოლოდ მას შემდეგ დავადგენთ, როცა მონეტას ავაგდებთ და გაურკვევლობა გაქრება.[22]

დისკრეტული და უწყვეტი შემთხვევითი ცვლადები

შემთხვევითი ექსპერიმენტის შედეგის ალბათობა შეიძლება სასრული ან უწყვეტ რიცხვთა სიმრავლით იყოს მოცემული. მაგალითად, კამათლის გაგორების შედეგად მოსალოდნელ შედეგთა რაოდენობა არის ექვსი. ორი კამათლის გაგორების შემთხვე-

22 ზოგჯერ შემთხვევითი ცვლადები აღინიშნება $\tilde{x}$-ით, რათა მოხდეს განსხვავება (არაშემთხვევით) ალგებრულ ცვლადებსა და იმ ცვლადებს შორის, რომელთა მოსვლაც შემთხვევითობაზეა დამოკიდებული. ამ აღნიშვნის საშუალებით ამოცანაში მარტივია გარჩევა, თუ რომელია შემთხვევითი ცვლადი. ასე რომ, ასეთ აღნიშვნას ხშირად გამოვიყენებთ. თუმცა, სადაც გაურკვევლობას ადგილი არ აქვს, ეს აღნიშვნა საჭირო აღარ ხდება.

ვაში კი, შეგვიძლია ორივე კამათელზე მოსული რიცხვების ჯამი ჩავიწეროთ (რომლის დროსაც სახეზეა 12 სხვადასხვა შედეგი, რომელთაგან ზოგის მოსვლა სხვებთან შედარებით უფრო შესაძლებელია) ან ჩავიწეროთ ორნიშნა რიცხვი, რომელიც კამათელზე მოსული ციფრებისგან შედგება (ამ შემთხვევაში კი გვექნება 36 სხვადასხვა შემთხვევა, რომელთაც მოსვლის თანაბარი შანსი აქვთ). ეს დისკრეტული შემთხვევითი ცვლადის მაგალითია.

უწყვეტმა შემთხვევითმა ცვლადმა კი შეიძლება მიიღოს ნებისმიერი მნიშვნელობა ნამდვილი რიცხვების მოცემული შუალედიდან. მაგალითად, მომდევნო დღის ტემპერატურა შეგვიძლია განვიხილოთ, როგორც უწყვეტი შემთხვევითი ცვლადი (იმ დაშვებით, რომ ტემპერატურა იზომება მაღალი სიზუსტით), რომელიც იცვლება –50°C-დან +50°C-მდე. რა თქმა უნდა, ამ შუალედიდან ზოგიერთი ტემპერატურის მოსვლა ნაკლებადაა მოსალოდნელი, მაგრამ ზუსტად გაზომილმა ტემპერატურამ ამ შუალედიდან ნებისმიერი მნიშვნელობა შეიძლება მიიღოს. ასევე, მომდევნო დღეს რომელიმე საფონდო ინდექსის პროცენტული ცვლილება შეგვიძლია განვიხილოთ –100%-სა და +1000%-ს შორის. აქაც, რა თქმა უნდა, ცვლილების სიდიდე 0%-თან ახლოს უფროა მოსალოდნელი, ვიდრე შუალედის კიდურა წევრებთან.

ალბათური განაწილების ფუნქცია

ნებისმიერი შემთხვევითი ცვლადისთვის, მისი *ალბათური განაწილების ფუნქცია* (PDF – *probability density function*) გვიჩვენებს კონკრეტული შედეგის მოხდენის ალბათობას. ასეთი ფუნქციის აგება დისკრეტული შემთხვევითი ცვლადისთვის ძალიან მარტივია. მაგალითად, მონეტის აგდების შემთხვევაში ალბათური განაწილების ფუნქცია (რომელიც $f(x)$-ით აღინიშნება) ასე იქნებოდა მოცემული:

$$\begin{aligned} f(x = 1) &= 0.5, \\ f(x = 0) &= 0.5. \end{aligned} \tag{2.166}$$

ერთი კამათლის გაგორების დროს კი ეს ფუნქცია იქნება:

$$\begin{aligned} f(x = 1) &= 1/6, \\ f(x = 2) &= 1/6, \\ f(x = 3) &= 1/6, \\ f(x = 4) &= 1/6, \\ f(x = 5) &= 1/6, \\ f(x = 6) &= 1/6. \end{aligned} \tag{2.167}$$

შევნიშნოთ, რომ ორივე შემთხვევაში PDF-ით განსაზღვრული ალბათობების ჯამი 1-ის ტოლია, რადგან, განმარტების მიხედვით, ამ მოსალოდნელი შედეგებიდან ერთ-ერთი

უნდა მოხდეს. ზოგადად, თუ დისკრეტული შემთხვევითი ცვლადისთვის ყველა შესაძლო შედეგს აღვნიშნავთ x_i-ის საშუალებით, $i = 1, \ldots n$-თვის გვექნება:

$$\sum_{i=1}^{n} f(x_i) = 1. \qquad \textbf{(2.168)}$$

უწყვეტი შემთხვევითი ცვლადისთვის ალბათური განაწილების ფუნქციის განმარტების დროს სიფრთხილე უნდა გამოვიჩინოთ. რადგან ასეთი შემთხვევითი ცვლადის მნიშვნელობებს უწყვეტი სიმრავლიდან იღებს, კონკრეტული შედეგის ალბათობისთვის ნებისმიერი ნულისგან განსხვავებული სიდიდის მინიჭების შემთხვევაში (მაგალითად, +25,53470°C ტემპერატურის მოსვლა) ალბათობების ჯამს უსასრულოდ დიდს მივიღებთ. აქედან, უწყვეტი შემთხვევითი ცვლადებისთვის ალბათური განაწილების ფუნქცია $f(x)$ განისაზღვრება, როგორც ფუნქცია, რომლის მიხედვითაც ალბათობა, რომ x ჩავარდება რაიმე უმცირეს dx შუალედში, მოცემულია $f(x)dx$-ით. ამ პირობის მიხედვით, ალბათობის თვისება, რომლის თანახმადაც შემთხვევითი ექსპერიმენტობების ჯამი 1-ის ტოლია, შემდეგნაირად ჩაიწერება:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1,0. \qquad \textbf{(2.169)}$$

ალბათური განაწილების (PDF) რამდენიმე მნიშვნელოვანი ფუნქცია

ალბათური განაწილების ფუნქციისთვის ნებისმიერი სახის ფუნქციის გამოყენებაა შესაძლებელი, რომლისთვისაც $f(x) \geq 0$ და ფუნქციის მნიშვნელობების ჯამი (ან ფუნქციის ინტეგრალი) 1-ის ტოლია. მნიშვნელოვანია ისეთი ფუნქციის პოვნა, რომლებიც რეალურ შემთხვევით ექსპერიმენტებს ასახავენ. აქ განვიხილავთ ოთხ ასეთ ფუნქციას, რომლებიც წიგნის შემდგომ თავებში გამოგვადგება. ოთხივე ფუნქცია მოცემულია ნახაზზე 2.6.

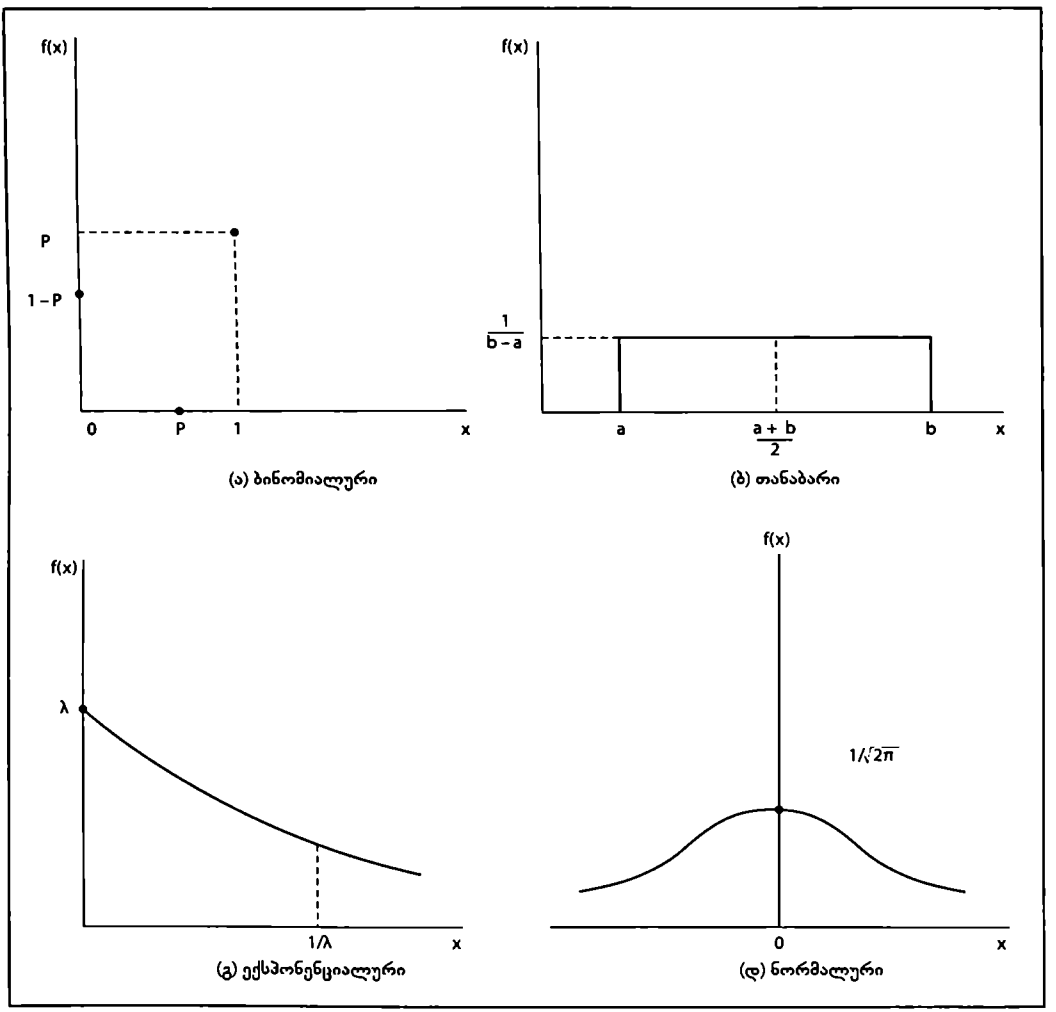
*1. **ბინომიალური განაწილება.*** ეს დისკრეტული განაწილების მთავარი მაგალითია. ხშირად არსებობს დაშვება, რომ x იღებს მხოლოდ ორ მნიშვნელობას: 1-ს ან 0-ს. ბინომიალური შემთხვევისთვის PDF არის შემდეგი:

$$\begin{aligned} &f(x = 1) = p, \\ &f(x = 0) = 1 - p, \\ &\text{სადაც } 0 < p < 1, \end{aligned} \qquad \textbf{(2.170)}$$

მონეტის აგდება ბინომიალური ალბათობის განსაკუთრებული შემთხვევაა, როცა $p = 0.5$.

ნახაზი 2.6 ალბათობის განაწილების ოთხი ფუნქცია

განაწილების ასეთი ფუნქციების მქონე შემთხვევითი ცვლადები ფართოდ გამოიყენება. თითოეული ნახაზი გვიჩვენებს მოცემული PDF-ის მათემატიკურ ლოდინს.



2. თანაბარი განაწილება. უწყვეტი PDF-ის ყველაზე მარტივი სახეა, რომლის მიხედვითაც x-მა მნიშვნელობები შეიძლება მიიღოს განსაზღვრული ინტერვალიდან, სადაც თითოეულ მნიშვნელობას თანაბარი მოსვლის ალბათობა აქვს:

$$f(x)=\frac{1}{b-1},\ \text{როცა}\ x\le a\le b$$

$$f(x)=0\ \text{როცა}\ x<a\ \text{ან}\ x>b \qquad \textbf{(2.171)}$$

შევნიშნოთ, რომ ამ ალბათობების ინტეგრალი 1-ის ტოლია:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=\int_{a}^{b}\frac{1}{b-1}dx=\frac{x}{b-a}\Big|_{a}^{b}=\frac{b}{b-a}-\frac{a}{b-a}=\frac{b-a}{b-a}=1{,}0. \qquad \textbf{(2.172)}$$

3. ექსპონენციალური განაწილება. უწყვეტი განაწილების ისეთი სახეა, რომლისთვისაც ალბათობების სიდიდე x-ის ზრდასთან ერთად ექსპონენციალურად იკლებს. ანუ:

$$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}\ \text{თუ}\ x>0;\\ 0\ \text{თუ}\ x\le 0.\end{cases} \qquad \textbf{(2.173)}$$

სადაც λ დადებითი მუდმივი რიცხვია. ამ ფუნქციის ინტეგრალიც 1-ის ტოლია:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=\int_{0}^{\infty}\lambda e^{-\lambda x}dx=e^{-\lambda x}\Big|_{0}^{\infty}=0-(-1)=1{,}0. \qquad \textbf{(2.174)}$$

4. ნორმალური განაწილება (გაუსის განაწილება). ყველაზე მნიშვნელოვანი განაწილებაა მათემატიკურ სტატისტიკაში. მისი მნიშვნელობა ცენტრალური ზღვარითი თეორემიდან გამომდინარეობს, რომლის მიხედვითაც ნებისმიერი დამოუკიდებელი შემთხვევითი ცვლადების ჯამის განაწილება ასეთი ცვლადების რაოდენობის ზრდასთან ერთად უფრო მეტად მიუახლოვდება ნორმალურ განაწილებას. რადგან შერჩევის საშუალო შეიძლება განვიხილოთ, როგორც დამოუკიდებელი შემთხვევითი ცვლადების ჯამი, თეორემის თანახმად, ნებისმიერი შერჩევის საშუალოს ექნება ნორმალური განაწილება იმის მიუხედავად, თუ როგორია იმ პოპულაციის განაწილება, რომლიდანაც ეს შერჩევაა აღებული. აქედან, რაიმე სახის საშუალოზე საუბრისას ხშირად უნდა დავუშვათ, რომ შემთხვევით ცვლადს აქვს ნორმალური განაწილება.

ნორმალური ალბათური განაწილების ფუნქცია მათემატიკურად ასე ჩაიწერება:

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}, \qquad \textbf{(2.175)}$$

და ის განსაზღვრულია x-ის ნებისმიერი ნამდვილი მნიშვნელობისთვის. ერთი შეხედვით, ფუნქციას რთული სახე აქვს, თუმცა მისი თვისებები მარტივად შეიძლება აიხსნას. პირველ რიგში, ფუნქცია სიმეტრიულია 0-ის მიმართ (x^2 წევრის გამო). მეორე, x-ის ძალიან მცირე ან ძალიან დიდი მნიშვნელობებისთვის ფუნქცია ასიმპტოტურად უახლოვდება 0-ს. მესამე, ფუნქცია თავის მაქსიმუმს აღწევს, როცა $x = 0$ და ეს მნიშვნელობაა $1/\sqrt{2\pi} \approx 0{,}4$. და ბოლოს, ამ ფუნქციის გრაფიკს აქვს ზარის ფორმა. ამ ფუნქციის ინტეგრალის პოვნა შედარებით რთულია. ფუნქციის ინტეგრალი 1-ის ტოლი რომ გახდეს, საჭიროა სახეზე იყოს $1/\sqrt{2\pi}$ მუდმივი.

მათემატიკური ლოდინი

შემთხვევითი ცვლადის მათემატიკური ლოდინი ის რიცხვითი მნიშვნელობაა, რომელიც შემთხვევითმა ცვლადმა საშუალოდ შეიძლება მიიღოს[23]. ის ალბათური განაწილების ფუნქციის „გრავიტაციის ცენტრს" წარმოადგენს. დისკრეტული შემთხვევითი ცვლადისთვის, რომელიც იღებს x_1, x_2, ..., x_n მნიშვნელობებს, მათემატიკური ლოდინი შემდეგნაირად გამოითვლება:

$$E(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i f(x_i). \qquad \textbf{(2.176)}$$

ანუ, თითოეული შედეგის შეწონვა ხდება მისი მოხდენის ალბათობასთან და მიღებული შედეგები იკრიბება ყველა შესაძლო შედეგისთვის. უწყვეტი შემთხვევითი ცვლადისთვის ტოლობის 2.176 განზოგადება შემდეგი სახისაა:

$$\text{[illegible]} = \int_{-\infty}^{+\infty} (\ ) \ . \qquad \textbf{(2.177)}$$

აქაც, გაინტეგრალების დროს, x-ის თითოეული მნიშვნელობა შეწონილია თავისი მოხდენის ალბათობასთან.

მათემატიკური ლოდინის ცნების განზოგადება შესაძლებელია ნებისმიერი ფუნქციის შემთხვევითი ცვლადის მათემატიკური ლოდინის შესაცავად (ვთქვათ, $g(x)$-ის). უწყვეტი შემთხვევისთვის, მაგალითად, ვწერთ:

$$E\big[g(x)\big] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) f(x) dx. \qquad \textbf{(2.178)}$$

23 შემთხვევითი ცვლადის მათემატიკური ლოდინი ზოგჯერ ამ ცვლადის *საშუალოს* უკავშირდება. შერჩევის საკითხების შესწავლისას ამან შეიძლება გაურკვევლობა გამოიწვიოს შემთხვევითი ცვლადის მათემატიკურ ლოდინსა და ცალკეულ კონცეფციას, შერჩევის არითმეტიკულ საშუალოს შორის.

თუ განვიხილავთ წრფივ ფუნქციას $y = ax + b$, გვექნება:

$$E(y) = E(ax+b) = \int_{-\infty}^{+\infty} (ax+b) f(x) dx.$$
$$= a\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx + b\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = aE(x) + b. \qquad \textbf{(2.179)}$$

ზოგჯერ მათემატიკური ლოდინი განიხილება დაგროვილი სიხშირის განაწილების ფუნქციასთან (CDF), $F(x)$-თან მიმართებაშიც და განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt, \qquad \textbf{(2.180)}$$

სადაც $F(x)$ გვიჩვენებს ალბათობას, რომ შემთხვევითი ცვლადი t ნაკლებია ან ტოლია x-ზე. ამ აღნიშვნით, $g(x)$-ის მათემატიკური ლოდინი განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$E[g(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)dF(x), \qquad \textbf{(2.181)}$$

კალკულუსის მთავარი თეორემის მიხედვით, გამოსახულებებს 2.181 და 2.178 ერთი და იგივე მნიშვნელობა აქვთ.

მაგალითი 2.14 რამდენიმე სხვადასხვა შემთხვევითი ცვლადის მათემატიკური ლოდინი

ზემოთ განხილული PDF განაწილების მქონე შემთხვევითი ცვლადების მათემატიკური ლოდინის პოვნა ძალიან მარტივია. ყველა ეს მათემატიკური ლოდინი ტოლობით2.6 მოცემულ ფუნქციების გრაფიკებზეა ასახული.

1. ბინომიალური განაწილება. ამ შემთხვევაში:

$$E(x) = 1 \cdot f(x = 1) + 0 \cdot f(x = 0) = 1 \cdot p + 0 \cdot (1 - p) = p. \qquad \textbf{(2.182)}$$

მონეტის აგდების შემთხვევისთვის (როცა $p = 0.5$), გამოსახულების მიხედვით $E(x) = p = 0.5$. ანუ, ამ შემთხვევითი ცვლადის მათემატიკური ლოდინი 0,5-ის ტოლია.

2. თანაბარი განაწილება. ასეთი უწყვეტი შემთხვევითი სიდიდეებისთვის:

$$E(x) = \int_a^b \frac{x}{b-a} dx = \frac{x^2}{2(b-a)}\Big|_a^b = \frac{b^2}{2(b-a)} - \frac{a^2}{2(b-a)} = \frac{b+a}{2}. \qquad \textbf{(2.183)}$$

(გაგრძელება)

აქაც, თანაბარი განაწილების მათემატიკური ლოდინი ზუსტად a-სა და b-ს შორის მდებარეობს.

3. ექსპონენციალური განაწილება. კლებადი ალბათობის ასეთ შემთხვევაში:

$$E(x)=\int_0^{\infty} x\lambda e^{-\lambda x}dx=-xe^{-\lambda x}-\frac{1}{\lambda}e^{-\lambda x}\Big|_0^{\infty}=\frac{1}{\lambda}, \qquad \textbf{(2.184)}$$

სადაც გამოყენებულია ნაწილობითი გაინტეგრების მეთოდი, რომელიც ამ თავში იყო მოცემული (გამოსახულება 2.137). შევნიშნოთ, რომ რაც უფრო სწრაფად იკლებს ალბათობა, მით უფრო ნაკლებია x-ის მნიშვნელობა. მაგალითად, თუ $\lambda = 0{,}5$, მაშინ $E(x) = 2$. ხოლო თუ $\lambda = 0{,}05$, $E(x) = 20$.

4. ნორმალური განაწილება. რადგან ნორმალური ალბათური განაწილების ფუნქცია 0-ის მიმართ სიმეტრიულია, ცხადია $E(x) = 0$. ამის დასამტკიცებლად დავუშვათ, რომ $u = x^2/2 (du = xdx)$:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}xe^{-x^2/2}dx=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-u}du=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left[e^{-x^2/2}\right]\Big|_{-\infty}^{+\infty}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}[0-0]=0. \qquad \textbf{(2.185)}$$

რა თქმა უნდა, ნორმალურად განაწილებული შემთხვევითი ცვლადი (ან ნებისმიერი შემთხვევითი ცვლადი) შეიძლება გარდაიქმნას წრფივი გარდაქმნის საშუალებით, როგორც ეს ნაჩვენებია გამოსახულებაში 2.179.

შეკითხვა: წრფივი გარდაქმნის დროს შემთხვევითი ცვლადის მათემატიკური ლოდინის მნიშვნელობაც გარდაიქმნება. მაგალითად, თუ $y = ax + b$, მაშინ $E(y) = aE(x) + b$. შესაბამისად, ასეთი გარდაქმნის შემთხვევაში $[h(x)]$ გვაქვს: $E[h(x)] = h[E(x)]$. დავუშვათ, ასეთი გარდაქმნის ნაცვლად, x გარდაიქმნა ამოზნექილი $g(x)$ ფუნქციით, რომლისთვისაც $g' > 0$ და $g'' < 0$. როგორი იქნება დამოკიდებულება $E[g(x)]$ სადაც $[E(x)]$-ს შორის?

შენიშვნა: ეს ასახავს ჯენსენის უტოლობას, რომელსაც დეტალურად თავში 7 განვიხილავთ. ასევე, იხ. ამოცანა 2.13.

ჯამიაცია და სტანდარტული გადახრა

შემთხვევითი ცვლადის მათემატიკური ლოდინი ცენტრალური ტენდენციის საზომს წარმოადგენს. მეორეს მხრივ, შემთხვევითი ცვლადის ვარიაციაც (რომელიც აღინიშნება σ_x^2-ით ან $Var(x)$-ით, ასევე ცენტრალური ტენდენციის საზომია. კონკრეტულად, ვარიაცია განიმარტება, როგორც შემთხვევითი ცვლადის „საშუალო კვადრატული გა

$$Var(x) = \sigma_x^2 = E\left[(x - E(x))^2\right] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - E(x))^2 f(x)dx. \qquad \textbf{(2.186)}$$

ვარიაცია ზომავს შემთხვევითი ცვლადის „ტიპიურ“ კვადრატულ გადახრას მისი ძირითადი მნიშვნელობიდან. გამოთვლის დროს, მათემატიკური ლოდინიდან გადახრები უნდა ავიყვანოთ კვადრატში, რათა ამ დისპერსიით აისახოს როგორც დადებითი, ასევე უარყოფითი გადახრები. ამ გაანგარიშების შემდეგ, მიღებული შედეგიდან უნდა ამოვიღოთ ფესვი, რათა გავზომოთ შემთხვევითი ცვლადის საწყის განზომილებაში მოცემული გადახრა. კვადრატულ ფესვს ვარიაციიდან ეწოდება „სტანდარტული გადახრა“ და აღინიშნება ასე: $\sigma_x \left(= \sqrt{\sigma_x^2}\right)$ ეს სახელწოდება მისი მნიშვნელობიდან გამომდინარეობს: σ_x წარმოადგენს შემთხვევითი ცვლადის ტიპიურ („სტანდარტულ“) გადახრას მისი მათემატიკური ლოდინიდან.

როცა შემთხვევითი ცვლადი წრფივად არის გარდაქმნილი, მისი ვარიაციაც და სტანდარტული გადახრაც შეიცვლება. თუ $y = ax + b$, მაშინ

$$\sigma_y^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ax + b - E(ax + b)\right]^2 f(x)dx = \int_{-\infty}^{+\infty} a^2 \left[x - E(x)\right]^2 f(x)dx = a^2\sigma_x^2 \qquad \textbf{(2.187)}$$

შესაბამისად, შემთხვევითი ცვლადისთვის მუდმივი რიცხვის დამატება ვარიაციას ვერ ცვლის, თუმცა მუდმივ რიცხვზე გამრავლების შედეგად ვარიაციის მნიშვნელობა მრავლდება ამ მუდმივის კვადრატზე. ცხადია, ცვლადის მუდმივზე გამრავლებით მისი სტანდრატული გადახრაც მრავლდება ამ ცვლადზე: $\sigma_{ax} = a\sigma_x$.

მაგალითი 2.15 შემთხვევითი ცვლადების ვარიაცია და სტანდარტული გადახრა

ზემოთ მოცემული სხვადასხვაგვარად განაწილებული შემთხვევითი ცვლადებისთვის ვარიაციისა და სტანდარტული გადახრების გამოთვლა სხვადასხვა ეკონომიკური ამოცანებისთვის გამოსადეგი იქნება.

1. ბინომიალური განაწილება. ბინომიალურად განაწილებული ცვლადის ვარიაციის გამოთვლა შესაძლებელია მისი დისკრეტული ანალოგის განმარტების გამოყენებით:

$$\sigma_x^2 = \sum_{i-1}^{n} (x_i - E(x))^2 f(x_i) = (1-p)^2 \cdot p + (0-p)^2 (1-p)$$
$$= (1-p) \cdot (p - p^2 + p^2) = p\,(1-p). \qquad \textbf{(2.188)}$$

აქედან, $\sigma_x = \sqrt{p(1-p)}$. ამ შედეგიდან გამომდინარეობს, რომ ბინომიალური ცვლადის ვარიაცია და სტანდარტული გადახრა მაქსიმალურ მნიშვნელობას იღებს მაშინ, როცა

(გაგრძელება)

$p = 0.5$. ამ დროს $\sigma_x^2 = 0.25$ და $\sigma_x = 0.5$. რადგან $p(1-p)$-ს შედარებით ბრტყელი პარაბოლის ფორმა აქვს, 0,5-დან p-ს უმნიშვნელო გადახრის შემთხვევაში მისი ვარიაცია საგრძნობლად არ შეიცვლება.

2. თანაბარი განაწილება. თანაბარი განაწილებისთვის ვარიაციის დათვლას საინტერესო შედეგი აქვს:

$$\sigma_x^2 = \int_a^b \left(x - \frac{a+b}{2}\right)^2 \frac{1}{b-a} dx = \left(x - \frac{a+b}{2}\right)^3 \cdot \frac{1}{3(b-a)}\Bigg|_a^b$$

$$= \frac{1}{3(b-a)}\left[\frac{(b-a)^3}{8} - \frac{(a-b)^3}{8}\right] = \frac{(b-a)^2}{12}. \qquad \textbf{(2.189)}$$

3. ექსპონენციალური განაწილება. ვარიაციის ფორმულის გამოყვანა ექსპონენციალური ცვლადისთვის შედარებით შრომატევადია, მისი შედეგი კი – საკმაოდ მარტივია. ექსპონენციალური ცვლადისთვის $\sigma_x^2 = 1/\lambda^2$ და $\sigma_x = 1/\lambda$. აქედან, ექსპონენციალური განაწილების საშუალო და სტანდარტული გადახრა ერთიდაიგივეა და ის „ერთ პარამეტრიან" განაწილებას წარმოადგენს.

4. ნორმალური განაწილება. გამოთვლები ამ შემთხვევისთვისაც რთულდება. მაგრამ, შედეგი აქაც მარტივია: ნორმალური განაწილებისთვის $\sigma_x^2 = \sigma_x = 1$. ნორმალური განაწილების ფუნქციის მრუდის ქვემოთ მდებარე ფართობის გაანგარიშება მარტივია და ნებისმიერი სტატისტიკის სახელმძღვანელოში მოიპოვება ამ გაანგარიშების ცხრილები. ამ ფუნქციის შესახებ ორი მნიშვნელოვანი ფაქტი შემდეგია:

$$\int_{-1}^{+1} f(x)dx \approx 0{,}68 \quad \text{და} \quad \int_{-1}^{+1} f(x)dx \approx 0{,}95 \qquad \textbf{(2.190)}$$

ანუ ალბათობა იმისა, რომ ნორმალური ცვლადი მისი მათემატიკური ლოდინიდან ±1-ით იქნება განსხვავებული, არის დაახლოებით ორი მესამედი და ესცვლადები „უმეტესად" (ანუ 0,95 ალბათობით) გადახრილი იქნებიან ±2 სტანდარტული გადახრით.

ნორმალური ცვლადის სტანდარტიზება. თუ x შემთხვევით ცვლადს სტანდარტული ნორმალური ალბათური განაწილების ფუნქცია გააჩნია, მისი მათემატიკური ლოდინი 0-ის ტოლია და სტანდარტული გადახრა 1-ის. თუმცა, მარტივი წრფივი ტრანსფორმაციით ამ შემთხვევითი ცვლადისთვის შეგვიძლია განვსაზღვროთ ნებისმიერი სასურველი მათემატიკური ლოდინი (μ) და სტანდარტული გადახრა (σ). ვთქვათ, გვაქვს ასეთი სახის გარდაქმნა: $y = \sigma x + \mu$. მაშინ

$$E(y) = \sigma E(x) + \mu = \mu \text{ და } Var(y) = \sigma_y^2 = \sigma^2 Var(x) = \sigma^2 \quad \textbf{(2.191)}$$

ამ პროცესის შებრუნებულის გამოყენებით შეგვიძლია ნებისმიერი ნორმალურად განაწილებული შემთხვევითი ცვლადის (y) „სტანდარტიზება" ნებისმიერი მათემატიკური ლოდინითა (μ) და სტანდარტული გადახრით (σ) (ეს გამოითვლება $z = (y - \mu)/\sigma$-ს საშუალებით და $y \sim N(\mu, \sigma)$-თი ჩაიწერება. მაგალითად, საგამოცდო ტესტების ქულები (y) ნორმალურადაა განაწილებული 500-ის ტოლი მათემატიკური ლოდინით და ვარიაციით, რომელიც 100-ს უდრის (ანუ, $y \sim N(500, 100)$. შესაბამისად, $z = (y - 500)/100$ განაწილებულია ნორმალურად 0 მათემატიკური ლოდინითა და 1 სტანდარტული გადახრით. განტოლება 2.190 გვიჩვენებს, რომ ქულების დაახლოებით 68% მოთავსებულია 400-დან 600-მდე და 95% მოთავსებულია 300-დან 700-მდე.

შეკითხვა: დავუშვათ, x შემთხვევითი ცვლადი განაწილებულია თანაბრად [0,12] ინტერვალზე. რას უდრის x-ის საშუალო და სტანდარტული გადახრა? x-ის რა ნაწილია მოთავსებული საშუალოდან ±1 სტანდარტული გადახრის შუალედზე? რა ნაწილია მოთავსებული მათემატიკური ლოდინიდან ±1 სტანდარტული გადახრის შუალედზე? ახსენით, რატომაა ეს შემთხვევა ნორმალური განაწილებისთვის გამოთვლილი პროცენტებისგან განსხვავებული?

კოვარიაცია

ეკონომიკურ ამოცანებში ზოგჯერ ორი ან მეტი ცვლადი გვხვდება. მაგალითად, ინვესტორისთვის საინტერესოა როგორ გადაანაწილოს თავისი ქონება სხვადასხვა აქტივებში, რომელთაგან მიღებული მოგება შემთხვევითი ცვლადია. მიუხედავად იმისა, რომ მათემატიკური ლოდინით, ვარიაციითა და სხვებით ასე თუ ისე ხდება იმ შემთხვევების აღწერა, როცა საქმე გვაქვს ერთ შემთხვევით ცვლადთან, სრული სურათის მისაღებად საჭიროა რამდენიმე ცვლადს შორის დამოკიდებულების აღწერაც. განმარტების მოყვანამდე საჭიროა ასეთ დამოკიდებულებაზე ცოტაოდენი ინფორმაციის მიმოხილვა.

დავუშვათ, გვაქვს ორი უწყვეტი შემთხვევითი ცვლადი, x და y. ამ ორი ცვლადისთვის ალბათური განაწილების ფუნქციას, $f(x, y)$-ს, აქვს თვისება, რომ ალბათობა, რომელიც უკავშირდება მცირე მიდამოში ($dxdy$ განზომილებაში) მოცემულ შედეგთა ერთობლიობას, არის $f(x, y)dxdy$ იმისათვის, რომ ის ნამდვილად წარმოადგენდეს ალბათური განაწილების ფუნქციას, უნდა სრულდებოდეს შემდეგი:

$$f(x, y) \geq 0 \text{ და } \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dxdy = 1. \quad \textbf{(2.192)}$$

ერთი ცვლადის შემთხვევაში განხილული ცენტრალური ტენდენციის საზომები ამ ორ-

ცვლადიანი შემთხვევისთვისაც შეგვიძლია გამოვთვალოთ:

$$E(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x,y)dxdy \quad \text{და}$$

$$Var(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[x-E(x)\right]^2 f(x,y)dxdy \qquad \textbf{(2.193)}$$

ამ გზით, x ცვლადის აღმწერი პარამეტრები იზომება y-ის ყველა შესაძლო შედეგისთვის, ამ შედეგების ალბათობის გათვალისწინებით.

ამ კონტექსტში კოვარიაცია x-სა და y-ს შორის გვიჩვენებს ამ ცვლადებს შორის დამოკიდებულების მიმართულებას და განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$Cov(x,y)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[x-E(x)\right]\left[y-E(y)\right]f(x,y)dxdy. \qquad \textbf{(2.194)}$$

ორ ცვლადს შორის კოვარიაცია შეიძლება დადებითიც იყოს, უარყოფითიც და 0-ის ტოლიც. თუ x-ის $E(x)$-ზე მეტი მნიშვნელობები მიისწრაფვიან y-ს $E(y)$-ზე მეტ მნიშვნელობებთან ერთად მოსვლისკენ (და პირიქით, x-ის პატარა მნიშვნელობები მიისწრაფვიან y-ს მცირე მნიშვნელობებთან ერთად მოსვლისკენ), მაშინ კოვარიაცია x-სა და y-ს შორის დადებითია. ამ შემთხვევაში, x-ისა და y-ის მნიშვნელობები ერთი მიმათულებით მოძრაობენ. ამის მსგავსად, თუ x-ის დიდ მნიშვნელობებს y-ის პატარა მნიშვნელობები შეესაბამება (ან პირიქით), კოვარიაცია უარყოფითია.

ორი შემთხვევითი ცვლადი ერთმანეთისგან დამოუკიდებელია, თუ y-ის ნებისმიერი მნიშვნელობის მოსვლის ალბათობას გავლენა არ აქვს იმაზე, თუ რა მნიშვნელობას მიიღებს x (და პირიქით).[24] მათემატიკურად ეს ნიშნავს, რომ ალბათური განაწილების ფუნქციას უნდა გააჩნდეს შემდეგი თვისება: $f(x, y) = g(x)h(x)$, ანუ გაერთიანებული ალბათური განაწილების ფუნქცია შეიძლება გამოისახოს ორი ერთცვლადიანი PDF-ის ნამრავლით. თუ x და y დამოუკიდებელია, მათი კოვარიაცია ნულის ტოლი იქნება:

$$Cov(x,y)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[x-E(x)\right]\left[y-E(y)\right]g(x)h(y)dxdy.$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\left[x-E(x)\right]g(x)dx\int_{-\infty}^{+\infty}\left[y-E(y)\right]h(y)dy \quad \text{o o o.} \qquad \textbf{(2.195)}$$

24 ფორმალური განმარტება ეყრდნობა პირობითი ალბათობის ცნებას. B-ს მოხდენის პირობითი ალბათობა A-ს მოხდენის პირობით (აღინიშნება, როგორც $P(B|A)$ განისაზღვრება, როგორც $P(B|A) = P(A \text{ და } B)/P(A)$. A და B არიან დამოუკიდებლები, თუ $P(B|A) = P(B)$. ამ შემთხვევაში, $P(A \text{ და } B) = P(A) \cdot P(B)$.

თუმცა, ამ წინადადების შებრუნებული ყოველთვის სწორი არ იქნება. კოვარიაციის 0-თან ტოლობა არ გულისხმობს აუცილებლად სტატისტიკურ დამოუკიდებლობას.

და ბოლოს, კოვარიაცია მნიშვნელოვანია შემთხვევითი ცვლადების ჯამისა თუ სხვაობის ვარიაციის გასაანალიზებლად. ორი შემთხვევითი ცვლადის ჯამის მათემატიკური ლოდინი მათი მათემატიკური ლოდინების ჯამის ტოლია:

$$E(x+y)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}(x+y)f(x,y)dxdy$$

$$=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x,y)dxdy+\int_{-\infty}^{+\infty}yf(x,y)dxdy=E(x)+E(y), \qquad \textbf{(2.196)}$$

ჯამის ვარიაციის გამოთვლა კი უფრო რთულია. ზემოთ მოყვანილი განმარტებების გამოყენებით, ამ ვარიაციის გამოთვლისას მივიღებთ, რომ:

$$Var(x+y)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[x+y-E(x+y)\right]^2 f(x,y)dxdy$$

$$=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[x-E(x)+y-E(y)\right]^2 f(x,y)dxdy$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[x\quad E(x)\right]^2\quad\left[y\quad E(y)\right]^2\quad 2\left[x\quad E(x)\right]\left[y\quad E(y)\right]f(x,y)dxdy$$

$$= Var(x) + Var(y) + 2Cov(x, y). \qquad \textbf{(2.197)}$$

შესაბამისად, თუ x და y დამოუკიდებლებია, მაშინ $Var(x + y) = Var(x) + Var(y)$. ჯამის ვარიაცია უფრო დიდი იქნება, ვიდრე ვარიაციების ჯამი, თუ შემთხვევით ცვლადებს შორის კორელაცია დადებითია და უფრო მცირე იქნება, თუ კოვარიაცია უარყოფითია. ამოცანებში 2.13 და 2.14 მოცემულია მეტი ინფორმაცია სტატისტიკურ საკითხებზე, რომლებიც მიკროეკონომიკურ თეორიაში გვხვდება.

შეჯამება

მიუხედავად იმისა, რომ ამ თავში ბევრი მათემატიკური მეთოდია წარმოდგენილი, ეს წიგნი არ წარმოადგენს მათემატიკურ სახელმძღვანელოს. აქ უბრალოდ თავმოყრილია ყველა ის მეთოდი, რომელიც შემდეგ თავებში ეკონომიკური მოდელების ასაგებად გამოიყენება.
ამ მათემატიკური მეთოდების შეჯამების ერთ-ერთი საშუალებაა კვლავ იმ ეკონომიკური მაგალითების განხილვა, რომლებიც მოცემულ მეთოდებს იყენებენ:

- მათემატიკის გამოყენებით ეკონომისტები მოკლედ და დამაჯერებლად აყალიბებენ თავიანთ მოდელებს. მათემატიკური მეთოდების გამოყენებით შესაძლებელია მრავალი ეკონომიკური დაშვების შესწავლა გამარტივებულ პირობებში.

- წარმოებულის მათემატიკური ცნება ეკონომიკურ მოდელებში ფართოდ გამოიყენება, რადგან ეკონომისტები ხშირად დაინტერესებულნი არიან გაიგონ, თუ როგორი გავლენა აქვს ერთი ცვლადის ზღვრულ ცვლილებას მეორეზე. ამ მიზნით განსაკუთრებით ხელსაყრელია კერძო წარმოებულების გამოყენება, რომლებიც ასახავენ ასეთ ზღვრულ ცვლილებას სხვა ფაქტორების მუდმივობის პირობებში.

- მათემატიკური ოპტიმიზაცია მნიშვნელოვანი მეთოდია ისეთი მოდელებისთვის, რომლებიც აკეთებენ დაშვებას მიზნის მისაღწევად ეკონომიკური აგენტების რაციონალურობის შესახებ. შეზღუდვების არარსებობის შემთხვევაში, პირველი რიგის პირობებიგვიჩვენებს, რომ აგენტის მიერ მიზნის მისაღწევად განხორციელებული ნებისმიერი ღონისძიება შეიძლება განხორციელდეს იმ წერტილამდე, ვიდრე უფრო მეტი ზრდით მიღებული ზღვრული წვლილი 0-ის ტოლი არ გახდება. მათემატიკურად, პირველი რიგის პირობები ოპტიმუმის საპოვნელად მოითხოვენ ყველა კერძო წარმოებულის 0-თან ტოლობას.

- ეკონომიკური ამოცანების უმეტესობაში აგენტებს არჩევანის გაკეთება შეზღუდულობის პირობებში უწევთ. ამ დროს, პირველი რიგის პირობების მიხედვით, მაქსიმუმი მიიღწევა მაშინ, როცა თითოეული ქმედებისთვის მისგან მიღებული ზღვრული სარგებლის შეფარდება მის ზღვრულ დანახარჯთან თითოეული ქმედებისთვის ერთი და იგივეა. ზღვრული სარგებლისა და ზღვრული დანახარჯის ეს საერთო შეფარდება ლაგრანჟის მამრავლს უტოლდება, რომელიც ხშირად გამოიყენება შეზღუდული ოპტიმიზაციის ამოცანების ამოსახსნელად. ლაგრანჟის მამრავლი შეიძლება ასევე განისაზღვროს, როგორც შეზღუდვის ჩრდილოვანი ფასი.

- თეორემა არაცხადი ფუნქციის შესახებ გამოიყენება ოპტიმიზაციის ამოცანებში და გვიჩვენებს დამოკიდებულებას ოპტიმიზაციის ამოცანის პარამეტრებსა (მაგალითად, საბაზრო ფასები) და ოპტიმიზაციის შედეგად ცვლადების მიერ მიღებულ მნიშვნელობებს შორის.

- ოპტიმიზაციის ზოგიერთ ამოცანაში შეზღუდვა ტოლობის ნაცვლად უტოლობითაა მოცემული. ამ ტიპის ამოცანების ამოხსნა ასახულია დამატებითი ფიქტიურობით, ანუ ან შეზღუდვებიატოლობები და მათთან დაკავშირებული ლაგრანჟის მამრავლები 0-გან განსხვავებული, ან შეზღუდვები მკაცრი უტოლობებია და ლაგრანჟის მამრავლები 0-ის ტოლია. ეს კიდევ ერთხელ გვიჩენებს, თუ როგორ განსაზღვრავს ლაგრანჟის მამრავლი დაწესებული შეზღუდვის მნიშვნელობას.

- ამ თავში მოცემული პირველი რიგის პირობები მხოლოდ აუცილებელი პირობებია ლოკალური მაქსიმუმის ან მინიმუმის საპოვნელად. საჭიროა მეორე რიგის პირობების შემოწმებაც, რომელთა მიხედვითაც უნდა შესრულდეს ნახაზის სიმრუდის განმსაზღვრელი ცალკეული პირობებიც.
- მრავალ ეკონომიკურ ამოცანაში ვხვდებით გარკვეული ტიპის ფუნქციებს. კვაზი-ამოზნექილიფუნქციები(ფუნქციები, რომელთა დონის მრუდები ჩაზნექილ სიმრავლეს წარმოადგენენ) წრფივი შეზღუდვის პირობებში აკმაყოფილებენ მაქსიმუმის ან მინიმუმისთვის მეორე რიგის პირობებს. ჰომოთეტურ ფუნქციებს კი აქვთ სასარგებლო თვისება, რომლის მიხედვითაც ფარული არჩევანი ცვლადებს შორის დამოკიდებულია მხოლოდ ამ ცვლადების შეფარდებაზე.
- ეკონომიკაში ინტეგრალები ხშირად გამოიყენება ორი მიზნით: ნახაზის ქვემოთ მდებარე ფართობის გამოსათვლელად და დროთა განმავლობაში მიღებული შედეგების შესაკრებად. ის მეთოდები, რომლებიც გულისხმობენ ინტეგრალების გაწარმოებას, მნიშვნელოვან როლს ასრულებენ ოპტიმიზაციის თეორიაში.
- მრავალი ეკონომიკური ამოცანა ეხება დინამიკურობის საკითხს, რომლის დროსაც დროის ერთ პერიოდში მიღებული გადაწყვეტილებები მეორე პერიოდის შედეგზე ახდენს გავლენას. ოპტიმიზაციის ასეთი დინამიკური ამოცანების ამოსახსნელად გამოყენებული მათემატიკური ხერხები ხშირად ლაგრანჟის მეთოდის განზოგადებას წარმოადგენენ.
- მათემატიკური სტატისტიკა ხშირად გამოიყენება გაურკვევლობის პირობებში ეკონომიკური ამოცანების ამოსახსნელად. მათემატიკური სტატისტიკის ყველაზე მთავარი კონცეფციაა შემთხვევითი ცვლადი და მასთან დაკავშირებული ალბათური განაწილების ფუნქციები. ამ განანილების პარამეტრები, როგორებიცაა მათემატიკური ლოდინი თუ ვარიაცია, ასევე, მნიშვნელოვან როლს თამაშობენ მრავალ ეკონომიკურ მოდელში.

ამოცანები

2.1

ვთქვათ, $U(x, y) = 4x^2 + 3y^2$.

ა. გამოთვალეთ $\partial U/\partial x$, $\partial U/\partial y$.

ბ. ეს კერძო წარმოებულები შეაფასეთ $x = 1$, $y = 2$ წერტილში.

გ. დაწერეთ U-ს სრული წარმოებული.

დ. გამოთვალეთ dy/dx, როცა $dU = 0$, ანუ, როგორია x-სა და y-ს შორის არჩევანი U-ს უცვლელობის პირობებში?

ე. აჩვენეთ, რომ $U = 16$, როცა $x = 1$ და $y = 2$

ვ. რა შეფარდებით უნდა შეიცვალოს x და $yx = 1$ და $y = 2$ წერტილიდან, რომ $U = 16$ დარჩეს მუდმივი?

ზ. როგორი ფორმა აქვს $U = 16$ ნახაზის კონტურულ წირს? როგორია ამ წრფის დახრილობა?

2.2

დავუშვათ, ფირმის მთლიანი ამონაგები დამოკიდებულია გამოშვებული პროდუქტის რაოდენობაზე (q):

$$R = 70q - q^2.$$

ასევე, მთლიანი დანახარჯებიც q-ზეა დამოკიდებული:

$$C = q^2 + 30q + 100.$$

ა. რა რაოდენობის პროდუქტი უნდა გამოუშვას ფირმამ, რომ მიიღოს მაქსიმალური მოგება ($R - C$)? რა იქნება მაქსიმალური მოგების ოდენობა?

ბ. აჩვენეთ, რომ (ა)-ში ნაპოვნი გამოშვების დონისთვის სრულდება მეორე რიგის პირობები მაქსიმუმისათვის.

გ. აქ მიღებული ამონახსენისთვის სრულდება თუ არა ზღვრული მოგებისა და ზღვრული დანახარჯების ტოლობის წესი? ახსენით.

2.3

დავუშვათ, $f(x, y) = xy$. იპოვეთ f-ის მაქსიმალური მნიშვნელობა, თუ $x + y = 1$. ეს ამოცანა ამოხსენით ორი გზით: ჩასმის მეთოდით და ლაგრანჟის მამრავლის მეთოდით.

2.4

ამოცანისთვის 2.3 ორადულ პრობლემას წარმოადგენს შემდეგი:

ვიპოვოთ $(x + y)$-ის მაქსიმუმი
თუ $xy = 0.25$.

ამოცანა ამოხსენით ლაგრანჟის მეთოდით. მიღებული შედეგი შეადარეთ ამოცანის 2.3 შედეგს. ახსენით ამ ორ ამონახსენს შორის კავშირი.

2.5

კონკრეტული სიძლიერით ზემოთ ასროლილი ბურთის სიმაღლე არის დროის (t) ფუნქცია, რომლიდანაც მოხდა მისი ასროლა: $f(t) = -0.5gt^2 + 40t$ (სადაც g არის გრავიტაციით განსაზღვრული მუდმივი რიცხვი).

ა. როგორაა დამოკიდებული ბურთის მიერ მიღწეული მაქსიმალური სიმაღლე g პარამეტრზე?

ბ. (ა)-ში მიღებული პასუხი გამოიყენეთ იმის ასაღწერად, თუ როგორ იცვლება მაქსიმალური სიმაღლე g-ს ცვლილების შედეგად.

გ. კონვერტის თეორემის გამოყენებით ახსენით (ბ)-ში მიღებული პასუხი.

დ. მიწაზე $g = 32$, მაგრამ მისი სიდიდე დედამიწის გარშემო სხვადასხვაა. რა იქნება განსხვავება ბურთის მიერ მიღწეულ მაქსიმალურ სიმაღლეებს შორის დედამიწის ორ სხვადასხვა ადგილას, სადაც გრავიტაციულ მუდმივებს შორის განსხვავება 0,1-ია?

2.6

ნავთობის ტანკერის მოდელის მარტივი კონსტრუქციის ასაგებად, პირველ რიგში, საჭიროა ავიღოთ ფოლადის მართკუთხა ნაჭერი, რომლის სიგანეა x ფუტი და სიგრძე $3x$ ფუტი. შემდეგ, თითოეულ კუთხეში მოვაჭრათ t გვერდის მქონე პატარა კვადრატები და ეს გვერდები ისე მოვკეცოთ, რომ ფოლადის ნაჭერმა მიიღოს ტრაილერის ფორმა, რომელსაც არ ექნება ზედა გვერდი.

ა. აჩვენეთ, რომ ნავთობის მოცულობა, რომელიც ამ ტრაილერში შეიძლება ჩავიდეს არის:

$$V = t(x - 2t)(3x - 2t) = 3tx^2 - 8t^2x + 4t^3.$$

ბ. როგორ უნდა შევარჩიოთ t, რომ მოვახდინოთ V-ს მაქსიმიზაცია x-ის ნებისმიერი მნიშვნელობისთვის?

გ. არსებობს თუ არა x-ის მნიშვნელობა, რომელიც ახდენს კონტეინერით გადასატანი ნავთობის მოცულობის მაქსიმიზაციას?

დ. დავუშვათ, გემთმშენებელმა ნავთობის ტანკერის ასაგებად უნდა გამოიყენოს მხოლოდ 1 000 000 კვადრატული ფუტი ფოლადი. ეს შეზღუდვა შეიძლება ასე ჩაიწეროს: $3x^2 - 4t^2 = 1\ ,000,000$ (რადგან მშენებელს შეუძლია მოჭრილი კვადრატები მშენებლობისთვის კვლავ გაამოიყენოს). როგორ განსხვავდება შეზღუდული მაქსიმიზაციის ამ შემთხვევის ამონახსენი (ბ)-სა და (გ)-ში მიღებული შედეგებისგან?

2.7

მოცემულია შეზღუდული მაქსიმიზაციის შემდეგი ამოცანა:

$$\textbf{მოვახდინოთ } y = x_1 + 5\ln x_2\textbf{-ის მაქსიმიზაცია}$$
$$\textbf{თუ } k - x_1 - x_2 = 0,$$

სადაც k არის ნებისმიერი მუდმივი რიცხვი.

ა. აჩვენეთ, რომ თუ $k = 10$, ეს ამოცანა შეიძლება ამოიხსნას მხოლოდ ტოლობით მოცემული შეზღუდვით.

ბ. აჩვენეთ, რომ $k = 4$ შემთხვევისთვის ამოცანის ამოსახსნელად საჭიროა, რომ $x_1 = -1$.

გ. თუ ამოცანაში x არაუარყოფითია, $k = 4$ შემთხვევისთვის რა არის ოპტიმალური ამონახსენი?

დ. რა არის ამოცანის ამონახსენი, თუ $k = 20$? ამ შედეგის (ა)-ს შედეგთან შედარების შემდეგ რა დასკვნას გააკეთებდით?

შენიშვნა: ამოცანაში მოცემულია ე.წ. „კვაზი-წრფივი ფუნქცია". როგორც ვნახავთ, ასეთი ფუნქცია წარმოადგენს მომხმარებლის ქცევის მნიშვნელოვან მაგალითს.

2.8

ფირმის ზღვრული დანახარჯები მოცემულია შემდეგი ფუნქციით: $MC(q) = q + 1$.

ა. რა იქნება ფირმის მთლიანი დანახარჯების ფუნქცია? ახსენით, მთლიანი დანახარჯები რატომაა მოცემული მხოლოდ ინტეგრალის მუდმივამდე, რომელიც მუდმივ დანახარჯებს წარმოადგენს?

ბ. შესაძლოა, ეკონომიკის წინა კურსიდან იცით, რომ თუ ფირმა p ფასს აიღებს, როგორც მუდმივს, მაშინ მისი გამოშვებისთვის $p = MC(q)$. თუ ფირმა მიყვება მოგების მაქსიმიზაციის ამ წესს, რა იქნება მისი გამოშვების რაოდენობა $p = 15$-თვის? რა იქნება მუდმივი დანახარჯი, თუ დავუშვებთ, რომ ამ ფასის პირობებში ფირმა არც მოგებას იღებს და არც ზარალდება?

გ. როგორ გაიზრდება ფირმის მოგება, თუ ფასი 20-მდე გაიზრდება?

დ. აჩვენეთ, რომ თუ კვლავ დავუშვებთ მოგების მაქსიმიზაციას, ფირმის მოგება შეიძლება წარმოვადგინოთ მხოლოდ იმ ფასის ფუნქციად, რომელსაც ფირმა მისი გამოშვებიდან მიიღებს.

ე. აჩვენეთ, რომ მოგების გაზრდა $p = 15$-დან $p = 20$-მდე შეიძლება გამოვითვალოთ ორი გზით: 1) (დ)-ში მიღებული გამოსახულების საშუალებით; და 2) ზღვრული დანახარჯების ფუნქციის შებრუნებულის $[MC^{-1}(q) = q - 1]$ გაინტეგრალებით $p = 15$-დან $p = 20$-მდე. მიღებული შედეგი ახსენით ინტუიციურად კონვერტისთეორემის გამოყენებით.

ანალიტიკური ამოცანები

2.9 ამოზნექილი და კვაზი-ამოზნექილი ფუნქციები
ტოლობების 2.114 (კვაზი-ამოზნექილობის განმსაზღვრელი ფუნქცია) და 2.98 (ამოზნექილობის განსაზღვრება) ფუნქციების შედარების საშუალებით აჩვენეთ, რომ თუ $f(x_1, x_2)$ ამოზნექილი ფუნქციაა, ის ასევე კვაზი-ამოზნექილიცაა. შეგიძლიათ ინტუიციურად ახსნათ მიღებული შედეგი? არის თუ არა ამ წინადადების შებრუნებული წინადადება მართებული? კვაზი-ამოზნექილი ფუნქციები აუცილებლად ამოზნექილია? თუ არა, მოიყვანეთ საწინააღმდეგო მაგალითი.

2.10 ქობ-დაგლასის ფუნქია
ერთ-ერთი უმნიშვნელოვანესი ფუნქცია, რომელსაც ამ წიგნში შევხვდებით, არის ქობ-დაგლასის ფუნქცია:

$$y = (x_1)^{\alpha}(x_2)^{\beta},$$

სადაც, α და β 1-ზე ნაკლები დადებითი მუდმივი რიცხვებია.

ა. გამოსახულების 2.114 გამოყენებით აჩვენეთ, რომ ეს ფუნქცია კვაზი-ამოზნექილია.

ბ. ქობ-დაგლასის ფუნქციის კვაზი-ამოზნექილობა აჩვენეთ იმის საფუძველზე, რომ ნებისმიერი კონტურული წრფე, რომელსაც $y = c$ ფორმა აქვს (სადაც c ნებისმიერი დადებითი მუდმივი რიცხვია) არის ჩაზნექილი და, შესაბამისად, წერტილების სიმრავლე, რომლისთვისაც $y > c$, ჩაზნექილია.

გ. აჩვენეთ, რომ თუ $\alpha + \beta > 1$, მაშინ ქობ-დაგლასის ფუნქცია ამოზნექილი არ არის (ამის საშუალებით კიდევ ერთხელ ვაჩვენოთ, რომ ყველა კვაზი-ამოზნექილი ფუნქცია ამოზნექილი არ არის).

შენიშვნა: ქობ-დაგლასის ფუნქცია განხილულია დანართში.

2.11 ხარისხობრივი ფუნქცია (power function)
წიგნში, ასევე, ხშირად შევხვდებით „ხარისხობრივ ფუნქციას“:

$$y = x^{\delta},$$

სადაც $0 \leq \delta \leq 1$ (ზოგჯერ შეგვხვდება შემთხვევები, როცა δ უარყოფითია და გამოვიყენებთ $y = x^{\delta}/\delta$ ჩანაწერს, რათა წარმოებულს შესაბამისი ნიშანი ჰქონდეს).

ა. აჩვენეთ, რომ ეს ფუნქცია ამოზნექილია (და ასევე, 2.9-ში მიღებული შედეგის მიხედვით, ჩაზნექილიცაა). შევნიშნოთ, რომ $\delta = 1$ განსაკუთრებული შემთხვევაა და ფუნქცია „მკაცრად“ ამოზნექილია მხოლოდ მაშინ, როცა $\delta < 1$.

ბ. აჩვენეთ, რომ ხარისხობრივი ფუნქციის მრავალცვლადიანი ფორმაც ამოზნექილია (და კვაზი-ამოზნექილი):

$$y = f(x_1, x_2) = (x_1)^\delta + (x_2)^\delta$$

ახსენით, რატომ ამარტივებს ამ შემთხვევაში $f_{12} = f_{21} = 0$ ამოზნექილობის განმარტებას?

გ. (ბ)-ში მოცემულ ფუნქციაში „მასშტაბის“ ეფექტის ჩართვის ერთ-ერთი გზაა მონოტონური გარდაქმნის გამოყენება:

$$g(x_1, x_2) = y^\gamma = [(x_1)^\delta + (x_2)^\delta]^\gamma$$

სადაც γ დადებითი მუდმივი რიცხვია. შენარჩუნებულია თუ არა ფუნქციის ამოზნექილობა გარდაქმნის შედეგად? არის თუ არა g ფუნქცია კვაზი-ამოზნექილი?

2.12 ტეილორის გაშლა

ტეილორის თეორემა გვიჩვენებს, რომ მოსახერხებელი წერტილის მიდამოში ნებისმიერი ფუნქცია შეიძლება გაიშალოს მწკრივებად: ფუნქციის წევრებად და მათ წარმოებულებად. აქ განვიხილავთ თეორემის გამოყენების რამდენიმე შემთხვევას ერთ ან ორცვლადიანი ფუნქციებისთვის.

ა. ნებისმიერი უწყვეტი და გაწარმოებადი ერთცვლადიანი ფუნქციის, $f(x)$-ის მიახლოება a წერტილთან შესაძლებელია შემდეგი ფორმულის გამოყენებით:

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x - a) + 0.5f''(a)(x - a)^2 + \text{დანარჩენი წევრები } f''', f'''', \ldots$$

მხოლოდ პირველი სამი წევრის გამოყენებით მივიღებთ ტეილორის კვადრატულ გაშლას. ეს ფორმულა გამოსახულებასთან 2.85 ერთად გამოიყენეთ, რათა აჩვენოთ, რომ ნებისმიერი ამოზნექილი ფუნქცია უნდა მდებარეობდეს a წერტილში ფუნქციის მხებზე, ან მის ქვემოთ.

ბ. ნებისმიერი ორცვლადიანი $f(x, y)$ ფუნქციისთვის ტეილორის კვადრატული გაშლა (a, b) წერტილის მიმართ შემდეგია:

$$f(x, y) = f(a, b) + f_1(a, b)(x - a) + f_2(a, b)(y - b)$$

$$+ 0.5[f_{11}(a, b)(x - a)^2 + 2f_{12}(a, b)(x - a)(y - b) + f_{22}(y - b)^2]$$

ამ გაშლის გამოყენებით აჩვენეთ, რომ ნებისმიერი ამოზნექილი ფუნქცია (როგორც განსაზღვრულია განტოლებაში 2.98) უნდა მდებარეობდეს (a, b) წერტილში მხების სიბრტყეზე ან მის ქვემოთ.

2.13 მათემატიკური ლოდინი

რადგან მათემატიკური ლოდინის ცნება მრავალ ეკონომიკურ თეორიაში მნიშვნელოვან როლს თამაშობს, მისი სხვა თვისებების განხილვაც სასარგებლო იქნება. ამ ამოცანაში x არის უწყვეტი შემთხვევითი ცვლადი, რომელსაც აქვს $f(x)$ განაწილების ფუნქცია.

ა. (ჯენსენის უტოლობა) დავუშვათ, $g(x)$ არის ამოზნექილი ფუნქცია. აჩვენეთ, რომ $E[g(x)] \le g[E(x)]$

მინიშნება: ააგეთ $g(x)$-ის მხები $E(x)$ წერტილში. ამ მხებს ექნება ფორმა: x-ის ნებისმიერი მნიშვნელობისთვის $c + dx \ge g(x)$ და $c + dE(x) = g[E(x)]$, სადაც c და d მუდმივებია.

ბ. (ა)-ში გამოყენებული პროცედურების საფუძველზე აჩვენეთ, რომ თუ $g(x)$ ჩაზნექილი ფუნქციაა, მაშინ $E[g(x)] \ge g[E(x)]$.

გ. დავუშვათ, x იღებს მხოლოდ არაუარყოფით მნიშვნელობებს: $0 \le x \le \infty$. ნაწილობითი გაინტეგრების მეთოდით და აჩვენეთ, რომ

$$E(x) = \int_0^{\infty} [1 - F(x)]\,dx,$$

სადაც $F(x)$ არის x-ის დაგროვილი სიხშირის განაწილების ფუნქცია [ანუ, $F(x) = \int_0^x f(t)\,dt$].

დ. (მარკოვის უტოლობა) აჩვენეთ, რომ თუ x იღებს მხოლოდ დადებით მნიშვნელობებს, სრულდება შემდეგი უტოლობა:

$$P(x \ge t) \le \frac{E(x)}{t}.$$

მინიშნება: $E(x) = \int_0^{\infty} xf(x)\,dx = \int_0^{t} xf(x)\,dx + \int_t^{\infty} xf(x)\,dx.$

ე. მოცემულია ალბათური განაწილების შემდეგი ფუნქცია: $f(x) = 2x^{-3}$, $x \ge 1$-სთვის.

(1) აჩვენეთ, რომ ეს შესაფერისი PDF-ია.

(2) გამოთვალეთ $F(x)$ ალბათური განაწილების ამ ფუნქციისთვის.

(3) (გ)-ში მიღებული შედეგები გამოიყენეთ $E(x)$-ს გასაანგარიშებლად.

(4) აჩვენეთ, რომ ამ ფუნქციისთვის სრულდება მარკოვის უტოლობა.

ვ. პირობითი მათემატიკური ლოდინის ცნება ზოგიერთი ეკონომიკური ამოცანის ამოხსნის დროს ძალიან გამოსადეგია. x-ის მათემატიკური ლოდინი რაიმე A-ს მოხდენის პირობით აღინიშნება, როგორც $E(x|A)$. მის გამოსათვლელად გვჭირდება x-ის PDF-ის ცოდნა, როცა A უკვე მოხდა [რომელიც აღინიშნება, როგორც $f(x|A)$]. ამ აღნიშვნის გამოყენებით, $\grave{u}\acute{e}\grave{u}|A) = \int_{-\infty}^{\infty} (\ |A)$. ამის მარტივად აღქმის მიზნით, განვიხილოთ მაგალითი. დავუშვათ

$$f(x) = \frac{x^2}{3}, \text{ როცა } -1 \le x \le 2.$$

(1) აჩვენეთ, რომ ეს შესაფერისი PDF-ია.

(2) გამოთვალეთ $E(x)$.

(3) გამოთვალეთ ალბათობა, რომ $-1 \le x \le 0$.

(4) ვთქვათ, $0 \le x \le 2$. ამ ფაქტს ვუწოდოთ A. რას უდრის $f(x|A)$?

(5) გამოთვალეთ $E(x|A)$.

(6) მიღებული შედეგები ახსენით ინტუიციურად.

2.14 ვარიაცია და კოვარიაცია

ამ ამოცანაში წარმოდგენილია რამდენიმე სასარგებლო მათემატიკური ფაქტი ვარიაციასა და კოვარიაციაზე.

ა. აჩვენეთ, რომ $Var(x) = E(x^2) - [E(x)]^2$.

ბ. აჩვენეთ, რომ (ა)-ში მიღებული შედეგების განზოგადება შესაძლებელია შემდეგნაირად: $Cov(x, y) = E(xy) - E(x)E(y)$. *შენიშვნა:* თუ $Cov(x, y) = 0$, მაშინ $E(xy) = E(x)E(y)$.

გ. აჩვენეთ, რომ $Var(ax \pm by) = a^2Var(x) + b^2Var(y) \pm 2abCov(x, y)$

დ. დავუშვათ, ორ დამოუკიდებელ x და y ცვლადს ახასიათებთ შემდეგი: $E(x) = E(y)$ და $Var(x) = Var(y)$. აჩვენეთ, რომ $E(0.5x + 0.5y) = E(x)$. (გ)-ს გამოყენებით აჩვენეთ, რომ $Var(0.5x + 0.5y) = 0.5Var(x)$. იმსჯელეთ, რატომ აიხსნება ამ ფაქტით მარაგების დივერსიფიკაცია.

დამატებითი საკითხავი

Dadkhan, Kamran. *Foundations of Mathematical and Computational Economics*. Mason, OH: Thomson/South-Western, 2007.

ეს არის შესავალი კალკულუსის მრავალი მეთოდის შესასწავლად. წიგნში მოცემულია, თუ რამდენი მათემატიკური კითხვის ამოხსნა შეიძლება Matlab-ისა თუ Excel-ის გამოყენებით.

Dixit, A. K. *Optimization in Economic Theory*, 2nd ed. New York: Oxford University Press, 1990.

წიგნში სრულყოფილადაა ახსნილი ოპტიმიზაციის მეთოდების გამოყენება. მოცემულია ასევე შედარებით რთული ანალიტიკური მეთოდებიც.

Hoy, Michael, John Livernois, Chris McKenna, Ray Rees, and Thanasis Stengos. *Mathematics for Economists*, 2nd ed. Cambridge, MA: MIT Press, 2001.

შესავალი მათემატიკაში, რომელიც მიკროეკონომიკაში გამოიყენება. ამ წიგნის დადებითი მხარეა ის, რომ მასში მოცემულია ბევრი მაგალითის ამოხსნა, რომელთა უმეტესობაც მიკროეკონომიკურ თეორიას ეფუძნება.

Mas-Colell, Andreu, Michael D. Whinston, and Jerry R. Green. *Microeconomic Theory*. New York: Oxford University Press, 1995.

წიგნი წარმოადგენს მათემატიკური მიკროეკონომიკის ენციკლოპედიას. დანართები ვრცლად მიმოიხილავენ მათემატიკური ანალიზის შედარებით მაღალი დონის თემებს.

Samuelson, Paul A. *Foundations of Economic Analysis*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1947. Mathematical Appendix A.

მათემატიკურ A დანართში მოცემულია მაქსიმუმობისთვის აუცილებელი და საკმარისი პირობების სრულყოფილი მიმოხილვა.

Silberberg, E., and W. Suen. *The Structure of Economics: A Mathematical Analysis*, 3rd ed. Boston: Irwin/McGraw-Hill, 2001.

მათემატიკური მიკროეკონომიკა, რომელიც ყურადღებას ამახვილებს ეკონომიკური თეორიის გამოკვლევად წინასწარ ვარაუდებს.

Simon, Carl P., and Lawrence Blume. *Mathematics for Economists*. New York: W. W. Norton, 1994.

ძალიან სასარგებლო სახელმძღვანელო, რომელიც ეკონომისტებისთვის გამოსადეგ ყველა მათემატიკურ თემას შედარებით მაღალ დონეზე განიხილავს. წიგნში განხილულია დიფერენციალური განტოლებები და წერტილთა სიმრავლის ტოპოლოგია.

Sydsaeter, K., A. Strom, and P. Berck. *Economists' Mathematical Manual*, 3rd ed. Berlin: Springer Verlag, 2000.

მათემატიკური მიმოხილვის საუკეთესო საშუალება. მოიცავს 32 თავს და მოკლედ მიმოიხილავს თითქმის ყველა მათემატიკურ მეთოდს, რომელიც ეკონომიკაში გამოიყენება.

Taylor, Angus E., and W. Robert Mann. *Advanced Calculus*, 3rd ed. New York: John Wiley, 1983, გვ: 183-95.

კალკულუსის მიმოხილვა და ლაგრანჟის მეთოდის აღწერა.

Thomas, George B., and Ross L. Finney. *Calculus and Analytic Geometry*, 8th ed. Reading, MA: Addison-Wesley, 1992.

კალკულუსის მიმოხილვა, გაწარმოების ხერხების ახსნა.

დანართები

მეორე რიგის პირობები და მატრიცული ალგებრა

თავში 2 მოცემული მეორე რიგის პირობების კომპაქტურად ჩაწერა შესაძლებელია მატრიცული ალგებრის გამოყენებით. აღნიშნული მეთოდი ამ დანართში მოკლედაა მოცემული. ამ აღნიშვნებს წიგნის შემდგომ თავებში და დანართებშიც განვიხილავთ.

მატრიცული ალგებრის მიმოხილვა

1. $n \times k$ მატრიცა A არის შემდეგი:

$$A = \left[a_{ij}\right] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2k} \\ \vdots & & \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{nk} \end{bmatrix}.$$

   სადაც $i = 1, \ldots n; j = 1, \ldots k$. შესაძლებელია მატრიცების შეკრება, გამოკლება, ან გამრავლება, თუ მათი განზომილებები ამის საშუალებას იძლევა.

2. თუ $n = k$, A არის კვადრატული მატრიცა. კვადრატული მატრიცა სიმეტრიულია, თუ $a_{ij} = a_{ji}$. ერთეულოვანი მატრიცა, I_n არის $n + n$ კვადრატული მატრიცა, სადაც $a_{ij} = 1$, თუ $i = j$ და $a_{ij} = 0$, თუ $i \neq j$.

3. კვადრატული მატრიცის დეტერმინანტი ($|A|$) არის სკალარი (ანუ ერთი წევრი), რომელიც გამოითვლება მატრიცის ყველა წევრის ერთმანეთზე შესაბამისი გამრავლებით. თუ A არის 2×2 მატრიცა,

$$|A| = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}.$$

   მაგალითი: თუ $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$, მაშინ

$$|A| = 2 - 15 = -13.$$

4. $n \times n$ კვადრატული A მატრიცის შებრუნებული არის კვადრატული მატრიცა $n \times n$, A^{-1}, რომლისთვისაც:

$$A \cdot A^{-1} = I_n.$$

   ყველა კვადრატულ მატრიცას შებრუნებული არ გააჩნია. აუცილებელი და საკმარისი პირობა A^{-1}-ის არსებობისთვის არის, რომ $|A| \neq 0$.

   ძირითადი წარმმართველი მინორები (leading principal minors) $n \times n$ კვადრატული A მატრიცისთვის არის პირველი p რიგისა და მწკრივის დეტერმინანტების ერთობლიობა, სადაც $p = 1, n$. თუ A არის 2×2 მატრიცა, მაშინ მისი პირველი ძირითადი მინორია a_{11} და მეორეა $a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$.

6. $n \times n$ კვადრატული A მატრიცა *დადებითადაა განსაზღვრული*, თუ მისი ყველა ძირითადი წარმმართველი მინორიდადებითია. მატრიცა *უარყოფითადაა განსაზღვრული*, თუ მისი მინორების ნიშნები მონაცვლეობითია და მინუსით იწყება.[1]

7. განსაკუთრებულად მნიშვნელოვანი სიმეტრიული მატრიცაა ჰესიანის მატრიცა, რომელიც შედგება ფუნქციის ყველა მეორე რიგის კერძო წარმოებულებისგან. თუ f არის უწყვეტი და ორმაგად გაწარმოებადი n ცვლადიანი ფუნქცია, მაშინ ჰესიანს აქვს შემდეგი სახე:

1 თუ განმარტებაში მოცემული დეტერმინანტებიდან რომელიმე 0-ის ტოლია, მაშინ მატრიცა ნაწილობრივ დადებითად ან ნაწილობრივ უარყოფითადაა განსაზღვრული.

$$H(f)=\begin{bmatrix} f_{11} & f_{12}\cdots & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & f_{2n} \\ \vdots & & \\ f_{n1} & f_{n2} & f_{nn} \end{bmatrix}.$$

ამ აღნიშვნების გამოყენებით შეგვიძლია გამოვთვალოთ თავში 2 მოცემული მეორე რიგის პირობები.

E2.1 ამოზნექილი და ჩაზნექილი ფუნქციები

ამოზნექილია ფუნქცია, რომელიც ყოველთვის მის მხებზე, ან მხების ქვემოთ მდებარეობს, ხოლო ჩაზნექილია ფუნქცია, რომელიც ყოველთვის მისი მხების ზემოთაა (ან მხებზეა). ნებისმიერი ფუნქციის ამოზნექილობა თუ ჩაზნექილობა განისაზღვრება მეორე რიგის წარმოებულებით. ერთცვლადიან $f(x)$ ფუნქციას განმარტება პირდაპირ ეხება. ნებისმიერი x_0 წერტილისთვის ტეილორის გაშლის გამოყენებით:

$$f(x_0+dx)=f(x_0)+f'(x_0)dx+f''(x_0)\frac{dx^2}{2}$$
$$+ \text{მაღალი რიგის წევრები}$$

თუ დავუშვებთ, რომ მაღალი რიგის წევრები 0-ის ტოლია, მივიღებთ, რომ თუ $f''(x_0) \le 0$

$$f(x_0+dx) \le f(x_0)+f'(x_0)dx$$

და თუ $f''(x_0) \ge 0$:

$$f(x_0+dx) \ge f(x_0)+f'(x_0)dx.$$

რადგან უტოლობების მარჯვენა მხარეს x_0-ში ფუნქციის მხების გამოსახულებაა მოცემული, ცხადია, ფუნქცია (ლოკალურად) ამოზნექილია, თუ $f''(x_0) \le 0$ და (ლოკალურად) ჩაზნექილია, თუ $f''(x_0) \ge 0$. ამ იდეის განვრცობა მრავალგანზომილებიანი შემთხვევისთვის აღნიშვნები გართულდება, თუმცა მატრიცული ალგებრის გამოყენებით ძალიან მარტივია. ამოზნექილობისთვის საჭიროა ჰესიანის მატრიცა უარყოფითად იყოს განსაზღვრული, როცა ჩაზნექილობა მის უარყოფითად განსაზღვრულობას მოითხოვს. ერთცვლადიანი შემთხვევისთვის ამ პირობების მიხედვით, ფუნქცია მოძრაობს მისი მხების საწინააღმდეგო ნებისმიერი მიმართულებით[2]. თუ $f(x_1, x_2)$ არის ორცვლადიანი ფუნქცია, ჰესიანი მოცემულია შემდეგნაირად:

$$H=\begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix}.$$

ის უარყოფითადაა განსაზღვრული, თუ

$$f_{11} < 0 \text{ და } f_{11}f_{12}-f_{21}f_{22} > 0$$

რომელიც სწორედ ტოლობით 2.98 მოცემული პირობაა. სამ და მეტცვლადიანი ფუნქციებისთვის განზოგადების დროს სწორედ იგივე მატრიცული ხერხი გამოიყენება.

მაგალითი 1

თავში 2 მოცემული ჯანმრთელობის მდგომარეობის ამსახველი ფუნქციისთვის (გამოსახულება 2.20), ჰესიანი იქნება შემდეგი:

$$H=\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix},$$

და პირველი და მეორე ძირითადი მინორებია

$$\mathbf{H}_1 = -2 < 0 \text{ და}$$
$$\mathbf{H}_2 = (-2)(-2) - 0 = 4 > 0.$$

შესაბამისად, ფუნქცია არის ამოზნექილი.

2 მრავალი ცვლადის შემთხვევისთვის ტეილორის გაშლის გამოყენებით დამტკიცებისთვის იხ. საიმონი და ბლუმი (1994), თავი 21.

მაგალითი 2

ქობ-დაგლასის ფუნქცია $x^a y^b$, სადაც a და $b \in (0.1)$, გამოიყენება სარგებლიანობისა და წარმოების ფუნქციების ასაღწერად. პირველი და მეორე რიგის წარმოებულები ამ ფუნქციისთვის არის:

$$f_x = ax^{a-1}y^b,$$
$$f_b = bx^a y^{b-1},$$
$$f_{xx} = a(a-1)x^{a-2}y^b,$$
$$f_{yy} = b(b-1)x^a y^{b-2},$$

შესაბამისად, ამ ფუნქციისთვის ჰესიანი შემდეგნაირად ჩაიწერება:

$$H = \begin{bmatrix} a(a-1)x^{a-2}y^b & abx^{a-1}y^{b-1} \\ abx^{a-1}y^{b-1} & b(b-1)x^a y^{b-2} \end{bmatrix}.$$

ამ ჰესიანის პირველი ძირითადი მინორია:

$$\mathbf{H}_1 = a(a-1)x^{a-2}y^b < 0$$

და ფუნქცია არის ამოზნექილი:

$$\mathbf{H}_2 = a(a-1)b(b-1)x^{2a-2}y^{2b-2} - a^2b^2x^{2a-2}y^{2b-2}$$
$$= ab(1-a-b)x^{2a-2}y^{2b-2} > 0.$$

ეს პირობა სრულდება, თუ $a + b < 1$. ანუ, წარმოების ფუნქციის შემთხვევაში, იმისათვის, რომ ფუნქცია იყოს ამოზნექილი, მას უნდა ჰქონდეს კლებადი მასშტაბის ეფექტი. გეომეტრიულად, ფუნქციის მიმართულება დაღმავალი უნდა გახდეს, როცა ორივე არგუმენტი ერთდროულად გაიზრდება.

E2.2 მაქსიმიზაცია

როგორც თავში 2 ვიხილეთ, პირველი რიგის პირობები მრავალცვლადიანი ფუნქციის შეუზღუდავი მაქსიმუმისთვის მოითხოვს ისეთი წერტილის პოვნას, რომელშიც კერძო წარმოებული 0-ის ტოლია. თუ ფუნქცია ამოზნექილია, ის ამ წერტილში მისი მხების ქვემოთ იქნება მოთავსებული და შესაბამისად, ეს წერტილია ჭეშმარიტი მაქსიმუმის წერტილი[3]. მაგალითად, რადგან ჯანმრთელობის მდგომარეობის ფუნქცია ამოზნექილია, პირველი რიგის პირობები მაქსიმუმისთვის საკმარისი პირობებია.

E2.3 შეზღუდული მაქსიმუმი

როცა x-ის მაქსიმიზაციის ან მინიმიზაციის ამოცანაში მოცემულია შეზღუდვები, ეს შეზღუდვები მეორე რიგის პირობების ჩამოყალიბებისას უნდა გავითვალისწინოთ. მატრიცული ალგებრის საშუალებით ამ პირობების ჩაწერა ძალიან კომპაქტურადაა შესაძლებელი. ამ მეთოდის მიხედვით, ჰესიანის მატრიცის სტრიქონები და სვეტები უნდა დავუმატოთ ფუნქციის მატრიცას, რომელიც გვექნებოდა შეზღუდვების გარეშე და შემდეგ შევამოწმოთ ამ გაფართოებული მატრიცის თვისებები. მაგალითად, გვსურს

$f(x_1, \ldots, x_n)$-ის

მაქსიმიზაცია

$$g(x_1, \ldots, x_n) = 0$$

შეზღუდვის პირობებში[4].

თავში 2 ვიხილეთ, რომ პირველი რიგის პირობა მაქსიმუმისთვის შემდეგი სახისაა:

$$f_i + \lambda g_i = 0.$$

სადაც λ არის ლაგრანჟის მამრავლი. მეორე რი-

3 ეს იქნება „ლოკალური" მაქსიმუმი, თუ ფუნქცია მხოლოდ მოცემულ შუალედშია ამოზნექილი და „გლობალური" მაქსიმუმი, თუ ფუნქცია ყველგან ამოზნექილია.

4 ამ შემთხვევაში განვიხილავთ მხოლოდ ერთი შეზღუდვის მაგალითს, რომლის განზოგადებაც შესაძლებელია მრავალი შეზღუდვისთვის, რაც რთულ აღნიშვნებთანაა დაკავშირებული. ვრცლად იხ. სიდსაეტერი, სტორმი და ბერკი (2000), გვ. 93.

გის პირობები გაფართოებული ჰესიანის საშუალებით ასე ჩაიწერება[5]:

$$\mathbf{H}_b = \begin{bmatrix} 0 & g_1 & g_2 & \cdots & g_n \\ g_1 & f_{11} & f_{12} & & f_{1n} \\ g_2 & f_{21} & f_{22} & & f_{2n} \\ \vdots & & & & \\ g_n & f_{n1} & f_{n2} & \cdots & f_{nn} \end{bmatrix}.$$

მაქსიმუმისთვის, $(-1)\mathbf{H}_b$ უნდა იყოს უარყოფითად განსაზღვრული და მისი ძირითადი მინორები უნდა იცვლებოდეს შემდეგნაირად: − + − + − და ა.შ. დაწყებული მეორე ასეთი მინორიდან[6].

მეორე რიგის პირობები მინიმუმისთვის მოითხოვენ, რომ $(-1)\mathbf{H}_b$ უნდა იყოს დადებითად განსაზღვრული, რაც ნიშნავს, რომ მინორები უნდა იყოს დადებითი (პირველის გარდა).

მაგალითი

შეზღუდვის პირობით ჯანმრთელობის მდგომარეობის ამოცანისთვის (მაგალითი 2.6) ლაგრანჟის გამოსახულებაა:

$$\mathcal{L} = -x_1^2 + 2x_1 - x_2^2 + 4x_2 + 5 + \lambda(1 - x_1 - x_2),$$

და გაფართოებული ჰესიანი იქნება:

$$H_b = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}.$$

მეორე ძირითადი მინორია:

$$H_{b2} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = -1,$$

მესამე კი არის:

$$H_{b3} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= 0 + 0 + 0 - (2) - 0 - (-2) = 4,$$

ასე რომ, ძირითადი მინორები აკმაყოფილებენ მათ ნიშნებზე დაწესებულ პირობას და $x_2 = 1$, $x_1 = 0$ ნამდვილად შეზღუდული მაქსიმუმის წერტილია.

მაგალითი

ღობის ოპტიმალურად შემოვლების ამოცანისთვის (მაგალითი 2.7), გაფართოებული ჰესიანი შემდეგია:

$$H_b = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

და $\mathbf{H}_{b2} = -4$, ხოლო $\mathbf{H}_{b3} = 8$.
ძირითადი მინორები ისევ აკმაყოფილებენ მაქსიმუმობისთვის ნიშნების მიმართ მოთხოვნას.

E2.4 ჯვაზი-ამოზნექილობა

თუ g არის წრფივი ფუნქცია, დანართში 2.3 მოცემული მეორე რიგის პირობები შეიძლება უკავშირდებოდეს იმ f ფუნქციის ფორმას, რომლის ოპტიმიზაციაც ხორციელდება. ამ შემთხვევაში შეზღუდვა შეიძლება შემდეგნაირად ჩაიწეროს:

$$g(x_1, \ldots, x_n) = c - b_1x_1 - b_2x_2 - \ldots - b_nx_n = 0,$$

და პირველი რიგის პირობები მაქსიმუმისთვის იქნება: $f_i = \lambda b_i$, $i = 1, \ldots n$.
ამ პირობების გამოყენებით, მარტივია გაფართოვებული ჰესიანის პოვნა და მოცემულ მატრიცას:

5 შევნიშნოთ, რომ თუ $g_{ij} = 0$, ნებისმიერი i-სა და j-სთვის, მაშინ $\mathbf{H}_b$ შეიძლება ჩაითვალოს განტოლებაში 2.50 მოცემულ ლაგრანჟის გამოსახულებასთან დაკავშირებული ჰესიანის მატრიცად, რომელიც $n+1$ ცვლადის ფუნქციაა: λ, x_1, x_n.

6 შევნიშნოთ, რომ $\mathbf{H}_b$-ს პირველი ძირითადი მინორი 0-ის ტოლია.

$$\mathbf{H}' = \begin{bmatrix} 0 & f_1 & f_2 & \cdots & f_n \\ f_1 & f_{11} & f_{12} & & f_{1n} \\ f_2 & f_{21} & f_{22} & & f_{2n} \\ f_n & f_{n1} & f_{n2} & \cdots & f_{nn} \end{bmatrix}$$

აქვს იგივე ძირითადი მინორები, გარდა პროპორციულობის მუდმივი რიცხისა (constant of proportionality).[7] წრფივი შეზღუდვით მოცემული პირობები რომ დაკმაყოფილდეს, $\mathbf{H}'$ უნდა ასრულებდეს ნიშნების მიმართ არსებულ პირობას, რომელიც $\mathbf{H}_b$-ზეა დაწესებული: $(-1)\mathbf{H}'$ უნდა იყოს უარყოფითად განსაზღვრული. f ფუნქცია, რომლისთვისაც ეს პირობა სრულდება, არის კვაზი-ამოზნექილი. როგორც ვნახავთ, f-ს აქვს თვისება, რომ x წერტილთა სიმრავლე, რომლისთვისაც $f(x) \geq c$ (სადაც c ნებისმიერი მუდმივი რიცხვია), არის ჩაზნექილი. ასეთი ფუნქციისთვის მაქსიმუმობის აუცილებელი პირობა საკმარისიც არის.

მაგალითი

ღობის ამოცანისთვის $f(x, y) = xy$ და $\mathbf{H}'$ მოცემულია შემდეგნაირად:

$$H' = \begin{bmatrix} 0 & y & x \\ y & 0 & 1 \\ x & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

აქედან,

$$\mathbf{H}'_2 = -y^2 < 0, \text{ და}$$
$$\mathbf{H}'_3 = 2xy > 0,$$

და ფუნქცია არის კვაზი-ამოზნექილი.[8]

მაგალითი

თუ f არის ორი ცვლადის ფუნქცია, კვაზი-ამოზნექილობისთვის უნდა შესრულდეს პირობა:

$$\mathbf{H}'_2 = -(f_1)^2 < 0, \text{ და}$$
$$\mathbf{H}'_3 = -f_{11}f_2^2 - f_{22}f_1^2 + 2f_1 f_2 f_{12}$$

რაც სწორედ განტოლებით 2.114 არის განსაზღვრული. შესაბამისად, ამ გზით მარტივად შეგვიძლია კვაზი-ამოზნექილობის განსაზღვრა.

ლიტერატურა

Simon, C. P., and L. Blume. *Mathematics for Economists*. New York: W.W. Norton, 1994.

Sydsaeter, R., A. Strom, and P. Berck. *Economists' Mathematical Manual*, 3rd ed. Berlin: Springer-Verlag, 2000.

7 ეს შეიძლება ვაჩვენოთ იმით, რომ მატრიცის სტრიქონების (ან სვეტების) გამრავლება მუდმივ რიცხვზე დეტერმინანტსაც იმავე მუდმივზე ამრავლებს.

8 რადგან $f(x, y) = xy$ არის კობ-დაგლასის ტიპის ფუნქცია, რომელიც არ არის ამოზნექილი, ეს გვიჩვენებს, რომ ყველა კვაზი-ამოზნექილი ფუნქცია ამოზნექილი არ არის. შევნიშნოთ, რომ მონოტონური ტრანსფორმაციით (მაგალითად, $f^{1/3}$) ფუნქცია შეიძლება ამოზნექილი გახდეს.

არჩევანი და მოთხოვნა

თ ა ვ ი 3 უპირატესობები და სარგებლიანობა
თ ა ვ ი 4 სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია და არჩევანი
თ ა ვ ი 5 შემოსავლისა და ჩანაცვლების ეფექტები
თ ა ვ ი 6 პროდუქტებს შორის მოთხოვნის დამოკიდებულება
თ ა ვ ი 7 გაურკვევლობა და ინფორმაცია
თ ა ვ ი 8 სტრატეგია და თამაშთა თეორია

სახელმძღვანელოს **მეორე ნაწილში** გამოვიკვლევთ არჩევანის ეკონომიკურ თეორიას. ამ გამოკვლევის ერთ-ერთი მიზანია განვავითაროთ მოთხოვნის ცნება, რათა ის მომავალში გამოვიყენოთ, როცა დავუბრუნდებით ბაზრის შესწავლას. ამ თავის ზოგადი მიზანია ეკონომიკის თეორიის დახმარებით ინდივიდების მიერ არჩევანის გაკეთების ფართო სპექტრით შესწავლა.

მეორე ნაწილი იწყება ინდივიდუალური უპირატესობების მოდელის აღწერით, რომელიც ჩვეულებრივ ეყრდნობა სარგებლიანობის ცნებას. **თავში 3** აღწერილია, თუ როგორ გამოსახავენ ეკონომისტები სარგებლიანობას მათემატიკის საშუალებით. ეს მოითხოვს „განურჩევლობის მრუდების" შემოღებას, რაც მოიცავს იმ უამრავ გაცვლას, რასაც ინდივიდები ახორციელებენ საკუთარი სურვილით.

არჩევანის თეორიის წარმოდგენის მიზნით სარგებლიანობის კონცეფცია განიხილება **თავში 4**. ამ თავის ფუნდამენტური ჰიპოთეზაა ის, რომ შეზღუდული შემოსავლების მქონე ინდივიდები არჩევანს აკეთებენ მაქსიმალური სარგებლიანობის მისაღებად. **თავი 4** ეყრდნობა მათემატიკურ და ინტუიციურ ანალიზს იმ შეხედულების მისათითებლად, რომელსაც ეს ჰიპოთეზა გვთავაზობს ეკონომიკური ქცევის შესახებ.

თავში 5 და 6 გამოყენებულია სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის მოდელი იმის გამოსაკვლევად, თუ როგორ პასუხობენ ინდივიდები გარემოში მიმდინარე ცვლილებებს. **თავი 5** ყურადღებას ამახვილებს იმაზე, თუ როგორ რეაგირებენ ინდივიდები პროდუქტის ფასების ცვლილებაზე. ანალიზზე, რომელსაც პირდაპირ მივყავართ მოთხოვნის მრუდის ცნებამდე. ამ ანალიზს **თავი 6** იყენებს სხვადასხვა პროდუქტს შორის მოთხოვნის დამოკიდებულების გასაგებად.

ამ ნაწილის ბოლო ორი თავი ინდივიდების ქცევას აკვირდება გაურკვევლობის სიტუაციაში. **თავში 7** ჩვენ აღვწერთ, თუ რატომ არ უყვართ ადამიანებს რისკი და რატომ არიან ისინი მზად გადაიხადონ თანხა საიმისოდ, რომ თავიდან აიცილონ ის. **თავი 8** აღწერს იმ გაურკვევლობას, როცა ორი და მეტი ადამიანი აღმოჩნდება „თამაშის" სიტუაციაში, სადაც მათ უნდა განახორციელონ სტრატეგიული არჩევანი. წონასწორობის ცნება, რომელსაც აქ განვავითარებთ, ფართოდ გამოიყენება ეკონომისტების მიერ.



3

უპირატესობები და სარგებლიანობა

ამ თავში ვახასიათებთ იმ გზას, რითაც ეკონომისტები აღწერენ ინდივიდების უპირატესობებს. ჩვენ დავიწყებთ მოკლე დისკუსიით „უპირატესობების დამოკიდებულების“ შესახებ, მაგრამ სწრაფად გადავალთ ეკონომისტების იმ მთავარ მეთოდზე, რითაც შეისწავლება ინდივიდუალური არჩევანი – სარგებლიანობის ფუნქციაზე. განვიხილავთ ამ ფუნქციის რამდენიმე ძირითად მახასიათებელს და კონკრეტული სარგებლიანობის ფუნქციების რამდენიმე მარტივ მაგალითს, რომლებსაც შევხვდებით ამ სახელმძღვანელოში.

რაციონალური არჩევანის აქსიომები

ინდივიდების არჩევანის ანალიზის დაწყების ერთ-ერთი გზაა იმ ძირითადი პოსტულატების ან აქსიომების ჩამოთვლა, რაც ახასიათებს „რაციონალურ“ ქცევას. ის იწყება „უპირატესობის“ კონცეფციით. ინდივიდი, რომელიც ამბობს, რომ მისთვის A უპირატესია B-ზე, ნიშნავს, რომ ყველაფერი რაც უკავშირდება A-ს მისთვის უმჯობესია, ვიდრე B სიტუაცია. იგულისხმება, რომ უპირატესობების დამოკიდებულებას უნდა ქონდეს სამი ძირითადი თვისება:

I. *სისავსე.* თუ A და B არის რამე ორი სიტუაცია, ინდივიდს ყოველთვის უნდა შეეძლოს ზუსტად განსაზღვროს შემდეგი სამი შესაძლებლობიდან რომელიმე:
   1. A უმჯობესია B-ზე;
   2. B უმჯობესია A-ზე;
   3. A და B ექვივალენტურია.

   აღნიშნულიდან გამომდინარე, შეიძლება დავასკვნათ, რომ საჭიროების შემთხვევაში ადამიანები არ იქნებიან მერყეენი. მათ ყოველთვის ექნებათ თავისი მყარი შეხედულება ორ ალტერნატივას შორის. დაშვება ასევე გამორიცხავს იმას, რომ ინდივიდს შეუძლია ერთდროულად აღნიშნოს, რომ „A უმჯობესია B-ზე“ და „B უმჯობესია A-ზე“.

II. *ტრანზიტულობა.* თუ ინდივიდი ამბობს, რომ „A უმჯობესია B-ზე“ და „B უმჯობესია C-ზე“, მაშინ მას ასევე უნდა შეეძლოს თქვას, რომ „A უმჯობესია C-ზე“.

   ეს დაშვება ამტკიცებს, რომ ინდივიდის არჩევანი შინაარსობრივად არაწინააღმდეგობრივია. ასეთი დაშვებები შეიძლება გახდეს ემპირიული კვლევის ობიექტი. საზოგადოდ, ასეთი კვლევები მიდიან იმ დასკვნამდე, რომ

ადამიანთა არჩევანი ტრანზიტულია, მაგრამ ისინი შეიძლება შეიცვალოს, თუ ინდივიდს არჩევანის შესაძლო შედეგები ბოლომდე გააზრებული არ აქვს. აღნიშნულის გამო, შემდგომში, უმეტესად ვიგულისხმებთ, რომ არჩევანი სრულად ინფორმირებულია (იხ. მსჯელობა გაურკვევლობის შესახებ თავში 7 და სხვაგანაც). ტრანზიტულობის თვისება მისაღები დაშვებაა უპირატესობების შესახებ.

III. *უწყვეტობა.* თუ ინდივიდი ამბობს, რომ „A უმჯობესია B-ზე", მაშინ სიტუაცია, რომელიც ახლოსაა A-სთან, ასევე უმჯობესი უნდა იყოს B-ზე.
ეს უფრო მეტად ტექნიკური დაშვების მოთხოვნაა, როცა ჩვენ გვსურს გავაანალიზოთ ინდივიდთა საპასუხო ქცევა ფასებსა და შემოსავალში მცირე ცვლილებებზე. ამ დაშვების მიზანია გამორიცხოს გარკვეული სახის წყვეტილობა, დანა-სამართებლის უპირატესობები, რომლებიც პრობლემურია არჩევანის თეორიის მათემატიკურად შესასწავლად. უწყვეტობის დაშვება არ მოიცავს რეალურ სამყაროში მნიშვნელოვანი მოქმედებების ხელიდან გაშვების რისკს.

სარგებლიანობა

სისავსის, ტრანზიტულობისა და უწყვეტობის შესახებ ზემოაღწერილი დაშვებების გათვალისწინებით შესაძლებელია იმის ჩვენება, რომ ინდივიდებს ძალუძთ მოახდინონ ყველა შესაძლო სიტუაციის რანჟირება ნაკლებად სასურველიდან ყველაზე მეტად სასურველამდე[1]. მე-19 საუკუნეში პოლიტიკური თეორიის წარმომადგენლის ჯერემი ბენთამის მიერ შემოღებული ტერმინოლოგიის შესაბამისად, ეკონომისტები ამ რანჟირებას უწოდებენ სარგებლიანობას[2]. ჩვენ დავეყრდნობით რა ბენთამის მოსაზრებებს, ასევე მივიღებთ, რომ უფრო მეტად მისაღები სიტუაციები მეტ სარგებლიანობას გვანიჭებენ, ხოლო ნაკლებადმისაღები – ნაკლებს. ამგვარად, თუ ინდივიდისთვის A უპირატესია B-ზე, ჩვენ შეგვიძლია ვთქვათ, რომ A-სთვის მინიჭებული სარგებლიანობა $U(A)$ აჭარბებს იმ სარგებლიანობას, რაც აქვს მინიჭებული B-ს, $U(B)$.

სარგებლიანობის საზომის არაუნიკალურობა

ჩვენ შეგვიძლია მივანიჭოთ რიცხვითი მნიშვნელობები ამ სარგებლიანობათა რანჟირებას. ამის გამო, ეს რიცხვები არ იქნება უნიკალური, ერთადერთი. რიცხვების ნებისმიერი ნაკრები, შეიძლება მინიჭებული იქნეს იმ პირობით, რომ ისინი ზუსტად ასახავენ უპირატესობებს. არ აქვს მნიშვნელობა თუ ვიტყვით, რომ: $U(A) = 5$ და $U(B) = 4$ ან $U(A) = 1{,}000{,}000$ და $U(B) = 0.5$. ორივე შემთხვევაში მინიჭებულ რიცხობრივ

1 აღნიშნული შესაძლებლობები და უპირატესობები სარგებლიანობის ფუნქციის გამოყენებით დეტალურად აღწერილია: Andreu Mas-Colell, Michael D. Whinston, and Jerry R. Green, Microeconomic Theory (New York: Oxford University Press, 1995).

2 J. Bentham, Introduction to the Principles of Morals and Legislation (London: Hafner, 1848).

მნიშვნელობებზე დაყრდნობით შეგვიძლია აღვნიშნოთ, რომ A უმჯობესია B-ზე. ტექნიკურ ტერმინებში სარგებლიანობის ცნება განისაზღვრება რიგითობის შენარჩუნების („მონოტონური") ტრანსფორმაციით[3]. რიცხვების ნებისმიერი სიმრავლე, რომლებიც ზუსტად ასახავენ ინდივიდის უპირატესობებს, ასევე მიანიჭებენ მას რიგითობასაც. აღნიშნულიდან გამომდინარე, აზრს კარგავს შეკითხვა: „რამდენადაა A უმჯობესი B-ზე?", ვინაიდან ამ შეკითხვას არ აქვს ერთადერთი პასუხი. გამოკვლევები, რომლებიც ინდივიდებს თხოვენ, თავისი პასუხები შეკითხვაზე, თუ რამდენად ბედნიერები არიან, მოაქცინონ 1-დან 10-მდე სკალაში, იმავე მიზეზით ასევე იოლად გამოიყენებენ რიცხვებს 7-დან, 1,000,000-მდე. ამ დაშვებით, ჩვენ ვიმედოვნებთ, რომ თუ ინდივიდი აღნიშნულ შეკითხვას ერთ დღეს შეაფასებს „6"-ით, ხოლო მეორე დღეს კი „7-ით", შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ის ნამდვილად უფრო ბედნიერი იყო მეორე დღეს. სარგებლიანობის რანჟირება არის რესტორნების ან ფილმების რანჟირების მსგავსი, როცა საამისოდ გამოიყენება ერთი, ორი, სამი ან ოთხი ვარსკვლავი. ისინი პროდუქტების ნაკრებს უბრალოდ ანიჭებენ შედარებით სასურველობას.

სარგებლიანობისთვის რიცხვების მინიჭება ასევე გულისხმობს, რომ შეუძლებელია სხვადასხვა ინდივიდების სარგებლიანობების შედარება. თუ ერთი ინდივიდი ამბობს, რომ მისთვის ხორციან სადილს შეესაბამება „5" სარგებლიანობა და მეორე პირი, ამავე სადილზე იტყვის, რომ მისთვის სარგებლიანობა „100"-ის ტოლია. ჩვენ არ შეგვიძლია ვთქვათ, თუ რომლის შეფასებაა უკეთესი, ვინაიდან დასაშვებია, რომ მათი შეფასების სკალები ძალიან განსხვავდებოდეს ერთმანეთისგან. ანალოგიურად, ჩვენ არ გვაქვს იმის საზომი, თუ A სიტუაციიდან B-ზე გადასვლა, რამდენად უზრუნველყოფს მეტ სარგებლიანობას ერთი ადამიანისთვის, ვიდრე სხვისთვის. აღნიშნულის მიუხედავად, როგორც დავინახავთ, ეკონომისტებს შეუძლიათ საკმაოდ ბევრი ისაუბრონ სარგებლიანობის რანჟირების შესახებ, ინდივიდების ქცევის შესწავლით.

დაშვება „სხვა თანაბარ პირობებში" (Ceteris Paribus)

იმის გამო, რომ სარგებლიანობა ეხება ზოგად კმაყოფილებას, ასეთი საზომი სხვადასხვა ფაქტორის ზეგავლენის ქვეშაა. პიროვნების სარგებლიანობა არ არის დამოკიდებული მის მიერ მოხმარებულ მატერიალურ დოვლათზე, არამედ, იგი განისაზღვრება ფსიქოლოგიური შეხედულებებით, ჯგუფის წევრების ზეწოლით, პირადი გამოცდილებით და საერთო კულტურული გარემოთი. მიუხედავად იმისა, რომ ეკონომისტებს არ აინტერესებთ შეისწავლონ ასეთი გავლენები, ფოკუსის დავიწროვება ნამდვილად აუცილებელია. შედეგად, მიღებული პრაქტიკაა ის, რომ ყურადღება გავამახვილოთ არჩევანზე რაოდენობრივ პარამეტრებს შორის (მაგალითად, საკვების

3 ეს იდეა შეგვიძლია მათემატიკურად აღვწეროთ სარგებლიანობის რიცხობრივი რანჟირებით (U) შეიძლება გარდაიქმნას რიცხვების სხვა მნიშვნელობებად F ფუნქციის საშუალებით, იმ პირობით რომ $F(U)$ რიგითობა შენარჩუნებულია. ეს გარანტირებული იქნება თუ $F'(U) > 0$. მაგალითად, $F(U) = U^2$ ინარჩუნებს რიგითობას, როგორც ტრანსფორმაცია $F(U) = \ln U$. ტექსტში რამდენიმე ადგილზე და პრობლემების განხილვისას, ჩვენთვის მოსახერხებელი იქნება მსგავსი გარდაქმნების გამოყენება სარგებლიანობის რიგითობის ანალიზის გასამარტივებლად.

რაოდენობა, კვირაში ნამუშევარი საათების რაოდენობა და სხვ.) იმ პირობით, რომ ინდივიდის ქცევაზე მოქმედი სხვა მოვლენები მუდმივია. დაშვება „სხვა თანაბარ პირობებში“ არის სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის არჩევანის ყველა ეკონომიკურ ანალიზში, რათა სხვადასხვა არჩევანის ანალიზი გამარტივებული დაშვების პირობებში მართვადი გახდეს.

პროდუქტების მოხმარებიდან მიღებული სარგებლიანობა

„სხვა თანაბარ პირობებში“ დაშვების მნიშვნელოვანი მაგალითია ინდივიდის პრობლემა, გააკეთოს არჩევანი დროის მოცემულ პერიოდში n რაოდენობის (x_1, x_2, ..., x_n) სამომხმარებლო პროდუქტებს შორის. ამ პროდუქტების რანჟირება ინდივიდისთვის შეგვიძლია გამოვსახოთ სარგებლიანობის შემდეგი ფუნქციით

$$\textbf{სარგებლიანობა} = U(x_1, x_2, ..., x_n; \textbf{სხვა საგნები}), \qquad \textbf{(3.1)}$$

სადაც x აღნიშნავს პროდუქტის რაოდენობას, რაც შეიძლება არჩეული იქნეს; „სხვა საგნების“ აღნიშვნა შემოგვაქვს, როგორც იმის შეხსენება, რომ ინდივიდუალური კეთილდღეობა ანალიზის დროს რჩება მუდმივი.

საკმაოდ ხშირად უფრო მარტივია ტოლობა 3.1 გადავწეროთ როგორც

$$\textbf{სარგებლიანობა} = U(x_1, x_2, ..., x_n) \qquad \textbf{(3.2)}$$

ან, თუ მხოლოდ ორი პროდუქტი იქნება განხილული, მაშინ

$$\textbf{სარგებლიანობა} = U(x, y). \qquad \textbf{(3.2')}$$

ნათელია, რომ ყველაფერი (რაც ანალიზის მიღმაა) რჩება მუდმივი იმ პროდუქტების გარდა, რასაც ეხება სარგებლიანობის ფუნქცია. ძალიან დამღლელი იქნება ანალიზის ყოველ ეტაპზე იმის შეხსენება, თუ რა იქნება მუდმივი ანალიზში, მაგრამ ის კი აუცილებლად უნდა გვახსოვდეს, რომ დაშვება „სხვა თანაბარ პირობებში“, რაღაც ფორმით ყოველთვის იმოქმედებს.

სარგებლიანობის ფუნქციის არგუმენტები

სარგებლიანობის ფუნქციის ცნება გამოიყენება იმის ასახსნელად, თუ როგორ ახდენს ინდივიდი იმ არგუმენტების რანჟირებას, რომელიც უნდა გავითვალისწინოთ არჩევანის განხორციელებისას. ყველაზე გავრცელებულ შემთხვევებში, გამოვიყენებთ სარგებლიანობის ფუნქციას, რომელიც მოცემულია ტოლობით 3.2. ის გვიჩვენებს, თუ როგორ ახდენს ინდივიდი პროდუქტების რაიმე ნაკრების რანჟირებას,

რომელიც შეძენილი იქნება დროის გარკვეულ პერიოდში. ცალკეულ შემთხვევაში სარგებლიანობის ფუნქციაში გამოვიყენებთ სხვა არგუმენტებს იმისთვის, რომ ავხსნათ გარკვეული საწყისი შეთანხმებები. მაგალითად, შესაძლებელია სასარგებლო იყოს ვისაუბროთ იმ სარგებლიანობაზე, რასაც ინდივიდი იღებს თავისი უძრავი ქონებიდან (W). აღნიშნულის გამო, ჩვენ ვისარგებლებთ შემდეგი გამოსახულებით

$$\textbf{სარგებლიანობა} = U(W). \qquad \textbf{(3.3)}$$

თუ ინდივიდი ძალიან უცნაურია, სიმდიდრემ შეიძლება არც კი მიანიჭოს პირდაპირი სარგებლიანობა. სარგებლიანობას ინდივიდი იღებს მაშინ, როცა ეს სიმდიდრე იხარჯება სამომხმარებლო პროდუქტებზე. ამის გამო, ტოლობა 3.3 გასათვალისწინებელია მაშინ, როცა სიმდიდრისგან მიიღება მაქსიმალური სარგებლიანობა.

სარგებლიანობის ფუნქციის ორი სხვა არგუმენტი გამოყენებული იქნება მომდევნო თავებში. თავში 16 ჩვენ დავინტერესდებით ინდივიდის არჩევანით შრომასა და დასვენებას შორის და შედეგად, სარგებლიანობის ფუნქციაში გავითვალისწინებთ დასვენებას, რისთვისაც გამოვიყენებთ შემდეგ ფუნქციას

$$\textbf{სარგებლიანობა} = U(c, h), \qquad \textbf{(3.4)}$$

სადაც c აღნიშნავს მოხმარებას, ხოლო h - დასვენების საათებს დროის გარკვეულ პერიოდში.

თავში 17 დავინტერესდებით დროის სხვადასხვა პერიოდში ინდივიდის გადაწყვეტილებით შემოსავლის ხარჯვის შესახებ. ასეთ შემთხვევაში გამოვიყენებთ შემდეგი სახის სარგებლიანობის ფუნქციას

$$\textbf{სარგებლიანობა} = U(c_1, c_2), \qquad \textbf{(3.5)}$$

სადაც c_1 არის მიმდინარე პერიოდის მოხმარება (მიმდინარე მოხმარება) და c_2 – სამომავალო მოხმარება. სარგებლიანობის ფუნქციაში არგუმენტების ცვლილებით საშუალება გვეძლევა ყურადღება გავამახვილოთ ინდივიდის არჩევანის კონკრეტულ ასპექტებზე გამარტივებული დაშვებების ფართო სპექტრით.

ამგვარად, ინდივიდის ქცევის შესწავლას ვიწყებთ შემდეგი განსაზღვრებით.

სარგებლიანობა. იგულისხმება რომ, ინდივიდების უპირატესობები აღიწერება შემდეგი სახის სარგებლიანობის ფუნქციით | **განსაზღვრება**

$$U(x_1, x_2, ..., x_n), \qquad \textbf{(3.6)}$$

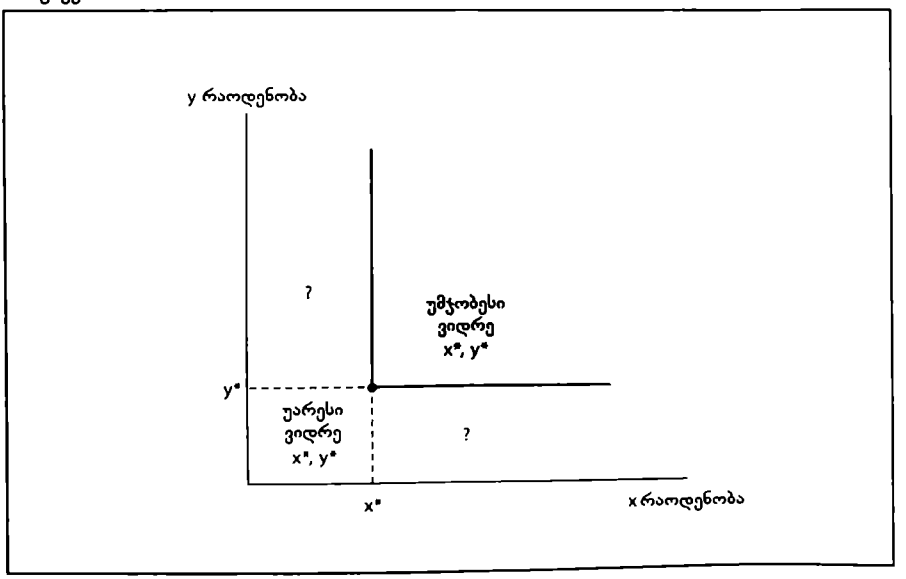
სადაც, $x_1, x_2, ..., x_n$ არის თითოეულის რაოდენობა n პროდუქტებს შორის, რაც შეიძლება მოხმარებული იქნეს გარკვეული პერიოდის მანძილზე.

ეკონომიკური პროდუქტი

ამ განსაზღვრებით ცვლადები მოცემულია პროდუქტების სახით. ეს ნიშნავს, რომ იმის მიუხედავად, თუ რა რაოდენობითაა ისინი წარმოდგენილი, მივიჩნევთ, რომ რაიმე პერიოდში ნებისმიერი x_i-თვის, უმჯობესია იყოს მეტი, ვიდრე ცოტა. ვგულისხმობთ, რომ ეს ჭეშმარიტია ყველა პროდუქტისთვის, იქნება ეს ჰამბურგერი, სიმდიდრე თუ დასვენება. ეს პირობა აღწერილია სარგებლიანობის ორპროდუქტიანი ფუნქციისთვის ნახაზზე 3.1, სადაც გამუქებულ არეზე არსებული ყველა სამომხმარებლო ნაკრები უმჯობესია ვიდრე ნაკრები x^*, y^*, ვინაიდან ისინი მოიცავენ მინიმუმ ერთი ერთეულით მეტ პროდუქტს მაინც, ვიდრე x^*, y^*. აღნიშნულიდან გამომდინარე, გამუქებულ არეზე არსებული ნებისმიერი ნაკრები მეტი სარგებლიანობის მატარებელია, ვიდრე x^*, y^* ნაკრები. ანალოგიურად, ნახაზზე 3.1 მონიშნული არე, როგორც „უარესი", აერთიანებს იმ კალათებს, რომლებიც მინიმუმ ერთი პროდუქტით მაინც ნაკლებ რაოდენობას მოიცავს, ვიდრე კალათა x^*, y^*. ნახაზზე 3.1 კითხვის ნიშნებით აღნიშნულ არეებზე არსებული კალათების შედარება x^*, y^*-თან რთულია, ვინაიდან ისინი რომელიმე

ნახაზი 3.1 პროდუქტი უმჯობესია მეტი, ვიდრე ცოტა

გამუქებული არე მოიცავს x და y იმ კომბინაციებს, რომლებიც ცალსახად უმჯობესია x^*, y^*-ზე. სხვა თანაბარ პირობებში, ინდივიდები ირჩევენ მეტს, ვიდრე ცოტას.
„?"-თი აღნიშნული არეები მოიცავენ არაერთგვაროვან ცვლილებებს კეთილდღეობაში, ვინაიდან ისინი, რომელიმე პროდუქტის მეტ და მეორე პროდუქტის ნაკლებ რაოდენობას მოიცავენ.



პროდუქტის მეტ და მეორე პროდუქტის ნაკლებ რაოდენობას შეიცავენ. ამ არეებზე მოძრაობა ითვალისწინებს კომპრომისს ორ პროდუქტს შორის.

ვაჭრობა და ჩანაცვლება

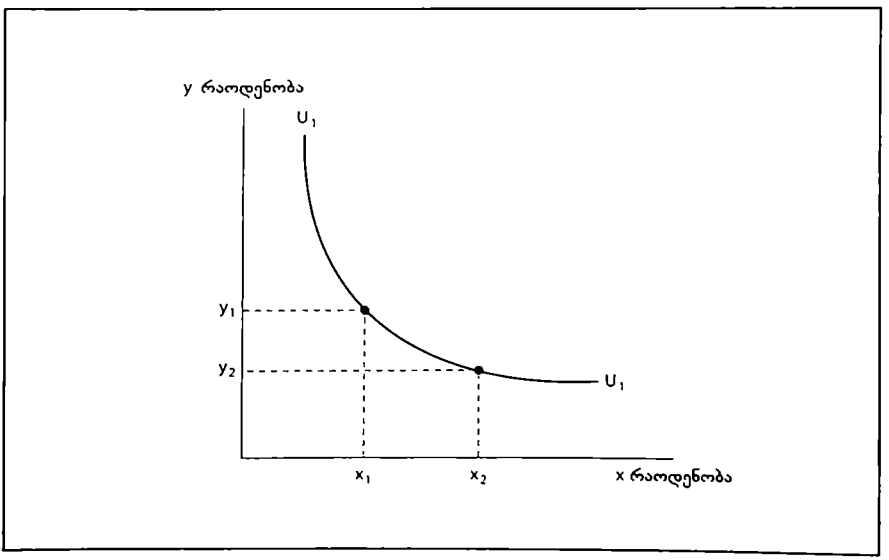
ეკონომიკური საქმიანობის უმეტესობა მოიცავს ინდივიდებს შორის თავისუფალ ვაჭრობას. როცა ვინმე იძენს პურს, ის თავისუფლად ცვლის ერთ ნივთს (ფულს) რაიმე სხვაში (პურში), რასაც მისთვის უფრო მეტი ღირებულება გააჩნია. ამგვარი თავისუფალი გაცვლის შესასწავლად, გვესაჭიროება შევქმნათ აპარატი, რისი საშუალებითაც ვაჭრობას წარმოვადგენთ სარგებლიანობის ფუნქციის კონტექსტში.

განაწილების მიზნები და ჩანაცვლების ზღვრული ნორმა

ზემოაღწერილი თავისუფალი გაცვლის ასახსნელად ვისარგებლებთ განურჩევლობის მრუდებით. ნახაზზე 3.2 მოცემული U_1 მრუდი ასახავს x და y პროდუქტის ყველა იმ

ნახაზი 3.2 განურჩევლობის ერთი მრუდი

განურჩევლობის მრუდი U_1 ასახავს x და y პროდუქტის ყველა იმ კომბინაციას, რომლითაც ინდივიდი იღებს თანაბარ სარგებლიანობას. ამ მრუდის დახრილობა გვიჩვენებს იმ ნორმას, რომლითაც ინდივიდი მზადაა y გაცვალოს x-ში და ქონდეს საწყისი სარგებლიანობა. ამ დახრილობას ეწოდება ჩანაცვლების ზღვრული ნორმა. ნახაზზე გამოსახულია ჩანაცვლების ზღვრული ნორმის კლებადობა.



კომბინაციას, რომლებიც ინდივიდისთვის ერთნაირად კარგია (უნდა გვახსოვდეს, რომ სარგებლიანობის ფუნქციის ყველა სხვა არგუმენტი მუდმივია). ეს ინდივიდი თანაბრად კმაყოფილია იმის მიუხედავად, თუ x და y რომელი კომბინაციით ისარგებლებს x_1, y_1 თუ x_2, y_2. მრუდს, რომელიც ასახავს ყველა იმ სამომხმარებლო ნაკრებს, რომლებსაც ინდივიდი თანაბრად აფასებს ეწოდება განურჩევლობის მრუდი.

განსაზღვრება

განურჩევლობის მრუდი. განურჩევლობის მრუდი (ან მრავალ განზომილებაში, განურჩევლობის ზედაპირი) გვიჩვენებს სამომხმარებლო ნაკრებთა სიმრავლეს, რომლებიც ინდივიდისთვის განურჩეველია. ეს ნაკრებები უზრუნველყოფენ სარგებლიანობის თანაბარ დონეს.

ნახაზზე 3.2 განურჩევლობის მრუდის დახრილობა უარყოფითია. იგი გვიჩვენებს, რომ თუ ინდივიდი იძულებულია დათმოს რამდენიმე y, ის კომპენსირებული უნდა იყოს დამატებითი x-ით, რომ დარჩეს გულგრილი პროდუქტების ამ ორი ნაკრების მიმართ. მრუდი აგებულია ისე, რომ დახრილობა იზრდება, როცა x იზრდება (დახრილობის მნიშვნელობა იწყება მინუს უსასრულობიდან და იზრდება ნულამდე). ესაა იმ ვარაუდის გრაფიკული გამოსახვა, რომ ინდივიდების მზაობა, y გაცვალონ x-ში თანდათან მცირდება. მათემატიკურ ტერმინებში, ამ დახრილობის აბსოლუტური მნიშვნელობა მცირდება, როცა x იზრდება. შედეგად, ჩვენ გვაქვს შემდეგი განსაზღვრება:

განსაზღვრება

ჩანაცვლების ზღვრული ნორმა. განურჩევლობის მრუდის (U_1) უარყოფით დახრილობას რომელიმე წერტილში ეწოდება ჩანაცვლების ზღვრული ნორმა (MRS) ამ წერტილში, ე.ი.

$$MRS = -\left.\frac{dy}{dx}\right|_{U=U_1}, \qquad \textbf{(3.7)}$$

სადაც მისი მნიშვნელობა განისაზღვრება U_1 განურჩევლობის მრუდის გასწვრივ.

U_1 განურჩევლობის მრუდის დახრილობა და MRS გვამცნობენ იმის შესახებ, თუ როგორ ახდენს ინდივიდი თავისუფალ გაცვლას. ისეთ წერტილში, როგორიცაა x_1, y_1 ინდივიდს აქვს საკმაოდ ბევრი y და სურს გაცვალოს ის ერთ დამატებით x-ში. განურჩევლობის მრუდი x_1, y_1 წერტილში უფრო მეტადაა მომრგვალებული. ეს ის სიტუაციაა, როცა ინდივიდი ამბობს, რომ სურს მეტი ჰამბურგერი (y) და ცოტაოდენი სასმელი (x). ეს ადამიანი სიმოვნებით იტყოდა უარს რამდენიმე ბურგერზე (ვთქვათ 5), რომ დაეკმაყოფილებინა წყურვილის გრძნობა ერთით მეტი სასმელით.

მეორე მხრივ, x_2, y_2 წერტილში განურჩევლობის მრუდი უფრო გაშლილია. აქ ამ ინდივიდს აქვს საკმაოდ ცოტა სასმელი და დამატებითი ერთეულისთვის სურს ნაკლებ

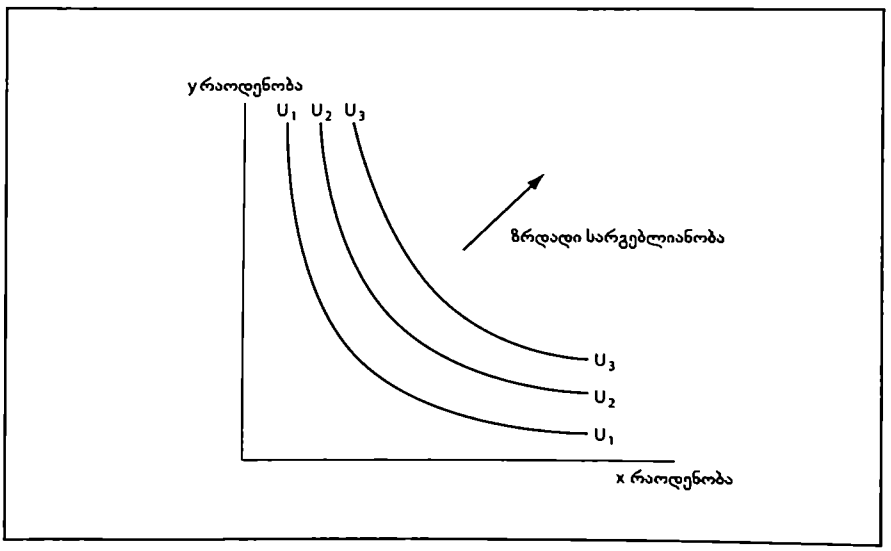
ბურგერზე თქვას უარი (ვთქვათ 1). აქედან გამომდინარე, MRS მცირდება x_1, y_1-სა და x_2, y_2-ს შორის. U_1 განურჩევლობის მრუდის დახრილობის ცვლილება გვიჩვენებს იმ თავისებურებებს, თუ როგორ ზემოქმედებს სამომხმარებლო ნაკრების მოხმარება ინდივიდის თავისუფალ ვაჭრობაზე.

განურჩევლობის მრუდების რაკა

ნახაზზე 3.2 განურჩევლობის მხოლოდ ერთი მრუდი იყო მოცემული. x, y-ის კვადრატში შესაძლებელია მრავალი ასეთი მრუდის დალაგება, რომელთაგან თითოეული იქნება განსხვავებული სარგებლიანობის მატარებელი. ვინაიდან, პროდუქტების ყოველი ნაკრები შეიძლება შეფასდეს და ქონდეს სარგებლიანობის რაღაც დონე, ნახაზზე 3.2 არსებულ ყველა წერტილზე შეიძლება გავავლოთ განურჩევლობის მრუდი. განურჩევლობის მრუდები კონტურული წრფეების ანალოგიურია და წარმოადგენენ ერთი და იმავე სარგებლიანობის მქონე წრფეებს. ნახაზზე 3.3 მოცემულია განურჩევლობის რამდენიმე მრუდი. გასათვალისწინებელია, რომ განურჩევლობის მრუდების რაოდენობა უსასრულოა. ამ მრუდების საშუალებით წარმოდგენილი

ნახაზი 3.3 x – y სიბრტყეზე შესაძლებელია უსასრულოდ მრავალი განურჩევლობის მრუდის აგება

x – y სიბრტყეზე შესაძლებელია უსასრულოდ მრავალი განურჩევლობის მრუდის გავლება. თითოეული მრუდი შეიცავს *x* და *y*-ის კომბინაციას, საიდანაც ინდივიდი იღებს სარგებლიანობის კონკრეტულ დონეს. ჩრდილო-აღმოსავლეთის მიმართულებით მოძრაობისას მიიღწევა მეტი კმაყოფილება.



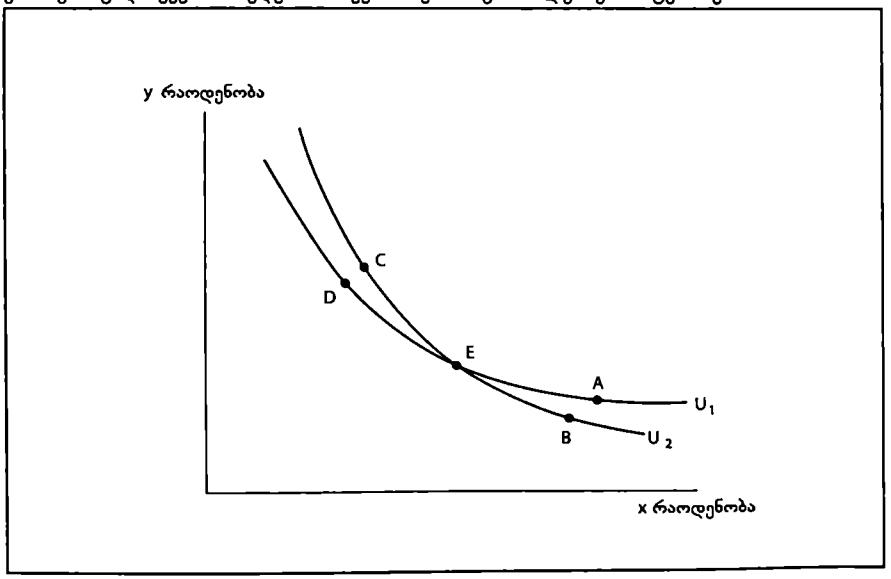
სარგებლიანობის დონე იზრდება ჩრდილო-აღმოსავლეთის მიმართულებით. U_1 მრუდის სარგებლიანობა ნაკლებია, ვიდრე U_2 მრუდის, ხოლო ამ უკანასკნელის სარგებლიანობა ნაკლებია U_3-ით გამოსახულ სარგებლიანობაზე. ეს იმის გამოა, რომ მოქმედებს ნახაზზე 3.1 ასახული დაშვება „უმჯობესია მეტი, ვიდრე ცოტა“. ვინაიდან არ არსებობს სარგებლიანობის გაზომვის ერთადერთი, უნიკალური გზა, ამიტომ მრუდები მხოლოდ იმას გვიჩვენებენ, რომ U_3 მრუდით გამოსახული კომბინაციები უმჯობესია U_2-ით გამოსახულზე, და ისინი კი უპირატესია U_1 მრუდზე არსებულ ვარიანტებთან შედარებით.

განურჩევლობის მრუდები და ტრანზიტულობა

მაგალითის გამოყენებით გვსურს განვიხილოთ დამოკიდებულება უპირატესობის სისავსესა და სარგებლიანობის ფუნქციით გამოსახულ უპირატესობებს შორის. განვიხილავთ შემდეგ საკითხს: შესაძლებელია თუ არა, რომ ინდივიდის განურჩევლობის ორი მრუდი გადაიკვეთოს? ასეთი მრუდები ნაჩვენებია ნახაზზე 3.4. გვსურს გავიგოთ ირღვევა თუ არა ფუნდამენტური აქსიომა რაციონალობის შესახებ. რუკის

ნახაზი 3.4 განურჩევლობის ურთიერთგადამკვეთი მრუდები და შეუსაბამო უპირატესობები

კომბინაციები A და D მდებარეობს განურჩევლობის ერთიდაიმავე მრუდზე და ისინი თანაბრად სასურველნი არიან ინდივიდისთვის. მაგრამ ტრანზიტულობის აქსიომის გამოყენებით შესაძლებელია ვაჩვენოთ, რომ A უმჯობესია D-ზე. ამგვარად, განურჩევლობის ურთიერთგადამკვეთი მრუდები არ შეესაბამება რაციონალურ უპირატესობებს.



გამოყენებით შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ რაღაც არასწორია E წერტილში. მოცემულ ერთ წერტილზე სხვადასხვა U_1 და U_2 „სიმაღლის“ შესაბამისი ორი რიცხვი ერთმანეთის ტოლია. ვერასოდეს ვიპოვით ისეთ წერტილს ზღვის დონიდან, რომ ერთიდაიმავე დროს 100 და 200 ფუტის სიმაღლეზე იყოს.

გავაანალიზოთ სამომხმარებლო ნაკრებები, რომლებიც შეესაბამება A, B, C და D წერტილებს. „უმჯობესია მეტი, ვიდრე ცოტა“ დაშვების საფუძველზე შეგვიძლია აღვნიშნოთ, რომ A უმჯობესია B-ზე და C უმჯობესია D-ზე. მაგრამ ინდივიდი თანაბრად კმაყოფილია B და C-თი (ისინი ერთ განურჩეველობის მრუდზე მდებარეობენ). ამგვარად, ტრანზიტულობის აქსიომაზე დაყრდნობით შეგვიძლია ვიგულისხმოთ, რომ A უმჯობესია D-ზე. მაგრამ ეს არ იქნება სწორი, ვინაიდან A და D მდებარეობენ განურჩევლობის ერთიდაიმავე მრუდზე და განსაზღვრების თანახმად ისინი თანაბრად სასურველნი არიან ინდივიდისთვის. აღნიშნულის გამო, განურჩევლობის მრუდები ყოველთვის ისე უნდა ავაგოთ, როგორც ისინი ნაჩვენებია ნახაზზე 3.3.

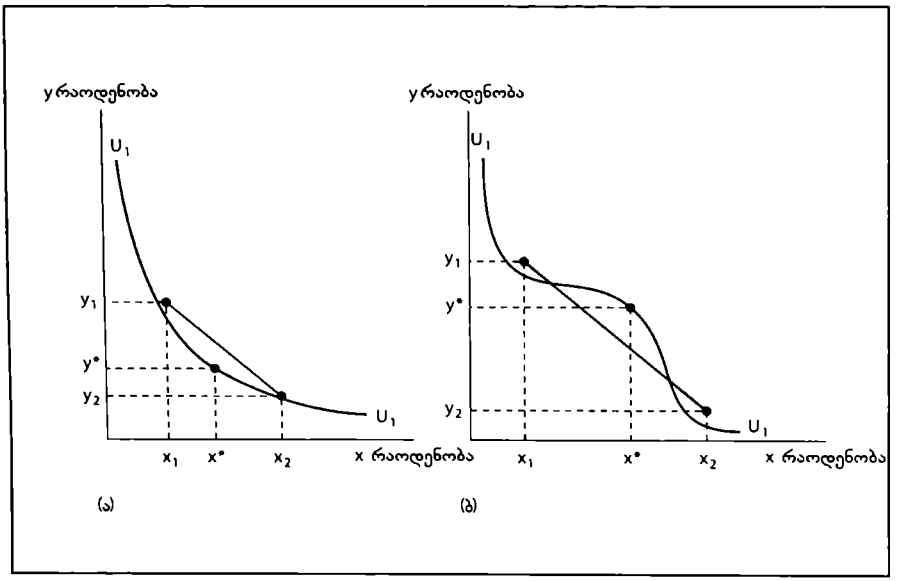
განყრჩჯლობის მრყდების ამოზნექილობა

ჩანაცვლების ზღვრული ნორმის კლებადობის პრინციპის ალტერნატიული გზით დამტკიცება შესაძლებელია ამოზნექილობის ცნების გამოყენებით. წერტილების სიმრავლეს ეწოდება ამოზნექილი, თუ ნებისმიერი ორი წერტილის შეერთება შესაძლებელია ისეთი წრფის საშუალებით, რომელიც მთლიანად მოთავსდება წერტილების სიმრავლის შიგნით. ჩანაცვლების ზღვრული ნორმის კლებადობის დაშვება იმ ვარაუდის ექვივალენტურია, რომ y-ის და x-ის ყველა კომბინაცია, რომელიც უპირატესია ან განურჩეველია კონკრეტული x^*, y^*-გან, შეადგენენ ამოზნექილობის სიმრავლეს[4]. ეს ნაჩვენებია ნახაზზე 3.5 „ა“, სადაც x^*, y^*-ზე უპირატესი ან განურჩეველი ყველა კომბინაცია მდებარეობს გამუქებულ არეზე. ამ კომბინაციებიდან ნებისმიერი ორი, ვთქვათ, x_1, y_1 და x_2, y_2 შესაძლებელია შევაერთოთ წრფის საშუალებით, რომელიც ასევე გამუქებულ სიბრტყეზე მდებარეობს. ნახაზზე 3.5 „ბ“ ეს არ არის ჭეშმარიტი. x_1, y_1 და x_2, y_2 შემაერთებელი წრფე არ მდებარეობს გამუქებულ არეზე. ამგვარად, x^*, y^*-ზე გამავალი განურჩევლობის მრუდი ნახაზზე 3.5 „ბ“ არ ემოჩილება MRS-ის კლებადობის დაშვებას, ვინაიდან x^*, y^*-ზე უპირატესი ან განურჩეველი ნაკრებების აღმნიშვნელი წერტილები არ არიან ამოზნექილი წერტილების სიმრავლეში.

4 ეს განმარტება იმ დაშვების ექვივალენტურია, რომ სარგებლიანობის ფუნქცია კვაზი-ჩაზნექილია. ეს ფუნქციები ახსნილია თავში 2 და მათ დაუბრუნდებით შემდეგში. ხანდახან ცნება *მკაცრი კვაზი-ჩაზნექილობა* გამოიყენება იმისთვის, რომ გამოირიცხოს განურჩევლობის მრუდზე წრფივი სეგმენტების არსებობა. ზოგადად, ჩვენ დაუშვებთ მკაცრი კვაზი ჩაზნექილობის პირობას, მაგრამ რამდენიმე ადგილზე ვაჩვენებთ იმ გართულებებს, რაც გამოწვეული იქნება განურჩევლობის მრუდზე წრფივი სეგმენტებთ.

ნახაზი 3.5 ამოზნექილობის ცნება, კლებადი MRS-ის ალტერნატიული განსაზღვრება

„ა"-ზე განურჩევლობის მრუდი ამოზნექილია (U_1-ის ზემოთ არსებული ნებისმიერი ორი წერტილის შემაერთებელი წრფე ასევე U_1-ის ზემოთაა). „ბ"-ზე სხვა შემთხვევაა, მრუდი ყველგან არ ხასიათდება MRS-ის კლებადობით.



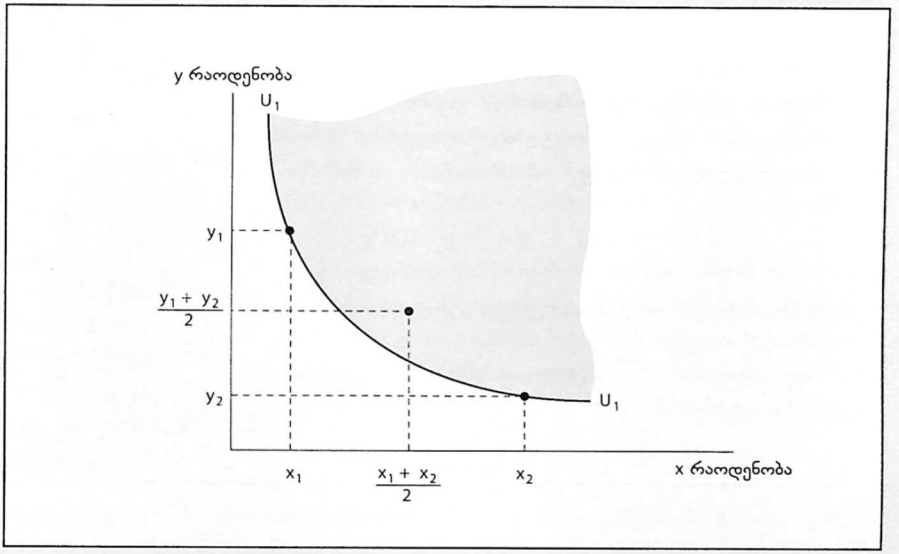
ამოზნექილობა და მოხმარების ბალანსი

ამოზნექილობის ცნების გამოყენებით შეგვიძლია ვაჩვენოთ, რომ ინდივიდები დოვლათის მოხმარებისას უპირატესობას ანიჭებენ ბალანსს. ვთქვათ, ინდივიდისთვის განურჩეველია x_1, y_1 და x_2, y_2 კომბინაციები. თუ მრუდი მკაცრად ამოზნექილია, მაშინ კომბინაცია $(x_1 + x_2)/2$, $(y_1 + y_2)/2$ უპირატესი იქნება საწყის ორივე კომბინაციაზე[5]. ინტუიციურად, „დაბალანსებული" ნაკრები უპირატესი იქნება ერთი პროდუქტით უფრო მეტად დატვირთულ ნაკრებზე. ეს ნაჩვენებია ნახაზზე 3.6. იმის გამო, რომ განურჩევლობის მრუდი ამოზნექილია, ყველა წერტილი, რომელიც მდებარეობს x_1, y_1 და x_2, y_2 კომბინაციების შემაერთებელ წრფეზე, უმჯობესია ამ საწყის წერტილებთან შედარებით. ეს ასევე ჭეშმარიტი იქნება $(x_1 + x_2)/2$, $(y_1 + y_2)/2$ წერტილისთვისაც, რომელიც ასეთი წრფის შუა წერტილია. რა თქმა უნდა, ორი დამოუკიდებელი პროდუქტის ნაკრების ნებისმიერი პროპორციული კომბინაცია უპირატესი იქნება საწყის ნაკრებთან შედარებით, ვინაიდან ის აჩვენებს უფრო დაბალანსებულ კომბინაციას. ამგვარად,

5 იმ შემთხვევებში, როცა განურჩევლობის მრუდს ექნება წრფივი სეგმენტები, ინდივიდები ინდიფერენტულები იქნებიან სამივე კომბინაციაში.

ნახაზი 3.6 დაბალანსებული ნაკრები უმჯობესია უკიდურეს ნაკრებთან შედარებით

თუ განურჩევლობის მრუდები ამოზნექილია (თუ ისინი ემორჩილებიან MRS-ის კლებადობის დაშვებას), მაშინ ნებისმიერი ორი წერტილის შემაერთებელი წრფე, მოიცავს იმ წერტილებს, რომლებიც უმჯობესია ორივე საწყის წერტილთან შედარებით. ინტუიციურად, დაბალანსებული ნაკრებები უმჯობესია დაუბალანსებელთან შედარებით.



მკაცრი ამოზნექილობა კლებადი MRS-ის დაშვების ექვივალენტურია. ორივე დაშვება გამორიცხავს განურჩევლობის მრუდის რომელიმე მონაკვეთის ამავე მრუდის ზემოთ მდებარეობას.

მაგალითი 3.1 სარგებლიანობა და MRS

დავუშვათ, ინდივიდის შეფასება ჰამბურგერსა (y) და უალკოჰოლო სასმელს (x) შორის შესაძლებელია აღვწეროთ სარგებლიანობის შემდეგი ფუნქციით

$$\text{სარგებლიანობა} = \sqrt{x \cdot y} \,. \tag{3.8}$$

განურჩევლობის ამ მრუდის ფუნქცია x და y კომბინაციების ნაკრებია, რომლებისთვისაც სარგებლიანობა თანაბარია. დავუშვათ, სარგებლიანობა 10-ის ტოლია. შედეგად განურჩევლობის ამ მრუდის განტოლება იქნება

$$\text{სარგებლიანობა} = 10 = \sqrt{x \cdot y} \,. \tag{3.9}$$

(გაგრძელება)

მაგალითი 3.1 გაგრძელება

ვინაიდან ამ განტოლების კვადრატში აყვანა თანმიმდევრობას ინარჩუნებს, განურჩევლობის მრუდი ასეც შიძლება აღვწეროთ

$$100 = x \cdot y, \tag{3.10}$$

აღნიშნულის გრაფიკული გამოსახვა უფრო მარტივია. ნახაზზე 3.7 მოცემულია ეს განურჩევლობის მრუდი, რომელიც მართკუთხა ჰიპერბოლაა. ერთი გზა MRS-ის გამოსათვლელად 3.10 ტოლობის ამოხსნაა y-ის მიმართ

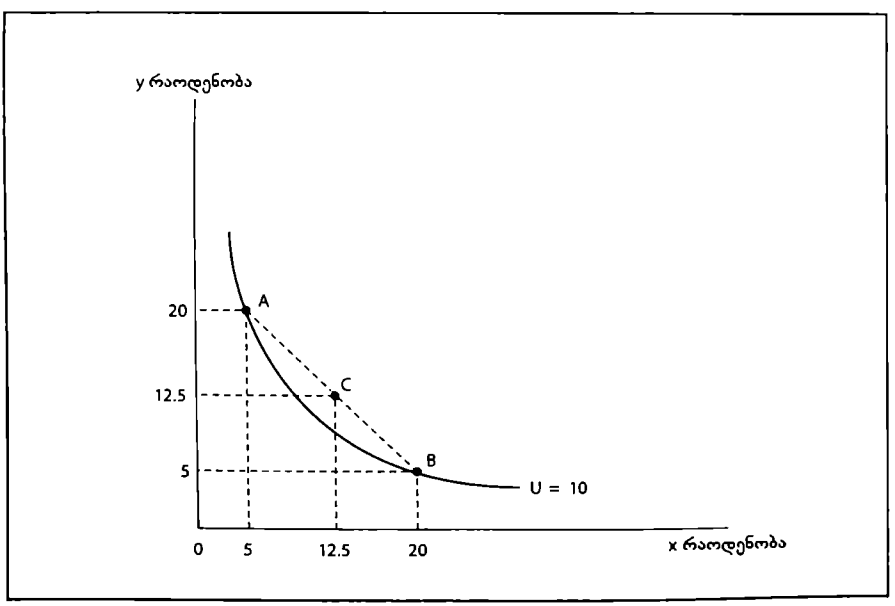
$$y = 100/x, \tag{3.11}$$

შემდგომ გამოვიყენოთ განსაზღვრება (ტოლობა 3.7)

$$MRS = -dy/dx(U_1\text{-ის გასწვრივ}) = 100/x^2. \tag{3.12}$$

ნახაზი 3.7 განურჩევლობის მრუდი ფუნქციისთვის სარგებლიანობა = $\sqrt{x \cdot y}$

განურჩევლობის ეს მრუდი გვიჩვენებს $10 = U = \sqrt{x \cdot y}$ სარგებლიანობის ფუნქციას. A (5,20) წერტილზე MRS ტოლია 4, ვინაიდან იგულისხმება, რომ ამ ინდივიდს სურს $4y$ გაცვალოს ერთ დამატებით x-ში. B (20,5) წერტილში MRS ტოლია 0,25, რაც უჩვენებს, რომ გაცვლის სურვილი მკვეთრად შემცირებულია.



ნათელია, რომ MRS მცირდება, როცა x იზრდება. განურჩევლობის მრუდის A წერტილზე, სადაც მრავალი ჰამბურგერია (ვთქვათ, $x = 5$, $y = 20$), მრუდი მომრგვალებულია, ხოლო MRS-ის მნიშვნელობა – მაღალი.

$$MRS\ (5;20) = 100/x^2 = 100/25 = 4. \qquad \textbf{(3.13)}$$

აქ ინდივიდს სურს უარი თქვას 4 ჰამბურგერზე, რომ მიიღოს 1 დამატებითი უალკოჰოლო სასმელი. მეორე მხრივ, B წერტილზე, სადაც ნაკლები ჰამბურგერია ($x = 5$, $y = 20$), მრუდი გაშლილია და MRS მცირე მნიშვნელობისაა

$$MRS\ (20;5) = 100/x^2 = 100/400 = 0.25. \qquad \textbf{(3.14)}$$

ასეთ პირობებში ინდივიდი დამატებითი სასმელისთვის უარს ამბობს მეოთხედ ჰამბურგერზე. ყურადღება გავამახვილოთ U_1 განურჩევლობის მრუდის ამოზნექილობაზე, რომელიც რაოდენობრივ მაგალითს გამოსახავს. C წერტილი მდებარეობს A-სა და B-ს შემაერთებელი მონაკვეთის შუაწერტილზე, სადაც ინდივიდს აქვს 12.5 ჰამბურგერი და 12.5 უალკოჰოლო სასმელი. აქ სარგებლიანობა მოცემულია შემდეგი ტოლობით

$$\textbf{სარგებლიანობა} = \sqrt{x \cdot y} = \sqrt{(12.5)^2} = 12{,}5\,. \qquad \textbf{(3.15)}$$

აღნიშნული აშკარად აჭარბებს სარგებლიანობას U_1 განურჩევლობის მრუდის გასწვრივ (იგი შეფასებული იყო როგორც 10).

შეკითხვა: ჩვენი დასკვნებიდან ჩანს, რომ MRS დამოკიდებულია მხოლოდ x-ის მოხმარებაზე. რატომაა ეს ბუნდოვანი? როგორია y-ის რაოდენობის არაპირდაპირი ზემოქმედება 3.13 და 3.14 ტოლობებში?

მათემატიკური დასკვნა

მათემატიკური დასკვნები უზრუნველყოფს დამატებით მოსაზრებებს განურჩევლობის მრუდების ფორმისა და უპირატესობების შინაარსის შესახებ. ამ ნაწილში განვიხილავთ ასეთ დასკვნებს ორი პროდუქტის შემცველი სარგებლიანობის ფუნქციისთვის. ეს საშუალებას მოგვცემს შევადაროთ მათემატიკა და განურჩევლობის მრუდების ორგანზომილებიანი რუკა. მრავალი პროდუქტის მაგალითი განხილული იქნება ამ თავის ბოლოს, რაც კიდევ ერთხელ გვიჩვენებს, რომ რთული შემთხვევები რეალობას ძალიან მცირედით ცვლის.

ჩანაცვლების ზღვრული ნორმა (MRS) და ზღვრული სარგებლიანობა

თუ ინდივიდის სარგებლიანობა მიიღება ორი პროდუქტისგან $U(x, y)$, შეგვიძლია ჩავწეროთ ამ ფუნქციის სრული დიფერენციალი, როგორც

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial U}{\partial y} \cdot dy \,. \qquad \textbf{(3.16)}$$

ნებისმიერი კონკრეტული განურჩევლობის მრუდისთვის $dU = 0$, მარტივი მანიპულირებით ტოლობა 3.16 ჩაიწერება შემდეგი სახით

$$MRS = -\left.\frac{dy}{dx}\right|_{U\text{-მუდმივი}} = \frac{\partial U / \partial x}{\partial U / \partial y} \,. \qquad \textbf{(3.17)}$$

x-ის ჩანაცვლების ზღვრული ნორმა y-თვის ტოლია x-ის ზღვრული სარგებლიანობის (რაც არის $\partial U/\partial x$) შეფარდების y-ის ზღვრულ სარგებლიანობასთან ($\partial U/\partial y$). დავუშვათ, ინდივიდის სარგებლიანობის ერთეულს იმ შემთხვევაში, თუ ის რეალურად გაზომვადია ეწოდება „სარგებლიანობის ერთეული“. ასევე დავუშვათ, რომ ეს ინდივიდი მოიხმარს მხოლოდ ორ პროდუქტს – საკვებს (x) და ტანსაცმელს (y), და რომ ერთი დამატებითი ერთეული საკვები უზრუნველყოფს 6 ერთეულ სარგებლიანობას და ერთი დამატებითი ტანსაცმელი კი 2 ერთეულს. მაშინ ტოლობა 3.17 ნიშნავს, რომ

$$MRS = -\left.\frac{dy}{dx}\right|_{U\text{-მუდმივი}} = \frac{\text{6 სარგებლიანობა}}{\text{2 სარგებლიანობა}} = 3.$$

ამგვარად, ეს ინდივიდი მზად იქნება გაცვალოს 3 ერთეული ტანსაცმელი ერთი ერთეული საკვების მისაღებად. ამ ვაჭრობის შედეგი არ იქნება სარგებლიანობის ცვლილება, ვინაიდან სარგებელი და დანაკარგები ერთმანეთს გაქვითავენ. ყურადღება გაამახვილეთ, რომ ერთეული, რითაც სარგებლიანობა იზომება (რასაც „სარგებლიანობის ერთეულს“ ვუწოდებთ) შეუძლებელს ხდის ამ გამოთვლებს. თუმცა, ზღვრულ სარგებლიანობაზე აშკარა ზეგავლენას ახდენს ის ერთეულები, რაშიც სარგებლიანობა იზომება, MRS არ არის დამოკიდებული ამ არჩევანზე[6].

---

6 უფრო ოფიციალურად, ვთქვათ $F(U)$ არის რიგითობის შემანარჩუნებელი ტრანსფორმაცია ყოველი U-თვის ($F'(U) > 0$), მაშინ სარგებლიანობის ტრანსფორმირებული ფუნქციისთვის

$$MRS = \frac{\partial F / \partial x}{\partial F / \partial y} = \frac{F'(U)\partial U / \partial x}{F'(U)\partial F / \partial y} = \frac{\partial U / \partial x}{\partial U / \partial y},$$

განაჩრჯიობის მრაცების აბოზნეიობა

პირველ თავში აღვწერეთ, თუ როგორ გამოიყენებოდა მარშალის მიერ კლებადი ზღვრული სარგებლიანობა წყალი-ალმასის პარადოქსის გადასაწყვეტად. მარშალი ფიქრობდა, რომ ზღვრული შეფასება არის ის, რასაც ინდივიდი ანიჭებს პროდუქტს და რაც განსაზღვრავს მის ღირებულებას: ეს არის ის თანხა, რის გადასახდელადაც მზადაა ინდივიდი ერთ დამატებით ჭიქა წყალში, რაც განსაზღვრავს წყლის ფასს. შესაძლებელია ვიფიქროთ, რომ ზღვრული შეფასება მცირდება, როცა მოხმარებული რაოდენობა იზრდება. მარშალმა აჩვენა თუ რატომ აქვს წყალს გაცვლის დაბალი ღირებულება. ინტუიციურად ჩანს, რომ პროდუქტის კლებადი ზღვრული სარგებლიანობა უკავშირდება კლებადი MRS-ის ვარაუდს. ორივე კონცეფცია ეყრდნობა იმავე საღ აზრს, რომ ინდივიდი საკმარისად დაკმაყოფილებულია პროდუქტით, რაც უფრო მეტი რაოდენობით მოიხმარს მას. სამწუხაროდ, ეს ორი კონცეფცია მნიშვნელოვნად განსხვავებულია (იხ. ამოცანა 3.3). ტექნიკურად, კლებადი MRS-ის ვარაუდი იმ მოთხოვნის ექვივალენტურია, რომ სარგებლიანობის ფუნქცია კვაზი-ჩაზნექილია. ეს მოთხოვნა უკავშირდება საკმაოდ რთულ გზას, რომელიც გულისხმობს, დაშვებას რომ ყოველი პროდუქტი ხასიათდება კლებადი ზღვრული სარგებლიანობით (f_{ii} უარყოფითია ყოველი პროდუქტისთვის)[7]. მოსალოდნელია, რომ კლებადი ზღვრული

რომელიც არის MRS საწყისი U ფუნქციისთვის. ამგვარად, $F'(U)$ ცვლის პირობას და გეიჩვენებს, რომ MRS არ არის დამოკიდებული სარგებლიანობის გაზომვაზე.

7 ჩვენ ვაჩვენეთ, რომ თუ სარგებლიანობა მოცემულია შემდეგი სახით $U = f(x, y)$, მაშინ

$$MRS = \frac{f_x}{f_y} = \frac{f_1}{f_2} = -\frac{dy}{dx}.$$

MRS-ის კლებადობის თვისება ნიშნავს, რომ $dMRS/dx < 0$, მაგრამ

$$\frac{dMRS}{dx} = \frac{f_2(f_{11} + f_{12} \cdot dy/dx) - f_1(f_{21} + f_{22} \cdot dy/dx)}{f_2^2}.$$

იმ ფაქტის გამოყენებით, რომ $f_1 f_2 = -dy/dx$ ჩვენ გვაქვს

$$\frac{dMRS}{dx} = \frac{f_2[f_{11} - f_{12}(dy/dx)] - f_1[f_{21} - f_{22}(dy/dx)]}{f_2^2}$$

პირობის შესაბამისად და იმის აღიარებით, რომ $f_{12} = f_{21}$ მივიღებთ:

$$\frac{dMRS}{dx} = \frac{f_2[f_{11} - f_{12}(f_1/f_2)] - f_1[f_{21} - f_{22}(f_1/f_2)]}{f_2^2},$$

ტერმინების გაერთიანებით და იმის აღიარებით, რომ $f_{12} = f_{21}$, მივიღებთ

$$\frac{dMRS}{dx} = \frac{f_2 f_{11} - 2 f_1 f_{12} + (f_{22} f_1^2)/f_2}{f_2^2}$$

ან თუ მრიცხველს და მნიშვნელს გავამრავლებთ f_2-ზე, მაშინ

$$\frac{dMRS}{dx} = \frac{f_2^2 f_{11} - 2 f_1 f_2 f_{12} + f_1^2 f_{22}}{f_2^3}.$$

სარგებლიანობის კონცეფცია დამოკიდებულია სარგებლიანობის გაზომვაზე, ხოლო განურჩევლობის მრუდების ამოზნექილობა ასეთი გამოთვლებისგან ნამდვილად დამოუკიდებელია.

მაგალითი 3.2 განურჩევლობის მრუდების ამოზნექილობა

MRS-ის გამოთვლა სარგებლიანობის კონკრეტული ფუნქციისთვის ხშირად კარგი საშუალებაა განურჩევლობის მრუდების ამოზნექილობის საჩვენებლად. სინამდვილეში, პროცესი შესაძლებელია გაცილებით მარტივი იყოს, ვიდრე კვაზი-ჩაზნექილობის დეფინიციის გამოყენება. კვაზი-ჩაზნექილობის საშუალებით უფრო რთულია ორზე მეტი პროდუქტის განზოგადება. აქ ჩვენ ვნახავთ, თუ როგორ შეიძლება ტოლობის 3.17 გამოყენება სარგებლიანობის სამი სხვადასხვა ფუნქციისთვის (მეტი პრაქტიკისთვის, იხილე ამოცანა 3.1).

1. $U(x, y) = \sqrt{x \cdot y}$

   ეს მაგალითი იმეორებს იმ შემთხვევას, რაც ნაჩვენებია მაგალითში 3.1. უმოკლესი გზა საიმისოდ რომ გამოვიყენოთ ტოლობა 3.17, არის ამ სარგებლიანობის ფუნქციის ლოგარითმის გამოთვლა. იმის გამო, რომ ლოგარითმის გამოთვლა რიგითობის შენარჩუნებითაა, *MRS*-ის გაანგარიშებისას არაფერი შეიცვლება. ამგვარად,

   $$U^*(x, y) = \ln[U(x, y)] = 0.5\ln x + 0.5\ln y. \qquad \textbf{(3.18)}$$

   ტოლობის 3.17 გამოყენებით მივიღებთ, რომ

   $$MRS = \frac{\partial U^*/\partial x}{\partial U^*/\partial y} = \frac{0.5/x}{0.5/y} = \frac{y}{x}, \qquad \textbf{(3.19)}$$

   რაც უჩვენებს, რომ ეს არის გაცილებით მარტივი მიდგომა, ვიდრე ამას ადრე ვაკეთებდით[8]. ნათელია, რომ *MRS* მცირდება, როცა x იზრდება და y მცირდება. ამგვარად, განურჩევლობის მრუდები ამოზნექილია.

2. $U(x, y) = x + xy + y$.

   ამ შემთხვევაში უპირატესობა არ ენიჭება სარგებლიანობის ამ ფუნქციის

თუ დავუშვებთ, რომ $f_2 > 0$ (ე.ი. ზღვრული სარგებლიანობა დადებითია), შემდეგ *MRS* შემცირდება ვიდრე

$$f_2^2 f_{11} - 2f_1 f_2 f_{12} + f_1^2 f_{22} < 0.$$

გაითვალისწინეთ, რომ კლებადი ზღვრული სარგებლიანობა ($f_{11} < 0$ და $f_{22} < 0$) არ უზრუნველყოფს ამ უტოლობას. აუცილებელია ასევე ყურადღების გამახვილება f_{12}-ზე. ესაა იმის ცოდნა თუ როგორ ზემოქმედებს y-ის შემცირება x-ის ზღვრულ სარგებლიანობაზე. საზოგადოდ, შეუძლებელია ამ გამოსახულების ნიშნის წინასწარმეტყველება.

კლებადი *MRS*-თვის პირობა მოითხოვს დაახლოებით ისეთივე ახსნას, როგორიცაა მოცემული თავში 2, იმის დასარწმუნებლად, რომ ფუნქცია f მკაცრად კვაზი-ჩაზნექილია. პირობა გვიჩვენებს, რომ აუცილებელი პირობა f მაქსიმუმისთვის წრფივი შემოსაზღვრულობის საკმარისობაა. ამ შედეგს ჩვენ გამოვიყენებთ თავში 4 და სხვაგან.

8 მაგალითში 3.1 ჩვენ განვიხილეთ განურჩევლობის მრუდი $U = 10$. ამგვარად, ამ მრუდისთვის $y = 100/x$ და *MRS* ტოლობაში 3.19 იქნება $MRS = 100/x^2$, როგორც ადრე იყო გამოთვლილი.

ტრანსფორმაციას. ტოლობის 3.17 გამოყენებით მივიღებთ, რომ

$$MRS = \frac{\partial U / \partial x}{\partial U / \partial y} = \frac{1+y}{1+x}. \qquad \textbf{(3.20)}$$

და კვლავ, ეს შეფარდება მცირდება, როცა x იზრდება და y მცირდება, ე.ი. ამ ფუნქციისთვის განურჩევლობის მრუდები ამოზნექილია.

3. $U(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$.

ამ მაგალითისთვის უფრო მარტივია ტრანსფორმაციის გამოყენება

$$U^*(x, y) = [U(x, y)]^2 = x^2 + y^2. \qquad \textbf{(3.21)}$$

იმის გამო, რომ ეს არის კვადრატული ტოლობა, უნდა ვიფიქროთ, რომ შეიძლება პრობლემები იყოს სარგებლიანობის ამ ფუნქციის განურჩევლობის მრუდებისთვის. ეს ეჭვები დასტურდება MRS-ის დეფინიციის გამოყენებით:

$$MRS = \frac{\partial U^* / \partial x}{\partial U^* / \partial y} = \frac{2x}{2y} = \frac{x}{y}. \qquad \textbf{(3.22)}$$

ამ ფუნქციისთვის ნათელია, რომ როცა x იზრდება და y მცირდება, მაშინ MRS იზრდება! აქედან გამომდინარე, განურჩევლობის მრუდები ჩაზნექილია და არა ამოზნექილი და ეს არ არის კვაზი-ჩაზნექილი ფუნქცია.

შეკითხვა: ამ სამი მაგალითიდან თითოეულში შესაძლებელია თუ არა, რომ x-ის და y-ის გაორმაგებამ გამოიწვიოს MRS-ის ცვლილება? ამგვარად, MRS დამოკიდებულია მხოლოდ x-ის და y-ის თანაფარდობაზე და არა არჩევანის აბსოლუტურ სკალაზე? (იხ. მაგალითი 3.3).

სარგებლიანობის ფუნქციები ქონჭრეფუღი უპირატესობებისთვის

ინდივიდების შეფასება პროდუქტების ნაკრებისა და სარგებლიანობის ფუნქციის შესახებ იგულისხმება ამ შეფასებებში და მათზე დაკვირვება შეუძლებელია. ყველაფერი, რაც ინდივიდთა უპირატესობების შესახებ შეგვიძლია გავიგოთ, უნდა ეყრდნობოდეს იმ ქცევას, რომელსაც ვაკვირდებით და რითაც ისინი პასუხობენ ცვლილებებს შემოსავალში, ფასებსა და სხვა ფაქტორებში. ამის მიუხედავად, მნიშვნელოვანია განვიხილოთ სარგებლიანობის ფუნქციის რამდენიმე ფორმა, რადგან ასეთი განხილვა საშუალებას გვაძლევს ჩავიხედოთ ინდივიდთა დაკვირვებად ქცევებში,

გავიგოთ სათანადო ფუნქციების შესაძლებლობები, რაც დაგვეხმარება პრობლემების გადაწყვეტაში. ამჯერად განვიხილავთ სარგებლიანობის ფუნქციის ოთხ კონკრეტულ მაგალითს ორი პროდუქტისთვის. ამ ფუნქციების განურჩევლობის მრუდების ოთხი შემთხვევა მოცემულია ნახაზზე 3.8. როგორც მოსალოდნელი იყო, მრუდების შესაძლო ფორმები საკმაოდ მცირეა. უფრო დიდი მრავალფეროვნება შესაძლებელია იმ შემთხვევაში, თუ ჩვენ გადავალთ სამ ან მეტ პროდუქტზე. ამ შესაძლებლობების გარკვეულ ნაწილს შევეხებით ბოლო თავებში.

ქობ-დაგლასის სარგებლიანობა

ნახაზი 3.8 „ა“ გვიჩვენებს განურჩევლობის მრუდის ჩვენთვის ნაცნობ ფორმას. ერთ-ერთ, ყველაზე ხშირად გამოყენებად სარგებლიანობის ფუნქციას, რომელიც შეესაბამება ასეთ მრუდს, აქვს შემდეგი სახე

$$\textbf{სარგებლიანობა} = U(x, y) = x^{\alpha}y^{\beta}. \qquad \textbf{(3.23)}$$

სადაც α და β დადებითი მუდმივებია.

მაგალითებში 3.1 და 3.2 შევისწავლეთ ამ ფუნქციის კერძო შემთხვევა, რომლისთვისაც $\alpha = \beta = 0.5$. უფრო განზოგადებული შემთხვევა ნაჩვენებია ტოლობაში 3.23. იმის შემდეგ, რაც ორმა მკვლევარმა ეს ფუნქცია გამოიყენა თავის ნაშრომში, მას ეწოდა ქობ-დაგლასის სარგებლიანობის ფუნქცია. აღნიშნული კვლევა ჩატარდა აშშ-ს ეკონომიკაში საწარმოო ურთიერთობების შესასწავლად (იხ. თავი 7). საზოგადოდ, α და β-ს რაოდენობები მიანიშნებს ინდივიდისთვის ამ პროდუქტების მნიშვნელობის შესახებ. ვინაიდან სარგებლიანობები უნიკალურია მხოლოდ მონოტონურ ტრანსფორმაციამდე, ხშირად უფრო მოსახერხებელია ეს პარამეტრები დავარეგულიროთ შემდეგი სახით $\alpha + \beta = 1$.

სრული შემცვლელები

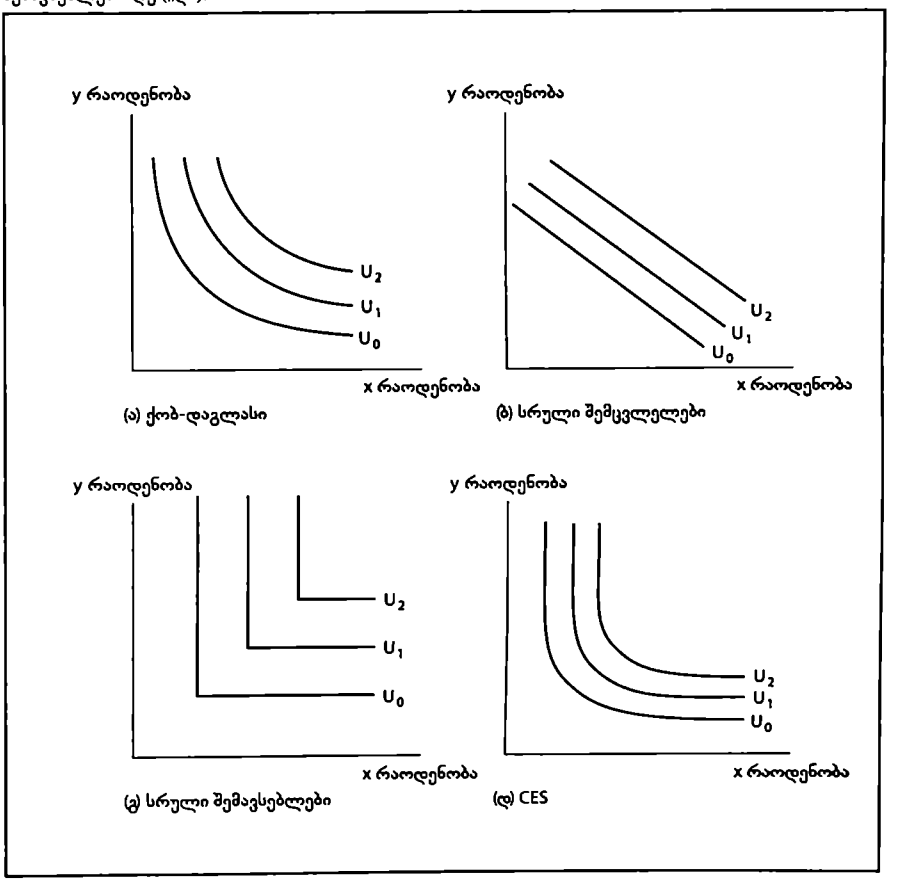
განურჩევლობის წრფივი მრუდები ნახაზზე 3.8 „ბ“ იქმნება სარგებლიანობის ისეთი ფუნქციით, როგორიცაა

$$\textbf{სარგებლიანობა} = U(x, y) = \alpha x + \beta y, \qquad \textbf{(3.24)}$$

სადაც α და β დადებითი მუდმივი სიდიდეებია. ის, რომ სარგებლიანობის ამ ფუნქციისთვის განურჩევლობის მრუდები წრფეებია აშკარაა, ნებისმიერი კონკრეტული დონის შესაბამისი მრუდი შესაძლებელია გამოვთვალოთ შემდეგი პარამეტრით $U(x, y)$, რომელიც მუდმივი სიდიდეა და წრფის ფორმის განურჩევლობის მრუდს გვაძლევს. ასეთი ფორმის განურჩევლობის მრუდებს მივყავართ სრული შემცველელების

ნახაზი 3.8 სარგებლიანობის ფუნქციის მაგალითები

განურჩევლობის ოთხი მრუდის რუკაზე ნაჩვენებია x-ის y-ით ჩანაცვლების სხვადასხვა ალტერნატივები. ქობ-დაგლასისა და *CES* ფუნქციები (აქ ნაჩვენებია შედარებით დაბალი ჩანაცვლებადობა), რომლებიც მერყეობენ ექსტრემალურ შემთხვევებს შორის, კერძოდ, სრული შემცვლელებიდან („ბ") სრულ შემავსებლებამდე („დ").



ტერმინის შემოღებამდე. იმის გამო, რომ MRS მუდმივია (და ტოლია α/β) მთელი განურჩევლობის მრუდის გასწვრივ, ჩვენი ძველი დაშვება კლებადი MRS-ის შესახებ ამ მაგალითში არ გამოგვადგება. ასეთი უპირატესობების მქონე ინდივიდი მზად იქნება ყოველთვის დათმოს ერთიდაიგივე რაოდენობის y ერთი დამატებითი x-ის მისაღებად, იმის მიუხედავად თუ რამდენი x იქნება მოხმარებული. ასეთი სიტუაცია შეიძლება შეგვხვდეს მაშინ, როცა სხვადასხვა ბრენდი აწარმოებს ერთიდაიმავე პროდუქტს. მაგალითად, მრავალი ინდივიდისთვის სულერთია, სად შეიძენს საწვავს. ერთი

გალონი საწვავი არის ერთი გალონი საწვავი იმის მიუხედავად, თუ რაში გვარწმუნებენ *Exxon*-ის და *Shell*-ის სარეკლამო დეპარტამენტები. ამ ფაქტის გათვალისწინებით ინდივიდი (მაგალითად, წიგნის ავტორი) მზადაა გაცვალოს *Exxon*-ის 10 გალონი *Shell*-ის 10 გალონზე, რადგან მისთვის არ აქვს მნიშვნელობა, რომელ მათგანს გამოიყენებს. სინამდვილეში, როგორც ჩვენ ვნახავთ მომავალ თავში, ასეთი დამოკიდებულების ერთ-ერთი შედეგია ის, რომ ინდივიდი საწვავს ყოველთვის შეიძენს უფრო ნაკლებად ძვირ გამყიდველთან. იმის გამო, რომ *MRS* არ არის კლებადი, *Exxon*-ის და *Shell*-ის პროდუქტების არჩევანს შორის არ არსებობს იმის მიზეზი, რომ ინდივიდმა საწვავის სხვადასხვა სახეობებით დაბალანსებული ნაკრები ეძებოს.

სრული შემცვლელები

სრული შემცვლელებისგან დიამეტრულად განსხვავებული სიტუაციაა ნაჩვენები ნახაზზე 3.8 „გ“, სადაც მოცემულია L-ფორმის განურჩევლობის მრუდები. პროდუქტებთან მიმართებაში ეს უპირატესობები შეიძლება აღიწეროს, როგორც „ერ-თად გამოვიყენოთ“, მაგალითად, ყავა და ნაღები, არაქისის ზეთი და ჟელე და სხვა. ნახაზზე 3.8 „გ“ ასახული განურჩევლობის მრუდები გვიჩვენებს, რომ პროდუქტების ეს ნაკრები გამოყენებული იქნება ფიქსირებული პროპორციით მრუდების ვერტიკალე-ბის საშუალებით. ინდივიდი, რომელიც უპირატესობას ანიჭებს 1 უნცია ნაღებს, 8 უნცია ყავასთან ერთად, 2 უნცია ნაღებს მოითხოვს 16 უნცია ყავასთან ერთად. ამ ინდივიდისთვის დამატებითი ყავა ნაღების გარეშე არ არის ღირებული ისევე, როგორც ერთი დამატებითი ნაღები ყავის გარეშე. ინდივიდის სარგებლიანობა ამაღლდება მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ პროდუქტები ერთად იქნება გამოყენებული.

სარგებლიანობის იმ ფუნქციის კონცეფცია, რომელიც L-ფორმის განურჩევლობის მრუდებს შეესაბამება, მათემატიკურად ასე ჩაიწერება

$$\textbf{სარგებლიანობა} = U(x, y) = \min(\alpha x, \beta y). \qquad \textbf{(3.25)}$$

აქ α და β დადებითი პარამეტრებია, ხოლო ოპერატორი „min“ ნიშნავს, რომ სარგებლიანობა მოცემულია ფრჩხილებში არსებულ ორ პროდუქტს შორის უმცირესის რაოდენობით. ყავა-ნაღების მაგალითში, თუ ყავის უნციებს აღვნიშნავთ x-ით, ხოლო ნაღების უნციებს y-ით, მაშინ სარგებლიანობა მოცემული იქნება შემდეგი გამოსახულებით

$$\textbf{სარგებლიანობა} = U(x, y) = \min(x, 8y). \qquad \textbf{(3.26)}$$

ამგვარად, 8 უნცია ყავა და 1 უნცია ნაღები უზრუნველყოფს 8 ერთეულ სარგებლიანობას, მაგრამ 16 უნცია ყავა და 1 უნცია ნაღები, ასევე 8 ერთეულ სარგებლიანობას

უტოლდება, ვინაიდან min(16.8) = 8. დამატებითი ყავა ნაღების გარეშე არ არის ღირებული, რაც ნაჩვენებია განურჩევლობის მრუდის ჰორიზონტალურ მონაკვეთზე. სარგებლიანობა არ იზრდება, როცა მხოლოდ x-ის რაოდენობა მატულობს (y-ის მუდმივობისას), ხოლო, თუ ყავისა და ნაღების რაოდენობა გაორმაგდება (შესაბამისად 16 და 2), სარგებლიანობა გაიზრდება და გაუტოლდება 16.

უფრო ზოგადად, ორი პროდუქტიდან არცერთი არ იქნება ზედმეტი, თუ

$$\alpha x = \beta y. \tag{3.27}$$

აქედან გამომდინარე,

$$y/x = \alpha/\beta, \tag{3.28}$$

რაც გვიჩვენებს, რომ ორ პროდუქტს შორის ფიქსირებულ პროპორციულობას უნდა ქონდეს ადგილი, თუ არჩევანი არის განურჩევლობის მრუდების სიმაღლეებზე.

CES სარგებლიანობა

აქამდე წარმოდგენილი სარგებლიანობის სამი კონკრეტული ფუნქცია, არის ჩანაცვლების მუდმივი ელასტიკურობის უფრო ზოგადი ფუნქციის (Constant Elasticity of Substitution – CES) კონკრეტული შემთხვევები. ისინი მიიღება შემდეგი გამოსახულებიდან

$$\textbf{სარგებლიანობა} = U(x,y) = \frac{x^\delta}{\delta} + \frac{y^\delta}{\delta}, \tag{3.29}$$

სადაც, $\delta \leq 1$, $\delta \neq 0$, და

$$\textbf{სარგებლიანობა} = U(x, y) = \ln x + \ln y, \tag{3.30}$$

როცა $\delta = 0$. აშკარაა, რომ სრული შემავსებლების შემთხვევა შეესაბამება ზღვრულ მაგალითებს, $\delta = 1$, ტოლობაში 3.29 და ქობ-დაგლასის[9] მაგალითი შეესაბამება $\delta = 0$ პირობას ტოლობაში 3.30. ნაკლებად აშკარაა, რომ ფიქსირებული რაოდენობების მაგალითი შეესაბამება პირობას $\delta = -\infty$ ტოლობაში 3.29, მაგრამ ის შედეგი ასევე შესაძლებელია ნაჩვენები იქნეს არგუმენტების ლიმიტირებული რაოდენობის გამოყენებით.

ტერმინის „ჩანაცვლების ელასტიკურობა“ გამოყენება ამ ფუნქციისთვის მიიღება იმ მოსაზრებიდან, რომ ნახაზზე 3.8 წარმოდგენილი შესაძლებლობები შეესაბამება

9 *CES* ფუნქცია შესაძლებელია ადვილად განვაზოგადოთ, თუ ორ პროდუქტს მიეანიჭებთ განსხვავებულ წონებს. ვინაიდან ფუნქციის ძირითადი დანიშნულებაა ჩანაცვლების საკითხების განხილვა, ჩვენ როგორც წესი, არ მოვახდენთ ასეთ განზოგადებას. *CES* ფუნქციის გამოყენების რამდენიმე შემთხვევაში მხედველობაში არ მივიღებთ ფუნქციის მნიშვნელს, ვინაიდან ისინი შეადგენენ მხოლოდ ფაქტორების მასშტაბს, როცა δ დადებითია. δ-ის უარყოფითი მნიშვნელობის შემთხვევაში მნიშვნელი საჭიროა, ვინაიდან დავრწმუნდეთ, რომ ზღვრული სარგებლიანობა დადებითია.

ჩანაცვლების პარამეტრების ცვალებად მნიშვნელობებს, σ, რაც ამ ფუნქციისთვის მოცემულია როგორც $\sigma = \infty/1 - \delta$. სრული შემცვლელებისთვის კი, $\sigma = \infty$, ფიქსირებული პროპორციების შემთხვევაში კი, $\sigma = 0$[10]. ვინაიდან CES ფუნქცია საშუალებას გვაძლევს შევისწავლოთ ყველა ზემოაღწერილი და მრავალი შუალედური შემთხვევა, ეს ადასტურებს მის დიდ მნიშვნელობას სხვადასხვა ეკონომიკურ ურთიერთობებში ჩანაცვლებადობის ხარისხის აღწერისას.

CES ფუნქციის კონკრეტული გრაფიკული გამოსახულება მოცემულია ნახაზზე 3.8 „დ“ $\sigma = -1$ შემთხვევისთვის, კერძოდ,

$$\text{სარგებლიანობა} = -x^{-1} - y^{-1} = -\frac{1}{x} - \frac{1}{y}. \qquad \textbf{(3.31)}$$

ამ სიტუაციისთვის $\sigma = 1/(1 - \delta) = 1/2$ და, როგორც გრაფიკი გვიჩვენებს, მკვეთრად მომრგვალებული განურჩევლობის მრუდი წარმოადგენს ქობ-დაგლასისა და ფიქსირებული პროპორციების შემთხვევების შუალედურ ვარიანტს. სარგებლიანობის ფუნქციაში უარყოფითი ნიშნები შეიძლება უცნაურად მოგვეჩვენოს, მაგრამ x-ის და y-ის ზღვრული სარგებლიანობები დადებითია და მცირდება, რაც მოსალოდნელი იყო. ეს გვიხსნის, თუ რატომ უნდა ჩანდეს ტოლობის 3.29 მნიშვნელში δ. ტოლობის 3.31 კონკრეტულ შემთხვევაში, სარგებლიანობა იზრდება $-\infty$-დან (როცა $x = y = 0$) 0-მდე, სადაც x და y იზრდება. ეს შეიძლება ცოტა ბუნდოვანი სკალაა, მაგრამ საკმაოდ მისაღები.

შენიშვნა 3.3: ჰომოთეტური ფუნქციების შესახებ

ნახაზზე 3.8 აღწერილი სარგებლიანობის ფუნქციები ჰომოთეტურია (იხ. თავი 2). ეს იმას ნიშნავს, რომ ამ ფუნქციებისთვის ჩანაცვლების ზღვრული ნორმა დამოკიდებულია მხოლოდ ორი პროდუქტის რაოდენობის თანაფარდობაზე და არა ამ პროდუქტების მთლიან რაოდენობაზე. ეს ფაქტი აშკარაა სრული შემცვლელების შემთხვევაში (სადაც MRS ყველა წერტილში ერთიდაიგივე მნიშვნელობისაა) და ასევე, სრული შემავსებლებისთვის (სადაც MRS, უსასრულოა $y/x > \alpha/\beta$-თვის, განუსაზღვრელია, როცა $y/x = \alpha/\beta$ და ნულის ტოლია, როცა $y/x < \alpha/\beta$). ქობ-დაგლასის ზოგადი ფუნქციისთვის MRS შესაძლებელია ვიპოვოთ როგორც

$$MRS = \frac{\partial U / \partial x}{\partial U / \partial y} = \frac{\alpha x^{\alpha-1} y^{\beta}}{\beta x^{\alpha} y^{\beta-1}} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{y}{x}, \qquad \textbf{(3.32)}$$

10 ჩანაცვლების ელასტიკურობის კონცეფცია საწარმოო ფუნქციასთან დამოკიდებულებით უფრო დეტალურად გადმოცემულია თავში 9.

რაც დამოკიდებულია მხოლოდ თანაფარდობაზე y/x. იმის ჩვენება, რომ *CES* ფუნქციაც ასევე ჰომოთეტურია, განიხილება მაგალითში (იხ. ამოცანა 3.12).

ჰომოთეტური ფუნქციის პირობებში განურჩევლობის ერთი მრუდი ძალიან ჰგავს მეორეს. მრუდების დახრილობა დამოკიდებულია მხოლოდ თანაფარდობაზე y/x და არა იმაზე, თუ რამდენად დაშორებულია მრუდი საწყისი მრუდიდან. მაღალი სარგებლიანობის განურჩევლობის მრუდები, დაბალი სარგებლიანობის მრუდების მარტივი ასლებია. აქედან გამომდინარე, იმ ინდივიდის ქცევის შესწავლა ვისაც ჰომოთეტური უპირატესობები აქვს, შეგვიძლია ერთი განურჩევლობის მრუდით ან რამდენიმე ახლომდებარე მრუდების საშუალებით. მიღებული შედეგები არ შეიცვლება სარგებლიანობის ძალიან განსხვავებული დონეების პირობებშიც კი.

შეკითხვა: როგორ განსაზღვრავთ ჰომოთეტურ ფუნქციებს გეომეტრიულად? როგორ განლაგდება ყველა წერტილი კონკრეტული *MRS*-თვის ინდივიდების განურჩევლობის მრუდების რუკის მსგავსად?

მაგალითი 3.4 არაჰომოთეტური უპირატესობები

იმის მიუხედავად, რომ განურჩევლობის მრუდების რუკა ნახაზზე 3.8 გვიჩვენებს ჰომოთეტურ უპირატესობებს, ის შეიძლება ყოველთვის ჭეშმარიტი არ იყოს.

განვიხილოთ კვაზი-წრფივი სარგებლიანობის ფუნქცია:

$$\textbf{სარგებლიანობა} = U(x, y) = x + \ln y \qquad \textbf{(3.33)}$$

ამ ფუნქციაში y პროდუქტი კლებადი ზღვრული სარგებლიანობით ხასიათდება, მაგრამ x პროდუქტი – არა. *MRS* შესაძლებელია ასე გამოვთვალოთ

$$MRS = \frac{\partial U / \partial x}{\partial U / \partial y} = \frac{1}{1/y} = y. \qquad \textbf{(3.34)}$$

როცა y პროდუქტის შერჩეული რაოდენობა მცირდება, *MRS*-იც მცირდება, მაგრამ ეს x პროდუქტის მოხმარების დონეზე არ არის დამოკიდებული. იმის გამო, რომ x პროდუქტის ზღვრული სარგებლიანობა მუდმივია, ინდივიდის მზაობა უარი თქვას y პროდუქტზე დამატებითი x-ის მისაღებად, დამოკიდებულია იმაზე, თუ რამდენი y აქვს მას. ჰომოთეტური შემთხვევის საპირისპიროდ, x-ისა და y-ის გაორმაგება ასევე აორმაგებს *MRS*-საც, უცვლელად დატოვების ნაცვლად.

შეკითხვა: როგორია განუჩევლობის მრუდების რუკა ტოლობაში 3.33 მოცემული სარგებლიანობის ფუნქციისთვის? რატომაა შესაძლებელი, რომ ამ სიტუაციაში, თუ y კონკრეტული პროდუქტია, x-ით აღინიშნებოდეს სხვა დანარჩენი?

მრავალი პროდუქტის მაბაღითი

აქამდე ჩვენს მიერ შესწავლილი კონცეფციები ორი პროდუქტის შესახებ შესაძლებელია განვაზოგადოდ ისეთ სიტუაციაზე, როცა სარგებლიანობა მრავალი პროდუქტის ფუნქციაა. ამ ნაწილში მოკლედ მიმოვიხილავთ ამ განზოგადებებს. თუმცა, ეს გამოკვლევა ბევრს არაფერს დაუმატებს იმას, რაც აქამდე ვაჩვენეთ. ინდივიდების უპირატესობების განხილვა მრავალი პროდუქტის შემთხვევაში საკმაოდ მნიშვნელოვანია გამოყენებითი ეკონომიკისთვის, როგორც ამას ვნახავთ შემდეგ თავებში.

MRS მრავალი პროდუქტის შემთხვევაში

დავუშვათ, რომ სარგებლიანობა არის n რაოდენობის პროდუქტის ფუნქცია, რომელიც მოცემულია შემდეგი სახით

$$\text{სარგებლიანობა} = U(x_1, x_2, \ldots, x_n). \tag{3.35}$$

ამ გამოსახულების მთლიანი დიფერენციალია

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x_1}dx_1 + \frac{\partial U}{\partial x_2}dx_2 + \ldots + \frac{\partial U}{\partial x_n}dx_n. \tag{3.36}$$

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, შეგვიძლია ვიპოვოთ *MRS* ორ ნებისმიერ პროდუქტს შორის შემდეგი დაშვების გზით $dU = 0$. ამ დასკვნაში ვთვლით, რომ ამ ორის გარდა, ასევე მუდმივია სხვა ყველა პროდუქტი. ამგვარად, გვექნება:

$$dU = 0 = \frac{\partial U}{\partial x_i}dx_i + \frac{\partial U}{\partial x_j}dx_j; \tag{3.37}$$

რამდენიმე ალგებრული გარდაქმნის შედეგად მივიღებთ:

$$MRS(x_i, x_j\text{-თვის}) = -\frac{dx_j}{dx_i} = \frac{\partial U / \partial x_i}{\partial U / \partial x_j}. \tag{3.38}$$

ზუსტად ეს გვაქვს ტოლობაში 3.17. მხოლოდ ორი პროდუქტის პირობებში იმის გაგება, თუ როგორ გაცვლის ინდივიდი ერთ მათგანს მეორეში საინტერესო საკითხია

ე.ი. ტრანსაქციას შეიძლება რეალურად დავაკვირდეთ. მრავალი პროდუქტის შემთხვევაში, ნაკლებადაა შესაძლებელი, რომ ინდივიდი უბრალოდ გაცვლის ერთ პროდუქტს მეორეში, როცა სხვა პროდუქტების რაოდენობა მუდმივი რჩება. უფრო მეტია იმის ალბათობა, რომ მოვლენა (როგორიცაა ფასის ზრდა), რომელიც ინდივიდს უბიძგებს შეამციროს, მაგალითად, სიმინდის ბურბუშელის (x_i) მოხმარება, ასევე აიძულებს მას შეცვალოს მის მიერ მოხმარებული სხვა მრავალი პროდუქტი, როგორიცაა რძე, შაქარი, საპონი და სხვ. როგორც ვნახავთ თავში 6, ეს გადანაწილების პროცესი შესაძლებელია საუკეთესოდ შევისწავლოთ სარგებლიანობის იმ ფუნქციით, რაც ნაჩვენებია ტოლობაში 3.35. ორ პროდუქტს შორის კომპრომისის ცნება კვლავ გამოგვადგება, სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის პროცესის კონცეფციის გადმოცემის დროს.

განურჩევლობის „წირები“ მრავალი პროდუქტის შემთხვევაში

განურჩევლობის მრუდების კონცეფციის განზოგადება მრავალი განზომილებისთვის არ წარმოადგენს დიდ პრობლემას მათემატიკისთვის. ჩვენ მარტივად განვსაზღვრავთ განურჩევლობის „წირს“, როგორც იმ წერტილების სიმრავლეს, რომლებიც აკმაყოფილებენ შემდეგ განტოლებას

$$U(x_1, x_2, \dots, x_n) = k, \tag{3.39}$$

სადაც k წინასწარ მოცემული მუდმივი რიცხვია. თუ სარგებლიანობის ფუნქცია კვაზი-ჩაზნექილია, იმ წერტილების სიმრავლე, რომლებისთვისაც $U \geq k$ იქნება ამოზნექილი; ე.ი. იმ მონაკვეთის ყველა წერტილი, რომლიც აერთებს ნებისმიერ ორ წერტილს $U = k$ განურჩევლობის წირზე ასევე აკმაყოფილებს პირობას $U \geq k$. სწორედ ეს თვისება იქნება სასარგებლო მომავალი შემთხვევების გასაანალიზებლად. სამწუხაროდ, მათემატიკური პირობები, რომლებიც უზრუნველყოფენ კვაზი-ჩაზნექილობას მრავალ განზომილებაში, არ არის ინტუიციურად გასაგები (იხ. თავის 2 დამატება), და მრავალი განზომილების ვიზუალური გამოსახვა პრაქტიკულად შეუძლებელია. ამგვარად, როცა ინტუიცია მოითხოვება, როგორც წესი, დავუბრუნდებით ორი პროდუქტის მაგალითებს.

შეჯამება

ამ თავში აღვწერეთ ის გზა, რომლითაც ეკონომისტები მსჯელობენ ინდივიდების უპირატესობებზე იმ პროდუქტებთან მიმართებაში, რასაც ირჩევენ. ჩვენ ჩამოვაყალიბეთ დასკვნები იმ უპირატესობების შესახებ, რომლებიც არჩევანის თეორიის იმ ანალიზში მთავარ როლს თამაშობენ, რასაც განვახორციელებთ შემდეგ თავებში:

- თუ ინდივიდები ემორჩილებიან ქცევის ზოგიერთ საბაზისო პოსტულატს თავიანთ უპირატესობებში პროდუქტებს შორის, ისინი შეძლებენ მოახდინონ ყველა სამომხმარებლო ნაკრების რანჟირება და ეს შეფასება შეიძლება წარმოვადგინოთ სარგებლიანობის ფუნქციით. არჩევანის გაკეთებისას ინდივიდები ისე იქცევიან, თითქოს ახდენენ ამ ფუნქციის მაქსიმიზაციას.
- სარგებლიანობის ფუნქციები ორი პროდუქტისთვის შესაძლებელია გამოვსახოთ განურჩევლობის მრუდების რუკის საშუალებით. ამ რუკაზე დახაზული განურჩევლობის თითოეული მრუდის ფორმა. გვიჩვენებს ყველა იმ სამომხმარებლო ნაკრებს, რომლებიც უზრუნველყოფს სარგებლიანობის მოცემულ დონეს.
- განურჩევლობის მრუდის უარყოფითი დახრილობა განისაზღვრება ჩანაცვლების ზღვრული ნორმით (*MRS*). ის გვჩვენებს იმ თანაფარდობას, რითაც ხდება ინდივიდისთვის ერთი პროდუქტის (y) ერთი ერთეულის გაცვლის კომპენსირება მეორე პროდუქტის (x) ერთი ერთეულით.
- დაშვება იმის შესახებ, რომ *MRS* მცირდება, როცა x პროდუქტი იცვლება y-ზე, თანხმობაშია იმ ვარაუდთან, რომ ინდივიდები სამომხმარებლო არჩევანის გაკეთებისას, უპირატესობას ანიჭებენ გარკვეულ ბალანსს. თუ *MRS* ყოველთვის მცირდება, ინდივიდებს ექნება განურჩევლობის მკაცრად ამოზნექილი მრუდები. ეს იმას ნიშნავს, რომ მათი სარგებლიანობის ფუნქცია კვაზი-ჩაზნექილია.
- ფუნქციის რამდენიმე მარტივი ფორმა შესაძლებელია შეიცავდეს მნიშვნელოვან განსხვავებებს ინდივიდების უპირატესობებში ორი (ან მეტი) პროდუქტისთვის. ამ შემთხვევაში განვიხილეთ ქობ-დაგლასის ფუნქცია, წრფივი ფუნქცია (სრული შემცვლელები), ფიქსირებული პროპორციის ფუნქცია (სრული შემავსებლები) და *CES* ფუნქცია (მოიცავს სხვა დანარჩენ სამ კონკრეტულ შემთხვევას).
- ორი პროდუქტის შესახებ მაგალითების განზოგადება მრავალი პროდუქტის შემთხვევისთვის მათემატიკურად მარტივია. როგორც შემდგომში ვნახავთ, მრავალ პროდუქტს შორის ინდივიდთა არჩევანზე დაკვირვება მოგვცემს საინტერესო შედეგებს. თუმცა, მრავალი პროდუქტის მაგალითის მათემატიკა არ არის ინტუიციურად გასაგები, ამიტომ დავეყრდნობით ორი პროდუქტის შემთხვევებს..

ამოცანები

3.1

სარგებლიანობის ქვემოთ მოცემული ფუნქციებისთვის ააგეთ განურჩევლობის მრუდები და განსაზღვრეთ არის თუ არა ისინი განურჩევლობის ამოზნექილი მრუდები (ეს ნიშნავს, რომ MRS მცირდება, როცა x იზრდება).

ა. $U(x, y) = 3x + y$.
ბ. $U(x,y) = \sqrt{x \cdot y}$.
გ. $U(x,y) = \sqrt{x + y}$.
დ. $U(x,y) = \sqrt{x^2 - y^2}$
ე. $U(x,y) = \frac{xy}{x+y}$.

3.2

სქოლიოში 7 ვაჩვენეთ, რომ სარგებლიანობის ფუნქციას ორი პროდუქტისთვის აქვს მკაცრად კლებადი MRS (ე.ი. არის მკაცრად კვაზი-ჩაზნექილი) და უნდა სრულდებოდეს შესაბამისი პირობა

$$f_2^2 f_{11} - 2f_1 f_2 f_{12} + f_1^2 f_{22} < 0$$

ეს პირობა გამოიყენეთ საიმისოდ, რომ შეამოწმოთ ამოცანაში 3.1 მოცემული განურჩევლობის მრუდების ამოზნექილობა. აღწერეთ ყველა გზა, რომელსაც აღმოაჩენთ ამ პროცესში.

3.3

განიხილეთ სარგებლიანობის შემდეგი ფუნქციები:

ა. $U(x, y) = xy$.
ბ. $U(x, y) = x^2y^2$.
გ. $U(x, y) = \ln x + \ln y$.

აჩვენეთ, რომ თითოეულ მათგანს აქვს კლებადი MRS, მაგრამ ისინი შესაბამისად ავლენენ მუდმივ, ზრდად და კლებად ზღვრულ სარგებლიანობას. რა დასკვნის გაკეთება შეგიძლიათ?

3.4

როგორც ვნახეთ, ნახაზზე 3.5 სარგებლიანობის მრუდების ამოზნექილობის ჩვენების ერთ-ერთი გზა არის შემდეგი: ნებისმიერი ორი (x_1, y_1) და (x_2, y_2) წერტილისთვის იმ განურჩევლობის მრუდზე, რომლისთვისაც $U = k$, სარგებლიანობა, რომელიც

ასოცირდება წერტილთან $(x_1 + x_2)/2$, $(y_1 + y_2)/2$) მინიმუმ k-ს ტოლია. ეს მიდგომა გამოიყენეთ საიმისოდ, რომ ახსნათ განუჩევლობის მრუდების ამოზნექილობა შემდეგი სამი ფუნქციისთვის. შედეგები გამოსახეთ გრაფიკულად.

ა. $U(x, y) = \min(x, y)$.
ბ. $U(x, y) = \max(x, y)$.
გ. $U(x, y) = x + y$.

3.5

ფილი ფანატიკოსი ყოველთვის მიირთმევს ფრინველის სოსისს სპეციალური რეცეპტით. ის იყენებს 40 სმ სიგრძის ჰოთდოგს ნახევარ ფუნთუშასთან ერთად, 1 უნცია მდოგვს და 2 უნცია მუავე კიტრის საკმაზს. მისი სარგებლიანობა არის მხოლოდ ამ ოთხი პროდუქტის ფუნქცია. დამატებითი ერთეული, რომელიმე მათგანის გამოკლებით ფილისთვის არაფრის მომცემია.

ა. რა ფორმის იქნება ფილი ფანატიკოსის სარგებლიანობის ფუნქცია ამ ოთხი პროდუქტისთვის?
ბ. როგორ გამარტივდება შეკითხვა, თუ ფილი ფანატიკოსის ფუნქციას განვიხილავთ როგორც ერთი პროდუქტის ფუნქციას? რომელია ეს პროდუქტი?
გ. დავუშვათ, ერთი ცალი ჰოთ დოგი ღირს $1.00, ერთი ფუნთუშა - $0.50, 1 უნცია მდოგვი - $0.50 და ერთი უნცია კიტრის საკმაზი - $0.15. რა ღირს შეკითხვაში (ბ) განსაზღვრული პროდუქტი?
დ. თუ ჰოთდოგის ფასი გაიზრდება 50%-ით (თითოეული $1.50), რამდენი პროცენტით გაიზრდება პროდუქტის ფასი?
ე. ფუნთუშის ფასის 50%-ით გაზრდა რა გავლენას მოახდენს პროდუქტის ფასზე? რატომ განსხვავდება თქვენი პასუხი შეკითხვის (დ) პასუხისგან?
ვ. მთავრობას სურს $1.00 სიდიდის გადასახადის დაწესებით გაზარდოს იმ პროდუქტების ფასები, რასაც ფილი ფანატიკოსი იძენს. როგორ გადაანაწილებს ის ამ გადასახადს ოთხ პროდუქტზე ისე, რომ მოხდეს სარგებლიანობის დანახარჯების მინიმიზაცია ფილისთვის?

3.6

მრავალი სარეკლამო მოწოდება თითქოს ასაბუთებს რაიმეს ინდივიდების უპირატესობების შესახებ. როგორ ჩაწერდით ასეთი მოწოდების სარგებლიანობის ფუნქციას მათემატიკურად?

ა. გპირდები, მარგარინი ისევე კარგია, როგორც კარაქი.
ბ. *Coke*-თან ერთად საქმეები უკეთესად მიდის.
გ. ის იმდენად გემრიელია, თქვენ ვერ მიირთმევთ მხოლოდ პრინგლის ერთ ცალ კარტოფილის ჩიფსს.

დ. კრიფსის კრემიანი მოჭიქული დონატები უკეთესია, ვიდრე დანკინის.

ე. მილერ ბრიუინგი გვირჩევს ლუდის სმას „პასუხისმგებლობით“. [რა იქნება „უპასუხისმგებლოთ“ დალევა?]

3.7

ა. A მომხმარებელს სურს გაცვალოს x-ის 3 ერთეული, y-ის ერთ ერთეულში, როცა მას აქვს 6 ერთეული x და 5 ერთეული y. ის ასევე მზად იყო გაეცვალა 6 ერთეული x პროდუქტი 2 ერთეულ y-ში, მაშინ როცა მას ქონდა 12 ერთეული x და 3 ერთეული y. მომხმარებლისთვის განურჩეველია ნაკრებები (6,5) და (12,3). როგორია სარგებლიანობის ფუნქცია x-ისა და y-სთვის? დახმარება: როგორია განურჩევლობის მრუდის ფორმა?

ბ. A მომხმარებელს სურს გაცვალოს x-ის 4 ერთეული, y-ის 1 ერთეულში, როცა ის მოიხმარს ნაკრებს (8,1). მას ასევე სურს გაცვალოს x-ის ერთი ერთეული, y-ის 2 ერთეულში, როცა ის მოიხმარს ნაკრებს (4,4). მისთვის ეს ნაკრებები განურჩეველია. თუ ვიგულისხმებთ, რომ სარგებლიანობის ფუნქცია ქობ-დაგლასისაა და მოცემულია შემდეგი ფორმით $U(x, y) = x^{\alpha}y^{\beta}$, სადაც α და β დადებითი მუდმივი რიცხვებია, როგორია ამ მომხმარებლის სარგებლიანობის ფუნქცია?

გ. იყო თუ არა ინფორმაციის ნაკლებობა (ბ) შეკითხვაში? თუ დიახ, რა სახის მინიმალური ინფორმაციაა საჭირო სარგებლიანობის ფუნქციის დასაწერად?

3.8

იპოვეთ სარგებლიანობის ფუნქცია ქვემოთ მოცემული განურჩევლობის თითოეული მრუდისთვის [განსაზღვრული როგორც $U(\cdot) = C$]:

ა. $z = \dfrac{C^{1/\delta}}{x^{\alpha/\delta}y^{\beta/\delta}}$.

ბ. $y = 0.5\sqrt{x^2 - 4(x^2 - C)} - 0.5x$.

გ. $z = \dfrac{\sqrt{y^4 - 4x(x^2y - C)}}{2x} - \dfrac{y^2}{2x}$.

ანალიტიკური ამოცანები

3.9 საწყისი მონაცემები

დავუშვათ ინდივიდს აქვს ორი პროდუქტის საწყისი რაოდენობა, რაც განაპირობებს მის სარგებლიანობას. საწყისი რაოდენობა მოცემულია $\bar{x}$ და $\bar{y}$-ით.

ა. გამოსახეთ პროდუქტების საწყისი რაოდენობები ამ ინდივიდის განურჩევლობის მრუდზე.

ბ. თუ ამ პიროვნებას შეუძლია x სხვას გაუცვალოს y-ში (ან პირიქით), რა სახის გაცვლას აწარმოებს ის? რა სახის გაცვლა არ შედგება? როგორ დამოკიდებულებაშია ეს გაცვლა ამ ინდივიდის MRS-თან წერტილზე $(\bar{x}, \bar{y})$?

გ. დავუშვათ, ეს ინდივიდი კმაყოფილია თავისი ქონების საწყისი რაოდენობით და გაცვლას გადაწყვეტს მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ სარგებლიანობა გაიზრდება k რაოდენობით მაინც. როგორ გამოსახავთ ამას განურჩევლობის მრუდის რუკაზე?

3.10 ქობ-დაგლასის სარგებლიანობა

მაგალითი 3.3 გვიჩვენებს, რომ ქობ-დაგლასის ფუნქციისთვის

$$U(x, y) = x^{\alpha}y^{\beta}$$

MRS მოცემულია შემდეგი სახით

$$MRS = \frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{y}{x}\right).$$

ა. დამოკიდებულია თუ არა შედეგი პირობაზე $\alpha + \beta = 1$? შეესაბამება თუ არა ეს ჯამი არჩევანს?

ბ. იმ სამომხმარებლო ნაკრებისთვის, რომლისთვისაც $y = x$, რამდენადაა MRS დამოკიდებული α და β მნიშვნელობაზე? ინტუიციურად ახსენით რატომაა, რომ თუ $\alpha > \beta$, მაშინ $MRS > 1$. პასუხები გამოსახეთ გრაფიკულად.

გ. დავუშვათ ინდივიდი სარგებლიანობას იღებს მხოლოდ x-ის და y-ის გარკვეული რაოდენობიდან, რომელიც აჭარბებს მინიმალურ საარსებო დონეს – მოცემულს x_0, y_0. ამ შემთხვევაში

$$U(x, y) = (x - x_0)^{\alpha}(y - y_0)\beta.$$

ეს ფუნქცია ჰომოთეტურია? (შემდგომი დამატებითი დისკუსიისთვის გაფართოვებული ახსნა იხ. თავში 4).

3.11 დამოუკიდებელი ზღვრული სარგებლიანობები

ორ პროდუქტს აქვს დამოუკიდებელი ზღვრული სარგებლიანობა თუ

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = 0$$

აჩვენეთ, რომ თუ ავიღებთ კლებად ზღვრულ სარგებლიანობას ყოველი პროდუქტისთვის, მაშინ ნებისმიერ სარგებლიანობის ფუნქციას დამოუკიდებელი ზღვრული

სარგებლიანობებით, ექნება კლებადი MRS. მოიყვანეთ მაგალითი, რომელიც ასაბუთებს, რომ ამ ვარაუდის საპირისპირო დაშვება არ არის ჭეშმარიტი.

3.12 CES სარგებლიანობა

ა. უჩვენეთ, რომ ქვემოთ მოცემული CES ფუნქცია ჰომოთეტურია:

$$\alpha \frac{x^{\delta}}{\delta} + \beta \frac{y^{\delta}}{\delta}.$$

როგორაა დამოკიდებული MRS თანაფარდობაზე x/y?

ბ. აჩვენეთ, რომ თქვენს მიერ (ა) შეკითხვაზე მიღებული პასუხი თანხმობაშია იმ შემთხვევის განხილვისას გამოთქმულ მოსაზრებებთან, როცა $\delta = 1$ (სრული შემცვლელები) და $\delta = 0$ (ქობ-დაგლასი).

გ. უჩვენეთ, რომ MRS მკაცრად მცირდება $\delta < 1$ ყველა მნიშვნელობისთვის.

დ. აჩვენეთ, რომ თუ $x = y$, ამ ფუნქციის MRS დამოკიდებულია მხოლოდ α და β შედარებით მნიშვნელობაზე.

ე. გამოთვალეთ MRS ამ ფუნქციისთვის როცა $x/y = 0.9$ და $x/y = 1.1$ ორი შემთხვევისთვის, როცა $\delta = 0.5$ და $\delta = -1$. რა დასკვნის გაკეთება შეგიძლიათ იმ სიდიდის შესახებ, რითაც იცვლება MRS საზღვრებში $x = y$? როგორ გამოსახავთ ამას გეომეტრიულად?

3.13 კვაზი-წრფივი ფუნქცია

განიხილეთ ფუნქცია $U(x, y) = x + \ln y$. ეს ფუნქცია საკმაოდ ხშირად გამოიყენება ეკონომიკურ მოდელირებაში, ვინაიდან მას რამდენიმე სასარგებლო თვისება აქვს.

ა. იპოვეთ ფუნქციის MRS. მოახდინეთ შედეგის ინტერპრეტაცია.

ბ. დაასაბუთეთ, რომ ფუნქცია კვაზი-ჩაზნექილია.

გ. იპოვეთ ამ ფუნქციის განურჩევლობის მრუდის განტოლება.

დ. შეადარეთ x და y ზღვრული სარგებლიანობა. როგორ ახსნით ამ ფუნქციას? როგორ არჩევანს გააკეთებენ მომხმარებლები x და y შორის, თუ ისინი ეცდებიან გაზარდონ სარგებლიანობა, მაგალითად, შემოსავლის ზრდასთან ერთად მეტის მოხმარებით? („შემოსავლის ეფექტს“ უფრო დეტალურად განვიხილავთ თავში 5).

ე. განიხილეთ, როგორ იცვლება სარგებლიანობა, როცა ორი პროდუქტის რაოდენობა იზრდება. აღწერეთ სიტუაცია, სადაც ეს ფუნქცია შეიძლება სასარგებლო იყოს.

3.14 სარგებლიანობის ფუნქციები და უპირატესობები

წარმოიდგინეთ ორი ისეთი პროდუქტი, რომლებიც ცალ-ცალკე მოხმარებისას გვაძლევენ ზრდად სარგებლიანობას მოხმარებული რაოდენობის ზრდასთან ერთად,

(ისინი ინდივიდუალურად მონოტონურები არიან). აღნიშნულისგან განსხვავებით, თუ მათ ერთდროულად მოვიხმართ, მცირდება ერთ-ერთის სარგებლიანობა (შეიძლება ვიფიქროთ რძისა და ფორთოხლის წვენის შესახებ, რომელთა მოხმარება ინდივიდუალურად სასარგებლოა, მაგრამ ერთდროულად მიღება შეიძლება უსარგებლო აღმოჩნდეს).

ა. შემოგვთავაზეთ ზემოაღწერილი ორი პროდუქტის სარგებლიანობის ფუნქციის ფუნქციური ფორმა.

ბ. იპოვეთ *MRS* ორ პროდუქტს შორის თქვენს მიერ შემოთავაზებული ფუნქციონალური ფორმისთვის.

გ. რომელ ზოგად დაშვებებს (ასეთის არსებობის შემთხვევაში) არღვევს თქვენი ფუნქციური ფორმა, მათ შორის, რომლებიც ჩვენ ჩამოვაყალიბეთ უპირატესობებისა და სარგებლიანობის ფუნქციის შესახებ?

დამატებითი საკითხავი

Aleskerov, Fuad, and Bernard Monjardet. *Utility Maximization, Choice, and Preference*. Berlin: Springer-Verlag, 2002.

უპირატესობის თეორიის სრულყოფილი გამოკვლევა. მოიცავს სხვადასხვა ზღვრულ მოდელს და „შინაარსი-დამოკიდებულება" გადაწყვეტილების მიღების მოდელებს.

Jehle, G. R., and P. J. Reny. *Advanced Microeconomic Theory*, 2nd ed. Boston: Addison Wesley/Longman, 2001.

თავში 2 მოცემულია სარგებლიანობის ფუნქციების არსებობა, როცა ადგილი აქვს რაციონალობის საბაზო აქსიომების პირობებს.

Kreps, David M. *A Course in Microeconomic Theory*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1990.

თავი 1 მოიცავს უპირატესობების თეორიის გარკვეულ დეტალებს. კვაზიჩაზნექილობის კარგი განხილვაა.

Kreps, David M. *Notes on the Theory of Choice*. London: Westview Press, 1988.

უპირატესობების თეორიის საფუძვლების კარგი განხილვაა. წიგნის უდიდესი ნაწილი ეთმობა განუსაზღვრელი სიტუაციების სარგებლიანობას

Mas-Colell, Andrea, Michael D. Whinston, and Jerry R. Green. *Microeconomic Theory*. New York: Oxford University Press, 1995.

თავები 2 და 3 ეთმობა უპირატესობების დამოკიდებულების დეტალურ განვითარებას და მათ წარმოდგენას სარგებლიანობის ფუნქციის დახმარებით.

Stigler, G. "The Development of Utility Theory." *Journal of Political Economy* 59, pts. 1–2 (August/October 1950): 307–27, 373–96.

სარგებლიანობის თეორიის ისტორიის ნათელი და სრულყოფილი ანალიზი. აქვს მრავალი საინტერესო მიგნება და ციტირება.

დანართები

განსაკუთრებული უპირატესობები

სარგებლიანობის ფუნქციის კონცეფცია საკმარისად ზოგადია საიმისოდ, რომ ადაპტირებული იქნეს განსაკუთრებული გარემოებების ფართო სპექტრისთვის. ისეთი ორიგინალური ფუნქციური ფორმების გამოკვლევით, რომლებიც ზეგავლენას ახდენენ ზოგიერთი პრობლემის მნიშვნელოვან ასპექტებზე, შესაძლებელია რიგი დასკვნების ჩამოყალიბება, რომლებიც ლიტერატურული მიდგომის საფუძველზე ხანდახან არც არის აშკარა. აქ ჩვენ ყურადღებას ვამახვილებთ უპირატესობების ოთხ ასპექტზე, რომლებზეც ეკონომისტები ცდილობენ მოდელები შექმნან: (1) ბარიერის ეფექტი; (2) ხარისხი; (3) ჩვევები და მისწრაფებები; (4) მეორე მხარის უპირატესობები. თავებში 7 და 17 ჩვენ რამდენიმე დამატებით გზას ვაჩვენებთ უპირატესობათა ასპექტების გასაგებად.

E3.1 ბარიერის ეფექტი

სარგებლიანობის მოდელი, რომელიც ამ თავში განვიხილეთ, გულისხმობს, რომ ინდივიდი ყოველთვის ანიჭებს უპირატესობას A სამომხმარებლო ნაკრებს B-სთან შედარებით იმ პირობით, რომ $U(A) > U(B)$. თუმცა, შესაძლებელია მოხდეს ისეთი რამ, რაც ინდივიდს აიძულებს სწრაფად გადაერთოს A ნაკრებიდან B-ზე. თუმცა ხშირად, ასეთი ელვისებური გადართვა ნაკლებადაა შესაძლებელი. სინამდვილეში ადამიანები შეიძლება აღმოჩნდნენ თავისებური და დასაშვებია საჭირო გახდეს გარემოში ძალიან მკვეთრი ცვლილებები საიმისოდ, რომ შეიცვალონ ქცევა. მაგალითად, ინდივიდს შესაძლებელია არც კი ქონდეს განსაკუთრებული შეხედულება იმის შესახებ, თუ რომელი ბრენდის მიერ წარმოებულ კბილის პასტას ირჩევს, და ეს ბრენდი ამჯობინოს თუ არა ახალ (და შესაძლოა უკეთეს) ბრენდს. ანალოგიურად, ინდივიდებმა შეიძლება ძველი საყვარელი სატელევიზიო შოუ ამჯობინონ ახალს, იმის მიუხედავად, რომ ძველის ხარისხი გაუარესდა. ასეთი ქცევის აღწერის ერთი-ერთი გზა იმის დაშვებაა, რომ ინდივიდები გადაწყვეტილებას იღებენ უპირატესობების ბარიერთან მიახლოებისას. შექმნილ სიტუაციაში, სამომხმარებლო ნაკრები A შეიძლება შევარჩიოთ B-ს ნაცვლად მხოლოდ მაშინ, თუ

$$U(A) > U(B) + \varepsilon, \qquad \text{(i)}$$

სადაც ε არის ბარიერი, რაც უნდა გადაილახოს. ამ მახასიათებლით განურჩევლობის მრუდები შეიძლება იყოს საკმაოდ უცნაური და შესაძლებელია ბუნდოვანიც, ვიდრე ცალკეული კონტურული ნირები, რაც ნაჩვენები იყო ამ თავში. ამ სახეობის ბარიერის მოდელები ფართოდ გამოიყენება მარკეტინგში. ასეთი მოდელების თეორია დეტალურად წარმოდგენილია ალესკეროვისა და მონჯარდეტის მიერ (2002). ავტორები განიხილავენ გზებს იმ ბარიერის განსაზღვრის მიზნით, რომელიც შესაძლებელია დამოკიდებული იყოს განსახილველი სამომხმარებლო ნაკრების მახასიათებლებზე ან შინაარსიდან გამომდინარე სხვა ცვლადებზე.

ალტერნატიული საწვავი

ვედენოვმა, დუფილდმა და ვეცზშეინმა (2006) გამოიყენეს ბარიერის იდეა, იმ პირობების განსახილველად, რომლის დროსაც ინდივიდები გადაერთვებიან ბენზინიდან საწვავის ალტერნატიულ სახეობებზე (ძირითადად ეთანზე) თავიანთ ავტომობილებში გამოყენების მიზნით. ავტორებმა გამოიკვლიეს, რომ ბოლო წლებში ბენზინის გამო-

ყენების ძირითადი ნაკლოვანება იყო მისი ფასის არასტაბილურობა – საწვავის სხვა სახეობებთან შედარებით. ავტორებმა დაასკვნეს, რომ ეთანზე გადასვლა მომგებიანია (განსაკუთრებით მაშინ, როცა ბენზინის ფასი არასტაბილურად იზრდება) იმ პირობით, რომ ნაზავი არ შეამცირებს საწვავის გამოყენების ეფექტიანობას.

E3.2 ხარისხი

სამომხმარებლო ნაკრებები საკმაოდ განსხვავებული ხარისხისაა, ამიტომ ეკონომისტები დაინტერესებული არიან ეს განსხვავებები ჩართონ არჩევანის შესახებ მოდელებში. ერთი მიდგომა ისაა, რომ განსხვავებული ხარისხის საგნები, განვიხილოთ, როგორც სრულიად განსხვავებული ცალკე პროდუქტები, რომლებიც ერთმანეთის შედარებით ახლო შემცვლელებია, მაგრამ ეს მიდგომა შეიძლება მოუხერხებელი იყოს, რადგან პროდუქტების დიდი რაოდენობა იქნება ჩართული. ალტერნატიული მიდგომა ხარისხს განიხილავს, როგორც არჩევანის პირდაპირ ობიექტს. ამ შემთხვევაში სარგებლიანობა შეიძლება გამოვსახოთ შემდეგი სახით

$$\textbf{სარგებლიანობა} = U(q, Q), \qquad \text{(ii)}$$

სადაც q არის მოხმარების რაოდენობა და Q ამ მოხმარების ხარისხი. ეს მიდგომა საშუალებას იძლევა განვიხილოთ რაოდენობა-ხარისხს შორის არჩევანი. ეს უკავშირდება სირთულეებს, ვინაიდან მოხმარებული პროდუქტის ხარისხი (მაგალითად, ღვინო) ხშირად მრავალფეროვანია. ასეთ შემთხვევებში ხარისხი შესაძლებელია განხილული იქნეს როგორც საშულო სიდიდე (იხ. თეილი,[1] 1952), მაგრამ ეს მიდგომა არ გამოდგება იმ შემთხვევებისთვის, როცა ახალი პროდუქტის ხარისხი სწრაფად იცვლება (როგორც მაგალითად პერსონალური კომპიუტერების შემთხვევაში). უფრო ზოგადი ანალიზი (პირველად შემოთავაზებული ლანკასტერის მიერ, 1971) ყურადღებას ამახვილებს პროდუქტების კარგად განსაზღვრულ ნაკრებზე და გულისხმობს, რომ სწორედ ეს ატრიბუტები უზრუნველყოფენ სარგებლიანობას. თუ q პროდუქტი მოიცავს ორ ასეთ ატრიბუტს a_1-ს და a_2-ს, მაშინ სარგებლიანობა შეიძლება ასე ჩავწეროთ

$$\textbf{სარგებლიანობა} = U[(q, a_1, (q), a_2 (q)], \qquad \text{(iii)}$$

სარგებლიანობის გაუმჯობესება შესაძლებელია წარმოიქმნას იმის გამო, რომ ეს ინდივიდი ირჩევს პროდუქტების დიდ რაოდენობას ან იმის გამო, რომ მოცემული რაოდენობა გვაძლევს ღირებული ატრიბუტების უფრო მაღალ დონეს.

პერსონალური კომპიუტერები

ეს იმ ეკონომისტების პრაქტიკაა, რომლებიც იკვლევენ მოთხოვნას ისეთ სწრაფად ცვალებად დარგებში, როგორიცაა პერსონალური კომპიუტერები. ამ შემთხვევაში აშკარად არაკორექტული იქნება ყურადღების ფოკუსირება მხოლოდ წლის მანძილზე გაყიდული კომპიუტერების რაოდენობაზე, ვინაიდან ახალი მოდელები გაცილებით უკეთესია, ვიდრე ძველები (და სავარაუდოდ, მეტ სარგებლიანობას უზრუნველყოფს). მაგალითად, ბერნდტიმ, გრილჩსმა და რაპაპორტმა (1995) დაადგინეს, რომ დროის გძელვადიან პერიოდში პერსონალური კომპიუტერების ხარისხი ყოველწლიურად 30%-ით იზრდება, პირველ რიგში, ეს უკავშირდება ისეთი ატრიბუტების გაუმჯობესებას, როგორიცაა უფრო სწრაფი პროცესორები და უკეთესი მყარი დისკები. ინდივიდი, რომელიც დღეს პერსონალურ კომპიუტერს ყიდულობს $2000-ად იძენს გაცილებით მეტ სარგებლიანობას, ვიდრე იგივე მყიდველი მიიღებდა 5 წლის წინ.

1 თეილი ასევე გვთავაზობს ხარისხის შეფასებას მოხმარებაში ცვლილებებთან კორელაციაში განხილვით და სხვადასხვა პროდუქტებზე შემოსავლის ელასტიკურობის მიხედვით.

E3.3 ჩვევები და მიწჩათვებები

ვინაიდან მოხმარება დროის მიმდინარეობას უკავშირდება, არის იმის ალბათობა, რომ დროის ერთ მომენტში მიღებული გადაწყვეტილება სარგებლიანობაზე მოგვიანებით იმოქმედებს. ჩვევა გამომუშავდება მაშინ, როცა ინდივიდები აღმოაჩენენ, რომ ისინი კმაყოფილებას იღებენ, როცა პროდუქტს ერთ პერიოდში მოიხმარენ და ეს ზრდის მათ მოხმარებას მომდევნო პერიოდშიც. უკიდურესი შემთხვევაა – დამოკიდებულება (იქნება ეს ნარკოტიკი, სიგარეტი თუ ფილმები), როცა წარსული მოხმარება მნიშვნელოვნად ზრდის მიმდინარე მოხმარების სარგებლიანობას. ამ იდეის მათემატიკურად გამოსახვის ერთი გზაა იმის დაშვება, რომ t პერიოდის სარგებლიანობა დამოკიდებულია t პერიოდში მოხმარებაზე და ქცევის ჩამომყალიბებელი პროდუქტების მთლიანად მოხმარებულ რაოდენობაზე (ვთქვათ, X):

$$\text{სარგებლიანობა} = U_t(x_t, y_t, s_t), \qquad \text{(iv)}$$

სადაც

$$s_t = \sum_{i=1}^{\infty} x_{t-i} \ .$$

ემპირიულ გამოყენებაში უახლესი მონაცემები მოხმარების დონის შესახებ, როგორც წესი, არ არსებობს. ამის გამო, ჩვევის მოდელისთვის გავრცელებულია მიმდინარე მოხმარების (x_t) და წინა პერიოდის მოხმარების ($x_t - 1$) გამოყენება. გაგრძელება შეიძლება იმის დაშვებით, რომ სარგებლიანობა მოცემულია შემდეგი სახით

$$\text{სარგებლიანობა} = U_t(x_t^*, y_t), \qquad \text{(v)}$$

სადაც x_t^* არის x_t-ს და x_{t-1}-ის რომელიმე მარტივი ფუნქცია, როგორიცაა $x_t^* = x_t - x_{t-1}$ ან $x_t^* = x_t / x_{t-1}$. ასეთი ფუნქციები გულისხმობენ, რომ სხვა თანაბარ პირობებში, რაც უფრო მაღალია x_{t-1}, მეტი x_t იქნება შერჩეული მიმდინარე პერიოდში.

ჩვევების მოდელირება

ქცევის მოდელირების ეს მიდგომები გამოყენებული იყო მრავალი მიმართულებით. სტიგლერი და ბეკერი (1977) ამ მოდელებს იყენებენ იმის ასახსნელად, თუ რატომ ავითარებენ თავის „გემოვნებას“ ინდივიდები, როცა დადიან ოპერაში ან თამაშობენ გოლფს. ბეკერმა, გროსმანმა და მარფიმ (1994) მოახდინეს მოდელის ადაპტირება სიგარეტის წევასა და მიჩვევა-დამოკიდებულების სხვა სახეობებზე. მათ უჩვენეს, რომ ადრეულ ასაკში სიგარეტის წევის შემცირებას შეიძლება ძალიან დიდი ეფექტი ქონდეს სიგარეტის მოთხოვნაზე ინდივიდის სარგებლიანობის ფუნქციის დინამიკის გამო. იმის მიუხედავად, რომ რაიმეზე დამოკიდებული ქცევა „რაციონალურია“, ის აქტიურად იქნა შესწავლილი ეკონომისტების მიერ. მაგალითად, გრუბერმა და კოსზეგმა (2001) აჩვენეს, რომ მოწევა შეიძლება განვიხილოთ, როგორც რაციონალური, თუმცა, დროსთან შეუსაბამო[2] ქცევა.

E3.4 მეორე მხარის უპირატესობები

ერთმნიშვნელოვანია, რომ ადამიანები ზრუნავენ სხვების კეთილდღეობაზე. ფენომენი, როგორიცაა აკეთო საქველმოქმედო საქმეები ან შვილებისთვის დატოვო ანდერძი, არ შეიძლება გავიგოთ იმის აღიარების გარეშე, რომ ადამიანებს შორის არსებობს ურთიერთდამოკიდებულება. მეორე მხარის უპირატესობები შეიძლება ჩართული იქნეს i ინდივიდის სარგებლიანობის ფუნქციაში, ვთქვათ ასეთი ფორმით

$$\text{სარგებლიანობა} = U_i(x_i, y_i, U_j), \qquad \text{(vi)}$$

სადაც U_j არის ვინმეს სარგებლიანობა.
თუ $\partial U_i / \partial U_j > 0$, მაშინ ეს პიროვნება მონაწილეობ-

2 უფრო დაწვრილებით დროსთან მიმართებით შეუსაბამო ქცევაზე. იხილე თავი 17.

ას მიიღებს ალტრუისტულ საქმიანობაში, მაგრამ თუ $\partial U_i/\partial U_j < 0$, მაშინ ის გამოავლენს ბოროტ ქცევას, რომელიც დაკავშირებული იქნება შურთან. ჩვეულებრივი შემთხვევაა, როცა $\partial U_i/\partial U_j = 0$ და ამ დროს ზემოაღნიშნულ ორ ალტერნატივას შორის ოქროს შუალედი მოიძებნება. გარი ბეკერი ამ მიმართულებით ჩატარებული კვლევის პიონერი იყო, წერდა მრავალი მიმართულებით, მათ შორისაა, სოციალური ურთიერთქმედების ზოგადი თეორია (1976) და ალტრუიზმის მნიშვნელობა ოჯახის თეორიაში (1981).

ევოლუციური ბიოლოგია და გენეტიკა

ბიოლოგებმა სარგებლიანობის ფუნქციის განსაკუთრებული ფორმა შეიმუშავეს iv ფორმულით, რომელიც აღებულია გენეტიკის თეორიიდან. ამ შემთხვევაში

$$\text{სარგებლიანობა} = U_i(x_i, y_i) + \sum_j r_j U_j, \qquad \text{(vii)}$$

სადაც, r_j ზომავს ახლო გენეტიკურ დამოკიდებულებას i ინდივიდსა და j ინდივიდს შორის. მშობლებსა და შვილებს შორის, მაგალითად, $r_j = 0.5$, მაშინ როცა ბიძაშვილებისთვის ის ტოლია $r_j = 0.125$. ბერგსტრომმა (1996) აღწერა რამდენიმე დასკვნა ევოლუციური ქცევის შესახებ, რაც ბიოლოგებმა ამ კონკრეტული ფუნქციური ფორმიდან შეიმუშავეს.

ლიტერატურა:

Aleskerov, Fuad, and Bernard Monjardet. *Utility Maximization, Choice, and Preference*. Berlin: Springer-Verlag, 2002.

Becker, Gary S. *The Economic Approach to Human Behavior*. Chicago: University of Chicago Press, 1976.

———. *A Treatise on the Family*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1981.

Becker, Gary S., Michael Grossman, and Kevin M. Murphy. "An Empirical Analysis of Cigarette Addiction". *American Economic Review* (June 1994): 396–418.

Bergstrom, Theodore C. "Economics in a Family Way". *Journal of Economic Literature* (December 1996): 1903–34.

Berndt, Ernst R., Zvi Griliches, and Neal J. Rappaport. "Econometric Estimates of Price Indexes for Personal Computers in the 1990s." *Journal of Econometrics* (July 1995): 243–68.

Gruber, Jonathan, and Botond Koszegi. "Is Addiction 'Rational'? Theory and Evidence." *Quarterly Journal of Economics* (November 2001): 1261–1303.

Lancaster, Kelvin J. *Consumer Demand: A New Approach*. New York: Columbia University Press, 1971.

Stigler, George J., and Gary S. Becker. "De Gustibus Non Est Disputandum." *American Economic Review* (March 1977): 76–90.

Theil, Henri. "Qualities, Prices, and Budget Enquiries." *Review of Economic Studies* (April 1952): 129–47.

Vedenov, Dmitry V., James A. Duffield, and Michael E. Wetzstein. "Entry of Alternative Fuels in a Volatile U.S. Gasoline Market". *Journal of Agricultural and Resource Economics* (April 2006): 1–13.

სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია და არჩევანი

ამ თავში შევისწავლით არჩევანის საბაზისო მოდელს, რომელსაც ეკონომისტები ინდივიდების ქცევის ასახსნელად იყენებენ. ეს მოდელი გულისხმობს, რომ შეზღუდული შემოსავლით ინდივიდები ცდილობენ მაქსიმალური სარგებლიანობის მიღებას. ეს ნიშნავს იმას, რომ ინდივიდები თავისი ქცევით ახდენენ სარგებლიანობის მაქსიმიზაციას ბიუჯეტის შეზღუდულობის პირობებში. მიუხედავად იმისა, რომ ამ მოდელის კონკრეტული გამოყენების მაგალითები ძალზე მრავალფეროვანია, ყველა მათგანი ეყრდნობა ერთიდაიმავე მათემატიკურ მოდელს და იმ ზოგად დასკვნას, რომ სარგებლიანობის მაქსიმიზაციისთვის ინდივიდები აირჩევენ პროდუქტების ისეთ ნაკრებს, რომელთა ჩანაცვლების ზღვრული ნორმა (MRS) ამ პროდუქტების საბაზრო ფასთა თანაფარდობის ტოლი იქნება. საბაზრო ფასები იძლევა ინფორმაციას ინდივიდების ალტერნატიული დანახარჯების შესახებ და მნიშვნელოვან როლს ასრულებს რეალურად განხორციელებულ არჩევანზე.

სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია და უკვისებური გამოთვლები

არჩევანის თეორიის შესწავლის დაწყებამდე, მიზანშეწონილია ვისაუბროთ ორ სადავო საკითხზე: პირველი – ადამიანებს არ შეუძლიათ იმ „ელვისებული გამოთვლების“ ჩატარება, რაც საჭიროა სარგებლიანობის მაქსიმიზაციისთვის. აღნიშნულის თანახმად, სუპერმარკეტში ადამიანები უბრალოდ იღებენ მათთვის ხელმისაწვდომ პროდუქტებს და ამას აკეთებენ რაიმე რეალური მოდელის ან მიზნის გარეშე. ეკონომისტები არ არიან დარწმუნებულნი ამაში. ისინი ეჭვობენ, რომ ადამიანები ამას აკეთებენ შემთხვევით (ყველა მათგანი შეზღუდულია ბიუჯეტით) და ისინი ელვისებურ გამოთვლებს არასწორად მიიჩნევენ. თავიდან 1 გავიხსენოთ ფრიდმენის წყალბურთელი. ისიც ვერ აკეთებს გასროლისას ფიზიკის კანონებიდან გამომდინარე ელვისებურ გამოთვლებს, მაგრამ თავად ის კანონები წინასწარმეტყველებენ ამ მოთამაშის ქცევას. ამგვარად, როგორც ვნახავთ, სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის მოდელი წინასწარმეტყველებს ქცევის მრავალ ასპექტს, იმის მიუხედავად, რომ არავინ ეძებს კომპიუტერში ჩატვირთული სარგებლიანობის ფუნქციის საკუთარ პროგრამას. უფრო ზუსტად, ეკონომისტები ვარაუდობენ, რომ ადამიანები ისე იქცევიან, თითქოს აკეთებენ ასეთ გამოთვლებს. ამგვარად, დავა იმის შესახებ, რომ გაანგარიშებები შეუძლებელია, არ არის მართებული.

ალტრუიზმი და ეგოიზმი

ჩვენი მოდელის საწინააღმდეგო მეორე დავა მდგომარეობს იმაში, რომ ის განსაკუთრებით ეგოისტურია. ამ დავის თანახმად, არავის არ აქვს განსაკუთრებული ეგოისტური მიზნები. ეკონომისტები უფრო მეტად მიიჩნევენ ეგოიზმს როგორც მამოძრავებელ ძალას, ვიდრე სხვა უფრო უტოპიურად მოაზროვნეები (ადამ სმითმა შენიშნა, რომ „ჩვენ არ ვართ მზად საიმისოდ, რომ მივხვდეთ ამა თუ იმ ადამიანში ეგოიზმის დეფიციტს"[1]). ეს დავა, ასევე, უადგილოა. სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის მოდელში არაფერი უშლის ხელს ინდივიდებს, რომ სარგებლიანობა მიიღონ ქველმოქმედებით და კარგი საქმეების კეთებით. შეიძლება ვიგულისხმოთ, რომ ასეთი საქმიანობა იძლევა სარგებლიანობას. სინამდვილეში ეკონომისტები სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის მოდელს იყენებენ ისეთი საკითხების შესასწავლად, როგორიცაა დროისა და თანხის ხარჯვა ქველმოქმედებისთვის, შვილებისთვის ანდერძის დატოვება, ან თუნდაც სისხლის გადასხმა. საჭირო არაა ამ მოქმედებების ანგარება-უანგარობის შეფასება. ეკონომისტები ეჭვობენ, რომ ადამიანები ასეთ გადაწყვეტილებას არ მიიღებდნენ, თუ ის მათი ინტერესების საწინააღმდეგოდ იმოქმედებდა.

საწყისი ბამოკვლევა

სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის ჩვენი გამოკვლევის ზოგადი შედეგები მოკლედ შეიძლებელია ასე ჩამოვაყალიბოთ.

ოპტიმიზაციის პრინციპი

სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია. სარგებლიანობის მაქსიმიზაციისთვის, დასახარჯად მოცემულია ფიქსირებული შემოსავალი, ინდივიდმა უნდა შეიძინოს პროდუქტების ისეთი რაოდენობა, რომ მთლიანად დახარჯოს შემოსავალი და რომლისთვისაც ორ პროდუქტს შორის კომპრომისის ნორმა (MRS) ტოლია იმ ნორმის, რომლითაც პროდუქტები შეიძლება ერთმანეთში გაიცვალოს ბაზარზე.

შემოსავალი სრულად რომ უნდა დაიხარჯოს - ეს აშკარაა. იმის გამო, რომ დამატებითი პროდუქტი განაპირობებს დამატებით სარგებლიანობას და არ არსებობს შემოსავლის სხვაგვარი გამოყენება, ნებისმიერი დაუხარჯავი თანხა ამცირებს სარგებლიანობის მაქსიმიზაციას. თანხის დაზოგვა არ არის სარგებლიანობის მაქსიმიზაციისკენ მიმართული ქმედება.

პირობაში მითითებული კომპრომისის ნორმის თანაბრობა მოითხოვს დამატებით ახსნას. იმის გამო, რომ ნორმა, რითაც ერთი პროდუქტი ბაზარზე შეიძლება გაიცვალოს მეორეში მოცემულია მათი ფასების თანაფარდობით, ეს შედეგი შეიძლება წარმოვადგინოთ ისეთი აღნიშვნით, რომ ინდივიდები MRS-ს (x-სს y-თვის) გაუტოლ-

1 Adam Smith, *The Theory of Moral Sentiments* (1759; reprint, New Rochelle, NY: Arlington House, 1969), p. 446.

ებენ x-ისა და y-ის ფასების თანაფარდობას (p_x/p_y). ინდივიდის კომპრომისის ნორმის ტოლობა ბაზრის მიერ განსაზღვრულ კომპრომისის ნორმასთან, საერთოა ინდივიდის სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის ყველა პრობლემისთვის (და პრობლემის მაქსიმიზაციის მრავალი სხვა სახეობისთვის). ეს კვლავაც მრავალჯერ შეგვხვდება ტექსტში.

ჩათლნობრივი გამოსახვა

ინტუიციის შედეგების რეალურად დასახანად, დავუშვათ, არ არის სწორი მოსაზრება, რომ MRS პროდუქტების ფასების თანაფარდობის ტოლია. უფრო კონკრეტულად, დავუშვათ, რომ ინდივიდის $MRS = 1$ და ინდივიდს სურს გაცვლოს x-ის 1 ერთეული y-ის 1 ერთეულში და ის ამით კმაყოფილია. დავუშვათ ასევე, რომ x-ის ერთი ერთეულის ფასია \$2, ხოლო y-ის ერთი ერთეულის, კი \$1. ადვილია ვაჩვენოთ, რომ ინდივიდს შეუძლია უკეთესად მოიქცეს. დავუშვათ, ეს ინდივიდი ამცირებს x-ის მოხმარებას ერთი ერთეულით და მას ბაზარზე ცვლის y-ის ორ ერთეულში. y-ის დამატებითი ერთი ერთეული, რომელიც ინდივიდმა მიიღო ამ გაცვლით, მას უფრო მეტად აკმაყოფილებს, ვიდრე ის იყო ადრე. y-ის მეორე ერთეული არის ინდივიდის კეთილდღეობის რაოდენობრივი გამოსახვა. ამგვარად, პირველ შემთხვევაში ინდივიდის დანახარჯები ოპტიმალურად არ იყო გაწეული. ანალიზის მსგავსი მეთოდი შესაძლებელია გამოვიყენოთ ყველგან, სადაც MRS და ფასების თანაფარდობა p_x/p_y ერთმანეთისგან განსხვავდება. სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის პირობაა ამ ორი სიდიდის ტოლობა.

ორი პროდუქტის შემთხვევა: ბრაფიკული ანალიზი

აღნიშნული განხილვა საკმაოდ გონივრულია, მაგრამ არ არის დასაბუთებული. ჩვენ შედეგი უნდა ვაჩვენოთ უფრო თანმიმდევრული ფორმით და ამავე დროს, საჭიროა განვიხილოთ მაქსიმიზაციის პროცესის სხვა მნიშვნელოვანი ატრიბუტები. პირველად განვიხილავთ გრაფიკულ ანალიზს, შემდეგ, კი უფრო მეტად მათემატიკურ მიდგომას დავეყრდნობით.

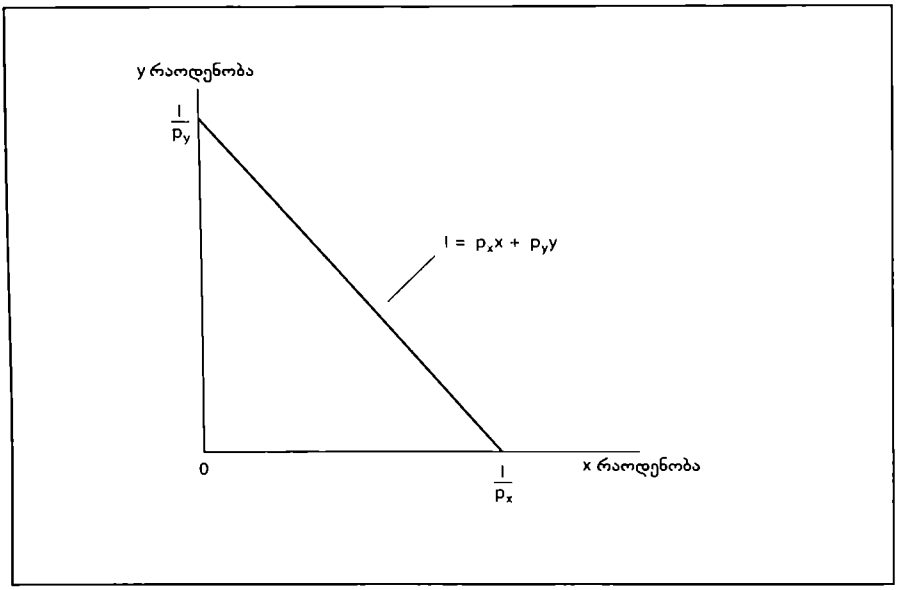
ბიუჯეტის შეზღუდულობა

დავუშვათ, რომ ინდივიდს აქვს I დოლარი x და y პროდუქტებს შორის გასანაწილებლად. თუ p_x არის x პროდუქტის ფასი, ხოლო p_y კი y პროდუქტის ფასი, მაშინ ინდივიდი შემოსაზღვრულია შემდეგი პირობით

$$p_x x + p_y y \leq 1 \qquad \textbf{(4.1)}$$

ნახაზი 4.1 ინდივიდის საბიუჯეტო შეზღუდულობა ორი პროდუქტისთვის

x-ისა და *y*-ის კომბინაციები, რომლებიც ინდივიდს შეუძლია შეარჩიოს, არის სამკუთხედის გამუქებულ არეზე. თუ დავუშვებთ, რომ ინდივიდს ყველა პროდუქტი ურჩევნია მეტი, ვიდრე ცოტა, მაშინ ამ სამკუთხედის ფართობი, საბიუჯეტო შეზღუდულობის შესაბამისია. თანხა შეიძლება დაიხარჯოს როგორც *x*, ისევე *y*-ზე. წრფის დახრილობა არის „$-p_x/p_y$".



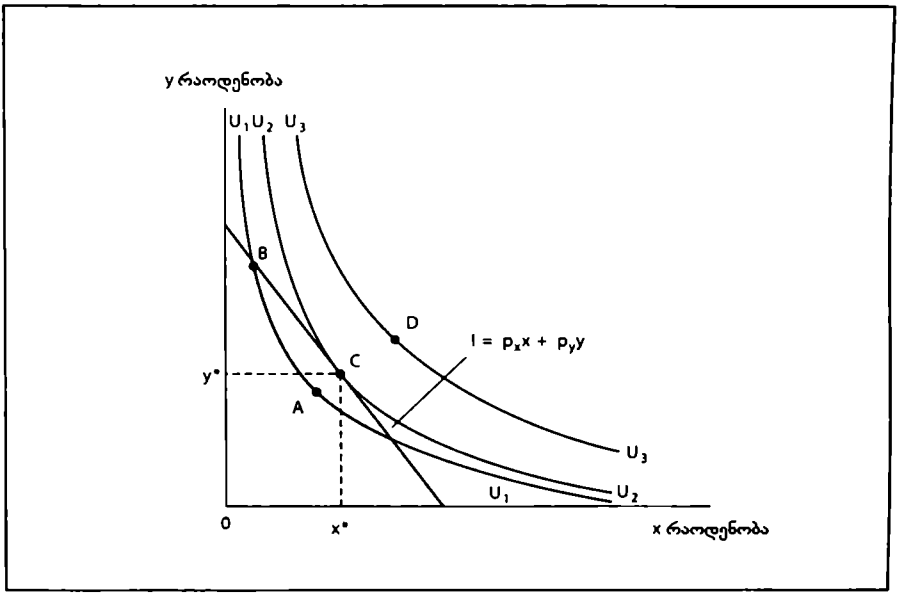
ეს იმას ნიშნავს, რომ I შეიძლება დაიხარჯოს ორ პროდუქტზე. საბიუჯეტო შეზღუდულობა გრაფიკულად ნაჩვენებია ნახაზზე 4.1. ინდივიდს შეუძლია *x*-ის და *y*-ის მხოლოდ ის კომბინაციები შეარჩიოს, რაც ნახაზზე სამკუთხედის გამუქებულ არეზეა ნაჩვენები. თუ მთელი I დაიხარჯება მხოლოდ x პროდუქტზე, მაშინ ის შეიძენს *x*-ის იმ რაოდენობას, რაც გაუტოლდება I/p_x. ანალოგიურად, თუ მთელი I დაიხარჯება მხოლოდ *y*-ზე, მაშინ შეიძენს მის I/p_y რაოდენობას. საბიუჯეტო შეზღუდულობის წრფის დახრილობაა „$-p_x/p_y$". დახრილობა გვიჩვენებს, თუ როგორ იცვლება ბაზარზე y პროდუქტი *x*-ში. თუ $p_x = 2$ და $p_y = 1$, მაშინ 2 y პროდუქტი გაიცვლება ერთ x პროდუქტში.

მაქსიმუმის პირველი რიგის პირობები

საბიუჯეტო შეზღუდულობა შესაძლებელია გამოვსახოთ ამ ინდივიდის განურჩევლობის მრუდების რუკაზე. ნახაზი 4.2 გვიჩვენებს ამ პროცედურას. ინდივიდი იქნებოდა ირაციონალური, თუ აირჩევდა ისეთ წერტილს, როგორიცაა A. მას შეუძლია მიაღწიოს უფრო მაღალ სარგებლიანობას, თუ მეტ თანხას დახარჯავს. ნაკლები კმაყოფილების

ნახაზი 4.2 სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის გრაფიკული გამოსახვა

C წერტილი გვიჩვენებს სარგებლიანობის იმ უმაღლეს დონეს, რაც შეიძლება მიღწეული იქნეს ინდივიდის მიერ არსებული საბიუჯეტო შეზღუდულობის პირობებში. x^*y^* კომბინაცია ინდივიდისთვის რაციონალური გზაა თავისი მსყიდველობითი უნარის გამოსავლენად. პროდუქტების მხოლოდ ამ კომბინაციისთვის შესრულდება ორი პირობა: სრულად დაიხარჯება ბიუჯეტი და ინდივიდის კომპრომისის ნორმა (MRS) გაუტოლდება იმ ნორმას, რითაც იცვლება ეს ორი პროდუქტი ბაზარზე (p_x/p_y).



შესახებ დაშვება გულისხმობს, რომ ინდივიდმა სრულად უნდა დახარჯოს თავისი შემოსავალი მაქსიმალური სარგებლიანობის მისაღებად. ანალოგიურად, დანახარჯების გადანაწილებით უკეთესად იგრძნობს თავს *B* წერტილში. *D* წერტილი არ განიხილება, ვინაიდან შემოსავალი არ არის იმდენი, რომ შეძენილი იქნეს *D* ნაკრები. ნათელია, რომ სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია მიიღწევა *C* წერტილში, სადაც შეიძლება შეირჩეს x^*y^*. ესაა წერტილი U_2 განურჩევლობის მრუდზე და ეს ნაკრები შეიძლება შეძენილი იქნეს *I* შემოსავლით. უფრო მაღალი სარგებლიანობა ვერ მიიღწევა. *C* არის საბიუჯეტო შეზღუდულობისა და განურჩევლობის მრუდის შეხების წერტილი. აღნიშნულის გამო *C* წერტილში გვექნება

$$\textbf{საბიუჯეტო შეზღუდულობის დახრილობა} = \frac{-p_x}{p_y} =$$

$$\textbf{განურჩევლობის მრუდის დახრილობა} = \left.\frac{dy}{dx}\right|_{U=\text{მუდმივი}} \qquad \textbf{(4.2)}$$

ან

$$\frac{p_x}{p_y} = -\left.\frac{dy}{dx}\right|_{U = \text{მუდმივი}} = MRS \text{ } x\text{-ის } y\text{-ისთვის} \qquad \textbf{(4.3)}$$

ჩვენი ინტუიციური შედეგი დამტკიცებულია: მაქსიმალური სარგებლიანობისთვის უნდა დაიხარჯოს სრული შემოსავალი და MRS უნდა იყოს პროდუქტების ფასების თანაფარდობის ტოლი. ნახაზიდან აშკარად ჩანს, რომ თუ ეს პირობა არ შესრულდებოდა, მაშინ ინდივიდი უკეთესად იგრძნობდა თავს თავისი დანახარჯების სხვაგვარად გადანაწილებით.

მაქსიმაშის მეორე რიგის პირობები

განურჩევლობის მრუდისა და საბიუჯეტო შეზღუდულობის წრფის შეხება, მაქსიმუმის აუცილებელი პირობაა. იმის სანახავად, რომ ეს არ არის საკმარისი პირობა, განვიხილოთ განურჩევლობის მრუდების რუკა (იხ. ნახაზი 4.3). განურჩევლობის მრუდისა და საბიუჯეტო შეზღუდულობის წრფის შეხების C წერტილი ნაკლებად სასარგებლოა B წერტილთან შედარებით, რომელიც, თავის მხრივ, არ არის შეხების წერტილი. სინამდვილეში, ჭეშმარიტი მაქსიმუმი არის შეხების მეორე წერტილი (A). მხების პირობის მცდარობა – განაპირობოს ორაზროვანი მაქსიმუმი შეიძლება მივაწეროთ განურჩევლობის მრუდების ფორმას ნახაზზე 4.3. თუ განურჩევლობის მრუდები ისე იქნებოდა მოცემული, როგორც ნახაზზე 4.2, მაშინ ასეთი პრობლემები არ აღმოცენდებოდა. მაგრამ ჩვენ უკვე ვაჩვენეთ, რომ განურჩევლობის „ჩვეულებრივი" ფორმის მრუდები MRS-ის კლებადობის დაშვების შედეგია. თუ იგულისხმება, რომ MRS კლებადია, მაშინ მხების პირობა არის მაქსიმუმის როგორც აუცილებელი, ისე საკმარისი პირობა[2]. ამ დაშვების გარეშე მხების პირობის გამოყენების დროს საჭიროა სიფრთხილე.

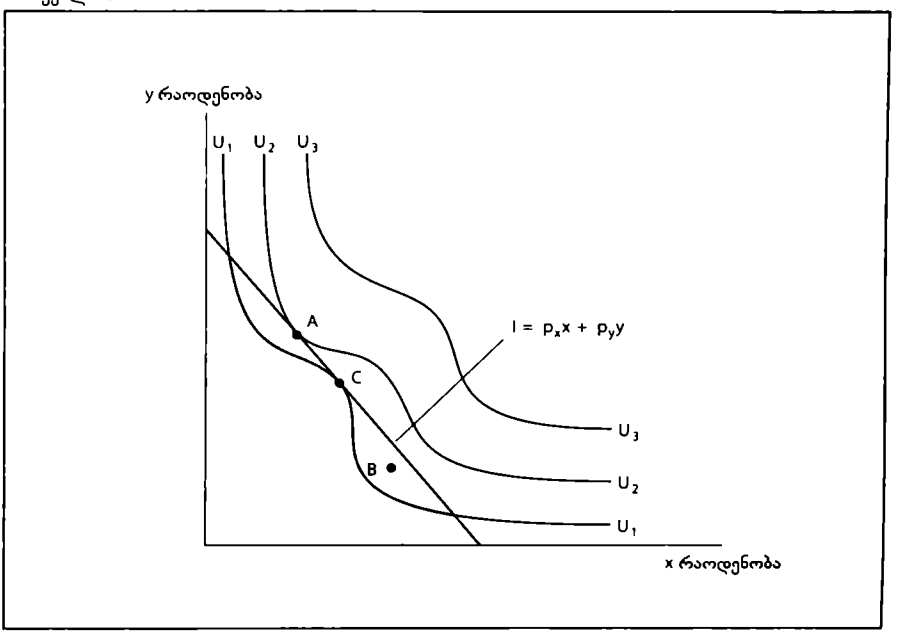
ჯყთხყრი გადაწყვეტილება

ნახაზზე 4.2 წარმოდგენილი სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის საკითხი „შიდა" მაქსიმუმია, სადაც ორივე პროდუქტის დადებითი რაოდენობაა გამოყენებული. ზოგჯერ ინდივიდები მაქსიმალურ სარგებლიანობას იღებენ იმით, რომ ერთ პროდუქტს საერთოდ არ გამოიყენებენ. თუ ვინმეს არ უყვარს ჰამბურგერი, არ არსებობს საიმისო მიზეზი, რომ თანხები დაიხარჯოს მასზე. ეს შემთხვევა მოცემულია ნახაზზე 4.4. სარგებლიანობა მაქსიმალურია E წერტილში, სადაც $x = x^*$ და $y = 0$. ამგვარად, საბიუჯეტო შეზღუდულობის ნებისმიერი წერტილი, სადაც y-ის დადებითი რაოდენობა მოიხმარება, ნაკლები სარგებლიანობის მომცემია, ვიდრე E. ყურადღება გაამახვილეთ, რომ E წერტილი

2 მათემატიკურად, იმის გამო, რომ MRS-ის კლებადობის დაშვება კვაზი-ჩაზნექილობის დაშვების ექვივალენტურია, მაქსიმუმის აუცილებელი პირობა წრფივი შეზღუდულობის დაშვებით, ასევე საკმარისია, როგორც ვაჩვენეთ თავში 2.

ნახაზი 4.3 განურჩევლობის მრუდების რუკა, რომლისთვისაც მხების პირობა არ უზრუნველყოფს მაქსიმუმს

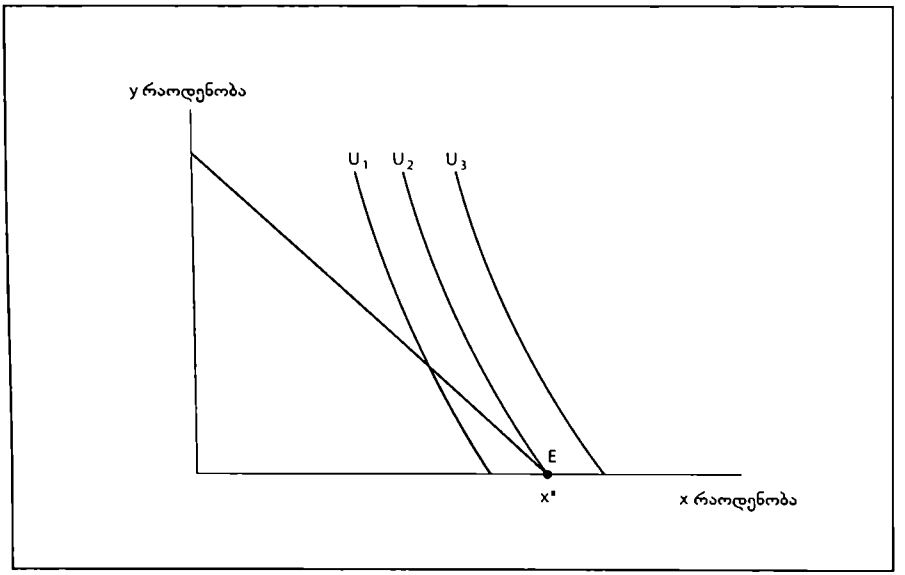
თუ განურჩევლობის მრუდები არ ემოჩილება დაშვებას, რომ *MRS* კლებადია, განურჩევლობის მრუდისა და საბიუჯეტო შეზღუდულობის შეხების ყველა წერტილი არ იქნება სარგებლიანობის მაქსიმუმის შესაბამისი. ამ მაგალითში, შეხების *C* წერტილი ნაკლებია მრავალ წერტილთან შედარებით, რომლებიც იგივე ბიუჯეტით შეიძლება იქნეს შეძენილი. იმის გამო, რომ მაქსიმუმის აუცილებელი პირობა (ესაა მხების პირობა) ასევე უნდა იყოს საკმარისიც, თუ *MRS* კლებადია, ე.ი. სარგებლიანობის ფუნქცია მკაცრად კვაზიჩაზნექილია.



საბიუჯეტო შეზღუდულობისა და U_2 განურჩევლობის მრუდის შეხების წერტილი არაა. აღნიშნულის გარდა, ოპტიმალურ წერტილში საბიუჯეტო შეზღუდულობის წრფის დახრილობა უფრო მეტია ვიდრე U_2, რაც იმაზე მიანიშნებს, რომ ნორმა, რითაც ბაზარზე y შეიძლება გაიცვალოს x-ში, ნაკლებია, ვიდრე ინდივიდის კომპრომისის ნორმა (*MRS*). ამ შემთხვევაში შეუძლებელია y-ის უარყოფითი რაოდენობის მოხმარება. ამ პროცესის ლიმიტია X-ღერძი, რომლის გასწვრივ გამოყენებული y პროდუქტის რაოდენობა ნულის ტოლია. ამგვარად, როგორც ეს განხილვა ადასტურებს, აუცილებელია პირველი რიგის პირობების შეცვლა, საიმისოდ, რომ სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია განხორციელდეს ნახაზზე 4.4 გამოსახული კუთხური გადაწყვეტილებისთვის. შემდგომი განხილვა მიეძღვნება n რაოდენობის პროდუქტების ზოგად შემთხვევას, რის შემდეგაც თავიდან 2 გამოვიყენებთ მათემატიკას იმის საჩვენებლად, თუ როგორ სრულდება იგი.

ნახაზი 4.4 სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის კუთხური გადაწყვეტილება

იმ უპირატესობების საფუძველზე, რაც გამოსახულია ნახაზზე, სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია მიიღწევა E წერტილში, სადაც გამოყენებული y პროდუქტის რაოდენობა ნულის ტოლია. პირველი რიგის პირობები ნაწილობრივ უნდა შეიცვალოს საიმისოდ, რომ ვაჩვენოთ ასეთი შესაძლებლობა.



n-პროდუქტების მაბაღითი

გრაფიკულად განხილული ორი პროდუქტის მაგალითი შესაძლებელია გავავრცელოთ მრავალი პროდუქტის შემთხვევაზეც. ასევე, შესაძლებელია ნაჩვენები იქნეს შიდა სარგებლიანობის მაქსიმიმუმისთვის, რომლის თანახმადაც ნებისმიერი ორი პროდუქტის MRS, ტოლი უნდა იყოს ამ პროდუქტების ფასთა თანაფარდობის. აღნიშნულის უფრო ზოგადად შესასწავლად გამოვიყენოთ მათემატიკა.

პირველი რიგის პირობები

n რაოდენობის პროდუქტის შემთხვევაში ინდივიდის მიზანია მიიღოს მაქსიმალური სარგებლიანობა ამ n რაოდენობის პროდუქტიდან:

$$\textbf{სარგებლიანობა} = U(x_1, x_2, \ldots, x_n), \tag{4.4}$$

საბიუჯეტო შეზღუდულობის პირობით[3]

$$I = p_1x_x + p_2x_2 + \ldots + p_nx_n \tag{4.5}$$

ან

$$I - p_1x_x - p_2x_2 - \ldots - p_nx_n = 0 \tag{4.6}$$

იმ ტექნიკის გამოყენებით, რაც განვავითარეთ თავში 2, კერძოდ ფუნქციის მაქსიმიზაცია შეზღუდულობის პირობებში, ჩვენ ჩავწერეთ ლაგრანჟის გამოსახულება

$$\mathcal{L} = U(x_1, x_2, \ldots, x_n) + \lambda(I - p_1x_x - p_2x_2 - \ldots - p_nx_n). \tag{4.7}$$

$\mathcal{L}$-ს ნაწილობითი წარმოებული ($x_1, x_2, \ldots, x_n$ და λ მიმართ) ტოლია 0-ის და გვაძლევს $n + 1$ რაოდენობის ტოლობებს, შესაბამისად გვიჩვენებს შიდა მაქსიმუმის აუცილებელ პირობებს:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = \frac{\partial U}{\partial x_1} - \lambda p_1 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = \frac{\partial U}{\partial x_2} - \lambda p_2 = 0$$

(4.8)

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_n} = \frac{\partial U}{\partial x_n} - \lambda p_n = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = I - p_1x_1 - p_2x_2 - \ldots - p_nx_n = 0$$

პრინციპში, $n + 1$ რაოდენობის ეს ტოლობები შეიძლება ამოვხსნათ ოპტიმალური x_1, x_2, ..., x_n და λ-თვის (ასეთი გადაწყვეტილების შესაძლებლობაში დასარწმუნებლად იხ. მაგალითები 4.1 და 4.2).

მაქსიმუმისთვის ტოლობები 4.8 აუცილებელია, მაგრამ არასაკმარისი. მეორე რიგის პირობები, რომლებიც უზრუნველყოფს მაქსიმუმს შედარებით რთულია და უნდა განვიხილოთ მატრიცების გამოყენებით (იხ. თავის 2 დამატება). ამგვარად, მკაცრი კვაზი-ჩაზნექილობის დაშვება (*MRS*-ის კლებადობა ორი პროდუქტის შემთხვევაში) საკმა-

3 საბიუჯეტო შეზღუდულობა არასაკმარისი კმაყოფილების დაშვების გამო, კვლავ ჩაიწერა როგორც ტოლობა. ნათელია, რომ ინდივიდი შემოსავალს სრულად დახარჯავს.

რისია იმის უზრუნველსაყოფად, რომ ნებისმიერი წერტილი, რომელიც ემორჩილება ტოლობას 4.8, სინამდვილეში არის ჭეშმარიტი მაქსიმუმი.

პირველი რიგის პირობების შედეგები

ტოლობაში 4.8 ნაჩვენები პირველი რიგის პირობები შეიძლება გადავწეროთ ჩვენთვის საინტერესო სხვადასხვა გზით. მაგალითად, ნებისმიერი ორი x_i და x_j პროდუქტისთვის გვექნება

$$\frac{\partial U / \partial x_i}{\partial U / \partial x_j} = \frac{p_i}{p_j} \tag{4.9}$$

თავში 3 ვაჩვენეთ, რომ ორი პროდუქტის ზღვრული სარგებლიანობების თანაფარდობა ტოლია მათი ჩანაცვლების ზღვრული ნორმის. ამის გამო, შემოსავლის ოპტიმალური განაწილების პირობები ასეთია

$$MRS(x_i x_j\text{-თვის}) = \frac{p_i}{p_j} \tag{4.10}$$

ეს სწორედ იმის შედეგია, რაც ამ თავის დასაწყისში გამოვსახეთ გრაფიკულად სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის მიზნით და ნიშნავდა, რომ საამისოდ ინდივიდმა პროდუქტების რაოდენობის არჩევისას თავისი კომპრომისის ნორმა უნდა გაუტოლოს საბაზრო კომპრომისის ნორმას.

ლაგრანჟის მულტიპლიკატორის ინტერპრეტაცია

ტოლობის 4.8 λ-ის მიმართ ამოხსნით მივიღებთ სხვა შედეგს:

$$\lambda = \frac{\partial U / \partial x_1}{p_1} = \frac{\partial U / \partial x_2}{p_2} = \ldots = \frac{\partial U / \partial x_n}{p_n} \tag{4.11}$$

ან

$$\lambda = \frac{MU_{x_1}}{p_1} = \frac{MU_{x_2}}{p_2} = \ldots = \frac{MU_{x_n}}{p_n}.$$

ეს ტოლობები ამტკიცებენ, რომ სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის წერტილზე შერჩეულმა თითოეულმა პროდუქტმა, დახარჯულ თითოეულ დოლარზე უნდა უზრუნველყოს იმავე სიდიდის ზღვრული სარგებლიანობა, რა თანხაც დაიხარჯა ამ პროდუქტზე.

ამგვარად, თითოეულ პროდუქტს უნდა ქონდეს იდენტური (ზღვრული) „სარგებელი-(ზღვრული)-დანახარჯები“ თანაფარდობა. ეს რომ არ იყოს ჭეშმარიტი, მაშინ ერთი პროდუქტი უზრუნველყოფდა უფრო მეტ „ზღვრულ კმაყოფილებას ერთ დოლარზე“, ვიდრე სხვა პროდუქტი და თანხა არ იქნებოდა ოპტიმალურად დახარჯული.

მკითხველი მომავალში უფრო დეტალურად იქნება ინფორმირებული ზღვრული სარგებლიანობის შესახებ, აქვე აღვნიშნავთ, რომ ტოლობა 4.11 გვეუბნება – დამატებით დახარჯულმა დოლარმა უნდა მოგვცეს ერთიდაიგივე სიდიდის „დამატებითი სარგებლიანობა“, იმის მიუხედავად, თუ რომელ პროდუქტზე დაიხარჯა ის. ამ დამატებითი სარგებლიანობის ზოგადი მნიშვნელობა მომხმარებლის საბიუჯეტო შეზღუდულობისთვის მოცემულია ლაგრანჟის მულტიპლიკატორით (λ-ის საშუალებით). აქედან გამომდინარე, λ შეიძლება განვიხილოთ, როგორც დამატებითი დოლარის დანახარჯის ზღვრული სარგებლიანობა („შემოსავლის“ ზღვრული სარგებლიანობა).

ერთ-ერთი ბოლო გზა მაქსიმუმის აუცილებელი პირობის გადასაწერად ასეთია

$$p_i = \frac{MU_{x_i}}{\lambda} \tag{4.12}$$

ყველა შეძენილი i პროდუქტისთვის. ამ ტოლობის ასახსნელად, განვიხილოთ სიტუაცია, სადაც ინდივიდის შემოსავლის ზღვრული სარგებლიანობა (λ) რაიმე დიაპაზონში მუდმივი სიდიდეა. შემდეგ, პროდუქტზე ფასის ცვლილებისას ინდივიდმა i პროდუქტისთვის უნდა გადაიხადოს (p_i) , რომელიც ამ პროდუქტით მიღებული დამატებითი სარგებლიანობის პირდაპირპროპორციულია. ამის გამო, გადაწყვეტილების ზღვარზე პროდუქტის ფასი ასახავს ინდივიდის მზაობას გადაიხადოს კიდევ ერთი დამატებითი ერთეულისთვის. ამ შედეგს დიდი მნიშვნელობა აქვს გამოყენებითი კეთილდღეობის ეკონომიკისთვის, ვინაიდან გადახდისადმი მზაობა შეიძლება კვლევის დამოუკიდებელ მიმართულებად გამოიყოს (ფასებზე საბაზრო რეაგირების განხილვის გარეშე). თავში 5 ვნახავთ, როგორ შეიძლება ამ შინაარსის გამოყენება ფასების ცვლილებისას კეთილდღეობის ეფექტის შესაფასებლად და ბოლო თავებში, ჩვენ ამ იდეას გამოვიყენებთ რესურსების განლაგების (ალოკაციის) ეფექტიანობის საკითხების განხილვისას.

ჯგთხური გადაწყვეტილება

ტოლობის 4.8 პირველი რიგის პირობები სრულდება მხოლოდ შიდა მაქსიმუმისთვის, რომლის დროსაც ყოველი პროდუქტის დადებითი რაოდენობაა შერჩეული. როგორც გადმოცემულია თავში 2, როცა კუთხური გადაწყვეტილებები მიიღება (განხილული ნახაზზე 4.4), მაშინ პირობები ნაწილობრივ უნდა შეიცვალოს[4]. ამ შემთხვევაში ტოლობა

4.8 შეიცვლება და გვექნება

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = \frac{\partial U}{\partial x_1} - \lambda p_i \leq 0 \qquad (i = 1, \ldots, n) \tag{4.13}$$

და თუ

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = \frac{\partial U}{\partial x_1} - \lambda p_i < 0 \tag{4.14}$$

მაშინ

$$x_1 = 0 \tag{4.15}$$

ამ პირობების ასახსნელად, ტოლობა 4.14 შეიძლება ასე გადავწეროთ

$$p_i > \frac{\partial U / \partial x_1}{\lambda} = \frac{MU_{x_1}}{\lambda} \tag{4.16}$$

შედეგად, ოპტიმალური პირობები ისეთივეა, როგორც ადრე, გარდა იმისა, რომ ნებისმიერი პროდუქტი, რომლის ფასი (p_i) აჭარბებს მომხმარებლის ზღვრულ ღირებულებას (MU_{x_i}/λ) არ იქნება შერჩეული ($x_i = 0$). ამგვარად, მათემატიკური შედეგი ადასტურებს საღ აზრს იმ იდეის შესახებ, რომ ინდივიდები არ შეიძენენ პროდუქტს, რომელიც თანხის ქონაზე უარესია. თუმცა, კუთხური გადაწყვეტილებები არ არის ანალიზის ძირითადი მიზანი, მკითხველმა უნდა გაითვალისწინოს ასეთი გადაწყვეტილებების დადგომის საკითხი და ის ეკონომიკური ინტერპრეტაცია, რაც შეიძლება უკავშირდებოდეს ასეთი სიტუაციების ოპტიმალურ შედეგებს.

მაგალითი 4.1 ქობ-დაგლასის მოთხოვნის ფუნქცია

თავში 3 ვაჩვენეთ, რომ ქობ-დაგლასის სარგებლიანობის ფუნქცია მოცემულია შემდეგი სახით

$$U(x, y) = x^{\alpha} y^{\beta}, \tag{4.17}$$

სადაც მოხერხებულობისთვის[5], დავუშვით, რომ $\alpha + \beta = 1$. შეგვიძლია ამოვხსნათ x და

5 ყურადღება მიაქციეთ, რომ ქობ-დაგლასის სარგებლიანობის ფუნქციის ხარისხი ყოველთვის შეიძლება ნორმალიზებული იქნეს ჯამურად 1, რადგან $U^{1}/(\alpha + \beta)$ არის მონოტონური ტრანსფორმაცია.

y სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის მნიშვნელობები ნებისმიერი ფასისა (p_x, p_y) და შემოსავლისთვის (I). ლაგრანჟის გამოსახულების გამოყენებით გვექნება

$$\mathcal{L} = x^{\alpha}y^{\beta} + \lambda(I - p_x x_x - p_y y) \qquad \textbf{(4.18)}$$

რაც გვაძლევს პირველი რიგის პირობებს

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = \alpha x^{\alpha-1} y^{\beta} - \lambda p_x = 0,$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = \beta x^{\alpha} y^{\beta-1} - \lambda p_y = 0, \qquad \textbf{(4.19)}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = I - p_x x - p_y y = 0.$$

პირველი ორი პირობის თანაფარდობის აღება გვიჩვენებს, რომ

$$\frac{\alpha y}{\beta x} = \frac{p_x}{p_y} \qquad \textbf{(4.20)}$$

ან

$$p_y y = \frac{\beta}{\alpha} p_x x = \frac{1-\alpha}{\alpha} p_x x, \qquad \textbf{(4.21)}$$

სადაც ბოლო ტოლობას ვიღებთ, რადგან, $\alpha + \beta = 1$. ტოლობაში 4.21 პირველი რიგის პირობის შეცვლა საბიუჯეტო შეზღუდულობაში გვაძლევს

$$I = p_x x + p_y y = p_x x + \frac{1-\alpha}{\alpha} p_x x = p_x x\left(1 + \frac{1-\alpha}{\alpha}\right) = \frac{1}{\alpha} p_x x; \qquad \textbf{(4.22)}$$

x-ის მიმართ ამოხსნით მივიღებთ

$$x^{\cdot} = \frac{\alpha I}{p_x}, \qquad \textbf{(4.23)}$$

იგივე გარდაქმნებით გვექნება

(გაგრძელება)

$$y^* = \frac{\beta I}{p_y} \tag{4.24}$$

ეს შედეგები გვიჩვენებს, რომ ინდივიდი, რომლის სარგებლიანობის ფუნქცია მოცემულია ტოლობით 4.17, ყოველთვის აირჩევს თავის შემოსავლის α პროპორციას x პროდუქტის შესაძენად (ანუ $p_x x/I = \alpha$) და β პროპორციას y პროდუქტის შესაძენად ($p_y y/I = \beta$). თუმცა, ქობ-დაგლასის ფუნქციის ეს თვისება ყოველთვის აიოლებს მარტივი ამოცანების გადაჭრას. უნდა აღინიშნოს, რომ ფუნქციას შეზღუდული შესაძლებლობები აქვს – ახსნას მომხმარებლის რეალური ქცევა. ამის მიზეზია ის, რომ კონკრეტულ პროდუქტებზე გათვლილი შემოსავლის ნაწილი, ხშირად მნიშვნელოვნად იცვლება ეკონომიკური პირობების ცვლილებასთან ერთად. უფრო ზოგად ფუნქციონალურ ფორმას შეუძლია ისეთი შემთხვევების ახსნა, რასაც ვერ ითვალისწინებს ქობ-დაგლასის ფუნქცია. რამდენიმე შესაძლებლობას განვიხილავთ მაგალითში 4.2 და ბიუჯეტის წილების ზოგადი საკითხები უფრო დეტალურად იქნება განხილული ამ თავის დამატებაში.

რიცხობრივი მაგალითი. უპირველეს ყოვლისა, განვიხილოთ კონკრეტული რიცხობრივი მაგალითი ქობ-დაგლასის შემთხვევისთვის. დავუშვათ, x იყიდება $1 და y იყიდება $4, ხოლო მთლიანი შემოსავალია $8. ე.ი. $p_x = 1$, $p_y = 4$, $I = 8$. ასევე დავუშვათ, რომ $\alpha = \beta = 0.5$ ამგვარად, ეს ინდივიდი შემოსავალს თანაბრად ანაწილებს ორ პროდუქტზე. ტოლობების 4.23 და 4.24 მოთხოვნა გულისხმობს, რომ

$$\begin{aligned} x^* &= \alpha I/p_x = 0.5I/p_x = 0.5(8)/1 = 4, \\ y^* &= \beta I/p_y = 0.5I/p_y = 0.5(8)/4 = 1, \end{aligned} \tag{4.25}$$

და ამ ოპტიმალურ არჩევანთან

$$\textbf{სარგებლიანობა} = x^{0.5}y^{0.5} = (4)^{0.5}(1)^{0.5} = 2. \tag{4.26}$$

გაითვალისწინეთ, რომ ჩვენ შეგვიძლია გამოვთვალოთ შემოსავლის ამ განაწილებასთან დაკავშირებული ლაგრანჟის მულტიპლიკატორის მნიშვნელობა ტოლობის 4.19 გამოყენებით:

$$\lambda = \alpha x^{\alpha-1}y^{\beta}/p_x = 0.5(4)^{-0.5}(1)^{-0.5}/1 = 0.25 \tag{4.27}$$

ეს მნიშვნელობა გულისხმობს, რომ შემოსავალში ყოველი მცირე ცვლილება გაზრდის სარგებლიანობას ერთი-მეოთხედით. მაგალითად, ამ ინდივიდს აქვს 1%-ით მეტი შემოსავალი ($8.08). ამ შემთხვევაში მან უნდა აირჩიოს $x = 4.04$ და $y = 1.01$ რაოდენობა,

ხოლო სარგებლიანობა იქნება $4.04^{0.5} \cdot 1.01^{0.5} = 2.02$. აქედან გამომდინარე, შემოსავლის გაზრდა \$0.08 ზრდის სარგებლიანობას 0.02, როგორც ნაჩვენებია იმ ფაქტით, რომ $\lambda = 0.25$.

შეკითხვა: ტოლობის 4.23 შესაბამისად p_y მომხდარი ცვლილება მოახდენს თუ არა გავლენას x-ის რაოდენობაზე? თქვენი პასუხი ახსენით მათემატიკურად. ასევე განავითარეთ ინტუიციური მსჯელობა იმაზე დაყრდნობით, რომ y პროდუქტის შესაძენად განკუთვნილი შემოსავლის ნაწილი, მოცემულია სარგებლიანობის ფუნქციის პარამეტრით β.

მაგალითი 4.2 CES მოხმარება

იმ მაგალითის საჩვენებლად, სადაც ბიუჯეტის წილები რეაგირებენ ეკონომიკურ გარემოებებზე, განვიხილოთ *CES* ფუნქციის სამი კონკრეტული შემთხვევა.

შემთხვევა 1: $\delta = 0.5$ ამ შემთხვევაში, სარგებლიანობაა

$$U(x, y) = x^{0.5} + y^{0.5} \tag{4.28}$$

ლაგრანჟის გამოსახულების გამოყენებით

$$\mathcal{L} = x^{0.5} + y^{0.5} + \lambda(I - p_x x_x - p_y y) \tag{4.29}$$

მივიღებთ მაქსიმუმის პრიველი რიგის შემდეგ პირობებს

$$\begin{aligned} \partial\mathcal{L}/\partial x &= 0.5x^{-0.5} - \lambda p_x = 0 \\ \partial\mathcal{L}/\partial x &= 0.5y^{-0.5} - \lambda p_y = 0 \\ \partial\mathcal{L}/\partial\lambda &= I - p_x x - p_y y = 0 \end{aligned} \tag{4.30}$$

პირველი ორის გაყოფით მივიღებთ, რომ

$$(y/x)^{0.5} = p_x/p_y \tag{4.31}$$

საბიუჯეტო შეზღუდულობაში მისი შეცვლით და რამდენიმე ალგებრული გარდაქმნის შედეგად, სარგებლიანობის ამ ფუნქციასთან ასოცირებულ მოთხოვნის ფუნქციას მივიღებთ:

(გაგრძელება)

$$x^* = I/p_x\,[1 + (p_x/p_y)] \tag{4.32}$$

$$y^* = I/p_y\,[1 + (p_y/p_x)] \tag{4.33}$$

ფასის რეაგირება. მოთხოვნის ამ ფუნქციაში ყურადღება გაამახვილეთ იმ ფაქტზე რომ x პროდუქტზე დახარჯული ბიუჯეტის წილი არის $p_x x/I = 1/[1 + (p_y/p_x)]$ და ის არ არის მუდმივი რიცხვი. იგი დამოკიდებულია ფასების თანაფარდობაზე p_x/p_y. რაც უფრო მაღალია x პროდუქტის შეფარდებითი ფასი, მით უფრო ნაკლები იქნება ამ პროდუქტზე გაწეული შემოსავლის წილი. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, x პროდუქტზე მოთხოვნა იმდენად რეაგირებს მის ფასზე, რომ ფასის ზრდა ამცირებს x პროდუქტზე მთლიან დანახარჯებს. ის, რომ x პროდუქტზე მოთხოვნა მკვეთრად რეაგირებს ფასზე, ასევე, შეიძლება ვაჩვენოთ მოთხოვნის ფუნქციაში p_x-ის ხარისხის შედარებით, რომელიც მოცემულია ტოლობით 4.32 (−2) იმასთან, რაც არის ტოლობაში 4.23 (-1). ამას თავში 5 უფრო სრულად განვიხილავთ ელასტიკურობის კონცეფციის დეტალურად განხილვით.

შემთხვევა 2: $\delta = -1$. ამჯერად განვიხილოთ მოთხოვნის ისეთი ფუნქცია, რომელსაც ქობ-დაგლასთან შედარებით დაბალი ჩანაცვლებადობა აქვს[6]. თუ $\delta = -1$, მაშინ სარგებლიანობის ფუნქცია მოცემულია შემდეგი ფორმით

$$U(x, y) = -x^{-1} - y^{-1}, \tag{4.34}$$

და იოლია იმის ჩვენება, რომ პირველი რიგის პირობები მაქსიმუმისთვის მოითხოვს

$$y/x = (p_x/p_y)^{0.5} \tag{4.35}$$

საბიუჯეტო შეზღუდვაში ამ პირობის ჩასმითა და რამდენიმე ალგებრული გარდაქმის შედეგად მივიღებთ მოთხოვნის ფუნქციებს

$$\begin{aligned} x^* &= I/p_x\,[1 + (p_y/p_x)^{0.5}, \\ y^* &= I/p_y\,[1 + (p_x/p_y)^{0.5}, \end{aligned} \tag{4.36}$$

ის, რომ მოთხოვნის ეს ფუნქციები ფასებზე ნაკლებად რეაგირებენ, შეიძლება დავინახოთ ორი გზით. პირველი, ამ შემთხვევაში x პროდუქტზე დახარჯული ბიუჯეტის წილი არის $p_x x/I = 1/[1 + (p_x/p_y)^{0.5}]$ და ის დადებითად რეაგირებს p_x-ის გაზრდაზე. თუ x პრო-

6 ჩანაცვლების ელასტიკურობა არის ჩანაცვლებადობის განსაზღვრის ერთი გზა, რომელიც *CES* ფუნქციისთვის მოცემულია შემდეგი სახით $\sigma = 1/1 - \delta$. თუ $\delta = 0.5$ იგულისხმება, რომ $\sigma = 2$, თუ $\delta = 0$ (ქობ-დაგლასი) მაშინ $\sigma = 1$. როცა $\delta = -1$, ნიშნავს რომ $\sigma = 0.5$. ასევე, იხილე *CES* ფუნქციის ახსნა ნარმოების თეორიასთან კავშირში თავში 9.

დუქტზე ფასი გაიზრდება, ეს ინდივიდი მოკრძალებულად შეამცირებს მის შესყიდვას, ხოლო მთლიანი დანახარჯები ამ პროდუქტზე გაიზრდება. ის, რომ ტოლობით 4.36 მოცემული მოთხოვნის ფუნქცია ნაკლებად რეაგირებს ფასზე, ვიდრე ქობ-დაგლასის ფუნქცია, ასევე, ნაჩვენებია თითოეული პროდუქტის ფასის შედარებით მცირე ხარისხით (-0.5).

შემთხვევა 3: $\delta = -\infty$. ეს ისეთი შემთხვევაა, სადაც x და y პროდუქტები გამოყენებულია ფიქსირებული პროპორციით. დავუშვათ, რომ ერთი ერთეული y უნდა მოხმარებული იქნეს 4 ერთეულ x-თან ერთად. სარგებლიანობის ფუნქცია, რომელიც აღწერს ამ სიტუაციას ასეთია

$$U(x, y) \min(x, 4y). \tag{4.37}$$

ამ სიტუაციაში სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის მსურველი ინდივიდი აირჩევს ორი პროდუქტის მხოლოდ იმ კომბინაციას, რომლისთვისაც $x = 4y$. ე.ი. სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია გულისხმობს, რომ ინდივიდის მიერ შერჩეული კომბინაცია იქნება მისი L-ფორმის განურჩევლობის მრუდის სიმაღლეებზე. ამ პირობის ჩანაცვლებით საბიუჯეტო შეზღუდულობაში მივიღებთ

$$I = p_x x + p_y y = p_x x + p_y \frac{x}{4} = \left(p_x + 0.25 p_y\right) x \tag{4.38}$$

შედეგად,

$$x^* = \frac{I}{p_x + 0.25 p_y} \tag{4.39}$$

და მსგავსი ჩანაცვლებით გვექნება

$$y^* = \frac{I}{4p_x + p_y} \tag{4.40}$$

ამ შემთხვევაში ინდივიდის მიერ x პროდუქტზე განკუთვნილი ბიუჯეტი მკვეთრად გაიზრდება, როცა იზრდება მისი ფასი, ვინაიდან x და y ფიქსირებული პროპროციითაა შერჩეული. მაგალითად, თუ გამოვიყენებთ იმ მნიშვნელობებს, რაც იყო მაგალითში 4.1 ($p_x = 1$, $p_y = 4$, $I = 8$), ტოლობებს 4.39 და 4.40, შეგვიძლია გამოვთვალოთ, რომ $x^* = 4$, $y^* = 1$, და როგორც ადრე, ინდივიდის შემოსავალი დაიხარჯება ორივე პროდუქტზე. თუ დავეყრდნობით სხვა მონაცემებს, კერძოდ $p_x = 2$, $p_y = 4$ და $I = 8$, მაშინ, $x^* = 8/3$, $y^* = 2/3$,

(გაგრძელება)

ანალიტიკური სავარჯიშოები

შედეგად, ეს ინდივიდი თავისი შემოსავლის ორ მესამედს დახარჯავს x პროდუქტზე [$p_x x/I = (2 \cdot 8/3)/8 = 2/3$]. სხვა მაჩვენებლების გამოყენება ადასტურებს, რომ x პროდუქტზე განკუთვნილი შემოსავლის ნაწილი უახლოვდება 1-ს, როცა x პროდუქტზე ფასი იზრდება[7].

შეკითხვა: ახდენს თუ არა გავლენას ინდივიდის შემოსავალში ცვლილება, გაწეული დანახარჯების წილზე, ზემოთ განხილულ *CES* რომელიმე ფუნქციაში? დანახარჯების წილების ასეთი ცვლილება უკავშირდება თუ არა ამ ფუნქციის ჰომოთეტურ ბუნებას?

არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქცია

მაგალითები 4.1 და 4.2 გვიჩვენებენ იმ პრინციპს, რომ ხშირადაა შესაძლებელი პირველი რიგის პირობების მანიპულირება სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის შეზღუდულობის ამოცანის გადასაჭრელად $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ოპტიმალური მნიშვნელობებისთვის. საზოგადოდ, ეს ოპტიმალური მნიშვნელობები დამოკიდებულია ყველა პროდუქტის ფასსა და ინდივიდის შემოსავალზე. ამგვარად,

$$\begin{aligned} x_1^* &= x_1(p_1, p_2, \ldots, p_n, I), \\ x_2^* &= x_2(p_1, p_2, \ldots, p_n, I), \\ &\vdots \\ x_n^* &= x_n(p_1, p_2, \ldots, p_n, I), \end{aligned} \tag{4.41}$$

მომავალ თავში ჩვენ უფრო დეტალურად გავაანალიზებთ მოთხოვნის ფუნქციების იმ სიმრავლეს, რომელიც უჩვენებს ურთიერთგავლენა-დამოკიდებულებას ნებისმიერ x_i პროდუქტზე მოთხოვნას, $p_1, p_2, \ldots, p_n$ ფასებსა და I შემოსავალს შორის. სარგებლიანობის საწყისი ფუნქციის შესაცვლელად x პროდუქტის ოპტიმალურ რაოდენობას გამოვიყენებთ ტოლობებიდან 4.41. შედეგად მივიღებთ

$$\text{მაქსიმალური სარგებლიანობა} = U(x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*) \tag{4.42}$$

$$= V(p_1, p_2, \ldots, p_n, I) \tag{4.43}$$

იმის გამო, რომ ინდივიდები ცდილობენ სარგებლიანობის მაქსიმიზაციას მოცემული

7 *CES* ფუნქციის ეს დამოკიდებულება უფრო დეტალურად გამოკვლეულია ამოცანაში 4.9 და დამატებაში 4.3.

საბიუჯეტო შეზღუდვის პირობებში, შესაძლო სარგებლიანობის ოპტიმალური დონე ირიბადაა (არაპირდაპირაა) დამოკიდებული შესაძენი პროდუქტების ფასებსა და ინდივიდის შემოსავალზე. ეს ურთიერთდამოკიდებულება ასახულია არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქციით V. ფასების ან შემოსავლის ცვლილება, შეცვლიდა მიღწეულ სარგებლიანობის დონესაც. ხანდახან, მომხმარებლის ორივე თეორიაში და მრავალ სხვა კონტექსტში, შესაძლებელია ამ არაპირდაპირი მიდგომის გამოყენება იმის შესასწავლად, თუ როგორ ზემოქმედებს ეკონომიკურ გარემოში მიმდინარე ცვლილებები, მრავალფეროვან შედეგებზე, როგორიცაა სარგებლიანობა ან ფირმების დანახარჯები (ამ საკითხებს მოგვიანებით განვიხილავთ).

ერთობლივი თანხის პრინციპი

მრავალი ეკონომიკური ინტუიციური მოსაზრება გამომდინარეობს იმ აღიარებიდან, რომ სარგებლიანობა საბოლოოდ დამოკიდებულია ინდივიდთა შემოსავალზე და პროდუქტების ფასებზე. მათ შორის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანია ერთობლივი თანხის პრინციპი, რომელიც გვიჩვენებს გადასახადების ზოგად ზემოქმედებას ინდივიდის მსყიდველობითუნარიანობაზე კონკრეტულ პროდუქტებთან მიმართებაში. ამას უკავშირდება მოსაზრება იმის შესახებ, რომ დაბალშემოსავლიანი მოსახლეობის შემოსავლების გაზრდა სარგებლიანობას გაზრდის უფრო მეტად, ვიდრე იგივე თანხა დახარჯული კონკრეტული პროდუქტების სუბსიდირებაზე. ინტუიციურად, ეს შედეგი გამომდინარეობს სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის ჰიპოთეზიდან. საშემოსავლო გადასახადი ან სუბსიდია ინდივიდებს ათავისუფლებს იმ ფიქრისგან, თუ როგორ გაანაწილონ თავისი საბოლოო შემოსავალი. მეორე მხრივ, კონკრეტულ პროდუქტებზე გადასახადები და სუბსიდიები, ცვლიან ინდივიდის მსყიდველობით უნარს და ახდენენ მისი არჩევანის დეფორმაციას იმის გამო, რომ ამ სქემებში ჩართულია ხელოვნური ფასები. საზოგადოდ, თუ ეფექტიანობა სოციალური პოლიტიკის მნიშვნელოვანი კრიტერიუმი იქნება, მაშინ უპირატესობა საშემოსავლო გადასახადებსა და სუბსიდიებს უნდა მიენიჭოს.

ერთობლივი თანხის პრინციპი, რაც შეეხება გადასახადების დაწესებას, ნაჩვენებია ნახაზზე 4.5. დასაწყისში ინდივიდს აქვს I შემოსავალი და ირჩევს x^*, y^* კომბინაციას. x პროდუქტზე გადასახადი მის ფასს გაზრდის და სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის არჩევანი კომბინაციაზე x_1, y_1 გადაინაცვლებს. გადასახადით აკრეფილი თანხა იქნება $t \cdot x_1$ (სადაც, t არის x პროდუქტზე დაწესებული გადასახადი). ალტერნატიულად, საშემოსავლო გადასახადი, რომელიც საბიუჯეტო შეზღუდულობას გადააადგილებს მარცხნივ და ქვემოთ I' მდგომარეობაში, შემოსავლის იგივე დონეს უზრუნველყოფს[8]. მაგრამ სარგებლიანობა, რომელსაც უზრუნველყოფს საშემოსავლო გადასახადი (U_2) აჭარბებს იმ სარგებლიანობას, რაც მიიღება მხოლოდ x პროდუქტზე (U_1) გადასახადის

8 იმის გამო, რომ $I = (p_x + t)x_1 + p_y y_1$. ჩვენ გვაქვს $I' = I - tx_1 = p_x x_1 + p_y y_1$. იგი გვიჩვენებს, რომ საბიუჯეტო შეზღუდულობა იგივე სიდიდის საშემოსავლო გადასახადით ასევე x_1, y_1 წერტილზე გადის.

დაწესებით. ამგვარად, ჩვენ ვაჩვენეთ, რომ საშემოსავლო გადასახადის სარგებლიანობის ტვირთი ნაკლებია. ანალოგიური არგუმენტი შეიძლება ვაჩვენოთ კონკრეტული პროდუქტების სუბსიდირებისათვის.

მაგალითი 4.3: არაპირდაპირი სარგებლიანობა და ერთობლივი თანხის პრინციპი

ამ მაგალითში ვაჩვენებთ გადასახადებით დაბეგვრისას ერთობლივი თანხის პრინციპის გამოყენების შესაძლებლობას არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქციის ცნების გამოყენებით. დასაწყისში გამოვიკვლევთ არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქციას ორი შემთხვევისთვის.

შემთხვევა 1: ქობ-დაგლასი. მაგალითში 4.2 ჩვენ ვაჩვენეთ, რომ ქობ-დაგლასის ფუნქციისთვის, როცა $\alpha = \beta = 0.5$, ოპტიმალური არჩევანია

$$x^* = \frac{I}{2p_x}, \qquad y^* = \frac{I}{2p_y} \tag{4.44}$$

ამგვარად, ამ შემთხვევის არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქციაა

$$V(p_x, p_y, I) = U(x^*, y^*) = (x^*)^{0.5}(y^*)^{0.5} = \frac{I}{2p_x^{0.5}p_y^{0.5}} \tag{4.45}$$

ყურადღება მიაქციეთ, როცა $p_x = 1$, $p_y = 4$ და $I = 8$, ჩვენ გვაქვს, რომ $V = 8/(2 \cdot 1 \cdot 2) = 2$. ეს ის სარგებლიანობაა, რაც უკვე გამოვთვალეთ ამ სიტუაციისთვის.

შემთხვევა 2: ფიქსირებული პროპორციები. მაგალითის 4.2 მესამე შემთხვევაში ვნახავთ, რომ

$$x^* = \frac{I}{p_x + 0.25p_y}, \qquad y^* = \frac{I}{4p_x + p_y}. \tag{4.46}$$

ასე, რომ ამ შემთხვევაში არაპირდაპირი სარგებლიანობა მოცემულია შემდეგი სახით

$$V(p_x, p_y, I) = \min(x^*, 4y^*) = x^* = \frac{I}{p_x + 0.25p_y}$$
$$= 4y^* = \frac{4}{4p_x + p_y} = \frac{I}{p_x + 0.25p_y} \quad \textbf{(4.47)}$$

როცა $p_x = 1$, $p_y = 4$ და $I = 8$ არაპირდაპირი სარგებლიანობა ტოლია $V = 4$, რაც ჩვენ ადრე გამოვთვალეთ.

ერთობლივი თანხის პრინციპი. ქობ-დაგლასის შემთხვევა პირველად განვიხილოთ ერთობლივი თანხის პრინციპის საჩვენებლად. დავუშვათ, რომ x პროდუქტზე დანესდა \$1 სიდიდის გადასახადი. ტოლობა 4.45 გვიჩვენებს, რომ არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქციის მნიშვნელობა 2 შემცირდება და გახდება 1.41[1.41 = 8/(2 · $2^{0.5}$ · 2)]. იმის გამო, რომ ეს ინდივიდი ირჩევს $x^* = 2$ გადასახადთან ერთად, აკრეფილი გადასახადის მთლიანი მოცულობა იქნება \$2. თანაბარი შემოსავლის საშემოსავლო გადასახადი წმინდა შემოსავალს შეამცირებს \$6-მდე და არაპირდაპირი სარგებლიანობა იქნება 1.5[1.5 = 6/(2 · 1 · 2)]. ამგვარად, საშემოსავლო გადასახადი აშკარა გაუმჯობესებაა, ვიდრე ის შემთხვევა, როცა მხოლოდ x პროდუქტია დაბეგრილი. x პროდუქტზე დაწესებული გადასახადი სარგებლიანობას ამცირებს ორი მიზეზით: ის ამცირებს ინდივიდის მსყიდველობითუნარიანობას და ინდივიდის არჩევანს x პროდუქტს აშორებს. საშემოსავლო გადასახადით, მხოლოდ პირველი ეფექტი იჩენს თავს და ეს გადასახადი უფრო ეფექტიანია[9].

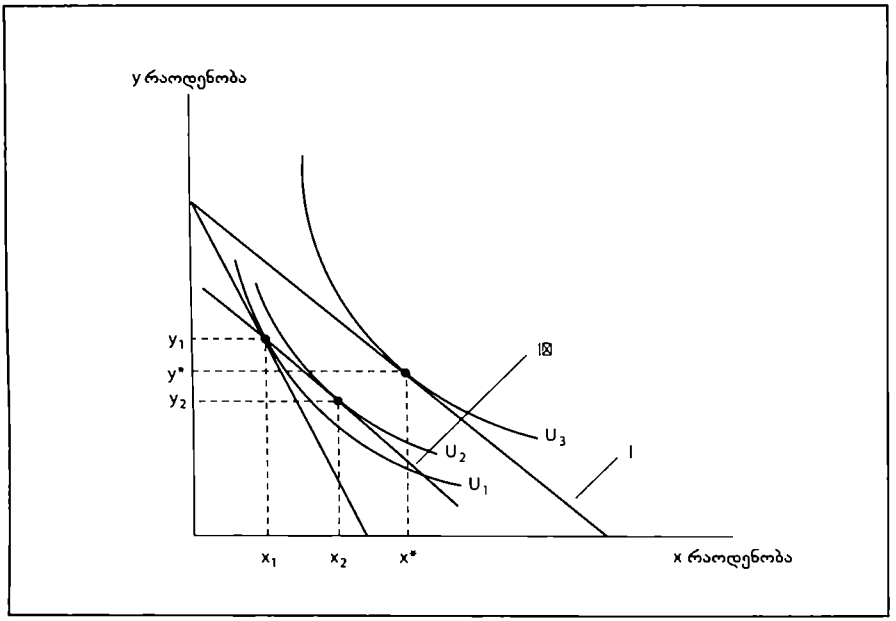
ფიქსირებული პროპორციების შემთხვევა ეყრდნობა ამ ინტუიციურ დაშვებას. თუ x პროდუქტზე \$1 სიდიდის გადასახადი არაპირდაპირ სარგებლიანობას შეამცირებს 4-დან 8/3-მდე [8/3 = 8/(2 + 1)], ამ შემთხვევაში $x^* = 8/3$ და აკრეფილი გადასახადის ჯამი \$8/3 მომხმარებელს დატოვებს \$16/3 წმინდა შემოსავლით. ეს შემოსავალი კი მას მისცემს $V = 8/3[8/3 = (16/3)/(1 + 1)]$. ამგვარად, გადასახადის შემდგომი სარგებლიანობა თანაბარია ორივე შემთხვევაში, როგორც აქციზის, ისე საშემოსავლო გადასახადის პირობებში. იმის მიზეზი, რომ ერთობლივი თანხის პრინციპი ამ შემთხვევაში არ მოქმედებს, მდგომარეობს იმაში, რომ ფიქსირებული პროპორციების სარგებლიანობის პირობებში სააქციზო გადასახადი ვერ ახდენს ინდივიდის არჩევანის ცვლილებას, ვინაიდან უპირატესობა ძალიან ხისტია.

შეკითხვა: ზემოთ განხილული არაპირდაპირი სარგებლიანობის ორივე ფუნქციამ აჩვენა, რომ შემოსავლისა და ყველა ფასის გაორმაგება არ შეცვლის არაპირდაპირ სარგებლიანობას. ახსენით რატომ იქნება ეს არაპირდაპირი სარგებლიანობის ყველა ფუნქციის თვისება.

9 ეს განხილვა გულისხმობს, რომ არ არსებობს საშემოსავლო გადასახადის მასტიმულირებელი ეფექტი. რაც ალბათ არც ისე კარგი ვარაუდია.

ნახაზი 4.5 დაბეგვრის ერთობლივი თანხის პრინციპი

x პროდუქტზე გადასახადი სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის არჩევანს x^*, y^* კომბინაციიდან გადაიტანს x_1, y_1-ში. საშემოსავლო გადასახადი, რომელიც იგივე რაოდენობის თანხას მოაგროვებს, საბიუჯეტო შეზღუდულობას გადაიტანს I' მდგომარეობაში. სარგებლიანობა უფრო მაღალი იქნება საშემოსავლო გადასახადით (U_2), ვიდრე მხოლოდ x პროდუქტზე დაწესებული გადასახადით (U_1).

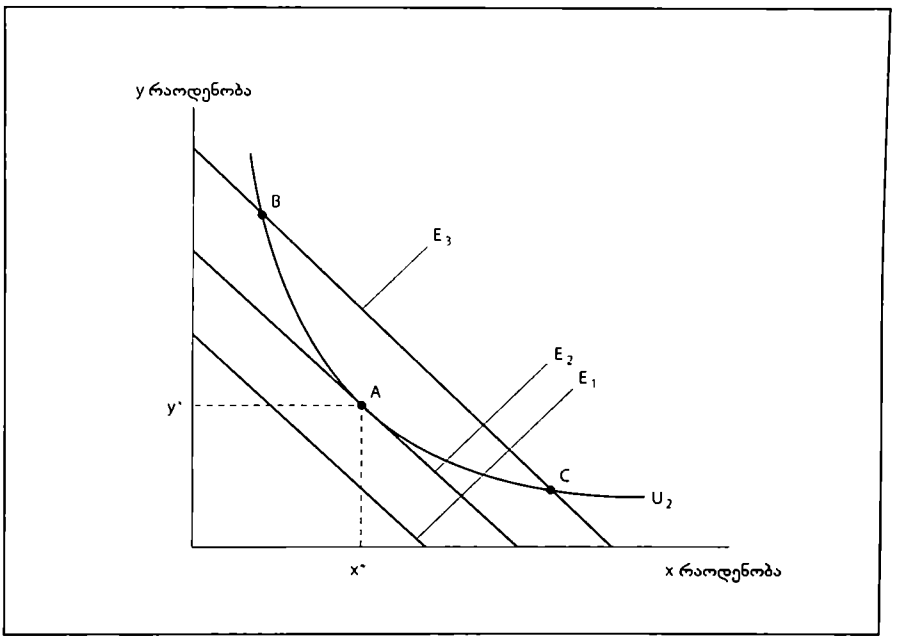


დანახარჯების მინიმიზაცია

თავში 2 ჩვენ აღვნიშნეთ, რომ მაქსიმუმის შემზღუდველი მრავალი ამოცანა უკავშირდება „ორმაგად" შეზღუდული მინიმუმის ამოცანას. სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის შემთხვევისთვის, „ორმაგად" შეზღუდული მინიმუმის ამოცანა ეხება შემოსავლის ისეთ გადანაწილებას, რომ მოცემული სარგებლიანობა მიღწეული იქნეს მინიმალური დანახარჯებით. ეს ამოცანა საწყისი სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის პრობლემის ანალოგიურია, მაგრამ ამოცანის მიზანი და შეზღუდულობა შებრუნებულია. ნახაზი 4.6 გვიჩვენებს დანახარჯები-მინიმიზაციის ორმაგ პრობლემას. აქ ინდივიდმა უნდა მიაღწიოს სარგებლიანობის U_2 დონეს, რაც ამ ამოცანის შეზღუდვაა. დანახარჯების სამი შესაძლო მოცულობა (E_1, E_2 და E_3) ნაჩვენებია, როგორც სამი „საბიუჯეტო შეზღუდულობის" წრფე ამ ნახაზზე. დანახარჯების დონე E_1 ძალიან მცირეა სარგებლიანობის U_2 დონის მისაღწევად, ამიტომ, ის ვერ გადაჭრის ორმაგ პრობლემას. E_3 მოცემული დანახარჯებით ინდივიდს შეუძლია მიაღწიოს სარგებლიანობის U_2 დონეს (ნებისმიერი ორი წერტილის B ან C საშუალებით), მაგრამ ეს არ არის მოთხოვნილი მინიმალური დანახარ-

ნახაზი 4.6 ორმაგი დანახარჯები-მინიმიზაციის ამოცანა

ორმაგი სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის ამოცანაა ის, რომ მიღწეული იქნეს U_2 სარგებლიანობა მინიმალური დანახარჯებით. E_1 დანახარჯებით ვერ იქნება მიღწეული U_2 სარგებლიანობა, E_3 გულისხმობს უფრო მეტ ხარჯებს, ვიდრე ის მკაცრად აუცილებელია. E_2 დანახარჯებით მიიღწევა U_2 სარგებლიანობა x^*, y^* კომბინაციის შერჩევით.



ჯების დონე. E_2 გვიჩვენებს U_2 დონის სარგებლიანობის მისაღწევ მთლიან დანახარჯებს (წერტილი A) და სწორედ ისაა ამ ორმაგი პრობლების გადაწყვეტის გზა. ნახაზების 4.2 და 4.6 შედარებით აშკარაა, რომ ორივე, საწყისი სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის მიდგომა და ორმაგი დანახარჯები-მინიმიზაციის მიდგომა გვაძლევს ერთიდაიგივე შედეგს (x^*, y^*). ისინი ერთიდაიგივე პროცესის ხედვის ალტერნატიული გზებია. ხშირად დანახარჯები-მინიმიზაციის მიდგომა უფრო საჭიროა, ვინაიდან დანახარჯებზე აშკარა დაკვირვება შესაძლებელია, ხოლო სარგებლიანობაზე არა.

მათემატიკური დამტკიცება

უფრო ფორმალურად, ინდივიდის ორმაგი დანახარჯები-მინიმიზაციის ამოცანაა $x_1, x_2, \ldots, x_n$ შეჩეული იქნეს იმგვარად, რომ მოხდეს მინიმიზაცია

$$\textbf{ერთობლივი დანახარჯები} = E = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots + p_n x_n, \tag{4.48}$$

შეზღუდულობის პირობით

$$\textbf{სარგებლიანობა} = \overline{U} = E = U(x_1, x_2, \ldots, x_n) \tag{4.49}$$

ამ ამოცანაში x_1, x_2, ..., x_n ოპტიმალური რაოდენობის შერჩევა დამოკიდებულია სხვადასხვა პროდუქტის ფასზე ($p_1, p_2, \ldots, p_n$) და სარგებლიანობის მოთხოვნილ დონეზე $\overline{U}_2$. თუ შეიცვლება რომელიმე ფასი ან ინდივიდის სარგებლიანობა, „მიზანი" იქნება განსხვავებული, მაშინ სხვა სამომხმარებლო ნაკრები იქნება ოპტიმალური. ეს ურთიერთდამოკიდებულება შესაძლებელია აგხსნათ *დანახარჯების ფუნქციით.*

განსაზღვრება

დანახარჯების ფუნქცია. ინდივიდის დანახარჯების ფუნქცია გვიჩვენებს იმ მინიმალურ დანახარჯებს, რითაც შეიძლება მიღწეული იქნეს სარგებლიანობის მოცემული დონე კონკრეტული ფასებისთვის ე.ი.

$$\textbf{მინიმალური დანახარჯები} = E(p_1, p_2, \ldots, p_n) \tag{4.50}$$

ეს განსაზღვრება გვიჩვენებს, რომ დანახარჯების ფუნქცია და არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქცია ერთმანეთისთვის ინვერსიული (უკუდამოკიდებულების) ფუნქციებია (შეადარეთ ტოლობები 4.43 და 4.50). ორივე მათაგანი დამოკიდებულია საბაზრო ფასებზე, მაგრამ მოიცავენ განსხვავებულ შეზღუდვებს (შემოსავალი ან სარგებლიანობა). მომავალ თავში ჩვენ ვნახავთ, თუ რამდენად მნიშვნელოვანია ეს დამოკიდებულება საიმისოდ, რომ შევისწავლოთ თეორია - როგორ პასუხობენ ინდივიდები ფასების ცვლილებებს. ამჯერად, განვიხილოთ დანახარჯების ორი ფუნქცია.

მაგალითი 4.4: ორი დანახარჯების ფუნქციები

დანახარჯების ფუნქციის გამოსათვლელად არსებობს ორი გზა. პირველი, პირდაპირი მეთოდი, ესაა დანახარჯი-მინიმიზაციის პრობლემის დასმა და ლაგრანჟის მეთოდის გამოყენება. ამ თავის ბოლოში არსებული რამდენიმე ამოცანა თქვენ მოგთხოვთ აღნიშნულის გაკეთებას. აქ უფრო რაციონალურ პროცედურებს გამოვიყენებთ, ვისარგებლებთ, რა დანახარჯების ფუნქციისა და არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქციების ურთიერთობების უპირატესობებით. ვინაიდან ეს ორი ფუნქცია ერთმანეთის ინვერსიულია, ერთის გამოთვლა, მნიშვნელოვნად ამარტივებს მეორე მათგანის გამოთვლას. მაგალითში 4.3 ჩვენ უკვე გამოვთვალეთ არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქციის ორი მნიშვნელოვანი შემთხვევა. შესაბამისი დანახარჯების ფუნქციების მიღება მარტივი არითმეტიკის საკითხია.

შემთხვევა 1: ქობ-დაგლასის სარგებლიანობა. ტოლობა 4.45 გვიჩვენებს, რომ ორი პროდუქტის არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქცია ქობ-დაგლასის შემთხვევისთვის ასეთია

$$V(p_x, p_y, I) = \frac{I}{2p_x^{0.5}p_y^{0.5}} \tag{4.51}$$

თუ შევცვლით სარგებლიანობისა (რასაც განვიხილავთ როგორც მუდმივ სიდიდეს U) და შემოსავლის (რასაც ამჟამად ვუწოდებთ „დანახარჯებს" E და მას განვიხილავთ, როგორც ამ ამოცანის პარამეტრს) როლებს, მაშინ მივიღებთ დანახარჯების ფუნქციას

$$E(p_x, p_y, U) = 2px_y^{0.5}p_y^{0.5}U \tag{4.52}$$

აღნიშნული შევამოწმოთ ჩვენი ძველი შედეგებით. სარგებლიანობის მიზანი იყო $U = 2$, ხოლო $p_x = 1$ და $p_y = 4$. ამ პარამეტრებით ტოლობა 4.52 გვეუბნება, რომ საჭირო მინიმალური დანახარჯებია \$8 [= 2 1 · 0.5 · $4^{0.5}$ · 2]. არაა გასაკვირი, რომ ორივე, საწყისი სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის ამოცანა და ორმაგი დანახარჯები-მინიმიზაციის ამოცანა ფორმალურად იდენტურებია.

შემთხვევა 2: ფიქსირებული პროპორციები. ფიქსირებული პროპორციების შემთხვევისთვის ტოლობა 4.47 გვაძლევს არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქციას, როგორც

$$V(p_x, p_y, I) = \frac{I}{p_x + 0.25p_y}. \tag{4.53}$$

თუ კვლავ შევცვლით სარგებლიანობისა და დანახარჯების როლებს, იოლად ჩავწერთ დანახარჯების ფუნქციას:

$$E(p_x, p_y, U) = (p_x + 0.25p_y)U \tag{4.54}$$

მაგალითში 4.3 გამოყენებული ჰიპოთეტური მნიშვნელობების ($p_x = 1$, $p_y = 4$ და $U = 4$) გამოყენებით ამ ფუნქციის შემოწმება კვლავ გვიდასტურებს, რომ სარგებლიანობის მნიშვნელობის „4" მიღწევა, ეღირება \$8 [= (1 + 0.25 · 4) · 4].

ფასის ცვლილების კომპენსაცია. დანახარჯების ეს ფუნქცია საშუალებას გვაძლევს გამოვიკვლიოთ, თუ როგორ შეიძლება ინდივიდის კომპენსირება ფასების ცვლილების შედეგად. კონკრეტულად, დავუშვათ, რომ y პროდუქტზე ფასი \$4 -დან გაიზარდა და გახდა \$5. ეს აუცილებლად შეამცირებს ინდივიდის სარგებლიანობას. ჩვენ შეგვიძლია ვიკითხოთ, რა რაოდენობის თანხა იქნება საჭირო კომპენსაციისთვის (ზარალის შე-

(გაგრძელება)

სამცირებლად). იმის გამო, რომ დანახარჯების ფუნქცია გვაძლევს საშუალებას სარგებლიანობა მივიღოთ როგორც მუდმივი სიდიდე, შესაძლებელია პირდაპირ გამოვთვალოთ ეს თანხა. კონკრეტულად, ქობ-დაგლასის შემთხვევაში, $8 დანახარჯები უნდა გაიზარდოს და გახდეს $8.94 [= $2 \cdot 1 \cdot 5^{0.5} \cdot 2$] იმის გამო, რომ გაიზარდოს მომხმარებლის მსყიდველობითუნარიანობა ფასის ზრდის გამო. ფიქსირებული პროპორციების შემთხვევაში, დანახარჯები ფასის ზრდის გამო $8-დან $9-მდე გაიზრდება. ამგვარად, კომპენსაცია თითქმის თანაბარია ამ შემთხვევებში.

ამგვარად, ამ ორ მაგალითს შორის არ არის რაიმე მნიშვნელოვანი განსხვავება. ფიქსირებული პროპორციების შემთხვევაში $1-ის ტოლი დამატებითი კომპენსაცია მარტივად აძლევს ამ ინდივიდს საშუალებას თავის არჩეულ ნაკრებს ($x = 4$, $y = 1$) დაუბრუნდეს. ესაა ერთადერთი გზა საიმისოდ, რომ ასეთი შეხედულებების ინდივიდმა სარგებლიანობა $U = 4$ ერთეულამდე აღიდგინოს. ქობ-დაგლასის შემთხვევაში ინდივიდი აღნიშნულ დამატებით კომპენსაციას არ გამოიყენებს თავისი საწყისი სამომხმარებლო ნაკრების შესაძენად. პირიქით, სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია მოითხოვს $8.94 განაწილებული იქნეს ისე, რომ $x = 4.47$ და $y = 0.894$. ეს კვლავ უზრუნველყოფს $U = 2$, მაგრამ ინდივიდი გაწევს ეკონომიას ამ პერიოდისთვის უკვე გაძვირებულ y პროდუქტის შესყიდვაზე.

შეკითხვა: ფასის შემცირების პირობებში როგორ შეიძლება მომხმარებლის კომპენსირება? რა სახის კომპენსაციაა საჭირო, როცა y პროდუქტზე ფასი $4-დან $3-მდე შემცირდება?

დანახარჯების ფუნქციის შესაძლებლობები

დანახარჯების ფუნქციების გამოყენება ეკონომიკაში ფართოდაა გავრცელებული, ამიტომ სასარგებლოა ვიცოდეთ იმ შესაძლებლობების შესახებ, რის საშუალებასაც გვაძლევს ასეთი ფუნქციები.

1. *ჰომოგენურობა.* მაგალითში 4.4 ნაჩვენები ორივე ფუნქციისთვის, ყველა ფასის გაორმაგება თითქმის აორმაგებს საჭირო დანახარჯებს. ტექნიკურ ტერმინებში, დანახარჯების ასეთი ფუნქციები „ჰომოგენურია პირველი ხარისხით" ყველა ფასის მიმართ[10]. ეს დანახარჯების ფუნქციის ზოგადი თვისებაა. იმის გამო, რომ ინდივიდის ბიუჯეტი წრფივად შეზღუდულია ფასებში, ორივე მათგანის პროპორციული გაზრდა ფასებსა და მსყიდველობით უნარში, ინდივიდს საშუალებას მისცემს შეიძინოს იმავე სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის სამომხმარებლო ნაკრები,

10 როგორც აღნერილია თავში 2, ფუნქცია $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. ამბობენ, რომ ჰომოგენურია k ხარისხით, თუ $f(tx_1, tx_2, \ldots, tx_n) = t^k f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. ამ შემთხვევაში $k = 1$.

რაც ფასების გაზრდამდე იყო შერჩეული. თავში 5 ვნახავთ იმას, რომ ამ მიზეზის გამო, მოთხოვნის ფუნქციები ჰომოგენურია ნული ხარისხით ყველა ფასისა და შემოსავლის მიმართ.

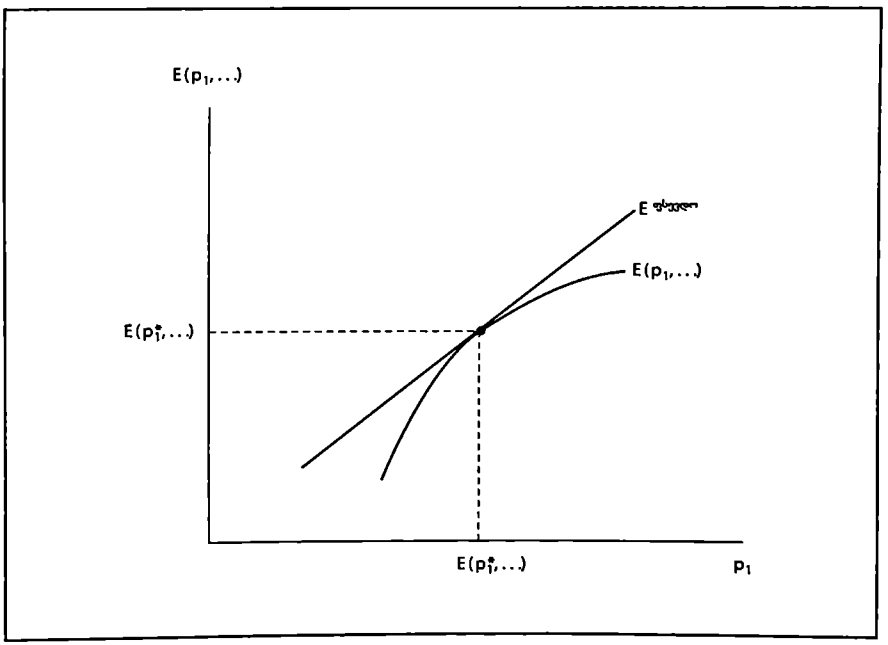
2. *დანახარჯების ფუნქციები კლებადი არაა ფასების მიმართ.* ეს თვისება შესაძლებელია ლაკონურად გამოვსახოთ მათემატიკურად

$$\frac{\partial E}{\partial p_i} \geq 0 \quad \text{ყველა } i \text{ პროდუქტისთვის} \tag{4.55}$$

ეს ინტუიციურად გასაგებია. იმის გამო, რომ მოცემული სარგებლიანობის დონის მისაღწევად დანახარჯების ფუნქცია მოითხოვს აუცილებელ მინიმალურ დანახარჯებს, რომელიმე ფასის ნებისმიერმა ზრდამ უნდა გამოიწვიოს ამ მინიმუმის გაზრდა. უფრო ფორმალურად, დავუშვათ, რომ p_1 იღებს ორ მნიშვნელობას:

ნახაზი 4.7 დანახარჯების მრუდები ჩაზნექილია ფასების მიმართ

p_1^* წერტილზე ინდივიდი ხარჯავს $E(p_1^*, \ldots)$ თანხას. თუ ეს ინდივიდი განაგრძობს მის მიერ ადრე შერჩეული ნაკრების შეძენას, მაშინ დანახარჯების ფუნქციას ექნება $E^{\text{ფიქსი}}$ სახე. ვინაიდან, ინდივიდი თავის შესყიდვებს შეუსაბამებს p_1 ფასის ცვლილებებს, რეალური დანახარჯები ნაკლები იქნება.



p_1^a და p_1^b იმ პირობით, რომ $p_1^b > p_1^a$, სადაც ყველა სხვა ფასი უცვლელია a-სა და b-ს შორის. ასევე, ვთქვათ, x ნაკრები არჩეულია a მოცემულობისთვის და y ნაკრები შერჩეულია b პირობებში. დანახარჯების ფუნქციის განსაზღვრებით, ამ ორივე ნაკრებმა უნდა მოგვცეს თანაბარი სამიზნე სარგებლიანობა. ნათელია, რომ y ნაკრები უფრო ძვირი ღირს b პირობებში, ვიდრე ის ეღირებოდა a ფასებით. მაგრამ, ვიცით, რომ x ნაკრები a ფასებით სამიზნე სარგებლიანობის მისაღწევი ყველაზე მცირედანახარჯიანი გზაა. შედეგად, y ნაკრებზე დანახარჯები მეტი ან ტოლი იქნება, ვიდრე x ნაკრებზე. ანალოგიურად, ფასის შემცირებამ არ უნდა გაზარდოს დანახარჯები.

3. *დანახარჯების ფუნქციები ჩაზნექილია ფასების მიმართ.* თავში 2 ჩვენ ვისაუბრეთ ჩაზნექილ ფუნქციებზე, რომლებიც ყოველთვის მათი მხების ქვემოთ მდებარეობენ. თუმცა, ტექნიკური მათემატიკური პირობები, რომლებიც ამ ფუნქციებს აღწერენ, რთულია. შედარებით მარტივია იმის ჩვენება, თუ როგორ გამოიყენება ეს კონცეფცია დანახარჯების ფუნქციებისთვის, ერთი ფასის ცვლილების გათვალისწინებით. ნახაზი 4.7 გვიჩვენებს ინდივიდის დანახარჯებს, როგორც ერთი p_1ფასის ფუნქციას.

საწყისი ფასის p_1^* პირობებში ამ ინდივიდის დანახარჯები მოცემულია შემდეგი სახით $E(p_1^*, ...)$. ამჯერად განვიხილოთ p_1^*-ზე მაღალი ან დაბალი ფასები. თუ ეს ინდივიდი განაგრძობს მის მიერ ადრე შერჩეული ნაკრების შეძენას, მისი დანახარჯები გაიზრდება ან შემცირდება იმის შესაბამისად, გაიზრდება თუ შემცირდება ფასი პროდუქტზე. ეს ნახაზზე აღმოაცენებს ფსევდო დანახარჯების ფუნქციას $E^{ფსევდო}$. მოცემული წრფე გვიჩვენებს დანახარჯების იმ დონეს, რაც ამ ინდივიდს ესაჭიროება საწყისი ნაკრების შესაძენად, p_1^* ფასის ცვლილების მიუხედავად. უფრო სარწმუნოა, რომ ეს ადამიანი თავის შესყიდვებს p_1^* ფასის ცვლილებებს შეუსაბამებს. დანახარჯების მინიმიზაციის გამო, ვიცით რომ რეალური დანახარჯები ნაკლები იქნება ვიდრე ეს ფსევდო მოცულობა. ამგვარად, რეალური დანახარჯების ფუნქცია, E, მოთავსებული იქნება $E^{ფსევდო}$ ფუნქციის ქვეშ და იქნება ჩაზნექილი[11]. დანახარჯების ფუნქციის ჩაზნექილობა მნიშვნელოვანი თვისებაა მისი გამოყენების მრავალ შემთხვევაში, განსაკუთრებით ინდექსებში (იხ. თავის 5 დამატება).

11 ჩაზნექილობის ერთ-ერთი შედეგია, ის რომ $f_{11} = \partial^2 E/\partial p_1^2 E \leq 0$. ეს სწორედ ისაა, რასაც გვიჩვენებს ნახაზი 4.7.

შეჯამება

ამ თავში გამოვიკვლიეთ სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის საბაზისო ეკონომიკური მოდელი, ბიუჯეტის შეზღუდულობის პირობით. იმის მიუხედავად, რომ ეს პრობლემა განვიხილეთ მრავალი მიდგომის საშუალებით, ყველა მათგანი მაინც ერთიდაიმავე საბაზისო შედეგთან მიდის.

- შეზღუდული მაქსიმუმის მისაღწევად, ინდივიდმა მთლიანად უნდა დახარჯოს მის განკარგულებაში არსებული შემოსავალი და აირჩიოს სამომხმარებლო ნაკრები ისე, რომ MRS ნებისმიერ ორ პროდუქტს შორის ტოლი იყოს ბაზარზე ამ პროდუქტების ფასების თანაფარდობის. მხების პირობა იქნება იმის შედეგი, როცა ინდივიდი ერთმანეთს გაუტოლებს ზღვრული სარგებლიანობებისა და ბაზარზე არსებული იმ პროდუქტების ფასების თანაფარდობას, რომლებიც იქნება შეძენილი. ასეთი შედეგი საერთოა შეზღუდული ოპტიმიზაციის პრობლემების უმრავლესობისთვის.
- მხების პირობა მხოლოდ პირველი-რიგის პირობებია ერთმნიშვნელოვანი შეზღუდული მაქსიმუმისთვის. აღნიშნული, რომ ასევე საკმარისი პირობაცაა, გვარწმუნებს ის, რომ ინდივიდის განურჩევლობის მრუდები უნდა ასახავდნენ კლებად MRS. ფორმალური თვალსაზრისით, სარგებლიანობის ფუნქცია უნდა იყოს მკაცრად კვაზი-ჩაზნექილი.
- მხების პირობები ასევე უნდა შეიცვალოს კუთხური გადაწყვეტილებისთვის, რომლისთვისაც რამდენიმე პროდუქტის მოხმარება ნულის ტოლია. ამ შემთხვევაში, ასეთი პროდუქტებისთვის, ზღვრული სარგებლიანობის ფასთან თანაფარდობა ნაკლები იქნება რეალურად შეძენილი პროდუქტის ზღვრული სარგებლიანობა-ზღვრული დანახარჯების თანაფარდობასთან.
- სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია შეზღუდულობის დაშვების შედეგია ის, რომ ინდივიდის ოპტიმალური არჩევანი დამოკიდებულია მისი ბიუჯეტის შეზღუდულობის პარამეტრებზე. ამგვარად, განსახილველი არჩევანი იქნება ყველა ფასისა და შემოსავლის არაპირდაპირი ფუნქცია. სარგებლიანობა ასევე იქნება ამ პარამეტრების არაპირდაპირი ფუნქცია.
- სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის პრობლემის ორმაგი შეზღუდულობაა მოცემული სამიზნე სარგებლიანობის მიღწევა საჭირო დანახარჯების მინიმიზაციის გზით. იმის მიუხედავად, რომ ეს ორმაგი მიდგომა გვაძლევს იმავე ოპტიმალურ გადაწყვეტას, როგორსაც საწყისი შეზღუდული მაქსიმუმის პრობლემა, ის, ასევე, გვაძლევს დამატებით ინფორმაციას არჩევანის თეორიის შესახებ. კერძოდ, ამ მიდგომას მივყავართ დანახარჯების ფუნქციებისკენ, სადაც მოცემული სარგებლიანობის მისაღწევად საჭირო დანახარჯები დამოკიდებულია პროდუქტების საბაზრო ფასზე. აღნიშნულიდან გამომდინარე, დანახარჯების ფუნქციები პრინციპში, გამოთვლადია.

ამოცანები

4.1

მესამეკლასელი პოლი ყოველდღიურად მიირთმევს ლანჩს სკოლაში. მას უყვარს, მხოლოდ შოკოლადი ტვინკი (t) და ლიმონათი (s), რაც მისთვის განაპირობებს სარგებლიანობას

$$\text{სარგებლიანობა} = U(t, s) = \sqrt{ts}$$

ა. თუ ერთი შოკოლადის ფასია $p_t = 0.10$\$, ხოლო ერთი ჭიქა ლიმონათის ფასია $p_s = 0.25$\$, როგორ უნდა მოახდინოს პოლმა თავისი სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია იმ \$1 დახარჯვით, რასაც მას დედა აძლევს?

ბ. თუ სკოლა ცდლობს შეამციროს შოკოლადის გაყიდვები და მის ფასს ზრდის \$0.40-მდე, მაშინ რამდენით უნდა გაუზარდოს დედამ პოლს ყოველდღიური თანხა იგივე სარგებლიანობის მისაღებად, რასაც ამოცანის (ა) პირობაში ქონდა?

4.2

ა. ღვინის მცირე სარდაფის ასაშენებლად ღვინის სპეციალისტ ახალგაზრდას აქვს \$600. მას მოსწონს ორი კონკრეტული მოსავალი: 2001 წლის ფრანგული ბორდო (w_F), რომლის ერთი ბოთლი ღირს \$40 და ნაკლებად ძვირი 2005 წლის კალიფორნიის სორტის ღვინო (w_C), რომლის ფასია \$8. თუ მისი სარგებლიანობაა

$$U(w_F, w_C) = w_F^{2/3} w_C^{1/3}$$

თითოეულის რა რაოდენობას აირჩევს ის?

ბ. როცა ენოლოგი მივიდა ღვინის მაღაზიაში, ნახა, რომ ფრანკის (საფრანგეთის ფულის ყოფილი ერთეული) ღირებულების ცვლილების გამო, ერთი ბოთლი ფრანგული ბორდოს ფასი შემცირებულა \$20-მდე. თუ კალიფორნიული ღვინის ფასი ისევ რჩება სტაბილური (ერთი ბოთლის ფასი \$8), რა რაოდენობით შეარჩევს ღვინოებს ენოლოგი ამ ახალი პირობების გათვალისწინებით სარგებლიანობის შესანარჩუნებლად?

გ. ახსენით რატომ არის ღვინის მოყვარული უკეთეს პირობებში (ბ) ნაწილში (ა)-სთან შედარებით. როგორ ჩასვავთ ვალუტის მნიშვნელობას სარგებლიანობის გაზრდაში?

4.3

ა. ერთ საღამოს ჯ.პ-მ გადაწყვიტა სიგარისა (c) და ბრენდის (b) მოხმარება შემდეგი ფუნქციის შესაბამისად

$$U(c, b) = 20c - c^2 + 18b - 3b^2$$

რამდენი სიგარა მოწია და ჭიქა ბრენდი შესვა მომხმარებელმა ერთი ღამის განმავლობაში? (ღირებულებას არ აქვს მნიშვნელობა ჯ.პ-თვის).

ბ. მოგვიანებით, ჯ.პ-ს ექიმმა ურჩია, რომ მან უნდა შეამციროს ბრენდის შესმული ჭიქებისა და მოწეული სიგარების რაოდენობა 5-მდე. რამდენ სიგარასა და ჭიქა ბრენდს მიირთმევს ის ამ გარემოებაში?

4.4

ა. ბატონ ოდე ბელის x და y პროდუქტები მოსწონს სარგებლიანობის შემდეგი ფუნქციის შესაბამისად

$$U(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}$$

ბატონი ბელის სარგებლიანობა მაქსიმალურია თუ p_x = \$3, p_y = \$4 და მან \$50 დახარჯა. დახმარება: აქ შეიძლება უფრო მარტივი იყოს U^2 მაქსიმიზაცია, ვიდრე U. რატომ არ ცვლის ეს თქვენს შედეგებს?

ბ. ააგეთ ბატონ ბელის განურჩევლობის მრუდი და საბიუჯეტო შეღუდულობასთან მისი შეხების წერტილი. რას გვეუბნება ნახაზი ბატონ ბელის ქცევის შესახებ? იპოვეთ თუ არა ჭეშმარიტი მაქსიმუმი?

4.5

ბატონი A სარგებლიანობას იღებს მარტინის (m) შემდეგი პროპორციით დალევის შემთხვევაში:

$$U(m)=m.$$

ბატონი A ძალიან მკაცრი პროპორციებით მიირთმევს მარტინს: მას მოსწონს, როცა ის მომზადებულია ზუსტი პროპორციებით ორ წილ ჯინთან (g) და ერთ წილ ვერმონტთან (v) ერთად. შედეგად, ბატონი A-ს სარგებლიანობის ფუნქცია შეიძლება გადაიწეროს, როგორც

$$U(m)=U(g,v)=\min\left(\frac{g}{2},v\right)$$

ა. ააგეთ ბატონის A განურჩევლობის მრუდი, როგორც ჯინის (g) და ვერმონტის (v) დამოკიდებულება სარგებლიანობის სხვადასხვა დონეებისთვის. აჩვენეთ, რომ ორივე პროდუქტზე ფასების მიუხედავად, ბატონი A არასოდეს შეცვლის მარტინის დამზადების ხერხს.

ბ. გამოთვალეთ მოთხოვნის ფუნქცია ჯინისა (g) და ვერმონტისთვის (v).

გ. (ბ) შეკითხვის შედეგის გამოყენებით როგორია ბატონი A-ს არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქცია?

დ. გამოთვალეთ ბატონი A-ს დანახარჯების ფუნქცია; სარგებლიანობის ყველა დონისთვის დანახარჯი უჩვენეთ როგორც ფასების p_g და p_v ფუნქცია, თქვენ ვერ გადაწყვეტთ სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის გადაწყვეტილებას კალკულუსის გამოყენებით.

4.6

დავუშვათ, სწრაფი კვების მოყვარული სარგებლიანობას იღებს სამი პროდუქტით: უალკოჰოლო სასმელით (x), ჰამბურგერით (y) და ხილიანი და თხილიანი ნაყინით (z). ქობ-დაგლასის სარგებლიანობის ფუნქციის შესაბამისად გვექნება

$$U(x, y, z) = x^{0.5}y^{0.5}(1 + z)^{0.5}.$$

დავუშვათ, რომ ამ პროდუქტების ფასებია $p_x = 0.25$, $p_y = 1$ და $p_z = 2$, და მომხმარებლის შემოსავალი შეადგენს $I = 2$.

ა. აჩვენეთ, რომ $z = 0$, სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის შედეგი იგივეა, რაც მაგალითში 4.1. აჩვენეთ ასევე, რომ ნებისმიერი არჩევანი, რომელიც მიგვიყვანს $z > 0$ (ნაწილობრივი z-სთვისაც კი) ოპტიმუმთან შედარებით ამცირებს სარგებლიანობას.

ბ. როგორ ახსნით იმ ფაქტს, რომ $z = 0$ აქ ოპტიმუმია?

გ. რამდენად მაღალი უნდა იყოს ინდივიდის შემოსავალი, რომ რაღაც რაოდენობა z მაინც შეარჩიოს?

4.7

ნახაზზე 4.5 ნაჩვენები ერთობლივი თანხის პრინციპი გამოიყენება პოლიტიკის განსაზღვრისა და დაბეგვრის დროს. ეს ამოცანა განიხილავს პრინციპის ასეთ გამოყენებას.

ა. ააგეთ ნახაზის 4.5 მსგავსი ნახაზი იმის საჩვენებლად, რომ თანხის გადაცემა ინდივიდისთვის უზრუნველყოფს მეტ სარგებლიანობას, ვიდრე x პროდუქტზე სუბსიდია, რაც ორივე შემთხვევაში მთავრობისთვის თანაბარი თანხაა.

ბ. გამოიყენეთ ტოლობაში 4.52 წარმოდგენილი ქობ-დაგლასის დანახარჯების ფუნქცია იმ დამატებითი მსყიდველობითი უნარის გამოსათვლელად, რაც საჭიროა ინდივიდის სარგებლიანობის $U = 2$-დან $U = 3$-მდე გასაზრდელად.

გ. კვლავ გამოიყენეთ ტოლობა 4.52 და გაზომეთ ის ხარისხი, რითაც მოხდება x პროდუქტის სუბსიდირება იმისთვის, რომ ინდივიდის სარგებლიანობა გაიზარდოს $U = 2$-დან $U = 3$-მდე. რა ეღირება ეს სუბსიდია მთავრობისთვის? შეუდარეთ ეს დანახარჯები (ბ) კითხვაში არსებულ დანახარჯებს.

დ. ამოცანა 4.10 გეკითხებათ გამოთვალოთ დანახარჯების ფუნქცია ქობ-დაგლასის სარგებლიანობის უფრო ზოგადი ფუნქციისთვის, ვიდრე გამოიყენება მაგალითში 4.4. გამოიყენეთ დანახარჯების ეს ფუნქცია, რომ ხელახლა ამოხსნათ (ბ) და (გ) შეკითხვები $\alpha = 0.3$ პირობით.

ე. როგორ შეიცვლებოდა თქვენი გამოთვლები ამ ამოცანაში, თუ ჩვენ გამოვიყენებდით დანახარჯების ფუნქციას ფიქსირებული პროპორციების შემთხვევისთვის (ტოლობა 4.54)?

4.8

ბატონ ქარის ძალიან უყვარს ავტომობილის მართვა ლურჯი ცის ქვეშ. x რაოდენობის მილის გავლის შედეგად ის იღებს სარგებლიანობას $U(x) = 500x - x^2$. (ერთხელ, როცა მან გაიარა მილების განსაზღვრული რაოდენობა, დაიღალა და მგზავრობა მისთვის უფრო და უფრო უსიამოვნო გახდა). მისი ავტომობილი მაღალი სიჩქარის ტრასაზე 25 მილზე ერთ გალონს ხარჯავს. საწვავისთვის გადასახდელი თანხა გამოისახება y-ით, ნელა სიარულით გამოწვეული დამატებითი ხარჯი გამოისახება შემდეგნაირად $U(y) = -1000y$. ბატონი ქარი მზადაა $25 თანხა გადაიხადოს ყოველ კვირა ავტომობილის აუჩქარებლად ტარებისთვის.

ა. იპოვეთ ბატონი ქარისთვის თითოეულ კვირაში გასავლელი ოპტიმალური მილების რაოდენობა, თუ საწვავის ფასია $2.50 ერთი გალონისთვის.

ბ. როგორ იცვლება მნიშვნელობა, თუ ერთი გალონი საწვავის ფასი $5.00 გაიზრდება?

გ. დავუშვათ, რომ ბატონ ქარის ყოველ გავლილ მილზე საბურავის დაშვების ალბათობა, ტოლია 0.001. დაშვებული საბურავიდან მიღებული ზარალი მოცემულია შემდეგი ტოლობით $U(z) = -50000z$ (სადაც, z არის დაშვებული საბურავების რაოდენობა) და ყოველი დაშვებული საბურავის აღდგენის დანახარჯია $50. იპოვეთ ის დისტანცია, რაც ახდენს ბატონი ქარის სარგებლიანობის მაქსიმიზაციას, გაცვეთილი საბურავების ალბათობის მხედველობაში მიღებით (იგულისხმეთ, რომ ერთი გალონი საწვავის ფასია $2.50)?

4.9

დავუშვათ, სარგებლიანობის წრფივ ფუნქციაში, ჩართულია ორი პროდუქტი და ის გამოსახულია შემდეგი სახით $U(x, y) = ax + by$. გამოთვალეთ დანახარჯების ფუნქცია სარგებლიანობის ამ ფუნქციისთვის. დახმარება: დანახარჯების ფუნქციას ექნება ტალღოვანი ფორმა ფასების სხვადასხვა თანაფარდობის პირობებში.

ანალიტიკური ამოცანები

4.10 ქობ-დაგლასის სარგებლიანობა

მაგალითში 4.1 განვიხილეთ ქობ-დაგლასის სარგებლიანობის ფუნქცია $U(x, y) = x^{\alpha}y^{\alpha-1}$, სადაც $0 \leq \alpha \leq 1$. ეს პრობლემა გვიჩვენებს ამ ფუნქციის რამდენიმე დამატებით დამახასიათებელ თვისებას.

ა. გამოსახეთ არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქცია ქობ-დაგლასის შემთხვევისთვის.

ბ. გამოთვალეთ დანახარჯების ფუნქცია ამ შემთხვევაში.

გ. არაერთგვაროვნად უჩვენეთ, რომ x პროდუქტზე ფასის ცვლილების ეფექტის შედეგების კომპენსაციისთვის საჭირო თანხა α-ს მნიშვნელობაზეა დამოკიდებული.

4.11 CES სარგებლიანობა

ამ თავში გამოყენებული *CES* სარგებლიანობის ფუნქცია მოცემულია შემდეგი გამოსახულებით

$$U(x,y)=\frac{x^{\delta}}{\delta}+\frac{y^{\delta}}{\delta}$$

ა. უჩვენეთ, რომ ამ ფუნქციის მქონე ინდივიდები პირველი რიგის პირობების შეზღუდული სარგებლიანობის მაქსიმუმისთვის შეარჩევენ პროდუქტებს შემდეგი პროპორციით

$$\frac{x}{y}=\left(\frac{p_x}{p_y}\right)^{1/(\delta-1)}.$$

ბ. უჩვენეთ, რომ (ა) შეკითხვის შედეგი გულისხმობს, რომ ინდივიდი თავის ფონდებს თანაბრად გაანაწილებს x და y პროდუქტებს შორის ქობ-დაგლასის შემთხვევისთვის ($\delta = 0$), როგორც უკვე ვაჩვენეთ რამდენიმე ამოცანაში. თქვენი შედეგები ახსენით ინტუიციურად (ამ ფუნქციის სხვა დეტალებისთვის იხილეთ დამატება E4.3).

გ. რამდენადაა $p_x x/p_y y$ თანაფარდობა დამოკიდებული δ-ს მნიშვნელობაზე?

დ. ამ შემთხვევისთვის გამოსახეთ არაპირდაპირი სარგებლიანობისა და დანახარჯების ფუნქციები და პასუხები შეამოწმეთ თქვენს მიერ დაწერილი ფუნქციების ჰომოგენური შესაძლებელობების აღწერით.

4.12 სთოუნ-გეარის სარგებლიანობა

დავუშვათ, ინდივიდებს სასიცოცხლო პირობებისთვის ესაჭიროებათ საკვების (x) რაოდენობა. ვთქვათ, ეს სიდიდე მოცემულია x_0-ით. როცა შერჩეულია x_0, მაშინ ინდივიდები იღებენ სარგებლიანობას საკვებისგან და სხვა პროდუქტებისგან (y) შემდეგი ფორმით

$$U(x, y) = (x - x_0)^{\alpha} y^{\beta},$$

სადაც $\alpha + \beta = 1$.

ა. უჩვენეთ, რომ თუ $I > p_x x_0$, მაშინ ინდივიდი სარგებლიანობის მაქსიმიაზაციას მოახდენს, თუ x პროდუქტზე დახარჯავს $\alpha(I - p_x x_0) + p_x x_0$ და y პროდუქტზე $\beta(I - p_x x_0)$. ახსენით ეს შედეგი.

ბ. ამ ამოცანაში შემოსავლის გაზრდის შემთხვევაში, როგორ შეიცვლება შემდეგი თანაფარდობები $p_x x/I$ და $p_y y/I$? (სარგებლიანობის ამ ფუნქციის შესახებ, იხ. დანართი 4.2)

4.13 CES არაპირდაპირი სარგებლიანობისა და დანახარჯების ფუნქციები

ამ ამოცანაში, არაპირდაპირი სარგებლიანობისა და დანახარჯების ფუნქციების დასაწერად გამოვიყენებთ *CES* სარგებლიანობის ფუნქციის უფრო სტანდარტულ ფორმას. დავუშვათ, სარგებლიანობა მოცემულია შემდეგი სახით

$$U(x, y) = (x^{\delta} + y^{\delta})^{1/\delta}$$

[ამ ფუნქციაში ჩანაცვლების ელასტიკურობაა $\sigma = 1/(1 - \delta)$].

ა. უჩვენეთ, რომ არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქცია, სარგებლიანობის ამ ფუნქციისთვის მოცემულია შემდეგი სახით

$$V = I(p_x^{\,r} + p_y^{\,r})^{-1/r}$$

სადაც, $r = \delta/(\delta - 1) = 1 - \sigma$.

ბ. უჩვენეთ, რომ (ა) შეკითხვაში მიღებული ფუნქცია ჰომოგენურია ნული ხარისხით ფასებისა და შემოსავლის მიმართ.

გ. უჩვენეთ, რომ ეს ფუნქცია მკაცრად ზრდადია შემოსავლის მიმართ.

დ. უჩვენეთ, რომ ეს ფუნქცია მკაცრად კლებადია ნებისმიერი ფასის მიმართ.

ე. უჩვენეთ, რომ დანახარჯების ფუნქცია *CES* სარგებლიანობის ამ შემთხვევისთვის მოცემულია შემდეგი სახით

$$\mathrm{E} = V(p_x^{\,r} + p_y^{\,r})^{1/r}.$$

ვ. უჩვენეთ, რომ (ე) შეკითხვაში მიღებული ფუნქცია ჰომოგენურია პირველი ხარისხით პროდუქტების ფასების მიმართ.

ზ. უჩვენეთ, რომ დანახარჯების ფუნქცია ზრდადია თითოეული ფასის მიმართ.

თ. უჩვენეთ, რომ ფუნქცია ჩაზნექილია თითოეული ფასის მიმართ.

დამატებითი საკითხავი

Barten, A. P., and Volker Böhm. "Consumer Theory." InK. J. Arrow and M. D. Intriligator, Eds., *Handbook of Mathematical Economics*, vol. II. Amsterdam: North-Holland,1982.

ნაწილებს 10 და 11 აქვს ამ თავში განხილული კონცეფციების მოკლე შეჯამება.

Deaton, A., and J. Muelbauer. *Economics and Consumer Behavior.* Cambridge: Cambridge University Press, 1980.

ნაწილში 2.5 მოცემულია ორმაგი მიდგომის კონცეფციის კარგი გეომეტრიული ახსნა.

Dixit, A. K. *Optimization in Economic Theory.* Oxford: Oxford University Press, 1990.

თავში 2 მოცემულია ქობ-დაგლასის სარგებლიანობის ფუნქციის რამდენიმე ლაგრანჟული ანალიზი.

Hicks, J. R. *Value and Capital.* Oxford: Clarendon Press, 1946.

თავი II და მათემატიკური დანართი მოიცავს დანახარჯების ფუნქციის მნიშვნელობაზე რამდენიმე მოსაზრებას.

Mas-Colell, A., M. D. Whinston, and J. R. Green. *Microeconomic Theory.* Oxford: Oxford University Press, 1995.

თავი 3 მოიცავს სარგებლიანობის და დანახარჯების ფუნქციების დაწვრილებით ანალიზს.

Samuelson, Paul A. *Foundations of Economic Analysis.* Cambridge, MA: Harvard University Press, 1947.

თავი V და დანართი „ა" მოიცავს სარგებლიანობის მაქსიმუმის პირველი რიგის პირობების მოკლე ანალიზს. დანართი მოიცავს მეორე რიგის პირობების კარგ ანალიზს.

Silberberg, E., and W. Suen. *The Structure of Economics: A Mathematical Analysis*, 3rd ed. Boston: Irwin/McGraw-Hill, 2001.

მომხმარებლის თეორიაში ორმაგი მიდგომის სასარგებლო, თუმცა საკმაოდ რთული განხილვა.

Theil, H. *Theory and Measurement of Consumer Demand.* Amsterdam: North-Holland, 1975.

ემპირიული შეფასების შედეგებთან ერთად მოთხოვნის თეორიის საფუძვლების კარგი შეჯამება.

დანართები

ბიუჯეტის წილები

მეცხრამეტე საუკუნის ეკონომისტი ერნსტ ენგელი იყო ერთ-ერთი პირველი მეცნიერი, რომელიც სწავლობდა ადამიანთა რეალურ დანახარჯებს. ის ყურადღებას ამახვილებდა საკვების მოხმარებაზე. მისი აღმოჩენა იყო ის, რომ შემოსავლის ხარჯვის წილი საკვებზე მცირდებოდა შემოსავლის ზრდასთან ერთად, რაც ცნობილია ენგელის კანონის სახელწოდებით და დადასტურებულია მრავალი კვლევით. ენგელის კანონი არის ისეთი ემპირიული კანონზომიერება, რაც მრავალმა ეკონომისტმა გაიაზრა, როგორც სიღარიბის საზომი ერთეული, გამოთვლილი საკვებზე შემოსავლების ხარჯვის წილის მიხედვით. სხვა ორი საინტერესო მიდგომაა: (1) ჰეიაშის (1995) სწავლება, რომელიც გვიჩვენებს, რომ საკვებზე გაწეული დანახარჯები ოჯახის ორ თაობას შორის გაცილებით მეტია უფროს თაობაში, ვიდრე საშუალოდ ერთში; (2) ბერმენის (1989) მიგნების თანახმად, ნაკლებად-განვითარებული ქვეყნების მოსახლეობაში მრავალფეროვანი საკვების მიღების მისწრაფება და მასზე ბიუჯეტის ნაკლები წილის ხარჯვა განაპირობებს ნიტრატებიან საკვებზე მოთხოვნას. ამ დამატების დარჩენილ ნაწილში, ჩვენ თეორიულ ნაწილთან ერთად, ვისაუბრებთ ბიუჯეტის წილების (აღნიშნული როგორც $s_i = p_i x_i/I$) შესახებ.

E4.1 ბიუჯეტის წილების მრავალფეროვნება

ცხრილი 4.1 გვიჩვენებს აშშ-ის საოჯახო მეურნეობების საბიუჯეტო ხარჯების ხვედრით წილებს 2004 წელს. ცხრილში ნათლად ჩანს ენგელის კანონის მოქმედება: შემოსავლის ზრდასთან ერთად ოჯახების მიერ საკვებზე გაწეული დანახარჯების წილის შემცირება. ცხრილიდან ჩანს, ასევე, სხვა ტენდენციებიც, კერძოდ, მცირდება ჯანდაცვაზე გაწეული დახარჯების წილი, იზრდება საპენსიო გეგმებზე მიმართული წილი მაღალშემოსავლიან ადამიანებში. საინტერესოა, რომ საცხოვრებელი და სატრანსპორტო ხარჯების დასაფარად გათავლისწინებული ხარჯების თანაფარდობა შემოსავალში მუდმივია შემოსავლების სპექტრის მიუხედავად. ნათელია, რომ მაღალშემოსავლიანი ადამიანები იძენენ დიდ სახლებსა და ძვირადღირებულ ავტომობილებს.

შემოსავლის ცვლადი წილები ცხრილში 4.1 გვიჩვენებს, თუ რატომ არაა სასარგებლო ქობ-დაგლასის სარგებლიანობის ფუნქცია საოჯახო მეურნეობების დეტალური ემპირიული შესწავლის დროს. როცა სარგებლიანობა მოცემულია შემდეგი სახით $U(x, y) = x^{\alpha}y^{\beta}$, შედეგად მიღებული მოთხოვნის ტოლობებია $x = \alpha I/p_x$ და $y = \beta I/p_y$. ამგვარად,

$$s_x = p_x x/I = \alpha \text{ და}$$
$$s_y = p_y y/I = \beta \qquad \text{(i)}$$

ბიუჯეტის წილები მუდმივია გამოკვლეული შემოსავლის ყველა დონისთვის და შესაბამისი ფასებისთვის. ამ უკმარისობის გამო და მეტი მოქნილობის მისაღწევად, ეკონომისტებმა გამოიკვლიეს სარგებლიანობის სხვა შესაძლო ფუნქციები.

E4.2 წრფივი დანახარჯების სისტემა

ქობ-დაგლასის ფუნქციის განზოგადება მოიცავს იმ იდეას, რომ თითოეული პროდუქტის მინიმალური

რაოდენობა, რაც შეძენილი იქნეს – ინდივიდის მიერ (x_0, y_0), არის სარგებლიანობის ფუნქცია

$$U(x, y) = (x - x_0)^{\alpha}(y - y_0)^{\beta} \qquad \text{(ii)}$$

თუ $x \geq x_0$ და $y \geq y_0$, სადაც კვლავ $\alpha + \beta = 1$.
ამ სარგებლიანობის ფუნქციიდან მოთხოვნის ფუნქციები შესაძლებელია ქობ-დაგლასის შემთხვევის ანალოგიური გზით მივიღოთ, როცა გამოვიყენეთ არასამუშაო შემოსავლის კონცეფცია (I^*). ის გვიჩვენებს მინიმალური ნაკრების შეძენის შემდგომ დარჩენილ მსყიდველობით უნარს

$$I^* = I - p_x x_0 - P_y y_0 \qquad \text{(iii)}$$

ამ აღნიშვნის გამოყენებით, მოთხოვნის ფუნქციებია

$$\begin{aligned} x &= (p_x x_0 + \alpha I^*)/p_x, \\ y &= (p_y y_0 + \beta I^*)/p_y. \end{aligned} \qquad \text{(iv)}$$

ამ შემთხვევაში ინდივიდი ხარჯავს არასამუშაო შემოსავლის მუდმივ წილს თითოეულ პროდუქტზე, როცა მინიმუმი ნაკრები უკვე შეძენილია. ტოლობის iv გარდაქმნით მივიღებთ წილების ტოლობებს

$$\begin{aligned} s_x &= \alpha + (\beta p_x x_0 - \alpha p_y y_0)/I \\ s_y &= \beta + (\alpha p_y y_0 - \beta p_x x_0)/I \end{aligned} \qquad \text{(v)}$$

აღნიშნული გვიჩვენებს, რომ მოთხოვნის ეს სიტემა არ არის ჰომოთეტური. ტოლობის v შემოწმება გვიჩვენებს, რომ პროდუქტზე დახარჯული ბიუჯეტის წილი დადებით დამოკიდებულებაშია პროდუქტის მინიმალურად საჭირო რაოდენობასთან და უარყოფით დამოკიდებულებაშია სხვა საჭირო პროდუქტის მინიმალურ რაოდენობასთან. ვინაიდან, აუცილებელი შენაძენის ცნება კარგად ესადაგება რეალურ დაკვირვებებს, წრფივი დანახარჯების ეს სისტემა (*Linear Expenditure System* - LES), რომელიც პირველად შეიმუშავა სთოუნმა (1954), ფართოდ გამოიყენება ემპირიულ კვლევებში. ტოლობაში ii მოცემულ ფუნქციას ასევე ეწოდება სთოუნ-გეარის სარგებლიანობის ფუნქცია.

ტრადიციული შენაძენები

წრფივი დანახარჯების სისტემით სარგებლობის ერთ-ერთი ყველაზე საინტერესო გამოყენებაა იმის შესწავლა, თუ როგორ ცვლის აუცილებელ შესყიდვებს პირობების შეცვლა. მაგალითად, ოზოვსკიმ და ფილიპმა (1994) გამოიკვლიეს, თუ როგორ ზეგავლენას ახდენს თანამედროვე სამომხმარებლო პროდუქტებზე წვდომა შემოსავლის იმ ნაწილზე, რასაც გარდამავალი ქვეყნების მოსახლეობა ხარჯავს ტრადიციული ადგილობრივი პროდუქტების შესაძენად. მათ აჩვენეს, რომ პაპუას (ახალი გვინეა) მოსახლეობამ შესამჩნევად შეამცირა ეს ხარჯები, როცა მათთვის ხელმისაწვდომი გახდა უცხოური პროდუქტები. აღნიშნულიდან გამომდინარე, პროდუქტების ტრანსპორტირებისთვის გზების გაუმჯობესება, ხელს უწყობს ტრადიციული კულტურის ცვლილებას.

E4.3 CES სარგებლიანობა

თავში 3 განვიხილეთ *CES* სარგებლიანობის ფუნქცია, როგორც

$$U(x,y) = \frac{x^{\delta}}{\delta} + \frac{y^{\delta}}{\delta} \qquad \text{(vi)}$$

თუ $\delta \leq 1$, $\delta \neq 1$. ეს ფუნქცია ძირითადად გამოყენება ჩანაცვლების შესაძლებლობების ალტერნატივების საჩვენებლად (როგორც პარამეტრ δ-ს მნიშვნელობაზე გავლენა). სარგებლიანობის ამ ფუნქციით გამოსახული ბიუჯეტის წილები რამდენიმე საინტერესო დეტალს ფენს ნათელს. შეზღუდული სარგებლიანობის მაქსიმუმისთვის პირველი რიგის პირობების გარდაქმნა *CES* ფუნქციასთან ერთად გვაძლევს წილების ტოლობებს

$$s_x = 1/[1 + (p_y/p_x)^K]$$

ცხრილი 4.1 აშშ-ის საოჯახო მეურნეობების საბიუჯეტო ხარჯები ხვედრითი წილების მიხედვით, 2004

	წლიური შემოსავალი		
	$10000-$14999	$40000-$49999	$70000-ზე მეტი
დანახარჯების სახეობა			
საკვები	15.3	14.3	11.8
საცხოვრებელი	21.8	18.5	17.6
კომუნალური მომსახურება, საწვავი და სახელმწიფო მომსახურება	10.2	7.7	5.4
სატრანსპორტო ხარჯები	15.4	18.4	17.6
სამედიცინო დაზღვევა	4.9	3.8	2.3
ჯანდაცვის სხვა დანახარჯები	4.4	2.9	2.4
გართობა (ალკოჰოლის ჩათვლით)	4.4	4.6	5.4
თამბაქო	1.2	0.9	0.4
განათლება	2.5	1.1	2.6
დაზღვევა და პენსიები	2.7	9.6	14.7
სხვა (ტანსაცმელი, პირადი დანახარჯები, საცხოვრებელი დანახარჯები და სხვა	17.2	18.2	19.8

წყარო: *Consumer Expenditure Report*, 2004, Bureau of Labor Statistics website: http://www.bls.gov.

$$s_y = 1/[1 + (p_x/p_y)^K] \quad \textbf{(vii)}$$

სადაც, $K = \delta/(\delta - 1)$.

CES ფუნქციის ჰომოთეტური ბუნება ნაჩვენებია იმ ფაქტით, რომ წილების ეს გამოსახულებები დამოკიდებულია მხოლოდ ფასთა თანაფარდობაზე p_x/p_y. გარემო ცვლილებებზე წილების საპასუხო ქცევა დამოკიდებულია პარამეტრ K-ს მნიშვნელობაზე. ქობ-დაგლასის შემთხვევისთვის $\delta = 0$ და ამგვარად, $K = 0$ და $s_x = s_y = 1/2$. როცა $\delta > 0$, ჩანაცვლების შესაძლებლობები დიდია და $K < 0$. ამ შემთხვევაში ტოლობა **vii** გვიჩვენებს, რომ s_x და p_x/p_y გადაადგილდება საწინააღმდეგო მიმართულებით. თუ p_x/p_y იზრდება, ინდივიდი ჩაანაცვლებს y-ს x-ში იმ ხარისხით, რითაც s_x მცირდება. ალტერნატიულად, თუ $\delta < 0$, ჩანაცვლების შესაძლებელობები ლიმიტირებულია, $K > 0$ და s_x და p_x/p_y გადაადგილდება ერთიდაიმავე მიმართულებით. იმ შემთხვევაში, თუ p_x/p_y-ს გაზრდა იწვევს y-ს x-ში უმნიშვნელო რაოდენობით ჩანაცვლებას, s_x იზრდება იმის გამო, რომ x პროდუქტზე ფასი მაღალია.

ჩრდილოეთ ამერიკული თავისუფალი ვაჭრობა

CES მოთხოვნის ფუნქციები ყველაზე ხშირად გამოიყენება ზოგადი წონასწორობის კომპიუტერების ფართომასშტაბიან მოდელში (იხ. თავი 13), რომელსაც ეკონომისტები იყენებენ ძირითადი ეკონომიკური ცვლილებების შესაფასებლად. *CES* მოდელი ხაზს უსვამს იმას, რომ წილები რეაგირებენ შეფარდებით ფასებში ცვლილებებზე. ეს განსაკუთრებით სასარგებლოა ინოვაციების შემთხვევაში, როგორიცაა ცვლილებები საგადასახადო პოლიტიკასა ან აკრძალვებში საერთაშორისო ვაჭრობაში, სადაც ცვლილებები შეფარდებით ფასებში საკმაოდ რეალურია. ასეთი კვლევის მნიშ-

ვნელოვანი არეალი იყო ჩრდილოეთ ამერიკული თავისუფალი ვაჭრობის შეთანხმება კანადას, მექსიკას და შეერთებულ შტატებს შორის. ამ მოდელმა აჩვენა, რომ ამ შეთანხმებით ყველა ქვეყანამ მოიგო, მაგრამ შემოსავლები მექსიკაში განსაკუთრებით დიდი იყო, შეფარდებით ფასებში დიდი განსხვავების გამო. კეჰო და კეჰომ (1995) წარმოადგინეს წონასწორობის დათვლადი მოდელები, რაც ეკონომისტებმა ამ კვლევაში გამოიყენეს[1].

E4.4 თითქმის იდეალური მოთხოვნის სისტემა

ბიუჯეტის წილების შესწავლის ალტერნატიული გზაა დანახარჯების კონკრეტული ფუნქციების განხილვა. ეს მიდგომა განსაკუთრებით მოსახერხებელია, ვინაიდან კონვერტის თეორემა გვიჩვენებს, რომ ბიუჯეტის წილები შესაძლებელია პირდაპირ იქნეს მიღებული უშუალოდ დანახარჯების ფუნქციიდან ლოგარითმის დიფერენცირებით:

$$\frac{\partial \ln E(p_x, p_y, V)}{\partial \ln p_x} = \frac{1}{E(p_x, p_y, V)} \cdot \frac{\partial E}{\partial p_x} \cdot \frac{\partial p_x}{\partial \ln p_x}$$

$$= \frac{x p_x}{E} = s_x \qquad \text{(viii)}$$

დიტონმა და მულბაუერმა (1980) ფართოდ გამოიყენეს ეს დამოკიდებულება იმ მახასიათებლების გამოსაკვლევად, რაც დანახარჯების ფუნქციის კონკრეტულ კლასს ახასიათებდა. ამას შემდგომში უწოდეს თითქმის იდეალური მოთხოვნის სისტემა (AIDS). მათ მიერ მოცემული დანახარჯების ფუნქცია ასეთია:

$$\ln E(p_x, p_y, V) = a_0 + a_1 \ln p_x + a_2 \ln p_y$$

$$+0.5 b_1 (\ln p_x)^2 + b_2 \ln p_x \ln p_y .$$

$$+0.5 b_3 (\ln p_y)^2 + V c_0 p_x^{c_1} p_y^{c_2}$$

(ix)

ეს ფორმა უახლოვდება დანახარჯების თითქმის ყველა ფუნქციას. ფასის მიხედვით პირველი ხარისხის ჰომოგენურობის ფუნქციებისთვის მისი პარამეტრები უნდა დაემორჩილოს შეზღუდვებს $a_1 + a_2 = 1$, $b_1 + b_2 = 0$, $b_2 + b_3 = 0$ და $c_1 + c_2 = 0$. ტოლობის viii შედეგების გამოყენება გვიჩვენებს, რომ ამ ფუნქციისთვის

$$s_x = a_1 + b_1 \ln p_x + b_2 \ln p_y + c_1 V c_0 p_x^{c_1} p_y^{c_2}$$
$$s_y = a_2 + b_2 \ln p_x + b_3 \ln p_y + c_2 V c_0 p_x^{c_1} p_y^{c_2} \qquad \text{(x)}$$

ყურადღება გაამახვილეთ მოცემული პარამეტრების შეზღუდვაზე $s_x + s_y = 1$. არაპირდაპირ სარგებლიანობასა და დანახარჯების ფუნქციებს შორის უკუდამოკიდებულებისა და ალგებრული გარდაქმნების გამოყენებით, შესაძლებელია ბიუჯეტის წილების განტოლების ჩასმა ეკონომეტრიკული გამოთვლების შესაბამის მარტივ ფორმაში:

$$s_x = a_1 + b_1 \ln p_x + b_2 \ln p_y + c_1 (E/p)$$
$$s_y = a_2 + b_2 \ln p_x + b_3 \ln p_y + c_2 (E/p) \qquad \text{(xi)}$$

სადაც, p არის ფასების ინდექსი, რომელიც განსაზღვრულია შემდეგნაირად

$$\ln p = a_0 + a_1 \ln p_x + a_2 \ln p_y$$
$$+0.5 b_1 (\ln p_x)^2 + b_2 \ln p_x \ln p_y + 0{,}5 b_3 (\ln p_y)^2 . \qquad \text{(xii)}$$

სხვა ნაშრომებში აღნიშნულია, რომ AIDS-ის წილების განტოლებები წრფივია ფასების ლოგარითმისა და მთლიან რეალურ დანახარჯებთან მიმართებაში. პრაქტიკის გასამარტივებლად, ფასების ინდექსებით ხშირად ჩანაცვლებულია უფრო

1 ჩრდილოეთ ამერიკული თავისუფალი ვაჭრობის შეთანხმების კვლევა უფრო დეტალურად თავის 13 დანართშია განხილული.

რთული ინდექსები ტოლობის **xii** გამოყენებით, თუმცა ამის შესახებ მიმდინარეობს დავა (იხ. თავის 5 დანართი).

დანახარჯების ბრიტანული მაგალითები

დიტონმა და მულბაუერმა მოთხოვნის ეს სისტემები გამოიყენეს 1954-1974 წწ ბრიტანეთში გაწეული დანახარჯების შესასწავლად. მათ აღმოაჩინეს, რომ საკვებსა და საცხოვრებელ დანახარჯებს რეალურ დანახარჯებთან მიმართებაში ქონდა უარყოფითი კოეფიციენტი. შედეგად, ინდივიდების გამდიდრების პირობებში, გაღებული შემოსავლის წილი ამ ორი მიმართულებით მცირდებოდა (მინიმუმ ბრიტანეთში). ავტორებმა მათ მიერ მოცემულ ბიუჯეტის წილების ტოლობებში მრავლად აღმოაჩინეს ფარდობითი ფასების ეფექტები. ფასებს ქონდა განსაკუთრებით დიდი ეფექტი ტრანსპორტირებასა და კონმუნიკაციებში მიმართული დანახარჯების წილების ახსნისას. რეალური სამყაროს მონაცემებზე AIDS-ის მოდელის გამოყენებისას ავტორები წააწყდნენ მრავალ ეკონომეტრიკულ სირთულეს, რომელთა შორის ყველაზე მნიშვნელოვანია, ის რომ ტოლობების დიდი უმრავლესობა არ ემორჩილებოდა ჰომოგენურობისათვის აუცილებელ შეზღუდვებს. მოთხოვნის ამ სისტემის სამომავლო კვლევების ძირითადი თემა იქნება ზემოაღნიშნული საკითხების გადაწყვეტა.

ლიტერატურა

Behrman, Jere R. "Is Variety the Spice of Life? Implications for Caloric Intake." *Review of Economics and Statistics* (November 1989): 666–72.

Deaton, Angus, and John Muellbauer. "An Almost Ideal Demand System." *American Economic Review* (June 1980): 312–26.

Hyashi, Fumio. "Is the Japanese Extended Family Altruistically Linked? A Test Based on Engel Curves." *Journal of Political Economy* (June 1995): 661–74.

Kehoe, Patrick J., and Timothy J. Kehoe. *Modeling North American Economic Integration.* London: Kluwer Academic Publishers, 1995.

Oczkowski, E., and N. E. Philip. "Household Expenditure Patterns and Access to Consumer Goods in a Transitional Economy." *Journal of Economic Development* (June 1994): 165–83.

Stone, R. "Linear Expenditure Systems and Demand Analysis." *Economic Journal* (September 1954): 511–27.



შემოსავლისა და ჩანაცვლების ეფექტები

ამ თავში სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის მოდელს გამოვიყენებთ იმის შესასწავლად, თუ როგორ გავლენას ახდენს ინდივიდის მიერ შერჩეული პროდუქტის რაოდენობაზე მისი ფასის ცვლილება. ეს საშუალებას მოგვცემს ავაგოთ ამ პროდუქტზე ინდივიდის მოთხოვნის მრუდი. ამით ნათელს მოვფენთ ფასის საპასუხო ქცევის შინაარსსა და იმ დაშვებებს, რაც მოთხოვნის ანალიზის უმრავლესობის მიღმაა.

მოთხოვნის ფუნქციები

თავში 4 აღვნიშნეთ, რომ პრინციპში შესაძლებელია სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის აუცილებელი პირობების ამოხსნა $x_1, x_2, ..., x_n$ ოპტიმალური დონეებისთვის (და λ ლაგრანჟის მულტიპლიკატორისთვის), როგორც ყველა ფასისა და შემოსავლის ფუნქციები. მათემატიკურად ეს შესაძლებელია გამოვსახოთ, როგორც n მოთხოვნის ფუნქციები შემდეგი ფორმით

$$\begin{aligned} x_1^* &= x_1(p_1, p_2, ..., p_n, I), \\ x_2^* &= x_2(p_1, p_2, ..., p_n, I), \\ &\vdots \\ x_n^* &= x_n(p_1, p_2, ..., p_n, I). \end{aligned} \qquad \textbf{(5.1)}$$

თუ მხოლოდ ორი x და y პროდუქტია, მაშინ (შემთხვევა, რომელზეც, როგორც წესი, ყურადღებას ვამახვილებთ) ეს ჩანაწერი შესაძლებელია გავამარტივოთ შემდეგი სახით

$$\begin{aligned} x^* &= x(p_x, p_y, I), \\ y^* &= y(p_x, p_y, I), \end{aligned} \qquad \textbf{(5.2)}$$

ვინაიდან ვიცით მოთხოვნის ამ ფუნქციების ფორმა, ასევე ყველა ფასი და შემოსავალი, შეგვიძლია „ვიწინასწარმეტყველოთ", რამდენ პროდუქტს შეარჩევს შესაძენად ეს ინდივიდი. ზემოთ მოცემული ჩანაწერი ხაზს უსვამს იმ ფაქტს, რომ ამ პროცესში ფასები და შემოსავალი „ეგზოგენურია". ეს იმას ნიშნავს, რომ ანალიზის მოცემულ საფეხურზე ინ-

დივიდი ვერ ზემოქმედებს ამ პარამეტრებზე. პარამეტრებში ცვლილება აუცილებლად გადააადგილებს საბიუჯეტო შეზღუდულობას და ინდივიდს აიძულებს განსხვავებული არჩევანი გააკეთოს. ამ და მომდევნო თავებში ფოკუსირება ხდება ასეთ საკითხზე. კერძოდ, ამ თავში ნაწილობრივ წარმოებულებს $\partial x/\partial y$ და $\partial x/\partial p_x$ განვიხილავთ ყველა პირობითი x-ისთვის. თავი 6 მიეძღვნება „ჯვარედინი-ფასის“ ეფექტის განხილვას $\partial x/\partial p_y$ ფორმით, ნებისმიერი პირობითი x და y პროდუქტების წყვილისთვის.

ჰომოგენურობა

მოთხოვნის ფუნქციის პირველი თვისების ახსნა მოითხოვს მცირეოდენ მათემატიკას. თუ გავაორმაგებთ ყველა ფასსა და შემოსავალს (ასევე, თუ ყველა მათგანს რაიმე მუდმივ რიცხვზე გავამრავლებთ), მაშინ მოთხოვნილი ოპტიმალური რაოდენობა იგივე დარჩება. ყველა ფასისა და შემოსავლის გაორმაგება ცვლის მხოლოდ იმ ერთეულებს, რომელთა გამოყენებით ვითვლით მოთხოვნილი პროდუქტების „რეალურ“ რაოდენობას. ეს შედეგი შესაძლებელია ვაჩვენოთ რამდენიმე გზით, რომელთა შორის ყველაზე მარტივი ალბათ გრაფიკული გამოსახვაა. თუ დავუბრუნდებით ნახაზებს 4.1 და 4.2, ნათელია, რომ p_x, p_y და I გაორმაგება ვერ იმოქმედებს საბიუჯეტო შეზღუდულობის წრფეზე. შედეგად, x^*, y^* კვლავ იქნება თავდაპირველად შერჩეული კომბინაცია. ასევე, $p_x x + p_y y = I$ იგივე შეზღუდვაა, როგორიც $2p_x x + 2p_y y = 2I$. უფრო ფორმალურად ჩვენ შეგვიძლია ეს შედეგი შემდეგი სახით ჩავწეროთ: ნებისმიერი x_i პროდუქტისთვის

$$x_i^* = x_i(p_1, p_2, \ldots, p_n, I) = x_i(tp_1, tp_2, \ldots, tp_n, tI) \qquad \textbf{(5.3)}$$

ყველა $t > 0$. ის ფუნქციები, რომლებიც იზიარებენ ტოლობაში 5.3 აღწერილ თვისებებს, არიან ჰომოგენურები ნული ხარისხით[1]. აღნიშნულიდან გამომდინარე, ჩვენ ვაჩვენეთ, რომ ინდივიდუალური მოთხოვნის ფუნქციები ჰომოგენურია ნული ხარისხით ყველა ფასისა და შემოსავლის მიმართ. ერთიდაიგივე პროპორციით ფასებსა და შემოსავალში ცვლილება, ვერ იმოქმედებს მოთხოვნილი პროდუქტების ფიზიკურ რაოდენობაზე. ეს შედეგი გვიჩვენებს (თეორიულად), რომ ინდივიდების მოთხოვნა არ შეიცვლება „წმინდა“ ინფლაციით, რომლის პირობებშიც ყველა ფასი და შემოსავალი პროპორციულად გაიზრდება. ინდივიდები პროდუქტების იმავე ნაკრებს მოითხოვენ. რა თქმა უნდა, თუ ინფლაცია არ იქნება წმინდა (რაც იმას ნიშნავს რომ ფასები სხვადასხვა პროპორციით გაიზრდება), ეს არ იქნება შესაბამისი შემთხვევა.

---

1 უფრო ზოგადად, როგორც ვნახეთ თავში 2, ფუნქცია $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ ვამბობთ, რომ ჰომოგენურია ხარისხით k, თუ $f(tx_1, tx_2, \ldots, t_n) = t^k f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ ნებისმიერი $t > 0$. ჰომოგენური ფუნქციების ყველაზე გავრცელებული შემთხვევა არის $k = 0$ და $k = 1$. თუ f ჰომოგენურია ხარისხით 0, მაშინ მისი ყველა არგუმენტის გაორმაგება f მნიშვნელობას არ ცვლის. თუ f ჰომოგენურია ხარისხით 1, მაშინ მისი ყველა არგუმენტის გაორმაგება, ასევე გააორმაგებს f მნიშვნელობას.

ჰომოგენურობა

მოთხოვნის ჰომოგენურობა სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის დაშვების პირდაპირი შედეგია. სარგებლიანობის მაქსიმიზაციიდან აღმოცენებული მოთხოვნის ფუნქციები იქნება ჰომოგენური, და პირიქით, მოთხოვნის ის ფუნქციები, რომლებიც არ არიან ჰომოგენური ვერ ასახავენ სარგებლიანობის მაქსიმიზაციას (თუ ფასები პირდაპირ შედიან სარგებლიანობის ფუნქციაში, როგორც ეს შეიძლება იყოს ისეთ პროდუქტებში, რომლებიც სნობის მოთხოვნითაა განპირობებული). მაგალითად, თუ ინდივიდის სარგებლიანობა საკვების (x) და საცხოვრებლისთვის (y) მოცემულია შემდეგი სახით

$$\textbf{სარგებლიანობა} = U(x, y) = x^{0.3}y^{0.7}, \tag{5.4}$$

მაშინ მარტივია (მაგალითში 4.1 გამოყენებული პროცედურის შესაბამისად) მივიღოთ მოთხოვნის ფუნქციები

$$x^* = \frac{0.3I}{p_x}$$
$$y^* = \frac{0.7I}{p_y} \tag{5.5}$$

ეს ფუნქციები აშკარად უჩვენებენ ჰომოგენურობას, ვინაიდან ყველა ფასისა და შემოსავლის გაორმაგება x^*-ს და y^*-ს უცვლელად დატოვებს.

თუ ინდივიდის უპირატესობები x-ისა და y-თვის ასახული იქნებოდა CES ფუნქციით

$$U(x, y) = x^{0.5} + y^{0.5}, \tag{5.6}$$

მაშინ (როგორც ნაჩვენებია მაგალითში 4.2), მოთხოვნის ფუნქციები გამოისახება შემდეგნაირად

$$x^* = \left(\frac{1}{1 + p_x / p_y}\right) \cdot \frac{I}{p_x},$$
$$y^* = \left(\frac{1}{1 + p_x / p_y}\right) \cdot \frac{I}{p_y} \tag{5.7}$$

როგორც ადრე, ორივე ეს ფუნქცია ჰომოგენურია ნული ხარისხით, p_x, p_y და I-ის გაორმაგება x^*-ს და y^*-ს უცვლელად დატოვებს.

შეკითხვა: ამ მაგალითში მიღებული მოთხოვნის ფუნქციები ადასტურებენ თუ არა იმას, რომ x და y პროდუქტებზე გაწეული მთლიანი დანახარჯები ამოწურავენ ინდივიდის შემოსავალს p_x, p_y-ისა და I-ის ნებისმიერი კომბინაციისთვის? შეგიძლიათ დაამტკიცოთ, რომ ეს ერთ-ერთი შემთხვევაა?

ცვლილებები შემოსავალში

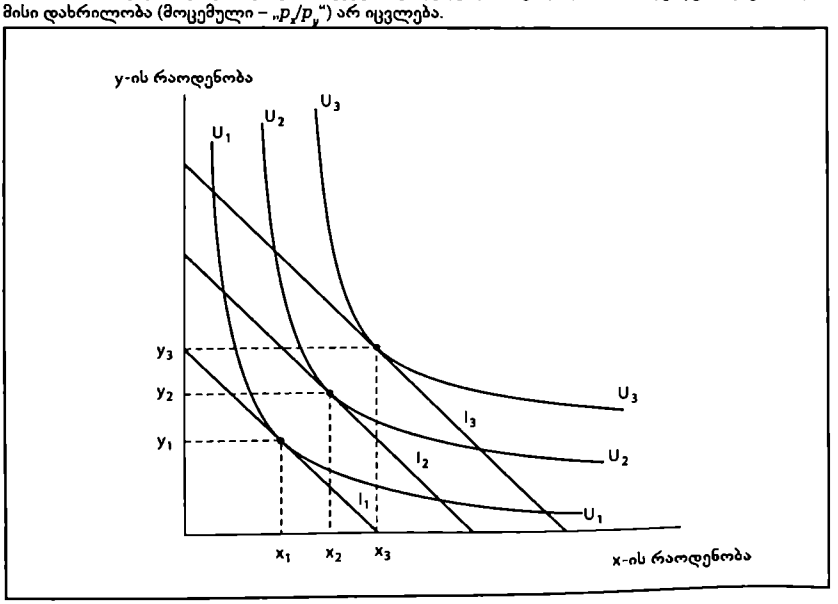
თუ ინდივიდის მსყიდველობითი უნარი გაიზრდება, ბუნებრივია უნდა ველოდოთ, რომ ასევე გაიზრდება შეჩეული თითოეული პროდუქტის რაოდენობა. ეს სიტუაცია აღწერილია ნახაზზე 5.1. როცა დანახარჯები იზრდება დასაწყისში I_1-დან I_2-მდე და შემდეგ I_3-მდე, მოთხოვნილი x პროდუქტის რაოდენობაც ასევე იზრდება x_1-დან x_2-მდე და აღწევს x_3. ამ პირობებში მოთხოვნა იზრდება y პროდუქტზეც (შესაბამისად y_1, y_2, y_3). ყურადღება მიაქციეთ, რომ საბიუჯეტო შეზღუდულობის წრფეები I_1, I_2 და I_3 ერთმანეთის პარალელურია და გვიჩვენებენ იმ ფაქტს, რომ მხოლოდ შემოსავალი იზრდება, ხოლო x და y პროდუქტების ფასები უცვლელია. იმის გამო, რომ თანაფარდობა p_x, p_y უცვლელი რჩება, სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის პირობები ასევე მოითხოვს, რომ MRS დარჩეს მუდმივი, როცა ინდივიდი უფრო მაღალ სარგებლიანობას აღწევს. ამგვარად, MRS თანაბარია როგორც (x_3, y_3), ასევე (x_1, y_1) წერტილებზე.

ნორმალური და დაბალხარისხიანი პროდუქტები

ნახაზზე 5.1 ნაჩვენებია, რომ x და y პროდუქტების შერჩეული რაოდენობა იზრდება შემოსავლის ზრდასთან ერთად და ორივე მაჩვენებელი $\partial x/\partial I$ და $\partial y/\partial I$ დადებითი

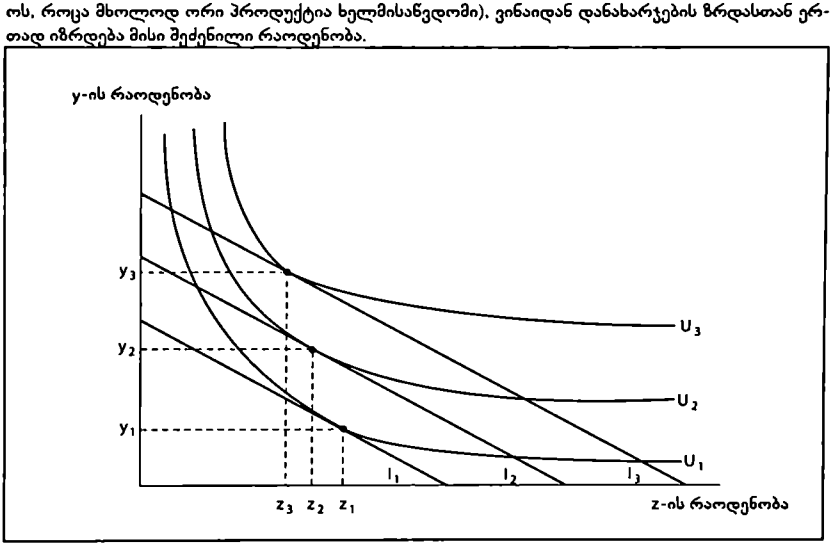
ნახაზი 5.1 შემოსვლის ზრდის ეფექტი x და y პროდუქტების შერჩეულ რაოდენობაზე

შემოსავალი იზრდება I_1, I_2 და I_3 მიმართულებით, შესაბამისად, x და y პროდუქტების ოპტიმალური (სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის) არჩევანი ნაჩვენებია თანდათანობით უფრო მაღალი სარგებლიანობის აღმნიშვნელ წერტილებზე. საბიუჯეტო შეზღუდულობა გადადის პარალელურად, ვინაიდან მისი დახრილობა (მოცემული – „p_x/p_y“) არ იცვლება.



ნახაზი 5.2 დაბალხარისხიანობის გამომსახველი განურჩევლობის მრუდთა რუკა

ამ დიაგრამაზე z პროდუქტი დაბალხარისხიანია იმის გამო, რომ რეალურად შერჩეული მისი რაოდენობა მცირდება შემოსავლის ზრდასთან ერთად. აქ y ნორმალური პროდუქტია (ის უნდა იყოს, როცა მხოლოდ ორი პროდუქტია ხელმისაწვდომი), ვინაიდან დანახარჯების ზრდასთან ერთად იზრდება მისი შეძენილი რაოდენობა.



სიდიდეებია. ეს შეიძლება განვიხილოთ, როგორც ჩვეულებრივი სიტუაცია, ხოლო იმ პროდუქტებს, რომლებსაც აქვთ ეს თვისება შემოსავლის ცვლილებაზე დაკვირვების დიაპაზონში, ვუწოდოთ ნორმალური პროდუქტები.

ზოგჯერ რამდენიმე პროდუქტისთვის შერჩეული რაოდენობა შეიძლება შემცირდეს შემოსავლის გაზრდასთან ერთად, ასეთია, მეორადი პროდუქტები, კარტოფილი და სხვა. z პროდუქტს, რომლისთვისაც $\partial z/\partial I$ უარყოფითია, ეწოდება დაბალხარისხიანი პროდუქტი. ეს ფენომენი ნაჩვენებია ნახაზზე 5.2. ამ დიაგრამაზე z პროდუქტი დაბალხარისხიანია, იმის გამო, რომ შემოსავლის გაზრდასთან ერთად შერჩეული z პროდუქტის რაოდენობა მცირდება. ყურადღება მიაქციეთ, რომ განურჩევლობის მრუდები დაბალხარისხიანი პროდუქტის აღსანიშნავად, არ საჭიროებენ „არაჩვეულებრივი" ფორმის მიღებას; ნახაზზე 5.2 y და z პროდუქტების აღმნიშვნელი მრუდები ჩვეულებრივ ემორჩილებიან MRS კლებადობის მოთხოვნას. z პროდუქტი დაბალხარისხიანია სხვა პროდუქტებთან (აქ y პროდუქტი) კავშირში განხილვით, და არა იმის გამო, რომ პროდუქტი უნიკალურია. ამგვარად, ჩვენ შეგვიძლია ჩამოვაყალიბოთ შემდეგი განსაზღვრებები.

განსაზღვრება

დაბალხარისხიანი და ნორმალური პროდუქტები. პროდუქტი x_i, რომლისთვისაც $\partial x_i/\partial I < 0$ შემოსავლის ცვლილების რაიმე დიაპაზონში, არის დაბალხარისხიანი პროდუქტი ამ დიაპაზონში. თუ $\partial x_i/\partial I \geq 0$ შემოსავლის ცვლილების რაიმე დიაპაზონში, მაშინ პროდუქტი ნორმალურია (ან „არადაბალხარისხიანია") ამ დიაპაზონში.

ცვლილებები პროდუქტების ფასში

მოთხოვნილ პროდუქტებზე ფასის ცვლილების ეფექტის ანალიზი გაცილებით რთულია, ვიდრე შემოსავლის ცვლილების ეფექტის შესწავლა. გეომეტრიულად, ეს რთულია იმის გამო, რომ იცვლება არა მარტო საბიუჯეტო წრფის გადაკვეთის წერტილები ღერძებთან, არამედ მისი დახრილობაც. აღნიშნულიდან გამომდინარე, ახალი სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის არჩევანი მოითხოვს არა მხოლოდ გადასვლას ახალ განურჩევლობის მრუდზე, არამედ ცვლის *MRS*-საც. ამგვარად, ფასის ცვლილება იწვევს ორ, ანალიტიკურად განსხვავებულ ეფექტს. ერთი მათგანი ჩანაცვლების ეფექტია: მაშინაც კი, თუ ინდივიდი იქნება ერთიდაიმავე განურჩევლობის მრუდზე, სამომხმარებლო ნაკრები ისე უნდა იყოს განაწილებული, რომ *MRS* გაუტოლდეს ფასების ახალ თანაფარდობას. მეორე ეფექტი არის შემოსავლის ეფექტი, რომელიც აღმოცენდება იმის გამო, რომ პროდუქტზე ფასის ცვლილება თანმიმდევრულად ცვლის ინდივიდის „რეალურ“ შემოსავალს. ინდივიდი ვერ დარჩება საბიუჯეტო შეზღუდულობის საწყის წრფეზე და უნდა გადავიდეს ახალზე. ამ ეფექტების ანალიზს დავიწყებთ გრაფიკული გამოსახულებებით და შემდგომ გადავალთ მათემატიკურ ანალიზზე.

ფასის შემცირების გრაფიკული ანალიზი

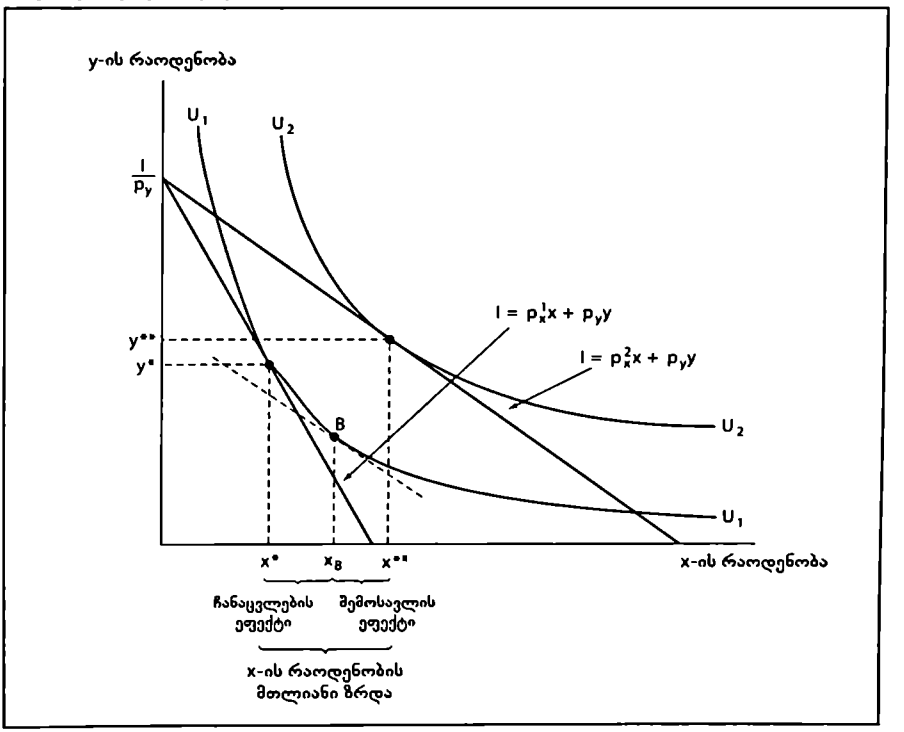
ნახაზზე 5.3 ნაჩვენებია შემოსავლისა და ჩანაცვლების ეფექტები. ეს ინდივიდი დასაწყისში სარგებლიანობის მაქსიმიზაციას x^*, y^* კომბინაციის შერჩევით ახდენს (იმ პირობით, რომ მთლიანი დანახარჯებია I).

საწყისი საბიუჯეტო შეზღუდულობაა $I = p_x^1 x + p_y y$. დავუშვათ, რომ x-ის ფასი მცირდება p_x^2-მდე. ნახაზზე 5.3 ახალი საბიუჯეტო შეზღუდულობის წრფე მოცემულია ტოლობით $I = p_x^2 x + p_y y$.

ნათელია, რომ სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის ახალი პოზიციაა წერტილზე x^{**}, y^{**}, სადაც ახალი საბიუჯეტო წრფე ეხება U_2 განურჩევლობის მრუდს. ამ ახალ წერტილზე გადასვლა შეიძლება განვიხილოთ, როგორც ორი ეფექტის ჯამი. პირველი, საბიუჯეტო შეზღუდულობის წრფის დახრილობა განაპირობებს გადასვლას B წერტილზე, იმ შემთხვევაშიც, კი თუ არჩევანი შეზღუდული იქნებოდა U_1 განურჩევლობის მრუდით. ნახაზზე 5.3 არსებულ წყვეტილ წრფეს აქვს ისეთივე დახრილობა, როგორიც ახალ საბიუჯეტო შეზღუდულობის წრფეს ($I = p_x^2 x + p_y y$), მაგრამ ამავე დროს არის U_1 განურჩევლობის მრუდის მხები, ვინაიდან ჩვენ თეორიულად მუდმივ სიდიდედ ვტოვებთ „რეალურ“ შემოსავალს (რაც არის კიდეც „სარგებლიანობა“). x პროდუქტის შედარებით დაბალი ფასი განაპირობებს x^*, y^*-დან გადასვლას B წერტილზე, თუ ინდივიდს არ მივცემთ საშუალებას დაბალი ფასის შედეგად გაიუმჯობესოს მდგომარეობა. ეს ნაბიჯი ჩანაცვლების ეფექტის გრაფიკული გამოსახულებაა. B წერტილიდან x^{**}, y^{**} ოპტიმალურ წერტილზე გადაადგილება ანალიტიკურად იმის იდენტურია, რაც ჩვენ ადრე აღვწერეთ შემოსავალში ცვლილების გამოსახვის დროს. ვინაიდან შემცირდა x

ნახაზი 5.3 x პროდუქტზე ფასის შემცირების შედეგად შემოსავლისა და ჩანაცვლების ეფექტების დემონსტრირება

x პროდუქტზე ფასი p_x^1-დან მცირდება p_x^2-მდე სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის არჩევანი x^*, y^*-დან გადაინაცვლებს x^{**}, y^{**}-ზე. ეს მოძრაობა შეიძლება გავყოთ ორ განსხვავებულ ეფექტად: პირველი ჩანაცვლების ეფექტი, რომელიც გულისხმობს სანყისი განურჩეველობის მრუდის გასწვრივ მოძრაობას *B* წერტილამდე, სადაც *MRS* ფასების ახალი თანაფარდობის ტოლია. მეორე, შემოსავლის ეფექტი, რომელიც გულისხმობს, მოძრაობას უფრო მაღალ სარგებლიანობაზე გადასასვლელად, ვინაიდან იზრდება ინდივიდის რეალური შემოსავალი. დიაგრამაზე ნაჩვენებია, რომ ორივე ეფექტი იწვევს მეტი რაოდენობით *x* პროდუქტის შეძენას, როცა მასზე ფასი მცირდება. ყურადღება მიაქციეთ, რომ I/p_y იგივეა, რაც იყო ფასის შეცვლამდე, ვინაიდან p_y არ შეცვლილა. ამიტომ I/p_y წერტილი ორივე, ძველი და ახალი საბიუჯეტო წრფის შემადგენელი წერტილია.



პროდუქტზე ფასი, ამ ინდივიდს აქვს უფრო მეტი „რეალური" შემოსავალი და შეუძლია მიაღწიოს სარგებლიანობის ახალ, უფრო მაღალ დონეს U_2 განურჩევლობის მრუდზე. თუ *x* ნორმალური პროდუქტია, მაშინ ის მეტი რაოდენობით იქნება შერჩეული, გაზრდილი მსყიდველობითი უნარის საპასუხოდ. ეს განხილვა აღწერს შემოსავლის ეფექტს. საბოლოოდ, ფასის შემცირება იწვევს მეტი რაოდენობით *x* პროდუქტზე მოთხოვნას.

მნიშვნელოვანია, ვაღიაროთ, რომ ინდივიდი არ ახდენს სერიულ არჩევანს x^*,y^*-დან *B* წერტილზე და შემდგომ x^{**}, y^{**} ოპტიმალურ წერტილზე. ჩვენ ვერ ვამჩნევთ *B* წერ-

ტილს; მხოლოდ ორი ოპტიმალური პოზიციაა ამ განხილულ ქცევაში. ამიტომ, შემოსავლისა და ჩანაცვლების ეფექტები ანალიზისთვის მნიშვნელოვანია, ვინაიდან ფასის შემცირება x მოთხოვნილ რაოდენობაზე მოქმედებს ორი თეორიული გზით. შემდგომში ვაჩვენებთ, თუ როგორ გამოიყენება ეს დანაწილება მოთხოვნის თეორიაში.

პროდუქტზე ფასის ზრდის გრაფიკული ანალიზი

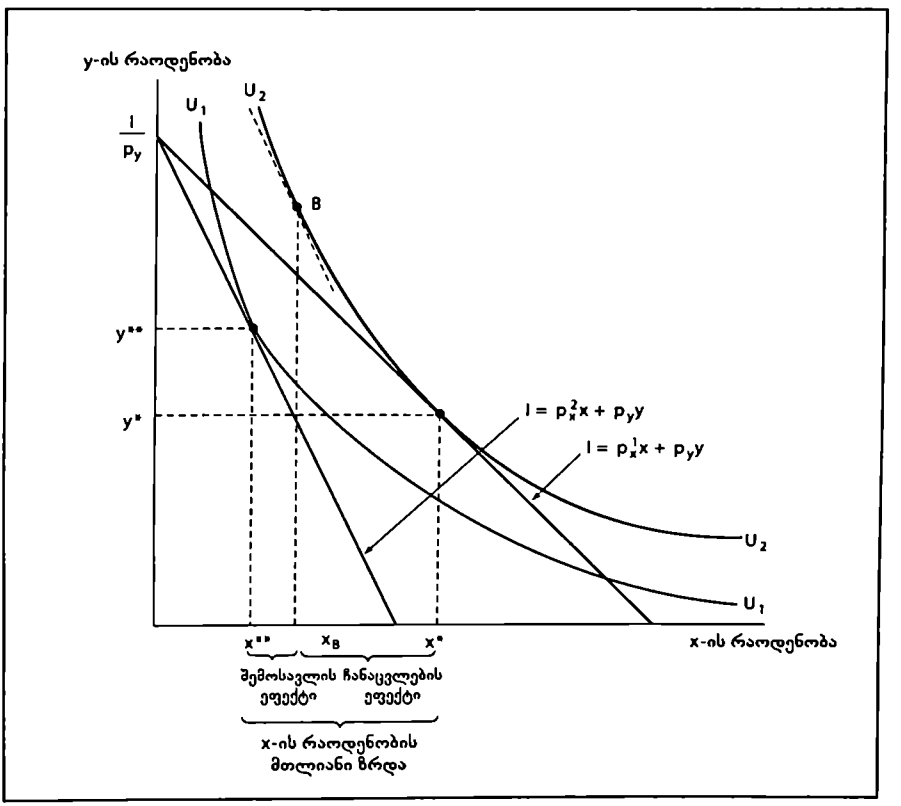
თუ გაიზრდება ფასი x პროდუქტზე, მაშინ გამოვიყენებთ ანალოგიურ ანალიზს. ნახაზზე 5.4 საბიუჯეტო წრფე გადაინაცვლებს მარცხნივ და ქვევით, როცა x პროდუქტზე ფასი p_x^1-დან გაიზრდება p_x^2-მდე. სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის საწყისი წერტილი (x^*, y^*) გადაინაცვლებს ახალ წერტილზე (x^{**}, y^{**}). ეს მოძრაობა შესაძლებელია დაიშალოს ორ ეფექტად. პირველი, იმ შემთხვევაშიც კი, თუ ეს ინდივიდი შეძლებდა დარჩენილიყო საწყის განურჩევლობის მრუდზე (U_2), იქნებოდა y-ის x-ით ჩანაცვლების სტიმული და შედეგად U_2 მრუდის გასწვრივ B წერტილზე გადასვლის შესაძლებლობა. გაზრდილი ფასის შედეგად, მსყიდველობითი უნარის შემცირების გამო, ინდივიდი უნდა გადავიდეს უფრო დაბალი სარგებლიანობის განურჩევლობის მრუდზე. ამ გადასვლას კვლავ შემოსავლის ეფექტი ეწოდება. ყურადღება მიაქციეთ, ნახაზზე 5.4 ორივე ეფექტი მიემართება ერთი და იმავე მიმართულებით და განაპირობებს x პროდუქტის რაოდენობის შემცირებას, რაც გამოწვეულია ამ პროდუქტზე ფასის გაზრდით.

ფასის ცვლილების ეფექტი დაბალხარისხიანი პროდუქტებისთვის

აქამდე, ჩვენ ვაჩვენეთ, რომ ჩანაცვლების და შემოსავლის ეფექტები ხასიათდება ერთმანეთის გაძლიერებით. ფასის შემცირებისას, ორივე იწვევს მოთხოვნილი პროდუქტის რაოდენობის გაზრდას, ხოლო ფასის გაზრდის პირობებში ორივე მათგანი ამცირებს მოთხოვნილი პროდუქტის რაოდენობას. ეს ანალიზი ეხება ნორმალურ (არადაბალხარისხიან) პროდუქტებს, ხოლო დაბალხარისხიანი პროდუქტების შემთხვევაში ეს მდგომარეობა რთულდება. ამ დროს შემოსავლის და ჩანაცვლების ეფექტები მოქმედებენ ერთმანეთის საწინააღმდეგო მიმართულებით და ფასის ცვლილების კომბინირებული შედეგი განუსაზღვრელია. ფასის შემცირება, ყოველთვის განაწყობს ინდივიდს მოიხმაროს მეტი პროდუქტი ჩანაცვლების ეფექტის გამო. მაგრამ თუ პროდუქტი დაბალხარისხიანია, მსყიდველობითი უნარის გაზრდა ინდივიდს ასტიმულირებს შეამციროს ამ პროდუქტის შეძენა. აღნიშნულიდან გამომდინარე, შედეგი განუსაზღვრელია: ჩანაცვლების ეფექტი იწვევს დაბალხარისხიანი პროდუქტის რაოდენობის ზრდას, ხოლო შემოსავლის ეფექტი, პირიქით, რაოდენობის შემცირებისკენ განაწყობს მყიდველს. ნორმალური პროდუქტებისგან განსხვავებით, x პროდუქტის ფასის (p_x) ცვლილების შედეგად ეფექტის მიმართულების დადგენა შეუძლებელია.

ნახაზი 5.4 x პროდუქტზე ფასის გაზრდის შედეგად შემოსავლისა და ჩანაცვლების ეფექტების დემონსტრირება

თუ გაიზრდება ფასი x პროდუქტზე, საბიუჯეტო წრფე გადაინაცვლებს მარცხნივ და ქვევით. სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის საწყისი წერტილი (x^*, y^*) გადაინაცვლებს ახალ წერტილზე (x^{**}, y^{**}). ამ დროს შეიძლებელია ორი ეფექტის გაანალიზება. ჩანაცვლების ეფექტი იქნება U_2 მრუდის გასწვრივ B წერტილზე გადასვლა. ფასის გაზრდის შედეგად, მსყიდველობითი უნარის შემცირება განაპირობებს უფრო დაბალ განურჩეველობის მრუდზე გადასვლას, რაც შემოსავლის ეფექტია. ნახაზზე ორივე ეფექტი, შემოსავლის და ჩანაცვლების, ინდივიდს განაწყობს შეამციროს მოთხოვნილი რაოდენობა, როცა პროდუქტზე ფასი იზრდება. და კვლავ, I/p_y არ შეიცვალა x პროდუქტზე ფასის ცვლილების შედეგად.



გიფენის პარადოქსი

თუ პროდუქტზე ფასის ცვლილების შედეგად შემოსავლის ეფექტი საკმაოდ ძლიერია, ფასის ცვლილება და შესაბამისი მოთხოვნილი რაოდენობის საპასუხო ცვლილება, ერთიდაიმავე მიმართულებით მიმდინარეობს. გადმოცემის თანახმად, ინგლისელმა ეკონომისტმა რობერტ გიფენმა გამოიკვლია ეს პარადოქსი მეცხრამეტე საუკუნეში

ირლანდიაში: როცა იზრდებოდა კარტოფილზე ფასი, ადამიანები მას უფრო მეტს იძენდნენ. ეს უცნაური შედეგი შესაძლებელია ავხსნათ შემოსავლის ეფექტის სიდიდით კარტოფილზე ფასის ცვლილების პირობებში. კარტოფილი არ იყო მხოლოდ დაბალხარისხიანი პროდუქტი, მასზე იხარჯებოდა ირლანდიელთა შემოსავლის დიდი ნაწილი. კარტოფილზე ფასის ზრდა ამცირებს ინდივიდის მსყიდველობით უნარს. ირლანდიელები იძულებული იყვნენ სხვა ძვირადღირებული პროდუქტის შეძენა შეემცირებინათ, კარტოფილის შეძენის საპასუხოდ. იმის მიუხედავად, რომ მოვლენების ასეთი განვითარება ისტორიულად არ არის დადასტურებული, ის შესაძლებლობა, რომ ფასის ზრდის პირობებში მოთხოვნილი რაოდენობა შეიძლება გაიზარდოს ცნობილია, როგორც გიფენის პარადოქსი[2]. მომავალში ჩვენ მათემატიკურად ავხნით, თუ როგორ შეიძლება აღმოცენდეს გიფენის პარადოქსი.

შეჯამება

გრაფიკული ანალიზიდან გამომდინარე შეგვიძლია გავაკეთოთ, შემდეგი დასკვნები.

ოპტიმიზაციის არგუმენტი

შემოსავლის და ჩანაცვლების ეფექტები. სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის ჰიპოთეზის მიხედვით, ნორმალურ პროდუქტებზე ფასის შემცირება ზრდის მათ შეძენას, იმის გამო, რომ: (1) ჩანაცვლების ეფექტი იწვევს მეტის შერჩევას და ინდივიდი მოძრაობს განურჩევლობის მრუდის გასწვრივ და (2) შემოსავლის ეფექტი მეტის შერჩევას განაპირობებს მსყიდევლობითი უნარის ამაღლების გამო, რაც უფრო მაღალ განურჩევლობის მრუდზე გადასვლას ნიშნავს. როცა ნორმალური პროდუქტის ფასი იზრდება, მაშინ ანალოგიური მიზეზები წინასწარმეტყველებენ შერჩეული რაოდენობის შემცირებას. დაბალხარისხიანი პროდუქტებისთვის, ჩანაცვლების და შემოსავლის ეფექტები ერთმანეთის საპირისპირო მიმართულებით მოქმედებენ და რაიმე განსაზღვრული პროგნოზის გაკეთება შეუძლებელია.

ინდივიდის მოთხოვნის მრუდი

ეკონომისტები ხშირად აგებენ მოთხოვნის ფუნქციებს. ახალი არ იქნება აღვნიშნოთ, რომ ეს ფუნქციები „მოთხოვნის მრუდებია“. იმის გაგება, თუ როგორ დამოკიდებულებაშია ასეთი ფართოდ გავრცელებული მრუდები მოთხოვნის საბაზო ფუნქციებთან, სიახლეებს გვკარნახობს თვით ეკონომიკის ფუნდამენტური არგუმენტების შესახებაც კი. მსჯელობის გამარტივების მიზნით, დავუშვათ, რომ გვაქვს მხოლოდ ორი პროდუქტი

2 ამ ახსნის ძირითადი პრობლემაა ის რომ იგი იგნორირებას უკეთებს მარშალის მოსაზრებას - მოთხოვნის და მიწოდების ფაქტორები გათვალისწინებული უნდა იქნეს, საანალიზო ფასის ცვლილებისას. თუ ირლანდიაში კარტოფილის ფასი გაიზრდება იმის გამო, რომ კარტოფილის მოსავალი არ იყო, მაშინ მიწოდება მცირე იქნებოდა. ასეთ პირობებში როგორ შეიძლება, რომ მეტი კარტოფილი იქნეს მოხმარებული? ასევე, თუ მრავალი ირლანდიელი კარტოფილის ფერმერია, მაშინ პროდუქტზე ფასის გაზრდა მათ რეალურ შემოსავალს გაზრდიდა. დეტალური განხილვა იხილე: G. P. Dwyer and C. M. Lindsey, "Robert Giffen and the Irish Potato", American Economic Review (March 1984): 188–92.

და x პროდუქტზე ფუნქცია მოცემულია შემდეგი სახით

$$x^* = x(p_x, p_y, I).$$

ამ ფუნქციიდან მიღებული მოთხოვნის მრუდი x და p_x-ის დამოკიდებულებას განიხილავს იმ დაშვებით, რომ p_y, $\overline{I}$ და უპირატესობები მუდმივი რჩება. ამგვარად, ეს დამოკიდებულებაა

$$x^* = x(p_x, \overline{p}_y, \overline{I}), \tag{5.8}$$

სადაც მოთხოვნის დეტერმინანტები p_y და I მიღებულია როგორც მუდმივი. ეს დამოკიდებულება ნაჩვენებია ნახაზზე 5.5. გრაფიკზე ნაჩვენებია სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის x და y არჩევანი ისე, როგორც ეს ინდივიდი მოიქცეოდა x პროდუქტზე ფასის თანდათანობით შემცირების პირობებში (როცა p_y და I მუდმივი რჩება). ჩვენ დავუშვით, რომ შერჩეული x პროდუქტის რაოდენობა იზრდება x'-დან x'' და x'''-მდე, მაშინ, როცა მასზე ფასი მცირდება p_x'-დან p_x'' და p_x'''-მდე. ასეთი დაშვება თანხვედრაშია ჩვენს ზოგად დასკვნასთან, რომ გიფენის პარადოქსის არაჩვეულებრივი შემთხვევის გარდა თანაფარდობა $\partial x/\partial p_x$ უარყოფითია.

ნახაზზე 5.5 „ბ“ ინფორმაცია x პროდუქტის სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის არჩევანის შესახებ გარდაიქმნება მოთხოვნის მრუდად, ვერტიკალურ ღერძზე p_x-ისა და ჰორიზონტალურ ღერძზე ნახაზზე 5.5 „ა“ არსებული მაჩვენებლით. მრუდის უარყოფითი დახრილობა გვიჩვენებს, რომ თანაფარდობა $\partial x/\partial p_x$ უარყოფითია. ამგვარად, უკვე შეგვიძლია განვსაზღვროთ ინდივიდუალური მოთხოვნის მრუდი.

განსაზღვრება

ინდივიდუალური მოთხოვნის მრუდი. ინდივიდუალური მოთხოვნის მრუდი გვიჩვენებს დამოკიდებულებას პროდუქტის ფასსა და ინდივიდის მიერ შერჩეული პროდუქტის რაოდენობას შორის, იმ დაშვებით, რომ მოთხოვნის ყველა სხვა დეტერმინანტი მუდმივი რჩება.

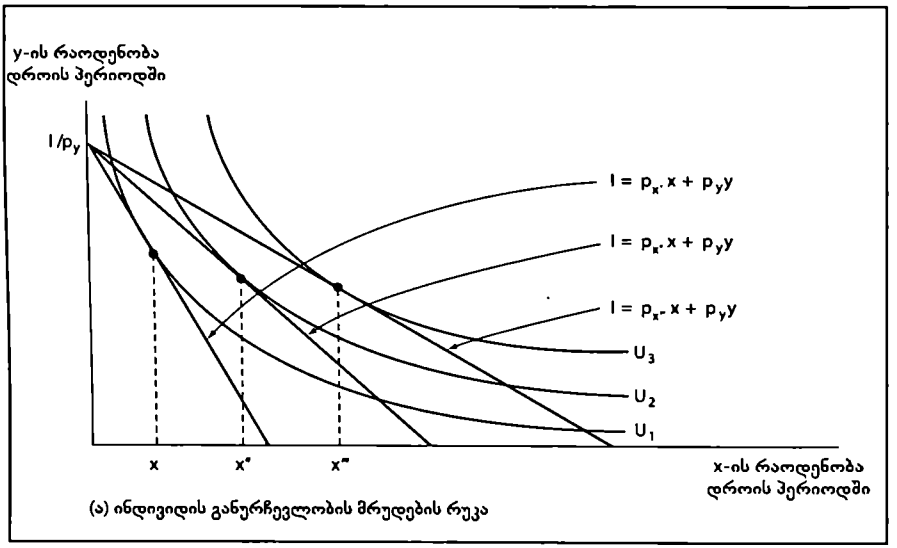
ნახაზზე 5.5 ნაჩვენები მოთხოვნის მრუდი ფიქსირებული რჩება მანამ, ვიდრე მოთხოვნის სხვა ყველა დეტერმინანტი უცვლელია. თუ ამ ფაქტორებს შორის რომელიმე შეიცვალა, მრუდი შეიძლება ახალ მდგომარეობაში გადავიდეს, რასაც ამჟამად აღვწერთ.

მოთხოვნის მრუდის გადაადგილებები

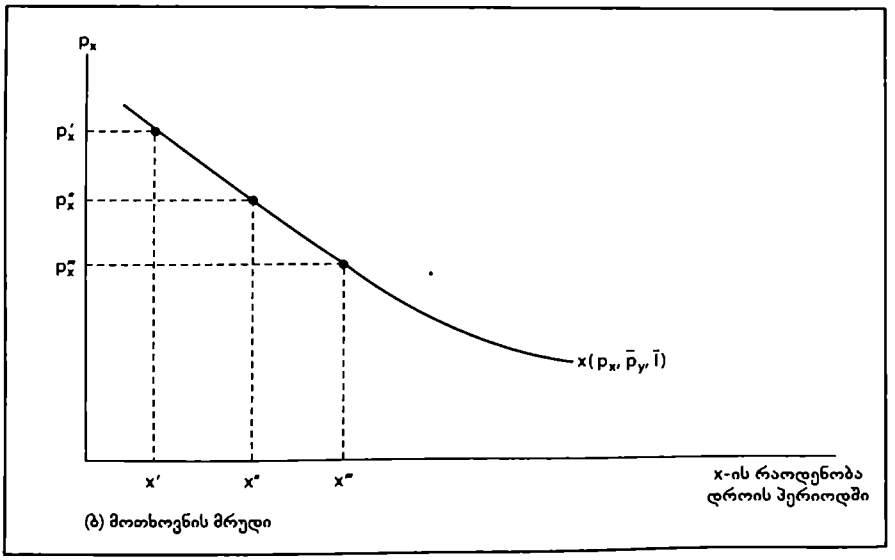
ზემოაღწერილი მოთხოვნის მრუდის პირობებში სამი ფაქტორი რჩებოდა უცვლელი: (1) შემოსავალი; (2) სხვა პროდუქტების ფასები (ვთქვათ, p_y) და (3) ინდივიდის უპირატესობები. ამ სამიდან რომელიმე ერთის ცვლილებით საწყისი მრუდი შეიძლება გადაადგილდეს სხვა პოზიციაში. მაგალითად, თუ გაიზრდება I, მაშინ მრუდი გადაადგილ-

ნახაზი 5.5 ინდივიდუალური მოთხოვნის მრუდის აგება

„ა“ ნახაზზე ინდივიდის სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის არჩევანი x და y შორის ნაჩვენებია x სამი განსხვავებული ფასისთვის (p_x', p_x'' და p_x'''). „ბ“ ნახაზზე x და p_x-ის დამოკიდებულება გამოყენებულია x-ზე მოთხოვნის მრუდის ასაგებად. მრუდი აგებულია იმ დაშვებით, რომ p_y, I და უპირატესობები მუდმივი სიდიდეებია, როცა p_x ვარირებს.



(ა) ინდივიდის განურჩევლობის მრუდების რუკა



(ბ) მოთხოვნის მრუდი

დება მარჯვნივ (იმ პირობით, რომ $\partial x/\partial I > 0$. ეს იმასაც ნიშნავს, რომ შემოსავლის ამ ცვლილების დროს პროდუქტი ნორმალურია). მეტი x პროდუქტი იქნება მოთხოვნილი ნებისმიერი ფასის პირობებში. თუ სხვა ფასი (ვთქვათ, p_y) შეიცვლებოდა, მაშინ მრუდი გადაადგილდებოდა შიგნით ან გარეთ, იმის გათვალისწინებით, თუ რა დამოკიდებულებაში იქნებოდა x და y პროდუქტები. ამ ურთიერთობას მომავალ თავში დეტალურად განვიხილავთ. საბოლოოდ, მრუდი, ასევე, გადაადგილდება, თუ შეიცვლება ინდივიდის უპირატესობები x პროდუქტთან მიმართებაში. მაკ დონალდსის კორპორაციის მიერ გაკეთებულმა რეკლამამ ჰამბურგერებზე მოთხოვნის მრუდი შეიძლება გადააადგილოს მარჯვნივ.

ამ განხილვიდან საჭიროა გვახსოვდეს, რომ მოთხოვნის მრუდი მხოლოდ ორგანზომილებიან წარმოდგენაშია ნამდვილი მოთხოვნის ფუნქცია (ტოლობა 5.8) და ის სტაბილურია მხოლოდ იმ პირობებში, თუ სხვა მოვლენები უცვლელია. მნიშვნელოვანია გვახსოვდეს განსხვავება p_x-ის ცვლილებით მოთხოვნის მრუდის გასწვრივ გადაადგილებასა და საწყისი მრუდის გადაადგილებას შორის, რომელიც განპირობებულია შემოსავლის, სხვა ფასებს შორის ერთ-ერთის ან უპირატესობის ცვლილებით. ტრადიციულად, ტერმინი მოთხოვნის გაზრდა ნიშნავს მრუდის მარჯვნივ გადაადგილებას, მაშინ როცა მოთხოვნილი რაოდენობის გაზრდა მიუთითებს მრუდის გასწვრივ მოძრაობას p_x-ის ცვლილების შედეგად.

მაგალითი 5.2 მოთხოვნის ფუნქციები და მოთხოვნის მრუდები

მოცემული ფუნქციების საფუძველზე მოთხოვნის მრუდების ასაგებად უნდა დავუშვათ, რომ უპირატესობები, რომლებიც განაპირობებენ ფუნქციას, რჩება მყარი და ცნობილია შემოსავლისა და შესაბამისი ფასების მნიშვნელობები. მაგალითის 5.1 პირველ შემთხვევაში, ჩვენ ვნახეთ, რომ

$$x = \frac{0.3I}{p_x} \tag{5.9}$$

და

$$y = \frac{0.7I}{p_y}.$$

თუ უპირატესობები არ იცვლება და თუ ამ ინდივიდის შემოსავალია \$100, მაშინ ეს ფუნქციები შემდეგ სახეს მიიღებენ

$$x = \frac{30}{p_x}, \tag{5.10}$$

$$y = \frac{70}{p_y},$$

(გაგრძელება)

ან

$$p_x x = 30,$$
$$p_y y = 70,$$

რაც გვიჩვენებს, რომ ამ ორ პროდუქტზე მოთხოვნის მრუდები მარტივი ჰიპერბოლეებია. შემოსავლის გაზრდა ამ ორივე მრუდს გადააადგილებს მარჯვნივ და გარეთ. ყურადღება მიაქციეთ ასევე, რომ x პროდუქტზე მოთხოვნის მრუდი არ იცვლის მდგომარეობას p_y-ის ცვლილებისას და პირიქით.

მაგალითის 5.1 მეორე შემთხვევაში ანალიზი უფრო რთულია. x პროდუქტისთვის, ვიცით, რომ

$$x = \left(\frac{1}{1 + p_x / p_y}\right) \cdot \frac{I}{p_x} \tag{5.11}$$

რომ დავხაზოთ ის $p_x - x$ დამოკიდებულებით, ჩვენ უნდა ვიცოდეთ I და p_y. თუ კვლავ დავუშვებთ, რომ $I = 100$ და ვთქვათ, $p_y = 1$, მაშინ ტოლობის 5.11 მიხედვით გვექნება

$$x = \frac{100}{p_x^2 + p_x} \tag{5.12}$$

გრაფიკის აგება ასევე, გვიჩვენებს ზოგად ჰიპერბოლურ დამოკიდებულებას ფასსა და მოხმარებულ რაოდენობას შორის. ამ შემთხვევაში მრუდი იქნება შედარებით გაშლილი, ჩანაცვლების ეფექტი უფრო დიდია, ვიდრე ქობ-დაგლასის შემთხვევაში. ტოლობიდან 5.11, ასევე, ვიცით, რომ

$$\frac{\partial x}{\partial I} = \left(\frac{1}{1 + p_x / p_y}\right) \cdot \frac{1}{p_x} > 0 \tag{5.13}$$

და

$$\frac{\partial x}{\partial p_y} = \frac{I}{(p_x + p_y)^2} > 0,$$

ამგვარად, I-ს ან p_y-ის გაზრდა x პროდუქტზე მოთხოვნის მრუდს გადააადგილებს მარჯვნივ და გარეთ.

შეკითხვა: როგორ შეიცვლება ტოლობით 5.10 გამოსახული მოთხოვნის ფუნქციები იმ შემთხვევაში, როცა ინდივიდი თავის შემოსავლის ერთ ნახევარს დახარჯავს ერთ პროდუქტზე და მეორე ნახევარს – მეორე პროდუქტზე? აჩვენეთ, რომ მოთხოვნის ეს ფუნქციები x პროდუქტის იმავე რაოდენობით მოხმარებას წინასწარმეტყველებენ წერტილზე $p_y = 1$, $I = 100$ და $p_x = 1$, როგორც ეს განისაზღვრა ტოლობით 5.11. გამოიყენეთ რიცხობრივი მაგალითი იმის საჩვენებლად, რომ *CES* მოთხოვნის ფუნქციები უფრო ზუსტად რეაგირებს p_x გაზრდაზე, ვიდრე ქობ-დაგლასის მოთხოვნის ფუნქცია.

საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდები

ნახაზზე 5.5 ინდივიდის სარგებლიანობის დონე ვარიირებს მოთხოვნის მრუდის გასწვრივ. როცა p_x მცირდება, ის იუმჯობესებს სარგებლიანობას U_1-დან U_2 და U_3-მდე გაზრდით. ამის მიზეზია ის, რომ მოთხოვნის მრუდი აგებულია იმ დაშვებით რომ ნომინალური შემოსავალი და სხვა ფასები მუდმივი რჩება. ამგვარად, p_x-ის შემცირება ინდივიდის მდგომარეობას აუმჯობესებს რეალური მსყიდველობითი უნარის ამაღლებით. თუმცა, მოთხოვნის მრუდის ასაგებად „სხვა თანაბარ პირობებში" დაშვების გამოყენება ერთადერთი გზა არ არის. ალტერნატიული მიდგომა რეალურ შემოსავალს (ან სარგებლიანობას) ტოვებს უცვლელს p_x-ის ცვლილების პერიოდში. აღნიშნული ნაჩვენებია ნახაზზე 5.6, სადაც სარგებლიანობას ვტოვებთ უცვლელს (U_2-თან), ვიდრე მიმდევრობით მცირდება p_x. როცა p_x მცირდება ინდივიდის ნომინალური შემოსავალი ეფექტიანად მცირდება, ეს კი არ დაუშვებს სარგებლიანობის გაზრდას. სხვა სიტყვებით, ფასის ცვლილების ეფექტი ან მსყიდველობითი უნარის შემცირება „კომპენსირდება" თუ ინდივიდი დარჩება U_2-ზე. ფასის ცვლილებაზე რეაქცია მოიცავს მხოლოდ ჩანაცვლების ეფექტს. თუ ჩვენ მოვახდენდით p_x-ის გაზრდის შედეგების კვლევას, მაშინ შემოსავლის კომპენსაცია იქნებოდა დადებითი: ამ ინდივიდის შემოსავალი უნდა გაიზარდოს, რომ მას შესაძლებლობა მიეცეს დარჩეს U_2 განურჩევლობის მრუდზე ფასის გაზრდის საპასუხოდ. ეს შედეგი შეიძლება შევაჯამოთ შემდეგი სახით.

განსაზღვრება

საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდი. საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდი გვიჩვენებს პროდუქტის ფასსა და შერჩეულ რაოდენობას შორის დამოკიდებულებას იმ დაშვებით, რომ სხვა ფასები და სარგებლიანობა მუდმივია. მრუდი (რომელსაც ხანდახან უწოდებენ ჰიქსის მოთხოვნის მრუდს ბრიტანელი ეკონომისტის ჯონ ჰიქსის საპატივსაცემოდ) გვიჩვენებს მხოლოდ ჩანაცვლების ეფექტს. მათემატიკურად, მრუდი არის საკომპენსაციო მოთხოვნის ფუნქციის ორგანზომილებიანი წარმოდგენა.

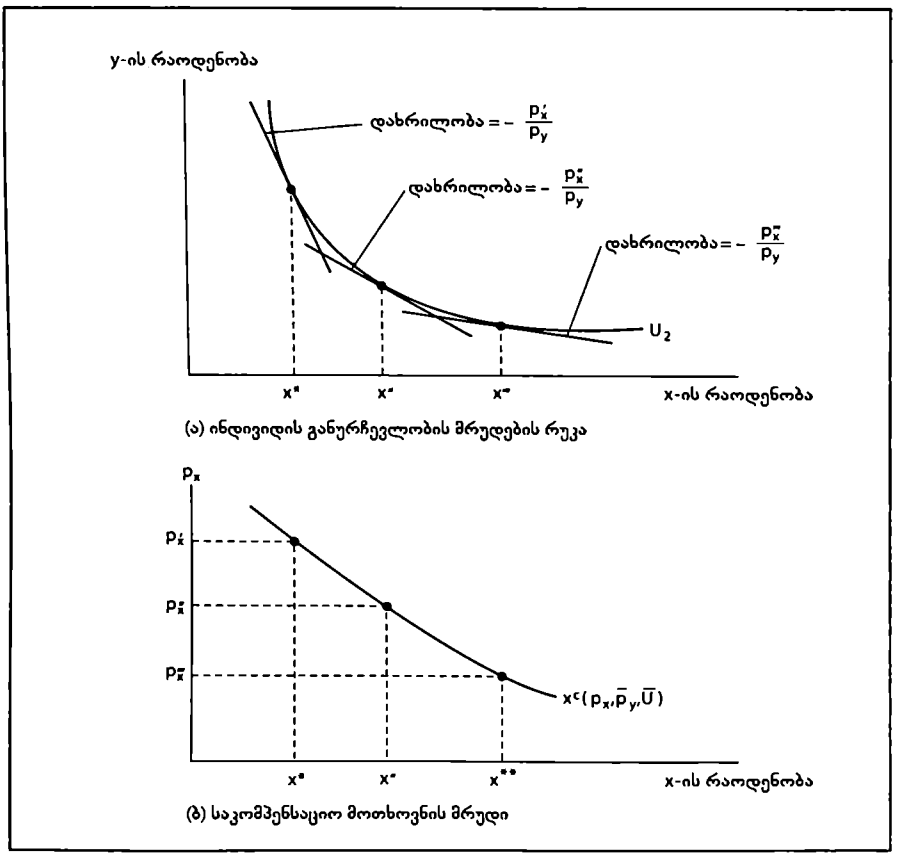
$$x = x^c(p_x, p_y, U) \qquad \textbf{(5.14)}$$

დამოკიდებულება საკომპენსაციო და არასაკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდებს შორის

ორი მოთხოვნის მრუდს შორის დამოკიდებულების კონცეფცია ნაჩვენებია ნახაზზე 5.7. წერტილზე p_x'' მრუდები გადაიკვეთება, ვინაიდან ინდივიდის შემოსავალი საკმარისია საიმისოდ, რომ მიაღწიოს U_2 სარგებლიანობის დონეს (შეადარეთ ნახაზები 5.5 და 5.6). შედეგად, x'' მოითხოვება მოთხოვნის ორივე კონცეფციით. p_x''-ზე დაბალი ფასებისთვის ინდივიდს სჭირდება კომპენსაცია შემოსავლის შემცირების გამო x^c მრუდზე, რაც აბრკოლებს სარგებლიანობის გაზრდას დაბალი ფასის გამო. ვინაიდან ვვარაუდობთ,

ნახაზი 5.6 საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდის აგება

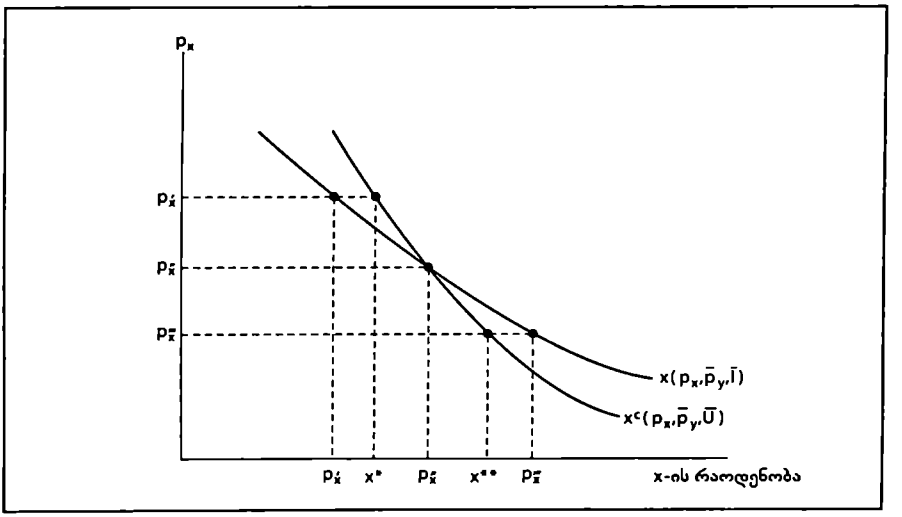
მრუდი x^c გვიჩვენებს, თუ როგორ იცვლება x პროდუქტის მოთხოვნილი რაოდენობა, როცა p_x იცვლება, p_y და სარგებლიანობის მუდმივობის პირობებში. ამგვარად, ინდივიდის შემოსავალი „კომპენსირდება", თუ სარგებლიანობა უცვლელი რჩება. შედეგად x^c ასახავს ფასის ცვლილების ჩანაცვლების ეფექტს.



რომ x ნორმალური პროდუქტია, რის გამოც ნაკლები x იქნება მოთხოვნილი p_x'''-თან x^c-ს გასწვრივ, ვიდრე არასაკომპენსაციო მრუდის x-ის გასწვრივ. ალტერნატიულად, p_x''-ზე მაღალი ფასის (როგორიცაა p_x'), შემოსავლის კომპენსაცია დადებითია, ვინაიდან ინდივიდს სჭირდება დახმარება რომ დარჩეს U_2 სარგებლიანობის დონეზე. ამგვარად, თუ კვლავ დავუშვებთ, რომ x ნორმალური პროდუქტია, p_x'-თან უფრო მეტი x იქნება მოთხოვნილი x^c გასწვრივ, ვიდრე x-ის გასწვრივ. ზოგადად, ნორმალური პროდუქტისთვის საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდი შედარებით ნაკლებად რეაგირებს ფასების ცვლილებაზე, ვიდრე არასაკომპენსაციო მრუდი. აღნიშნული იმის გამო

ნახაზი 5.7 საკომპენსაციო და არასაკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდების შედარება

საკომპენსაციო (x^c) და არასაკომპენსაციო (x) მოთხოვნის მრუდები გადაიკვეთება p_x'' წერტილში იმის გამო, რომ x'' მოითხოვება ორივე კონცეფციაში. p_x'' ფასების ზემოთ, ინდივიდის შემოსავალი იზრდება საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდთან ერთად, ამგვარად, მეტი x პროდუქტი მოითხოვება, ვიდრე არასაკომპენსაციო მრუდზე. p_x'' ფასის ქვემოთ შემოსავალი შემცირებულია საკომპენსაციო მრუდით, ამგვარად, ნაკლები x პროდუქტი მოითხოვება, ვიდრე არასაკომპენსაციო მრუდზე. სტანდარტული მოთხოვნის მრუდი უფრო გაშლილია, ვინაიდან ის მოიცავს, როგორც ჩანაცვლების ისე, შემოსავლის ეფექტებს, მაშინ როცა x^c ასახავს მხოლოდ ჩანაცვლების ეფექტს.



ხდება, რომ არასაკომპენსაციო მრუდი ასახავს ფასის ცვლილების, როგორც შემოსავლის, ისე ჩანაცვლების ეფექტებს, მაშინ როცა საკომპენსაციო მრუდი ასახავს მხოლოდ ჩანაცვლების ეფექტს.

ეკონომიკურ ანალიზში საკომპენსაციო ან არასაკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდების გამოყენების შესახებ არჩევანი უკავშირდება იმას, თუ რამდენადაა ისინი მოსახერხებელი ამა თუ იმ სიტუაციაში. ემპირიული ნაშრომების უმეტესობაში არასაკომპენსაციო მრუდები (რომლებსაც ხანდახან უწოდებენ „მარშალის მოთხოვნის მრუდებს") გამოიყენება იმის გამო, რომ ანალიზისთვის აუცილებელი ფასებისა და ნომინალური შემოსავლის შესახებ მონაცემები ადვილად ხელმისაწვდომია. თავის 12 დამატებაში ჩვენ აღვწერთ ამ შეფასებებს და ვაჩვენებთ, თუ როგორ შეიძლება მათი გამოყენება ეკონომიკური პოლიტიკის პრაქტიკული მიზნებისთვის. რამდენიმე თეორიული მიზნისთვის საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდების კონცეფცია უფრო მოსახერხებელია, ვინაიდან სარგებლიანობის მუდმივ სიდიდედ მიღება გარკვეულ უპირატესობას უკავშირდება. ამ თავის ბოლოში „მომხმარებლის ნამეტის" შესახებ დისკუსია ეძღვნება ამ უპირატესობების ერთი შემთხვევისთვის ჩვენებას.

მაგალითი 5.3 საკომპენსაციო მოთხოვნის ფუნქციები

მაგალითში 3.1 დავუშვით, რომ სარგებლიანობის ფუნქცია ჰამბურგერისა (y) და უალკოჰოლო სასმელისთვის (x) მოცემული იყო შემდეგი სახით

$$\text{სარგებლიანობა} = U(x, y) = x^{0.5}y^{0.5} \tag{5.15}$$

და მაგალითში 4.1 ვაჩვენეთ, რომ სარგებლიანობის ასეთი ფუნქციებისთვის შეგვიძლია გამოვთვალოთ მარშალის მოთხოვნის ფუნქციები როგორც

$$x = \frac{\alpha I}{p_x} = \frac{I}{2p_x}$$
$$y = \frac{\beta I}{p_y} = \frac{I}{2p_y} \tag{5.16}$$

ასევე, მაგალითში 4.13 ჩვენ გამოვთვალეთ არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქცია ტოლობების 5.15 და 5.16 გაერთიანების საფუძველზე, როგორც

$$\text{სარგებლიანობა} = V\left(I, p_x, p_y\right) = \frac{I}{2p_x^{0.5}p_y^{0.5}} \tag{5.17}$$

x და y პროდუქტებისთვის საკომპენსაციო მოთხოვნის ფუნქციების მისაღებად მარტივად გამოვიყენებთ ტოლობას 5.17 საიმისოდ, რომ ამოვხსნათ I მიმართ და ამ გამოსახულებას შევცვლით V ჩასმით ტოლობაში 5.16, რაც მოითხოვება საკომპენსაციო მოთხოვნის კონცეფციისთვის. ამ ჩასმით მივიღებთ, რომ

$$x = \frac{Vp_y^{0.5}}{p_x^{0.5}}$$
$$y = \frac{Vp_x^{0.5}}{p_y^{0.5}} \tag{5.18}$$

ეს არის x და y პროდუქტებისთვის საკომპენსაციო მოთხოვნის ფუნქციები. ყურადღება მიაქციეთ, რომ ახალი მოთხოვნა დამოკიდებულია უფრო მეტად სარგებლიანობაზე (V), ვიდრე შემოსავალზე. სარგებლიანობის უცვლელად დატოვებით ნათელია, რომ p_x გაზრდის შედეგად მცირდება x-ზე მოთხოვნის მოცულობა და ეს მხოლოდ ჩანაცვლების ეფექტით გამოიხატება (იხ. მაგალითი 5.4).

იმის მიუხედავად, რომ p_y არ არის ჩართული x პროდუქტის არასაკომპენსაციო

მოთხოვნის ფუნქციაში, ის უნდა იყოს საკომპენსაციო ფუნქციაში: p_y-ის გაზრდა x საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდს გადააადგილებს გარეთ და მარჯვნივ. მოთხოვნის ორი კონცეფცია თანხმდება წინასწარდაშვებულ საწყის წერტილთან $p_x = 1$, $p_y = 4$, $I = 8$ და $V = 2$. ტოლობა 5.16 წინასწარმეტყველებს, რომ ამ წერტილზე $x = 4$, $y = 1$ როგორც ადასტურებს ტოლობაც 5.18. თუ $p_x > 1$ ან $p_x < 1$, მოთხოვნა ორივე კონცეფციისთვის განსხვავებულია. თუ ვთქვათ, $p_x = 4$, მაშინ არასაკომპენსაციო ფუნქციები (ტოლობები 5.18) წინასწარმეტყველებენ, რომ $x = 4$ და $y = 1$, მაშინ როცა საკომპენსაციო ფუნქციების მიხედვით (ტოლობები 5.16) $x = 2$ და $y = 2$. x-ის შემცირება მისი ფასის გაზრდის გამო, მცირეა საკომპენსაციო მოთხოვნის ფუნქციების მიხედვით, ვიდრე არასაკომპენსაციო ფუნქციებით, რადგან, ძველი კონცეფცია ფასის გაზრდის შედეგად მსყიდველობით უნარზე ზემოქმედებს უარყოფითი ეფექტით.

მაგალითი აჩვენებს განსხვავებული „სხვა თანაბარი პირობების" დაშვების თვისებებს მოთხოვნის ორი კონცეფციისთვის. არასაკომპენსაციო მოთხოვნისთვის დანახარჯები მუდმივია $I = 2$ დონეზე და p_x-ის გაზრდა 1-დან 4-მდე იწვევს სარგებლიანობის დანაკარგებს. ამ შემთხვევაში სარგებლიანობა მცირდება 2-დან 1-მდე. საკომპენსაციო მოთხოვნის შემთხვევაში სარგებლიანობა მუდმივია $V = 2$ დონეზე. სარგებლიანობის შესანარჩუნებლად დანახარჯები უნდა გაიზარდოს $E = 1(2) + 1(2) = 4$ საიმისოდ, რომ მოხდეს ფასის ზრდის კომპენსაცია (იხ. ტოლობა 5.17).

შეკითხვა: ტოლობაში 5.18 მოცემული საკომპენსაციო მოთხოვნის ფუნქციები არიან თუ არა ჰომოგენური ხარისხით ნული, p_x-ის და p_y-ის მიმართ, თუ სარგებლიანობა რჩება მუდმივი? როგორ ფიქრობთ, საკომპენსაციო მოთხოვნის ყველა ფუნქციისთვის ეს ჭეშმარიტი იქნება?

ფასის ცვლილებებზე რეაბირების მათემატიკური ახსნა

აქამდე გრაფიკულ ანალიზს ვეყრდნობოდით ფასების ცვლილებაზე ინდივიდების რეაქციის ანალიზის დროს. უფრო ღრმა ანალიზისთვის გამოვიყენებთ მათემატიკურ მოდგომას. ჩვენი მთავარი მიზანია გამოვიკვლიოთ ნაწილობრივი წარმოებული $\partial x/\partial p_x$, რაც ნიშნავს იმას, თუ როგორ ზემოქმედებს პროდუქტზე ფასის ცვლილება მის შესყიდვაზე „სხვა თანაბარ პირობებში". შემდეგ თავში ჩვენ განვიხილავთ საკითხს, თუ როგორ ზემოქმედებს ერთ პროდუქტზე ფასის ცვლილება მეორის შესყიდვებზე.

პირდაპირი მიდგომა

ჩვენი მიზანია, გამოვიყენოთ სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის მოდელი, იმის შესასწავლად, თუ როგორ იცვლება x პროდუქტზე მოთხოვნა, როცა იცვლება p_x, და ეს გვსურს

გამოვთვალოთ $\partial x/\partial p_x$ გამოყენებით. ამ ამოცანისადმი პირდაპირი მიდგომა იყენებს სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის პირველი რიგის პირობებს (ტოლობები 4.8). ამ $n + 1$ ტოლობების დიფერენცირება გვაძლევს ახალი სისტემის $n + 1$ ტოლობებს, რომლებიც შესაძლებელია ამოიხსნას წარმოებულით[3]. სამწუხაროდ, ეს ამოხსნა საკმაოდ შრომატევადია და საჭირო ნაბიჯები ნაკლებეფექტიანია ეკონომიკური საკითხებისთვის. ამიტომ, ჩვენ გამოვიყენებთ არაპირდაპირ მიდგომას, რომელიც ეყრდნობა ორმაგობას. ბოლოს, ორივე მიდგომა ერთიდაიმავე დასკვნების გაკეთების საშუალებას გვაძლევს, მაგრამ არაპირდაპირი მიდგომა გაცილებით მდიდარია ეკონომიკური შინაარსის ტერმინებით.

არაპირდაპირი მიდგომა

ჩვენი არაპირდაპირი მიდგომის[4] დასაწყებად დავუშვებთ, რომ (როგორც ადრე) გვაქვს მხოლოდ ორი პროდუქტი (x და y) და ყურადღებას ვამახვილებთ საკომპენსაციო მოთხოვნის ფუნქციებზე $x^c(p_x, p_y, U)$, რომლებიც მოცემული იყო ტოლობაში 5.14. ამჟამად გვსურს ვაჩვენოთ მოთხოვნის ამ ფუნქციასა და ჩვეულებრივი მოთხოვნის ფუნქციას $x(p_x, p_y, I)$ შორის კავშირ-დამოკიდებულება. თავში 4 ჩვენ განვიხილეთ დანახარჯების ფუნქცია, რომელიც გულისხმობს იმ მინიმალურ დანახარჯებს, რაც საჭიროა სარგებლიანობის მოცემული დონის მისაღწევად. თუ ამ ფუნქციას აღვნიშნავთ შემდეგი სახით

$$\textbf{მინიმალური დანახარჯი} = E(p_x, p_y, U) \tag{5.19}$$

მაშინ, განმარტების თანახმად,

$$x^c(p_x, p_y, U) = x[p_x, p_y, E(p_x, p_y, U)] \tag{5.20}$$

ეს დასკვნა ნაჩვენებია ნახაზზე 5.7. ნახაზი მიუთითებს, რომ მოთხოვნილი რაოდენობა იდენტურია საკომპენსაციო და არასაკომპენსაციო მოთხოვნის ფუნქციებისთვის, როცა შემოსავალი ზუსტად იმდენია, რაც საჭიროა სარგებლიანობის მოთხოვნილი დონის მისაღწევად. ტოლობა 5.20 მიღებულია მოთხოვნის $x(p_x, p_y, I)$ ფუნქციაში დანახარჯების ზემოაღნიშნული დონის ჩართვით. შეგვიძლია დავიწყოთ ტოლობის 5.20 ნაწილობითი დიფერენცირება p_x-ის მიმართ და იმის დადგენა, რომ ეს ცვლადი მოთხოვნის ჩვეულებრივ ფუნქციაში შედის ორგან. ამგვარად,

---

3 მაგალითისთვის იხილე: Paul A. Samuelson, Foundations of Economic Analysis (Cambridge, MA: Harvard University Press, 1947), pp. 101–3.

4 შემდგომი დამტკიცება ადაპტირებულია წყაროდან: Phillip J. Cook, "A 'One Line' Proof of the Slutsky Equation", American Economic Review 62 (March 1972): 139.

$$\frac{\partial x^c}{\partial p_x} = \frac{\partial x}{\partial p_x} + \frac{\partial x}{\partial E} \cdot \frac{\partial E}{\partial p_x}, \tag{5.21}$$

პირობების გადაადგილებით მივიღებთ, რომ

$$\frac{\partial x}{\partial p_x} = \frac{\partial x^c}{\partial p_x} - \frac{\partial x}{\partial E} \cdot \frac{\partial E}{\partial p_x}, \tag{5.22}$$

ჩანაცვლების ეფექტი

წარმოებულს, რომლის პოვნაც გვსურს, აქვს ორი პირობა. პირველი პირობის ინტერპრეტაცია მარტივია: ესაა საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდის დახრილობა. მაგრამ, დახრილობა გვიჩვენებს მოძრაობას განურჩევლობის ერთი მრუდის გასწვრივ, ფაქტობრივად აღნიშნულს ვუწოდებთ „ჩანაცვლების ეფექტს“. ტოლობის 5.22 მარჯვენა მხარე არის პირველი პირობა, ეფექტის მათემატიკური გამოსახულება.

შემოსავლის ეფექტი

ტოლობაში 5.22 მეორე პირობა ასახავს იმ გზას, რითაც p_x-ში ცვლილებები ზემოქმედებს x მოთხოვნაზე, აუცილებელი დანახარჯების დონის ცვლილებით (რაც არის ცვლილებები მსყიდველობით უნარში). ამგვარად, პირობა ასახავს შემოსავლის ეფექტს. ტოლობაში 5.22 „მინუსის“ ნიშანი აჩვენებს ეფექტის მიმართულებას. მაგალითად, p_x-ის ზრდა იწვევს სარგებლიანობის შენარჩუნების მიზნით საჭირო დანახარჯების ზრდას (მათემატიკურად, $\partial E/\partial E > 0$). ვინაიდან, მარშალის მოთხოვნაში ნომინალური შემოსავალი მუდმივ სიდიდედაა მიჩნეული, დამატებითი დანახარჯების გაწევა შეუძლებელია. აქედან გამომდინარე, x (და y) უნდა შემცირდეს ამ დეფიციტის დასაკმაყოფილებლად. ამ შემცირების მასშტაბები x ერთეულებში მოცემულია შემდეგი გამოსახულებით $\partial x/\partial E$. მეორე მხრივ, თუ p_x მცირდება, სარგებლიანობის შესანარჩუნებლად საჭირო დანახარჯებიც მცირდება. დახანარჯების შემცირების შედეგად გამოწვეული x-ის შემცირება, იმ თანხის ტოლია, რაც უნდა დაემატოს შემოსავლის ეფექტით. ყურადღება მიაქციეთ, ამ შემთხვევაში შემოსავლის ეფექტი x-ის რაოდენობის გაზრდას იწვევს.

სლუცკის ტოლობა

ტოლობაში 5.22 მოცემული ურთიერთობა პირველად შესწავლილი იქნა რუსი ეკონომისტის ევგენი სლუცკის მიერ მეცხრამეტე საუკუნის ბოლოს. სლუცკიმ მოიფიქრა ჩა-

წერის ფორმაში უმნიშვნელო ცვლილება, რაც დასამტკიცებლად იყო საჭირო. პირველ რიგში, ჩანაცვლების ეფექტს ჩავწერთ როგორც

$$\text{ჩანაცვლების ეფექტი} = \frac{\partial x^c}{\partial p_x} = \left.\frac{\partial x}{\partial p_x}\right|_{U=\text{მუდმივი}} \tag{5.23}$$

საიმისოდ, რომ ვაჩვენოთ ერთ განურჩევლობის მრუდზე მოძრაობა. შემოსავლის ეფექტისთვის ჩვენ გვაქვს

$$\text{შემოსავლის ეფექტი} = -\frac{\partial x}{\partial E}\cdot\frac{\partial E}{\partial p_x} = -\frac{\partial x}{\partial I}\cdot\frac{\partial E}{\partial p_x} \tag{5.24}$$

იმის გამო, რომ შემოსავალში ან დანახარჯებში ცვლილება ერთიდაიგივე ფუნქციაა $x(p_x, p_y, I)$. შემოსავლის ეფექტში მეორე პირობა შეიძლება პირდაპირ შევისწავლოთ კონვერტის თეორემით. გახსოვდეთ, რომ დანახარჯების ფუნქციები წარმოადგენენ მინიმიზაციის ამოცანას, სადაც სარგებლიანობის მინიმალური დონის მისაღწევად საჭირო დანახარჯები მინიმალურია. ლაგრანჟის გამოსახულება ამ მინიმიზაციისთვის შემდეგი სახისაა $\mathcal{L} = p_x x + p_y + \lambda[\overline{U} - U(x. y)]$. კონვერტის თეორემის გამოყენებით ამ ამოცანაში გვექნება

$$\frac{\partial E}{\partial p_x} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p_x} = x \tag{5.25}$$

სხვა სიტყვებით, კონვერტის თეორემა გვიჩვენებს, რომ დანახარჯების ფუნქციის ნაწილობითი დიფერენციალი პროდუქტის ფასის მიმართ, გვაძლევს ამ პროდუქტზე მოთხოვნის ფუნქციას. იმის გამო, რომ დანახარჯების ფუნქციაში სარგებლიანობა მუდმივი რჩება, მოთხოვნის ეს ფუნქცია საკომპენსაციო იქნება. ამ შედეგსა და ფირმების თეორიის ანალოგიურ ვარიანტს უწოდებენ შეფარდის ლემას იმ ეკონომისტის საპატივცემოდ, ვინც მოთხოვნის თეორიის ეს მიდგომა პირველმა გამოიკვლია დეტალურად. ეს შედეგი ძალიან მნიშვნელოვანია, როგორც თეორიული, ისე გამოყენებითი მიკროეკონომიკისთვის. ფუნქციების მაქსიმიზაციის ან მინიმიზაციის ნაწილობითი დიფერენცირება ხშირად უმარტივესი გზაა მოთხოვნის ფუნქციების დასაწერად[5]. აღვნიშნავთ, ასევე, რომ შედეგი ინტუიციურად გასაგებია. თუ ჩვენ ვიკითხავთ, რამდენი დამა-

5 მაგალითში 4.4 დანახარჯებისათვის ჩვენ ვიპოვეთ ქობ-დაგლასის სარგებლიანობის ფუნქცია შემდეგი ფორმით $E(p_x, p_y, V) = 2Vp_x^{0.5}p_y^{0.5}$. შეფარდის ლემას მიხედვით ჩვენ ვიცით, რომ $x = \partial E/\partial p_x = Vp_x^{-0.5}p_y^{0.5}$, რაც იგივე შედეგია ჩვენ რომ მივიღეთ მაგალითში 5.3.

ტებითი დანახარჯია საჭირო x პროდუქტზე ფასის ზრდის კომპენსირებისთვის - მარტივი მიახლოებით ის იქნება მიმდინარე პერიოდში მოხმარებული x პროდუქტის რაოდენობა ერთეულებში.

ტოლობების 5.23-5.25 გაერთიანებით შეგვიძლია მივიდეთ ფასის ცვლილებაზე რეაგირების სრულყოფილ ფორმულირებამდე.

სლუცკის ტოლობა. სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის ჰიპოთეზა აჩვენებს, რომ ფასის ცვლილების შედეგად აღმოცენებული შემოსავლისა და ჩანაცვლების ეფექტები შეიძლება გამოისახოს შემდეგი სახით

ოპტიმიზაციის პრინციპი

$$\frac{\partial x}{\partial p_x} = \textbf{ჩანაცვლების ეფექტი} + \textbf{შემოსავლის ეფექტი} \qquad \textbf{(5.26)}$$

ან

$$\frac{\partial x}{\partial p_x} = \left.\frac{\partial x}{\partial p_x}\right|_{U\,=\,\text{მუდმივი}} - x\frac{\partial x}{\partial I} \qquad \textbf{(5.27)}$$

სლუცკის ტოლობა საშუალებას გვაძლევს უფრო ზუსტად გავიგოთ ჩანაცვლებისა და შემოსავლის ეფექტების სიდიდისა და მიმართულების შესახებ, ვიდრე ეს შესაძლებელი იყო გრაფიკული ანალიზით. პირველი, ჩანაცვლების ეფექტი ($\partial x/\partial p_x|_{U\,=\,\text{მუდმივი}}$) კლებადი MRS-ის პირობებში, ყოველთვის უარყოფითია. p_x-ის შემცირება (გაზრდა) ამცირებს (ზრდის) p_x/p_y თანაფარდობას და სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია მოითხოვს, რომ აგრეთვე შემცირდეს (გაიზარდოს) MRS. მაგრამ ეს შეიძლება შესრულდეს განურჩევლობის მრუდის გასწვრივ მხოლოდ მაშინ, თუ x იზრდება (ან p_x-ის გაზრდის შეთხვევაში, თუ შემცირდება x). აქედან გამომდინარე, თუ ჩანაცვლების ეფექტი შესაბამისია, ფასი და რაოდენობა ყოველთვის მოძრაობენ ერთმანეთის საწინააღმდეგო მიმართულებით. ექვივალენტურად, საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდის დახრილობა უნდა იყოს უარყოფითი[6]. ცოტა განსხვავებულად ამ შედეგს ვაჩვენებთ ამ თავის ბოლო ნაწილში.

შემოსავლის ეფექტის ნიშანი ($-x\partial x/\partial I$) დამოკიდებულია $\partial x/\partial I$-ის ნიშანზე. თუ x ნორმალური პროდუქტია, მაშინ $\partial x/\partial I$ დადებითი სიდიდეა და საწყისი შემოსავლის ეფექტი, ჩანაცვლების ეფექტის მსგავსად, უარყოფითია. ამგვარად, ნორმალური პროდუქტებისთვის, ფასი და რაოდენობა ყოველთვის მოძრაობენ ერთმანეთის საწინააღმდეგო მიმართულებით. მაგალითად, p_x-ის შემცირება ზრდის რეალურ შემოსავალს და იმის გამო, რომ x ნორმალური პროდუქტია, მისი შესყიდვა იზრდება. ანალოგიურად, p_x-ის ზრდა ამცირებს რეალურ შემოსავალს და ამის გამო, x მცირდება. როგორც უკვე აღვწერეთ გრაფიკული ანალიზის გამოყენებით, ჩანაცვლების და შემოსავ-

6 შესაძლებელია, რომ ჩანაცვლების ეფექტი იყოს ნული. თუ განურჩევლობის მრუდებს აქვს L-ფორმა (იგულისხმება ის, რომ x და y გამოიყენება ფიქსირებული პროპორციით). რამდენიმე მაგალითი მოცემულია თავის 5 ამოცანებში.

ლის ეფექტები მოქმედებენ ერთიდაიმავე მიმართულებით, უარყოფითი დახრილობის მოთხოვნის მრუდის მისაღებად. დაბალხარისხიანი პროდუქტის პირობებში $\partial x/\partial I < 0$ და ტოლობის 5.27 ორ პირობას ექნება განსხვავებული ნიშანი. სულ მცირე, თეორიულად შესაძლებელია, რომ ამ შემთხვევაში მეორე პირობა დომინანტური იყოს პირველთან შედარებით, მიუახლოვდება რა გიფენის პარადოქსს ($\partial x/\partial I > 0$).

მაგალითი 5.4 სლუცკის დაშლა

ფასის ეფექტის დაშლა, რომელიც პირველად აღმოჩენილი იქნა სლუცკის მიერ, შესაძლებელია ვაჩვენოთ ადრე შესწავლილი ქობ-დაგლასის შემთხვევით. მაგალითში 5.3 ვნახეთ, რომ მარშალის მოთხოვნის ფუნქცია x პროდუქტისთვის იყო

$$x\left(p_x, p_y, I\right) = \frac{0.5I}{p_x} \tag{5.28}$$

და ის, რომ ჰიქსის (საკომპენსაციო) მოთხოვნის ფუნქცია იყო

$$x^c\left(p_x, p_y, V\right) = \frac{Vp_y^{0.5}}{p_x^{0.5}} \tag{5.29}$$

x პროდუქტის მოთხოვნაზე ფასის ცვლილების საერთო ეფექტის პოვნა შესაძლებელია მარშალის მოთხოვნის ფუნქციის დიფერენცირებით:

$$\frac{\partial x}{\partial p_x} = \frac{-0.5I}{p_x^2} \tag{5.30}$$

ჩვენ გვინდა ვაჩვენოთ, რომ ეს ეფექტი არის იმ ორი ეფექტის ჯამი, რისი იდენტიფიცირებაც მოახდინა სლუცკიმ. როგორც ადრე, ჩანაცვლების ეფექტი ვიპოვეთ საკომპენსაციო მოთხოვნის ფუნქციის დიფერენცირებით:

$$\textbf{ჩანაცვლების ეფექტი} = \frac{\partial x^c}{\partial p_x} = \frac{-0.5Vp_y^{0.5}}{p_x^{1.5}} \tag{5.31}$$

შეგვიძლია გამოვრიცხოთ არაპირდაპირი სარგებლიანობა V, ტოლობის 5.17 ჩანაცვლების გზით:

$$\text{ჩანაცვლების ეფექტი} = \frac{-0.5(0.5Ip_x^{-0.5}p_y^{-0.5})p_y^{0.5}}{p_x^{1.5}} = \frac{-0.25I}{p_x^2} \qquad \textbf{(5.32)}$$

ამ მაგალითში შემოსავლის ეფექტის გამოთვლა მარტივია. ტოლობის 5.27 შედეგების გამოყენებით, გვექნება

$$\text{შემოსავლის ეფექტი} = -x\frac{\partial x}{\partial I} = -\left[\frac{0.5I}{p_x}\right].\frac{0.5}{p_x} = -\frac{0.25I}{p_x^2} \qquad \textbf{(5.33)}$$

ტოლობის 5.30 შედარება ტოლობებთან 5.32 და 5.33 აჩვენებს, რომ სინამდვილეში დავშალეთ მოთხოვნის ამ ფუნქციის ფასის წარმოებული ჩანაცვლებისა და შემოსავლის კომპონენტებად. საინტერესოა, რომ ჩანაცვლებისა და შემოსავლის ეფექტები თანაბარი სიდიდეებია. ეს, როგორც მომავალში ვნახავთ, იმის ერთ-ერთი მიზეზია, რომ ქობ-დაგლასი ძალზედ განსაკუთრებული შემთხვევაა.

ჩვენს მიერ უკვე გამოყენებული რიცხობრივი მაგალითი, ასევე, აჩვენებს ამ დაშლას. როცა x-ის ფასი იზრდება \$1-დან \$4-მდე (არასაკომპენსაციო), მოთხოვნა x მცირდება x = 4-დან x = 1-მდე, მაგრამ საკომპენსაციო მოთხოვნა x-ზე მცირდება x = 4-დან x = 2-მდე. შემცირების 50% ჩანაცვლების ეფექტია. დანარჩენი 50% ანუ x-ის შემცირება x = 2-დან x = 1-მდე, წარმოადგენს მარშალის მოთხოვნის ფუნქციაში ჩართულ მსყიდველობითი უნარის შემცირებას. შემოსავლის ეფექტი არ აღმოცენდება, როცა საკომპენსაციო მოთხოვნის ცნებაა გამოყენებული.

შეკითხვა: ამ მაგალითში ინდივიდი თავისი შემოსავლის ერთ ნახევარს ხარჯავს x პროდუქტზე, ხოლო მეორეს კი, y-ზე. როგორ შეიცვლებოდა ჩანაცვლებისა და შემოსავლის ეფექტების სიდიდეები, თუ ქობ-დაგლასის სარგებლიანობის ფუნქციის ხარისხები არ იქნებოდა თანაბარი?

მოთხოვნის ელასტიკურობები

აქამდე, ამ თავში, მოთხოვნის ფუნქციის წარმოებულების საშუალებით განვიხილეთ, თუ როგორ რეაგირებენ ინდივიდები ფასისა და შემოსავლის ცვლილებებზე. მრავალ ანალიტიკურ საკითხში ეს კარგი გზაა, ვინაიდან კალკულუსის მეთოდის გამოყენება პირდაპირაა შესაძლებელი. თუმცა, როგორც მივუთითეთ თავში 2, წარმოებულების გამოყენებას ემპირიული კვლევის დროს აქვს ერთი მნიშვნელოვანი ნაკლი: წარმოებულის მნიშვნელობა პირადაპირ უკავშირდება იმას, თუ როგორაა გამოთვლილი ცვლადები. ეს ძალიან ართულებს შედარებებს პროდუქტებს და ქვეყნებს შორის, ას-

ევე დროის პერიოდების მიხედვით. ამ მიზეზის გამო, მიკროეკონომიკის ემპირიული კვლევების უმეტესობაში გამოიყენება ელასტიკურობა. ამ ქვეთავში ჩვენ განვიხილავთ მოთხოვნის ელასტიკურობის სამ ყველაზე ფართოდ გავრცელებულ სახეობებს და მათემატიკურად შევისწავლით მათ შორის დამოკიდებულებას. სიმარტივისთვის კვლავ განვიხილავთ ისეთ სიტუაციებს, სადაც ინდივიდი ირჩევს ორ პროდუქტს, ვინაიდან ამ იდეის განზოგადება მარტივია.

მარშალის მოთხოვნის ელასტიკურობები

მოთხოვნის ელასტიკურობის სამი ყველაზე ფართოდ გავრცელებული სახეობები შესაძლებელია მივიღოთ მარშალის მოთხოვნის ფუნქციიდან $x(p_x, p_y, I)$. კერძოდ, გამოიყენება შემდეგი განსაზღვრებები:

განსაზღვრება

1. *მოთხოვნის საფასო ელასტიკურობა* (e_{x,p_x}). ის ზომავს მოთხოვნის რაოდენობის პროპორციულ ცვლილებას, პროდუქტის ფასის პროპორციული ცვლილების საპასუხოდ. მათემატიკურად,

$$e_{x,p_x} = \frac{\Delta x / x}{\Delta p_x / p_x} = \frac{\Delta x}{\Delta p_x} \cdot \frac{p_x}{x} = \frac{\partial x}{\partial p_x} \cdot \frac{p_x}{x}. \tag{5.34}$$

2. *მოთხოვნის ელასტიკურობა შემოსავლის მიხედვით* ($e_{x,I}$). ის ზომავს მოთხოვნის რაოდენობის პროპორციულ ცვლილებას, შემოსავალში პროპორციული ცვლილების საპასუხოდ. მათემატიკურად,

$$e_{x,I} = \frac{\Delta x / x}{\Delta I / I} = \frac{\Delta x}{\Delta I} \cdot \frac{I}{x} = \frac{\partial x}{\partial I} \cdot \frac{I}{x}. \tag{5.35}$$

3. *მოთხოვნის ჯვარედინი საფასო ელასტიკურობა* (e_{x,p_y}). ის ზომავს x პროდუქტზე მოთხოვნის რაოდენობის პროპორციულ ცვლილებას, სხვა პროდუქტზე (y) ფასის პროპორციული ცვლილების საპასუხოდ. მათემატიკურად,

$$e_{x,p_y} = \frac{\Delta x / x}{\Delta p_y / p_y} = \frac{\Delta x}{\Delta p_y} \cdot \frac{p_y}{x} = \frac{\partial x}{\partial p_y} \cdot \frac{p_y}{x}. \tag{5.36}$$

გაითვალისწინეთ, რომ ყველა ეს განსაზღვრება გამოიყენებს ნაწილობრივ წარმოებულს. ეს ნიშნავს, რომ მოთხოვნის ყველა სხვა დეტერმინენტი უნდა იყოს უცვლელი, კონკრეტული ცვლადის ზემოქმედების ანალიზის დროს. ამ თავის დარჩენილი ნაწილის რამდენიმე დეტალში გამოვიყენებთ მოთხოვნის კერძო-საფასო ელასტიკურობის განსაზღვრებას. მოთხოვნის ჯვარედინი-საფასო ელასტიკურობა კი, თავის 6 ძირითადი თემაა.

მოთხოვნის საფასო ელასტიკურობა

მოთხოვნის (კერძო-)საფასო ელასტიკურობა ალბათ ყველაზე მნიშვნელოვანი კონცეფციაა მთლიანად მიკროეკონომიკისთვის. ის არა მარტო უზრუნველყოფს განზოგადების მოსახერხებელ საშუალებას, ფასის ცვლილებაზე ინდივიდთა რეაგირების ასახსნელად, არამედ, ის ასევე ძირითადი კონცეფციაა თეორიაში, გვიხსნის რა ფირმების საპასუხო რეაქციას მოთხოვნის მრუდებზე. თქვენ ეკონომიკის კურსებიდან ალბათ იცით, რომ საზღვარი ძირითადად გავლებულია ელასტიკურ მოთხოვნასა (როცა ფასი რაოდენობაზე მნიშვნელოვნად ზემოქმედებს) და არაელასტიკურ მოთხოვნას (სადაც ფასის ეფექტი მცირეა) შორის. ერთი მათემატიკური წინააღმდეგობა ამ იდეასთან დაკავშირებით ისაა, რომ მოთხოვნის საფასო ელასტიკურობა უარყოფითი სიდიდეა[7], გიფენის პარადოქსის ნაკლებად რეალური შემთხვევის გარდა, ($\partial x/\partial p_x$ უარყოფითია). ფასის ცვლილებაზე დიდი და მცირე რეაგირების წყალგამყოფი საზოგადოდ არის „–1“. თუ $e_{x,p_x} = -1$, მაშინ ცვლილებები x-სა და p_x-ში პროპორციულად თანაბარი სიდიდეა. ასე მაგალითად, ფასის ზრდა 1 პროცენტით იწვევს მოთხოვნის 1 პროცენტით შემცირებას. ამ შემთხვევაში ამბობენ, რომ მოთხოვნა „ერთეულოვანი ელასტიკურობისაა“. ალტერნატიულად, თუ $e_{x,p_x} < -1$, მაშინ რაოდენობის ცვლილება პროპორციულად მეტია, ვიდრე ფასის ცვლილება, ამიტომ ამბობენ, რომ მოთხოვნა „ელასტიკურია“. მაგალითად, თუ $e_{x,p_x} = -3$ ფასის ზრდის თითეული 1 პროცენტი იწვევს მოთხოვნის მოცულობის შემცირებას 3 პროცენტით. ელასტიკურობის მნიშვნელობა $e_{x,p_x} = -0.3$, ნიშნავს, რომ ფასის 1 პროცენტით ზრდა, იწვევს მოთხოვნის მოცულობის შემცირებას 0.3 პროცენტით (მოთხოვნა არაელასტიკურია). თავში 12 ჩვენ ვნახავთ, თუ როგორ გამოიყენება აგრეგირებული მონაცემები ინდივიდის პროდუქტზე მოთხოვნის საფასო ელასტიკურობის შესაფასებლად და როგორ გამოიყენება ისინი გამოყენებითი მიკროეკონომიკის რამდენიმე საკითხში.

საფასო ელასტიკურობა და მთლიანი დანახარჯი

მოთხოვნის საფასო ელასტიკურობა განსაზღვრავს როგორ ზემოქმედებს ფასის ცვლილება პროდუქტზე გაწეულ დანახარჯებზე. ეს დამოკიდებულება ყველაზე მარტივად შეიძლება ვაჩვენოთ კალკულუსის საშუალებით:

$$\frac{\partial(p_x \cdot x)}{\partial p_x} = p_x \cdot \frac{\partial x}{\partial p_x} + x = x\left(e_{x,p_x} + 1\right). \qquad \textbf{(5.37)}$$

ამ წარმოებულის ნიშანი დამოკიდებულია იმაზე e_{x,p_x} მეტია თუ ნაკლები „–1“-ზე. თუ

7 ხანდახან ეკონომისტები თავის ანალიზში მოთხოვნის საფასო ელასტიკურობის აბსოლუტურ მნიშვნელობას იყენებენ. იმის მიუხედავად, რომ მათემატიკურად ეს არასწორია, მას საკმაოდ ხშირად მიმართავენ. მაგალითად, თუ კვლევის შედეგად აღმოჩნდა რომ $e_{x,p_x} = -1.2$, შეიძლება დაწერონ, რომ მოთხოვნის საფასო ელასტიკურობაა „1.2“. ჩვენ აქ ასე არ მოვიქცევით.

მოთხოვნა არაელასტიკურია ($0 > e_{x,p_x} > -1$), მაშინ წარმოებული დადებითია და ფასი და მთლიანი დანახარჯები ერთიდაიმავე მიმართულებით მოძრაობენ. ინტუიციურად, თუ ფასი მოთხოვნის რაოდენობაზე დიდად ვერ ზემოქმედებს, მაშინ რაოდენობა მუდმივია, როცა ფასი იცვლება და მთლიანი დანახარჯები უფრო მეტად ასახავს იმ ფასის მოძრაობას. ესაა მაგალითად, აგროპროდუქტებზე მოთხოვნის შემთხვევა. კონკრეტულ კულტურებზე ამინდით გამოწვეული ფასის ცვლილება, ჩვეულებრივ ეხება ამ კულტურებზე მთლიან დანახარჯებს და მათ გადააადგილებს იმავე მიმართულებით. მეორე მხრივ, თუ მოთხოვნა ელასტიკურია ($e_{x,p_x} > -1$), ფასის ცვლილებაზე რეაქცია იმდენად დიდია, რომ ეფექტი მთლიან დანახარჯებზე საწინააღმდეგო მიმართულებითაა: ფასის ზრდა განაპირობებს დანახარჯების შემცირებას (რადგან რაოდენობა ძალიან მცირდება) და ფასის შემცირება იწვევს მთლიანი დანახარჯების ზრდას (რაოდენობა მნიშვნელოვნად იზრდება). ერთეულოვანი ელასტიკურობის შემთხვევაში ($e_{x,p_x} = -1$), მთლიანი დანახარჯები მუდმივია ფასის ცვლილების მიუხედავად.

საკომპენსაციო საფასო ელასტიკურობები

მიკროეკონომიკურ ანალიზში ხშირად გამოიყენება საკომპენსაციო მოთხოვნის ფუნქციები, ამის გამო ვფიქრობთ, სასარგებლოა განვსაზღვროთ ამ კონცეფციაზე დაფუძნებული ელასტიკურობები. ასეთი განსაზღვრება პირდაპირ გამომდინარეობს მათი მარშალისეული ანალოგებიდან.

განსაზღვრება

დავუშვათ საკომპენსაციო მოთხოვნის ფუნქციები მოცემულია შემდეგი სახით $x^c(p_x, p_y, U)$. ამგვარად, გვაქვს შემდეგი განსაზღვრებები.

1. *მოთხოვნის საკომპენსაციო კერძო-საფასო ელასტიკურობა* (e_{x^c,p_x}). ეს ელასტიკურობა ზომავს მოთხოვნის რაოდენობაში საკომპენსაციო ცვლილების პროპორციის რეაგირებას პროდუქტზე კერძო ფასის ცვლილების პროპორციაზე:

$$e_{x^c,p_x} = \frac{\Delta x^c / x^c}{\Delta p_x / p_x} = \frac{\Delta x^c}{\Delta p_x} \cdot \frac{p_x}{x^c} = \frac{\partial x^c}{\partial p_x} \cdot \frac{p_x}{x^c} \qquad \textbf{(5.38)}$$

2. *მოთხოვნის საკომპენსაციო ჯვარედინი-საფასო ელასტიკურობა* (e_{x^c,p_y}). ის ზომავს მოთხოვნის რაოდენობაში საკომპენსაციო ცვლილების პროპორციის რეაგირებას სხვა პროდუქტზე ფასის ცვლილების პროპორციაზე:

$$e_{x^c,p_y} = \frac{\Delta x^c / x^c}{\Delta p_y / p_y} = \frac{\Delta x^c}{\Delta p_y} \cdot \frac{p_y}{x^c} = \frac{\partial x^c}{\partial p_y} \cdot \frac{p_y}{x^c} \qquad \textbf{(5.39)}$$

ის თუ რამდენად იქნება აღნიშნული საფასო ელასტიკურობები განსხვავებული მათი მარშალის მიერ მოცემული ანალოგებისგან, დამოკიდებულია x პროდუქტზე მოთხოვ-

ნის მთლიან მოცულობაში შემოსავლის ეფექტის მნიშვნელობაზე. მათ შორის ზუსტი კავშირის დადგენა შესაძლებელია ტოლობიდან 5.27 მიღებული სლუცკის შედეგის გამრავლებით ფაქტორზე p_x/x:

$$\frac{p_x}{x}\cdot\frac{\partial x}{\partial p_x} = e_{x,p_x} = \frac{p_x}{x}\cdot\frac{\partial x^c}{\partial p_x} - \frac{p_x}{x}\cdot x\cdot\frac{\partial x}{\partial I} = e_{x^c,p_x} - s_x e_{x,I} \qquad \textbf{(5.40)}$$

სადაც $s_x = p_x x/I$ არის მთლიანი შემოსავლის ის წილი, რომელიც განკუთვნილია x პროდუქტის შესაძენად.

ტოლობა 5.40 გვიჩვენებს, რომ საკომპენსაციო და არასაკომპენსაციო მოთხოვნის კერძო-საფასო ელასტიკურობები იქნებოდა თანაბარი, თუ შესრულდებოდა ორი პირობა: (1) x პროდუქტის შესაძენად განკუთვნილი შემოსავლის წილი (s_x) არის მცირე; (2) x პროდუქტზე მოთხოვნის ელასტიკურობა შემოსავლის მიხედვით ($e_{x,I}$) არის მცირე სიდიდე. ეს ორივე პირობა ემსახურება იმას, რომ შემცირდეს იმ საკომპენსაციო შემოსავლების მნიშვნელობა, რომლებიც ფიგურირებენ საკომპენსაციო მოთხოვნის ფუნქციებში. თუ x პროდუქტი უმნიშვნელოა ინდივიდის ბიუჯეტში, მაშინ შემოსავლის იმ საკომპენსაციო თანხის მოცულობა, რომელიც საჭიროა ფასის ცვლილების შედეგის ასანაზღაურებლად, იქნება მცირე. თუ პროდუქტზე მიმართული ბიუჯეტის წილი დიდია, თუ მოთხოვნა შემოსავლის ცვლილებაზე ძლიერ არ რეაგირებს, მაშინ შედეგები მოთხოვნის ორივე კონცეფციის მიხედვით, იქნება ერთნაირი. აღნიშნულიდან გამომდინარე, შეიძლება განვიხილოთ მრავალი შემთხვევა, სადაც ელასტიკურობის ეს ორი ცნება მეტნაკლებად ურთიერთშემცვლელი აღმოჩნდება. სხვაგვარად რომ ვთქვათ, ეკონომიკაში არსებობს მრავალი გარემოება, სადაც ჩანაცვლების ეფექტები არის ფასის ცვლილებაზე რეაგირების მნიშვნელოვანი კომპონენტი.

დამოკიდებულება მოთხოვნის ელასტიკურობებს შორის

ამ ქვეთავში განვიხილავთ მოთხოვნის ელასტიკურობებს შორის დამოკიდებულებებს. ყოველი მათგანი მიიღება სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის საბაზისო მოდელიდან. საიმისოდ, რომ ნათელი მოვფინოთ ინდივიდუალური მოთხოვნის შინაარსს, აქ ჩვენ განვიხილავთ სამ ასეთ დამოკიდებულებას.

ჰომოგენურობა. ელასტიკურობის ტერმინებში შესაძლებელია გამოვსახოთ მოთხოვნის ფუნქციების ჰომოგენურობა. იმის გამო, რომ ყველა ფასსა და შემოსავალში პროპორციული ზრდა მოთხოვნის მოცულობას ტოვებს უცვლელს, ყველა ფასის ელასტიკურობის წმინდა ჯამი, რომელიმე კონკრეტული პროდუქტის შემოსავლის ელასტიკურობასთან ერთად, უნდა უტოლდებოდეს ნულს. ამ თვისების ფორმალური დამტკიცება არის ეულერის თეორემაში (იხ. თავი 2). მოთხოვნის ფუნქციაში $(x(p_x, p_y, I))$ ამ

თეორემის გამოყენებით და იმის გათვალისწინებით, რომ ეს ფუნქცია ჰომოგენურია ხარისხით ნული, მივიღებთ

$$0 = p_x \cdot \frac{\partial x}{\partial p_x} + p_y \cdot \frac{\partial x}{\partial p_y} + I \cdot \frac{\partial x}{\partial I} \tag{5.41}$$

თუ ტოლობას 5.41 გავყოფთ x-ზე, მაშინ მივიღებთ

$$0 = e_{x,p_x} + e_{x,p_y} + e_{x,I} \tag{5.42}$$

როგორც ინტუიცია გვკარნახობს. ეს შედეგი გვიჩვენებს, რომ რაიმე პროდუქტზე მოთხოვნის ელასტიკურობები ვერ გაყვებიან სრულიად მოქნილ შემთხვევებს. ისინი უნდა მოიცავდნენ გარკვეულ შინაგან თანხმობას, სარგებლიაონობა-მაქსიმიზაციის საბაზისო მიდგომის ასახვის მიმართულებით, რასაც, თავის მხრივ, ეყრდნობა მოთხოვნის თეორია.

ენგელის აგრეგირება. თავის 4 დამატებაში ჩვენ მოვახდინეთ ბაზრის წილების ემპირიული ანალიზი და განსაკუთრებული ყურადღება მივაქციეთ ენგელის კანონს, რომლის თანახმადაც, შემოსავლის ზრდის პირობებში, პროდუქტის შესაძენად განკუთვნილი შემოსავლის წილი მცირდება. ელასტიკურობის პერსპექტივით, ენგელის კანონი არის მტკიცება, ემპირიული კანონზომიერების შესახებ, რომ საკვებ პროდუქტებზე მოთხოვნის ელასტიკურობა შემოსავლის მიხედვით, საზოგადოდ, როგორც წესი, ნაკლებია 1-ზე. ამის გამო, შემოსავლის ელასტიკურობა არასაკვებ პროდუქტებზე უნდა იყოს 1-ზე მეტი. თუ ინდივიდის შემოსავალი იზრდება, მაშინ უნდა ველოდოთ, რომ საკვებზე დანახარჯები გაიზრდება მცირე პროპორციით, მაგრამ შემოსავალი სადღაც მაინც უნდა დაიხარჯოს. აგრეგირებაში, ეს სხვა დანახარჯები უნდა გაიზარდოს პროპორციულად უფრო სწრაფად, ვიდრე შემოსავალი.

შემოსავლის მიხედვით ელასტიკურობის ამ თვისების ფორმალური დამტკიცება შეიძლება მივიღოთ ინდივიდის საბიუჯეტო შეზღუდულობის ($I = p_x x + p_y y$) დიფერენცირებით შემოსავლის მიმართ, იმ პირობით, რომ ფასები მუდმივია:

$$1 = p_x \cdot \frac{\partial x}{\partial I} + p_y \cdot \frac{\partial y}{\partial I} \tag{5.43}$$

ამ გამოსახულების ალგებრული გარდაქმნით მივიღებთ

$$1 = p_x \cdot \frac{\partial x}{\partial I} \cdot \frac{xI}{xI} + p_y \cdot \frac{\partial y}{\partial I} \cdot \frac{yI}{yI} = s_x e_{x,I} + s_y e_{y,I} \tag{5.44}$$

აქ, როგორც ადრე, s_i აღნიშნავს i პროდუქტზე დახარჯულ შემოსავლის წილს. ტოლობა 5.44 გვიჩვენებს, რომ ინდივიდის მიერ შეძენილი ყველა პროდუქტისთვის შემოსავლის მიხედვით ელასტიკურობის შეწონილი საშუალო უნდა იყოს 1-ის ტოლი. თუ ვიცით, რომ ეს ინდივიდი თავის შემოსავლის მეოთხედს ხარჯავს საკვებზე და მოთხოვნის

ელასტიკურობა შემოსავლის მიხედვით საკვებზე არის 0.5, მაშინ მოთხოვნის ელასტიკურობა შემოსავლის მიხედვით სხვა ყველაფრის მიმართ უნდა იყოს დაახლოებით 1.17 [=(1 – 0.25 · 0.5/0.75)]. იმის გამო, რომ საკვები მნიშვნელოვანი „აუცილებლობაა“, ხოლო სხვა დანარჩენი გარკვეულწილად „ფუფუნება“.

კურნოს აგრეგირება. მეთვრამეტე საუკუნეში ფრანგმა ეკონომისტმა ანტუან კურნომ ფასის ცვლილების პირველი მათემატიკური ანალიზი კალკულუსის გამოყენებით წარმოადგინა. მისი ყველაზე მნიშვნელოვანი აღმოჩენა იყო ზღვრული ამონაგების კონცეფცია, რომელიც უმნიშვნელოვანესია ფირმების მოგება-მაქსიმიზაციის ჰიპოთეზისთვის. კურნო ასევე შეეხო ერთეული ფასის ცვლილების ზეგავლენის საკითხებს ყველა პროდუქტის მოთხოვნაზე. ჩვენს მიერ აღწერილი ბოლო ურთიერთდამოკიდებულება გვიჩვენებს, რომ ნამდვილად არსებობს კავშირი ყველა რეაქციასა და ერთეული ფასის ცვლილებას შორის. ჩვენ კვლავ მოვახდენთ საბიუჯეტო შეზღუდულობის დიფერენცირებას, მაგრამ ამჯერად p_x-ის მიმართ:

$$\frac{\partial I}{\partial p_x} = 0 = p_x \cdot \frac{\partial x}{\partial p_x} + x + p_y \cdot \frac{\partial y}{\partial p_x}$$

ამ ტოლობის გამრავლებით p_x/I-ზე მივიღებთ

$$0 = p_x \cdot \frac{\partial x}{\partial p_x} \cdot \frac{p_x}{I} \cdot \frac{x}{x} + x \cdot \frac{p_x}{I} + p_y \cdot \frac{\partial y}{\partial p_x} \cdot \frac{p_x}{I} \cdot \frac{y}{y}, \tag{5.45}$$

$$0 = s_x e_{x,p_x} + s_x + s_y e_{y,p_y},$$

ამგვარად, კურნოს საბოლოო შედეგია

$$s_x e_{x,p_x} + s_y e_{y,p_y} = -s_x \tag{5.46}$$

ეს ტოლობა გვიჩვენებს, რომ x პროდუქტზე ფასის ცვლილებაზე ჯვარედინი-საფასო ეფექტის სიდიდე, გამოხატული მოხმარებული y-ის რაოდენობით, შემოსაზღვრულია საბიუჯეტო შეზღუდულობით. პირდაპირი გაგებით, კერძო-საფასო ეფექტები არ იქნება სრულად გადაფარული ჯვარედინი-საფასო ეფექტით. პროდუქტებზე მოთხოვნის დამოკიდებულებების იმ მრავალ შემთხვევას შორის, რომლებსაც მომავალ თავში ინტენსიურად შევისწავლით, ესაა პირველი.

განზოგადებები. აგრეგირების შედეგები ნაჩვენებია ორი პროდუქტისთვის, მაგრამ სინამდვილეში მარტივია მათი განზოგადება მრავალი პროდუქტის შემთხვევებზე. თქვენ მოგეთხოვებათ ეს გააკეთოთ ამოცანაში 5.11. უფრო რთული საკითხია, ის რომ შესაძ-

ლებელია თუ არა მათი გამოყენება ტიპიური ეკონომიკური მონაცემებისთვის, სადაც მრავალი ადამიანის მოთხოვნაა კომბინირებული. ხშირად ეკონომისტები აგრეგირებული მოთხოვნის დამოკიდებულებებს განიხილავენ „ტიპიური ინდივიდის“ ქცევის აღწერით და ეს ურთიერთობები უცვლელად უნდა შენარჩუნდეს ასეთი ინდივიდისთვის. რეალობაში სიტუაცია არც ასე მარტივია, რაც ნაჩვენები იქნება აგრეგირების განხილვისას ამ წიგნის ბოლოში.

მაგალითი 5.5 მოთხოვნის ელასტიკურობა: ცვლილებების ეფექტების მნიშვნელობა

ამ მაგალითში ჩვენ გამოვითვლით მოთხოვნის ელასტიკურობებს სარგებლიანობის იმ სამი ფუნქციისთვის, რომლებსაც ადრე ვიყენებდით. თუმცა, ამ ფუნქციებში ჩადებული შესაძლებლობები ძალიან მარტივია იმის საჩვენებლად, თუ როგორ იკვლევენ მოთხოვნას ემპირიულად ეკონომისტები, ისინი აჩვენებენ, თუ როგორ აისახება ელასტიკურობა ინდივიდების უპირატესობებზე. ძალიან მნიშვნელოვანია ვაჩვენოთ, რომ ვარიაციები პროდუქტებს შორის მოთხოვნის ელასტიკურობაში აღმოცენდება ჩანაცვლების ეფექტების განსხვავებული სიდიდის გამო.

შემთხვევა 1: ქობ-დაგლასი ($\sigma = 1$). $U(x, y) = x^{\alpha}y^{\beta}$ სადაც, $\alpha + \beta = 1$.

სარგებლიანობის ამ ფუნქციიდან მიღებული მოთხოვნის ფუნქციებია

$$x\left(p_x, p_y, I\right) = \frac{\alpha I}{p_x}$$

$$y\left(p_x, p_y, I\right) = \frac{\beta I}{p_y} = \frac{(1-\alpha)I}{p_y}.$$

ელასტიკურობის განმარტების გამოყენება გვიჩვენებს, რომ

$$e_{x,p_x} = \frac{\partial x}{\partial p_x} \cdot \frac{p_x}{x} = \frac{-\alpha I}{p_x^2} \cdot \frac{p_x}{\alpha I / p_x} = -1,$$

$$e_{x,p_y} = \frac{\partial x}{\partial p_x} \cdot \frac{p_y}{x} = 0 \cdot \frac{p_y}{x} = 0, \qquad \textbf{(5.47)}$$

$$e_{x,I} = \frac{\partial x}{\partial I} \cdot \frac{I}{x} = \frac{\alpha}{p_x} \cdot \frac{I}{\alpha I / p_x} = 1.$$

y პროდუქტზე ელასტიკურობა იღებს ანალოგიურ შედეგს. ამგვარად, ქობ-დაგლასის სარგებლიანობის ფუნქციასთან ასოცირებული ელასტიკურობები მუდმივია ფასებისა და შემოსავლების ყველა დიაპაზონში და იღებენ განსაკუთრებით მარტივ მნიშვნელო-

ბებს. ამას ემორჩილება ის სამი ურთიერთობა, რაც წინა ქვეთავში ვაჩვენეთ და შესაძლებელია იოლად წარმოვადგინოთ იმ ფაქტის გამოყენებით, რომ აქ $s_x = \alpha$ და $s_y = \beta$.

ჰომოგენურობა: $e_{x,p_x} + e_{x,p_y} + e_{x,I} = -1 + 0 + 1 = 0$
ენგელის აგრეგირება: $s_x e_{x,I} + s_y e_{y,I} = \alpha \cdot 1 + \beta \cdot 1 = 1$
კურნოს აგრეგირება: $s_x e_{x,p_x} + s_y e_{y,p_x} = \alpha(-1) + \beta \cdot 0 = -\alpha = -s_x$

ჩვენ ასევე შეგვიძლია გამოვიყენოთ სლუცკის ტოლობა ელასტიკურობის ფორმით (ტოლობა 5.40) საიმისოდ, რომ ამ მაგალითში მივიღოთ საკომპენსაციო საფასო ელასტიკურობა:

$$e_{x^c,p_x} = e_{x,p_x} + s_x e_{x,I} = -1 + \alpha(1) = \alpha - 1 = -\beta \qquad \textbf{(5.48)}$$

აქ, საკომპენსაციო საფასო ელასტიკურობა x-თვის დამოკიდებულია იმაზე, თუ რამდენად მნიშვნელოვანია სხვა პროდუქტები (y) სარგებლიანობის ფუნქციაში.

შემთხვევა 2: *CES* ($\sigma = 2$; $\delta = 0.5$). $U(x, y) = x^{0.5} + y^{0.5}$.

მაგალითში 4.2 ვაჩვენეთ, რომ მოთხოვნის ფუნქციები, რომლებიც შეიძლება მივიღოთ სარგებლიანობის ამ ფუნქციით, შემდეგი სახისაა

$$x\left(p_x, p_y, I\right) = \frac{I}{p_x\left(1 + p_x p_y^{-1}\right)}$$

$$y\left(p_x, p_y, I\right) = \frac{I}{p_y\left(1 + p_x^{-1} p_y\right)}.$$

როგორც თქვენ შეიძლება წარმოიდგინოთ, ამ ფუნქციიდან ელასტიკურობის პირდაპირ გამოთვლას შეიძლება გარკვეული დრო დაჭირდეს. აქ ჩვენ ყურადღება გავამახვილეთ კერძო-საფასო ელასტიკურობაზე და გამოვიყენეთ შედეგი (ამოცანიდან 5.6), რომ „წილის ელასტიკურობა“ ნებისმიერი პროდუქტისთვის მოცემულია შემდეგი სახით

$$e_{s_x,p_x} = \frac{\partial s_x}{\partial p_x} \cdot \frac{p_x}{s_x} = 1 + e_{x,p_x} \qquad \textbf{(5.49)}$$

ამ შემთხვევაში,

$$s_x = \frac{p_x x}{I} = \frac{1}{1 + p_x p_y^{-1}},$$

წილის ელასტიკურობა უფრო მარტივია გამოსათვლელად და მოცემულია

(გაგრძელება)

$$e_{s_x,p_x} = \frac{\partial s_x}{\partial p_x} \cdot \frac{p_x}{s_x} = \frac{-p_y^{-1}}{(1+p_x p_y^{-1})^2} \cdot \frac{p_x}{(1+p_x p_y^{-1})^{-1}} = \frac{-p_x p_y^{-1}}{1+p_x p_y^{-1}} \tag{5.50}$$

იმის გამო, რომ ერთეულები, რაშიც იზომება პროდუქტები სარგებლიანობის თეორიაში საკმაოდ დაუსაბუთებელია, ჩვენ მათ ალბათ განვსაზღვრავთ ისე, რომ დასაწყისში $p_x = p_y$, რა შემთხვევაშიც[8] გვექნება

$$e_{x,p_x} = e_{s_x,p_x} - 1 = \frac{-1}{1+1} = -1.5\,. \tag{5.51}$$

ამგვარად, მოთხოვნა უფრო ელასტიკურია აქ, ვიდრე ქობ-დაგლასის მაგალითში. ამის მიზეზია ის, რომ ჩანაცვლების ეფექტი უფრო დიდია *CES* სარგებლიანობის ფუნქციის ამ ვერსიაში. ეს შეიძლება ვაჩვენოთ სლუცკის ტოლობისა და იმ ფაქტის გამოყენებით, რომ $e_{x,I} = 1$ და $s_x = 0.5$:

$$e_{x^c,p_x} = e_{x,p_x} + s_x e_{x,I} = -1.5 + 0.5(1) = -1, \tag{5.52}$$

რაც ორჯერ მეტია ქობ-დაგლასის ჩანაცვლების ეფექტის სიდიდესთან შედარებით.

შემთხვევა 3: *CES* ($\sigma = 0.5$; $\delta = -1$): $U(x, y) = -x^{-1} - y^{-1}$.

მაგალითთან 4.2 დაბრუნებით, ჩვენ შეგვიძლია დავინახოთ, რომ x პროდუქტზე განკუთვნილი წილი, რომელიც იგულისხმება სარგებლიანობის ამ ფუნქციით მოცემულია შემდეგი სახით

$$s_x = \frac{1}{1+p_y^{0.5} p_x^{-0.5}}\,,$$

ამგვარად, წილის ელასტიკურობა მოცემულია შემდეგი გამოსახულებით

$$e_{s_x,p_x} = \frac{\partial s_x}{\partial p_x} \cdot \frac{p_x}{s_x} = \frac{0.5 p_y^{0.5} p_x^{-1.5}}{(1+p_y^{0.5} p_x^{-0.5})^2} \cdot \frac{p_x}{(1+p_y^{0.5} p_x^{-0.5})^{-1}} = \frac{0.5 p_y^{0.5} p_x^{-0.5}}{1+p_y^{0.5} p_x^{-0.5}}. \tag{5.53}$$

თუ კვლავ გამოვიყენებთ ფასების გათანაბრების გამარტივებას, მაშინ შეგვიძლია გამოვთვალოთ კერძო-საფასო ელასტიკურობა, როგორც

$$e_{x,p_x} = e_{s_x,p_x} - 1 = \frac{0.5}{2} - 1 = -0.75 \tag{5.54}$$

8 ყურადღება მიაქციეთ, რომ ეს ჩანაცვლება უნდა გაკეთდეს დიფერენცირების შემდგომ, ვინაიდან ელასტიკურობის განსაზღვრება მოითხოვს მხოლოდ p_x ცვლილებას, როცა p_y მუდმივი რჩება.

და საკომპენსაციო საფასო ელასტიკურობა როგორც

$$e_{x^c,p_x} = e_{x,p_x} + s_x e_{x,I} = -0.75 + 0.5(1) = -0.25 \quad \textbf{(5.55)}$$

ამგვარად, *CES* სარგებლიანობის ფუნქციის ამ ვერსიისთვის, კერძო-საფასო ელასტიკურობა უფრო დაბალია, ვიდრე პირველ და მეორე შემთხვევებში, იმის გამო, რომ ჩანაცვლების ეფექტები უფრო მცირეა. აღნიშნულიდან გამომდინარე, ამ შემთხვევებს შორის მთავარი განსხვავება მართლაც უკავშირდება ჩანაცვლების ეფექტის სიდიდეს. თუ თქვენ არ გსურთ განიხილოთ ელასტიკურობის ეს სახეობა ხელმეორედ, შეიძლება სასარგებლო იყოს საკმაოდ განზოგადებული შედეგის გამოყენება, რომ

$$e_{x^c,p_x} = -(1 - s_x)\sigma. \quad \textbf{(5.56)}$$

თქვენ შეიძლება გადაამოწმოთ გამოიყენება თუ არა ეს ფორმულა ამ სამ მაგალითში (როცა $s_x = 0.5$ და $\sigma = 1, 1, 0.5$, შესაბამისად), ხოლო ამოცანა 5.9 დაგავალებთ აჩვენოთ, რომ ეს შედეგი ზოგადად ჭეშმარიტია. იმის გამო, რომ ყველა ეს შემთხვევა ეფუძნება იმ ვარაუდს, რომ *CES* სარგებლიანობის ფუნქციას აქვს ერთეულოვანი ელასტიკურობა შემოსავლის მიხედვით, კერძო-საფასო ელასტიკურობა შეიძლება გამოვთვალოთ საკომპენსაციო საფასო ელასტიკურობით, თუ მარტივად დავამატებთ „$-s_x$“ იმ რიცხვს, რაც გამოვთვალეთ ტოლობით 5.56.

შეკითხვა: რატომ არის, რომ ამ მაგალითში $x(1 - s_x)$-ის გარდა, სხვა პროდუქტებში ბიუჯეტის წილი შედის საკომპენსაციო კერძო-საფასო ელასტიკურობებში?

მომხმარებლის ნამეტი

გამოყენებითი კეთილდღეობის ეკონომიკისთვის მნიშვნელოვანი ამოცანაა, ფასების ცვლილების შედეგად ინდივიდების დანაკარგებისა და მოგების შესაფასებლად ფულადი საზომის შემუშავება. ასეთი საზომის გამოყენების ერთ-ერთი ვარიანტია დოლარის ღირებულების ჩასმა კეთილდღეობის დანაკარგებში, როცა ბაზარი მონოპოლიზირებულია ისეთი ფასებით, რომლებიც ზღვრულ დანახარჯებზე მეტია. სხვა მოსაზრება ეხება კეთილდღეობის იმ ნაზრდის გაზომვას, რასაც ტექნიკური პროგრესის შედეგად იღებენ ინდივიდები შემცირებული ფასებით პროდუქტების შეძენისას. მსგავსი მოსაზრებებია გარემოსდაცვის ეკონომიკაში (კეთილდღეობის დანახარჯების გაზომვა არასწორად შეფასებული რესურსებისთვის), კანონი და ეკონომიკა (კეთილდღეობის დანახარჯების შეფასება, დაკავშირებული დაცვის საშუალებების სიჭარბით, რომლებიც მიღებული იქნა სასამართლო დავების შიშით), და საჯარო ეკონომიკა (გადასახადის

სიმძიმის სიჭარბის გაზომვა). ასეთი გამოთვლებისთვის ეკონომისტები იყენებენ ემპირიულ მონაცემებს საბაზრო მოთხოვნის კვლევებიდან, იმ თეორიასთან კომბინაციაში, რომელიც ამ მოთხოვნის საფუძველში ძევს. ამ ქვეთავში ჩვენ განვიხილავთ იმ ძირითად საშუალებებს, რომლებიც ამ პროცესში გამოიყენება.

მომხმარებლის კეთილდღეობა და დანახარჯების ფუნქცია

დანახარჯების ფუნქცია უზრუნველყოფს პირველ კომპონენტს ფასი/კეთილდღეობა დამოკიდებულების შესასწავლად. დავუშვათ, რომ გვსურს გავზომოთ კეთილდღეობის ცვლილება ინდივიდისთვის, როცა x პროდუქტზე ფასი p_x^0-დან p_x^1-მდე იზრდება. დასაწყისში ამ ინდივიდს ესაჭიროება დანახარჯები $E(p_x^0, p_y, U_0)$ საიმისოდ, რომ მიაღწიოს U_0. იმავე სარგებლიანობის მისაღწევად, თუ x პროდუქტზე ფასი გაიზრდება, მას დაჭირდება დანახარჯები მინიმუმ $E(p_x^1, p_y, U_0)$. ფასის ზრდის საკომპენსაციოდ ამ ინდივიდს ესაჭიროება კომპენსაცია (ფორმალურად მას ეწოდება საკომპენსაციო ვარიაცია *Compensating Variation - CV*)

$$CV = E(p_x^1, p_y, U_0) - E(p_x^0, p_y, U_0). \tag{5.57}$$

ეს სიტუაცია გარფიკულად ნაჩვენებია ნახაზზე 5.8. დასაწყისში ეს ინდივიდი მოიხმარს კომბინაციას x_0, y_0 და იღებს სარგებლიანობის U_0 დონეს. როცა x პროდუქტზე ფასი იზრდება, ინდივიდი იძულებულია გადავიდეს x_2, y_2 კომბინაციაზე და დაკარგავს სარგებლიანობას. თუ ეს ინდივიდი კომპენსირებული იქნება დამატებითი მსყიდველობითი უნარით *CV* თანხით, იგი შეძლებს დარჩეს U_0 განურჩევლობის მრუდზე და ფასის ზრდის მიუხედავად აირჩევს x_1, y_1 კომბინაციას. *CV* ზომა წარმოადგენს იმის ფულად საზომს, თუ რამდენი ესაჭიროება ადამიანს ფასის ზრდის საკომპენსაციოდ.

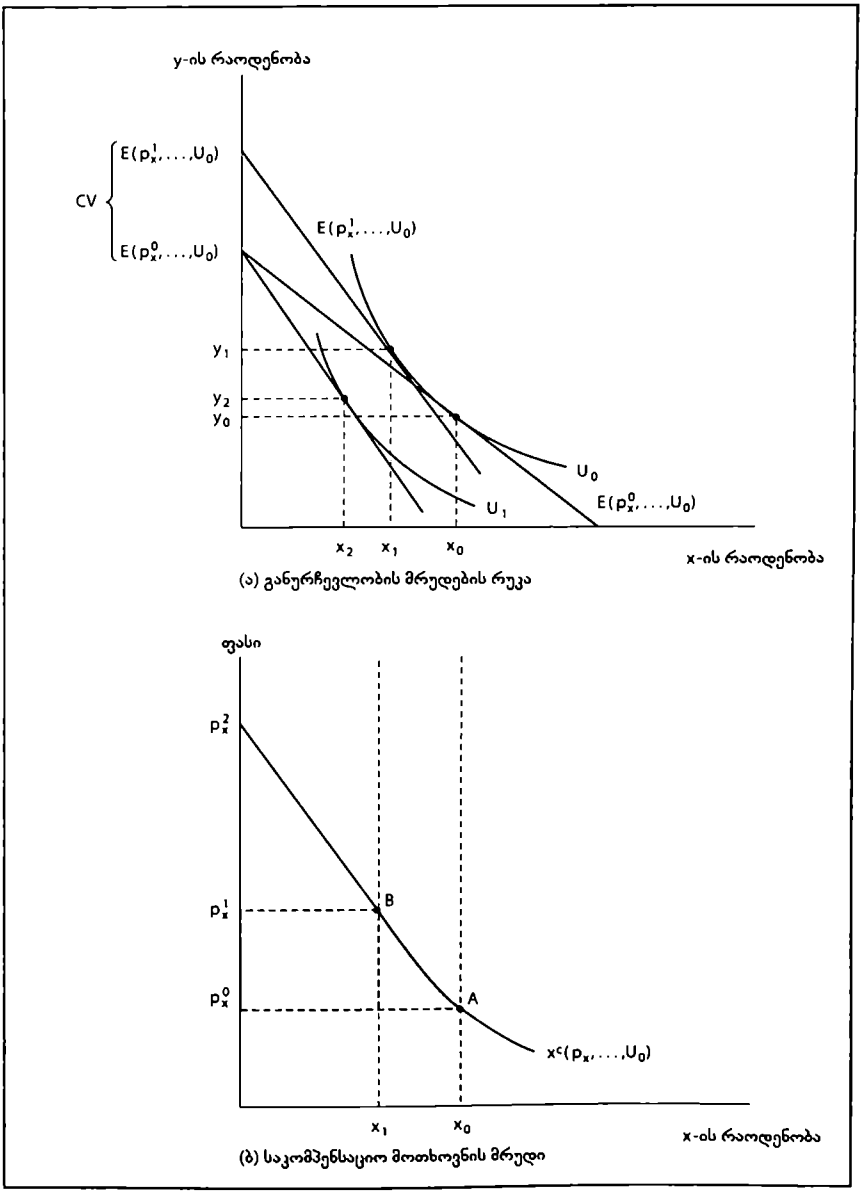
CV საჩვენებლად საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდის გამოყენება

სამწუხაროდ, ინდივიდის სარგებლიანობის ფუნქციებსა და მათთან ასოცირებულ განურჩევლობის მრუდების რუკაზე პირდაპირი დაკვირვება შეუძლებელია. მაგრამ ჩვენ შეგვიძლია წინ წავიდეთ ემპირიული გაზომვით იმის განსაზღვრით, თუ როგორ შეიძლება ვაჩვენოთ *CV* თანხა საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდზე ნახაზის 5.8 „ა“ ნაწილში. შეფარდის ლემა გვიჩვენებს, რომ საკომპენსაციო მოთხოვნის ფუნქციები პროდუქტისთვის შეიძლება პირდაპირ ვიპოვოთ დანახარჯების ფუნქციიდან დიფერენცირების გზით:

$$x^c\left(p_x, p_y, U\right) = \frac{\partial E(p_x, p_y, U)}{\partial p_x} \tag{5.58}$$

ნახაზი 5.8 საკომპენსაციო ვარიაციის ჩვენება

თუ x პროდუქტზე ფასი იზრდება p_x^0-დან p_x^1-მდე, ამ ინდივიდს ესაჭიროება დამატებითი დანახარჯები CV, რომ დარჩეს U_0 განურჩევლობის მრუდზე. ინტეგრირება გვიჩვენებს, რომ CV ასევე შეიძლება ვაჩვენოთ „ბ" ნახაზზე გამუქებული არეალის საშუალებით საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდის ქვემოთ.



ამგვარად, ტოლობით 5.57 აღწერილი კომპენსაცია შეიძლება ვიპოვოთ ფასის p_x^0-დან p_x^1-მდე მცირე ნაზრდების თანმიმდევრობის ინტეგრაციით:

$$CV = \int_{p_x^0}^{p_x^1} dE = \int_{p_x^0}^{p_x^1} x^c(p_x, p_y, U_0)dp_x \qquad \textbf{(5.59)}$$

p_y-ისა და სარგებლიანობის მუდმივობის პირობებში. ტოლობაში 5.59 მოცემულ ინტეგრალს აქვს გეომეტრიული ახსნა, რაც ნაჩვენებია ნახაზის 5.8 „ბ“ ნაწილზე: ესაა გამუქებული არეალი საკომპენსაციო მრუდის მარცხნივ და შემოსაზღვრული p_x^0-ითა და p_x^1-ით. ფასის ზრდის კეთილდღეობის ეს დანახარჯები ასევე შესაძლებელია ვაჩვენოთ საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდის ქვემოთ არსებული ცვლილებებით.

მომხმარებლის ნამეტის კონცეფცია

არსებობს ზემოაღწერილი საკითხის განსხვავებული ხედვაც. შეგვიძლია შეკითხვა დავსვათ ასე: რამდენის გადასახდელად იქნებოდა მზად ეს ინდივიდი, იმ უფლებისთვის, რომ მოეხმარა ყველა ის პროდუქტი, რომლის შეძენაც სურდა მას ბაზარზე p_x^0 ფასის პირობებში. ნახაზზე 5.8 „ბ“ საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდი გვიჩვენებს, რომ თუ x პროდუქტზე ფასი იზრდება p_x^2-მდე, მაშინ ამ ინდივიდის მოხმარება მცირდება ნულამდე და მას დაჭირდება $p_x^2Ap_x^0$ ფართობის ტოლი კომპენსაცია საიმისოდ, რომ ცვლილება განახორციელოს თავისუფლად. ამ ინდივიდისთვის იმის უფლება, რომ მოიხმაროს x_0 რაოდენობა p_x^0 ფასის პირობებში აღნიშნული თანხის ტოლია. ეს დამატებითი სარგებელია, რასაც ინდივიდი იღებს იმით, რომ შეუძლია საბაზრო ოპერაცია განახორციელოს ბაზარზე არსებული ფასით. ეს სიდიდე მოცემულია საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდის ქვემოთ და საბაზრო მრუდის ზემოთ არსებული ფართობით და ეწოდება მომხმარებლის ნამეტი. ამ მიდგომის საფუძველზე, კეთილდღეობის ამოცანა, რომელიც ეხება x პროდუქტზე ფასის ზრდას, შესაძლებელია აღიწეროს როგორც მომხმარებლის ნამეტის დანაკარგი. ნახაზის 5.8 „ბ“ მიხედვით, როცა ფასი p_x^0-დან p_x^1-მდე იზრდება, მაშინ მომხმარებლის ნამეტის სამკუთხედი $p_x^2Ap_x^0$ ფართობიდან $p_x^2Bp_x^1$-მდე მცირდება. ნახაზი 5.8 უფრო მარტივად გვიჩვენებს კეთილდღეობის იმ დანაკარგებს, რომელიც წარმოდგენილია ტოლობით 5.9.

კეთილდღეობის ცვლილება და მოთხოვნის მრუდი

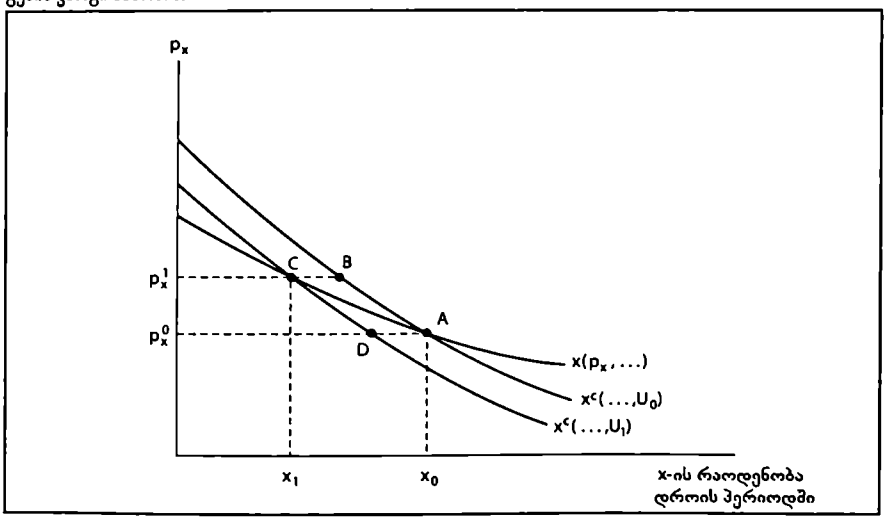
აქამდე ფასის ცვლილების შედეგად გამოწვეული კეთილდღეობის ეფექტი ფოკუსირებული იყო საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდზე. გარკვეულწილად სამწუხაროა, რომ ემპირიული კვლევების უმრავლესობაში ხორციელდება ჩვეულებრივი (მარშალის) მოთხოვნის მრუდების შეფასება. ამ ქვეთავში ვაჩვენებთ, რომ მაშალის მოთხოვნის მრუდების ქვემოთ არსებული ცვლილებების შესწავლა შეიძლება საკმაოდ კარგი გზა აღმოჩნდეს კეთილდღეობის დანაკარგების შესაფასებლად.

განვიხილოთ ნახაზზე 5.9 მოცემული მარშალის მოთხოვნის მრუდი $x(p_x, ...)$. დასაწყისში მომხმარებელი x_0 რაოდენობას ირჩევს p_x^0 ფასის პირობებში. ეს მოხმარება განაპირობებს სარგებლიანობის U_0 დონეს. ასევე, x პროდუქტზე საწყისი საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდი $[x^c(p_x, p_y, U_0)]$ გადის წერტილზე x_0, p_x^0 (რომელსაც აღვნიშნავთ A-თი). როცა ფასი p_x^1-მდე იზრდება, მარშალის მოთხოვნა x პროდუქტზე x_1-მდე მცირდება (C წერტილი მოთხოვნის მრუდზე) და სარგებლიანობაც მცირდება U_1-მდე. ესაა ახალი საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდი, რომელიც ასოცირდება შემცირებულ სარგებლიანობასთან ნახაზზე 5.9. მარშალის მოთხოვნის მრუდი და ეს ახალი საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდი C წერტილზე გადის.

ნახაზზე 5.9 მეორე საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდის არსებობა განაპირობებს დამაინტრიგებელ კონცეპტუალურ შეკითხვას. უნდა გავზომოთ თუ არა ფასის ზრდის შედეგად გამოწვეული კეთილდღეობის დანაკარგები ისე, როგორც ეს გავაკეთეთ ნახაზზე 5.8 საწყის საკომპენსაციო მრუდთან (არეალი $p_x^1BAp_x^0$) ასოცირებული საკომპენსაციო ვარიაციის (CV) გამოყენებით, თუ უნდა გამოვიყენოთ ახალი საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდი და კეთილდღეობის დანაკარგები გავზომოთ, როგორ არეალი $p_x^1CDp_x^0$?

ნახაზი 1.1 ფასის ცვლილების კეთილდღეობის ეფექტი და მარშალის მოთხოვნის მრუდი

მარშალის ჩვეულებრივი მოთხოვნის (ნომინალური შემოსავლის უცვლელობა) მრუდი x პროდუქტზე არის $x(p_x, ...)$. სხვები $x^c(..., U_0)$ და $x^c(..., U_1)$ შესაბამისად წარმოადგენენ საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდებს p_x^0 და p_x^1 ფასების პირობებში. $x(p_x, ...)$ მარცხნივ არსებული არე p_x^0 და p_x^1 ფასებს შორის შემოსაზღვრულია საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდების მარცხნივ არსებული არეებით. ამგვარად, ფასებში მცირე ცვლილებების დროს მარშალის მოთხოვნის მრუდების მარცხნივ არსებული არე კეთილდღეობის დანაკარგების კარგი საზომია.



შექმნილ სიტუაციაზე ყურადღების გასამახვილებლად, პოტენციურად რაციონალურია, გამოვიყენოთ მეორე მრუდის ქვემოთ არსებული არე ფასის გაზრდის შემდგომ (სარგებლიანობის U_1 დონე). შეგვიძლია დავსვათ შეკითხვა: რამდენის გადასახდელად იქნება მზად ეს ინდივიდი თუ ნახავს, რომ ფასი დაუბრუნდა თავის ძველ, დაბალ დონეს[9]. პასუხი შესაძლებელია გავცეთ $p_x^1 CD p_x^0$ არეზე დაყრდნობით. არჩევანი, მოთავსებული საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდსა და სარგებლიანობის დონეს შორის, საანალიზოდ შესაბამისი სამიზნეა.

მარშალის მოთხოვნის მრუდები უზრუნველყოფენ ამ ორ საზომს შორის მოსახერხებელ კომპრომისს. იმის გამო, რომ ორ ფასს შორის და მარშალის მრუდის ქვემოთ არსებული არე ($p_x^1 CA p_x^0$ არე) უფრო მცირეა, ვიდრე U_0 დაფუძნებული საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდის ქვემოთ არსებული არე, მაგრამ დიდია ვიდრე U_1-ზე დაფუძნებული მრუდის ქვემოთ არსებული, ის შეიძლება იყოს მიმზიდველი „ოქროს შუალედი". აღნიშნულიდან გამომდინარე, კეთილდღეობის დანაკარგების ამ საზომს გამოვიყენებთ ამ სახელმძღვანელოში.

მომხმარებლის ნამეტი. მომხმარებლის ნამეტი არის მარშალის მოთხოვნის მრუდის ქვემოთ და საბაზრო ფასის ზემოთ არსებული არე. ის გვიჩვენებს, თუ რამდენს გადაიხდის ინდივიდი იმ უფლებისთვის, რომ საბაზრო ფასში თავისუფლად განახორციელოს ოპერაცია. მომხმარებლის ნამეტში ცვლილებები შესაძლებელია გამოვიყენოთ ფასის ცვლილების შედეგად გამოწვეული კეთილდღეობის ეფექტის გასაზომად.

განსაკუთრებით უნდა აღვნიშნოთ, რომ ზოგიერთი ეკონომისტი იყენებს *CV*-ს და *EV*-ს ფასის ცვლილების შედეგად კეთილდღეობის ეფექტის გამოსათვლელად. ხშირად ეკონომისტები ნათლად არც კი მიუთითებენ იმაზე, თუ რომელ საზომს იყენებენ კეთილდღეობის ეფექტის გასაანგარიშებლად. წინა ქვეთავში გაკეთებულმა განხილვამ უჩვენა, რომ თუ შემოსავლის ეფექტი მცირეა, მაშინ ნებისმიერ შემთხვევაში დიდი განსხვავება არაა.

მაგალითი 5.6 ფასის გაზრდით გამოწვეული კეთილდღეობის დანაკარგი

ეს იდეა შესაძლებელია რაოდენობრივად განვიხილოთ ჩვენი ძველი მაგალითით ჰამბურგერი/უალკოჰოლო სასმელი. კეთილდღეობის მდგომარეობა განვიხილოთ უალკოჰოლო სასმელზე (პროდუქტი x) $1-დან $4-მდე ფასის გაზრდის პირობებში. მაგალითში 5.3 ვნახეთ, რომ x პროდუქტზე საკომპენსაციო მოთხოვნა მოცემული იყო შემდეგი სახით

$$x^c(p_x, p_y, V) = \frac{V p_y^{0.5}}{p_x^{0.5}}. \qquad \textbf{(5.60)}$$

9 კომპენსაციის ეს ალტერნატიული საზომი ხანდახან მოხსენებულია როგორც „ექვივალენტური ვარიაცია" (*EV*).

შედეგად ფასის ზრდის გამო კეთილდღეობის დანახარჯები შესაძლებელია გამოვსახოთ შემდეგი სახით

$$CV = \int_1^4 x^c\left(p_x, p_y, V\right)dp_x = \int_1^4 V p_y^{0.5} p_x^{-0.5} dp_x = 2V p_y^{0.5} p_x^{0.5}\Big|_{p_x=1}^{p_x=4} \qquad \textbf{(5.61)}$$

თუ გამოვიყენებთ იმ მონაცემებს, რომელიც დავუშვით ამ გასტრონომიული დღესასწაულის პირობებში ($V = 2$ და $p_y = 4$), მაშინ

$$CV = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot (4)^{0.5} - 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot (1)^{0.5} = 8 \qquad \textbf{(5.62)}$$

ეს მონაცემი ორად გაიყოფოდა (4-მდე) თუ დავუშვებდით, რომ ფასის გაზრდის შემდგომ არსებული სარგებლიანობა ($V = 1$) იქნებოდა უფრო მისაღები სარგებლიანობა კომპენსაციის გამოსათვლელად. თუ ამის ნაცვლად ჩვენ გამოვიყენებთ მარშალის მოთხოვნის მრუდს

$$x(p_x, p_y, I) = 0.5Ip_x^{-1}$$

დანაკარგი გამოითვლებოდა როგორც

$$\textbf{დანაკარგი} = \int_1^4 x\left(p_x, p_y, I\right)dp_x = \int_1^4 0.5Ip_x^{-1}dp_x = 0.5I\ln p_x\Big|_1^4. \qquad \textbf{(5.63)}$$

ამგვარად, $I = 8$ პირობებში დანაკარგი ტოლია

$$\textbf{დანაკარგი} = 4\ln(4) - 4\ln(1) = 4\ln(4) = 4(1.39) = 5.55, \qquad \textbf{(5.64)}$$

ეს ვფიქრობთ, გონივრული კომპრომისია ორ ალტერნატიულ საზომს შორის, რომლებიც ეფუძნება საკომპენსაციო მოთხოვნის ფუნქციას.

შეკითხვა: ამ ამოცანაში, მოთხოვნის არცერთ მრუდს აქვს ფასი, რომლის დროსაც მოთხოვნა ზუსტად ნულის ტოლი ხდება. როგორ ზემოქმედებს ეს ფაქტი მომხმარებლის ნამეტის გამოთვლაზე? ზემოქმედებს თუ არა ეს კეთილდღეობის გამოთვლის რომელიმე სახეობაზე, რაც აქ განვიხილეთ?

ბამოხაფული უპირაფესობები და ჩანაცვლების ეფექფი

პრინციპული ერთგვაროვანი წინასწარმეტყველება, რაც შეიძლება მივიღოთ სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის მოდელიდან ისაა, რომ საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდის

დახრილობა (ან საფასო ელასტიკურობა) უარყოფითია. ამ მოსაზრების მტკიცება ეყრდნობა *MRS*-ის კლებადობის დაშვებას და მასთან დაკავშირებულ შენიშვნას, რომ *MRS*-ის კლებადობა აუცილებელი პირობაა სარგებლიანობის მაქსიმიზაციისთვის და ასევე საკმარისიც. ზოგიერთი ეკონომისტისთვის სარგებლიანობის დაუკვირვებად ფუნქციებზე დაყრდნობის ჰიპოთეზა, მოთხოვნის თეორიისთვის ბაზისად წარმოდგენის სუსტი საფუძველია. ალტერნატიული მიდგომა, რომელიც იმავე შედეგთან მიდის, პირველად წარმოადგინა პოლ სამუელსონმა 1940-იანი წლების ბოლოს[10]. ეს მიდგომა, რასაც სამუელსონმა უწოდა გამოხატული უპირატესობების თეორია, განსაზღვრავს რაციონალობის პრინციპს, რაც ეყრდნობა ქცევაზე დაკვირვებას და შემდგომ ამ პრინციპს იყენებს სარგებლიანობის ფუნქციის გამოსათვლელად. ამ მოსაზრებით, ინდივიდი, რომელიც მიყვება სამუელსონის რაციონალობის პრინციპს, იქცევა ისე თითქოს ახდენდეს სარგებლიანობის ფუნქციის მაქსიმიზაციას და ხვდება უარყოფით ჩანაცვლების ეფექტს. იმის გამო, რომ სამუელსონის მიდგომას დამატებითი ინფორმაცია შემოაქვს მომხმარებლის არჩევანის მოდელში, ჩვენ მას აქ მოკლედ მიმოვიხილავთ.

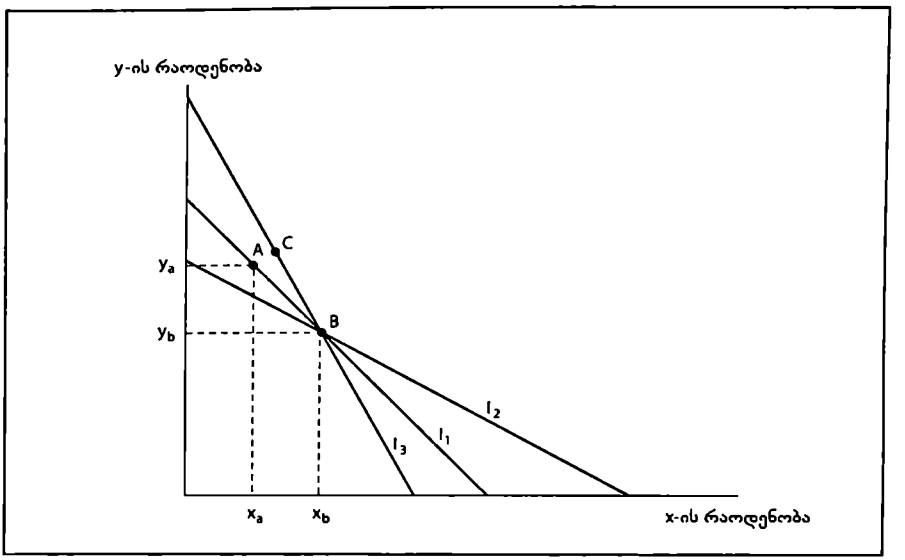
გრაფიკული მიდგომა

რაციონალობის პრინციპი გამოხატული უპირატესობების თეორიაში ასეთია: განვიხილოთ პროდუქტების ორი ნაკრები A და B. თუ რაიმე ფასებისა და შემოსავლის პირობებში ინდივიდს შეუძლია შეარჩიოს ორივე ნაკრები A და B, მაგრამ ირჩევს A-ს, ჩვენ შეგვიძლია ვთქვათ, რომ A „გამოხატულად უპირატესია“ B-ზე. რაციონალობის პრინციპი ამბობს, რომ ფასი-შემოსავლის სხვა ნებისმიერი განსხვავებული განლაგების პირობებშიც კი B ვერასოდეს იქნება გამოხატულად უპირატესი A-ზე. თუ ინდივიდმა ფასი-შემოსავლის სხვა კომბინაციისას შეარჩია B, ეს მხოლოდ მაშინ მოხდებოდა, თუ ვერ შეიძენდა A-ს. პრინციპი ნაჩვენებია ნახაზზე 5.10. დავუშვათ, თუ საბიუჯეტო შეზღუდულობა მოცემულია I_1-ით, ინდივიდმა შეარჩია A, როცა ასევე შეეძლო შეეძინა B. ამგვარად, A გამოხატულად უპირატესია B-ზე. თუ საბიუჯეტო შეზღუდულობის სხვა პირობებში ინდივიდმა შეიძინა B, მაშინ ეს შემთხვევა წარმოდგენილი უნდა იყოს I_2-ით, სადაც A ვერ იქნება შეძენილი. თუ I_3 საბიუჯეტო შეზღუდულობის პირობებში შეძენილი იქნებოდა B, მაშინ ეს იქნებოდა რაციონალობის პრინციპის დარღვევა, ვინაიდან I_3-ით შესაძლებელი იყო ორივე ნაკრების A და B შეძენა. სრულიად შესაძლებელია, რომ I_3 საბიუჯეტო შეზღუდულობით შეძენილი ყოფილიყო არა A და B, არამედ სხვა (ვთქვათ C). ყურადღება მიქციეთ, თუ როგორ იყენებს ეს პრინციპი დაკვირვებად რეაქციებს პროდუქტების რანჟირებისთვის ალტერნატიული საბიუჯეტო შეზღუდულობისას, უფრო მეტად ვიდრე სარგებლიანობის ფუნქციების არსებობას. ასევე ყურადღება გაამახვილეთ, თუ როგორ ხედავს პრინციპი განურჩევლობის მრუდების ამოზნექილობას. ახლა გადავალთ ფორმალურ დამტკიცებაზე.

10 Paul A. Samuelson, Foundations of Economic Analysis (Cambridge, MA: Harvard University Press, 1947).

ნახაზი 5.10 რაციონალურობის პრინციპის ჩვენება გამოხატული უპირატესობების თეორიაში

I_1 შემოსავლით ინდივიდს შეუძლია შეიძინოს ორივე პროდუქტი A და B. თუ A იქნა შერჩეული ის გამოხატულად უპირატესია B-ზე. ფასი-შემოსავლის სხვა კომბინაციის პირობებში B-ს შერჩევა ირაციონალური იქნებოდა.



ჩანაცვლების ეფექტის პარიტეტობა

დავუშვათ, ინდივიდისთვის განურჩეველია ორი ნაკრები C (რომელიც შედგება x_c და y_c) და D (x_D და y_D). ვთქვათ, p_y^c, p_y^c არის ფასები, რითაც შეძენილი იქნა C და შესაბამისად p_x^D, p_y^D ფასებია, რითაც იყიდეს D ნაკრები.

ვინაიდან ინდივიდისთვის განურჩეველია C და D ნაკრებები, ეს უნდა იყოს ისეთი შემთხვევა, როცა C-ს შერჩევისას, D სულ მცირე, იმდენი მაინც უნდა ღირდეს რაც C:

$$p_x^C x_c + p_y^C y_c \leq p_x^C x_D + p_y^C y_D \qquad \textbf{(5.65)}$$

მსგავსი ფორმულირებაა, თუ შერჩეული იქნება D:

$$p_x^D x_D + p_y^D y_D \leq p_x^D x_C + p_y^D y_C \qquad \textbf{(5.66)}$$

ამ ტოლობების გადაწერით მივიღებთ

$$p_x^C(x_C - x_D) + p_y^C(y_C - y_D) \leq 0 \tag{5.67}$$

$$p_x^D(x_D - x_C) + p_y^D(y_D - y_C) \leq 0 \tag{5.68}$$

მათი შეკრებით მივიღებთ:

$$(p_x^C - p_x^D)(x_C - x_D) + (p_y^C - p_y^D)(y_C - y_D) \leq 0 \tag{5.69}$$

დავუშვათ, რომ მხოლოდ x პროდუქტის ფასი იზრდება. დავუშვათ რომ $p_y^C = p_y^D$. მაშინ

$$(p_x^C - p_x^D)(x_C - x_D) \leq 0 \tag{5.70}$$

მაგრამ ტოლობა 5.70 გვეუბნება, რომ თუ სარგებლიანობა მუდმივია, მაშინ ფასი და რაოდენობა გადაადგილდება ერთმანეთის საწინააღმდეგო მიმართულებით (გაიხსენეთ C და D ექვივალენტურად მიმზიდველია). ესაა იმის ზუსტი მტკიცება, რომ ჩანაცვლების ეფექტს აქვს არადადებითი შინაარსი:

$$\frac{\partial x^c(p_x, p_y, V)}{\partial p_x} = \left.\frac{\partial x}{\partial p_x}\right|_{U = \text{მუდმივი}} \leq 0 \tag{5.71}$$

ჩვენ სასურველ შედეგამდე მივედით იმ მიდგომით, რომელიც არ მოითხოვს არც სარგებლიანობის ფუნქციას და არც MRS კლებადობის დაშვებას.

მათემატიკური განზოგადება

გამოხატული უპირატესობების იდეის განზოგადება n პროდუქტებისთვის მარტივია. თუ p_i^0 ფასის პირობებში არჩეულია x_i^0 ნაკრები, x_i^1 ნაცვლად და თუ x_i^1 ნაკრებიც ასევე ხელმისაწვდომია, მაშინ

$$\sum_{i=1}^{n} p_i^0 x_i^0 \geq \sum_{i=1}^{n} p_i^0 x_i^1 \tag{5.72}$$

ე.ი. ნაკრები „0“ „გამოხატულად უპირატესია“ ნაკრები 1-თან შედარებით. აქედან გამომდინარე, ფასი, რომელიც ბაზარზეა ნაკრების 1 შეძენისას (ვთქვათ, p_i^1), უნდა იყოს ისეთი შემთხვევა, როცა x_i^0 უფრო ძვირია:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i^1 x_i^0 > \sum_{i=1}^{n} p_i^0 x_i^1 \tag{5.73}$$

იმის მიუხედავად, რომ გამოხატული უპირატესობების საწყისი განსაზღვრება განსაკუთრებულ ყურადღებას ამახვილებს პროდუქტების ორ ნაკრებზე, საბაზისო პრინციპის ყველაზე ხშირად გამოყენებადი ვერსია მოითხოვს უპირატესობების ტრანზიტულობის ხარისხს, პროდუქტების რაც შეიძლება მრავალ ნაკრებს შორის.

განსაზღვრება

გამოხატული უპირატესობების ძლიერი აქსიომა. გამოხატული უპირატესობების ძლიერი აქსიომა ამტკიცებს, რომ თუ სამომხმარებლო ნაკრები 0 გამოხატულად უპირატესია ნაკრებზე 1, და თუ ნაკრები 1 გამოხატულად უპირატესია ნაკრებზე 2, და თუ ნაკრები 2 გამოხატულად უპირატესია ნაკრებზე 3, ..., და თუ ნაკრები $K-1$ გამოხატულად უპირატესია ნაკრებზე K, მაშინ ნაკრები K არ იქნება გამოხატულად უპირატესი ნაკრებზე 0 (სადაც K არის სამომხმარებლო ნაკრებთა ნებისმიერი რაოდენობა).

სარგებლიანობის კონცეფციის გამოყენებით განვითარებული სხვა თვისებების უმეტესობა, შესაძლებელია დავამტკიცოთ გამოხატული უპირატესობების ამ აქსიომით. მაგალითად, მარტივია ვაჩვენოთ, რომ მოთხოვნის ფუნქცია ჰომოგენურია ნული ხარისხით ყველა ფასისა და შემოსავლისთვის. აშკარაა, რომ გამოხატული უპირატესობების აქსიომა და „კარგი ქცევის" სარგებლიანობის ფუნქციების არსებობა გარკვეულწილად ექვივალენტური პირობებია. ეს 1950 წელს პირველად აჩვენა ჰ. ს. ჰაუთაკერმა. მან აღნიშნა, რომ განურჩევლობის მრუდების სიმრავლე ყოველთვისაა შესაძლებელი მივიღოთ ინდივიდისთვის, რომელიც ემორჩილება გამოხატული უპირატესობების ძლიერ აქსიომას[11]. ამგვარად, ეს აქსიომა უზრუნველყოფს სარგებლიანობის თეორიის საკმაოდ ზოგად და სამართლიან საფუძველს, ალტერნატიული საბიუჯეტო შეზღუდულობების მარტივ ურთიერთშედარებაზე დაყრდნობით. ეს მიდგომა ფართოდ გამოიყენება ფასების ინდექსებისა და სხვა გამოყენებითი მიზნებისთვის.

11 H. S. Houthakker, "Revealed Preference and the Utility Function," Economica 17 (May 1950): 159–74.

შეჯამება

ამ თავში სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის მოდელი გამოვიყენეთ საიმისოდ, რომ შეგვესწავლა ინდივიდის მიერ შერჩეული პროდუქტის რაოდენობის რეაგირება შემოსავალსა ან ამ პროდუქტზე ფასის ცვლილებისას. ამ კვლევის საბოლოო შედეგია უარყოფითი დახრილობის მქონე მოთხოვნის მრუდის განსაზღვრა. ზოგადი ეკონომიკიდან არჩევანის თეორიისთვის ამ შედეგით შევიმუშავეთ იდეების ფართო სპექტრი.

- ყველა ფასსა და შემოსავალში პროპორციული ცვლილება არ გადააადგილებს ინდივიდის საბიუჯეტო შეზღუდულობის წრფეს და არ შეცვლის ინდივიდის მიერ შერჩეული პროდუქტების რაოდენობას. ფორმალურად, მოთხოვნის ფუნქციები ჰომოგენურია ნული ხარისხით ყველა ფასისა და შემოსავლისთვის.

- როცა იცვლება მსყიდველობითი უნარი (ფასის უცვლელობის პირობებში შემოსავლის ზრდა), საბიუჯეტო შეზღუდულობის წრფე გადაადგილდება და ინდივიდი შეარჩევს ახალ სამომხმარებლო ნაკრებს. ნორმალური პროდუქტების შემთხვევაში მსყიდველობითი უნარის ამაღლება განაპირობებს უფრო მეტი პროდუქტის შერჩევას. დაბალხარისხიანი პროდუქტების შემთხვევაში მსყიდველობითი უნარის ამაღლება განაპირობებს პროდუქტის უფრო ნაკლები რაოდენობით შერჩევას. შედეგად, $\partial x_i/\partial I$ თანაფარდობა შეიძლება იყოს როგორც დადებითი, ასევე უარყოფითი, თუმცა, $\partial x_i/\partial I \geq 0$ ყველაზე გავრცელებული შემთხვევაა.

- პროდუქტზე ფასის შემცირება წარმოქმნის ჩანაცვლებისა და შემოსავლის ეფექტებს, რაც ნორმალური პროდუქტებისთვის იწვევს უფრო მეტი პროდუქტების შესყიდვას. დაბალხარისხიანი პროდუქტებისთვის ჩანაცვლებისა და შემოსავლის ეფექტები ერთმანეთის საპირისპირო მიმართულებით მოძრაობენ და ერთმნიშვნელოვანი პროგნოზის გაკეთება შეუძლებელია.

- ანალოგიურად, ნორმალური პროდუქტების შემთხვევაში ფასის ზრდა წარმოქმნის ჩანაცვლებისა და შემოსავლის ეფექტებს და იწვევს ნაკლები რაოდენობით მოთხოვნას. დაბალხარისხიანი პროდუქტებისთვის ერთმნიშვნელოვანი შედეგი განუსაზღვრელია.

- მარშალის მოთხოვნის მრუდები გვიჩვენებენ პროდუქტზე მოთხოვნის რაოდენობას ნებისმიერი შესაძლო ფასის პირობებში. ფასის ცვლილება წარმოქმნის ჩანაცვლებისა და შემოსავლის ეფექტებს, რაც განაპირობებს მოძრაობას მრუდის გასწვრივ. ნორმალური პროდუქტებისთვის $\partial x_i/\partial p_i \leq 0$ ამ მრუდის გასწვრივ. თუ შემოსავალი, სხვა პროდუქტთა ფასები ან უპირატესობები შეიცვლება, მაშინ მრუდი შეიძლება გადავიდეს ახალ მდგომარეობაში.

- საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდები ალტერნატიული ფასების პირობებში აჩვენებს მოძრაობას განურჩევლობის მოცემული მრუდების გასწვრივ. ისინი აგებულია სარგებლიანობის მუდმივობის პირობით და გამოსახავენ ფასის ცვლილებით გამოწვეულ ჩანაცვლების ეფექტებს. შედეგად, მათი დახრილობა ერთმნიშვნელოვნად უარყოფითია.

- მოთხოვნის ელასტიკურობა ხშირად გამოიყენება ემპირიულ ნაშრომებში იმის საჩვენებლად, თუ როგორ რეაგირებენ ინდივიდები ფასებისა და შემოსავლის ცვლილებაზე. ყველაზე მნიშვნელოვანია მოთხოვნის (კერძო-)საფასო ელასტიკურობა e_{x,p_x}. ის ზომავს

რაოდენობის პროპორციულ ცვლილებას, ფასის 1 პროცენტით ცვლილებაზე. მსგავსი ელასტიკურობა შეიძლება განვსაზღვროთ საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდებზე მოძრაობისთვის.

- მოთხოვნის ელასტიკურობებს შორის მრავალგვარი კავშირია. ყველაზე მნიშვნელოვანი სახეობებია: (1) კერძო-საფასო ელასტიკურობა, რომელიც განსაზღვრავს, თუ როგორ ზემოქმედებს ფასის ცვლილება პროდუქტზე გაწეულ მთლიან დანახარჯებზე; (2) ჩანაცვლებისა და შემოსავლის ეფექტები შეიძლება შეჯამდეს სლუცკის ტოლობის ელასტიკურობის ფორმით; (3) აგრეგირების განსხვავებული ურთიერთობებია ელასტიკურობებს შორის, ისინი სხვადასხვა პროდუქტებზე მოთხოვნას შორის კავშირებს ახასიათებენ.
- ფასის ცვლილების კეთილდღეობის ეფექტები შეიძლება გაიზომოს საკომპენსაციო ან ჩვეულებრივი მოთხოვნის მრუდების ქვემოთ არსებული არეების ცვლილებით. ასეთი ცვლილებები ზემოქმედებს მომხმარებლის ნამეტის სიდიდეზე, რასაც ინდივიდები იღებენ საბაზრო ოპერაციების განხორციელების შესაძლებლობიდან.
- ჩანაცვლების ეფექტის უარყოფითობა ერთ-ერთი ყველაზე მნიშვნელოვანი დასკვნაა მოთხოვნის თეორიაში. ეს შედეგი შეიძლება ვაჩვენოთ გამოხატული უპირატესობების თეორიით ისე, რომ არ მოითხოვება სარგებლიანობის ფუნქციის დაშვებების არსებობა.

ამოცანები

5.1

მწყურვალე ედი სვამს მხოლოდ სასმელ წყალს. მას შეუძლია წყალი შეიძინოს ორი სხვადასხვა ზომის ბოთლით: 0.75 ლ და 2 ლ. იმის გამო, რომ წყალი იდენტურია, ამ ორ „პროდუქტს“ ის მიიჩნევს როგორც სრულ (სრულყოფილ) შემცვლელებს.

ა. დავუშვათ, ედის სარგებლიანობა დამოკიდებულია მხოლოდ მოხმარებული წყლის რაოდენობაზე (ბოთლს არ აქვს სარგებლიანობა). სარგებლიანობის ეს ფუნქცია გამოსახეთ 0.75 ლ (x) და 2 ლ (y) ბოთლებისთვის.

ბ. გამოსახეთ ედის მოთხოვნის ფუნქცია x-ისთვის p_x, p_y და I გამოყენებით.

გ. ააგეთ x-ზე მოთხოვნის მრუდი, როცა I და p_y მუდმივი სიდიდეებია.

დ. როგორ შეიცვლება x-ზე მოთხოვნის მრუდი I-ისა და p_y-ის ცვლილების პირობებში?

ე. როგორი იქნება x-ზე საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდი ამ სიტუაციაში?

5.2

დეივიდ ნ. კვირაში $3 აქვს თავისი სურვილისამებრ დასახარჯად. იმის გამო, რომ მას არახისის კარაქი და ჟელეს ბუტერბროდები უყვარს, ის თავის საწყის თანხას ხარჯავს არახისის კარაქზე ($0.05 ერთ უნციაზე) და ბუტერბროდზე ($0.10 ერთ უნციაზე). ჰური მეზობლისგან უფასოდ აქვს. დეივიდი იშვიათი გემოვნებისაა და სენდვიჩებს იმზადებს 1 უნცია ჟელესა და 2 უნცია კარაქისგან. ის ასეთი განწყობისაა და არასოდეს შეცვლის ამ პროპორციებს.

ა. კვირაში რამდენ არახისის კარაქს და ჟელეს შეიძენს დეივიდი თავისი $3-ით?
ბ. დავუშვათ, ერთი უნცია ჟელეს ფასი გაიზარდა და გახდა $0.15. რა რაოდენობით იქნება შეძენილი თითოეული პროდუქტი ასეთ პირობებში?
გ. რამდენით უნდა გაიზარდოს დეივიდის თანხა საიმისოდ, რომ მოხდეს (ბ) შეკითხვაში აღწერილი ფასის ზრდის კომპენსაცია?
დ. გრაფიკულად წარმოადგინეთ (ა)-დან (გ)-მდე მიღებული შედეგები.
ე. რატომაა, რომ ამ ამოცანაში მხოლოდ ერთი ნაკრებია განხილული, არახისის კარაქი და ჟელეს ბუტერბროდი? ააგეთ ამ ერთ ნაკრებზე მოთხოვნის მრუდი.
ვ. ამოცანის პასუხები ახსენით ჟელეს მოთხოვნაზე აღმოცენებული შემოსავლისა და ჩანაცვლების ეფექტების შუქზე.

5.3

როგორც ახსნილია თავში 3, სარგებლიანობის ფუნქცია ჰომოთეტურია თუ საწყისიდან დაწყებული განურჩევლობის ნებისმიერ მრუდს წრფე ეხება თანაბარი დახრილობით: *MRS* დამოკიდებულია თანაფარდობაზე y/x.

ა. დაამტკიცეთ, რომ ამ შემთხვევაში $\partial x/\partial I$ მუდმივია.
ბ. დაამტკიცეთ, რომ თუ ინდივიდის გემოვნება შეიძლება წარმოვადგინოთ ჰომოთეტური განურჩევლობის მრუდებით, მაშინ ფასი და რაოდენობა უნდა მოძრაობდნენ სხვადასხვა მიმართულებით; ანუ დაამტკიცეთ, რომ გიფენის პარადოქსი არ შეიძლება აღმოცენდეს.

5.4

როგორც განხილულია მაგალითში 5.1, დავუშვათ რომ სარგებლიანობა მოცემულია შემდეგი გამოსახულებით

$$\textbf{სარგებლიანობა} = U(x, y) = x^{0.3}y^{0.7}.$$

ა. გამოიყენეთ მაგალითში 5.1 მოცემული არასაკომპენსაციო მოთხოვნის ფუნქციები და ამ შემთხვევისთვის გამოთვალეთ არაპირდაპირი სარგებლიანობისა და დანახარჯების ფუნქციები.
ბ. გამოიყენეთ (ა) შეკითხვაში გამოთვლილი დანახარჯების ფუნქცია შეფარდის

ლემასთან ერთად და გამოთვალეთ x პროდუქტზე საკომპენსაციო მოთხოვნის ფუნქცია.

გ. გამოიყენეთ (ბ) შეკითხვის პასუხი x პროდუქტზე არასაკომპენსაციო მოთხოვნის ფუნქციასთან ერთად და აჩვენეთ, რომ ამ შემთხვევაში სლუცკის ტოლობა სრულდება.

5.5

დავუშვათ, სარგებლიანობის ფუნქცია x და y პროდუქტებისთვის მოცემულია გამოსახულებით

$$\textbf{სარგებლიანობა} = U(x, y) = xy + y.$$

ა. x და y პროდუქტებისთვის გამოთვალეთ არასაკომპენსაციო (მარშალის) მოთხოვნის ფუნქციები და აღწერეთ როგორ იცვლება x და y პროდუქტებზე მოთხოვნის მრუდები, როცა იცვლება I ან სხვა პროდუქტების ფასები.

ბ. x და y პროდუქტებისთვის გამოთვალეთ დანახარჯების მრუდები.

გ. გამოიყენეთ (ბ) შეკითხვაში მიღებული დანახარჯების ფუნქციები და გამოთვალეთ x და y პროდუქტებზე საკომპენსაციო მოთხოვნის ფუნქციები. აღწერეთ როგორ შეიცვლება x და y პროდუქტებზე საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდები შემოსავლის ან სხვა პროდუქტების ფასების ცვლილებისას.

5.6

სამი წლის განმავლობაში ინდივიდი ავლენს სამომხმარებლო ქცევას, რომელიც აღწერილია ცხრილით

	p_x	p_y	x	y
წელი 1	3	3	7	4
წელი 2	4	2	6	6
წელი 3	5	1	7	3

შეესაბამება თუ არა ეს ქცევა გამოხატული უპირატესობების ძლიერ აქსიომას?

5.7

დავუშვათ, რომ ინდივიდისთვის ლორი და ყველი სრული შემავსებლებია, ის ყოველთვის იყენებს ერთ ნაჭერ ლორს ერთ ნაჭერ ყველთან ერთად სენდვიჩის დასამზადებლად. ასევე დავუშვათ, რომ ეს ინდივიდი მხოლოდ ამ პროდუქტებს იძენს და პური უფასოა.

ა. თუ ყველისა და ლორის ფასები თანაბარია, აჩვენეთ, რომ ლორზე მოთხოვნის კერძო-საფასო ელასტიკურობაა „-0.5“ და მოთხოვნის ჯვარედინი-საფასო ელასტიკურობა ლორზე ყველის ფასის მიმართ ასევე „-0.5“ ტოლია.

ბ. ახსენით რატომ ასახავს (ა) შეკითხვის პასუხი მხოლოდ შემოსავლის ეფექტს და არა ჩანაცვლების ეფექტს. რას უდრის საკომპენსაციო საფასო ელასტიკურობა ამ ამოცანაში?

გ. გამოიყენეთ (ბ) შეკითხვის პასუხი და აჩვენეთ როგორ შეიცვლება (ა) შეკითხვის პასუხი, თუ ლორის ნაჭრის ფასი ორჯერ უფრო ძვირი აღმოჩნდება, ვიდრე ყველის ნაჭრის ფასი?

დ. ახსენით, როგორ შეიძლება ინტუიციურად ამოხსნათ ეს ამოცანა, თუ დავუშვებთ, რომ ინდივიდი მოიხმარს მხოლოდ ერთ პროდუქტს, ლორისა-და-ყველის სენდვიჩს.

5.8

აჩვენეთ, რომ x პროდუქტზე დახარჯული შემოსავლის წილია $s_x = \frac{d \ln E}{d \ln p_x}$, სადაც E არის მთლიანი დანახარჯები.

ანალიტიკური ამოცანები

5.9 წილის ელასტიკურობები

თავის 4 დამატებაში ვაჩვენეთ, რომ მოთხოვნის თეორიის ემპირიული გამოკვლევების უმრავლესობა ფოკუსირებულია შემოსავლის წილებზე. ნებისმიერი x პროდუქტისთვის, შემოსავლის წილი განისაზღვრება, როგორც $s_x = p_x x/I$. ამ ამოცანაში ვაჩვენეთ, რომ მოთხოვნის ელასტიკურობის უმეტესობაც შესაძლებელია დავწეროთ შესაბამისი წილის ელასტიკურობებით.

ა. აჩვენეთ, რომ პროდუქტზე განკუთვნილი საბიუჯეტო წილის ელასტიკურობა შემოსავალის მიხედვით ($e_{s_x,I} = \partial s_x / \partial I \cdot I/s_x$) ტოლია $e_{s_x,I} - 1$. ეს დასკვნა განიხილეთ რაოდენობრივ მაგალითზე დაყრდნობით.

ბ. აჩვენეთ, რომ პროდუქტის საბიუჯეტო წილის ელასტიკურობა მისი ფასის მიხედვით ($e_{s_x,p_x,p_x} = \partial s_x / \partial p_x \cdot p_x/s_x$) ტოლია $e_{x,p_x} + 1$. და კვლავ, ეს დასკვნა განიხილეთ რაოდენობრივ მაგალითზე დაყრდნობით.

გ. (ბ) შეკითხვაში მიღებული შედეგის გამოყენებით, უჩვენეთ, რომ x პროდუქტზე „დანახარჯების ელასტიკურობა“ ფასის მიხედვით [$e_{x \cdot p_x,p_x} = \partial(p_x \cdot x)/\partial p_x \cdot 1/x$] ასევე ტოლია $e_{x,p_x} + 1$.

დ. აჩვენეთ, რომ პროდუქტის საბიუჯეტო წილის ელასტიკურობა სხვა პროდუქტებზე ფასის ცვლილების მიმართ ($e_{s_x,p_y} = \partial s_x / \partial p_y \cdot p_y/s_x$) ტოლია e_{x,p_y}.

ე. თავის 4 დანართში ვაჩვენეთ, რომ *CES* სარგებლიანობის ფუნქციებში x პრო-

დუქტზე გათვალისწინებული საბიუჯეტო წილი მოცემულია შემდეგი გამოსახულებით $s_x = 1/(1 + p_y{}^k p_x{}^{-k})$, სადაც $k = \delta/(\delta - 1) = 1 - \sigma$. ბიუჯეტის წილის ეს ტოლობა გამოიყენეთ ტოლობის 5.56: $e_{x,p_x} = -(1 - s_x)\sigma$ დასამტკიცებლად. დახმარება: ეს ამოცანა შეიძლება გამარტივდეს, თუ დავუშვებთ, რომ $p_x = p_y$, რა შემთხვევაშიც $s_x = 0.5$.

5.10 უფრო მეტი ელასტიკურობის შესახებ

ამოცანის 5.9 (ე) შეკითხვას აქვს რამდენიმე სასარგებლო გამოყენება, ვინაიდან ის გვიჩვენებს თუ როგორაა დამოკიდებული ფასის საპასუხო ქმედება სარგებლიანობის ფუნქციის ძირითად პარამეტრებზე. კერძოდ, გამოიყენეთ ის შედეგი სლუცკის ტოლობასთან ერთად ელასტიკურობის პირობებში, რომ აჩვენოთ:

ა. ქობ-დაგლასის შემთხვევაში ($\sigma = 1$), შესაბამის ურთიერთკავშირს ადგილი აქვს x და y კერძო-საფასო ელასტიკურობებს შორის: $e_{x,p_x} + e_{y,p_y} = -2$.

ბ. თუ $\sigma > 1$ მაშინ $e_{x,p_x} + e_{y,p_y} < -2$ და თუ $\sigma < 1$, მაშინ $e_{x,p_x} + e_{y,p_y} > -2$. ინტუიციურად ახსენით ეს შედეგი.

გ. როგორ განაზოგადებთ ამ შედეგს ორზე მეტი პროდუქტის შემთხვევაში? განიხილეთ, როდის ექნება ასეთ განზოგადებას დიდი მნიშვნელობა?

5.11 ელასტიკურობის აგრეგირება მრავალი პროდუქტისთვის

ამ თავში განხილული აგრეგირების სამი დამოკიდებულება შეიძლება განვაზოგადოთ რამდენიმე პროდუქტისთვის. ეს ამოცანა გავალებთ გააკეთოთ ეს. დავუშვათ, რომ არის n რაოდენობის პროდუქტი და i პროდუქტისთვის განკუთვნილი შემოსავალი აღნიშნულია s_i. შესაბამისი ელასტიკურობები იქნება:

$$e_{i,I} = \frac{\partial x_i}{\partial I} \cdot \frac{I}{x_i},$$

$$e_{i,j} = \frac{\partial x_i}{\partial p_j} \cdot \frac{I}{x_i}$$

გამოიყენეთ ეს გამოსახულებები და აჩვენეთ:

ა. ჰომოგენურობა: $\sum_{j=1}^{n} e_{i,j} + e_{i,I} = 0$

ბ. ენგელის აგრეგირება: $\sum_{j=1}^{n} s_i e_{i,I} = 1$

გ. კურნოს აგრეგირება: $\sum_{j=1}^{n} s_i e_{i,j} = -s_j$

5.12 კვაზი წრფივი სარგებლიანობა

განიხილეთ კვაზი-წრფივი სარგებლიანობის მარტივი ფუნქცია შემდეგი ფორმით $U(x,y) = x + \ln y$.

ა. თითოეული პროდუქტისთვის გამოთვალეთ შემოსავლის ეფექტი. ასევე თითოეული პროდუქტისთვის გამოთვალეთ მოთხოვნის ელასტიკურობა შემოსავლის მიხედვით.

ბ. თითოეული პროდუქტისთვის გამოთვალეთ ჩანაცვლების ეფექტი. ასევე თითოეული პროდუქტისთვის გამოთვალეთ მოთხოვნის საკომპენსაციო კერძო-საფასო ელასტიკურობა.

გ. აჩვენეთ, რომ ამ ფუნქციისთვის სლუცკის ტოლობა გამოიყენება.

დ. აჩვენეთ, რომ ამ ფუნქციისთვის ასევე გამოიყენება სლუცკის ტოლობის ელასტიკურობის ფორმა. აღწერეთ თქვენს მიერ შემჩნეული ყველა თავისებურება.

5.13 თითქმის იდეალური მოთხოვნის სისტემა

თითქმის იდეალური მოთხოვნის სისტემის (AIDS) ზოგადი ფორმა მოცემულია შემდეგი სახით

$$\ln E(\bar{p},U) = a_0 + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \ln p_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \gamma_{ij} \ln p_i \ln p_j + U\beta_0 \prod_{i=1}^{k} p_k^{\beta_k},$$

სადაც $\bar{p}$ არის ფასების ვექტორი, E დანახარჯების ფუნქცია და U სარგებლიანობის აუცილებელი დონე. ანალიზის გასამარტივებლად დავუშვათ, რომ გამოიყენება შემდეგი შეზღუდვები:

$$\gamma_{ij} = \gamma_{ji}, \sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1 \text{ და } \sum_{j=1}^{n} \gamma_{ij} = \sum_{k=1}^{n} \beta_k = 0.$$

ა. დაწერეთ AIDS-ის ფუნქციონალური ფორმა ორი პროდუქტის შემთხვევისთვის.

ბ. აჩვენეთ, რომ $E(\bar{p}, U)$ ჰომოგენურია ხარისხით 1 ყველა ფასისთვის. ის გარემოება, რომ ეს ფუნქცია ახლოსაა ფაქტიურ მონაცემებთან, მას „იდეალურ“ ფუნქციად წარმოაჩენს.

გ. იმ ფაქტის გამოყენებით, რომ $s_x = \frac{d\ln E}{d\ln p_x}$ (იხ. ამოცანა 5.8), ორი პროდუქტიდან თითოეულისთვის გამოთვალეთ შემოსავლის წილი.

5.14 საფასო განურჩევლობის მრუდები

საფასო განურჩევლობის მრუდები არის იზო-სარგებლიანობის (თანაბარი-სარგებლიანობის) მრუდები ორი პროდუქტის ფასებით, აღნიშნული x და y ღერძებზე. ამგვარად, მათ აქვთ შემდეგი ზოგადი ფორმა: $(p_1, p_2)|v(p_1, p_2, I) = v_0$.

ა. დაწერეთ საფასო განურჩევლობის მრუდების ფორმულა ქობ-დაგლასის შემთხვევისთვის თუ $\alpha = \beta = 0.5$. სქემატურად ააგეთ ერთ-ერთი მათგანი.

ბ. რას უჩვენებს ამ მრუდის დახრილობა?

გ. რა მიმართულებით იზრდება სარგებლიანობა თქვენს გრაფიკზე?

დამატებითი საკითხავი

Cook, P. J. "*A 'One Line' Proof of the Slutsky Equation.*" American Economic Review 62 (March 1972): 139.

სლუცკის ტოლობის გამოსაყვანად ორმაგობის გონივრული გამოყენება. იყენებს იმავე მეთოდს, რაც მოცემულია თავში 5, მაგრამ საკმაოდ რთულად.

Fisher, F. M., and K. Shell. *The Economic Theory of Price Indices.* New York: Academic Press, 1972.

ფასების სხვადასხვა ინდექსების ეკონომიკური შესაძლებლობების სრულყოფილი, ტექნიკური ანალიზი; დეტალურად ხსნის „იდეალურ" ინდექსებს სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის მოდელზე დაყრდნობით.

Silberberg, E., and W. Suen. *The Structure of Economics: A Mathematical Analysis*, 3rd ed. Boston: Irwin/McGraw-Hill, 2001.

მოაქვს სლუცკის ტოლობის ზოგადი გაწარმოება და ელასტიკურობის კონცეფციის ფარითი განხილვა.

Sydsaetter, K., A. Strom, and P. Berck. *Economist's Mathematical Manual.* Berlin: Springer-Verlag, 2003.

მოცემულია ელასტიკურობის კონცეფციის მოკლე შეჯამება. განსაკუთრებით სრულყოფილია ჩანაცვლების ელასტიკურობის ცნების განხილვა.

Mas-Colell, Andreu, Michael D. Whinston, and Jerry R. Green. *Microeconomic Theory.* New York: Oxford University Press, 1995.

თავი 3 მოიცავს ამ თავში მოცემული მასალის უმეტესობას, უფრო მაღალ დონეზე. განსაკუთრებით რეკომენდებულია ნაწილი I, ფასის ცვლილების შედეგად კეთილდღეობის ეფექტების გაანგარიშების შესახებ.

Samuelson, Paul A. *Foundations of Economic Analysis.* Cambridge, MA: Harvard University Press, 1947, Chap. 5.

წარმოადგენს შემოსავლისა და ჩანაცვლების ეფექტების სრულყოფილ ანალიზს. ასევე ავითარებს გამოხატული უპირატესობების ცნებას.

Varian, H. *Microeconomic Analysis*, 3rd ed. New York: W. W. Norton, 1992.

უპირატესობის ცნების ფორმალური განვითარება. დანახარჯების ფუნქციის ფართო გამოყენება და მათი დამოკიდებულება სლუცკის ტოლობასთან. ასევე მოიცავს როის იდენტობის კარგ დამტკიცებას.

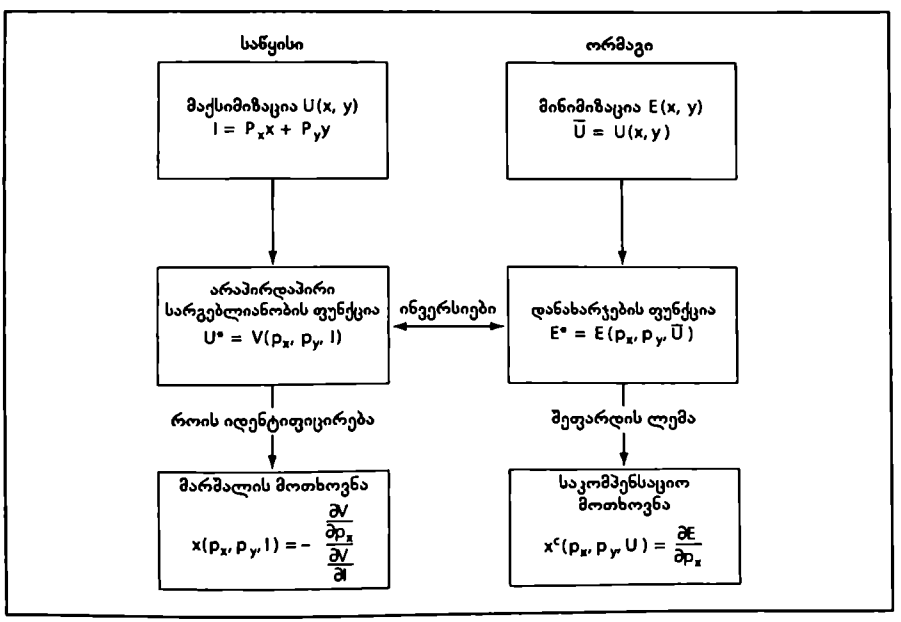
დანართები

მოთხოვნის კონცეფცია და საფასო ინდექსების ევოლუცია

თავებში 4 და 5 ჩვენ წარმოვადგინეთ დაკავშირებული მოთხოვნის რამდენიმე კონცეფცია, რომლებიც წარმოებული იყო სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის საბაზო მოდელიდან. ამ სხვადასხვა კონცეფციებს შორის დამოკიდებულება შეჯამებულია სქემაზე 5.1. სქემაზე წარმოდგენილი დამოკიდებულებები ჩვენ ფორმალურად უკვე განვიხილეთ. აქამდე არ გვიმსჯელია მათემატიკურ დამოკიდებულებაზე არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქციებსა და მარშალის მოთხოვნის ფუნქციებს (როის იდენტიფიცირება) შორის, რასაც ქვემოთ გავაკეთებთ. სქემაზე არსებული ყველა ჩანაწერი ადასტურებს, რომ მრავალი გზა არსებობს ინდივიდების კეთილდღეობასა და პროდუქტებზე ფასებს შორის დამოკიდებულების შესასწავლად. თავის ამ დამატებაში განვიხილავთ ამ მიდგომებიდან რამდენიმეს, კერძოდ, თუ როგორ ზემოქმედებენ კონცეფციები სამომხმარებლო ფასების ინდექსის (*CPI*) სიზუსტეზე, რომელიც ინფლაციის ძირთადი მახასიათებელია აშშ-ში. ჩვენ ასევე განვიხილავთ ფასების ინდექსების სხვა კონცეფციებს.

CPI წარმოადგენს ცხოვრების ღირებულების „საბაზრო კალათის“ ინდექსს. მკვლევარები დროის რაიმე პერიოდში ზომავენ ინდივიდების მიერ მოხმარებული პროდუქტების სიმრავლეს (ორი პროდუქტის შემთხვევაში მოხმარების ეს სა-

ნახაზი E5.1 დამოკიდებულება მოთხოვნის კონცეფციებს შორის

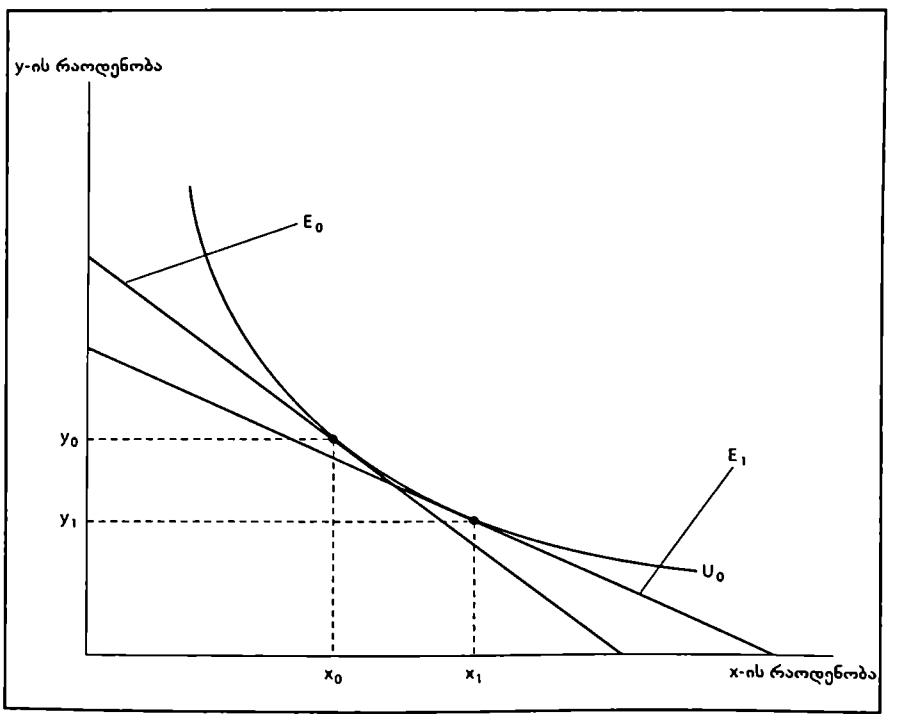


ბაზო-პერიოდი შეიძლება აღვნიშნოთ x_0 და y_0) და შემდეგ ამ საბაზრო კალათის ფასში ცვლილების გამოსათვლელად მიმდინარე ფასების შესახებ მონაცემებს იყენებენ. ამ პროცედურით საწყისი კალათის ღირებულება იქნება $I_0 = p_x^0 + p_y^0 y_0$ და პერიოდის 1 დანახარჯებია $I_1 = p_x^1 + p_y^1 y_1$ ცხოვრების ღირებულების ცვლილება ამ ორ პერიოდში გაანგარიშებული იქნება თანაფარდობით I_1/I_0. იმის მიუხედავად, რომ ინფლაციის გაზომვის ეს პროცედურა ინტუიციურად სიმართლეს შეეფერება და ფართოდ გამოიყენება ინფლაციისა და საბაზრო კალათის ფასების ინდექსისთვის, ასეთ ინდექსებს აქვს მრავალი ნაკლი.

E5.1 დანახარჯების ფუნქცია და ჩანაცვლების ტენდენციურობა

საბაზრო-კალათის ფასების ინდექსები განიცდიან „ჩანაცვლების ტენდენციურობას". იმის გამო, რომ ინდექსები ინდივიდებს არ აძლევს საშუალებას შეცვალონ საბაზრო კალათა შეფარდებით ფასებში ცვლილებების საპასუხოდ, ისინი როგორც წე-

ნახაზი E5.2 ჩანაცვლების ტენდენციურობა CPI-ში



სი, ფასების ზრდით გამოწვეულ კეთილდღეობის დანაკარგებს ზრდიან. ეს გადაჭარბება ნაჩვენებია ნახაზზე 5.2. x_0, y_0 კალათის შეძენით სარგებლიანობის U_0 დონის მისაღწევად საჭიროა E_0 დანახარჯები. თუ p_x/p_y მცირდება, საწყისი სარგებლიანობის დონე ამ პირობებში შესაძლებელია მიღწეული იქნეს E_1 დანახარჯებით და სამომხმარებლო ნაკრების ახალი x_1, y_1-ით შეცვლით. კალათის x_0, y_0 შეძენის გაგრძელებით გამოწვეული დანახარჯების გამოთვლა აჩვენებს, თუ რა სიდიდის დამატებითი მსყიდველობითი უნარი ესაჭიროება ამ ინდივიდს, რომ აღიდგინოს თავისი კეთილდღეობის დონე. ეკონომისტები აქტიურად იკვლევენ ჩანაცვლების ამ ტენდენციურობას (გადახრას). მაგალითად, ეიზკორბმა და ჯექმენმა (1993) აღმოაჩინეს, რომ საბაზრო კალათის ინდექსის ამ სირთულემ შესაძლებელია *CPI*-ის საშუალებით გამოსახულ ინფლაციის მაჩვენებელს წელიწადში 0.2%-ით გადააჭარბოს.

E5.2 ჩოის იდენტიფიცირება და ახალი პროდუქტების ტენდენციაჩობა

ახალი პროდუქტების გამოჩენისას გარკვეული პერიოდია საჭირო, რომ მათი ინტეგრირება მოხდეს *CPI*-ში, მაგალითად, ჰაუსმენმა (1999, 2003) აჩვენა, რომ უსადენო ტელეფონებს 15 წელი დაჭირდა, რომ ინდექსში შესულიყო. დროის ამ გახანგრძლივების მიზეზია ის, რომ საბაზრო კალათის ინდექსი არ ასახავს იმ კეთილდღეობას, რასაც ადამიანები ახალი პროდუქტების გამოყენებიდან იღებენ. ამ ღირებულების გამოსათვლელად ჰაუსმანმა მოიფიქრა გაეზომა „ვირტუალური“ ფასი (p^*), რომლის პირობებშიც უსადენო ტელეფონებზე მოთხოვნა იქნებოდა ნულის ტოლი და შემდეგ ამტკიცებდა, რომ პროდუქტის საბაზრო ფასით წარდგენით შესაძლებელი იყო მომხმარებლის ნამეტის ცვლილების გაზომვა. შედეგად, ავტორის წინაშე დადგა პრობლემა უსადენო ტელეფონებზე მარშალის მოთხოვნიდან (რაც ეკონომეტრიკულად იზომება) გადასულიყო დანახარჯების ფუნქციაზე. საამისოდ მან გამოიყენა როის იდენტიფიცირება (იხ. Roy, 1942). გახსოვდეთ, რომ მომხმარებლის სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის პრობლემა შეიძლება ვაჩვენოთ ლაგრანჟის გამოსახულებით $\mathcal{L} = U(x,y) + \lambda(I - p_x x - p_y y)$. თუ ამ გამოსახულებისთვის გამოვიყენებთ კონვერტის თეორემას, მივიღებთ

$$\frac{\partial U^*}{\partial p_x} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p_x} = -\lambda x(p_x, p_y, I), \qquad \text{(i)}$$

$$\frac{\partial U^*}{\partial I} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial I} = \lambda$$

აქედან გამომდინარე, მარშალის მოთხოვნის ფუნქციები მოცემულია შემდეგნაირად

$$x(p_x, p_y, I) = \frac{-\partial U^*/\partial p_x}{\partial U^*/\partial I}. \qquad \text{(ii)}$$

მარშალის მოთხოვნის ფუნქციის გასაზომად თავისი შეფასების გამოყენებით ჰაუსმანმა მოახდინა ტოლობის ii ინტეგრირება, რომ მიეღო ნაგულისხმევი არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქცია და გამოთვალა მისი ინვერსია, დანახარჯების ფუნქცია (პროცესის ლოგიკის დასანახად განიხილე სქემა 5.1). იმის მიუხედავად რომ ეს შემოვლითი სქემაა, მან დიდი შედეგი გამოიღო მომხმარებლის კეთილდღეობის გამოთვლისას უსადენო ტელეფონების მაგალითზე, კერძოდ, $100 მლრდ-ზე მეტი 1999 წლის ღირებულებით. ასეთი პროდუქტების *CPI*-ში ჩასმის გადადებამ მომხმარებლის კეთილდღეობის შეფასებისას შეიძლება დაბნეულობა გამოიწვიოს.

E5.3 CPI-ის გაიშვიათი ისევ სხვა დაკვები

მკვლევარებმა სხვა საკამათო საკითხებიც აღმოაჩინეს *CPI*-ის თანამედროვე შინაარსში. მათი

უმრავლესობა ეხება ინდექსის გამოთვლისას არასწორი ფასების გამოყენების შედეგებს. მაგალითად, როცა პროდუქტის ხარისხი უმჯობესდება, ადამიანები უფრო უკეთესად გრძნობენ თავს, თუმცა ეს შეიძლება არ აისახოს ფასებში. 1970-80-იან წლებში ფერადი ტელევიზორების ხარისხი მნიშვნელოვნად გაუმჯობესდა, მაგრამ ეს დიდად არ ასახულა მათ ფასზე. საბაზრო კალათა, რომელიც მოიცავდა „ერთი ფერის ტელევიზორს“ გამოტოვებდა გაუმჯობესებული კეთილდღეობის წყაროს. ანალოგიურად, 1990-იან წლებში დიდი სავაჭრო ობიექტების ქსელის გახსნამ, როგორიც იყო Costco და Home Depot მკვეთრად შეამცირა სამომხმარებლო ფასები. მაგრამ ამ სავაჭრო ქსელების *CPI*-ში შესვლას რამდენიმე წელი დაჭირდა. ამის გამო, ინდექსი ვერ ასახავდა იმ ფასებს, რასაც ინდივიდები რეალურად იხდიდნენ. აქ განხილული არასწორი ფასების შედეგად გამოწვეული შეცდომების შეფასების სიდიდე, ასევე, შეიძლება გამოთვლილი იქნეს მოთხოვნის მრავალი კონცეფციის გამოყენებით, რომლებიც მოცემულია სქემაზე 5.1. ამ კვლევის შესაჯამებლად იხ. მოლთონი (1996).

E5.4 ზუსტი ფასების ინდექსები

პრინციპში, შესაძლებელია, რომ გარკვეული ნაკლოვანებები, რაც ახასიათებს *CPI*-ს, შეიძლება გაუმჯობესდეს მოთხოვნის თეორიისადმი უფრო ფრთხილი დამოკიდებულებით. მაგალითად, თუ რეპრეზენტატული მომხმარებლისთვის დანახარჯების ფუნქცია იქნებოდა ცნობილი, მაშინ შესაძლებელი გახდებოდა მსყიდველობით უნარში ცვლილებისთვის „ზუსტი“ ინდექსის შექმნა, რომელიც პროდუქტის ჩანაცვლებას გაითვალისწინებდა. ამის საჩვენებლად, დავუშვათ, რომ მხოლოდ ორი პროდუქტია და გვინდა გავიგოთ, თუ როგორ იცვლება მსყიდველობითი უნარი პერიოდებს 1 და 2 შორის. თუ დანახარჯების ფუნქცია მოცემულია $E(p_x, p_y, U)$ სახით, მაშინ თანაფარდობა

$$I_{1,2} = \frac{E(p_x^2, p_y^2, \overline{U})}{E(p_x^1, p_y^1, \overline{U})} \qquad \text{(iii)}$$

გვიჩვენებს ორ პერიოდს შორის როგორ შეიცვალა ღირებულება სამიზნე სარგებლიანობის $\overline{U}$ მისაღწევად. მაგლითად, თუ $I_{1,2} = 1.04$, მაშინ ვიტყვით, რომ სამიზნე სარგებლიანობის მისაღწევად საჭირო დანახარჯები 4%-ით გაიზარდა. რა თქმა უნდა, ეს მხოლოდ კონცეპტუალური პასუხია. რეპრეზენტატული მომხმარებლის სარგებლიანობის ფუნქციის ცოდნის გარეშე, ჩვენ არ გვეცოდინებოდა დანახარჯების ფუნქციის კონკრეტული ფორმა. მაგრამ რამდენიმე შემთხვევაში ტოლობას iii შეუძლია გვიკარნახოს, როგორ მოვიქცეთ ინდექსის შედგენის დროს. მაგალითისთვის დავუშვათ, რომ ტიპიური ინდივიდის უპირატესობები შესაძლებელია გამოვსახოთ ქობ-დაგლასის სარგებლიანობის ფუნქციით $U(x,y) = x^{\alpha}y^{1-\alpha}$. ამ შემთხვევაში იოლია ვაჩვენოთ, რომ დანახარჯების ფუნქცია არის მაგალითში 4.4 მოცემული ერთ-ერთი განზოგადება: $E(p_x, p_y, U) = p_x^{\alpha}p_y^{1-\alpha}U/\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha} = kp_x^{\alpha}p_y^{1-\alpha}U$. ამ ფუნქციის ტოლობაში iii ჩასმით მივიღებთ

$$I_{1,2} = \frac{k(p_x^2)^{\alpha}(p_y^2)^{1-\alpha}\overline{U}}{k(p_x^1)^{\alpha}(p_y^1)^{1-\alpha}\overline{U}} = \frac{(p_x^2)^{\alpha}(p_y^2)^{1-\alpha}}{(p_x^1)^{\alpha}(p_y^1)^{1-\alpha}} \qquad \text{(iv)}$$

ამგვარად, ამ შემთხვევაში ზუსტი ფასების ინდექსი არის დაკვირვებადი ფასების შედარებით მარტივი ფუნქცია. ამ მაგალითის სასარგებლო თავისებურებაა ის, რომ სარგებლიანობის მიზანი ცვლის ცხოვრების ღირებულების ინდექსის კონსტრუქციას (ვინაიდან ის ყოველთვის იქნება სარგებლიანობაში ჰომოგენური დანახარჯების ფუნქცია). ყურადღება გაამახვილეთ, რომ დანახარჯების წილები (α და $1-\alpha$) ინდექსში მნიშვნელოვან როლს თამაშობენ – პროდუქტის დიდი წილის შემთხვევაში, ამ პროდუქტის ფასში ცვლილებები უფრო მნიშვნელოვანი იქნება საბოლოო ინდექსში.

E5.5 ზუსტი ფასების ინდექსის განვითარება

ქობ-დაგლასის სარგებლიანობის ფუნქცია, რა თქმა უნდა ძალიან მარტივია. ინდექსების ბოლოდროინდელი გამოკვლევები ორიენტირებულია სარგებლიანობის ფუნქციის უფრო ზოგად ფორმებზე და ცდილობენ შეიმუშავონ უფრო ზუსტი ფასების ინდექსები. მაგალითად, ფინსტრამ და რაინსდორფმა (2000) აჩვენეს, რომ თავის 4 დანართში ახსნილი თითქმის იდეალური მოთხოვნის სისტემები *AIDS* გულისხმობს ზუსტი ფასების ინდექსს (I), რომელიც იღებს შემდეგ ფორმას:

$$\ln(I) = \sum_{i=1}^{n} w_i \Delta \ln p_i \qquad \text{(v)}$$

(აქ w_i არის თითოეული პროდუქტის ფასის ლოგარითმში ცვლილებაზე მიბმული წონები). ხშირად ტოლობაში v არსებული წონები აღებულია, როგორც პროდუქტის ბიუჯეტის წილები. საინტერესოა, რომ ესაა ტოლობით iv მოცემული ქობ-დაგლასის სარგებლიანობის ფუნქციით ნაგულისხმევი ზუსტი ფასების ინდექსი, შედეგად

$$\begin{aligned} \ln(I_{1,2}) &= \alpha \quad p_x^2 + (\quad -\alpha) \quad p_y^2 \\ &-\alpha \ln p_x^1 - (1-\alpha) \ln p_y^1 \\ &= \alpha \Delta \ln p_x + \quad -\alpha \ \Delta \quad p_y. \end{aligned} \qquad \text{(vi)}$$

საბიუჯეტო წილების ცვლილებების ასახვის მიზნით წონები დროდადრო უნდა შეიცვალოს. ანალოგიურად, რამდენიმე პერიოდის შედეგების გამოყენებით ცვლილებები იქნება „ჯაჭვისებური“, შედგება რა, ერთეული-პერიოდის ფასების ცვლილების ინდექსებისგან.

ჩინეთში საკვებზე მოთხოვნის ცვლილება. ჩინეთს აქვს მსოფლიოში ერთ-ერთი ყველაზე სწრაფად ზრდადი ეკონომიკა: მისი მშპ მოსახლეობის ერთ სულზე ყოველწლიურად 8%-ით იზრდება. ჩინელი მომხმარებლები თავისი შემოსავლის დიდ ნაწილს საკვებზე ხარჯავენ - ბოლო მონაცემებით მთლიანი დანახარჯების 38%-ს. ჩინეთის შემოსავლების სწრაფი ზრდის ერთ-ერთი შედეგია ის, რომ სწრაფად იზრდება საკვები პროდუქტების სტრუქტურა. მცირდება ბრინჯისა და ხორბლის შესყიდვები, ხოლო ფრინველის ხორცის, თევზისა და სხვა გადამუშავებული პროდუქტების შეძენის ტემპები სწრაფად იზრდება. გულდისა და ვილარეალის (2006) სტატიაში ეს მაგალითი გამოკვლეულია *AIDS* მოდელის გამოყენებით. მათ აღმოაჩინეს პროდუქტების გარკვეულ კატეგორიებზე შეფარდებითი ფასების ცვლილების საპასუხო ჩანაცვლების რამდენიმე ეფექტი. ასეთი ცვლილებები ადასტურებს, რომ ფიქსირებული საბაზრო კალათის ფასების ინდექსის (როგორიცაა აშშ-ს სამომხმარებლო ფასების ინდექსი - *CPI*) გამოყენება უადგილო იქნება ჩინეთში ცხოვრების ღირებულების შესაფასებლად და განხილული უნდა იქნეს სხვა ალტერნატიული მიდგომები.

ლიტერატურა

Aizcorbe, Ana M., and Patrick C. Jackman. "The Commodity Substitution Effect in CPI Data, 1982–91." *Monthly Labor Review* (December 1993): 25–33.

Feenstra, Robert C., and Marshall B. Reinsdorf. "An Exact Price Index for the Almost Ideal Demand System." *Economics Letters* (February 2000): 159-62.

Gould, Brain W., and Hector J. Villarreal. "An Assessment of the Current Structure of Food Demand in Urban China." *Agricultural Economics* (January 2006): 1–16.

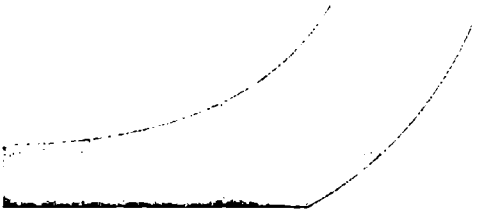
Hausman, Jerry. "Cellular Telephone, New Products, and the CPI." *Journal of Business and Economic Statistics* (April 1999): 188–94.

Hausman, Jerry. "Sources of Bias and Solutions to Bias in the Consumer Price Index." *Journal of Economic Perspectives* (Winter 2003): 23–44.

Moulton, Brent R. "Bias in the Consumer Price Index: What Is the Evidence?" *Journal of Economic Perspectives* (Fall 1996): 159–77.

Roy, R. *De l'utilité, contribution à la théorie des choix*. Paris: Hermann, 1942.

6



პროდუქტებს შორის მოთხოვნის დამოკიდებულება

თავში 5 ჩვენ განვიხილეთ, თუ როგორ მოქმედებს კონკრეტულ პროდუქტზე (ვთქვათ, x) ფასის ცვლილება მისი შესყიდვის რაოდენობაზე. ამ განხილვის დროს სხვა პროდუქტზე ფასები მუდმივი იყო. ნათელია, რომ ამ პროდუქტებიდან ერთ-ერთზე ფასის ცვლილება, ასევე, გავლენას მოახდენს შერჩეული x-ის რაოდენობაზე. მაგლითად, თუ x იქნება ინდივიდის მიერ ავტომობილით გავლილი მილების რაოდენობა, მაშინ იგი შემცირდება, თუ მოიმატებს გაზზე ფასი ან, თუ გაიზრდება საჰაერო და ავტობუსებით მგზავრობის ღირებულება. ამ თავში სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის მოდელს გამოვიყენებთ ასეთ დამოკიდებულებათა შესასწავლად.

ორი პროდუქტის შემთხვევა

პროდუქტებს შორის მოთხოვნის ურთიერთობების შესწავლას დავიწყებთ ორი პროდუქტის შემთხვევის განხილვით. სამწუხაროდ, იგი ნაკლებად საინტერესოა, ვინაიდან ამ შემთხვევაში აღმოცენებული დამოკიდებულებების რაოდენობა საკმაოდ ლიმიტირებულია. ორი პროდუქტის შემთხვევა საინტერესოა იმით, რომ ის შეიძლება გამოვსახოთ ორგანზომილებიან სიბრტყეზე. ნახაზით 6.1 ვიწყებთ ორი მაგალითის განხილვას, რომელიც გვიჩვენებს, როგორ მოქმედებს x-ის რაოდენობაზე y-ზე ფასის ცვლილება. ორივე ნახაზზე p_y შემცირდა, რამაც საბიუჯეტო შეზღუდულობის წრფე გადაიტანა I_0-დან I_1-მდგომარეობაში. ორივე შემთხვევაში შერჩეული y-ის რაოდენობა, ასევე, y_0-დან y_1-მდე გაიზარდა (როგორც p_y შემცირების შედეგი), რაც მოსალოდნელია, თუ y ნორმალური პროდუქტია. x პროდუქტისთვის ორივე ნახაზზე ნაჩვენები შედეგები განსხვავებულია. ნახაზზე (ა) განურჩევლობის მრუდები თითქმის L-ფორმისაა და გულისხმობს ჩანაცვლების საკმაოდ მცირე ეფექტს. p_y-ის შემცირება არ გულისხმობს U_0-ის გასწვრივ ძალიან დიდ გადაადგილებას, როცა y იცვლება x-ით, ანუ x შედარებით მცირე სიდიდით იცვლება. შემოსავლის ეს ეფექტი ასახავს იმას, რომ მსყიდველობითი უნარის მნიშვნელოვნად ამაღლება არაა შესაძლებელი და ეს ეხება x-ის მთლიანი რაოდენობის გაზრდასაც. შედეგად, $\partial x/\partial p_y$ უარყოფითია (x და p_y სხვადასხვა მიმართულებით მოძრაობს).

ნახაზზე 6.1 (ბ) ეს სიტუაცია საპირისპიროა: $\partial x/\partial p_y$ დადებითია. შედარებით გაშლილი განურჩევლობის მრუდები ნახაზზე 6.1 (ბ) ჩანაცვლების დიდი ეფექტის შედეგია p_y-ის შემცირების გამო. x-ის რაოდენობა დიდად მცირდება, როცა U_0-ის გასწვრივ y

იცვლება x-ით. როგორც ნახაზზე 6.1 (ა) p_y-ის შემცირების გამო გაზრდილი მსყიდველობითი უნარი, განაპირობებს მეტი x-ის შეძენას, მაგრამ ამ სიტუაციაში ჩანაცვლების ეფექტი დომინირებს და x-ის რაოდენობა x_1-მდე მცირდება. ამ შემთხვევაში x და p_y ერთიდაიმავე მიმართულებით მოძრაობს.

მათემატიკური განხილვა

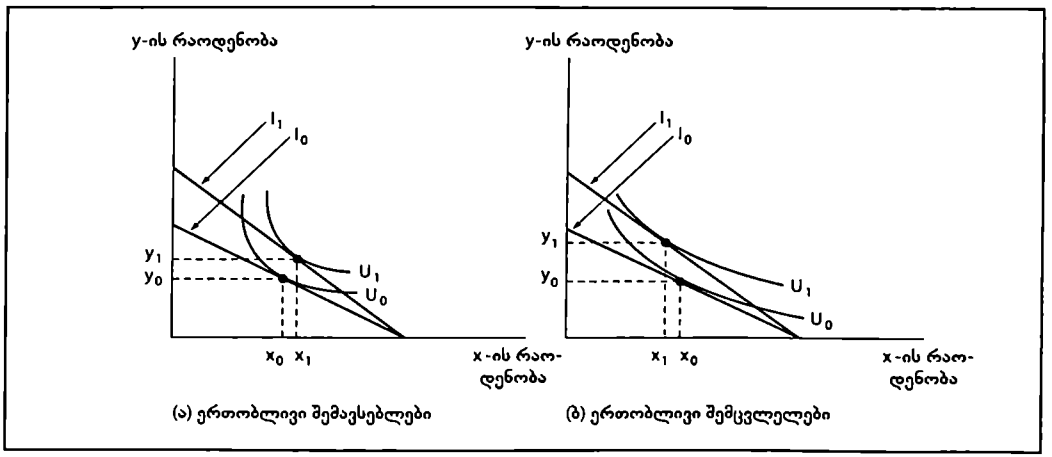
ცვლილებების ეფექტში p_y-ის არაერთმნიშვნელოვნება შესაძლებელია ვაჩვენოთ სლუცკის მსგავსი ტოლობით. თავში 5 არჩეული პროცედურების მსგავსად, ის საკმაოდ მარტივია საჩვენებლად

$$\frac{\partial x(p_x, p_y, I)}{\partial p_y} = \textbf{ჩანაცვლების ეფექტი + შემოსავლის ეფექტი}$$

$$= \frac{\partial x}{\partial p_y}\bigg|_{U=\text{მუდმივი}} - y \cdot \frac{\partial x}{\partial I}, \qquad \textbf{(6.1)}$$

ნახაზი 6.1 ჯვარედინი საფასო ეფექტების განსხვავებული მიმართულებები

ორივე ნახაზზე y-ის ფასი მცირდება. ნახაზზე „ა" ჩანაცვლების ეფექტი მცირეა და შეძენილი x რაოდენობა y-თან ერთად იზრდება, რადგან $\partial x/\partial p_y < 0$, x და y ერთობლივი შემავსებლებია. ნახაზზე „ბ" ჩანაცვლების ეფექტი დიდია და x რაოდენობა მცირდება, რადგან $\partial x/\partial p_y > 0$, x და y ერთობლივი შემცვლელებია.



ან ელასტიკურობის პირობებით,

$$e_{x,p_y} = e_{x,c} - s_y e_{x,I}. \qquad \textbf{(6.2)}$$

ყურადღება მიაქციეთ, რომ შემოსავლის ეფექტის სიდიდე დამოკიდებულია ამ ინდივიდის არჩევანში y პროდუქტის წილზე. მსყიდველობით უნარზე p_y-ის ცვლილების ზეგავლენა დამოკიდებულია იმაზე, თუ რამდენად მნიშვნელოვანია y პროდუქტი ამ ინდივიდისთვის.

ორი პროდუქტის შემთხვევაში, ტოლობების 6.1 და 6.2 მარჯვენა მხარეზე აღწერილ პირობებს განსხვავებული ნიშანი აქვთ. იმის დაშვებით, რომ განურჩევლობის მრუდები ამოზნექილია, ჩანაცვლების ეფექტი $\partial x/\partial p_y|_{U\text{-მუდმივი}}$ დადებითია. თუ ჩვენ შეზღუდვის გამო, უნდა ვიმოძრაოთ ერთი განურჩევლობის მრუდის გასწვრივ, მაშინ p_y-ის ზრდა, იწვევს x-ის გაზრდას, და p_y-ის შემცირება, იწვევს x-ის შემცირებას. მაგრამ, თუ დავუშვებთ, რომ x ნორმალური პროდუქტია, შემოსავლის ეფექტი ($-y\partial x/\partial I$ ან $-s_y e_{xI}$) უარყოფითია. ამგვარად, კომბინირებული ეფექტი არაერთმნიშვნელოვანია; $\partial x/\partial p_y$ შეიძლება იყოს დადებითი ან უარყოფითი. ორი პროდუქტის შემთხვევაშიც კი მოთხოვნის დამოკიდებულებები x-სა და p_y-ს შორის საკმაოდ რთულია.

ქვეთავი 6.3 ჯვარედინ-საფასო ეფექტების სრული ანალიზი

მაგალითში 5.4 ჩვენ განვიხილეთ სლუცკის დაშლა x-ის ფასის ცვლილების ეფექტებისთვის. ამჯერად შევხედოთ y-ის ფასის ცვლილების გავლენის ჯვარედინ-საფასო ეფექტს შერჩეული x-ის რაოდენობაზე. გავიხსენოთ, რომ x-ზე საკომპენსაციო და არასაკომპენსაციო მოთხოვნის ფუნქციები მოცემულია

$$x(p_x, p_y, I) = \frac{0.5I}{p_x} \tag{6.3}$$

და

$$x^c(p_x, p_y, V) = Vp_y^{0.5}p_x^{-0.5}. \tag{6.4}$$

როგორც ადრე აღვნიშნეთ, მარშალის მოთხოვნის ფუნქცია ამ შემთხვევაში გვაძლევს $\partial x/\partial p_y = 0$. ეს იმას ნიშნავს, რომ y-ის ფასის ცვლილება არ ახდენს გავლენას x-ის შერჩეულ რაოდენობაზე. ამ შემთხვევაში შემოსავლის და ჩანაცვლების ეფექტები ერთმანეთს ზუსტად აწონასწორებს, რასაც ახლა ვაჩვენებთ. ჩანაცვლების ეფექტი ამ შემთხვევაში მოცემულია

$$\left.\frac{\partial x}{\partial p_y}\right|_{U=\text{მუდმივი}} = \frac{\partial x^c}{\partial p_y} = 0.5Vp_y^{-0.5}p_x^{-.05} \tag{6.5}$$

V ჩანაცვლდება არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქციიდან ($V = 0.5Vp_y^{-0.5}p_x^{-0.5}$) და მივიღებთ ჩანაცვლების ეფექტის საბოლოო გამოსახულებას

$$\left.\frac{\partial x}{\partial p_y}\right|_{U=\text{მუდმივი}} = 0.25 I p_y^{-1} p_x^{-1} \qquad \textbf{(6.6)}$$

y-თვის მარშალის მოთხოვნის ფუნქციაზე ($y = 0.5p_y^{-1}$) დაბრუნებით შემოსავლის ეფექტის გამოსათვლელად მივიღებთ

$$-y\frac{\partial x}{\partial I} = -\left[0.5 I p_y^{-1}\right]\cdot\left[0.5 p_x^{-1}\right] = -0.25 I p_y^{-1} p_x^{-1} \qquad \textbf{(6.7)}$$

ტოლობების 6.6 და 6.7 კომბინირებით y-ზე ფასის ცვლილებით გამოწვეულ მთლიან ეფექტს მივიღებთ, როგორც

$$\frac{\partial x}{\partial p_y} = 0.25 I p_y^{-1} p_x^{-1} - 0.25 I p_y^{-1} p_x^{-1} = 0 \qquad \textbf{(6.8)}$$

ეს ააშკარავებს იმას, რომ y-ზე ფასის ცვლილებით x-ის შერჩეულ რაოდენობაზე ქობდაგლასის შემთხვევაში ეფექტის არარსებობის მიზეზია ის, რომ ჩანაცვლებისა და შემოსავლის ეფექტები ასეთი ცვლილებისას ერთმანეთს ზუსტად აწონასწორებენ; თავისთავად არცერთი ეფექტი, არ არის ნულის ტოლი.

დავუბრუნდეთ ჩვენს რაოდენობრივ მაგალითს ($p_x = 1$, $p_y = 4$, $I = 8$, $V = 2$), დავუშვათ, p_y მცირდება 2-მდე. ეს ფაქტი გავლენას არ ახდენს x პროდუქტზე მარშალის მოთხოვნაზე. ტოლობაში 6.4 ნაჩვენები საკომპენსაციო მოთხოვნის ფუნქცია გვიჩვენებს, რომ ფასის ცვლილება გავლენას მოახდენს x პროდუქტის მოთხოვნის რაოდენობაზე და იგი 4-დან 2.83 ($2\sqrt{2}$)-მდე შემცირდება, როცა სარგებლიანობის უცვლელობის პირობებში y-ით ჩანაცვლდება x. ამგვარად, ფასის შემცირებით გამოწვეული მსყიდველობითი უნარის ამაღლება ზუსტად ანეიტრალებს ამ ეფექტს.

შეკითხვა: რატომ იქნება არასწორი ვამტკიცოთ, რომ თუ $\partial x/\partial p_y = 0$, მაშინ x-ს და y-ს არ აქვს ჩანაცვლების შესაძლებლობები, ანუ ისინი მოიხმარება ფიქსირებული პროპორციით? არსებობს თუ არა რაიმე მაგალითი, რომელშიც ასეთი დასკვნა კეთდება?

შემცვლელები და შემავსებლები

მრავალი პროდუქტის შემთხვევაში უფრო მეტი საინტერესო დამოკიდებულებები შეინიშნება. შედარებით მარტივია სლუცკის ტოლობის განზოგადება ნებისმიერი ორი x_i, x_j პროდუქტისთვის როგორც

$$\frac{\partial x_i(p_1,\ldots,p_n,I)}{\partial p_j} = \left.\frac{\partial x_i}{\partial p_j}\right|_{U=\text{მუდმივი}} - x_j\frac{\partial x_i}{\partial I} \qquad \textbf{(6.9)}$$

და კვლავ ეს შეიძლება ადვილად გადავიყვანოთ ელასტიკურობის ურთიერთობებში:

$$e_{i,j} = e^c_{i,j} - s_j e_{i,I}. \qquad \textbf{(6.10)}$$

ეს ნიშნავს, რომ ნებისმიერი პროდუქტის ფასის (მოცემულ შემთხვევაში j პროდუქტი) ცვლილება გამოიწვევს შემოსავლისა და ჩანაცვლების ეფექტებს, რომლებსაც შეუძლია შეცვალოს მოთხოვნილი ყველა პროდუქტის რაოდენობა. ტოლობები 6.9 და 6.10 შესაძლებელია გამოვიყენოთ შემცვლელებისა და შემავსებლების იდეის ასახსნელად. ინტუიციურად, ეს იდეა საკმაოდ მარტივია. ორი პროდუქტი შემცვლელია, თუ პირობების შეცვლის შედეგად ერთ მათგანს შეუძლია შეცვალოს მეორე. რამდენიმე მაგალითია: ჩაი და ყავა, ჰამბურგერი და ჰოთ დოგი, კარაქი და მარგარინი. მეორე მხრივ, შემავსებლებია პროდუქტები, რომლებიც „გამოიყენება ერთად", როგორიცაა ყავა და ნაღები, თევზი და ჩიფსები, ან ბრენდი და სიგარა. გარკვეულწილად, „შემცვლელები" ერთმანეთს ცვლიან სარგებლიანობის ფუნქციაში, მაშინ როცა „შემავსებლები" ავსებენ ერთმანეთს.

არსებობს ორი განსხვავებული გზა ამ ინტუიციური იდეების დასაზუსტებლად. ერთერთი ყურადღებას ამახვილებს ფასის ცვლილების „ერთობლივ" ეფექტებზე, მოიცავს რა ორივეს, შემოსავლისა და ჩანაცვლების ეფექტებს. მეორე, მხოლოდ ჩანაცვლების ეფექტს განიხილავს. ვინაიდან ორივე დეფინიცია გამოიყენება, ჩვენ ორივეს დეტალურად განვიხილავთ.

ჯითობლივი შემცვლელები და შემავსებლები

ორი პროდუქტი შემცვლელები, თუ შემავსებლებია შეიძლება დავადგინოთ ფასების დაკვირვებადი რეაქციებით შემდეგი სახით.

განსაზღვრება **ერთობლივი შემცვლელები და შემავსებლები.** ორი პროდუქტი x_i და x_j ერთობლივი შემცვლელებია, თუ

$$\frac{\partial x_i}{\partial p_j} > 0 \qquad \textbf{(6.11)}$$

და ერთობლივი შემავსებლებია, თუ

$$\frac{\partial x_i}{\partial p_j} < 0. \qquad \textbf{(6.12)}$$

ამგვარად, ორი პროდუქტი ერთობლივი შემცვლელია, თუ ერთ პროდუქტზე ფასის გაზრდა განაპირობებს მეორე პროდუქტის მეტი რაოდენობით შეძენას. ორი პროდუქტი ერთობლივი შემავსებელია, თუ ერთ პროდუქტზე ფასის გაზრდა, განაპირობებს მეორე პროდუქტის შესყიდვის შემცირებას. მაგალითად, თუ ყავაზე ფასი გაიზრდება, მაშინ მოსალოდნელია ჩაიზე მოთხოვნის გაზრდა (ისინი შემცვლელები არიან), ამავე პირობებში ნაღებზე მოთხოვნა შეიძლება შემცირდეს (ყავა და ნაღები შემავსებლები არიან). ტოლობა 6.9 ნათელყოფს, რომ ეს „ერთობლივი" განსაზღვრებაა, ვინაიდან მოიცავს, ორივე ეფექტს - შემოსავლის და ჩანაცვლების ეფექტებს, რომელიც ფასის გაზრდის შედეგად ჩნდება. იმის გამო, რომ ეს ეფექტები რეალურ დაკვირვებებში ყოველთვის შეინიშნება, გონივრულია ვისაუბროთ მხოლოდ „ერთობლივ" შემავსებლებსა და „ერთობლივ" შემცვლელებზე.

ურთობლივი განმარტებების ასიმეტრია

არსებობს რამდენიმე ფაქტი, რომელიც არასასურველია ერთობლივი განსაზღვრებისთვის. შემავსებლებისა და შემცვლელებისთვის ყველაზე მნიშვნელოვანია, ის, რომ ეს განმარტებები არაა სიმეტრიული. განსაზღვრების მიხედვით შესაძლებელია, რომ x_1 იყოს შემცვლელი x_2-თვის და იმავდროულად, x_2 იყოს შემავსებელი x_1-თვის. შემოსავლის ეფექტმა შეიძლება გამოიწვიოს პარადოქსული შედეგი. განვიხილოთ კონკრეტული მაგალითი.

მაგალითი 6.2 კვაზიწრფივი სარგებლიანობის ფუნქციები

დავუშვათ, სარგებლიანობის ფუნქციას ორი პროდუქტისთვის (x და y) აქვს კვაზიწრფივი ფორმა

$$U(x, y) = \ln x + y \qquad \textbf{(6.13)}$$

ლაგრანჟის გამოსახულების გამოყენება

$$\mathcal{L} = \ln x + y + \lambda(I - p_x x - p_y y) \qquad \textbf{(6.14)}$$

(გაგრძელება)

გვაძლევს პირველი რიგის შემდეგ პირობებს

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = \frac{1}{x} - \lambda p_x = 0,$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 1 - \lambda p_y = 0, \tag{6.15}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = I - p_x x - p_y y = 0.$$

λ პირობის მარჯვნივ გადატანითა და პირველი ტოლობის მეორეზე გაყოფით მივიღებთ

$$\frac{1}{x} = \frac{p_x}{p_y}, \tag{6.16}$$

$$p_x x = p_y. \tag{6.17}$$

საბიუჯეტო შეზღუდულობის შეცვლა საშუალებას გვაძლევს მარშალის მოთხოვნის ფუნქცია ამოვხსნათ y-თვის

$$I = p_x x + p_y y = p_y + p_y y. \tag{6.18}$$

შედეგად,

$$y = \frac{I - p_x}{p_y}. \tag{6.19}$$

ეს ტოლობა გვიჩვენებს, რომ p_y-ის გაზრდამ უნდა შეამციროს დანახარჯები y პროდუქტზე (რაც არის $p_y y$). იმის გამო, რომ p_x და I უცვლელია, x-ზე დანახარჯები უნდა გაიზარდოს. ამგვარად

$$\frac{\partial x}{\partial p_y} > 0 \tag{6.20}$$

x-ს და y-ს ვუწოდებთ ერთობლივ შემცვლელებს. მეორე მხრივ, ტოლობა 6.19 გვიჩვენებს, რომ y დამოკიდებული არ არის p_x-ზე. შესაბამისად,

$$\frac{\partial y}{\partial p_x} = 0 \tag{6.21}$$

თუ ამ კუთხით შევხედავთ, შეიძლება ითქვას, x და y ერთმანეთზე დამოკიდებულნი არ არიან. ისინი არც ერთობლივი შემცვლელები და არც ერთობლივი შემავსებლებია. x-სა და y-ს შორის ერთობლივი ურთიერთობების ფასის ცვლილებაზე დაყრდნობის შესწავლით განუსაზღვრელობისკენ მივდივართ.

შეკითხვა: მაგალითში 3.4 ვაჩვენეთ, რომ სარგებლიანობის ფუნქცია, მოცემული ტოლობით 6.13, არ არის ჰომოთეტური: MRS არ არის დამოკიდებული მხოლოდ x-ისა და y-ის თანაფარდობაზე. შეიძლება თუ არა, ასიმეტრია აღმოცენდეს ჰომოთეტურ შემთხვევაში?

წმინდა შემცვლელები და შემავსებლები

ერთობლივი შემცვლელებისა და შემავსებლების განსაზღვრებაში შესაძლო ასიმეტრიულობის გამო, ხშირად გამოიყენება ალტერნატიული განსაზღვრება, რომელიც ყურადღებას ამახვილებს მხოლოდ ჩანაცვლების ეფექტზე.

წმინდა შემცვლელები და შემავსებლები. ორი პროდუქტი x_i და x_j წმინდა შემცვლელებია, თუ **განსაზღვრება**

$$\left.\frac{\partial x_i}{\partial p_j}\right|_{U=\text{მუდმივი}} > 0 \qquad \textbf{(6.22)}$$

და წმინდა შემავსებლებია, თუ

$$\left.\frac{\partial x_i}{\partial p_j}\right|_{U=\text{მუდმივი}} < 0 \qquad \textbf{(6.23)}$$

ეს განსაზღვრებები[1] ითვალისწინებენ მხოლოდ ჩანაცვლების პირობებს, რომ განისაზღვროს ეს ორი პროდუქტი შემცვლელებია თუ შემავსებლები. ეს განსაზღვრება ინტუიციურად მიმზიდველია (ვინაიდან აანალიზებს მხოლოდ განურჩევლობის მრუდის ფორმას) და თეორიულად სასურველი (რადგან ერთმნიშვნელოვანია). თუ აღმოჩნდა, რომ x_i და x_j შემცვლელებია, ისინი შემცვლელებად რჩება იმის მიუხედავად, თუ რომელი მიმართულებით გამოიყენება განსაზღვრება. შინაარსობრივად ეს განსაზღვრება სრულიად სიმეტრიულია:

1 მათ ხანდახან უწოდებენ „ჰიქსის" შემცვლელებს და შემავსებლებს, ბრიტანელი ეკონომისტის ჯონ ჰიქსის საპატივსაცემოდ, რომელმაც პირველმა შემოიღო ეს განსაზღვრებები.

$$\left.\frac{\partial x_i}{\partial p_j}\right|_{U=\text{მუდმივი}} = \left.\frac{\partial x_j}{\partial p_i}\right|_{U=\text{მუდმივი}} \qquad \textbf{(6.24)}$$

p_i ცვლილების შედეგად x_j პროდუქტის ჩანაცვლების ეფექტი იდენტურია, p_j ცვლილების შედეგად შერჩეული x_i პროდუქტის რაოდენობის ცვლილების. სიმეტრიულობა მნიშვნელოვანია როგორც ემპირიული, ისე თეორიული ნაშრომებისთვის[2].

შემცვლელებისა და შემავსებლების ორ განსაზღვრებას შორის განსხვავება ადვილად შეიძლება შევამჩნიოთ ნახაზზე 6.1 „ა“. აქ x და y ერთობლივი შემავსებლებია, მაგრამ ისინი წმინდა შემცვლელებიცაა. წარმოებული $\partial x/\partial p_y$ უარყოფითი ხდება (x და y ერთობლივი შემავსებლებია) იმის გამო, რომ (დადებითი) ჩანაცვლების ეფექტს აჭარბებს (უარყოფითი) შემოსავლის ეფექტი (y ფასის შემცირება იწვევს რეალური შემოსავლის გაზრდას უფრო მეტად და შესაბამისად x-ის რაოდენობაც იზრდება). როგორც ნახაზზეა ნაჩვენები, თუ ასარჩევად მხლოდ ორი პროდუქტია, მაშინ ისინი წმინდა შემცვლელები უნდა იყვნენ, თუმცა ისინი ასევე, შეიძლება იყვნენ როგორც ერთობლივი შემცვლელები, ისე ერთობლივი შემავსებლები. იმის გამო, რომ ჩვენ დავუშვით *MRS*-ის კლებადობა, კერძო-საფასო ჩანაცვლების ეფექტი უნდა იყოს უარყოფითი და შესაბამისად, ჯვარედინი-საფასო ჩანაცვლების ეფექტი – დადებითი.

ჩანაცვლებადობა მრავალ პროდუქტს შორის

თუ სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის მოდელი გაფართოებულია მრავალი პროდუქტისთვის, მაშინ შესაძლებელია მოთხოვნის ფართო სპექტრის სტრუქტურის განხილვა. პროდუქტის ორი წყვილი წმინდა შემცვლელია, თუ წმინდა შემავსებელი დამოკიდებულია ინდივიდის უპირატესობებზე, ამიტომ შესაძლებელია გამოვიკვლიოთ მრავალგვარი ურთიერთობა. ძირითადი თეორიული საკითხი, რაც აინტერესებთ ეკონომისტებს არის ის, რომ გავრცელებულია თუ არა შემცვლელობა ან შემავსებლობა. დისკუსიების უმრავლესობაში მიდრეკილი ვართ განვიხილოთ პროდუქტ-შემცვლელები (ერთ ბაზარზე ფასის გაზრდისას, მოთხოვნის გაზრდის ტენდენცია შეიმჩნევა სხვა ბაზ-

---

2 ეს სიმეტრია იოლია ვაჩვენოთ შეფარდის ლემას გამოყენებით. საკომპენსაციო მოთხოვნის ფუნქცია შეიძლება გამოვთვალოთ დანახარჯების ფუნქციიდან დიფერენცირებით:

$$x_i^c(p_1,\ldots,p_n,V) = \frac{\partial E(p_1,\ldots,p_n,V)}{\partial p_i}.$$

შედეგად, ჩანაცვლების ეფექტი მოცემულია

$$\left.\frac{\partial x_i}{\partial p_j}\right|_{U=\text{მუდმივი}} = \frac{\partial x_i^c}{\partial p_j} = \frac{\partial^2 E}{\partial p_j \partial p_i} = E_{ij}.$$

ამჯერად, დანახარჯების ფუნქციასთან შეგვიძლია გამოვიყენოთ იუნგის თეორემა:

$$E_{ij} = E_{ji} = \frac{\partial x_j^c}{\partial p_i} = \left.\frac{\partial x_j}{\partial p_i}\right|_{U=\text{მუდმივი}}$$

რომელიც ამტკიცებს სიმეტრიას.

რებზე). კარგი იქნება გავიგოთ თუ გამართლდება ინტუიცია.

ინგლისელმა ეკონომისტმა ჯონ ჰიქსმა ეს საკითხი 50 წლის წინ შეისწავლა და მივიდა იმ დასკვნამდე, რომ პროდუქტების „უმეტესობა“ უნდა იყოს შემცვლელი. შედეგები შეჯამდა „ჰიქსის მოთხოვნის მეორე კანონით“[3]. თანამედროვე მტკიცება იწყება კონკრეტულ პროდუქტზე საკომპენსაციო მოთხოვნის ფუნქციით: $x_i^c(p_1, ..., p_n, V)$. ეს ფუნქცია ჰომოგენურია ნული ხარისხით ყველა ფასის მიმართ (თუ სარგებლიანობა მუდმივია და ფასი ორმაგდება, მოთხოვნის რაოდენობა არ იცვლება, ვინაიდან სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის შეხების წერტილი არ იცვლება). ამ ფუნქციაში ეილერის თეორემის გამოყენებით მივიღებთ

$$p_1 \cdot \frac{\partial x_i^c}{\partial p_1} + p_2 \cdot \frac{\partial x_i^c}{\partial p_2} + \ldots + p_n \cdot \frac{\partial x_i^c}{\partial p_n} = 0 \qquad \textbf{(6.25)}$$

ჩვენ შეგვიძლია ეს შედეგი ჩავსვათ ელასტიკურობის პირობაში, ტოლობის 6.25 x_i-ზე გაყოფით:

$$e_{i1}^c + e_{i2}^c + \ldots + e_{in}^c = 0 \qquad \textbf{(6.26)}$$

მაგრამ, ვიცით, რომ კერძო-საფასო ელასტიკურობის ეფექტის უარყოფითობის გამო $e_{ii}^c \leq 0$. ამიტომ ეს უნდა იყოს შემდეგი შემთხვევა

$$\sum_{j \neq i} e_{ij}^c \geq 0. \qquad \textbf{(6.27)}$$

ამგვარად, საკომპენსაციო ჯვარედინი-საფასო ყველა ელატიკურობის ჯამი კონკრეტული პროდუქტისთვის უნდა იყოს დადებითი (ან ნულის ტოლი). ესაა მოსაზრება, რომ პროდუქტების „უმეტესობა“ შემცვლელებია. ემპირიული კვლევები ძირითადად ეთანხმება ამ თეორიულ მიგნებას: პროდუქტებს შორის წმინდა შემავსებლების მაგალითები მოთხოვნის ემპირიულ კვლევებში შედარებით იშვიათად გვხვდება.

შეჯამება

წინა ქვეთავში ვაჩვენეთ, რომ მოთხოვნის დამოკიდებულება პროდუქტებს შორის შესაძლებელია საკმაოდ რთული იყოს. ყველაზე გავრცელებულ შემთხვევებში, ინდივიდი, თუ ირჩევს n პროდუქტს, ექნება მოთხოვნის ფუნქცია, რომელიც ასახავს $n(n + 1)/2$ სხვადასხვა ჩანაცვლების ეფექტს[4]. როცა n ძალიან დიდი რიცხვია (ეს ყველა კონკრე-

3 იხილე: John Hicks, Value and Capital (Oxford: Oxford University Press, 1939). მათემატიკური დამატება. მიმდინარეობს კამათი იმის შესახებ არის თუ არა ეს შედეგი ჰიქსის „მეორე“ და „მესამე“ კანონები. სინამდვილეში ორი კანონი, რომელიც აქამდე განვიხილეთ ჰიქსისაა: (1) $\partial x_i^c / \partial p_i \leq 0$ (კერძო-ჩანაცვლების ეფექტის უარყოფითობა); და (2) $\partial x_i^c / \partial p_j = \partial x_j^c / \partial p_i$ (ჯვარედინი-ჩანაცვლების ეფექტის სიმეტრიულობა). მაგრამ, თავის ჩანაწერებში ის აშკარად მიუთითებდა ორი თვისების შესახებ.

4 ამის დასანახად, გაითვალისწინეთ, რომ ჩანაცვლების ყველა ეფექტი s_{ij}, ჩაწერილი უნდა იყოს $n \times n$ მატრიცაში. ამგვარად,

ტული პროდუქტისთვისაა, რომლებსაც ინდივიდები მოიხმარენ), ეს ზოგადი შემთხვევა, შეიძლება უმართავი იყოს. ხშირად, უფრო მოსახერხებელია პროდუქტების დაჯგუფება გამსხვილებული, შედგენილი ფორმით, როგორიცაა საკვები, ტანსაცმელი, საცხოვრებელი და სხვა. უკიდურეს შემთხვევაში შესაძლებელია ერთი კონკრეტული პროდუქტის განხილვა (ვთქვათ, ბენზინი, რომელსაც აღვნიშნავთ x-ით) და მის ურთიერთობას „ყველა სხვა პროდუქტთან", რასაც აღვნიშნავთ y-ით. ამ პროცედურას გამოვიყენებთ ორგანზომილებიანი გრაფიკისთვის და ანალიზს გავაგრძელებთ სახელმძღვანელოს სხვა ნაწილშიც. ამ ქვეთავში ვაჩვენებთ იმ პროცედურებს, სადაც ეს პირობებია დაცული. ამ თავის დანართში განვიხილავთ პროდუქტების უფრო ფართო ჯგუფებში გაერთიანების საკითხებს.

შედგენილი პროდუქტების თეორემა

დავუშვათ, მომხმარებელი ირჩევს n რაოდენობის პროდუქტს, მაგრამ ჩვენი განხილვის ინტერესი ეხება ერთ-ერთს x_1-ს. საზოგადოდ, x_1-ზე მოთხოვნა დამოკიდებულია სხვა $n-1$ პროდუქტების ფასებზე. თუ ეს ყველა ფასი ერთდროულად იცვლება, შესაძლებელია გონივრული იყოს მათი შეერთება ერთ „შედგენილ პროდუქტად" (y). ფორმალურად, თუ დავუშვებთ, რომ $p_2^0, \ldots, p_n^0$ არის ამ პროდუქტებზე საწყისი ფასები, მაშინ უნდა დავუშვათ, რომ ეს ფასები მხოლოდ ერთობლივად ვარირებენ. ისინი ყველა შეიძლება 50%-ით გაორმაგდეს, ან შემცირდეს, მაგრამ შეფარდებითი ფასები $x_1, \ldots, x_n$ არ იცვლება. ახლა განვსაზღვრავთ შედგენილ პროდუქტს y-ს, როგორც $x_2, \ldots, x_n$-ზე მთლიან დანახარჯებს, საწყისი $p_2^0, \ldots, p_n^0$ ფასების გამოყენებით:

$$y = p_2^0 x_2 + p_3^0 x_3 + \ldots + p_n^0 x_n. \tag{6.28}$$

ამ ინდივიდის საწყისი საბიუჯეტო შეზღუდულობა მოცემულია შემდეგი სახით

$$I = p_1 x_1 + p_2^0 x_2 + \ldots + p_n^0 x_n = p_1 x_1 + y. \tag{6.29}$$

იმ დაშვებით, რომ ყველა ფასი $p_2^0, \ldots, p_n^0$ უნისონში იცვლება. თუ გავითვალისწინებთ, რომ ეს ფასები იცვლება $t (t > 0)$ ფაქტორის ზემოქმედებით, მაშინ საბიუჯეტო შეზღუდულობაა

$$I = p_1 x_1 + t p_2^0 x_2 + \ldots + t p_n^0 x_n = p_1 x_1 + ty. \tag{6.30}$$

აღნიშნულიდან გამომდინარე, პროპორციულობის კოეფიციენტი t ამ ინდივიდის ბიუჯეტში იმავე როლს თამაშობს, რასაც ორი პროდუქტის მაგალითში ასრულებდა y-ის

ეფექტების სიმეტრია ($s_{ij} = s_{ji}$) გულისხმობს, რომ მხოლოდ ის პირობები და ძირითადი დიაგონალის ქვემოთ არსებული მატრიცები შეიძლება იყოს ერთმანეთისგან სრულიად განსხვავებული. მატრიცების პირობით ეს რაოდენობაა $(n^2/2)$ დამატებული ძირითადი დიაგონალის ზემოთ არსებული დარჩენილი ნახევარის პირობა $(n/2)$.

ფასი (p_y). ცვლილებები p_1-სა ან t-ში იწვევს ისეთივე ჩანაცვლების ეფექტებს, რაც ადრე განვიხილეთ. რა პერიოდშიც p_2^0, ..., p_n^0 მოძრაობენ ერთდროულად, ჩვენ შეგვიძლია გამოკვლევა შემოვსაზღვროთ x_1 ან „სხვა დანარჩენ" პროდუქტებზე მოთხოვნას შორის არჩევანით[5]. გამარტივებული გრაფიკი, სადაც ღერძებზე ეს ორი პროდუქტია აღნიშნული, შესაძლებელია შენარჩუნდეს იმ მომენტამდე, ვიდრე შედგენილი პროდუქტების თეორემის პირობები (რომ ყველა სხვა პროდუქტის ფასი ერთდროულად მოძრაობს) დაკმაყოფილებულია. შენიშნეთ, რომ თეორემა არ აკეთებს პროგნოზს x_2, ..., x_n პროდუქტების არჩევანის ქცევის შესახებ, ისინი უნისონში უნდა მოძრაობდნენ. თეორემა ფოკუსირებულია მხოლოდ x_1, ..., x_n მთლიან დანახარჯებზე, და არა იმაზე, თუ როგორაა ეს დანახარჯები თითოეულ პროდუქტზე განაწილებული (ასევე დაშვებულია, რომ თანხის ამგვარი განაწილება მოცემულია სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის გზით).

განზოგადება და ილუსტრება

შედგენილი პროდუქტების თეორემა გამოიყენება პროდუქტების ნებისმიერი ნაკრებისთვის, სადაც, ერთმანეთთან დაკავშირებული ყველა პროდუქტის ფასი ერთდროულად მოძრაობს. შესაძლებელია ერთზე მეტი ასეთი შედგენილი პროდუქტის არსებობა, თუ არსებობს რამდენიმე დაჯგუფება, რომელიც ემორჩილება თეორემას (მაგალითად, დანახარჯები „საკვებზე", „ტანსაცმელი" და სხვა). შედეგად, შეგვიძლია ჩამოვაყალიბოთ შემდეგი განსაზღვრება.

შედგენილი პროდუქტები. შედგენილი პროდუქტები ისეთი ჯგუფია, რომლისთვისაც ყველა ფასი მოძრაობს ერთდროულად. ეს პროდუქტები შესაძლებელია გავითვალისწინოთ, როგორც ერთი „პროდუქტი", როცა ინდივიდი მას ირჩევს სხვა პროდუქტებს შორის და ერთობლივი დანახარჯები გათვალისწინებულია მთლიან შედგენილ ჯგუფზე. **განსაზღვრება**

ეს განსაზღვრება და მასთან დაკავშირებული თეორემა ძალიან მნიშვნელოვანი შედეგია. ისინი ამარტივებენ მრავალ ამოცანას, რომლებიც სხვა შემთხვევაში შეიძლება ამოუხსნელი დარჩეს. თუმცა, რეალურ პირობებში თეორემის გამოყენება საფრთხილოა, ვინაიდან მისი პირობა მკაცრია. ისეთი პროდუქტების სიმრავლის ნახვა, რომელთა ფასები ერთდროულად მოძრაობენ, იშვიათია. მკაცრი პროპორციულობიდან უმნიშვნელო გადახრებს შეუძლია შედგენილი პროდუქტების თეორემის უარყოფა, თუ ჯვარედინი-ჩანაცვლების ეფექტები დიდია. ამ თავის დანართში განვიხილავთ გამარტივების ხერხებს ფასების დამოუკიდებლად ცვლილების შემთხვევისთვის.

---

5 „შედგენილი პროდუქტების" იდეა ასევე იქნა შემოღებული ჰიქსის მიერ. J. R. Hicks in Value and Capital, 2nd ed. (Oxford: Oxford University Press, 1946), pp. 312–13. თეორემის დამტკიცება ემყარება სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის მიღწევის განსაზღვრებას. ზღვრული სარგებლიანობების თანაფარდობა x_1, ... x_n უცვლელი უნდა დარჩეს. როცა p_1, ..., p_n ერთდროულად მოძრაობენ. ამგვარად, n-პროდუქტის ამოცანა შეიძლება დავიყვანოთ ორგანზომილებიან ამოცანად, x-ის და y ზღვრული სარგებლიანობის თანაფარდობის გატოლებით „ფასების თანაფარდობასთან" p_1/t.

6.3 საცნობარო დანახარჯები და შედგენილი პროდუქტები

დავუშვათ ინდივიდი სარგებლიანობას იღებს სამი პროდუქტიდან: საკვები (x), საოჯახო მომსახურება (y), რომელიც იზომება ასობით კვადრატული ფუტით და საოჯახო ოპერაციები (z), რაც ელექტროენერგიის მოხმარებით განისაზღვრება.
ინდივიდის სარგებლიანობის ფუნქცია მოცემულია სამ-პროდუქტიანი *CES* ფუნქციით

$$\textbf{სარგებლიანობა} = U(x,y,z) = -\frac{1}{x} - \frac{1}{y} - \frac{1}{z}, \tag{6.31}$$

მაშინ ამ პროდუქტებზე მარშალის მოთხოვნის ფუნქციების გამოსათვლელად შესაძლებელია ლაგრანჟის ტექნიკის გამოყენება

$$\begin{aligned} x &= \frac{I}{p_x + \sqrt{p_x p_y} + \sqrt{p_x p_z}}, \\ y &= \frac{I}{p_y + \sqrt{p_y p_x} + \sqrt{p_y p_z}}, \\ z &= \frac{I}{p_z + \sqrt{p_z p_x} + \sqrt{p_z p_y}}. \end{aligned} \tag{6.32}$$

თუ, საწყისი $I = 100$, $p_x = 1$, $p_y = 4$, $p_z = 1$, მაშინ მოთხოვნის ფუნქციები პროგნოზირებენ, რომ

$$\begin{aligned} x^* &= 25, \\ y^* &= 12.5, \\ z^* &= 25. \end{aligned} \tag{6.33}$$

ამგვარად, 25 საკვებზე და 75 - საოჯახო საჭიროებებზე დაიხარჯა. თუ დავუშვებთ, რომ საოჯახო მომსახურებისა (p_y) და საოჯახო ოპერაციების (p_z) ფასები ყოველთვის ერთდროულად მოძრაობს, მაშინ შეგვიძლია გავიგოთ „შედგენილი პროდუქტის" - საოჯახო საჭიროებები (h), როგორც

$$h = 4y + 1z \tag{6.34}$$

აქ, განვსაზღვრავთ (თავისუფლად) საოჯახო საჭიროებების საწყის ფასს (p_h), როგორც 1-ის ტოლს. საოჯახო საჭიროებების (როგორც პროდუქტის) საწყისი რაოდენობა h-ზე დახარჯული დოლარის ერთობლივი რაოდენობაა:

$$h = 4(12.5) + 1(25) = 75. \tag{6.35}$$

იმის გამო, რომ p_y და p_z ყოველთვის ერთდროულად მოძრაობს, p_h ყოველთვის იქნება მათთან დაკავშირებული შემდეგნაირად

$$p_h = p_z = 0.25p_y. \tag{6.36}$$

ამ ინფორმაციის გამოყენებით, შეგვიძლია ხელახლა გავიანგარიშოთ მოთხოვნის ფუნქცია x-თვის, როგორც ფუნქცია I, p_x და p_h-თვის:

$$\begin{aligned} x &= \frac{I}{p_x + \sqrt{4p_x p_h} + \sqrt{p_x p_h}} \\ &= \frac{I}{p_y + 3\sqrt{p_x p_h}}. \end{aligned} \tag{6.37}$$

თუ, დასაწყისში $I = 100$, $p_x = 1$, $p_h = 1$, მაშინ $x^* = 25$. საოჯახო საჭიროებებზე დანახარჯები უფრო იოლად შეიძლება გამოვთვალოთ საბიუჯეტო შეზღუდულობიდან, როგორც $h^* = 75$, იმიტომ რომ საოჯახო საჭიროებები მოიცავს „ყველაფერს" საკვების გარდა.

საოჯახო საჭიროებებზე დანახარჯების ზრდა. თუ y-ის და z-ის ფასები პროპორციულად გაიზრდება $p_y = 16$, $p_z = 4$ (როცა $p_x = 1$ დარჩება), მაშინ p_h ასევე გაიზრდება და გახდება 4. ტოლობა 6.37 გვიჩვენებს, რომ x-ზე მოთხოვნა შემცირდება

$$x^* = \frac{100}{1 + 3\sqrt{4}} = \frac{100}{7} \tag{6.38}$$

და საოჯახო საჭიროებებზე არჩევანი მოცემულია

$$p_h h^* = 100 - \frac{100}{7} = \frac{600}{7} \tag{6.39}$$

ან იმის გამო, რომ $p_h = 4$,

$$h^* = \frac{150}{7} \tag{6.40}$$

ყურადღება გაამახვილეთ, რომ ეს საოჯახო საჭიროებების შეძენის სწორედ ის დონეა, რაც იყო საწყისი ტოლობით 6.32 პროგნოზირებული, სამ პროდუქტზე მოთხოვნის ფუნქციებით. თუ $I = 100, p_x = 1, p_y = 16, p_z = 4$, ეს ტოლობები შეიძლება ამოვხსნათ როგორც

$$x^* = \frac{100}{7},$$
$$y^* = \frac{100}{28}, \tag{6.41}$$
$$z^* = \frac{100}{14},$$

და ამგვარად, შედგენილი პროდუქტის - „საოჯახო საჭიროებები" მოხმარების დონე (ტოლობის 6.34 თანახმად) მოცემულია გამოსახულებით

$$h^* = 4y^* + 1z^* = \frac{150}{7}. \tag{6.42}$$

ამგვარად, მივიღეთ ფასების ერთიდაიგივე რეაქცია იმის მიუხედავად, თუ როგორ განვიხილეთ მოთხოვნა, სამ პროდუქტზე x, y და z, თუ არჩევანს შევხედეთ x და შედგენილ პროდუქტ h-ს შორის.

შეკითხვა: საიდან ვიცით, რომ ტოლობით 6.37 მოცემული x პროდუქტზე მოთხოვნა განაგრძობს სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის უზრუნველყოფას? რატომ არ იცვლება ლაგრანჟის შეზღუდულობის მაქსიმიზაციის პრობლემა ტოლობაში 6.36 აღწერილი ჩანაცვლებთ?

საოჯახო წარმოება, პროდუქტების აფრიბუტები და ირიბი ფასები

ამ თავში აქამდე ყურადღება გავამახვილეთ იმაზე, თუ, რა შეუძლიათ გაიგონ ეკონომისტებმა პროდუქტებს შორის დამოკიდებულების შესახებ, ფასების ცვლილების საპასუხოდ ამ პროდუქტების მოხმარებაზე დაკვირვებით. გარკვეულწილად ეს ანალიზი გვერდს უვლის მთავარ საკითხს, თუ რატომ მოიხმარენ მომხმარებლები ყავას და ნაღებს ერთად ან რატომ ცვლის თევზის და ფრინველის ხორცი ერთმანეთს ინდივიდის მენიუში. უფრო ღრმა ანალიზისთვის ეკონომისტებმა გამოიკვლიეს ინდივიდების საქმიანობა საოჯახო მეურნეობებში. მათ შეიმუშავეს არასაბაზრო ქცევის მოდელები, როგორებიცაა ბავშვთა აღზრდა, საკვების მომზადება ან საკუთარი ძალებით განხორ-

ციელებული მშენებლობა, საიმისოდ, რომ შეესწავლათ მათი გავლენა ბაზარზე ამ პროდუქტების მოთხოვნაზე. ამ ქვეთავში მოკლედ განვიხილავთ ამ მოდელებს. ჩვენი მთავარი ამოცანაა ვაჩვენოთ ასეთი მიდგომის შედეგები არჩევანის ტრადიციული თეორიისთვის.

საოჯახო წარმოების მოდელი

საოჯახო წარმოების მოდელების უმეტესობისთვის ამოსავალია იმის დაშვება, რომ ადამიანები ბაზარზე შეძენილი პროდუქტებისგან უშუალოდ არ იღებენ სარგებლიანობას (როგორც ადრე დავუშვით). ამის სანაცვლოდ, როცა საბაზრო პროდუქტები კომბინირებულია ინდივიდის დროის დანახარჯებთან, მაშინ სარგებლიანობა-უზრუნველმყოფი პროდუქტებია წარმოებული. ამ ხედვით, უმ ხორცსა და კარტოფილს არ აქვს სარგებლიანობა, ვიდრე ისინი არ მომზადდება მზა კერძის სახით. ანალოგიურად, ბაზარზე ხორცისა და კარტოფილის შერჩევა შესაძლებელია განვიხილოთ, როგორც ინდივიდის უპირატესობა შესაბამის კერძსა და ტექნოლოგიაზე, რითაც ის მზადდება.

ფორმალური თვალთახედვით, დავუშვათ რომ ინდივიდი ბაზარზე ირჩევს სამ პროდუქტს: x, y და z. ამ პროდუქტების შეძენა პირდაპირ სარგებლიანობას არ განაპირობებს, მაგრამ ინდივიდის მიერ მათგან შესაძლებელია ორი საოჯახო-წარმოების პროდუქტის მომზადება: a_1 და a_2. ამ პროდუქტების საოჯახო წარმოების ტექნოლოგია შესაძლებელია წარმოდგენილი იქნეს საწარმოო ფუნქციებით f_1 და f_2 (საწარმოო ფუნქციის კონცეფციის უფრო სრულყოფილი ახსნა იხილე თავში 9). შედეგად,

$$\begin{aligned} a_1 &= f_1(x,y,z), \\ a_2 &= f_2(x,y,z), \end{aligned} \tag{6.43}$$

და

$$\text{სარგებლიანობა} = U(a_1, a_2) \tag{6.44}$$

ინდივიდის მიზანია x-ის, y-ის და z-ის ისე შერჩევა, რომ მოხდეს სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია საწარმოო და ფინანსური შეზღუდულობის პირობებში[6]:

$$p_x x + p_y y + p_z z = I \tag{6.45}$$

იმის მიუხედავად, რომ ჩვენ დეტალურად არ განვიხილავთ ზოგადი მოდელიდან გამომდინარე შედეგებს, მაინც შესაძლებელია ორი იდეის გარშემო მსჯელობა. პირველი, მოდელს შეუძლია დაგვეხმაროს პროდუქტებს შორის საბაზრო ურთიერთობების ხასიათის ახსნაში. იმის გამო, რომ ტოლობით 6.43 აღწერილი საწარმოო ფუნქციები

6 საოჯახო წარმოების თეორია ხშირად ამახვილებს ყურადღებას ინდივიდის მიერ დროის განაწილებაზე a_1 და a_2 წარმოებისას ან ბაზარზე მუშაობაზე. თავში 16 განვიხილავთ ამ სახეობის რამდენიმე მაგალითს.

პრინციპში გაზომვადია საოჯახო მეურნეობების ოპერაციების დეტალური მონაცემებისთვის, საოჯახო მეურნეობები შეიძლება ჩავთვალოთ როგორც „მრავალპროდუქტიანი“ ფირმები და გამოვიყენოთ ეკონომისტების მიერ წარმოების შესასწავლად გამოყენებადი მრავალი მიდგომა.

საოჯახო წარმოების მიდგომიდან მიღებული მეორე იდეაა, საოჯახო-წარმოების პროდუქტებთან a_1 და a_2 ასოცირებული „ირიბი“, „იმპლიციტური“ ან „ჩრდილოვანი“ ფასები. მეტი რაოდენობით a_1-ის მოხმარება საჭიროებს მეტი რაოდენობით x, y და z „ინგრედიენტებს“, რა საქმიანობასაც აქვს a_2 პროდუქტის რაოდენობის ალტერნატიული დანახარჯები (რისი წარმოებაც იყო შესაძლებელი). დამატებითი პურის გამოცხობის გამო, ინდივიდი არამარტო დამატებითი რაოდენობით გამოყოფს ფქვილის, რძისა და კვერცხის რაღაც რაოდენობას (რითაც შეეძლო კექსის გამოცხობა), არამედ ბიუჯეტის შეზღუდულობის გამო უნდა შეცვალოს ამ პროდუქტების შესყიდვის სქემაც. შედეგად, პურს ექნება კექსებით გამოსახული ირიბი ფასი, რაც ვერ იქნა მომზადებული ერთი ერთეული დამატებითი პურის მოხმარების გამო. ირიბი ფასი აისახება არა მარტო პურის შემადგენელი მასალების საბაზრო ფასებში, არამედ საოჯახო წარმოების ტექნოლოგიასა და უფრო რთულ მოდელში, კერძოდ, ამ ორი პროდუქტის მოსამზადებლად საჭირო დროის დანახარჯებში. სასტარტო პოზიციიდან, ცნება ირიბი ფასები შესაძლებელია საუკეთესოდ გამოვსახოთ ძალიან მარტივი მოდელით.

წრფივი ატრიბუტების მოდელი

პროდუქტების საფუძველში არსებული „ატრიბუტების“ განსახილველად, საოჯახო წარმოების განსაკუთრებით მარტივი მოდელი პირველად შეიმუშავა კ. ჯ. ლანკასტერმა[7]. ამ მოდელში პროდუქტების ატრიბუტებია ისინი, რომლებიც უზრუნველყოფენ ინდივიდების სარგებლიანობას, ხოლო თითოეული პროდუქტი შეიცავს ატრიბუტების ფიქსირებულ რაოდენობას. მაგალითად თუ, დავაკვირდებით მხოლოდ კალორიებს (a_1) და ვიტამინებს (a_2), რაც მრავალ საკვებშია, ლანკასტერის მოდელი უშვებს, რომ სარგებლიანობა ამ ატრიბუტების ფუნქციაა და ინდივიდები პროდუქტებს იმ მიზნით ყიდულობენ, რომ მიიღონ ვიტამინებისა და კალორიების შესაბამისი რაოდენობა. მათემატიკური პირობით მოდელი გულისხმობს, რომ „წარმოების“ ტოლობებს აქვს მარტივი ფორმა

$$\begin{aligned} a_1 &= a_x^1 x + a_y^1 y + a_z^1 z, \\ a_2 &= a_x^2 x + a_y^2 y + a_z^2 z, \end{aligned} \tag{6.46}$$

სადაც a_x^1 გვიჩვენებს x პროდუქტის ერთეულში კალორიების რაოდენობას, a_x^2 კი წარმოადგენს x პროდუქტის ერთეულში ვიტამინების რაოდენობას და ა.შ. მოდელის ამ ფორმაში ფაქტიური წარმოება არ არის ოჯახში. უფრო მეტად პრობლემის გადაწყვე-

7 იხილე: K. J. Lancaster, "A New Approach to Consumer Theory," Journal of Political Economy 74 (April 1966): 132–57.

ტა მდგომარეობს იმაში, თუ როგორ შევარჩიოთ მენიუ, რომელიც უზრუნველყოფს კალორიებისა და ვიტამინების ოპტიმალურ თანაფარდობას, საკვებზე განკუთვნილი ბიუჯეტის შეზღუდულობის პირობებში.

საბიუჯეტო შეზღუდულობის იდენტიფიცირება

ატრიბუტების მოდელის ჩარჩოში არჩევანის თეორიის განხილვის დასაწყისში განვიხილავთ საბიუჯეტო შეზღუდულობას. ნახაზზე 6.2 არსებული ox სხივი მოიცავს a_1 და a_2 სხვადასხვა კომბინაციებს, რომლებიც x პროდუქტის დიდი რაოდენობიდან შესაძლებელია თანმიმდევრულად ავირჩიოთ. ატრიბუტების მოდელში ნაგულისხმევი წრფივი სანარმოო ტექნოლოგიის გამო, a_1 და a_2-ის კომბინაციები ამ წრფეზე ძევს. საოჯახო წარმოების უფრო რთული მოდელები შეიძლება არ იყოს სათანადო შემთხვევა. ანალოგიურად, oy და oz სხივები აჩვენებენ a_1 და a_2 ატრიბუტებს, იმ უამრავი y და z პროდუქტებისთვის, რომლებიც შეიძლება შეძენილი იქნეს.

$$x^* = \frac{I}{p_x}, \tag{6.47}$$

და ეს მოგვცემს

$$\begin{aligned} a_1^* &= a_x^1 x^* = \frac{a_x^1 I}{p_x}, \\ a_2^* &= a_x^2 x^* = \frac{a_x^2 I}{p_x}. \end{aligned} \tag{6.48}$$

ეს წერტილი ნახაზზე 6.2 არსებულ ox სხივზე აღნიშნულია როგორც x^*. ანალოგიურად, წერტილები y^* და z^* წარმოადგენენ a_1 და a_2 კომბინაციებს, რაც მიიღწეოდა თუ მთელი შემოსავალი შესაბამისად y და z პროდუქტებზე დაიხარჯებოდა.

a_1 და a_2 ნაკრებები, რომლებიც შეიძლება მივიღოთ ორივე x-ისა და y-ის შეძენით (ფიქსირებული ბიუჯეტით) წარმოდგენილია იმ წრფით, რომელიც x^* და y^* აერთებს ნახაზზე 6.2[8]. ანალოგიურად, x^*z^* წრფე წარმოადგენს a_1-ისა და a_2-ის კომბინაციებს, რომლებიც შესაძლებელია x და z-დან შეირჩეს, ასევე, y^*z^* წრფე წარმოადგენს a_1-ისა და a_2-ის კომბინაციებს, რომლებიც შესაძლებელია y და z-დან შეირჩეს. სამი საბაზრო

8 მათემატიკურად. დავუშვათ, რომ ბიუჯეტის წილი α დაიხარჯა x პროდუქტზე და $(1 - \alpha)$ დაიხარჯა y პროდუქტზე. მაშინ

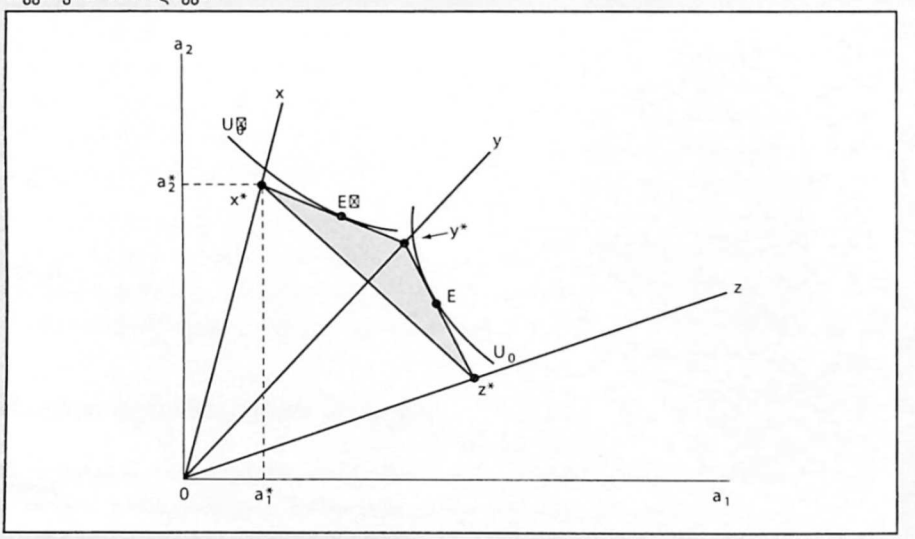
$$a_1 = \alpha a_x^1 x^* + (1 - \alpha) a_y^1 y^*$$
$$a_2 = \alpha a_x^2 x^* + (1 - \alpha) a_y^2 y^*$$

x^*y^* წრფე ისეა მოცემული, რომ საშუალებას აძლევს α ვარიირებდეს 0-სა და1-ს შორის. წრფეები x^*y^* და y^*z^* ასევე ანალოგიური გზით არიან აგებული, როგორც სამკუთხედზე $x^*y^*z^*$.

პროდუქტის შერევით მიღებული ყველა შესაძლო კომბინაცია წარმოდგენილია გამუქებული სამკუთხედის $x^*y^*z^*$ არეალით.

ნახაზი 6.2 სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია ატრიბუტების მოდელში

წერტილები $x^*y^*z^*$ გვიჩვენებენ a_1 და a_2 ატრიბუტების რაოდენობებს, რომლებიც შეიძლება შევიძინოთ შესაბამისად, მხოლოდ x, y ან z-ის შეძენით. გამუქებული არე გვიჩვენებს ყველა იმ კომბინაციას, რომელიც შეიძლება შევიძინოთ შერეული ნაკრებით. ზოგი ინდივიდი სარგებლიანობის მაქსიმიზაციას E წერტილში, სხვები კი E'-ში მიაღწევს.



ჯგუფური გადაწყვეტილება

ნახაზიდან 6.2 ერთი ფაქტი მაშინვე გვხვდება თვალში: სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის მსურველი ინდივიდი არასოდეს შეიძენს ამ სამივე პროდუქტის დადებით რაოდენობას. $x^*y^*z^*$ სამკუთხედის მხოლოდ ჩრდილო-აღმოსავლეთი პერიმეტრი აჩვენებს a_1-ისა და a_2-ის იმ მაქსიმალურ რაოდენობას, რაც ხელმისაწვდომი იქნება ამ ინდივიდისთვის თავისი ბიუჯეტისა და საბაზრო ფასების პირობებში. ინდივიდს, რომელიც უპირატესობას ანიჭებს a_1-ს ექნება U_0 მსგავსი განურჩევლობის მრუდი და სარგებლიანობის მაქსიმიზაციას მოახდენს ისეთი წერტილით როგორიცაა E. კომბინაცია a_1 და a_2 შეიძლება მივიღოთ მხოლოდ y და z მოხმარებით. ანალოგიურად, U_0' განურჩევლობის მრუდით წარმოდგენილი უპირატესობის მქონე ინდივიდი აირჩევს წერტილს E' და მოიხმარს მხოლოდ პროდუქტებს x და y. ატრიბუტების მოდელი წინასწარმეტყველებს, რომ კუთხური გადაწყვეტილება, რომლის პირობებშიც ინდივიდი რომელიმე პროდუქტს ნული რაოდენობით მოიხმარს, შედარებით ხშირი იქნება, განსაკუთრებით იმ შემთხვე-

ვაში, სადაც ინდივიდები მნიშვნელობას ანიჭებენ ატრიბუტების შედარებით ნაკლებ რაოდენობას (მოცემულ შემთხვევაში ორი), ვიდრე ბაზარზე ასარჩევი პროდუქტების საერთო რაოდენობაა (სამი). თუ შემოსავალი, ფასები ან უპირატესობები იცვლება, მაშინ მოხმარების სტრუქტურაც ასევე მნიშვნელოვნად შეიცვლება. შესაძლებელია ის პროდუქტები, რომლებსაც მუდმივად იძენდა მომხმარებელი, აღარ შეიძინოს და პირიქით, რომელსაც არ იძენდა, მნიშვნელოვნად გაზარდოს მათი შესყიდვა. აქ ესაა საწარმოო ფუნქციების წრფივობის დაშვების პირდაპირი შედეგი. საოჯახო წარმოების მოდელში დიდი ჩანაცვლებადობის დაშვებით, ასეთი ძლიერი რეაქციები ნაკლებად სავარაუდოა.

შეჯამება

ამ თავში, არჩევანის სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის მოდელი გამოვიყენეთ სამომხმარებლო პროდუქტებს შორის დამოკიდებულების შესასწავლად. იმის მიუხედავად, რომ ეს ურთიერთობები რთულია, მოცემული ანალიზი იძლევა რამდენიმე გზას მათი კატეგორიზაციისა და გამარტივებისთვის.

- თუ მხოლოდ ორი პროდუქტია მოცემული, ერთ პროდუქტზე ფასის (ვთქვათ, p_y) ცვლილებით გამოწვეული შემოსავლისა და ჩანაცვლების ეფექტები მეორე პროდუქტის (x) მოთხოვნაზე ჩვეულებრივ სხვადასხვა მიმართულებით მოქმედებს. $\partial x/\partial p_y$-ის ნიშანი არაერთგვაროვანია: მისი ჩანაცვლების ეფექტი დადებითია, მაგრამ შემოსავლის ეფექტი - უარყოფითი.

- ორზე მეტი პროდუქტის შემთხვევაში, მოთხოვნის ურთიერთობები შეიძლება აღვნიშნოთ ორი გზით. ორი პროდუქტი (x_i და x_j) „ერთობლივი შემცვლელებია", თუ $\partial x_i/\partial p_j > 0$ და „ერთობლივი შემავსებლებია", თუ $\partial x_i/\partial p_j < 0$. სამწუხაროდ, იმის გამო, რომ ფასის ეს ეფექტები მოიცავს შემოსავლის ეფექტებს, მათ ესაჭიროებათ სიმეტრიულობა, ე.ი. $\partial x_i/\partial p_j$ არ არის აუცილებელი იყოს $\partial x_j/\partial p_i$ ტოლი.

- ფასის ცვლილებისას მხოლოდ ჩანაცვლების ეფექტზე ორიენტირება გამორიცხავს გაურკვევლობას, ვინაიდან ჩანაცვლების ეფექტები სიმეტრიულია, ე.ი. $\partial x_i^c/\partial p_j = \partial x_j^c/\partial p_i$. ამჯერად ორი პროდუქტი განსაზღვრულია, როგორც წმინდა (ჰიქსის) შემცვლელები თუ $\partial x_i^c/\partial p_j > 0$ და წმინდა შემავსებლები, თუ $\partial x_i^c/\partial p_j < 0$. ჰიქსის „მოთხოვნის მეორე კანონი" აჩვენებს, რომ წმინდა შემცვლელები უფრო გავრცელებულია.

- თუ პროდუქტების ნაკრებს აქვს ფასები, რომლებიც ყოველთვის უნისონში მოძრაობენ, მაშინ ამ პროდუქტებზე დანახარჯები შეიძლება აღვნიშნოთ, როგორც „შედგენილი პროდუქტები". მათი „ფასი" მოცემულია, შედგენილი პროდუქტების ფასების პროპორციული ცვლილების სიდიდით.

- საბაზრო პროდუქტებს შორის არჩევანის თეორიის განვითარების ალტერნატიული გზაა იმაზე ფოკუსირება, თუ როგორ გამოიყენება საოჯახო წარმოებაში პროდუქტები საიმისოდ, რომ მივიღოთ სარგებლიანობის მომცემი ატრიბუტები. ამას შეუძლია მეტი ინფორმირებულობა შემოიტანოს პროდუქტებს შორის ურთიერთობების საკითხში.

ამოცანები

6.1

ჰეიდი სარგებლიანობას იღებს ორი პროდუქტიდან, თხის რძე (m) და შტრუდელი (s), $U(m,s) = m \cdot s$ სარგებლიანობის ფუნქციის პირობებში.

ა. აჩვენეთ, რომ თხის რძის ფასის ზრდა არ შეცვლის ჰეიდის მიერ შეძენილი რძის რაოდენობას, ე.ი. აჩვენეთ რომ $\partial s/\partial p_m = 0$.

ბ. ასევე აჩვენეთ, რომ $\partial m/\partial p_s = 0$.

გ. გამოიყენეთ სლუცკის განტოლება, ასევე ჩანაცვლების ეფექტების სიმეტრიულობა და დაამტკიცეთ (ა) და (ბ) პასუხებში არსებულ წარმოებულებში ჩართული შემოსავლის ეფექტების იდენტურობა.

დ. დაამტკიცეთ, რომ (გ) პასუხში აშკარად გამოყენებულია მარშალის მოთხოვნის ფუნქციები m და s-თვის.

6.2

კრიზისულ პერიოდში ბარტი იძენს დაბალხარისხიან ვისკის და ჟელეს დონატებს. ბარტისთვის ასეთი ვისკი მდარე პროდუქტია, რომელიც გიფენის პარადოქსს ასახავს, ჩვეულებრივ ვისკი და დონატები ასევე ჰიქსის შემცვლელებია. ინტუიციურად ახსენით ვისკის ფასის ზრდის შედეგად მცირედით რატომ შემცირდება დონატების შეძენა. ეს იმას ნიშნავს, რომ პროდუქტები, ასევე, ერთობლივი შემავსებლები უნდა იყოს.

6.3

დონალდი, მოკრძალებული მაგისტრანტია და იძენს მხოლოდ ყავას (c) და კარაქიან პურს (bt). ის ამ პროდუქტებს იძენს უნივერსიტეტის კაფეში და ყოველთვის 2 პორცია კარაქს მიირთმევს ერთ ნაჭერ პურთან ერთად. დონალდი თავის მცირე სტიპენდიის ერთ ნახევარს ხარჯავს მხოლოდ ყავაზე და მეორე ნახევარს კარაქიან პურზე.

ა. ამ ამოცანაში კარაქიანი პური შეიძლება ჩავთვალოთ, როგორც შედგენილი პროდუქტი. რა არის მისი ფასი კარაქის ფასისა (p_b) და პურის ფასის (p_t) ტერმინებში?

ბ. ახსენით რატომაა, რომ $\partial c/\partial p_{bt} = 0$

გ. ჭეშმარიტია, რომ ამ ამოცანაში $\partial c/\partial p_b$ და $\partial c/\partial p_t$ 0-ის ტოლია?

6.4

ქალბატონ სარა მოგზაურს არ აქვს ავტომობილი და მგზავრობს მხოლოდ ავტობუსით, მატარებლით ან თვითმფრინავით. მისი სარგებლიანობის ფუნქცია მოცემულია შემდეგი გამოსახულებით

$$\textbf{სარგებლიანობა} = b \cdot t \cdot p,$$

სადაც თითოეული ასო აღნიშნავს ტრანსპორტის ამ სახეობით ნამგზავრი მილების რაოდენობას. დავუშვათ, რომ მატარებლითა და ავტობუსით მგზავრობის ფასების თანაფარდობა (p_t/p_b) არასოდეს იცვლება.

ა. როგორ შეიძლება განვსაზღვროთ შედგენილი პროდუქტები სახმელეთო ტრანსპორტისთვის?
ბ. ჩამოაყალიბეთ სარას ოპტიმიზაციის პრობლემა როგორც არჩევანი სახმელეთო (g) და საჰაერო (p) ტრანსპორტს შორის.
გ. როგორია სარას მოთხოვნის ფუნქციები g და p?
დ. ერთხელაც სარამ მიიღო გადაწყვეტილება g-ზე დანახარჯების შესახებ. როგორ გაანაწილებს ის თავის დანახარჯებს b და t შორის?

6.5

დავუშვათ, ინდივიდი მოიხმარს სამ პროდუქტს x_1, x_2 და x_3. მათ შორის x_2 და x_3 მსგავსი პროდუქტებია (როგორიცაა იაფი და ძვირი რესტორნების სადილები) რომლებისთვისაც $p_2 = kp_3$, სადაც $k < 0$. ეს იმას ნიშნავს, რომ პროდუქტების ფასები ერთმანეთთან მუდმივ დამოკიდებულებაში არიან.

ა. აჩვენეთ, რომ x_2 და x_3 შეიძლება ჩავთვალოთ, როგორც შედგენილი პროდუქტები.
ბ. დავუშვათ, გარიგებაში x_2 და x_3 ერთიანდებიან ერთეულზე t ღირებულების ტრანსაქციაში (მაგალითისთვის იხილე ამოცანა 6.6). როგორ გავლენას მოახდეს ტრანსაქციის ეს დანახარჯები x_2 და x_3 ფასების თანაფარდობაზე? როგორ იქნება დამოკიდებული ეს ეფექტი t-ს მნიშვნელობაზე?
გ. შეგიძლიათ იწინასწარმეტყველოთ t-ში შემოსავალი-საკომპენსაციო ზრდა როგორ აისახება x_2 და x_3 შედგენილი პროდუქტის დანახარჯებზე? შედგენილი პროდუქტების თეორემა მკაცრად გამოიყენება ამ შემთხვევაში?
დ. t-ში შემოსავალი-საკომპენსაციო ზრდა როგორ აისახება x_2 და x_3 შედგენილ პროდუქტებზე დანახარჯების გადანაწილებაზე?

6.6

გამოიყენეთ ამოცანის 6.5 შედეგები და ახსენით შემდეგი გამონათქვამები:

ა. რთულია იშოვო მაღალი ხარისხის ვაშლი ვაშინგტონის შტატში და ახალი ფორთოხალი ფლორიდაში.
ბ. ადამიანები, ვინც დიდ თანხებს ხარჯავენ ძიძებზე, მოსალოდნელია, რომ სადილობენ ძვირადღირებულ რესტორნებში, ვიდრე ისინი, ვისაც ასეთი დანახარჯები არ აქვს.
გ. ინდივიდები, ვისაც დრო ძვირად უღირს უფრო ხშირად დაფრინავენ კონკორდით, ვიდრე ისინი, ვისი დროის ღირებულებაც დაბალია.

დ. ადამიანები უფრო მეტად ცდილობენ ეძებონ გარიგებები ძვირადღირებულ პროდუქტებზე, ვიდრე დაბალფასიანზე. გაითვალისწინეთ: დაკვირვებები (*b*) და (*d*) ახდენენ ბაზისის ფორმირებას, ვინაიდან ორი საიდუმლო მკვლელობით ეკონომისტებმა გადაჭრეს დანაშაულის პრობლემა, იხილე: Marshall Jevons, Murder at the Margin and The Fatal Equilibrium.

6.7

საზოგადოდ არასაკომპენსაციო ჯვარედინი-საფასო ეფექტები ტოლი არ არის. რაც იმას ნიშნავს, რომ

$$\frac{\partial x_i}{\partial p_j} \neq \frac{\partial x_j}{\partial p_i}.$$

გამოიყენეთ სლუცკის ტოლობა და აჩვენეთ, რომ ეს ეფექტები ტოლია, თუ ინდივიდი შემოსავლის მუდმივ ნაწილს ხარჯავს თითოეულ პროდუქტზე შეფარდებითი ფასებისგან დამოუკიდებლად (ესაა ამოცანის 6.1 განზოგადება).

6.8

მაგალითი 6.3 მოთხოვნის ფუნქციას გამოსახავს სამი პროდუქტისთვის *CES* სარგებლიანობის ფუნქციით

$$U(x,y,z) = -\frac{1}{x} - \frac{1}{y} - \frac{1}{z}.$$

ა. x-თვის მოთხოვნის ფუნქცია გამოიყენეთ ტოლობისთვის 6.32 და განსაზღვრეთ არის თუ არა x და y ან x და z ერთობლივი შემცვლელები ან ერთობლივი შემავსებლები.

ბ. როგორ განსაზღვრავთ არის თუ არა x და y ან x და z წმინდა შემცვლელები ან წმინდა შემავსებლები?

ანალიტიკური ამოცანები

6.9 მომხმარებლის ნამეტი მრავალი პროდუქტის შემთხვევაში

თავში 5 ვაჩვენეთ, თუ როგორ გამოითვლება ერთი ფასის ცვლილებით გამოწვეული კეთილდღეობის დანახარჯები დანახარჯების ფუნქციებისა და საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდების გამოყენებით. ეს ამოცანა გავალებთ ფასის ეს ცვლილება განაზოგადოთ ორი (ან მრავალი) პროდუქტის შემთხვევისთვის.

ა. დავუშვათ, ინდივიდი მოიხმარს n რაოდენობის პროდუქტს და ორი პროდუქტის ფასი (ვთქვათ, p_1 და p_2) იზრდება. დანახარჯების ფუნქციის გამოყენებით რო-

გორ გაზომავთ საკომპენსაციო ვარიაციას (*CV*) ამ ინდივიდისთვის ფასების ასეთი ზრდის პირობებში?

ბ. კეთილდღეობის ამ დანაკარგების გრაფიკულად გამოსახვის გზაა საკომპენსაციო მოთხოვნის მრუდების გამოყენება x_1 და x_2-თვის იმ დაშვებით, რომ ერთზე ფასი მეორეზე უფრო ადრე გაიზარდა. აჩვენეთ ეს მიდგომა.

გ. (ბ) შეკითხვის პასუხში ექნებოდა თუ არა მნიშვნელობა ფასების გაზრდის რიგითობას? ახსენით.

დ. საზოგადოდ, როგორ ფიქრობთ ამ ორი პროდუქტის ფასის ზრდის *CV* უფრო დიდი იქნებოდა, თუ არა პროდუქტების წმინდა შემცვლელების ან წმინდა შემავსებლების პირობებში?

6.10 დანაწევრებული სარგებლიანობა

სარგებლიანობის ფუნქციას ეწოდება დანაწევრებული, თუ იგი შეიძლება ასე ჩაიწეროს

$$U(x,y) = U_1(x) + U_2(y),$$

სადაც, $U_i' > 0$, $U_i' < 0$ და U_1, U_2 ერთი და იგივე ფუნქციებია.

ა. რა პირობას უშვებს დანაწევრებულობა ჯვარედინი-ნაწილობრივი წარმოებულის U_{xy} შესახებ?

ბ. აჩვენეთ, რომ თუ სარგებლიანობა დანაწევრებულია, მაშინ არცერთი პროდუქტი არ იქნება დაბალხარისხიანი.

გ. სარგებლიანობის დანაწევრებულობის დაშვება გაძლევთ თუ არა იმ დასკვნის საშუალებას, რომ x და y ერთობლივი შემცვლელები და ერთობლივი შემავსებლები არიან? ახსენით.

დ. გამოიყენეთ ქობ-დაგლასის სარგებლიანობის ფუნქცია იმის საჩვენებლად, რომ დანაწევრებულობა უცვლელია მონოტონური ტრანსფორმაციის მიმართ. შენიშვნა: დანაწევრებული ფუნქციები უფრო დეტალურად ახსნილია ამ თავის დამატებაში.

6.11 შემავსებლების გრაფიკული გამოსახვა

შემავსებლების გრაფიკული გამოსახვა რთულია იმის გამო, რომ პროდუქტებს შორის შემავსებელი დამოკიდებულება (ჰიქსის განსაზღვრებით) მხოლოდ ორ მათგანს შორის არ არის. უფრო სწორად, შემავსებლობა აუცილებლად მოიცავს ურთიერთობებს სამ (ან მეტ) პროდუქტს შორის. შემავსებლობის შესახებ თავის მიმოხილვაში სამუელსონმა აღნიშნული კონცეფცია მოგვცა ორგანზომილებიან სიბრტყეზე განურჩევლობის მრუდებით (იხილე შემოთავაზებული დამატებითი საკითხავი). ამ მოსაზრების შესამოწმებლად დავუშვათ, რომ მოცემულია სამი პროდუქტი, რომლის შერჩევაც შეუძლია მომხმარებელს. ამ პროდუქტების რაოდენობები აღნიშნულია x_1, x_2, x_3. შეასრულეთ შემდეგი მოქმედებები.

ა. დახაზეთ განურჩევლობის მრუდები x_2 და x_3-თვის, x_1^0-ის პირობებში x_1-ის მუდმივობისას. განურჩევლობის ამ მრუდს ექნება ჩვეულებრივი ამოზნექილი ფორმა.

ბ. ააგეთ მეორე (უფრო მაღალი) განურჩევლობის მრუდი x_2 და x_3-თვის, $x_1^0 - h$-ის პირობებში x_1-ის მუდმივობისას. ამ ახალი მრუდისთვის აჩვენეთ იმ დამატებითი x_1-ის რაოდენობა, რომლითაც კომპენსირებული იქნება x_1-ის დანაკარგები და ეს რაოდენობა აღნიშნეთ j. ანალოგიურად, აჩვენეთ იმ დამატებითი x_3-ის რაოდენობა, რომლითაც კომპენსირებული იქნება x_1-ის დანაკარგები და ეს რაოდენობა აღნიშნეთ k.

გ. დავუშვათ, რომ ინდივიდს აქვს ორივე რაოდენობა j და k, რაც მას საშუალებას აძლევს გადავიდეს უფრო მაღალ x_2/x_3 განურჩევლობის მრუდზე. თქვენს გრაფიკზე აჩვენეთ ეს მოძრაობა და ააგეთ განურჩევლობის ახალი მრუდი.

დ. სამუელსონმა შემოგვთავაზა შემდეგი განსაზღვრებები:

- თუ განურჩევლობის ახალი მრუდი შეესაბამება განურჩევლობის მრუდს, როცა $x_1 = x_1^0 - 2h$, მაშინ პროდუქტები 2 და 3 დამოუკიდებლებია.
- თუ განურჩევლობის ახალი მრუდი უზრუნველყოფს უფრო მაღალ სარგებლიანობას, როცა $x_1 = x_1^0 - 2h$, მაშინ პროდუქტები 2 და 3 შემავსებლებია.
- თუ განურჩევლობის ახალი მრუდი უზრუნველყოფს უფრო ნაკლებ სარგებლიანობას, როცა $x_1 = x_1^0 - 2h$, მაშინ პროდუქტები 2 და 3 შემცვლელებია.
- აჩვენეთ, რომ ეს გრაფიკული განსაზღვრებები სიმეტრიულია.

ე. ახსენით, თუ როგორ შეესაბამება ეს გრაფიკული განსაზღვრებები ტექსტში მოცემულ ჰიქსის მათემატიკურ განსაზღვრებებს.

ვ. თქვენი გრაფიკიდან გამომდინარე, ფიქრობთ თუ არა, ამ მიდგომით სრულადაა აღწერილი x_2 და x_3 პროდუქტებს შორის შესაძლო ყველა ურთიერთობა?

6.12 კარგი ვაშლების მიწოდება

ამოცანებში 6.5 და 6.6 შემოთავაზებული ანალიზის დეტალები შემუშავებულია ბორჩერდინგისა და სილბერბერგის (იხ. შემოთავაზებული საკითხავები) მიერ, ალჩიანისა და ალენის მოსაზრებებზე დაყრდნობით. ამ ავტორებმა განიხილეს ტრანსაქციის მოცულობის გავლენა ორი ახლო შემცვლელი პროდუქტის შეფარდებით მოთხოვნაზე. დავუშვათ, რომ პროდუქტები x_2 და x_3 ახლო შემცვლელებია და ერთეულზე t გარიგების საგნებია. ასევე, დავუშვათ, რომ პროდუქტი 2 უფრო ძვირადღირებულია, ვიდრე დანარჩენი ორი მათგანი (მაგალითად, „კარგი ვაშლი“ და „გადასამუშავებელი ვაშლი“). შედეგად, გარიგების თანხა ამცირებს უფრო ძვირადღირებული პროდუქტის შეფარდებით ფასს [რაც იმას ნიშნავს, რომ $(p_2 - t)/(p_3 + t)$ მცირდება, როცა t იზრდება]. ეს გაზრდის ძვირადღირებულ პროდუქტზე შეფარდებით მოთხოვნას, თუ $\partial(x_2^c/x_3^c)/\partial t > 0$ (სადაც ვიყენებთ საკომპენსაციო მოთხოვნის ფუნქციებს შემოსავლის ეფექტის ნაკლოვანების გასანეიტრალებლად). ბორჩერდინგმა და სილბერბერგმა აჩვენეს, რომ ამ შედეგს შეიძლება ადგილი ქონდეს შემდეგი ნაბიჯების გამოყენებისას.

ა. გამოიყენეთ კერძო წარმოებულის წესი, რომ გააფართოოთ $\partial(x_2^c/x_3^c)/\partial t$.

ბ. (ა) შეკითხვის პასუხი გამოიყენეთ იმის საჩვენებლად, რომ ამ ამოცანაში $i = 2$, 3-თვის $\partial x_i^c/\partial t = \partial x_i^c/\partial p_2 + \partial x_i^3/\partial p_3$, ძიებული წარმოებული შესაძლებელია ჩავწეროთ შემდეგი სახით

$$\frac{\partial(x_2^c / x_3^c)}{\partial t} = \frac{x_2^c}{x_3^c}\left[\frac{s_{22}}{x_2} + \frac{s_{23}}{x_2} - \frac{s_{32}}{x_3} - \frac{s_{33}}{x_3}\right],$$

სადაც, $s_{ij} = \partial x_i^c/\partial p_j$.

გ. (ბ) შეკითხვაში მიღებული შედეგი გადაწერეთ საკომპენსაციო საფასო ელასტიკურობის პირობით:

$$e_{ij}^c = \frac{\partial x_i^c}{\partial p_j} \cdot \frac{p_j}{x_i^c}.$$

დ. გამოიყენეთ ჰიქსის მესამე კანონი (ტოლობა 6.26) და აჩვენეთ, რომ (ბ) და (გ) შეკითხვების ფრჩხილებში მოცემული პირობა ახლა შესაძლებელია ჩაიწეროს როგორც $[(e_{22} - e_{32})(1/p_2 - 1/p_3) + (e_{21} - e_{31})/p_3]$.

ე. ინტუიციურად დაასაბუთეთ, რატომაა შესაძლებელი, რომ ამ ამოცანის პირობებში (დ) შეკითხვაში არსებული გამოსახულება იყოს დადებითი. დახმარება: რატომაა ფრჩხილებში მოცემული პირველი პროდუქტი დადებითი? რატომ იქნება ფრჩხილებში არსებული მეორე პროდუქტი მცირე სიდიდე?

ვ. დაუბრუნდით ამოცანას 6.6 და ჩამოაყალიბეთ ამ სხვადასხვა მიგნების უფრო სრულყოფილი ახსნა.

დამატებითი საკითხავი

Borcherding, T. E., and E. Silberberg. "Shipping the Good Apples Out—The Alchian-Allen Theorem Reconsidered," *Journal of Political Economy* (February 1978): 131–38.

მოთხოვნის თეორიაში სამ პროდუქტს შორის დამოკიდებულების კარგი განხილვა. ასევე იხ. ამოცანები 6.5 და 6.6.

Hicks, J. R. Value and Capital, 2nd ed. Oxford: Oxford University Press, 1946. See Chaps. I–III and related appendices.

იხ. თავები I-III და თანდართული დანართები. შედგენილი პროდუქტის თეორემის დამტკიცება. ასევე აქვს ერთ-ერთი პირველი ანალიზი წმინდა შემცვლილებისა და შემავსებლების შესახებ.

Mas-Colell, A., M. D. Whinston, and J. R. Green. Microeconomic Theory. New York: Oxford University Press, 1995.

იკვლევს საკომპენსაციო ჯვარედინ-საფასო ეფექტების სიმეტრიის შედეგებს მოთხოვნის თეორიის სხვადასხვა ასპექტებისთვის.

Rosen, S. "Hedonic Prices and Implicit Markets." *Journal of Political Economy* (January/February 1974): 34-55.

მომხმარებლის თეორიაში ატრიბუტებისა და ატრიბუტების „ბაზრების" კონცეფციის კარგი გრაფიკული და მათემატიკური განხილვა.

Samuelson, P. A. "Complementarity – An Essay on the 40th Anniversary of the Hicks-Allen Revolution in Demand Theory." *Journal of Economic Literature* (December 1977):1255–89.

განიხილავს ურთიერთშევსებადობის რამდენიმე დეფინიციას და აჩვენებს მათ შორის კავშირს. მოიცავს ინტუიციურ, გრაფიკულ განხილვას და დეტალურ მათემატიკურ დანართს.

Silberberg, E., and W. Suen. The Structure of Economics: A Mathematical Analysis, 3rd ed. Boston: Irwin/McGraw-Hill, 2001.

კარგი განხილვა დანახარჯების ფუნქციებზე და არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქციების გამოყენება შედგენილი პროდუქტის თეორემის წარმოსადგენად და სხვა შედეგები.

დანართები

მოთხოვნის გამარტივება და ორსაფეხურიანი ბიუჯეტირება

თავში 6 ვნახეთ, რომ სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის თეორია მთლიანობაში რამდენიმე შეზღუდვაზე ამახვილებს ყურადღებას. იმის გარდა, რომ წმინდა ჯვარედინი-ჩანაცვლების ეფექტები სიმეტრიულია, პროდუქტებს შორის პრაქტიკულად ნებისმიერი ურთიერთობის ტიპი შეესაბამება თეორიის დაშვებებს. ასეთი სიტუაცია იმ ეკონომისტებს, ვინც მოხმარების ქცევას სწავლობს რეალურ სამყაროში პრობლემებს უქმნის - თეორია არ იძლევა გზამკვლევს პოტენციურად კიდევ მრავალი პროდუქტის შესასწავლად.

საზოგადოდ მოთხოვნის გასამარტივებლად ორი გზა არსებობს. პირველია, შედგენილი პროდუქტების თეორემის გამოყენება (თავი 6), სადაც პროდუქტებს გარკვეულ კატეგორიაში ვაერთიანებთ, იმ პირობით, რომ ყველა ფასი ერთდროულად იცვლება. ისეთი სიტუაციებისთვის, როცა ეკონომისტები განსაკუთრებით არიან დაინტერესებული შეფარდებითი ფასების ცვლილებით (მაგალითად, ენერგიის სხვადასხვა სახეობებისთვის), ასეთი მიდგომა არ გამოიყენება. დავუშვათ, ალტერნატივა, რომ მომხმარებლები გადაწყვეტილებების მიღებისას სარგებლობენ ორსაფეხურიანი ბიუჯეტირებით. დასაწყისში ისინი შემოსავლებს პროდუქტების ფართო ჯგუფზე ანაწილებენ (საკვები, ტანსაცმელი და სხვა), ხოლო შემდეგ ამ დანახარჯებს, თვლიან რა, როგორც მუდმივს, ახდენენ სარგებლიანობის მაქსიმიზაციას პროდუქტების თითოეული ქვეჯგუფის მიხედვით, ხოლო მათ შესახებ ინფორმაციას შეფარდებითი ფასებით იგებენ. ამ მიდგომით გადაწყვეტილების შესწავლის გამარტივება ხდება დროის ერთ მონაკვეთში, ერთ კატეგორიაზე დაკვირვებით. ამ პროცესს „ორსაფეხურიანი“ ბიუჯეტირება ეწოდება. დამატებაში ჯერ განვიხილავთ ორსაფეხურიანი ბიუჯეტირების ზოგად თეორიას, ხოლო შემდეგ - რამდენიმე ემპირიულ მაგალითს.

E6.1 ორსაფეხურიანი ბიუჯეტირების თეორია

ორსაფეხურიანი ბიუჯეტირების შემთხვევაში საკითხი შეიძლება მოკლედ ჩამოვაყალიბოთ: არსებობს თუ არა პროდუქტების განყოფილება არაგადამკვეთ ჯგუფებში m-ში (აღნიშნული $r = 1, m$) და განცალკევებული ბიუჯეტი (I_r) განკუთვნილი თითოეულ კატეგორიაზე ისე, რომ ერთი ნებისმიერი კატეგორიის შიგნით პროდუქტზე მოთხოვნის ფუნქცია დამოკიდებული იყოს პროდუქტის ფასზე ამ კატეგორიაში და ბიუჯეტში ამ კატეგორიის წილზე? ისმის შეკითხვა: შეგვიძლია თუ არა გავანაწილოთ პროდუქტები ისე, რომ მოთხოვნა მოცემული იყოს შემდეგი სახით

$$x_i(p_1, \ldots, p_n, I) = x_{i\in r}(P_{i\in r}, I_r) \qquad \text{(i)}$$

$r = 1, m$-თვის? აქ შესაძლებელია, რომ შევთავაზოთ ორსაფეხურიანი მაქსიმიზაციის პრობლემების შედარება

$$V^*(p_1,\ldots,p_n,I_1,\ldots,I_m) = \max_{x_1,\ldots,x_n}\left[U(x_1,\ldots,x_n)\, s.t. \sum_{i\in r} p_i x_i \le I_r, r = 1,m\right] \qquad \text{(ii)}$$

და

$$\max_{I_1,\ldots,I_m} V^* \; s.t. \sum_{r=1}^{m} I_r = I,$$

სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის ამოცანისთვის ჩვენ გამოვიკვლიეთ,

$$\max_{x_i} U(x_1,\ldots,x_n) s.t. \sum_{i=1}^{n} p_i x_i \le I. \qquad \text{(iii)}$$

სხვა რამე დამატებითი შეზღუდვების გარეშე მაქსიმიზაციის ეს ორი პროცესი მოგვცემს იმავე შედეგს; ტოლობა ii არის ტოლობის iii უფრო რთული გზით ჩამოყალიბება. ამგვარად, სარგებლიანობის ფუნქციაზე საჭიროა გარკვეული შეზღუდვების დაწესება იმაში დასარწმუნებლად, რომ მოთხოვნის ფუნქციები ორსაფეხურიანი პროცესის გავლის შედეგად მიიღებენ ტოლობაში i მოცემულ ფორმას. ინტუიციურად ჩანს, რომ პროდუქტების ასეთმა კლასიფიკაციამ უნდა იმუშაოს იმ პირობით, რომ პროდუქტზე ფასის ცვლილება ერთ კატეგორიაში არ უნდა აისახოს, ამ პროდუქტის გარდა, რომელიმე კატეგორიის სხვა პროდუქტების დანახარჯებზე. ამოცანაში 6.9 ვაჩვენეთ შემთხვევა, როცა ეს ჭეშმარიტია მრავალი პროდუქტის სარგებლიანობის ფუნქციისთვის. სამწუხაროდ, ეს ადასტურებს, რომ განსაკუთრებულ შემთხვევასთან გვაქვს საქმე. უფრო ზოგადი მათემატიკური შეზღუდვები, რაც უნდა ჩაიდოს სარგებლიანობის ფუნქციაში, ისაა, რომ გამართლებული იქნეს ორსაფეხურიანი ბიუჯეტირება (იხ.: Blackorby, Primont, and Russell,1978), მაგრამ ეს ინტუიციურად გაუგებარია. ეკონომისტებმა, ვისაც სურს შეისწავლოს მომხმარებელთა დეცენტრალიზებული ქცევა (ან ფირმების შემთხვევა, სადაც მრავალ განყოფილებას ხელმძღვანელობენ) უნდა გაამარტივონ საკითხი. განვიხილოთ რამდენიმე მაგალითი.

E6.2 შეგნიდი ჰიროქსის დამოკიდებულების თეორემა

გამარტივების ზემოაღნიშნული ორი ხერხიდან არცერთია მთლიანად დამაკმაყოფილებელი. შედგენილი პროდუქტების თეორემა მოითხოვს დროის გარკვეულ პერიოდში, ერთ ჯგუფში პროდუქტებზე შეფარდებითი ფასების მუდმივობას. ესაა დაშვება, რომელიც მიუღებელი იყო ისტორიის განსხვავებულ პერიოდებში. მეორე მხრივ, განცალკევებულობა და ორსაფეხურიანი ბიუჯეტირებაც, ტოლობით i განსაზღვრულ სარგებლიანობის ფუნქციაში, ასევე მოითხოვს ძალიან მკაცრ დაშვებას, ერთი ჯგუფის ერთ პროდუქტზე ფასის ცვლილების ზემოქმედების შესახებ, სხვა ნებისმიერი ჯგუფის პროდუქტებზე გაწეულ დანახარჯებზე. ამ დაშვებებს მონაცემები არ ადასტურებენ (იხ.: Diewert and Wales, 1995).

ეკონომისტებმა მოიფიქრეს პროდუქტების უფრო მეტად გამსხვილების, ხელოვნური აგრეგირების მეთოდები. მაგალითად, ლევბელმა (1996) აჩვენა, რომ შედგენილი პროდუქტების თეორემა შეიძლება განზოგადდეს ისეთ შემთხვევად, სადაც ფასები ჯგუფის შიგნით შეფარდებითი ცვლილებებით ხასიათდებიან. მან ეს განზოგადება გამოიყენა აშშ-ს სამომხმარებლო ხარჯების ექვს დიდ ჯგუფში გასაერთიანებლად (საკვები, ტანსაცმელი, საცხოვრებელი ოპერაციები, ჯანდაცვა, ტრანსპორტი და რეკრეაცია). ამ გარდაქმნის გამოყენებით მან დაასკვნა, რომ მისი მოქმედება გაცილებით ზუსტი იყო, ვიდრე ორსაფეხურიანი ბიუჯეტირება დანახარჯების ამ კატეგორიებს შორის.

E6.3 ჰომოთეტური ფუნქციები და ენერგიაზე მოთხოვნა

მრავალი პროდუქტის შემთხვევაში მოთხოვნის გამარტივების ერთ-ერთი გზაა იმის დაშვება, რომ პროდუქტების ზოგიერთი კატეგორიისთვის სარგებლიანობა ჰომოთეტურია და შესაძლებელია სხვა პროდუქტებზე მოთხოვნისგან მისი განცალკევება. ეს მოსაზრება გამოთქვეს იორგენსონმა, სლესნიკმა და სთოქერმა (1997) აშშ-ს მომხმარებლების ენერგიაზე მოთხოვნის შესწავლისას. იმ დაშვებით, რომ ენერგიის გარკვეულ სახეობებზე

მოთხოვნის ფუნქციები ენერგიაზე დანახარჯების საერთო მოცულობის პროპორციულია. ავტორებმა შეძლეს თავისი ემპირიული კვლევის კონცენტრირება იმ თემაზე, რაც მათი ინტერესის ობიექტს წარმოადგენდა - მოთხოვნის საფასო ელასტიკურობის შეფასება ენერგიის სხვადასხვა სახეობებზე. მათ დაასკვნეს, რომ ენერგიის სახეობების უმრავლესობას (როგორიცაა ელექტროენერგია, ბუნებრივი გაზი, საწვავი და სხვა) აქვთ საკმაოდ ელასტიკური მოთხოვნის ფუნქციები. აღმოჩნდა, რომ მოთხოვნა მნიშვნელოვანწილად დამოკიდებულია ელექტროენერგიის ფასზე.

ლიტერატურა

Blackorby, Charles, Daniel Primont, and R. Robert Russell. *Duality, Separability and Functional Structure: Theory and Economic Applications.* New York: North Holland, 1978.

Diewert, W. Erwin, and Terrence J. Wales. "Flexible Functional Forms and Tests of Homogeneous Separability." *Journal of Econometrics* (June 1995): 259–302.

Jorgenson, Dale W., Daniel T. Slesnick, and Thomas M. Stoker. "Two-Stage Budgeting and Consumer Demand for Energy." In Dale W. Jorgenson, Ed., *Welfare, vol. I: Aggregate Consumer Behavior.* pp. 475–510. Cambridge, MA: MIT Press, 1997.

Lewbel, Arthur. "Aggregation without Separability: A Standardized Composite Commodity Theorem." *American Economic Review* (June 1996): 524–43.

7



გაურკვევლობა და ინფორმაცია

ამ თავში შევისწავლით გაურკვეველ სიტუაციებში ინდივიდუალური ქცევის თეორიის რამდენიმე ელემენტს. ჩვენი ძირითადი მიზანია ვაჩვენოთ, თუ რატომ არ უყვართ ცალკეულ პიროვნებებს რისკი და როგორ შეიძლება შეარჩიონ სტრატეგია მის შესამცირებლად. უფრო ზუსტად კი, ამ თავის მიზანია წარმოადგინოს მოკლე შესავალი იმ საკითხებზე, რომლებიც შესაძლოა არასრულყოფილმა ინფორმაციამ გამოიწვიოს, როდესაც ინდივიდები იღებენ გადაწყვეტილებებს სარგებლის მაქსიმიზაციის შესახებ. აღნიშნული საკითხები განმეორდება წივნის დანარჩენ ნაწილშიც.

მათემატიკური სტატისტიკა

ეკონომიკის მერყეობის მოდელირების მრავალი ფორმა პირველად მათემატიკური სტატისტიკის სფეროში განვითარდა. მათი ნაწილი განხილული იყო თავში 2, ამ თავში კი წარმოგიდგენთ აღნიშნული კონცეფციების მნიშვნელოვანი ნაწილის გამოყენების შესაძლებლობებს. კონკრეტულად, განიხილება ოთხი სტატისტიკური იდეა:

- ***შემთხვევითი ცვლადი:*** შემთხვევითი ცვლადი არის სიდიდე, რომელიც რიცხვით ფორმაში ასახავს მოსალოდნელ შედეგებს შემთხვევითი მოვლენიდან[1].
- ***ალბათობის განაწილების სიმკვრივე (Probability density function-PDF):*** ფუნქცია, რომელიც გვიჩვენებს შემთხვევითი ცვლადის შესაძლო მნიშვნელობების ალბათობებს.
- ***შემთხვევითი ცვლადის მოსალოდნელი მნიშვნელობა:*** შემთხვევითი ცვლადის შედეგი, რომელიც „საშუალოდ" მოხდება. მოსალოდნელი მნიშვნელობა აღნიშნულია $E(x)$-ით. თუ x არის დისკრეტული შემთხვევითი ცვლადი n რაოდენობის შედეგით, მაშინ $E(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i = f(x_i)$, სადაც $f(x)$ არის x შემთხვევითი ცვლადის განაწილების სიმკვრივე (PDF). თუ x არის უწყვეტი შემთხვევითი ცვლადი, მაშინ $E(x)\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$.
- ***ვარიაცია და სტანდარტული გადახრა:*** ეს კონცეფციები ზომავს შემთხვევითი ცვლადის მოსალოდნელი მნიშვნელობის დისპერსიას. დისკრე-

1 როდესაც საჭიროა შემთხვევითი და არაშემთხვევითი ცვლადების დიფერენცირება, ჩვენ ვიყენებთ x-ს იმის აღსანიშნად, რომ ცვლადი x არის შემთხვევითი, რომელიც მონაცვლეობით იღებს შემთხვევით განსაზღვრულ მნიშვნელობებს. განსხვავების გაკეთება არ იქნება საჭირო ხშირად, რადგან შემთხვევითობა იქნება ცხადი პრობლემის კონტექსტიდან გამომდინარე.

ტულ შემთხვევაში, $Var(x) = \sigma_x^2 = \sum_{i=1}^{n} [x - E(x)]^2 f(x_i)$; უწყვეტ შემთხვევაში, $Var(x) = \sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} [x - E(x)]^2 f(x) dx$. სტანდარტული გადახრა არის კვადრატული ფესვი ვარიაციიდან.

იმ განუსაზღვრელი შედეგების პირისპირ მდგარი პიროვნების მიერ გადაწყვეტილების მიღების პროცესის დაკვირვებით (რომელთა გამოსახვაც შესაძლებელია შემთხვევითი ცვლადის მეშვეობით) ვნახავთ, რომ ზემოთ აღნიშნული კონცეფციები პრაქტიკაში ამოქმედდება.

სამართლიანი თამაშები და მოსალოდნელი სარგებლიანობის ჰიპოთეზები

„სამართლიანი თამაში" არის შემთხვევითი თამაში ზუსტად განსაზღვრული პრიზებითა და ალბათობებით, რომლის მოსალოდნელი ღირებულებაც ნულის ტოლია. მაგალითად, თუ მეგობარს მონეტით ეთამაშებით ერთ დოლარზე, თამაშის მოსალოდნელი მნიშვნელობა ნულის ტოლია, რადგან

$$E(x) = 0.5(+\$1) + 0.5(-\$1) = 0, \qquad \textbf{(7.1)}$$

სადაც მოგება იწერება პლუს ნიშნით, ხოლო წაგება – მინუსით. ამის მსგავსად, თამაში, რომელიც ერთი მხრით დაჯდომის შემთხვევაში $10-ის მოგებას გვპირდება, ხოლო მეორე მხარის შემთხვევაში $1-ის წაგებას, „უსამართლოა" , რადგან

$$E(x) = 0.5(+\$10) + 0.5(-\$1) = \$4.5. \qquad \textbf{(7.2)}$$

ეს თამაში შეიძლება მარტივად გარდავქმნათ სამართლიან თამაშად, თუ თქვენ დაგეკისრებათ $4.50 თამაშის უფლებისთვის[2].

აღიარებულია, რომ ადამიანთა უმრავლესობას არ სურს ითამაშოს სამართლიანი თამაშები. თუმცა, ზოგჯერ რამდენიმე დოლარზე მათ შეიძლება ააგდონ მონეტა, მაშინ როცა მსგავსი თამაშისგან +$1 მლნ ან –$1 მლნ შედეგით ისინი თავს შეიკავებენ. ერთერთი პირველი მათემატიკოსი, ვინც სამართლიანი ფსონით თამაშისადმი სურვილის არქონა შეისწავლა, დანიელ ბერნული იყო, რომელიც მე-18 საუკუნეში მოღვაწეობდა[3]. მისი ცნობილი სანქტ-პეტერბურგის პარადოქსის კვლევა ფაქტიურად წარმოადგენს გაურკვეველ სიტუაციებში ინდივიდების ქცევის შესახებ ყველა კვლევის საფუძველს.

2 აქ განხილული თამაშების შემოსავალი იზომება მხოლოდ პრიზებიდან მიღებული სარგებლიანობით. ის ფაქტი, რომ მრავალი ინდივიდი თამაშობს არასამართლიანი ფსონებით, არ უარყოფს ჩვენს მტკიცებას. შეგვიძლია ვივარაუდოთ, რომ ასეთი პირები თამაშთან დაკავშირებული გარემოებებიდან იღებენ სარგებელს, რაც საშუალებას გვაძლევს თამაშის სამომხმარებლო ასპექტი გამოვყოთ სუფთა რისკის ასპექტისაგან.

3 ბერნულის ორიგინალური ნაშრომი ხელახლა გამოიცა, როგორც დ. ბერნული „რისკის გაზომვის ახალი თეორიის აღწერა". ეკონომეტრიკა 22 (1954 წელი, იანვარი): 23-36.

სანკტ-პეტერბურგის პარადოქსი

სანქტ-პეტერბურგის პარადოქსში შემდეგი თამაშია შემოთავაზებული: მონეტას აგდებენ მანამ, სანამ საფასური არ დაჯდება. თუ საფასური მოვა n აგდებაზე, მოთამაშე იღებს $\$2n$. ამ თამაშს აქვს შედეგების უსასრულო რაოდენობა (მონეტის აგდების პროცესი შეიძლება გაგრძელდეს უსასრულობამდე და არასოდეს გამოჩნდეს საფასური, თუმცა, ამის ალბათობა მცირეა), მაგრამ პირველი რამდენიმე მათგანი შესაძლოა ადვილად ჩაიწეროს. თუ x_i წარმოადგენს მოგებას i მცდელობაზე პირველი საფასურის მოსვლაზე, მაშინ

$$x_1 = \$2, x_2 = \$4, x_3 = \$8, \ldots, x_n = \$2n. \tag{7.3}$$

საფასურის მოსვლის ალბათობა i-ურ ცდაზე არის $\left(\frac{1}{2}\right)^i$; ეს არის გერბის $(i-1)$-ჯერ და შემდეგ საფასურის მოსვლის შესაძლებლობა. მაშასადამე, მოგების ალბათობა, რომელიც მოცემულია განტოლებაში 7.3 არის:

$$\pi_{n1} = \frac{1}{2}, \pi_2 = \frac{1}{4}, \pi_3 = \frac{1}{8}, \ldots, \pi_n = \frac{1}{n}. \tag{7.4}$$

სანქტ-პეტერბურგის პარადოქსის თამაშის მოსალოდნელ მნიშვნელობათა არე არის უსასრულო:

$$E(x) = \sum_{i=1}^{\infty} \pi_i x_i = \sum_{i=1}^{\infty} 2^i \left(\frac{1}{2^i}\right)$$
$$= 1 + 1 + 1 + \ldots + 1 + \ldots = \infty. \tag{7.5}$$

ზოგიერთი თვითანალიზი არწმუნებს ყველას, რომ არცერთი მოთამაშე არ იხდის ბევრს (უსასრულობაზე ბევრად ნაკლებს)ამ თამაშისთვის. თუ ეს თამაში შეფასდება $1 მილიარდად, რასაკვირველია არ იარსებებენ თამაშის მსურველები, მიუხედავად იმისა, რომ $1 მილიარდი არის გაცილებით ნაკლები, ვიდრე თამაშის მოსალოდნელი საფასური. ეს არის პარადოქსი: გარკვეული გაგებით ბერნულის თამაში, არ ღირს მის (უსასრულო) მოსალოდნელ ღირებულებად.

მოსალოდნელი სარგებლიანობა

სანქტ-პეტერბურგის პარადოქსით ბერნული გვთავაზობს მტკიცებას, რომ ინდივიდების ძირითად საზრუნავს წარმოადგენს არა თამაშიდან მიღებული პრიზი დოლარის სახით, არამედ ის სარგებლიანობა, რომელსაც ეს დოლარი გვპირდება. თუ დავუშვებთ, რომ კეთილდღეობის ზღვრული სარგებლიანობა მცირდება, როდესაც კეთილდღეობა იზრდება, სანკტ-პეტერბურგის თამაში შესაძლოა შეესაბამოს განსაზღვრული

მოსალოდნელი სარგებლიანობის საფასურს, რომლის გადახდისთვისაც მზად არიან მსურველები თამაშში მონაწილეობის უფლებისათვის. ბერნულმა განსაზღვრა მოსალოდნელი სარგებლიანობა, როგორც თამაშის მორალური საფასური, რადგან იგი გამოხატავს თამაშის ღირებულებას ინდივიდებისათვის. ვინაიდან შესაძლოა სარგებლიანობა გაიზარდოს ნაკლებად, ვიდრე პრიზების გამოხატულება დოლარებში, თამაშის მორალური ღირებულებაც შემცირდება ნაკლებად, ვიდრე მისი მოსალოდნელი ფულადი ღირებულება. მაგალითი 7.1 ეხება ბერნულის დასკვნასთან დაკავშირებულ ზოგიერთ საკითხს.

მაგალითი 7.1 ბერნულის გამოსვლა და მისი ნაკლოვანებები

დავუშვათ, რომ სანქტ-პეტერბურგის პარადოქსში თითოეული პრიზის სარგებლიანობა მოცემულია

$$U(x_i) - \ln(x_i). \tag{7.6}$$

სარგებლიანობის ეს ლოგარითმული ფუნქცია გამოსახავს კლებად ზღვრულ სარგებლიანობას ($U' > 0$, მაგრამ $U'' < 0$) და თამაშის მოსალოდნელი სარგებლიანობა შეესაბამება განსაზღვრულ რიცხვით მნიშვნელობას

$$\begin{aligned}\text{მოსალოდნელი სარგებლიანობა} &= \sum_{i=1}^{\infty} \pi_i U(x)_i \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{2^i} \ln(2^i). \end{aligned} \tag{7.7}$$

ამ გამოსახულების[4] ზოგიერთი გარდაქმნა გვაძლევს თამაშის მოსალოდნელი სარგებლიანობის ღირებულების განსაზღვრულ შედეგს, რაც 1.39-ის ტოლია. სარგებლიანობის ფუნქციის ამ ტიპით ინდივიდი მზადაა მოახდინოს იმ ოდენობის რესურსების ინვესტირება თამაშში მონაწილეობის უფლების შესაძენად, საიდანაც სხვა შემთხვევაში მოსალოდნელი შემოსავლის სარგებლიანობა 1.39-მდე მერყეობს. (სარგებლიანობის აღნიშნულ დონეს უზრუნველყოფს დაახლოებით $4-ის სიმდიდრე). დავუშვათ, რომ სანქტ-პეტერბურგის პარადოქსი ძალიან დიდ პრიზებს გვპირდება, კლებადი ზღვრული სარგებლიანობის პირობებში ბერნულს აქვს შესაძლებლობა შემოგვთავაზოს პარადოქსის გამოსავალი.

---

4 დამტკიცება: მოსალოდნელი სარგებლიანობა

$$\text{მოსალოდნელი სარგებლიანობა} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{i}{2^i} \cdot \ln 2 = \ln 2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{i}{2^i}.$$

შეიძლება ვაჩვენოთ, რომ ამ უსასრულო სერიის საბოლოო მნიშვნელობა არის 2.0. ამრიგად, მოსალოდნელი სარგებლიანობა = 2 ln 2 = 1.39.

(გაგრძელება)

უსაზღვრო სარგებლიანობა. სანქტ-პეტერბურგის პარადოქსის ბერნულის გამოსავალი სამწუხაროდ სრულად არ ჭრის პრობლემას. რადგანაც სარგებლიანობის ფუნქციაში ზედა ზღვარი არ არსებობს, პარადოქსი შეიძლება აღდგეს თამაშის პრიზების ხელახალი გარდაქმნით. მაგალითად, სარგებლიანობის ლოგარითმული ფუნქციით, პრიზები შესაძლოა გამოისახოს, როგორც $x_i = e^{2^i}$, ამ შემთხვევაშიც

$$U(x_i) = \ln[e^{2^i}] = 2^i \qquad \textbf{(7.8)}$$

თამაშის მოსალოდნელი სარგებლიანობის ღირებულება ისევ უსასრულოა. რა თქმა უნდა, გარდაქმნილი თამაშის პრიზები ძალიან დიდია. მაგალითად, თუ საფასური მოვა მეხუთე აგდებაზე, ინდივიდი მოიგებს $e^{25} = e^{32} = \$7.9 \cdot 10^{13}$, თუმცა, მოგების შესაძლებლობა არის მხოლოდ 1/25 = 0.031. ის, რომ ხალხი გადაიხდის ძალიან ბევრს (ვთქვათ, მილიარდობით დოლარს) დიდი პრიზებისთვის სათამაშოდ ძალიან მცირე შანსებით, საეჭვოა. აქედან გამომდინარე, სანქტ-პეტერბურგის თამაში რჩება პარადოქსად.

შეკითხვა: მოცემულია ორი ალტერნატიული გამოსავალი სანქტ-პეტერბურგის პარადოქსში. თითოეულისთვის გამოიანგარიშეთ პირველი თამაშის მოსალოდნელი ღირებულება.

1. ჩათვალეთ, ინდივიდები ვარაუდობენ, რომ ნებისმიერი შესაძლებლობა, რომელიც არის 0.01-ზე ნაკლები, არის ნული.
2. ჩათვალეთ, რომ სარგბლიანობა სანქტ-პეტერბურგის პრიზებიდან მოცემულია

$$U(x_i) = \begin{matrix} x_i & \text{თუ, } x_i \leq 1{,}000{,}000 \\ 1{,}000{,}000 & \text{თუ, } x_i > 1{,}000{,}000 \end{matrix}$$

ფონ ნოიმან – მორგენშტერნის თეორემა

ჯონ ფონ ნოიმანმა და ოსკარ მორგენშტერნმა თავიანთ წიგნში *„თამაშთა თეორია და ეკონომიკური ქცევა“* განავითარეს მათემატიკური მოდელი, რომელიც გაურკვევლობის პირობებში[5] ინდივიდების ეკონომიკურ ქცევას ხსნის. ამ ურთიერთქმედებების გასაგებად საჭირო იყო ასეთ „თამაშებში“ მონაწილეთა მოტივების გამოკვლევა. ჰიპოთეზის მიხედვით ინდივიდები აკეთებენ არჩევანს გაურკვეველ სიტუაციებში, რომელიც დამყარებულია მოსალოდნელ სარგებლიანობაზე. იგი ლოგიკურად მისაღები ჩანდა,

5 J. von Neumann and O. Morgenstern, *The Theory of Games and Economic Behavior* (Princeton, NJ: Princeton University Press, 1944). განუსაზღვრელ სიტუაციაში რაციონალურობის აქსიომები განხილულია წიგნის დანართებში.

ამიტომ ავტორებმა გადაწყვიტეს ეჩვენებინათ, რომ ეს ჰიპოთეზა შეიძლებოდა მიღებული ყოფილიყო „რაციონალური“ ქცევის უფრო ზოგადი აქსიომებიდან. აქსიომები წარმოადგენს ავტორების მცდელობას განაზოგადონ გაურკვეველ სიტუაციებში ინდივიდუალური არჩევანის საფუძვლები. მიუხედავად იმისა, რომ ეს აქსიომები ერთი შეხედვით მისაღებია, მათ ლოგიკურობაზე მრავალი მნიშვნელოვანი კითხვა ჩნდება. თუმცა, აქ ჩვენ ამ საკითხებს არ განვიხილავთ[6].

ფონ ნოიმან – მორგენშტერნის სარგებლიანობის ინდექსი

დასაწყისისთვის, ჩავთვალოთ, რომ არსებობს n რაოდენობის პრიზი, რომელთა მოგებაც შეუძლიათ ლატარიაში მონაწილეებს. ეს პრიზები გამოვსახოთ x_1, x_2, ..., x_n-ით და დავუშვათ, რომ ისინი დალაგებულია სასურველობის აღმავლობით. ამიტომ, x_1 არის ნაკლებად სასურველი პრიზი ინდივიდისათვის, ხოლო x_n-კი ყველაზე სასურველი. ახლა კი დავადგინოთ სარგებლიანობის სასურველობა ორ უკიდურეს პრიზზე. აღნიშნული გამოვსახოთ შემდეგნაირად

$$U(x_1) = 0,$$
$$U(x_n) = 1, \qquad \textbf{(7.9)}$$

მაგრამ, რიცხვების ნებისმიერი სხვა წყვილი იქნება ერთნაირი[7]. ნოიმან-მორგენშტერნის თეორემის მიზანია სარგებლიანობის ამ ორი მნიშვნელობის გამოყენებით აჩვენოს, რომ არსებობს ლოგიკური გზა სხვა პრიზების სარგებლიანობის კონკრეტული მნიშვნელობების დასადგენად. ვთქვათ, ჩვენ ვირჩევთ სხვა ნებისმიერ პრიზს, დავუშვათ, x_i-ს. განვიხილოთ შემდეგი ექსპერიმენტი. ვთხოვოთ ინდივიდს დაასახელოს ალბათობა,დავუშვათ π_i, სადაც ინდივიდი იქნება ინდიფერენტული განსაზღვრულ x_i-სა და აზარტულ თამაშს შორის, რომლის პრიზების შეთავაზებაა x_n – რისკის π_i ალბათობით, x_1 კი $(1 - \pi_i)$ ალბათობით. ლოგიკურია (თუმცა, ეს არის ყველაზე პრობლემური დაშვება ნოიმან-მორგენშტერნის მიდგომაში), რომ ასეთი ალბათობა იარსებებს: ინდივიდი ყოველთვის იქნება ინდიფერენტული სარისკო და ურისკო სიტუაციებს შორის, იმ პირობით, რომ შეთავაზებული იქნება საუკეთესო პრიზების მოგების მაღალი ალბათობა. სავარაუდოა, რომ რაც უფრო მაღალი იქნება π_i, მით უფრო სასურველია x_i, და რაც უფრო უკეთესია x_i, უკეთესი შანსია x_n-ის მოგების, რაც ინდივიდს სარისკო თამაშისკენ უბიძგებს. π_i ალბათობით განისაზღვრება რამდენად სასურველია x_i პრიზი. ფონ ნოიმან-მორგენშტერნის მიზანია განსაზღვროს x_i-ს სარგებლიანობა, როგორც სარისკო თამაშის მოსალოდნელი სარგებლიანობა, რომელიც ინდივიდისთვის ისევე სასურვე-

6 ნოიმან-მორგენშტერნის აქსიომების ზოგიერთი საკითხის განსახილველად იხილეთ C. Gollier, *The Economics of Risk and Time* (Cambridge, MA: MIT Press, 2001), chap. 1.

7 ტექნიკურად ნოიმან-მორგენშტერნის სარგებლიანობის ინდექსი უნიკალურია მხოლოდ წრფივი ტრანსფორმირებული ფუნქციისათვის. ეს მოთხოვნა უფრო მეტად მკაცრია, ვიდრე სარგებლიანობის მონოტონური ფუნქციის მოთხოვნები.

ლია, როგორც x_i:

$$U(x_i) = \pi_i \cdot U(x_n) + (1 + \pi_i) \cdot U(x_1) \quad \textbf{(7.10)}$$

დაშვების მიხედვით, რომელიც გამოსახულებაში 7.9 გავაკეთეთ, გვექნება

$$U(x_i) = \pi_i \cdot 1 + (1 - \pi_i) \cdot 0 = \pi_i \quad \textbf{(7.11)}$$

თუ სწორად შევარჩევთ სარგებლიანობებს, რათა პრიზები დავალაგოთ საუკეთესოს ან უარესისკენ, გვექნება მექანიზმი, რომლის მეშვეობითაც თითოეული სხვა პრიზისთვის მინიჭებული სარგებლიანობა იქნება სარისკო თამაშში საუკეთესო პრიზის მოგების ალბათობა, რომელსაც ინდივიდი აღიქვამს შეკითხვაში ნახსენები პრიზის იდენტურად. შერჩეული სარგებლიანობის მნიშვნელობები თვითნებურია. გამოსახულებაში 7.9 ნებისმიერი სხვა ორი რიცხვის გამოყენება შესაძლებელი იყო სარგებლიანობის სკალის შესადგენად. ჩვენი არჩევანი განპირობებულია მისი მოსახერხებლობით.

მოსაღოდნელი სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია

სკალის არჩევისა და განტოლების 7.9 შესაბამისად, ვივარაუდოთ, რომ ყოველი x_i პრიზის სარგებლიანობა გამოსახულია π_i ალბათობის მეშვეობით. კერძოდ, აღსანიშნავია, რომ $\pi_1 = 0$, $\pi_n = 1$ და სხვა სარგებლიანობის მნიშვნელობები მერყეობს ამ ორ უკიდურესობას შორის. სარგებლიანობის აღნიშნული მნიშვნელობების გამოყენებით, შეგვიძლია ვაჩვენოთ, რომ „რაციონალური“ ადამიანი სარისკო საქმეებს შორის მათი მოსალოდნელი სარგებლიანობის მიხედვით გააკეთებს არჩევანს (რაც გამომდინარეობს ფონ ნოიმან-მორგენშტერნის სარგებლიანობის ინდექსების მოსალოდნელი ღირებულებიდან).

მაგალითისთვის, ავიღოთ ორი სარისკო საქმე. ერთი გვთავაზობს x_2, q ალბათობით და $x_3(1 - q)$ ალბათობით. სხვა გვთავაზობს x_5-ს t ალბათობით, და x_6-ს $(1 - t)$ ალბათობით. ჩვენ გვინდა ვაჩვენოთ, რომ პიროვნება აირჩევს სარისკო საქმე №1-ს, მხოლოდ მაშინ, თუ მისი მოსალოდნელი სარგებლიანობა აღემატება სარისკო საქმეს №2. მაშინ:

$$\begin{aligned} \text{მოსალოდნელი მოგება } (1) &= q \cdot U(x_2) + (1 - q) \cdot U(x_3), \\ \text{მოსალოდნელი მოგება}(2) &= t \cdot U(x_5) + (1 - t) \cdot U(x_6). \end{aligned} \quad \textbf{(7.12)}$$

სარგებლიანობის ინდექსის ნომრების ჩანაცვლება (π_2 არის x_2-ის „სარგებლიანობა“, და ა.შ.) გვაძლევს

$$\begin{aligned} \text{მოსალოდნელი მოგება } (1) &= q \cdot \pi_2 + (1 - q) \cdot \pi_3, \\ \text{მოსალოდნელი მოგება } (2) &= t \cdot \pi_5 + (1 - t) \cdot \pi_6. \end{aligned} \quad \textbf{(7.13)}$$

ჩვენ გვსურს ვაჩვენოთ, რომ ინდივიდი უპირატესობას მიანიჭებს სარისკო საქმე №1-ს №2-თან მიმართებაში, მაშინ და მხოლოდ მაშინ, თუ

$$q \cdot \pi_2 + (1 - q) \cdot \pi_3 > t \cdot \pi_5 + (1 - t) \cdot \pi_6 \qquad \textbf{(7.14)}$$

ამის საჩვენებლად გავიხსენოთ სარგებლიანობის ინდექსის განსაზღვრება. ინდივიდი არის ნეიტრალური x_2 და აზარტული თამაშის პერსპექტივას x_1-ს ან x_n-ს შორის შესაბამისად $(1 - \pi_2)$ და π_2 ალბათობებით. ჩვენ შეგვიძლია გამოვიყენოთ ის ფაქტი, რომ მაგალითში 7.13 სარისკო საქმეები, რომლებშიც ჩართულია მხოლოდ x_1 და x_n შევცვალოთ ყველა სარგებლიანობის (ის, რომ ინდივიდი ნეიტრალურია და ჩანაცვლება შეიძლება გაკეთდეს უყოყმანოდ, წარმოადგენს დაშვებას – ინდივიდს შეუძლია დაინახოს ლატარიის რთული კომბინაციები). ცოტაოდენი ალგებრული გარდაქმნით, შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ სარისკო საქმე №1 არის თამაშის პერსპექტივის x_n-ის ექვივალენტი $q\pi_2 + (1 - q)\pi_3$ ალბათობით და სარისკო საქმე №2 თამაშის პერსპექტივის x_n-ის ექვივალენტი $t\pi_5 + (1 - t)\pi_6$ ალბათობით. ინდივიდი სავარაუდოდ უპირატესობას მიანიჭებს საუკეთესო პრიზის მოგების უფრო მაღალი ალბათობის მქონე საქმეს. შესაბამისად, იგი აირჩევს თამაშს №1 მხოლოდ მაშინ, თუ

$$q\pi_2 + (1 - q)\pi_3 > t\pi_5 + (1 - t)\pi_6 \qquad \textbf{(7.15)}$$

სწორედ ამის ჩვენება გვსურდა. შესაბამისად, ჩვენ დავამტკიცეთ, რომ ინდივიდი აირჩევს საქმეს, რომელიც უზრუნველყოფს მოსალოდნელი (ნოიმან-მორგენშტერნი) სარგებლიანობის ყველაზე მაღალ დონეს. ჩვენ ამ შედეგს შეჯამებისთვის გამოვიყენებთ.

მოსალოდნელი სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია. თუ ინდივიდები ემორჩილებიან ფონ ნოიმან-მორგენშტერნის აქსიომას გაურკვეველ სიტუაციებში ქცევის შესახებ, მაშინ ისინი აირჩევენ იმ ვარიანტს, რომელიც ახდენს მათი ფონ ნოიმან-მორგენშტერნის სარგებლიანობის ინდექსის მოსალოდნელი ღირებულების მაქსიმიზაციას.

ოპტიმიზაციის პრინციპი

რისკის თავიდან აცილება

ორ ლატარიას შეიძლება ჰქონდეს ერთნაირი მოსალოდნელი ფულადი ღირებულება, მაგრამ განსხვავდებოდეს რისკიანობით. მაგალითად, მონეტის აგდება $1-სა და $1,000-თვის, ორივე შემთხვევაში არის სამართლიანი თამაში, რადგან აქვთ ერთნაირი მოსალოდნელი საფასური (0). თუმცა, ეს უკანასკნელი მეტად სარისკოა, ვიდრე პირველი და ნაკლები ინდივიდი მიიღებს მონაწილეობას იმ თამაშში, სადაც 1,000 დოლარის მოგების ან დაკარგვის შესაძლებლობაა. ამ ნაწილის მიზანია განიხილოს ტერმინი „სარისკო“ და განმარტოს ფართოდ გავრცელებული ცნება რისკის თავიდან აცილება.

ტერმინი „რისკი" გულისხმობს ზოგიერთი განუსაზღვრელი შემთხვევის[8] გამო მოსალოდნელი შედეგების ცვალებადობას. თუ ცვალებადობა უმნიშვნელოა, შემთხვევა შეიძლება თითქმის უტყუარი იყოს. ცვალებადობის უფრო ზუსტი განსაზღვრის შეუძლებლობის შეთხვევაში, შეგვიძლია ვაჩვენოთ თუ რატომ ირჩევს ინდივიდი ორი ერთნაირი მოსალოდნელი ღირებულების აზარტული თამაშიდან იმას, რომელსაც აქვს ნაკლები ცვალებადობა. ინტუიციურად ამის მიზეზია დაშვება, რომლის მიხედვითაც ფულადი პრიზის დამატებითი თანხის (სიმდიდრის) ზღვრული სარგებლიანობა ეცემა, როცა პრიზები იზრდება. მონეტის $1,000-ის აგდება, შედარებით მცირე მოგებას გვპირდება წარმატების შემთხვევაში, მაგრამ მნიშვნელოვან წაგებას, წარუმატებლობის შემთხვევაში. ხოლო $1-ის ფსონი არის „არაარსებითი" და მოგებიდან მიღებული სარგებლიანობა ფაქტიურად ათანაბრებს დანაკარგს სარგებლიანობის შემცირებიდან[9].

რისკის თავიდან აცილება და სამართლიანი ფსონები

ეს არგუმენტი ილუსტრირებულია ნახაზზე 7.1. W^* წარმოადგენს ინდივიდის ამჟამინდელ კეთილდღეობას და $U(W)$ არის ნეიმან-მორგენშტერნის სარგებლიანობის ინდექსი, რომელიც ასახავს თუ როგორ რეაგირებს ინდივიდი კეთილდღეობის სხვადასხვა დონეზე[10]. $U(W)$ დახაზულია, როგორც W-ს ჩაზნექილი ფუნქცია, რათა ასახოს დაშვება კლებადი ზღვრული სარგებლიანობის შესახებ. მიჩნეულია, რომ დამატებითი თანხის მოპოვება ნაკლებ სასიამოვნო ხდება, როცა მთლიანი კეთილდღეობა იზრდება. ვთქვათ, ინდივიდს შეეთავაზეს ორი სამართლიანი აზარტული თამაში: 50-50%-იანი $\$h$ მოგების ან წაგების შანსი, ან 50-50%-იანი $\$2h$ მოგების ან წაგების შანსი. ახლანდელი კეთილდღეობის სარგებლიანობა არის $U(W^*)$. როდესაც ინდივიდი მონაწილეობს აზარტულ თამაშში №1, მოსალოდნელი სარგებლიანობა მოცემულია $U^h(W^*)$-ით:

$$U^h(W^*) = \frac{1}{2}U(W^* + h) + \frac{1}{2}U(W^* - h) \qquad \textbf{(7.16)}$$

და „თამაში №2-ის" მოსალოდნელი სარგებელი მოცემულია $U^{2h}(W^*)$-ით:

$$U^{2h}(W^*) = \frac{1}{2}U(W^* + 2h) + \frac{1}{2}U(W^* - 2h) \qquad \textbf{(7.17)}$$

---

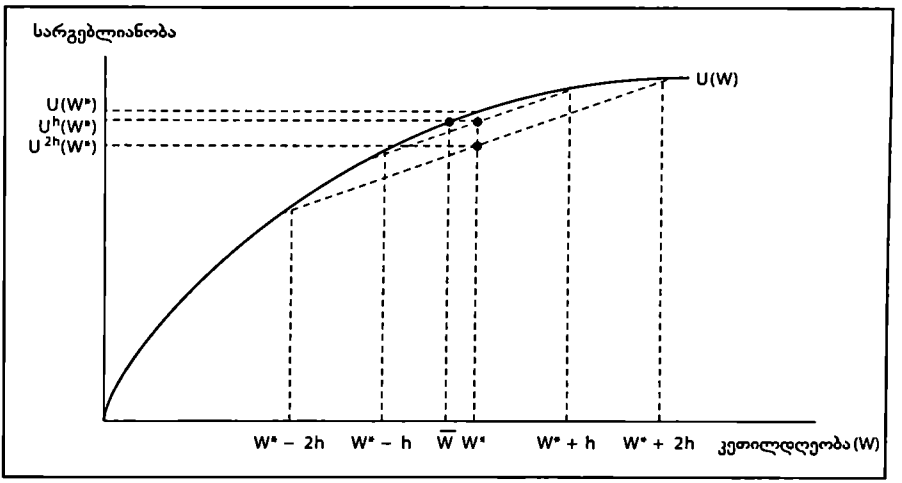
8 რისკის გასაზომად ხშირად იყენებენ ვარიაციის სტატისტიკურ კონცეფციებსა და სტანდარტულ გადახრებს. ჩვენ იმავეს მოგვიანებით გავაკეთებთ ამ თავში.

9 ტექნიკურად, ეს პირდაპირი შედეგია იენსენის უტოლობისა მათემატიკურ სტატისტიკაში. უტოლობა მდგომარეობს შემდეგში, რომ თუ x არის შემთხვევითი ცვლადი და $f(x)$ ამ ცვლადის ჩაზნექილი ფუნქციაა, მაშინ $E[f(x)] \leq f[(x)]$. სარგებლიანობის კონტექსტში ეს ნიშნავს, რომ თუ შემთხვევითი ცვლადის სარგებლიანობის ფუნქცია ჩაზნექილია (ე.ი. $U'(W) > 0$ და $U''(W) < 0$), მაშინ სიმდიდრის მოსალოდნელი სარგებლიანობა ნაკლები იქნება W-ს მოსალოდნელი ღირებულების სარგებლიანობაზე.

10 ტექნიკურად $U(W)$ არის არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქცია, რადგან სიმდიდრე ისეა მოხმარებული, რომ უზრუნველყოს პირდაპირი სარგებლიანობა. თავში 17 განვიხილავთ ურთიერთობას მოხმარებაზე დაფუძნებულ სარგებლიანობის ფუნციებსა და სიმდიდრის არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქციებს შორის.

ნახაზი 7.1 კეთილდღეობის სარგებლიანობა ორი განსხვავებული ვარიაციის მქონე ფსონიდან

თუ სარგებლიანობის ფუნქცია არის ჩაზნექილი (მაგ., გამოსახავს კეთილდღეობის კლებად ზღვრულ სარგებელიანობას), მაშინ ეს ინდივიდი უარს იტყვის სამართლიან ფსონებზე. h დოლარის 50/50 მოგების ან წაგების ფსონი გვაძლევს ნაკლებ სარგებლიანობას, $[U^h(W^*)]$, ვიდრე ფსონზე უარის თქმა. ამის მიზეზია ის, რომ h დოლარის მოგება ნიშნავს ნაკლებს ამ ინდივიდისთვის, ვიდრე h დოლარის წაგება.



გეომეტრიულად ცხადია, რომ[11]

$$U(W^*) > U^h(W^*) > U^{2h}(W^*) \qquad \textbf{(7.18)}$$

ამიტომ, ეს პირი უპირატესობას მიანიჭებს მის ხელთ არსებულ კეთილდღეობას და არა კეთილდღეობას, რომელიც დაკავშირებულია სამართლიან აზარტულ თამაშთან, შესაბამისად აირჩევს აზარტულ თამაშს პატარა და არა დიდი ფსონით. ამის მიზეზია ის, რომ ფსონების მოგებით გამოწვეული სასიამოვნო განცდა, ნაკლებია დანაკარგით გამოწვეულ ტკივილზე. მიუხედავად იმისა, რომ ამ შემთხვევაში პრიზები თანაბარია, სარგებლიანობის პირობებში მოგებული სახსრები უზრუნველყოფს ნაკლებს, ვიდრე – წაგებული.

11 იმისათვის რომ ვნახოთ, რატომ არის ასე ნაჩვენები ფსონების h და $2h$-თვის მოსალოდნელი სარგებლიანობა, შევნიშნოთ, რომ მოსალოდნელი სარგებლიანობები არის ხელსაყრელი და არახელსაყრელი შემოსავლებიდან სარგებლიანობების საშუალო არითმეტიკული. რადგან, W^* მოთავსებულია $W^* + h$-სა და $W^* - h$-ს შორის, U^* ასევე მოთავსებულია $U(W^* + h)$-სა და $U(W^* - h)$-ს შორის.

რისკის თავიდან აცილება და დაზღვევა

ინდივიდმა შესაძლოა გადაიხადოს გარკვეული თანხა, რათა თავიდან აიცილოს აზარტულ თამაშში მონაწილეობა. აღსანიშნავია, რომ $\overline{W}$-ს უდაო მოგება გვაძლევს იგივე სარგებლიანობას, რასაც აზარტულ №1 თამაშში მონაწილეობა. ეს ინდივიდი მოისურვებს $W^* - \overline{W}$-მდე გადაიხადოს, რათა თავიდან აიცილოს თამაშში მონაწილეობა. ასე აიხსნება ის ფაქტი, რომ ინდივიდები ყიდულობენ სადაზღვევო პაკეტებს. ისინი უარს ამბობენ მცირე, განსაზღვრულ თანხაზე (სადაზღვევო პრემია), რომ აირიდონ სარისკო შედეგი, რისგანაც იზღვევენ თავს. საფასური, რომელსაც ინდივიდი იხდის ავტომობილის დასაზღვევად, უზრუნველყოფს პოლისს, რომელიც ავარიის შემთხვევაში მანქანის შეკეთებას ითვალისწინებს. ვინაიდან დაზღვევა ფართოდ გავრცელებული მომსახურებაა, ფაქტია, რომ გაბატონებულია რისკის თავიდან აცილების პოლიტიკა. ამიტომ, წარმოგიდგენთ შემდეგ განმარტებას.

განსაზღვრება

რისკის თავიდან აცილება. ინდივიდი, რომელიც ყოველთვის უარს ამბობს სამართლიან ფსონზე, მიიჩნევა „რისკის უარმყოფლად". თუ ინდივიდები ამჟღავნებენ კეთილდღეობის კლებად ზღვრულ სარგებლიანობას, ისინი იქნებიან რისკის უარმყოფელნი. შედეგად, ისინი იხდიან გარკვეულ თანხას, რათა თავიდან აიცილონ სამართლიანი ფსონების აღება.

ვარიანტი 7.2: დაზღვევის მიმწოდებლის თვალით

ვაჩვენოთ კავშირი რისკის არიდებასა და დაზღვევას შორის. ვთქვათ, ინდივიდს, რომელსაც ამჟამად გააჩნია $100,000, 25 პროცენტიანი ალბათობით, მომავალ წელს მოპარავენ $20,000–იან მანქანას. ასევე, დავუშვათ, რომ ამ ინდივიდის ნოიმან-მორგენშტერნის სარგებლიანობის ინდექსი არის ლოგარითმული: $U(W) - \ln(W)$.
თუ ეს პიროვნება მომავალ წელს დაზღვევის გარეშე იქნება, მოსალოდნელი სარგებლიანობა იქნება

$$\begin{aligned}\textbf{მოსალოდნელი სარგებლიანობა} &= 0.75U(100{,}000) + 0.25U(80{,}000)\\ &= 0.75\ \ln 100{,}000 + 0.25\ \ln 80{,}000\\ &= 11.45714\end{aligned} \qquad \textbf{(7.19)}$$

ასეთ შემთხვევაში, სამართლიანი სადაზღვევო პრემია იქნება $5,000 ($20,000-ის 25 პროცენტი, იმ დაშვებით, რომ სადაზღვევო კომპანია მხოლოდ ითხოვს დანახარჯებს და ადმინისტრაციული დანახარჯები არის $0. შედეგად, თუ პიროვნება სრულად აზღვევს მანქანას, მისი კეთილდღეობა იქნება $95,000 მიუხედავად იმისა მანქანას მოპარავენ თუ არა. ამ შემთხვევაში

$$\begin{aligned}\textbf{მოსალოდნელი სარგებლიანობა} &= U(95{,}000)\\ &= \ln 95{,}000\\ &= 11.45714\end{aligned} \qquad \textbf{(7.20)}$$

ეს ინდივიდი სამართლიანი დაზღვევის შეძენით სწორად მოიქცა. ჩვენ შეგვიძლია განვსაზღვროთ მაქსიმალური თანხა, რასაც გადაიხდიან დაზღვევაში (x)

$$\begin{aligned}\textbf{მოსალოდნელი სარგებლიანობა} &= U(100{,}000 - x)\\ &= \ln(100{,}000 - x)\\ &= 11.45714\end{aligned} \qquad \textbf{(7.21)}$$

ამ განტოლების ამოხსნით x-თვის, მივიღებთ

$$100{,}000 - x = e^{11.45714} \qquad \textbf{(7.22)}$$

შედეგად, მაქსიმალური პრემია არის

$$x = 5{,}426 \qquad \textbf{(7.23)}$$

ამ ინდივიდს ექნება სურვილი გადაუხადოს $426–მდე სადაზღვევო კომპანიას ადმინისტრაციული დანახარჯებისთვის (გარდა $5,000–სა, რომელიც დანაკარგის მოსალოდნელი ღირებულების დასაფარადაა საჭირო). მაშინაც კი, როდესაც ეს დანახარჯები გაიწევა, ინდივიდი იქნება ისეთივე უზრუნველყოფილი, როგორც მთელი მსოფლიოს დაუზღვევლობის პირობებში.

შეკითხვა: ჩავთვალოთ, რომ სარგებლიანობა წარმოადგენს კეთილდღეობის წრფივ ფუნქციას. მოისურვებს თუ არა ინდივიდი გადაიხადოს უფრო მეტი, ვიდრე ეს არის აქტუალურად სამართლიანი ოდენობა დაზღვევისთვის? რა მოხდება იმ შემთხვევაში, როდესაც სარგებლიანობა არის კეთილდღეობის ამოზნექილი ფუნქცია?

რისკის თავიდან აცილების ბაზომვა

სარისკო სიტუაციებში ეკონომიკური არჩევანის შესწავლისას, მოსახერხებელია რაოდენობრივი საზომის ქონა, თუ რამდენად უხალისოდ მიდის რისკზე ინდივიდი. რისკის თავიდან აცილების ყველაზე მეტად გამოყენებული საზომი შეიმუშავა პრატიმ 1960-იან წლებში.[12] რისკის თავიდან აცილების ეს საზომი $r(W)$ განისაზღვრება

12 J. W. Pratt, "Risk Aversion in the Small and in the Large," Econometrica (January/April 1964): 122–36.

$$r(W) = -\frac{U''(W)}{U'(W)} \tag{7.24}$$

რადგან რისკის მოწინააღმდეგეთა განმასხვავებელი თვისება არის კეთილდღეობის კლებადი ზღვრული სარგებლიანობა [$U''(W) < 0$], პრატის საზომი ამ შემთხვევებში არის პოზიტიური. საზომი უცვლელია სარგებლიანობის ფუნქციის წრფივ ტრანსფორმაციებში, მიუხედავად იმისა, თუ ფონ ნეიმან-მორგენშტერნის რომელ მიმდევრობას ვიყენებთ.

რისკის თავიდან არიდება და სადაზღვევო პრემიები

რისკის თავიდან არიდების პრატისეული საზომის უპირატესობაა მისი პროპორციულობა იმ თანხისადმი, რასაც ინდივიდი სამართლიანი ფსონის თავიდან ასარიდებლად გადაიხდის დაზღვევაში. ასეთი ფსონიდან მიღებული მოგება აღვნიშნოთ შემთხვევითი ცვლადით h (ეს ცვლადი შესაძლოა იყოს დადებითი ან უარყოფითი). იმის გამო, რომ ფსონი სამართლიანია, $E(h) = 0$. ახლა, დავუშვათ, p არის სადაზღვევო პრემიის ოდენობა, რომელიც ინდივიდს ხდის სრულიად ინდიფერენტულს h სამართლიანი ფსონის აღებასა და სარისკო საქმის ასარიდებლად p სადაზღვევო პრემიის გადახდას შორის:

$$E[U(W + h)] = U(W - p), \tag{7.25}$$

სადაც W არის ინდივიდის ახლანდელი კეთილდღეობა. ახლა გავშალოთ განტოლების 7.25 ორივე მხარე ტეილორის[13] მწკრივის გამოყენებით. რადგან p არის ფიქსირებული, განტოლების მარჯვენა მხარის წრფივი მიახლოება საკმარისია:

$$U(W - p) = U(W) - pU'(W) + \text{მიმდევრობის უფრო მაღალი რიგის წევრები} \tag{7.26}$$

მარცხენა მხარისთვის კი ჩვენ გვჭირდება კვადრატული მიახლოება, სარისკო საქმეში h-ში ცვალებადობის დასაშვებად:

$$E[U(W + h)] = E\left[U(W) + hU'(W) + \frac{h^2}{2}U''(W) + \text{მიმდევრობის უფრო მაღალი რიგის წევრები}\right] \tag{7.27}$$

$$= U(W) + E(h)U'(W) + \frac{E(h^2)}{2}U''(W) + \text{მიმდევრობის უფრო მაღალი რიგის წევრები} \tag{7.28}$$

---

13 ტეილორის მწკრივი საშუალებას იძლევა დაახლოებით განისაზღვროს დიფერენცირებული ფუნქციების მნიშვნელობათა არე. თუ, $f(x)$-ს ყველა წევრს აქვს წარმოებული, მაშინ:

$$f(x + h) = f(x) + hf'(x) + \left(\frac{h^2}{2}\right)f''(x) + \text{მიმდევრობის უფრო მაღალი რიგის წევრები}$$

წერტილი-დახრილობის ფორმულა ალგებრაში არის ტეილორის მწკრივის მარტივი მაგალითი.

თუ გავიხსენებთ, რომ $E(h) = 0$ და ჩავამატებთ მაღალი რიგის წევრებს და $E(h^2)/2$- ის გამოსახვისათვის გამოვიყენებთ k მუდმივას, შეგვიძლია ერთმანეთს გავუტოლოთ განტოლებები 7.26 და 7.28, როგორც:

$$U(W) - pU'(W) \cong U(W) + kU''(W), \tag{7.29}$$

ან

$$P \cong -\frac{kU''(W)}{U'(W)} = kr(W), \tag{7.30}$$

ესაა თანხა, რასაც ინდივიდი იხდის, სამართლიანი ფსონის თავიდან ასაცილებლად, რომელიც დაახლოებით პრატის რისკის არიდების საზომის პროპორციულია[14]. იმის გამო, რომ სადაზღვევო პრემიების დანახარჯები არის დაკვირვების საგანი რეალურ მსოფლიოში, ისინი ხშირად გამოიყენება ინდივიდების რისკის თავიდან არიდების კოეფიციენტების განსაზღვრისათვის ან მსგავსი კოეფიციენტების შესადარებლად ინდივიდების ჯგუფებს შორის. ამიტომ შესაძლებელია საბაზრო ინფორმაციის გამოყენება სარისკო სიტუაციების მიმართ შეხედულებების გარკვეულ დონეზე შესასწავლად.

რისკის თავიდან არიდება და კეთილდღეობა

მნიშვნელოვანია კითხვა, იზრდება თუ მცირდება რისკის არიდების სურვილი კეთილდღეობის ზრდასთან ერთად. ინტუიციურად, ვინმემ შესაძლოა იფიქროს, რომ სამართლიანი ფსონის ასარიდებლად გადახდისადმი მზადყოფნა მცირდება, თუ იზრდება კეთილდღეობა, რადგან კლებადი ზღვრული სარგებლიანობა კეთილდღეობის მაღალი დონის პირებისათვის დანაკარგებს ნაკლებად მნიშვნელოვნად აქცევს. ინტუიციური პასუხი არ არის აუცილებლად მართალი იყოს, რადგან კლებადი ზღვრული სარგებლიანობა, ასევე, ნაკლებად მიმზიდველს ხდის მიღებულ მოგებას სარისკო საქმეებიდან. ამგვარად, ზუსტი შედეგი არის განუსაზღვრელი; ყველაფერი დამოკიდებულია სარგებლიანობის ფუნქციის ზუსტ ფორმაზე. მართლაც, თუ სარგებლიანობისა და კეთილდღეობის ურთიერთდამაკავშირებელი ფუნქცია არის კვადრატული, მაშინ

$$U(W) = a + bW + cW^2, \tag{7.31}$$

სადაც $b > 0$ და $c < 0$, მაშინ პრატის რისკის თავიდან არიდების საზომი არის

$$r(W) = -\frac{U''(W)}{U'(W)} = \frac{-2c}{b + 2cW}, \tag{7.32}$$

რომელიც იზრდება, თუ სარგებლიანობა მატულობს.

14 ამ შემთხვევაში, პროპორციულობის ფაქტორი ასევე h-ის გადახრის პროპორციულია, რადგან $Var(h) = E[h - E(h)]^2 = E(h)$. ილუსტრაციისთვის იხილეთ მაგალითი 7.3.

მეორე მხრივ, თუ სარგებლიანობა არის კეთილდღეობის ლოგარითმული ფუნქცია,

$$U(W) = \ln W \qquad (W > 0), \tag{7.33}$$

მაშინ ჩვენ გვაქვს

$$r(W) = -\frac{U''(W)}{U'(W)} = \frac{1}{W}, \tag{7.34}$$

რომელიც ნამდვილად მცირდება, როდესაც კეთილდღეობა იზრდება.
ექსპონენციალური სარგებლიანობის ფუნქცია

$$U(W) = -e^{-AW} = -\exp(-AW) \tag{7.35}$$

(სადაც A არის პოზიტიური მუდმივი სიდიდე) გამოსახავს რისკის არიდების აბსოლუტურ მუდმივას კეთილდღეობის მთელს სპექტრზე, რადგან

$$r(W) = -\frac{U''(W)}{U'(W)} = \frac{A^2 e^{-AW}}{Ae^{-AW}} = A. \tag{7.36}$$

ექსპონენციალური სარგებლიანობის ფუნქციის[15] ეს მახასიათებელი შესაძლოა გამოვიყენოთ, როგორც გადახდისადმი მზაობის რიცხვითი შეფასება, რათა თავიდან ავირიდოთ სარისკო საქმეები, როგორც ამას შემდეგი მაგალითი გვაჩვენებს.

მაგალითი 7.3 რისკის მუდმივად თავიდან აცილება

ჩავთვალოთ, ინდივიდს, რომლის თავდაპირველი კეთილდღეობა არის W_0 და სარგებლიანობის ფუნქცია გამოსახავს მუდმივ აბსოლუტურ რისკის არიდებას, აქვს $1,000-ის მოგების ან წაგების 50/50 შანსი. რამდენს (f) გადაიხდის იგი რისკის თავიდან ასაცილებლად? ამის დასადგენად $W_0 - f$ სარგებლიანობა უნდა გავუტოლეთ სარისკო საქმიდან მოსალოდნელ სარგებლიანობას:

$$\begin{aligned} -exp[-A(W_0 - f)] = &-0.5\exp[-A(W_0 - 1{,}000)] \\ &-0.5\exp[-A(W_0 + 1{,}000)] \end{aligned} \tag{7.37}$$

რადგან $-\exp(-AW_0)$-ს შეიცავს განტოლების 7.37 ყველა წევრი, შეგვიძლია განტოლება მასზე გავყოთ. შედეგი გვიჩვენებს, რომ (ექსპონენციალური სარგებლიანობის ფუნქციისთვის) სარისკო საქმის თავიდან აცილების სურვილი პირველადი კეთილდღეობ-

15 ექსპონენციალური სარგებლიანობის ფუნქცია გვიჩვენებს რისკის არიდების აბსოლუტურ მუდმივას, რომელსაც ზოგჯერ გამოსახავენ აბრევიატურით CARA (Constant Absolute Risk Aversion) სარგებლიანობა.

ისგან დამოუკიდებელია. დარჩენილი წევრები

$$exp(Af) = 0.5exp(-1{,}000A) + 0.5\exp(1{,}000A) \qquad \textbf{(7.38)}$$

შეიძლება გამოვიყენოთ, რათა ამოიხსნას fA-ს ნებისმიერი მნიშვნელობისათვის. თუ $A = 0.0001$, მაშინ $f = 49.9$; ინდივიდი რისკის არიდების სურვილის ამ ხარისხით გადაიხდის დაახლოებით \$50, რათა თავიდან აიცილოს \$1,000-ის ტოლი სარისკო საქმე. ალტერნატიულად, თუ $A = 0.0003$, რისკის არიდების სურვილის უფრო მაღალი ხარისხის მქონე ინდივიდი გადაიხდის $f = 147.8$. ინტუიცია გვკარნახობს, რომ ეს მნიშვნელობები არ არის არალოგიკური. რისკის არიდების პარამეტრის A-ს შეფასებები ამ არეალში ზოგჯერ ემპირიული კვლევებისთვის გამოიყენება.

ნორმალურად განაწილებული რისკი. რისკის მუდმივად არიდების სარგებლიანობის ფუნქცია შეიძლება კომბინირებული იყოს იმ დაშვებასთან, რომ ინდივიდის კეთილდღეობა შესაძლო საფრთხის წინაშეა, რომელიც ნორმალურადაა განაწილებული (იხ. თავი 2) და რასაც საბოლოოდ მივყავართ ძალიან მარტივ შედეგამდე. განსაკუთრებით მაშინ, თუ ინდივიდის სარისკო კეთილდღეობა ნორმალურადაა განაწილებული μw მნიშვნელობით და $\sigma^2 w$ ვარიაციით (გადახრით), მაშინ კეთილდღეობის ალბათობის სიმკვრივის ფუნქცია მოცემულია $f(W)=\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)e^{-\frac{z^2}{2}}$ სადაც $z=[\frac{W-\mu_w}{\mu_w}]$. თუ ამ ინდივიდის კეთილდღეობის სარგებლიანობის ფუნქცია მოცემულია $U(W) = -e^{-AW}$, მაშინ მოსალოდნელი სარგებლიანობა მისი სარისკო კეთილდღეობიდან იქნება

$$E\big[U(W)\big] = \int_{-\infty}^{\infty} U(W) f(W) dW = 1/\sqrt{2\pi} \int -e^{-AW} e^{-[\frac{W-\mu_w}{\sigma_w}]^2/2} dW. \qquad \textbf{(7.39)}$$

ჩვენდა გასაოცრად ეს ინტეგრაცია არ არის რთული დასასრულებელი, თუმცა, ნამდვილად მოითხოვს მოთმინებას. ამ ინტეგრაციის შესრულება და უამრავი მონოტონური ტრანსფორმაცია გვაძლევს ფინალურ შედეგს, რომ

$$E\big[U(W)\big] \cong \mu_W - \frac{A}{2} \cdot \sigma_W^2 \qquad \textbf{(7.40)}$$

მაშასადამე, მოსალოდნელი სარგებლიანობა არის კეთილდღეობის ალბათობის სიმკვრივის ორი პარამეტრის წრფივი ფუნქცია, ხოლო ინდივიდის რისკის არიდების პარამეტრი (A) განსაზღვრავს მოსალოდნელ სარგებლიანობაზე ცვალებადობის ნეგატიური ეფექტის ზომას. მაგალითად, ჩავთვალოთ, რომ ინდივიდმა ინვესტიცია მოახდინა ისე, რომ მოსალოდნელი კეთილდღეობაა \$100,000, \$10,000-ის სტანდარტული გადახრით (σ_W). ნორმალური განაწილებით, ერთსა და იმავე დროს მას შეიძლება ჰქონდეს მოლოდინი, რომ მისი კეთილდღეობა შესაძლოა \$83,500-ზე ქვემოთ შემცირდეს დროის 5 პროცენტით და გაიზარდოს \$116,500-ზე ზემოთ. ამ პარამეტრებით, მოსალოდნელი

(გაგრძელება)

მაგალითი 7.3: მაგიდის ქვეშ

სარგებლიანობა იქნება $E[U(W)] = 100,000 - (A/2)(10,000)^2$ თუ $A = 0.0001 = 10^{-4}$, მაშინ $100,000 - 0.5 \cdot 10^{-4} \cdot (10^4)^2 = 95,000$. მაშასადამე, ეს ინდივიდი იგივე სარგებლიანობას მიიღებს თავისი სარისკო კეთილდღეობიდან, როგორსაც მიიღებდა $95,000-ის გარანტირებული მოგებიდან. რისკის არიდების უფრო დიდი სურვილის მქონე ინდივიდს შესაძლოა ჰქონდეს $A = 0.0003$ და ამ შემთხვევაში მისი კეთილდღეობის „გარანტიის ექვივალენტი" იქნება $85,000.

შეკითხვა: ჩავთვალოთ, რომ ამ ინდივიდს ჰქონდა ინვესტიციის ორი გზა: პირველი, $\mu_W = 107,000$ და $\sigma_W = 10,000$; მეორე, $\mu_W = 102,000$ და $\sigma_W = 2,000$. როგორია ამ პიროვნების დამოკიდებულება რისკის ეფექტის მიმართ, რომელიც გავლენას მოახდენს მის არჩევანზე?[16]

შეფარდებითი (შედარებითი) რისკის არიდება

ნაკლებად სარწმუნოა, რომ სარისკო საქმისგან თავის დაღწევის მიზნით გადახდის მზადყოფნა, ინდივიდის კეთილდღეობისაგან (ქონებისგან) დამოუკიდებელია. უფრო მიმზიდველია ვარაუდი, რომ გადახდისადმი სურვილი კეთილდღეობის (ქონების) უკუპროპორციულია და რომ გამოსახულება

$$rr(W) = Wr(W) = -W\frac{U''(W)}{U'(W)} \qquad \textbf{(7.41)}$$

შეიძლება იყოს თითქმის მუდმივი. პრატის[17] მიერ წარმოდგენილი ტერმინოლოგია, $rr(W)$ ფუნქცია, რომელიც განსაზღვრულია მაგალითში 7.41 წარმოადგენს შეფარდებითი (შედარებითი) რისკის არიდების საზომს. ხარისხობრივი სარგებლიანობის ფუნქცია

$$U(W) = \frac{W^R}{R} \qquad (R < 1, R \neq 0) \qquad \textbf{(7.42)}$$

და

$$U(W) = \ln W \qquad (R = 0)$$

გვიჩვენებს კლებად რისკის აბსოლუტურ არიდებას

16 ეს რიცხვითი მაგალითი ძალიან უხეში მიახლოებით ასახავს აქციებისა და ობლიგაციების შემოსავლების ისტორიულ მონაცემებს, მიუხედავად იმისა, რომ გამოთვლები მხოლოდ საილუსტრაციოა.

17 Pratt, "Risk aversion"

$$r(W) = -\frac{U''W}{U'W} = -\frac{(R-1)W^{R-2}}{W^{R-1}} = -\frac{(R-1)}{W}, \qquad \textbf{(7.43)}$$

მაგრამ, შედარებითი რისკის მუდმივ არიდებას:

$$rr(W) = Wr(W) = -(R-1) = 1-R. \qquad \textbf{(7.44)}$$

ემპირიული მტკიცებულება[18] ზოგადად შეესაბამება R-ის ღირებულებებს –3-დან –1-მდე ინტერვალში. ამგვარად, ინდივიდები არიან რამდენადმე უფრო რისკის ამრიდებლები, ვიდრე ამას გვიჩვენებს სარგებლიანობის ლოგარითმული ფუნქცია, თუმცა, სხვა უამრავ შემთხვევაში ეს ფუნქცია გვაძლევს გონივრულ მიახლოებით მნიშვნელობებს. უნდა აღინიშნოს, რომ რისკის მუდმივი არიდების შეფარდებითი სარგებლიანობის ფუნქციას განტოლებაში 7.42 იგივე ფორმა აქვს, რაც *CES*-ს სარგებლიანობის ფუნქციას, რომელიც მესამე თავში განვიხილეთ. ამრიგად, იგი უზრუნველყოფს რისკის არიდების თვისების შესახებ სავარაუდო გეომეტრიულ ინფორმაციას, რასაც მოგვიანებით განვიხილავთ ამ თავში.

მაგალითი 7.4 შეფარდებითი (შედარებითი) რისკის მუდმივი არიდება

ინდივიდი, რომლის ქცევა ხასიათდება მუდმივი რისკის თავიდან აცილების სარგებლიანობის ფუნქციით, დაინტერესებული იქნება კეთილდღეობის პროპორციული მოგებით ან ზარალით. ამიტომ ისმის კითხვა, საწყისი ქონების (f) რა ნაწილზე იტყვის უარს ასეთი ინდივიდი, რათა თავიდან აიცილოს სარისკო საქმე, რაც შეადგენს საწყისი ქონების 10 პროცენტს. დავუშვათ, რომ $R = 0$ და შევძლებთ გამოვიყენოთ ლოგარითმული სარგებლიანობის ფუნქცია. ინდივიდის განსაზღვრული დარჩენილი ქონების სარგებლიანობა გავუტოლოთ 10 პროცენტიანი სარისკო საქმის მოგების მოსალოდნელ სარგებლიანობას

$$\ln[(1-f)W_0] = 0.5\ln(1.1W_0) + 0.5\ln(0.9W_0). \qquad \textbf{(7.45)}$$

რადგანაც განტოლების ყველა წევრი შეიცავს $\ln W_0$–ს, შეგვიძლია განტოლება გავყოთ საწყის კეთილდღეობაზე:

$$\ln(1-f) = 0.5[\ln(1.1) + \ln(0.9)^{0.5};$$

ამგვარად

$$(1-f) = (0.99)^{0.5} = 0.995$$

და

$$f = 0.005. \qquad \textbf{(7.46)}$$

18 ზოგიერთი ავტორი განტოლებაში 7.42 სარგებლიანობის ფუნქციას წერს როგორც, $U(W) = \frac{W^{1-a}}{1-a}$ და ცდილობს გაზომოს $1-R$. ამ შემთხვევაში, a არის შეფარდებითი რისკის არიდების საზომი. რისკის მუდმივი არიდების შეფარდებითი ფუნქცია ზოგჯერ გამოისახება CRRA (Constant Relative Risk Aversion) აბრევიატურით.

(გაგრძელება)

ამგვარად, ეს ინდივიდი დანახარჯავს ქონების 0.5 პროცენტამდე, რათა თავიდან აიცილოს 10 პროცენტიანი რისკი. მსგავსი გამოთვლა შეგვიძლია გამოვიყენოთ $R = -2$ შემთხვევისთვის, მივიღებთ

$$f = 0.015. \qquad \textbf{(7.47)}$$

ამგვარად, ინდივიდი, რომელიც უფრო ხშირად არ მიდის რისკზე, დათანხმდება დადანახარჯოს საწყისი ქონების 1.5 პროცენტამდე, რომ თავიდან აიცილოს 10 პროცენტიანი რისკი.

შეკითხვა: რამდენადაა დამოკიდებული საწყის კეთილდღეობაზე ინდივიდის გადახდისადმი მზაობა, რომელიც ხასიათდება შედარებითი რისკის მუდმივი თავიდან არიდების ფუნქციით და ცდილობს თავიდან აიცილოს აბსოლუტური რისკი (ვთქვათ, $1,000).

პორჩფელის პრობლემა

განუსაზღვრელ პირობებში ქცევის თეორიისათვის ერთ-ერთ კლასიკურ პრობლემას წარმოადგენს თუ კაპიტალის რა ნაწილს ჩადებს რისკის მოწინააღმდეგე ინვესტორი სარისკო აქტივში. ინტუიციურად, რისკის უფრო მეტად მოწინააღმდეგე ინვესტორის მიერ ჩადებული თანხა სარისკო აქტივში იქნება უფრო მცირე. ჩვენი ანალიზის მიზანია ამის ჩვენება. დასაწყისისათვის, დავუშვათ, რომ ინვესტორს აქვს კეთილდღეობის განსაზღვრული დონე – W_0, და ინვესტირებას ახდენს ორიდან ერთ აქტივში. პირველი აქტივის განსაზღვრული შემოსავალი არის r_f, ხოლო მეორე აქტივის შემოსავალი შემთხვევითი ცვლადი სიდიდე – $\tilde{r}$. თუ სარისკო აქტივში ინვესტირებულ თანხას აღვნიშნავთ k-თი, მაშინ ამ ინდივიდის კეთილდღეობა ერთი პერიოდის შემდეგ იქნება

$$W = (W_0 - k)(1 + r_f) + k(1 + \tilde{r}) = W_0(1 + r_f) + k(\tilde{r} - r_f) \qquad \textbf{(7.48)}$$

აღსანიშნავია სამი გარემოება საბოლოო კეთილდღეობაში. პირველი, W არის შემთხვევითი ცვლადი სიდიდე, რადგან მისი ღირებულება დამოკიდებულია $\tilde{r}$-ზე. მეორე, k შეიძლება იყოს როგორც დადებითი, ასევე უარყოფითი, იმის მიხედვით ინდივიდი ყიდულობს სარისკო აქტივს თუ ყიდის. ვნახავთ, რომ სტანდარტულ შემთხვევაში $E(\tilde{r} - r_f) > 0$ და გულისხმობს $k \geq 0$. ასევე აღსანიშნავია, რომ განტოლების 7.48 მიხედვით $k > W_0$. ამ შემთხვევაში, ინვესტორი სარისკო აქტივში დააბანდებს თანხას, რომელსაც ისესხებს ურისკო განაკვეთით – r_f.

თუ $U(W)$ წარმოადგენს ინვესტორის სარგებლიანობის ფუნქციას, მაშინ ნოიმან-მორგენშტერნის თეორემის მიხედვით იგი აირჩევს k-ს, რომ მაქსიმალურად გაზარდოს

$E[U(W)]$. პირველი რიგის განტოლება ასეთი მაქსიმუმისთვის[19] არის

$$\frac{\partial E[U(W)]}{\partial k} = \frac{\partial E[U(W_0(1+r_f)+k((\tilde{r}-r_f))]}{\partial k} = E\left[U'\cdot(\tilde{r}-r_f)\right] = 0. \qquad \textbf{(7.49)}$$

რადგან პირველი რიგის განტოლება განუსაზღვრელობის თეორიის მრავალ პრობლემაში გვხდება, მიზანშეწონილია გარკვეული დროის დანახარჯი მის გასაგებად. განტოლება 7.49 ასახავს პროდუქტის ზღვრული სარგებლიანობის მოსალოდნელ ღირებულებას და $\tilde{r} - r_f$-ს. ორივე სიდიდე შემთხვევითია. $\tilde{r} - r_f$ დადებითია თუ უარყოფითი, დამოკიდებულია რამდენად მომგებიანი იქნება სარისკო აქტივი შემდეგ პერიოდში. სარისკო აქტივის შემოსავალი გავლენას ასევე მოახდენს ინვესტორის კეთილდღეობაზე პერიოდის ბოლოს და შესაბამისად იმოქმედებს მის ზღვრულ სარგებლიანობაზე. თუ ინვესტიცია წარმატებული გამოდგა, W გაიზრდება, ზღვრული სარგებლიანობა კი იქნება შედარებით მცირე (კლებადი ზღვრული სარგებლიანობის გამო). ინვესტიციის წარუმატებლობის შემთხვევაში კეთილდღეობა შემცირდება, ხოლო ზღვრული სარგებლიანობა იქნება შედარებით მაღალი. ამგვარად, განტოლების 7.49 $\tilde{r} - r_f$-ის უარყოფითი შედეგი შეფასდება უფრო მძიმედ, ვიდრე პოზიტიურად, რათა მხედველობაში მიიღონ ამ შედეგების სარგებლიანობის მნიშვნელობა. თუ განტოლებაში 7.49 მოსალოდნელი ღირებულება იქნებოდა დადებითი, პიროვნება სარისკო აქტივში ინვესტიციით გაზრდიდა მოსალოდნელ სარგებლიანობას. ხოლო, თუ მოსალოდნელი ღირებულება იქნებოდა უარყოფითი, იგი მის ხელთარსებული სარისკო აქტივების შემცირებით გაზრდიდა მოსალოდნელ სარგებლიანობას. პიროვნებას მხოლოდ მაშინ ექნება ოპტიმალური პორტფელი, თუ ძალაშია პირველი რიგის პირობა.

ოპტიმალურობის პირობიდან, რომელიც მოცემულია განტოლებაში 7.49, შესაძლებელია კიდევ ორი დასკვნის გაკეთება. პირველი, რადგან $E(\tilde{r} - r_f) > 0$, ინვესტორი აირჩევს სარისკო აქტივების დადებით რაოდენობას. იმისათვის, რომ დავინახოთ თუ რატომ ხდება ასე, განტოლება 7.49 საჭიროებს U'-ს საკმაოდ დიდი მნიშვნელობები დაერთოს სიტუაციებს, სადაც $\tilde{r} - r_f$ იქნება უარყოფითი. ეს შეიძლება მოხდეს მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ ინვესტორი ფლობს სარისკო აქტივის დადებით რაოდენობას, რის გამოც პერიოდის ბოლოს მისი კეთილდღეობა იქნება დაბალი.

განტოლების 7.49 მეორე დასკვნა გულისხმობს, რომ ინვესტორები, რომლებიც არიან უფრო მეტად რისკის მოწინააღმდეგეები, ფლობენ სარისკო აქტივის უფრო მცირე რაოდენობას. მიზეზი ამჯერადაც არის U' ფუნქციის გრაფიკის ფორმა. ინვესტორებისთვის, რომლებიც ძალიან ხშირად უარს ამბობენ რისკზე, ზღვრული სარგებლიანობა სწრაფად იზრდება, როცა კეთილდღეობა მცირდება. ამგვარად, მათ სჭირდებათ სარისკო აქტივის ფლობის პოტენციურ უარყოფით შედეგებზე მცირედი ზემოქმედება,

19 პირველი რიგის განტოლების გამოთვლაში ჩვენ შეგვიძლია მოსალოდნელი ღირებულების განარმოება. ნარმოებულების და ინტეგრალების განსახილველად იხილეთ თავი 2.

რათა დაკმაყოფილდეს განტოლების 7.49 პირობა. რისკის მიმართ ტოლერანტული ინვესტორები აღმოაჩენენ, რომ U' იზრდება ნაკლებად სწრაფად, როდესაც სარისკო აქტივი მუშაობს არასაკმარისად, ამიტომ ისინი მოისურვებენ მეტის ფლობას.

შეჯამებისთვის, პორტფელის პრობლემის ფორმალური კვლევა ემყარება მარტივ ინტუიციას თუ როგორ ირჩევს ინდივიდი აქტივს ინვესტირებისთვის. საკითხის უკეთ გასაგებად საჭიროა განვიხილოთ რამდენიმე ვარაუდი ინვესტორის სარგებლიანობის ფუნქციის შესახებ. მაგალითში, 7.5 განვიხილავთ ორ შემთხვევას.

მაგალითი 7.5 პორტფელის პრობლემა განსხვავებული სარგებლიანობის ფუნქციებში

ამ მაგალითში ვაჩვენებთ CARA და CRRA სარგებლიანობის მოსაზრების შედეგებს პორტფელის განთავსების პრობლემის გადაწყვეტაში.

1. CARA სარგებლიანობა. თუ $U(W) = -\exp(-AW)$, მაშინ ზღვრული სარგებლიანობის ფუნქცია მოცემულია $U'(W) = A\exp(-AW)$; საბოლოო მოგების შეცვლით, მივიღებთ

$$\begin{aligned} U'(W) &= A\exp[-A(W_0(1 + r_f) + k(\tilde{r} - r_f))] \\ &= A\exp[-AW_0(1 + r_f)]\exp[-Ak(\tilde{r} - r_f)] \end{aligned} \qquad \textbf{(7.50)}$$

ანუ, ზღვრული სარგებლიანობის ფუნქცია შეიძლება დაიყოს შემთხვევით და არაშემთხვევით ნაწილებად (საწყისი სიმდიდრეც და ურისკო წილიც არის არაშემთხვევითი). ამგვარად, ოპტიმალურობის პირობა განტოლებიდან 7.49 შეიძლება ჩაიწეროს როგორც

$$E[U' \cdot (\tilde{r} - r_f)] = A\exp[-AW_0(1 + r_f)]E[\exp(-Ak(\tilde{r} - r_f)) \cdot (\tilde{r} - r_f) \qquad \textbf{(7.51)}$$

ახლა შეგვიძლია დავყოთ საწყისი ქონების ექსპონენციალურ ფუნქციად, ოპტიმალურ დონედ, რომელიც შეიცავს მხოლოდ k-ს, A-ს და $\tilde{r} - r_f$-ს. k-ს ოპტიმალური დონისთვის ამ პირობის ამოხსნა შეიძლება ძალზე რთული იყოს (მაგრამ იხ. პრობლემა 7.14). კონკრეტული პასუხის მიუხედავად, განტოლება 7.51 აჩვენებს, რომ ოპტიმალური საინვესტიციო რაოდენობა იქნება მუდმივი საწყისი სიმდიდრის დონის მიუხედავად. ამგვარად, CARA ფუნქცია გვიჩვენებს, რომ სიმდიდრის წილი, რომელსაც ინვესტორი დებს სარისკო აქტივებში, მცირდება, თუ კეთილდღეობა იზრდება. და ეს აბსოლუტურად ეწინააღმდეგება ემპირიულ მონაცემებს, რომელიც აჩვენებს სარისკო აქტივებში ჩადებული ქონების წილის ზრდას მოგებასთან ერთად.

2. CRRA სარგებლიანობა. თუ $U(W) = W^R/R$, მაშინ ზღვრული სარგებლიანობის ფუნქცია მოცემულია $U'(W) = W^{R-1}$. საბოლოო ქონების გამოსახულების შეცვლით განტოლებაში, მივიღებთ

$$U'(W) = [W_0(1 + r_f) + k(\tilde{r} - r_f)]^{R-1}$$

$$= [W_0\left(1 + r_f\right)]^{R-1}\left[1 + \frac{k}{W_0\left(1 + r_f\right)} \cdot \left(\tilde{r} - r_f\right)\right] \qquad \textbf{(7.52)}$$

განტოლების 7.49 ოპტიმალურობის პირობაში ამ გამოსახულების ჩასმა გვიჩვენებს, რომ პირობა $[W_0(1 + r_f)]^{R-1}$ შეიძლება შეიკვეცოს, ეს გულისხმობს, რომ ოპტიმალური გადაწყვეტა არ შეიცავს საწყისი ქონების აბსოლუტურ დონეს, იგი რჩება მხოლოდ $k/W_0(1 + r_f)$ ფარდობაში. სიტყვიერად, CRRA სარგებლიანობის ფუნქცია გულისხმობს, რომ რისკისადმი ერთნაირი ტოლერანტობის მქონე ყველა ინდივიდი ჩადებს სიმდიდრის ერთიდაიგივე წილს სარისკო აქტივებში, მიუხედავად მათი სიმდიდრის აბსოლუტური დონისა. თუმცა, ეს დასკვნა უფრო გამომდინარეობს ფაქტებიდან, ვიდრე CARA ფუნქციიდან, სადაც მოკლედ არის ახსნილი რატომ იზრდება ქონების წილი სარისკო აქტივებში კეთილდღეობის ზრდასთან ერთად.

შეკითხვა: დაასახელეთ მიზეზი, რატომ შეიძლება გაზარდონ ინვესტორებმა სარისკო აქტივებში ჩადებული პორტფელის წილი, როდესაც სიმდიდრე იზრდება, მაშინაც კი, თუ მათი უპირატესობები გამოხატულია CRRA სარგებლიანობის ფუნქციით?

ბანუსაზღვრელობის პირობებში არჩევანის უპირატესობის მინიჭების თეორია

მიუხედავად იმისა, რომ ჩვენი ანალიზი ამ თავში გაგაცნობთ მთელ რიგ საკითხებს, ეს მიდგომა განსხვავებულია სხვა თავებთან შედარებით. სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის ძირითადი მოდელი, რომელიც ექვემდებარება ბიუჯეტის შეზღუდვას, როგორც ჩანს, დაიკარგა. იმისათვის, რომ განუსაზღვრელ პირობებში ქცევის შესწავლა განვავითაროთ, გავეცნობით რამდენიმე ახალ ტექნიკას, რომელიც სტანდარტული თეორიული არჩევანის ფარგლებში ქცევის დისკუსიის დაბრუნების საშუალებას მოგვცემს.

სამყაროს მდგომარეობები და პირობითი პროდუქტი

დავიწყოთ მოსაზრებით, რომ ნებისმიერი მოვლენის შედეგი შესაძლოა დაიყოს კატეგორიებად, ვთქვათ,სამყაროს მდგომარეობების რაოდენობის შესაბამისად. ჩვენ არ შეგვიძლია ვიწინასწარმეტყველოთ ზუსტად რა მოხდება ხვალ, მაგრამ მივიჩნევთ, რომ შესაძლებელია კარგად განსაზღვრული უცვლელი რაოდენობების კატეგორიებად დავყოთ ყველა შესაძლო მოვლენა. მაგალითად, შეიძლება ვთქვათ, რომ მსოფ-

ლიო ხვალ იქნება ორი შესაძლო მდგომარეობიდან მხოლოდ ერთში: ეს შეიძლება იყოს „კარგი პერიოდი“ ან „ცუდი პერიოდი“. ერთმა მოვლენამ შეიძლება გამოიწვიოს შესამჩნევი გრადაცია (მილიონობით პოტენციური შედეგით), მაგრამ თეორიის არსი შესაძლოა განვითარდეს მხოლოდ ორი ვითარების გამოყენებით.

განყენებული მოსაზრება, რომელიც შეიძლება განვითარდეს სამყაროს მდგომარეობების ცნების პარალელურად, არის პირობითი პროდუქტი. ეს არის პროდუქტი, რომლის მიწოდებაც ხდება მხოლოდ ცალკეული მდგომარეობის შემთხვევაში. მაგალითისთვის, „$1 კარგ პერიოდში“ არის პირობითი პროდუქტი, რომელიც პირდება ინდივიდს $1-ს კარგ პერიოდში, მაგრამ არაფერს ცუდ პერიოდში. ასევე, შესაძლებელია, ვინმემ ინტუიციური შესაძლებლობის გამოყენებით პროდუქტის შესყიდვას ასეთი ფორმულირება გაუკეთოს: მე შეიძლება შევძლო $1-ის პროდუქტის ყიდვა, თუ ხვალ აღმოჩნდება კარგი პერიოდი. იმის გამო, რომ ხვალ შეიძლება იყოს ცუდი პერიოდი, შესაძლოა ეს პროდუქტი გაიყიდოს $1-ზე ნაკლებად. თუ, ასევე, სხვასაც სურს მომყიდოს პირობითი პროდუქტი $1-ად ცუდ პერიოდში, მაშინ მე ჩავთვლი, რომ ხვალ მექნება $1 ორი პირობითი პროდუქტის ყიდვით „$1 კარგ პერიოდში“ და „$1 ცუდ პერიოდში“.

სარგებლიანობის ანალიზი

სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის არჩევანის შესწავლა პირობით პროდუქტში ხდება ისევე, როგორც უკვე განვიხილეთ ზემოთ. პრინციპული განსხვავება ისაა, რომ ინდივიდი მიიღებს მხოლოდ ერთ პირობით პროდუქტს (დამოკიდებულია როგორი პერიოდი იქნება – კარგი თუ ცუდი). სანამ გაურკვევლობა აღმოიფხვრება, ინდივიდს აქვს ორი სახის პირობითი პროდუქტი, რომელთაგანაც უნდა აირჩიოს და ალბათ შეიძენს კიდეც თითო სახის პროდუქტიდან რამდენიმეს, რადგან მან არ იცის რა მოხდება მომავალში. ეს ორი პირობითი პროდუქტი გამოისახება W_g (კეთილდღეობა კარგ პერიოდში) და W_b (კეთილდღეობა ცუდ პერიოდში). დავუშვათ, სარგებლიანობა არის გარემო პირობებისგან დამოუკიდებელი[20] და ამ ინდივიდს სჯერა კარგი პერიოდი იქნება π ალბათობით. მაშინ მოსალოდნელი სარგებლიანობა, რომელიც დაკავშირებულია ამ ორ პირობით პროდუქტთან, არის

$$V(W_g,W_b) = \pi U(W_g) + (1-\pi)U(W_b). \qquad \textbf{(7.53)}$$

ეს არის უმაღლესი ნიშნული, რომლის მიღებაც შეუძლია ინდივიდის თავისი საწყისი ქონებიდან – W.

20 ეს დაშვება გამოუსადეგარია იმ შემთხვევაში, როცა კეთილდღეობის სარგებლიანობა დამოკიდებულია გარემო პირობებზე. მაგალითისათვის, მოცემული დონის კეთილდღეობის სარგებლიანობა შეიძლება განსხვავდებოდეს იმის მიხედვით ინდივიდი „ავადმყოფია“, თუ „ჯანმრთელი“. თუმცა, ჩვენ ამას ასე რთულად არ განვიხილავთ. ჩვენი ანალიზისათვის კეთილდღეობის სარგებლიანობის ფუნქცია ჩაზნექილია და $U'(W) > 0$, $U'' < 0$.

პირობითი პროდუქტის ფასები

დავუშვათ, რომ ინდივიდს შეუძლია ფულადი სიმდიდრის ყიდვა ხელსაყრელ პერიოდში p_g ფასად და არახელსაყრელ პერიოდში p_b ფასად, მაშინ მისი ბიუჯეტის შეზღუდვა არის

$$W = p_g W_g + p_b W_b. \tag{7.54}$$

ფასების ფარდობა p_g/p_b გვიჩვენებს როგორ შეუძლია ინდივიდს კარგი პერიოდის დოლარით ვაჭრობა ცუდი პერიოდის დოლარზე. მაგალითად, თუ $p_g = 0.80$ და $p_b = 0.20$, კარგი პერიოდის 1 დოლარი შესაძლებლობას აძლევს ინდივიდს იყიდოს ცუდ პერიოდში $4-ის პროდუქტი. ასეთი ვაჭრობით იგი გაზრდიდა თუ არა სარგებლიანობას დამოკიდებულია სიტუაციის თავისებურებაზე. მაგრამ პრობლემები გაურკვევლობის პირობებში, ისევე როგორც სიტუაციები, სადაც სხვადასხვა პირობითი რესურსი იყიდება, არის უპირატესობის მინიჭების მოდელის საკვანძო იდეა.

თავისუფალი ბაზარი პირობითი პროდუქტისთვის

თუ ბაზრები პირობითი მოგების მოთხოვნებისთვის არის კარგად განვითარებული და არსებობს ზოგადი შეთანხმება კარგი პერიოდების (π) ალბათობაზე, მაშინ ამ მოთხოვნების ფასები იქნება აქტუალურად სამართლიანი – ანუ გაუტოლდება შესაბამის ალბათობებს:

$$\begin{aligned} p_g &= \pi, \\ p_b &= (1 - \pi). \end{aligned} \tag{7.55}$$

ამგვარად, ფასების ფარდობა p_g/p_b მარტივად ასახავს განსხვავებებს (უპირატესობებს) კარგი პერიოდების სასარგებლოდ:

$$\frac{p_g}{p_b} = \frac{\pi}{1-\pi} \tag{7.56}$$

წინა მაგალითში, თუ $p_g = \pi = 0.8$ და $p_b = (1 - \pi) = 0.2$, მაშინ $\pi/(1 - \pi) = 4$. ამ შემთხვევაში, განსხვავებები (უპირატესობები) კარგი პერიოდების სასარგებლოდ აღნიშნულია როგორც „4-1-მდე". თავისუფალი ბაზრები პირობითი მოთხოვნებისთვის (როგორიცაა სადაზღვევო ბაზრები), ასევე, ასახავენ ამ განსხვავებებს (უპირატესობებს). ანალოგი წარმოდგენილია დოღში არსებული „განსხვავებებით". ეს განსხვავებები „სამართლიანია", როდესაც ისინი ასახავენ რეალურ ალბათობებს, სხვადასხვა ცხენის მოგებაზე.

რისკის თავიდან აცილება

განვიხილოთ რისკის თავიდან აცილება უპირატესობის მინიჭების მოდელში. პირველ რიგში, შეგვიძლია ვთქვათ, რომ თუ პირობითი მოთხოვნის ბაზარი თავისუფალია, მაშინ ინდივიდი სარგებლიანობის მაქსიმიზაციისათვის აირჩევს სიტუაციას, სადაც $W_g = W_b$; ანუ საბოლოო კეთილდღეობა იქნება მუდმივი, მიუხედავად გარემო პირობების ცვალებადობისა.

სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია ბიუჯეტის შეზღუდვაში გულისხმობს, რომ MRS ტოლი უნდა იყოს „პროდუქტის“ ფასების ფარდობისა:

$$MRS = \frac{\delta V / \delta W_g}{\delta V / \delta W_b} = \frac{\pi U'(W_g)}{(1-\pi)U'(W_b)} = \frac{p_g}{p_b}. \qquad \textbf{(7.57)}$$

პირობითი მოთხოვნის ბაზრების თავისუფლების შესახებ დამვებაში (განტოლება 7.56), პირველი რიგის პირობა მცირდება

$$\frac{U'(W_g)}{U(W_b)} = 1$$

ან[21]

$$W_g = W_b \qquad \textbf{(7.58)}$$

ამგვარად, ინდივიდი, რომელიც პირობითი მოთხოვნის თავისუფალ ბაზარზე იმყოფება, რისკზე არ წავა და აირჩევს დაზღვევას, რათა ფლობდეს ქონების იმავე დონეს, მიუხედავად იმისა, თუ რა ვითარება იქნება მომავალში.

გრაფიკული ანალიზი

ნახაზი 7.2 გრაფიკულად ასახავს რისკის თავიდან აცილებას. ინდივიდის საბიუჯეტო შეზღუდულობის წრფე (I) ეხება U-ს განურჩევლობის მრუდს იქ, სადაც $W_g = W_b$ – რასაც ეწოდება ოპტიმიზაციის წერტილი. W^* - წერტილზე განურჩევლობის მრუდის დახრილობა $[\pi/(1-\pi)]$ არის ფასთა თანაფარდობის p_g/p_b ტოლი.

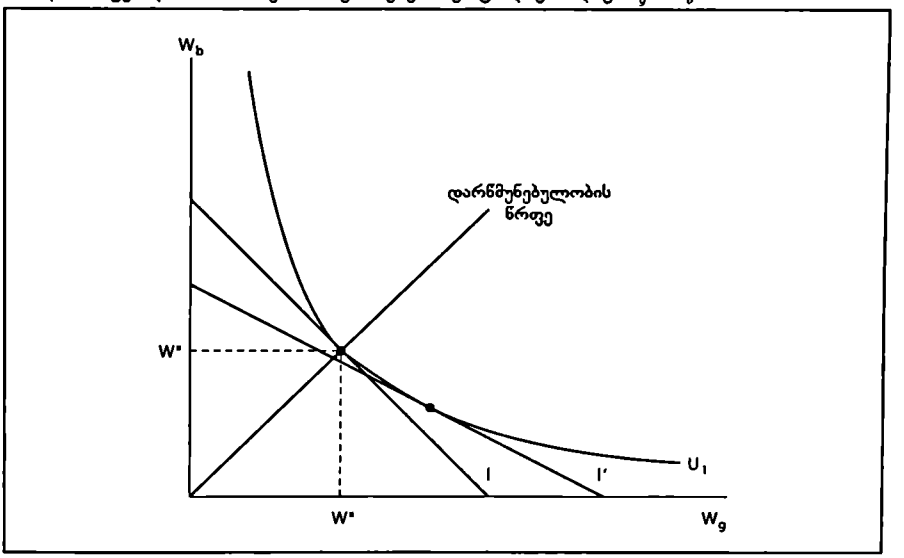
თუ პირობითი ქონების მოთხოვნების ბაზარი არ იქნებოდა თავისუფალი, სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია შეიძლება არ მოხვედრილიყო დარწმუნებულებათა წრფეზე. დავუშვათ, რომ $\pi/(1-\pi) = 4$, მაგრამ $p_g/p_b = 2$ რადგანაც ცუდ პერიოდში ქონების დაზღვევა ძალიან ძვირია. ამ შემთხვევაში ბიუჯეტის შეზღუდვა დაემსგავსება I' წრფეს ნახაზზე 7.2 და სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია მოხვდება დარწმუნებულობის წრფის[22]

21 ეს ეტაპი მოითხოვს სარგებლიანობა იყოს დამოუკიდებელი ნევრი და $U'(W) > 0$.

22 რადგან (ტოლობა 7.58 გვიჩვენებს) MRS დარწმუნებულობის წრფეზე ყოველთვის არის $\pi/(1-\pi)$, შეხების კუთხე უფრო მეტად გაშლილია, ვიდრე ეს მოხდებოდა წრფის ქვემოთა ნაწილში.

ნახაზი 7.2 რისკის თავიდან აცილება უპირატესობის მინიჭების მოდელში

I წრფე წარმოადგენს ინდივიდის საბიუჯეტო შეზღუდვას პირობითი ქონების მოთხოვნებისთვის: $W = p_g W_g + p_b W_b$. თუ ბაზარი პირობითი მოთხოვნებისთვის თავისუფალია $\frac{p_g}{p_b} = \pi/(1-\pi)$, მაშინ სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია მოხდება დარწმუნებულობის წრფეზე, სადაც $W_g = W_b = W^*$ თუ ფასები არ არის თავისუფალი, საბიუჯეტო შეზღუდვის მრუდი შეიძლება დაემსგავსოს I'-ს და სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია იქნება წერტილზე, სადაც $W_g > W_b$.



ქვემოთ. ამ შემთხვევაში ინდივიდი წავა მცირე რისკზე და აირჩევს $W_g > W_b$, რადგან საჭიროებები W_b-ზე შედარებით დანახარჯიანია. მაგალითი 7.6 აჩვენებს ამ მიდგომის შესაძლო ალტერნატივების შეფასების სარგებლიანობას.

მაგალითი 7.6 დაზღვევა უპირატესობის მინიჭების ძიდელში

უპირატესობის მინიჭების მიდგომის ილუსტრაცია შეგვიძლია მოვახდინოთ ავტო დაზღვევის მაგალითის 7.2 განახლებით, როცა პრობლემა მოიცავს ორ პირობით პროდუქტს „სიმდიდრე ქურდობის გარეშე“ (W_g) და „სიმდიდრე ქურდობით“ (W_b). დავუშვათ, გვაქვს ლოგარითმული სარგებლიანობის ფუნქცია და ქურდობის ალბათობა (ანუ, $1 - \pi$) არის 0.25, მაშინ

$$\begin{aligned}\textbf{მოსალოდნელი სარგებლიანობა} &= 0{,}75U(W_g) + 0.25U(W_b)\\ &= 0.75\ln W_g + 0.25\ln W_b \qquad \textbf{(7.59)}\end{aligned}$$

(გაგრძელება)

თუ ინდივიდი უმოქმედოდ არის, მაშინ სარგებლიანობა განისაზღვრება საწყისი სიმდიდრით, $W_g = 100{,}000$ და $W_b = 80{,}000$, ამგვარად

$$\textbf{მოსალოდნელი სარგებლიანობა} = 0.75\ln 100{,}000 + 0.25\ln 80{,}000 = 11.45714 \qquad \textbf{(7.60)}$$

ამ საწყისი შენატანიდან ვაჭრობის შესწავლისათვის, ჩავწეროთ ბიუჯეტის შეზღუდულობა პირობითი პროდუქტის ფასებით p_g და p_b:

$$p_g W_g^* + p_b W_b^* = p_g W_g + p_b W_b \qquad \textbf{(7.61)}$$

ჩავთვალოთ, რომ ეს ფასები უტოლდება შესაძლებლობების ორ ალბათობას ($p_g = 0.75$, $p_b = 0.25$), ეს შეზღუდვა შეიძლება დაიწეროს

$$0.75(100{,}000) + 0.25(80{,}000) = 95{,}000 = 0.75W_g + 0.25W_b; \qquad \textbf{(7.62)}$$

ანუ, სიმდიდრის მოსალოდნელი ღირებულება არის $95,000 და ინდივიდს შეუძლია გაანაწილოს ეს რაოდენობა W_g და W_b შორის. სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია ბიუჯეტის შეზღუდვის პირობებში, იქნება $W_g = W_b = 95{,}000$. მაშასადამე, ინდივიდი იმოძრავებს დარწმუნებულობის წრფეზე და მიიღებს მოსალოდნელ სარგებლიანობას:

$$\textbf{მოსალოდნელი სარგებლიანობა} = \ln 95{,}000 = 11.46163 \qquad \textbf{(7.63)}$$

პროგრესი აშკარაა უმოქმედობის დროს. ამ პროგრესის უზრუნველსაყოფად, ინდივიდს უნდა შეეძლოს კარგი პერიოდის (ქურდობის არ არსებობა) $5,000-ის გადაცვლა ცუდი პერიოდის (ქურდობა) $15,000-ში (ანუ განსხვავებულ პერიოდებში ამ თანხებით, შესაბამისად, შესაძლებელი უნდა იყოს ერთიდაიგივე ოპერაციის განხორციელება)ამის საშუალებას იძლევა სადაზღვევო კონტრაქტი, რომელიც ეღირება $5,000, მაგრამ ანაზღაურებს $20,000-ს ქურდობის დაფიქსირების შემთხვევაში. აღსანიშნავია, რომ აქ დაზღვეული ქონების ცვლილება $dW_b/dW_g = 15{,}000/-5{,}000 = -$ ზუსტად უტოლდება ალბათობების ფარდობის უარყოფით სიდიდეს $-\pi/(1-\pi) = -0.75/0.25 = -3$.

სადაზღვევო პოლისი გამოქვითის უზრუნველყოფით. სხვა სადაზღვევო კონტრაქტების ჯამი შესაძლოა ამ სიტუაციაში იყოს სარგებლიანობის გამაუმჯობესებელი, თუმცა, ყველა მათგანი არ მიდის არჩევანამდე, რომელიც მდებარეობს დარწმუნებულობის-წრფეზე. მაგალითად, სადაზღვევო პოლისით, რომლის ფასია $5,200 და აბრუნებს $20,000 ქურდობის შემთხვევაში, პიროვნება მიაღწევს დარწმუნებულობის წრფეს $W_g = W_b = 94{,}800$-ით და

$$\text{მოსალოდნელი სარგებლიანობა} = \ln 94{,}800 = 11.45953 \tag{7.64}$$

რომელიც ასევე აღემატება საწყისი შენატანიდან ხელმისაწვდომ სარგებლიანობას. სადაზღვევო პოლისი, რომლის ფასია $4,900 და მოითხოვს, რომ ინდივიდმა დაფაროს პირველი $1,000 ქურდობიდან, მოიტანს

$$\begin{aligned} W_g &= 100{,}000 - 4{,}900 = 95{,}000 \\ W_b &= 80{,}000 - 4{,}900 + 19{,}000 = 94{,}100 \end{aligned} \tag{7.65}$$

მაშინ

$$\begin{aligned} \text{მოსალოდნელი სარგებლიანობა} &= 0{,}75\ln 95{,}000 + 0.25\ln 94{,}100 \\ &= 11.46004 \end{aligned} \tag{7.66}$$

თუმცა, ეს სადაზღვევო პოლისი არ აძლევს უფლებას ინდივიდს მიაღწიოს დარწმუნებულობის წრფეს, ეს არის სარგებლიანობის პროგრესი. დაზღვევის სრულყოფილება არ არის აუცილებელი, რომ შეთავაზოს უფრო მაღალი სარგებლიანობის გარანტია.

შეკითხვა: რა არის ის მაქსიმალური რაოდენობა, რასაც გადაიხდის ინდივიდი სადაზღვევო პოლისში, რომლის პირობებშიც უნდა დაფაროს პირველი $1,000?

რისკის თავიდან აცილება და რისკის ჰრქშია

უპირატესობის მინიჭების მოდელი, ასევე, კარგად გამოიყენება კავშირის ანალიზისთვის რისკის თავიდან აცილებისა და ინდივიდების სურვილებს შორის გადაიხადონ რისკისთვის. დავუშვათ, ორი ადამიანიდან თითოეული იწყებს გარკვეული კაპიტალით, W. თითოეული ცდილობს მაქსიმალურად გაზარდოს მოსალოდნელი სარგებლიანობის ფუნქცია

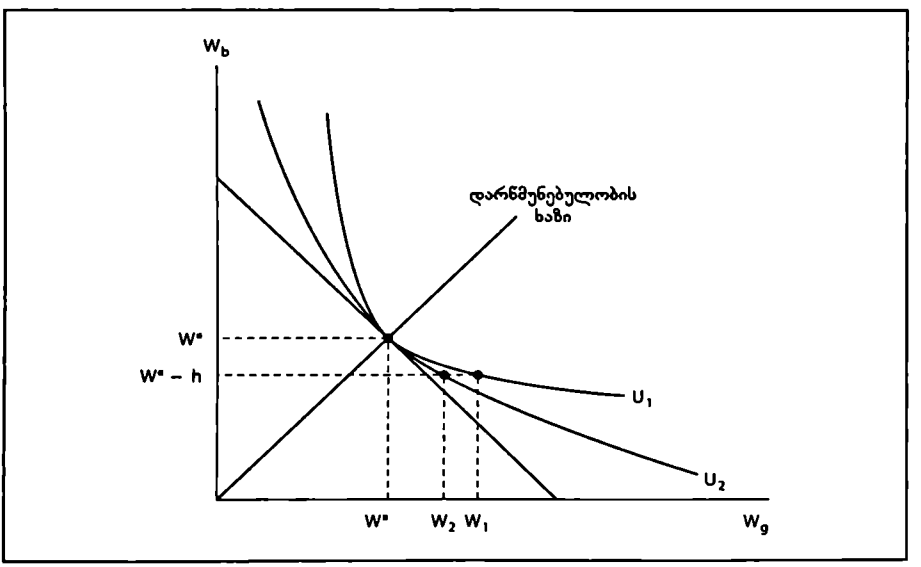
$$V\left(W_g, W_b\right) = \pi \frac{W_g^R}{R} + \left(1-\pi\right)\frac{W_b^R}{R}. \tag{7.67}$$

მოცემულ შემთხვევაში სარგებლიანობის ფუნქცია ასახავს შედარებითი რისკის მუდმივად თავიდან აცილებას (იხ. მაგალითი 7.4). ასევე, აღსანიშნავია, რომ ფუნქცია ძალიან ჰგავს *CES* სარგებლიანობის ფუნქციას, რომელიც განვიხილეთ თავში 3. R პარამეტრი განსაზღვრავს როგორც რისკის თავიდან აცილების ხარისხს, ასევე განურჩევლო-

ბის მრუდის ჩაზნექილობის ხარისხს, რომელიც ნაგულისხმევია ფუნქციაში. რისკის მოწინააღმდეგე ინდივიდს ექნება მკვეთრად უარყოფითი მნიშვნელობა R-თვის და, ასევე, მკვეთრად დახრილი განურჩევლობის მრუდი, როგორც ნაჩვენებია U_1 ნახაზზე 7.3. რისკის შედარებით მოყვარულ ექნება R-ის უფრო მაღალი მნიშვნელობა და შედარებით უფრო ბრტყელი განურჩევლობის მრუდი[23] (როგორც U_2).

ნახაზი 7.3 რისკის თავიდან აცილება და რისკის პრემიები

განურჩევლობის მრუდი U_1 გვიჩვენებს რისკის მოწინააღმდეგე ადამიანის უპირატესობებს, მაშინ როდესაც U_2 გვიჩვენებს იმ ადამანის უპირატესობებს, რომელიც უფრო მეტ რისკზე მიდის. თუ ინდივიდი №2 h დანაკარგის რისკის წინაშე დგება ცუდ პერიოდში, მას ესაჭიროება $W_2 - W^*$ კომპენსაცია კარგ პერიოდში, მაშინ როცა რისკის მოწინააღმდეგე ადამიანს ესაჭიროება უფრო მეტი – $W_1 - W^*$.



ახლა დავუშვათ, რომ ინდივიდები დგანან სიმდიდრის h ნაწილის დაკარგვის საფრთხის წინაშე ცუდ პერიოდში. ასეთი რისკი მისაღები იქნება ინდივიდი №2-თვის თუ მისი სიმდიდრე კარგ პერიოდში W^*-დან W_2-მდე გაიზრდება. მკვეთრად რისკის მოწინააღმდეგე ადამიანისთვის კი სიმდიდრე W_1-მდე უნდა გაიზრდოს, რომ რისკი მისთვის მისაღები გახდეს. მაშასადამე W_1-სა და W_2-ს შორის განსხვავება გვიჩვენებს რისკის მოწინააღმდეგე ინდივიდის ეფექტს რისკის მიღებაზე. ამ თავში ასეთი პრობლემები

23 U_1 და U_2-ის შეხება დანამდვილებით მოხდება W^* წერტილში, რადგან MRS დარწმუნებულობის წრფის გასწვრივ მუდმივად $\pi/(1-\pi)$-ის ტოლია, მიუხედავად R-ის მნიშვნელობისა.

განხილულია გრაფიკების გამოყენებით, რათა უკეთ დავინახოთ კავშირი ინდივიდების უპირატესობებსა (როგორც ტოლობაშია 7.67 სარგებლიანობის ფუნქციის გამოყენებით) და ქცევებს შორის სარისკო სიტუაციებში.

ინფორმაციის ეკონომიკა

ინფორმაცია წარმოადგენს ფასეულ ეკონომიკურ რესურსს. ინდივიდს, ვინც იცის სად იყიდოს მაღალი ხარისხის პროდუქტი იაფად, შეუძლია უფრო მეტად გაზარდოს საკუთარი ბიუჯეტი, ვიდრე მას – ვინც ეს არ იცის. ფერმერს, რომელსაც აქვს მეტი ინფორმაცია ამინდის პროგნოზზე, შეუძლია თავიდან აიცილოს შეცდომით გამოწვეული დანახარჯები, ასევე, სამთავრობო გარემოს დაცვის რეგულირება უფრო ეფექტიანი იქნება, თუ იგი დამყარებულია კარგ სამეცნიერო ცოდნაზე. ეს დაკვირვებები ინფორმაციის მნიშვნელობის შესახებ დიდი ხნის აღიარებულია, ხოლო ინფორმაციის მოპოვების ფორმალური ეკონომიკური მოდელირება და მისი შედეგები რესურსის ლოკალიზებისათვის სრულიად ახალია[24]. ინფორმაციის ეკონომიკის შესწავლა გახდა ერთ-ერთი მთავარი სფერო მიმდინარე კვლევებში. ამ თავში, ჩვენ მოკლედ განვიხილავთ ზოგიერთ საკითხს. ინფორმაციის ეკონომიკა უფრო დეტალურად წარმოდგენილია თავში 18.

ინფორმაციის თვისებები

„ინფორმაცია“ არ არის ადვილი განსამარტი, ამიტომ ეს წარმოადგენს ერთ–ერთ სირთულეს, რომელსაც ეკონომისტები ინფორმაციის ეკონომიკის შესწავლისას ხვდებიან. ეკონომიკური პროდუქტისაგან განსხვავებით ჩვენ შევისწავლეთ, რომ სხვადასხვა მოქმედებიდან ხელმისაწვდომი ინფორმაციის „რაოდენობა“ არ არის კარგად განსაზღვრული, ხოლო ხელმისაწვდომი ინფორმაცია არ არის ერთგვაროვანი მისი მომხმარებლისთვის. ეკონომიკური ინფორმაციის უამრავი ფორმა არსებობს, ამიტომ მათ დასახასიათებლად ფასისა და რაოდენობის მახასიათებლებს ვერ გამოვიყენებთ. ეკონომისტებმა, რომელთაც სურთ ინფორმაციის შესწავლა, უნდა განსაზღვრონ კონკრეტული გადაწყვეტილების პრობლემის საინფორმაციო გარემო (ამას ზოგჯერ უწოდებენ „საინფორმაციო სიმრავლეს“) და დაადგინონ როგორ შეიძლება შეიცვალოს ეს გარემო ინდივიდუალური ქმედებებით. ამ მცდელობის შედეგია კონკრეტული სიტუაციური მოდელების სიმრავლე, რომელთა შორის მცირე კავშირია.

მეორე სირთულე ინფორმაციის შესწავლისას ეხება თავად ინფორმაციის ზოგიერთ ტექნიკურ თვისებას. ინფორმაციათა უმრავლესობა არის გამძლე და ინარჩუნებს ღირებულებას გამოყენების შემდეგაც. ე.წ. „ჰოთ-დოგისგან“ განსხვავებით, რომლის

24 ინფორმაციის ფორმალური მოდელირება ზოგჯერ თარიღდება სტიგლერის სტატიით „ინფორმაციის ეკონომიკა“ - ჟურნალი პოლიტიკური ეკონომიკა, ივნისი 1961ნ: 213-25. (G.J.Stigler, "The Economics of Information")

მოხმარებაც ერთჯერადია, სპეციფიური გაყიდვების ცოდნით სარგებლობს არა მხოლოდ ის პირი, რომელმაც იგი აღმოაჩინა, არამედ ნებისმიერი მეგობარი, რომლებთანაც ეს ინფორმაცია გაიზიარა. მეგობრებს შეუძლიათ სარგებელი ნახონ ინფორმაციიდან, მაშინაც კი თუ მათ არ გაწიეს დანახარჯი მის მისაღებად. მართლაც, ამ შემთხვევაში, ინფორმაციას გააჩნია წმინდა „საზოგადოებრივი პროდუქტის" თვისება (იხ. თავი 19). ინფორმაციას ახასიათებს – არაკონკურენტუნარიანობა, რადგან სხვებს შეუძლიათ მისი გამოყენება ნულოვანი დანახარჯით და ასევე, არაექსკლუზიურობა, რადგან არცერთ ინდივიდს არ შეუძლია აუკრძალოს სხვებს ინფორმაციის გამოყენება. ამ მახასიათებლების კლასიკური მაგალითი არის ახალი სამეცნიერო აღმოჩენა. როდესაც ჰრეისტორიულმა ხალხმა გამოიგონა ბორბალი, დანარჩენებს შეეძლოთ მისი გამოყენება აღმოჩენის ღირებულების შემცირების გარეშე და ყველას, ვინც ხედავდა ბორბალს, თავისუფლად შეეძლო მისი კოპირება.

ინფორმაციის ეს ტექნიკური მახასიათებლები გულისხმობს, რომ საბაზრო მექანიზმები შესაძლოა ხშირად არასრულყოფილად მოქმედებდეს ინფორმაციით უზრუნველყოფასა და რესურსების განაწილებაში. მიწოდებისა და მოთხოვნის სტანდარტული მოდელები ასეთი მოქმედებების განსაზღვრაში შესაძლოა შედარებით შეზღუდული გამოყენების იყოს. მოდელები ისე უნდა განვითარდნენ, რომ მინიმუმ ზუსტად გამოავლინონ საინფორმაციო გარემოს თვისებები. წიგნის დასასრულს, აღწერილია ზოგიერთი სიტუაცია, რისთვისაც გამოიყენება მსგავსი მოდელები. შედარებით ნაკლები ყურადღება დაეთმობა მოთხოვნა-მიწოდების თანაფარდობას, სანაცვლოდ აქცენტი გაკეთდება საინფორმაციო საკითხებზე, რომელიც ინდივიდუალური არჩევანის თეორიაში წარმოიშვა.

ინფორმაციის ღირებულება

ინფორმაციის მოპოვების მოდელები საჭიროებს ამ თავში განხილული გაურკვევლობის კვლევის საშუალებების გამოყენებას. ინფორმაციის ნაკლებობა გადაწყვეტილების მიმღებისათვის წარმოადგენს პრობლემას, რომელიც მოიცავს გაურკვევლობასაც. სრულყოფილი ინფორმაციის არ არსებობის შემთხვევაში, ინდივიდი ვერ გათვლის კონკრეტული მოქმედების ზუსტ შედეგს. უკეთეს ინფორმაციას შეუძლია შეამციროს ეს გაურკვევლობა და მიგვიყვანოს უკეთეს გადაწყვეტილებამდე, რომელიც გაზრდილ სარგებლიანობას უზრუნველყოფს.

საინფორმაციო და სუბიექტური შესაძლებლობები

კავშირი გაურკვევლობასა და ინფორმაციის მოპოვებას შორის შესაძლოა ვაჩვენოთ უპირატესობის თეორიის მოდელის გამოყენებით. აქამდე, ჩვენ ვუშვებდით, რომ ინდივიდები აყალიბებენ სუბიექტურ აზრს მხოლოდ ორი მონაცემის („კარგი პერიოდები" და „ცუდი პერიოდები") ალბათობების მიხედვით. ამ მოდელში, ინფორმაცია ღირებულია,

რადგან იგი საშუალებას აძლევს ინდივიდებს გადახედონ ამ ალბათობების შეფასებებს და ამით ისარგებლონ. მაგალითად, ინფორმაცია, რომელიც წინასწარმეტყველებს, რომ ხვალ აუცილებლად იქნება „კარგი პერიოდი“, ინდივიდს უბიძგებს, გადახედოს თავის შესაძლებლობებს $\pi_g = 1$, $\pi_b = 0$ და შესაბამისად შეცვალოს შესყიდვები. როდესაც მიღებული ინფორმაცია არის ნაკლებად ზუსტი, შესაძლებლობები მხოლოდ მცირედით შეიძლება შეიცვალოს, მაგრამ მცირე ცვლილებაც კი შესაძლოა იყოს ძალიან მნიშვნელოვანი. თუ თქვენს რამდენიმე მეგობარს სთხოვთ გაგიზიარონ გამოცდილება DVD პლეიერის რამდენიმე ბრენდზე, რომლის ყიდვასაც ფიქრობთ, თქვენ შესაძლოა სულაც არ გსურდეთ, რომ მათმა აზრმა გიკარნახოთ არჩევანი. პლეიერების ფასები და სხვა ტიპის ინფორმაციები (მოპოვებულია „მომხმარებლების გამოკითხვებიდან“), ასევე, გავლენას მოახდენს თქვენს შეხედულებებზე. საბოლოოდ, თქვენ უნდა დაამუშაოთ ყველა ეს ფაქტორი და აქციოთ გადაწყვეტილებად, რომელიც ასახავს გავრცელებული შეხედულებების (მტკიცებების) შესაძლებლობების თქვენეულ შეფასებას (ამ შემთხვევაში, ხარისხს, რომელსაც მიიღებთ სხვადასხვა ბრენდის ყიდვით).

ფორმალური მოდელი

იმისათვის, რომ ვაჩვენოთ რატომ გააჩნია ინფორმაციას ღირებულება, დავუშვათ, რომ ინდივიდი დგას გაურკვეველი სიტუაციის წინაშე, სადაც ჩართულია „კარგი“ და „ცუდი“ პერიოდები და მას შეუძლია ინვესტირება „მესიჯში“, რომელიც გვაძლევს გარკვეულ ინფორმაციას შედეგების ალბათობის შესახებ. ამ შეტყობინებას შეუძლია მიიღოს ორი პოტენციური მნიშვნელობა: 1 ან 2, შესაბამისად ალბათობით p და $(1 - p)$. თუ შეტყობინება მიიღებს მნიშვნელობას 1, მაშინ ინვესტორს სჯერა, რომ კარგი პერიოდის ალბათობა არის π_g^1 [ცუდი პერიოდის ალბათობა შესაბამისად $\pi_g^1 = (1 - \pi_g^1)$]. თუ შეტყობინება მიიღებს 2 მნიშვნელობას, ალბათობები იქნება π_g^2 და $(1 - \pi_g^2)$. შეტყობინების მიღების შემდეგ, ინდივიდს გააჩნია შესაძლებლობა მაქსიმალურად გაზარდოს მოსალოდნელი სარგებლიანობა ამ ალბათობების საფუძველზე. მოსალოდნელია, რომ იგი სხვადასხვა გადაწყვეტილებას მიიღებს, რაც დამოკიდებულია შეტყობინების შემცველობაზე. დავუშვათ, V_1 არის (არაპირდაპირი) მაქსიმალური მოსალოდნელი სარგებლიანობა, როდესაც შეტყობინება იღებს მნიშვნელობას 1 და V_2 არის მაქსიმალური სარგებლიანობა, როდესაც შეტყობინება იღებს მნიშვნელობას 2. მაშასადამე, როდესაც ინდივიდი განიხილავს შეტყობინების ყიდვის შესაძლებლობას (მის რეალურად მიღებამდე), მოსალოდნელი სარგებლიანობა მოცემულია:

$$E_{\text{მ.ან ერთად}} = pV_1 + (1 - p)V_2 \qquad \textbf{(7.68)}$$

ახლა განვიხილოთ სიტუაცია, როდესაც ინდივიდი გადაწყვეტს არ იყიდოს შეტყობინება. ამ შემთხვევაში, მისაღებია ერთადერთი გადაწყვეტილება, რაც დამოკიდებულია კარგი და ცუდი პერიოდების ალბათობებზე, π_g და $(1 - \pi_g)$. რადგანაც ინდივიდმა იცის, რომ

არსებობს განსხვავებული ალბათობები, ლოგიკა მოითხოვს, რომ $\pi_g^0 = p\pi_g^1 + (1-p)\,\pi_g^2$. ახლა, დავუშვათ, V_0 წარმოადგენს მაქსიმალურ მოსალოდნელ სარგებლიანობას, რომელიც ინდივიდს შეუძლია მიიღოს მოცემული ალბათობებით. აქედან გამომდინარე, შეგვიძლია დავწეროთ მოსალოდნელი სარგებლიანობა ინფორმაციის გარეშე

$$E_{m\text{-ის გარეშე}} = V_0 = pV_0 + (1-p)V_0 \tag{7.69}$$

განტოლებების 7.68 და 7.69 შედარება გვიჩვენებს, რომ ამ ინდივიდს ყოველთვის შეუძლია მიიღოროს $E_{m\text{-ის გარეშე}}$, როდესაც გააჩნია შეტყობინებით მიღებული ინფორმაცია. მას უბრალოდ შეუძლია არ გაითვალისწინოს „მესიჯი". მაგრამ, თუ იგი აირჩევს ახალი განსხვავებული გადაწყვეტილებების მიღებას, რომლებიც დაფუძნებულია ინფორმაციაზე, გვექნება შემთხვევა, როდესაც ინფორმაციას გააჩნია ღირებულება, ანუ

$$E_{m\text{-თან ერთად}} \geq E_{m\text{-ის გარეშე}} \tag{7.70}$$

სავარაუდოდ, ამ ინდივიდს ექნება სურვილი გადაიხადოს მესიჯისათვის, რადგან იგი უზრუნველყოფს უკეთესი გადაწყვეტილების მიღების შესაძლებლობას.[25] მაგალითი 7.7 გვთავაზობს მარტივ ილუსტრაციას.

7.7 ინფორმაციის ღირებულება ფასებზე

ახალი ინფორმაციის სარგებლიანობის მაქსიმიზაციაზე ზეგავლენის საჩვენებლად, დავუბრუნდეთ ერთ–ერთ პირველ მოდელს, რომელიც განვიხილეთ თავში 4. ამ თავში ვაჩვენეთ, რომ თუ ინდივიდი მოიხმარს ორ პროდუქტს და სარგებლიანობა მოცემულია $U(x,y) = x^{0.5}y^{0.5}$-ით, მაშინ არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქცია არის

$$V(p_x, p_y, I) = \frac{I}{2p_x^{0.5}p_y^{0.5}}. \tag{7.71}$$

განვიხილოთ რიცხვითი მაგალითი, როდესაც $p_x = 1$, $p_y = 4$, $I = 8$, და გამოვთვალეთ, რომ $V = I/2 \cdot 1 \cdot 2 = 2$. ახლა ჩავთვალოთ, რომ პროდუქტი y წარმოადგენს ჩოგბურთის ბურთების ბრენდის, და მომხმარებელმა იცის, რომ ის ორი მაღაზიაში ან 5 დოლარად იყიდება, მაგრამ არ იცის რომელ მაღაზიაში რა ფასი აქვს. რადგანაც მოსალოდნელია რომ თითოეულს აქვს შედარებით დაბალი ფასი, მოსალოდნელია, სარგებელი იქნება $4. ვინაიდან არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქცია ფასისადმი არის

25 ამ შედეგის დამტკიცების უფრო მარტივი გზაა, რომ ინდივიდის არაპირდაპირი მოსალოდნელი სარგებლიანობა (V) განისაზღვროს როგორც ამ ამოცანაში განხილულ ალბათობებზე დამოკიდებული ფუნქცია. რაც გვაძლევს $V(\pi_g) = \max[\pi_g U(W_g) + (1-\pi_g)U(W_b)]$. განტოლებების 7.68 და 7.69 შედარებით $pV(\pi_g^1) + (1-p)V(\pi_g^2)$ და $V(\pi_g^0) = V[p\pi_g^1 + (1-p)\pi_g^2]$. რადგან V ფუნქცია ამოზნექილია πg ნერტილში, გამოსახულებაში 7.70 უტოლობას ექნება ადგილი.

ამოზნექილი, ეს ინდივიდი მიიღებს უფრო დიდ მოსალოდნელ ღირებულებას, ვიდრე $V = 2$ შენაძენიდან, რადგანაც მას შეუძლია იყიდოს მეტი, თუ შეხვდება დაბალფასიანი მაღაზია. შეძენამდე მოსალოდნელი სარგებლიანობა არის

$$E[V(p_x, p_y, I)] = 0.5 \cdot V(1, 3, 8) + 0.5 \cdot V(1, 5, 8) = 1.155 + 0.894 = 2.049 \quad \textbf{(7.72)}$$

სარგებლიანობა გაიზრდებოდა თუ მომხმარებელს ეცოდინებოდა რომელი მაღაზია თავაზობდა დაბალ ფასს, თუ ინდივიდი იყიდიდა წინასწარ განსაზღვრულ $p_y = 3$ დოლარად, მაშინ არაპირდაპირი სარგებლიანობა იქნებოდა $V = 2.309$ ამ შედეგით შეგვიძლია გამოვთვალოთ რა არის ინფორმაციის ღირებულება. ჩვენ შეგვიძლია დავსვათ კითხვა, შემოსავლის რა დონეს (I^*) მოიტანს იგივე სარგებლიანობა, თუ $p_y = 3$ და ამ ინდივიდმა შემთხვევით უნდა შეარჩიოს მაღაზია. საჭიროა ამოვხსნათ ტოლობა:

$$V(p_x, p_y, I^*) = \frac{I^*}{2p_x^{0.5}p_y^{0.5}} = \frac{I^*}{2 \cdot 1 \cdot 3^{0.5}} = 2.049. \quad \textbf{(7.73)}$$

ამ გამოსახულების გამოთვლით მივიღებთ $I^* = 7.098$. ამგვარად, ინდივიდი ინფორმაციისთვის გადაიხდის 0.902(= 8 – 7.098) დოლარამდე. უნდა აღინიშნოს, რომ ფასების ინფორმაციაზე ხელმისაწვდომობა ინდივიდს ეხმარება ორგვარად: (1) ალბათობა იმისა, რომ იგი იქნება დაბალფასიანი მაღაზიის კლიენტი 0.5-დან 1.0-მდე იზრდება; და (2) იგი შესაძლებლობას აძლევს ინდივიდს ისარგებლოს შედარებით დაბალი ფასით და იყიდოს უფრო მეტი.

შეკითხვა: როგორც მაგალითიდან ჩანს, ფასის გაურკვევლობის მოსალოდნელი სარგებლიანობა ($V = 2.049$) არის უფრო მაღალი, ვიდრე სარგებლიანობა, როდესაც ფასი მისი მოსალოდნელი ღირებულების შესაბამისია ($V = 2$), რაც უცნაურია. უარყოფს თუ არა ეს დაშვებას რისკის თავიდან აცილების შესახებ?

მოქნილობა და არჩევანის ღირებულება

ახალი ინფორმაცია ინდივიდებს შესაძლებლობას აძლევს მიიღონ უკეთესი გადაწყვეტილებები გაურკვეველ სიტუაციებში. გადაწყვეტილების მიღების გაჭიანურება მანამ, სანამ ინფორმაცია არ იქნება ხელმისაწვდომი. მოქნილობა ზოგჯერ მოითხოვს დანახარჯებს, რის გამოც, გადაწყვეტილების მიღება შეიძლება გართულდეს. მაგალითად, პიროვნებას, რომელიც გეგმავს მოგზაურობას კარიბის ზღვის სანაპიროზე, უნდა რომ ამინდის შესახებ ჰქონდეს ინფორმაცია. მოგზაური, რომელსაც აქვს შესაძლებლობა ბოლო წუთამდე არ მიიღოს გადაწყვეტილება, დაელოდება საბოლოო ამინდის პროგნოზს და შემდეგ გადაწყვეტს წავიდეს თუ არა. მაგრამ, ლოდინი შეიძლება ძვი-

რი დაუჯდეს (ვთქვათ, ბოლო წუთში ავიაბილეთების შეძენა უფრო ძვირია), ამგვარად, არჩევანი რთული გასაკეთებელია. ცხადია, გადაწყვეტილების მიღების გადადების არჩევანი ღირებულია, მაგრამ საკითხავია აჭარბებს თუ არა იგი არჩევანის გაჭიანურებით გამოწვეულ დანახარჯებს.

გადაწყვეტილების მიღებისას მოქნილობა მნიშვნელობის მოდელირება გახდა ძირითადი საკითხი გაურკვევლობისა და ინფორმაციის შესწავლაში. „რეალური არჩევანის თეორია“ ფინანსური და მენეჯმენტის თეორიის მნიშვნელოვანი კომპონენტი გახდა. სხვა საკითხები კი წარმოიშობა ისეთ მრავალფეროვან სფეროებში, როგორებიცაა ეკონომიკის განვითარება, ბუნებრივი რესურსების ეკონომიკა, სამართალი და ეკონომიკა. იმის გამო, რომ ეს წიგნი აქცენტს აკეთებს ზოგად თეორიაზე, ჩვენ აქ არ გავაგრძელებთ ამ საინტერესო ინოვაციების განხილვას. სამაგიეროდ, ვაჩვენებთ თუ როგორ შეიძლება მანევრირების საკითხების კომბინირება ჩვენს მიერ უკვე განხილულ ზოგიერთ მოდელთან, რასაც მოყვება რამდენიმე დასკვნითი შენიშვნა.

მოქნილობა პორტფელის მოდელში

რეალური არჩევანის თეორიის ზოგიერთი ძირითადი პრინციპი შესაძლოა ვაჩვენოთ პორტფელის არჩევანის მოდელის კომბინირებით ინფორმაციის მესიჯების იდეასთან. ამ თავში ეს თემები უკვე განვიხილეთ. ვთქვათ, ინვესტორი აპირებს, რომ ჩადოს თავისი ქონების (k) რაღაც ნაწილი სარისკო აქტივში. მოგება აქტივზე არის შემთხვევითი და მისი მახასიათებლები დამოკიდებულია იმაზე, როგორი პერიოდია „კარგი პერიოდი“ თუ „ცუდი პერიოდი“. მოგებები ამ ორ სიტუაციაში აღნიშნულია შესაბამისად $\tilde{r}_1$ და $\tilde{r}_2$-ით. ჯერ განვიხილოთ სიტუაცია, სადაც ეს ინდივიდი მიიღებს ინფორმაციას კარგი ან ცუდი პერიოდის შესახებ, მაგრამ ეს მოხდება ინვესტიციის გადაწყვეტილების მიღების შემდეგ. ალბათობა, რომ მესიჯი შეატყობინებს კარგ პერიოდს, აღნიშნულია p-თი. ამ შემთხვევაში, შეიძლება მივიჩნიოთ, რომ ეს ინდივიდი ინვესტირებას ახდენს სარისკო აქტივში, რომლის მოგებაც აღნიშნულია $\tilde{r}_0 = p\tilde{r}_1 + (1 - p)\tilde{r}_2$. ოპტიმალური ინვესტიცია არის k_0, ხოლო პორტფელის მოსალოდნელი სარგებლიანობა იქნება U_0.

ახლა ჩავთვალოთ, რომ ამ ინდივიდს გააჩნია შესაძლებლობა (აქვს მანევრირების საშუალება), დაელოდოს შეტყობინებას, რათა გადაწყვიტოს როგორ მოახდინოს თავისი პორტფელის განთავსება. თუ შეტყობინება აჩვენებს კარგ პერიოდს, მაშინ იგი აირჩევს k_1-ს ინვესტირებას სარისკო აქტივში და მოსალოდნელი სარგებლიანობა იქნება U_1. მეორე მხრივ, თუ შეტყობინება აჩვენებს ცუდ პერიოდს, მაშინ იგი აირჩევს k_2-ს ინვესტირებას სარისკო აქტივში და მოსალოდნელი სარგებლიანობა იქნება U_2. აქედან გამომდინარე, მოსალოდნელი სარგებლიანობა ლოდინის შემთხვევაში k-ს არჩევამდე იქნება

$$U^* = pU_1 + (1 - p)U_2 \qquad \textbf{(7.74)}$$

ცხადია, რომ $U' > U_0$. ინვესტორს ყოველთვის შეეძლო k_0-ის ინვესტირება, არ აქვს მნიშვნელობა რას ატყობინებდა ინფორმაცია, მაგრამ თუ იგი აირჩევს სხვა k-ს, რომელიც დამოკიდებულია მიღებულ ინფორმაციაზე, მაშინ გვაქვს შემთხვევა, როდესაც სტრატეგია უზრუნველყოფს მეტ მოსალოდნელ სარგებლიანობას. როდესაც $U' > U_0$, მაშინ ლოდინის არჩევანს გააჩნია რეალური ღირებულება და ეს ადამიანი გადაიხდის (ვთქვათ, წინასწარ განსაზღვრულ საპროცენტო შემოსავლებს) ამ შესაძლებლობისთვის.

ფინანსური ოფციონები

ზოგიერთ შემთხვევაში ოფციონის ღირებულებები შეიძლება შევისწავლოთ რეალურ ბაზრებში. ფინანსური ოფციონები მყიდველს აძლევს უფლებას, მაგრამ არა ვალდებულებას, აწარმოოს ფინანსური ტრანზაქცია (მაგ: აქციის ყიდვა ან გაყიდვა) განსაზღვრული პირობებით და წინასწარ განსაზღვრულ დროს. ოფციონმა Microsoft Corporation-ის წილზე, მყიდველს შეიძლება უფლება მისცეს (მაგრამ არა ვალდებულება) ექვს თვეში იყიდოს აქციები თითო $30-ად. უცხოური ვალუტის ოფციონმა შესაძლოა მყიდველი უზრუნველყოს უფლებით, რომ სამ თვეში შეიძინოს ევროები, თითოეული $1.30 ფასად. ყველა ასეთ ოფციონს გააჩნია ღირებულება, რადგან ისინი საშუალებას აძლევენ მფლობელს დათანხმდეს ან უარი თქვას განსაზღვრულ ტრანზქციაზე, რაც დამოკიდებულია რა სახის ახალი ინფორმაცია იქნება ხელმისაწვდომი ოფციონის ვადის ამოწურვამდე. ასეთი მოქნილობა ხელსაყრელია მრავალფეროვანი საინვესტიციო სტრატეგიებისთვის.

სხვა ტრანზაქციებში ჩართული ოფციონები

ოფციონების ჩართვა მრავალი სახის ეკონომიკურ ტრანზაქციაში ხორციელდება. მაგალითად, პროდუქტის შეძენა, რომელსაც აქვს „ფულის უკან დაბრუნების“ გარანტია, მყიდველს აძლევს არჩევანის საშუალებას მთლიანად შეცვალოს ტრანზაქცია, თუ არ დარჩება კმაყოფილი პროდუქტით. ამგვარად, ბევრი იპოთეკური სესხი სახლის მფლობელს აძლევს არჩევანს, რომ გადაიხადოს სესხი ჯარიმის გარეშე, თუ პირობები შეიცვალა. ყველა ასეთი არჩევანი თავისთავად ღირებულია. მანქანის მყიდველი არ საჭიროებს დააბრუნოს თავისი შენაძენი, თუ მანქანა გამართულად მუშაობს და სახლის მფლობელს არ ჭირდება გირაოს გადახდა, თუ საპროცენტო განაკვეთები გაიზრდება. ამგვარად, მყიდველის ოფციონის ჩართვას ტრანზაქციაში მხოლოდ მყიდველისათვის შეუძლია გაზარდოს ტრანზაქციის ღირებულება. კონტრაქტებს ასეთი არჩევანით მოსალოდნელია, რომ ჰქონდეთ უფრო მაღალი ფასები. მეორე მხრივ, ტრანზაქციებს გამყიდველის ოფციონით (მაგალითად, სახლის გამოსყიდვის უფლება საწყის ფასად) ექნება უფრო დაბალი ფასები. ფასების სხვადასხვაობის შესწავლა წარმოადგენს ოფციონის ღირებულების განსაზღვრის ერთ–ერთ გზას.

ინფორმაციის ასიმეტრიულობა

ინფორმაციის შეძენის პროცესის თანმდევი სირთულეა ის, რომ რომ ინფორმაციის დონე, რომელსაც ინდივიდი ყიდულობს, დამოკიდებულია საინფორმაციო მესიჯების ერთეულის ფასზე. პროდუქტის უმრავლესობის საბაზრო ფასისაგან განსხვავებით (ვთვლით, რომ ყველასთვის ერთნაირია), ინდივიდებისათვის ინფორმაციის მოპოვების დანახარჯები განსხვავდება. ზოგიერთი ინდივიდი შეიძლება ფლობდეს ინფორმაციის შეძენისთვის სათანადო უნარებს (შესაძლოა, მაგალითად გაიარეს ტრეინინგი) მაშინ, როდესაც სხვა შეიძლება არ ფლობს ასეთ უნარებს. და ზოგიერთს შეიძლება ჰქონდეს სხვა სახის გამოცდილება, რომელსაც მოაქვს ღირებული ინფორმაცია. მაგალითად, გამყიდველს მეტი ეცოდინება მისი პროდუქტის ნაკლოვანების შესახებ, ვიდრე მყიდველს, რადგანაც გამყიდველმა კარგად იცის როგორ მზადდება პროდუქტი და სად შეიძლება წარმოიქმნას პრობლემები. ასევე, მყიდველს, რომელიც ხშირად ყიდულობს აღნიშნულ პროდუქტს, ეცოდინება მეტი მასზე, ვიდრე მყიდველს, რომელიც პირველად შეიძენს მას. და ბოლოს, ზოგიერთმა ფიზიკურმა პირმა შეიძლება ინვესტიცია ჩადოს რომელიმე ტიპის საინფორმაციო მომსახურებაში (მაგალითად, რომ ჰქონდეს კომპიუტერი ბმული საბროკერო ფირმაში ან სამომხმარებლო ანგარიშები), რაც ქმნის დამატებითი ინფორმაციის მოპოვების უფრო დაბალ ზღვრულ ღირებულებას.

ყველა ეს ფაქტორი ამტკიცებს, რომ ინფორმაციის დონე ზოგჯერ განსხვავებულია საბაზრო ტრანზაქციებში მონაწილე პირებისათვის. რა თქმა უნდა, ხშირ შემთხვევაში, ინფორმაციის დანახარჯები შეიძლება იყოს დაბალი და განსხვავებები უმნიშვნელო. მაგალითად, ადამიანების უმეტესობას შეუძლია საკმაოდ კარგად შეაფასოს ახალი ბოსტნეულის ხარისხი ერთი შეხედვით. მაგრამ როდესაც საინფორმაციო დანახარჯები არის მაღალი და ცვალებადი ფიზიკური პირებისთვის, უნდა ვივარაუდოთ, რომ ისინი მოიძიებენ სხვადასხვა რაოდენობის ინფორმაციას ხელსაყრელ ფასად. ასეთი სიტუაციების დეტალურ შესწავლას შემოგთავაზებთ თავში 18.

შეჯამება

ამ თავის მიზანი იყო გაურკვეველ სიტუაციებში ინდივიდუალური ქცევის სწავლებაზე ზოგადი წარმოდგენის შექმნა. ძირითადი კონცეფციებია:

- გაურკვეველ სიტუაციებში ქცევის მოდელირების ყველაზე გავრცელებული გზაა იმის დაშვება, რომ ინდივიდები ცდილობენ საკუთარი ქცევების მოსალოდნელი სარგებლიანობის მაქსიმიზაციას.
- ინდივიდებს, რომლებიც ხასიათდებიან კეთილდღეობის კლებადი ზღვრული სარგებლიანობით, სურთ რისკის თავიდან არიდება, ამიტომ უარს ამბობენ სამართლიან ფსონებზე.
- რისკის მოყვარული ინდივიდები თავს დაიზღვევენ გაურკვეველი მოვლენებისგან, თუ სადაზღვევო პრემიები არის აქტუარულად სამართლიანი. მათ შესაძლოა გადაიხადონ მეტიც, რათა თავიდან აიცილონ რისკი.
- სარგებლიანობის ორი ფუნქცია ფართოდ გამოიყენება გაურკვევლობის პირობებში ქცევის კვლევის დროს: რისკის მუდმივად არიდების აბსოლუტური (CARA-Constant Absolute Risk Aversion) ფუნქცია და რისკის მუდმივად არიდების შეფარდებითი (CRRA-Constant Relative Risk Aversion) ფუნქცია. თეორიულ დონეზე არცერთი არ არის სრულად დამაკმაყოფილებელი.
- გაურკვევლობის ეკონომიკაში ერთ-ერთი ყველაზე ინტენსიურად შესწავლადი საკითხი არის „პორტფელის პრობლემა“, რომელიც სვამს კითხვას თუ როგორ გაანაწილებს ინვესტორი თავის ქონებას სარისკო და არასარისკო აქტივებს შორის. ზოგიერთ შემთხვევაში შესაძლებელია პრობლემის სწორი გადაწყვეტა, რაც დამოკიდებულია ხელმისაწვდომი სარისკო აქტივების მახასიათებლებზე.
- უპირატესობის მინიჭების თეორია საშუალებას იძლევა გაურკვევლობის პირობებში ნაცნობი თეორიული არჩევანის ფარგლებში იქნას მიღებული გადაწყვეტილებები. ეს მიდგომა განსაკუთრებით გამოსადეგია ინფორმაციის ეკონომიკაში წამოჭრილი საკითხებისათვის.
- ინფორმაცია ინდივიდებს საშუალებას აძლევს გაურკვეველ სიტუაციებში მიიღონ უკეთესი გადაწყვეტილებები. ინფორმაცია კი ყველაზე ღირებულია მაშინ, როდესაც ინდივიდებს აქვთ მანევრირების საშუალება გადაწყვეტილების მიღების პროცესში.

ამოცანები

7.1

ჯორჯმა დადო $100,000, რომ NBA-ს ფინალს მოიგებს Chicago Bulls-ი. თუ ჯორჯს აქვს კეთილდღეობის სარგებლიანობის ლოგარითმული ფუნქცია და მისი მიმდინარე ქონება არის 1 მილიონი, რა მინიმალური ალბათობით შეაფასებს იგი Bulls-ის მოგების შანსს?

7.2

აჩვენეთ, რომ თუ ინდივიდის კეთილდღეობის სარგებლიანობის ფუნქცია არის ამოზნექილი, მაშინ ის უდავოდ უპირატესობას ანიჭებს სარისკო საქმეს ზუსტად განსაზღვრულ შემოსავალთან მიმართებაში და შესაძლოა დათანხმდეს არასამართლიან ფსონსაც. გჯერათ, რომ ასეთი რისკის შემცველი საქციელი საზოგადოა? რა ფაქტორებმა შეიძლება შეამციროს ასეთი შემთხვევები?

7.3

ინდივიდი ყიდულობს 12 კვერცხს, რომლებიც უნდა წაიღოს სახლში. მიუხედავად იმისა, რომ სახლში მათი წაღება უფასოა, 50%-ია იმის შანსი, რომ ერთ-ერთ წაღებაზე ყველა კვერცხი გატყდეს. ინდივიდი განიხილავს ორ სტრატეგიას: 1. წაიღოს 12-ივე კვერცხი ერთ გზაზე, ან 2. 6 წაიღოს ერთ გზაზე და 6 - მეორეზე.

ა. ჩამოწერეთ თითოეული სტრატეგიის სავარაუდო შედეგი და მათი შესაბამისი ალბათობები. აჩვენეთ, რომ საშუალოდ 6 კვერცხი გადარჩება ნებისმიერი სტრატეგიის არჩევისას.
ბ. შეადგინეთ გრაფიკი თითოეული სტრატეგიის მიხედვით ხელმისაწვდომი სარგებლიანობის შესახებ. რომელი სტრატეგიაა უკეთესი?
გ. შესაძლოა თუ არა სარგებლიანობის გაზრდა ორზე მეტი გზის გაკეთების შემთხვევაში? როგორ იმოქმედებს იგი, თუ დამატებითი მგზავრობა იქნება ფასიანი?

7.4

დავუშვათ, შანსი არის 50///50-ზე, რომ ინდივიდი, რომელსაც სურს რისკის თავიდან აცილება და აქვს $20 000 ღირებულების კაპიტალი, დაავადდეს და $10 000 დაეხარჯოს მკურნალობაში.

ა. გამოთვალეთ სამართლიანი დაზღვევის ღირებულება ამ სიტუაციაში, გამოიყენეთ კეთილდღეობის სარგებლიანობის სქემა (როგორც არის ნაჩვენები ნახაზზე 7.1), იმისათვის, რომ ვაჩვენოთ ინდივიდი აირჩევს სამართლიან დაზღვევის ღირებულებას იმ დანაკარგთან მიმართებაში, რაც ახლავს დაუზღვევლობის რისკს.
ბ. დავუშვათ, ხელმისაწვდომია ორი სახის სადაზღვევო პოლისი: 1) სამართლიანი პოლისი ფარავს სრულ ზარალს და, 2) მეორე პოლისი ფარავს ნებისმიერი ზარალის ნახევარს. გამოთვალეთ მეორე ტიპის პოლისის ღირებულება და აჩვენეთ, რომ ინდივიდი მიიჩნევს მას პირველზე უარესად.

7.5

მის ფოგი გეგმავს მსოფლიოს გარშემო მოგზაურობას, რომელზეც ფიქრობს დანახარჯოს $10 000. ამ მოგზაურობის სარგებლიანობა არის ის, თუ რამდენს დახარჯავს იგი ზოგადად (γ), რომელიც მოცემულია

$$U(\gamma) = \ln(\gamma)$$

ა. თუ არსებობს 25%-იანი რისკი, რომ მის ფოგი დაკარგავს $1000-ს მოგზაურობაში, რა იქნება მოგზაურობის მოსალოდნელი სარგებლიანობა?

ბ. დავუშვათ, მის ფოგს შეუძლია $250-ად იყიდოს დაზღვევა $1000 დაკარგვის თავიდან ასაცილებლად (მაგ: მოგზაურის ბარათის შეძენით), გვაჩვენეთ, რომ მისი მოსალოდნელი სარგებლიანობა იქნება უფრო მაღალი დაზღვევის შემთხვევაში.

გ. რა მაქსიმალურ თანხას გადაიხდის მის ფოგი $1000-ის დასაზღვევად?

7.6

ვთქვათ, ინდივიდმა იცის, რომ მანქანის არასწორ ადგილას პარკირებისას არსებობს ალბათობა (p) იმისა, რომ მიიღებს საჯარიმო ქვითარს, ხოლო ჯარიმის თანხა იქნება (f). დავუშვათ, ყველას სურს რისკის არიდება (ანუ , $U''(W) < 0$, სადაც W არის ინდივიდის კეთილდღეობა).

რა იქნება უფრო ეფექტური არასწორი პარკინგის შესამცირებლად: პროპორციულად გაიზარდოს მანქანის შემჩნევის ალბათობა თუ ჯარიმის თანხა? მინიშნება: გამოიყენეთ ტეილორის მწკრივები $U(W - f) = U(W) - f\,U'(W) + (f^2/2)U''(W)$.

7.7

ფერმერი ფიქრობს, რომ 50/50-ზეა იმის შანსი, რომ შემდეგი მოსავლის სეზონი იქნება წვიმიანი. მის მოსალოდნელ სარგებლიანობის ფუნქციას ექნება შემდეგი ფორმა:

$$\textbf{მოსალოდნელი სარგებლიანობა} = \frac{1}{2}\ln \gamma_{NR} + \frac{1}{2}\ln \gamma_{R}$$

სადაც γ_{NR} და γ_{R} წარმოადგენს ფერმერის შემოსავალს ნორმალური წვიმისა და წვიმიანობის შემთხვევაში, შესაბამისად.

ა. დავუშვათ, ფერმერმა არჩევანი უნდა გააკეთოს ორი სახის მარცვლეულს შორის, რომელიც მომავალში შემოსავლის შემდეგ შესაძლებლობას იძლევა:

მოსავალი	γ_{NR}	γ_{R}
ხორბალი	$28,000	$10,000
სიმინდი	19,000	15,000

რომელ მარცვლეულს დათესავს იგი?

ბ. დავუშვათ, ფერმერს შეუძლია, რომ დათესოს ერთი სახეობის მარცვლეული მინის ერთ ნახევარზე, ხოლო მეორე – მეორეზე. აირჩევდა ის ამ გზას? განგვიმარტეთ მიზეზი (ახსენით რატომ)?

გ. რა რაოდენობის სიმინდისა და ხორბლის მარცვლეულის დათესვა მოუტანს ფერმერს მაქსიმალურ სარგებლიანობას?

დ. შეაცვლევინებს თუ არა გადაწყვეტილებას ფერმერს სიმინდის დაზღვევა იმ შემთვევაში, თუ მხოლოდ სიმინდს დათესავს, რომელიც ღირს $4000 და წვიმიან სეზონზე აანაზღაურებს $8000?

7.8

განტოლებაში 7,30 ვაჩვენეთ, რომ თანხა, რასაც ინდივიდი გადაიხდის სარისკო თამაშის (h) ასარიდებლად, მოცემულია $p = 0.5E(h^2)r(W)$, სადაც $r(W)$ არის რისკის აცილების აბსოლუტური საზომი ამ ადამიანის კეთილდღეობის საწყის ეტაპზე. ამ მაგალითიდან ვხედავთ, რომ გადახდის ზომა არის რისკის ზომისა და ადამიანის კეთილდღეობის ურთიერთდამოკიდებულების ფუნქცია.

ა. განიხილეთ სარისკო თამაშის (υ) 1$ მოგების და წაგების შემთხვევა. რა იქნება ამ თამაშისთვის $E(\upsilon^2)$?

ბ. ახლა განიხილეთ თამაშის ვარირება (ა) შეკითხვაში თითოეული პრიზის გამრავლებით k მუდმივაზე. დავუშვათ $h = k\upsilon$. რა იქნება $E(h^2)$ საფასური?

გ. დავუშვათ, ამ ადამიანს აქვს ლოგარითმული სარგებლიანობის ფუნქცია $U(W) = \ln(W)$. რა იქნება ზოგადი გამოსახულება $r(W)$?

დ. გამოთვალეთ რისკის პრემია (p)k-სთვის, რომელიც ტოლია 0.5, 1 და 2-ს, თუ $W = 10$ და 100-ს. რა დასკვნას გააკეთებთ ამ ექვსი ღირებულების შედარებისას?

ანალიტიკური ამოცანები

7.9 HARA სარგებლიანობა

ორივე CARA და CRRA სარგებლიანობის ფუნქცია არის სარგებლიანობის ფუნქციების უფრო ზოგადი წევრები, რომელსაც ეწოდება რისკის აბსოლუტური თავიდან აცილების HARA (harmonic absolute risk aversion) ჰარმონიული ფუნქციები. ამ ფუნქციის ზოგადი ფორმა არის $U(W) = \theta(\mu + W/\gamma)^{1-\gamma}$, სადაც სხვადასხვა პარამეტრები ემორჩილება შემდეგ შეზღუდვებს:

- $\gamma \leq 1$
- $\mu + W/\gamma > 0$.
- $\theta[(1 - \gamma)/\gamma] > 0$.

პირველი ორი შეზღუდვის მიზეზები აშკარაა; მესამე საჭიროა იმისათვის, რომ $U' > 0$.

ა. გამოვთვალოთ $r(W)$ ამ ფუნქციისთვის. ვაჩვენოთ, რომ ამ გამოსახულების ინვერსიული არის W-ს წრფივი ფუნქცია, რაც წარმოადგენს „ჰარმონიული“ ტერმინის წყაროს ფუნქციის სახელში.

ბ. აჩვენეთ რომ, როდესაც $\mu = 0$ და $\theta = [(1 - \gamma)/\gamma]^{1-\gamma}$, ეს ფუნქცია მცირდება CRRA-ს ფუნქციამდე, რაც ნაჩვენებია თავში 7 (იხ. შენიშვნა 17).

გ. გამოიყენეთ თქვენი შედეგი (ა) შეკითხვიდან იმის საჩვენებლად, რომ თუ $\gamma \to \infty$, მაშინ $r(W)$ არის მუდმივი ამ ფუნქციაში.

დ. დავუშვათ, (გ) შეკითხვაში წარმოქმნილი მუდმივი სიდიდე წარმოდგენილია A-თი. აჩვენეთ, რომ სარგებლიანობის ფუნქციაში ნაგულისხმევი ფორმა ამ შემთხვევაში არის CARA სარგებლიანობა, რაც მოცემულია განტოლებაში7.35.

ე. ბოლოს, აჩვენეთ, რომ HARA ფუნქციიდან წარმოიქმნება კვადრატული სარგებლიანობის ფუნქცია, თუ ჩავსვამთ ტოლობას $\gamma = -1$.

ვ. მიუხედავად HARA ფუნქციის განუსაზღვრელობისა, გაურკვეველი სიტუაციების პირობებში ქცევის კვლევისას იგი მაინც ხასიათდება შეზღუდვებით. აღწერეთ ზოგიერთი მათგანი.

7.10 გაურკვევლობის გადაწყვეტა (რეზოლუცია)

ინდივიდებს ხშირად აინტერესებთ როდის მოგვარდება არსებული გაურკვევლობა. დავუშვათ, რომ ინდივიდმა იცის მისი მოხმარება დღეს იქნება 10 ერთეული (c_1), ხვალ კი – (c_2) იქნება 10 ან 2.5, რაც დამოკიდებულია მონეტის საფასური დაჯდება თუ გერბი. ასევე, ჩავთვალოთ, რომ ინდივიდის სარგებლიანობის ფუნქციას გააჩნია ქობ-დაგლასის ფორმა

$$U(c_1, c_2) = \sqrt{c_1 c_2}$$

ა. თუ ინდივიდი ზრუნავს მხოლოდ სარგებლიანობის მოსალოდნელ ღირებულებაზე, ექნება თუ არა მნიშვნელობა როდის მოხდება მონეტის აგდება – პირველ დღემდე, თუ მეორე დღემდე? ახსენით.

ბ. უფრო ზოგადად, დავუშვათ, რომ ინდივიდის მოსალოდნელი სარგებლიანობა დამოკიდებულია მონეტის აგდების დროზე. კერძოდ, დავუშვათ, რომ

$$\textbf{მოსალოდნელი სარგებლიანობა} = E_1[\{E_2[U(c_1 c_2)]\}^{\alpha}]$$

სადაც E_1 წარმოადგენს პირველი დღის დასაწყისში არსებულ მოლოდინს, E_2 წარმოადგენს მეორე დღის დასაწყისში მიღებულ მოლოდინს, ხოლო α წარმოადგენს პარამეტრს, რომელიც აღნიშნავს დროის შერჩევის უპირატესობებს. აჩვენეთ, თუ $\alpha = 1$, ინდივიდისთვის არ აქვს მნიშვნელობა როდის ააგდებთ მონეტას.

გ. აჩვენეთ, რომ თუ $\alpha = 2$, ინდივიდი უპირატესობას მიანიჭებს გაურკვევლობის ადრეულ გადაწყვეტას (რეზოლუციას) ანუ, მონეტის აგდებას პირველი დღის დასაწყისში.

დ. აჩვენეთ, რომ თუ $\alpha = 0.5$, ინდივიდი უპირატესობას მიანიჭებს გაურკვევლობის დაგვიანებულ გადაწყვეტას (რეზოლუციას) მონეტის აგდებას მეორე დღის დასაწყისში.

ე. ლოგიკურად განმარტეთ თქვენი შედეგები და მიუთითეთ მათი შესაბამისობა ინფორმაციის თეორიასთან: შენიშვნა: ეს პრობლემა „რეზოლუციის ძიების" და „რეზოლუციის თავიდან აცილების" გამოხატულებაა; იხილეთ D. M. Kreps and E. L. Porteus, "Temporal Resolution of Uncertainty and Dynamic Choice Theory," Econometrica (January 1978): 185–200.

7.11 მეტი CRRA ფუნქციის შესახებ

რისკის მუდმივად თავიდან აცილების სარგებლიანობის შეფარდებით ფუნქციაში (განტოლება 7.42) ვაჩვენეთ, რომ რისკის თავიდან აცილების ხარისხი იზომება $(1 - R)$-ით. თავში 3 ვაჩვენეთ, რომ ჩანაცვლების ელასტიკურობა იმავე ფუნქციისთვის მოცემულია $1/(1 - R)$-ით. ამგვარად, მათი საზომები ერთმანეთის შებრუნებულია. ამ შედეგის გამოყენებით განვიხილოთ შემდეგი საკითხები.

ა. რატომ არის რისკის თავიდან აცილება დაკავშირებული ინდივიდის სურვილთან, შეცვალოს მოგება მსოფლიო მდგომარეობებს შორის? რა ფენომენი ვლინდება ორივე კონცეფციით?

ბ. როგორ განმარტავთ საწინააღმდეგო შემთხვევებს $R = 1$ და $R = -\infty$ რისკის თავიდან აცილების და ჩანაცვლების პირობებში?

გ. პირობითი მოთხოვნების ფასში ზრდა „ცუდ" პერიოდებში (P_b) გამოიწვევს ჩანაცვლებისა და შემოსავალის ეფექტებს, რაც მოახდენს გავლენას მოთხოვნებზე W_g-ის და W_b-თვის. თუ ინდივიდს გააჩნია ფიქსირებული ბიუჯეტი ამ ორ პროდუქტში ჩასადებად, როგორ მოახდენს არჩევანს მათ შორის? რატომ იზრდება ან მცირდება W_g ინდივიდის მიერ რისკის თავიდან აცილების ხარისხის მიხედვით?

დ. დავუშვათ, რომ ემპირიული მონაცემების მიხედვით ინდივიდს ესაჭიროება 0.5 პროცენტის საშუალო მოგება, სანამ ეცდება ინვესტირებას, რომელსაც 50/50-ზე აქვს 5 პროცენტიანი მოგების ან წაგების შანსი. ანუ, ეს ინდივიდი მიიღებს იგივე სარგებელს W_0-დან, რასაც იგი ფსონიდან $1.055\ W_0$ და $0.955\ W_0$-ზე მიიღებდა.

(1) R-ის რა ღირებულება შეესაბამება მოცემულობას?

(2) რა რაოდენობის საშუალო მოგება ჭირდება ამ ინდივიდს, რომ დათანხმდეს 10 პროცენტიანი მოგების ან წაგების თანაბარ შანსს?

შენიშვნა: აღნიშნული ნაწილი მოითხოვს არაწრფივი განტოლებების ამოხსნას, ამიტომ განტოლების ამოხსნაში მიიღება მიახლოებული პასუხები.

7.12 სარისკო ინვესტიციების გრაფიკულად გამოსახვა

ინვესტიცია სარისკო აქტივში შეიძლება განვიხილოთ უპირატესობის მინიჭების თეორიის ჭრილში, თუ გავითვალისწინებთ, რომ W^* დოლარის ინვესტირება ამონაგებით r მიიღებს შემოსავალს $W^*(1 + r)$-ს ორივე პერიოდში, მაშინ როდესაც ინვესტიცია სარისკო აქტივში მოიტანს $W^*(1 + r_g)$ კარგ პერიოდში, ხოლო ცუდ პერიოდში $W^*(1 + r_b)$, (სადაც $r_g > r > r_b$).

ა. ააგეთ შედეგების დიაგრამა ორი ინვესტიციიდან.

ბ. გვაჩვენეთ, როგორ გამოიხატება „შერეული პორტფელის" ურისკო და სარისკო აქტივი თქვენს დიაგრამაში. როგორ გამოხატავთ სარისკო აქტივში ინვესტირებულ სიმდიდრის წილს?

გ. აჩვენეთ, როგორ განსაზღვრავს ადამიანის დამოკიდებულება რისკის მიმართ მის მფლობელობაში არსებული სარისკო და არასარისკო აქტივების თანაფარდობას. რა შემთხვევაში არ ექნება სარისკო აქტივი?

დ. თუ ინდივიდის სარგებლიანობა შედარებითი რისკის მუდმივად თავიდან აცილების ფორმატშია (განტოლება 7.42), მაშინ ახსენით, რატომ არ ცვლის იგი სარისკო აქტივის წილს, როდესაც მისი მოგება იზრდება[26].

7.13 სარისკო აქტივების დაბეგვრა

დავუშვათ, ამოცანაში 7.12 წარმოდგენილი აქტივის შემოსავლები იბეგრება.

ა. ამოცანის 7.12 პირობების შემთხვევაში, აჩვენეთ თუ რატომ არ ახდენს პროპორციული გადასახადი გავლენას სიმდიდრის სარისკო აქტივში განთავსებაზე.

ბ. დავუშვათ, რომ მხოლოდ უსაფრთხო აქტივიდან მიღებული ამონაგები იყო პროპორციული საშემოსავლო გადასახადით დაბეგვრის ობიექტი. რა გავლენას მოახდენს ეს სიმდიდრის იმ ნაწილზე, რომელიც ჩადებულია სარისკო აქტივებში? რომელი ინვესტორები ზარალდებიან ყველაზე მეტად ასეთი გადასახადით?

გ. როგორ უპასუხებთ (ბ) შეკითხვას თუ ყველა აქტივის ამონაგები დაიბეგრებოდა პროპორციული საშემოსავლო გადასახადით?

შენიშვნა: ეს ამოცანა გთხოვთ სიმდიდრის განთავსების შეფასებას გადასახადებამდე, რაც შემდგომში მოახდენს სარგებლიანობის მაქსიმიზაციას.

7.14 პორტფელის პრობლემა ნორმალურად განაწილებულ სარისკო აქტივებთან

მაგალითში 7.3 ვაჩვენეთ, რომ პიროვნებას CARA სარგებლიანობის ფუნქციით, რომლის რისკიც ნორმალურად განაწილებულია, ექნება $E[U(W)] = \mu_W - (A/2)\sigma_W^2$ ფორმის

26 ეს და მომდევნო ამოცანა აღებულია ჯ. შტიგლიცის ნაშრომიდან „შემოსავლის, სიმდიდრის და კაპიტალური მოგების დაბეგვრის ეფექტები რისკების მართვაში" („The Effects of Income, Wealth, and Capital Gains Taxation in Risk Taking," Quarterly *Journal of Economics* (May 1969): 263-83).

მოსალოდნელი სარგებლიანობა. სადაც μ_w არის კეთილდღეობის მოსალოდნელი ღირებულება და σ_w^2 არის მისი ვარიაცია. გამოიყენეთ ეს ფაქტი იმ ოპტიმალური პორტფელის განთავსებისათვის, რომელსაც გააჩნია CARA სარგებლიანობის ფუნქცია და მან უნდა მოახდინოს თავისი სიმდიდრის k ინვესტირება ნორმალურად განაწილებულ სარისკო აქტივში, რომლის მოსალოდნელი ამონაგები არის μ_r, ხოლო ვარიაცია σ_r^2 (თქვენი პასუხი დამოკიდებული უნდა იყოს A-ზე). თქვენი შედეგები განმარტეთ ლოგიკურად.

დამატებითი საკითხავი

Arrow, K. J. "The Role of Securities in the Optimal Allocation of Risk Bearing." *Review of Economic Studies* 31(1963): 91–96.

წარმოდგენილია უპირატესობის მინიჭების კონცეფცია და განმარტებულია ფასიანი ქაღალდები, როგორც მოთხოვნა პირობით პროდუქტზე.

"Uncertainty and the Welfare Economics ofMedical Care." *American Economic Review* 53 (1963):941–73.

დაზღვევის კეთილდღეობის შედეგების ბრწყინვალე განხილვა. აქვს ნათელი, ლაკონური, მათემატიკური დანართი. წაიკითხეთ პაულის სტატიასთან ერთად მორალურ საშიშროებაზე. (თავი 18).

Bernoulli, D. "*Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk.*" Econometrica 22 (1954): 23–36.

სანქტ-პეტერბურგის პარადოქსის კლასიკური ანალიზის ახალი გამოცემა.

Dixit, A. K., and R. S. Pindyck. *Investment under Uncertainty*. Princeton: Princeton University Press, 1994.

ძირითადად აქცენტი გაკეთებულია ფირმების საინვესტიციო გადაწყვეტილებებზე, მაგრამ აქვს ოფციონის კონცეფციების კარგი გაშუქება.

Friedman, M., and L. J. Savage. "The Utility Analysis of Choice." *Journal of Political Economy* 56 (1948): 279–304.

გაანალიზებულია თუ რატომ მიდიან ინდივიდები სარისკო საქმეზე და ამასთანავე ყიდულობენ სადაზღვევო პოლისს. ძალიან კარგი საკითხავია.

Gollier, Christian. *The Economics of Risk and Time*. Cambridge, MA: MIT Press, 2001.

მოიცავს ამ თავში განხილული მრავალი საკითხის გადაწყვეტას.

Mas-Colell, Andreu, Michael D. Whinston, and Jerry R. Green. *Microeconomic Theory*. New York: Oxford University Press, 1995, chap. 6.

მოცემულია მოსალოდნელი სარგებლიანობის თეორიის საფუძვლების შეჯამება. ასევე, დეტალურად იკვლევს „მდგომარეობის დამოუკიდებლობის" ვარაუდს და აჩვენებს, რომ რისკის თავიდან აცილების ზოგიერთი ცნება შედის მდგომარეობის დამოკიდებულების შემთხვევაში.

Pratt, J. W. "*Risk Aversion in the Small and in the Large.*" Econometrica 32 (1964): 122–36.

რისკის თავიდან აცილების გაზომვის თეორიული განვითარება. საკმაოდ ტექნიკური გადაწყვეტაა, მაგრამ კარგად წასაკითხი.

Rothschild, M., and J. E. Stiglitz. "Increasing Risk: 1. A Definition." Journal of Economic Theory 2 (1970): 225-43.

განავითარებს ეკონომიკურ თეორიას იმასთან დაკავშირებით თუ რას ნიშნავს იყო ერთ საქმეში უფრო რისკიანი, ვიდრე სხვაში. ეკონომიკური თეორიის ჟურნალის სტატიის პირდაპირი გაგრძელება ეკონომიკური ილუსტრაციებით.

Silberberg, E., and W. Suen. *The Structure of Economics: A Mathematical Analysis*, 3rd ed. Boston: Irwin/McGraw- Hill, 2001.

თავი 13 მოიცავს სტატისტიკური კონცეფციებისა და მოსალოდნელი სარგებლიანობის მაქსიმიზაციას შორის დამოკიდებულების კარგ შესავალს. ასევე, დეტალურად არის ნაჩვენები მაგალითში 7.3 მოყვანილი ინტეგრაცია.

დანართები

მრავალი სარისკო აქტივის პორტფელი

თავში 7 მოცემული პორტფელის პრობლემა განიხილავს ინვესტორის გადაწყვეტილებას, თავისი სიმდიდრის რა ნაწილი ჩადოს ერთ სარისკო აქტივში. ამ ნაწილში ვნახავთ, თუ როგორ შეიძლება ამ მოდელის განზოგადება იმისათვის, რომ პორტფელი განიხილებოდეს უამრავ ასეთ აქტივთან ერთად. ჩვენს დავუშვებთ, რომ არსებობს n რაოდენობის სარისკო აქტივი. მოგება თითოეულ აქტივზე არის შემთხვევითი ცვლადი სიდიდე, რომელიც აღნიშნულია $r_i (i = 1, n)$-ით. ამ აქტივების მოგების მოსალოდნელი ღირებულება და ვარიაცია აღნიშნულია $E(r_i) = \mu_i$ და $Var(r_i) = \sigma_i^2$ შესაბამისად. ინვესტორი, რომელიც თავისი მოგების ინვესტიციას ახდენს ამ აქტივების პორტფელში, მიიღებს შემთხვევით მოგებას (r_p)

$$r_p = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i r_i \qquad \text{(i)}$$

სადაც, $\alpha_i (\geq 0)$ არის სარისკო პორტფელის ნაწილი, რომელიც მოცემულია აქტივში i და სადაც $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1$. ამ შემთხვევაში, პორტფელის მოსალოდნელი მოგება იქნება

$$E(r_p) = \mu_p = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \mu_i. \qquad \text{(ii)}$$

თუ თითოეული აქტივის ამონაგები დამოუკიდებელია, მაშინ პორტფელის ამონაგების ვარიაცია იქნება

$$Var(r_p) = \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i^2 \sigma_i^2 \qquad \text{(iii)}$$

თუ ამონაგები არ არის დამოუკიდებელი, განტოლება (iii) შეიცვლება ისე, რომ მხედველობაში მივიღოთ კოვარიაციები ამონაგებში. ამ ზოგადი ჩანაწერების გამოყენებით, ჩვენ განვაგრძობთ პორტფელის განთავსების პრობლემის ზოგიერთი ასპექტის მიმოხილვას.

E7.1 ორი სარისკო აქტივის დივერსიფიკაცია

განტოლება (iii) უზრუნველყოფს პორტფელში მრავალი აქტივის ფლობის ზოგად ლოგიკას: დივერსიფიკაციას შეუძლია რისკის შემცირება. დავუშვათ, რომ არის მხოლოდ ორი დამოუკიდებელი აქტივი და თითოეული აქტივის მოსალოდნელი მოგება და ვარიაციები არის იდენტური. ჩავთვალოთ, $\mu_1 = \mu_2$ და $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$.

ინდივიდი, რომელიც თავისი სარისკო პორტფელის ინვესტირებას ახდენს ამ ორი თითქმის იდენტური აქტივიდან ერთ-ერთში, მიიღებს $\mu_p = \mu_1 = \mu_2$ და $\sigma_p^2 = \sigma_1^2 = \sigma_2^2$. აქტივების შერევით, ინვესტორს შეუძლია მიიღოს იგივე შემოსავალი ნაკლები ვარიაციით. გაითვალისწინეთ, რომ არ აქვს მნიშვნელობა როგორ ახდენს ინვესტირებას ეს ინდივიდი, მოსალოდნელი მოგება პორტფელზე იქნება იგივე:

$$\mu_p = \alpha_1 \mu_1 + (1 - \alpha_1)\mu_2 = \mu_1 = \mu_2 \qquad \text{(iv)}$$

მაგრამ, ვარიაცია დამოკიდებულია ორ აქტივს შორის განაწილებაზე.

$$\sigma_p^2 = \alpha_1^2 \sigma_1^2 + (1 - \alpha_1)^2 \sigma_2^2 = (1 - 2\alpha_1 + 2\alpha_1^2)\sigma_1^2. \qquad \text{(v)}$$

გამოსახულების მინიმიზაციის მიზნით α_1-ის არჩევით მივიღებთ, რომ $\alpha_1 = 0.5$ და

$$\sigma_p^2 = 0.5\sigma_I^2. \quad \text{(vi)}$$

აქედან გამომდინარე, ნახევარი პორტფელის ფლობა თითოეულ აქტივში გვპირდება იმავე მოსალოდნელ მოგებას, რასაც მხოლოდ ერთი აქტივი, მაგრამ ამავდროულად გვპირდება ვარიაციის მხოლოდ ნახევარს. როგორც ნაჩვენებია თავში 7, ეს არის დივერსიფიკაციის ძირითადი სარგებელი.

E7.2 ეფექტური პორტფელი

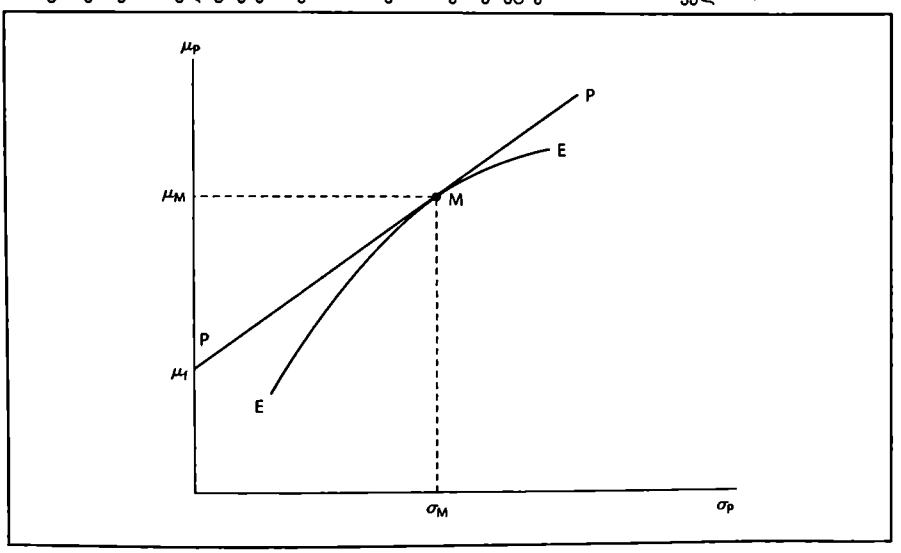
მრავალ აქტივთან, ოპტიმალური დივერსიფიკაციის პრობლემას წარმოადგენს აქტივის წილის შერჩევა (α) ისე, რომ მოხდეს პორტფელის ვარიაციის მინიმუმამდე დაყვანა თითოეული პოტენციური მოსალოდნელი მოგებისთვის. ამ პრობლემის გამოსავალის ძიებას მივყავართ „ეფექტურ საზღვრამდე" სარისკო აქტივის პორტფელისთვის, როგორიც წარმოდგენილია ნახაზზე 7.1 *EE* მრუდით. ამ საზღვრის ქვეშ არსებული პორტფელები ნაკლები ღირებულებისაა, ვიდრე საზღვარზე არსებულები, რადგანაც ისინი თავაზობენ ნაკლებ მოსალოდნელ მოგებას რისკის ნებისმიერი ხარისხისთვის. პორტფელი, რომლის მოგებაც საზღვარზე მაღლაა, არის მიუღწეველი. შარპი (1970) განიხილავს *EE* საზღვრის შექმნას მათემატიკურ ასპექტში.

საერთო ფონდები

პორტფელის ეფექტურობის ცნება ფართოდ არის დაკავშირებული საერთო ფონდების შესწავლასთან. ზოგადად, საერთო ფონდები კარგი პასუხია მცირე ინვესტორების დივერსიფიკაციის საჭიროებებზე. რადგანაც ასეთი ფონდები აერთიანებს მრავალი ინდივიდის ფონდს, მათ აქვთ შესაძლებლობა მიაღწიონ მასშტაბის ეკონომიას საოპერაციო და მენეჯმენტის დანახარჯებში. ეს ფონდის

ნახაზი E7.1 ეფექტური პორტფელი

EE წარმოადგენს სარისკო აქტივების ოპტიმალურ ნარევს. რომელსაც მინიმუმამდე დაყავს პორტფელის სტანდარტული გადახრა, σ_p, თითოეული მოსალოდნელი მოგებისთვის, μ_p.
ურისკო აქტივი μ_p მოგებასთან ერთად, ინვესტორებს შესაძლებლობას მართოს შერეული პორტფელი *PP*-ს გასწვრივ, რომელიც აკავშირებს ამ რისკის არმქონე აქტივს საბაზრო პორფელთან, *M*.



მფლობელებს საშუალებას აძლევს მონაწილეობა მიიღონ ბევრად მეტი და მრავალფეროვანი აქციის ბედის გადაწყვეტაში, ვიდრე იმ შემთხვევაში თუ თითოეული იმოქმედებდა მარტო. მაგრამ საერთო ფონდის მენეჯერებს გააჩნიათ საკუთარი ინტერესები, ამგვარად, პორტფელი, შესაძლოა სულაც არ გამოხატავდეს მათი კლიენტების დამოკიდებულებას რისკის მიმართ. მაგალითად, შარფშტაინმა და შტაინმა (1990) შექმნეს მოდელი, რომელიც აჩვენებს, თუ რატომ „მიყვებიან ბრბოს" საინვესტიციო არჩევანს საერთო ფონდების მენეჯერები. სხვა კვლევებმა, როგორიცაა ჯენსენის (1968) კლასიკური კვლევა, აღმოაჩინა, რომ საერთო ფონდის მენეჯერებს იშვიათად შეუძლიათ მიიღონ იმ რაოდენობის დამატებითი შემოსავალი, რომ აანაზღაურონ დანახარჯები, რომელსაც ისინი აკისრებენ ინვესტორებს. ბოლო წლებში უამრავი საერთო ფონდის მყიდველი ხელს უწყობს „ინდექსის" ფონდებს, რომლებიც ცდილობენ გააკეთონ საბაზრო საშუალო მაჩვენებლის დუბლირება (როგორც ამას აკეთებს Standard and Poor's 500-ის ინდექსი). ასეთ ფონდებს ძალიან მცირე დანახარჯები აქვთ და ამიტომ შესაძლებლობას აძლევს ინვესტორებს მიაღწიონ დივერსიფიკაციას მინიმალური დანახარჯებით.

E7.3 ჰორტფელის განყაიქკება

თუ არსებობს არასარისკო აქტივი მოსალოდნელი მოგებით μ_f და $\sigma_f = 0$, მაშინ ოპტიმალური პორტფელი შედგება ამ აქტივისა და სარისკოს აქტივის ერთობლიობით. ყველა ასეთი პორტფელი იქნება *PP* წრფის გასწვრივ ნახაზზე 7.1, რადგანაც ის აჩვენებს σ-ს თითოეული მნიშვნელობისთვის მაქსიმალურ შემოსავალს სხვადასხვა პორტფელის განთავსების პირობებში. ეს განთავსებები მოიცავს სარისკო აქტივების მხოლოდ ერთ სიმრავლეს: ეს სიმრავლე წარმოდგენილია *M* წერტილით. წონასწორობაში, ეს იქნება „საბაზრო პორტფელი", რომელიც შედგება ყველა კაპიტალური აქტივისაგან მათი საბაზრო ღირებულებების პროპორციული რაოდენობით. ეს საბაზრო პორტფელი უზრუნველყოფს μ_M-ის მოსალოდნელ მოგებას და σ_M-ის მოგების სტანდარტულ გადახრას. განტოლება *PP* წრფისთვის, რომელიც წარმოადგენს ნებისმიერ შერეულ პორტფელს, გამოსახულია წრფივი განტოლებით

$$\mu_P = \mu_f \frac{\mu_M - \mu_f}{\sigma_M}\sigma_P . \qquad \text{(vii)}$$

ვხედავთ, რომ *PP* საბაზრო წრფე შესაძლებლობას აძლევს ინდივიდუალურ ინვესტორს „შეიძინოს" არასარისკო კაპიტალის გადაჭარბებული მოგება $(\mu_M - \mu_f)$ პროპორციულად მეტ რისკზე წასვლით (σ_p/σ_M). *M*-ის საბაზრო პუნქტის მარცხნივ *PP*-ზე შერჩევისთვის, $(\sigma_p/\sigma_M) < 1$ და $\mu_f < \mu_p < \mu_M$. მაღალი რისკის ნიშნულები *M*-ის მარჯვნივ – შესაძლოა მივიღოთ კრედიტით, რაც შექმნის ლევერეჯულ პორტფელს – $(\sigma_p/\sigma_M) > 1$ და გვპირდება მოსალოდნელი მოგების უფრო მაღალ დონეს, ვიდრე გვპირდება საბაზრო პორტფელი $(\sigma_p > \sigma_M)$. ტობინი (1958) იყო ერთ-ერთი პირველი ეკონომისტი, რომელმაც განსაზღვრა როლი, რომელსაც არასარისკო აქტივი თამაშობს საბაზრო პორტფელის იდენტიფიცირებაში და იმ პირობების შექმნაში, სადაც ინვესტორებს შეუძლიათ მიაღწიონ არასარისკო დონეებზე მეტ ანაზღაურებას.

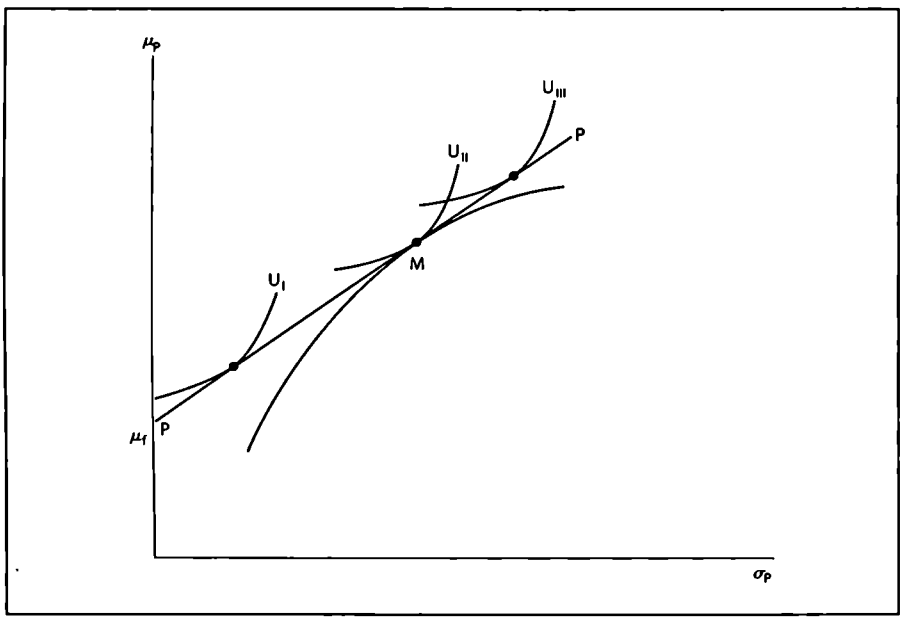
E7.4 ინდივიდუალური არჩევანი

ნახაზი 7.2 გვიჩვენებს სხვადასხვა ინვესტორის პორტფელის არჩევანს. არჩევანი მოცემულია *PP* წრფით.

ეს ნახაზი გვიჩვენებს პორტფელის არჩევის მოდელს, რომელიც ამ თავში უკვე განვიხილეთ. რისკისადმი დაბალი ტოლერანტობის მქონე ინდივიდები (I) აირჩევენ პორტფელებს, რომლებიც

ნახაზი E7.2 ინვესტორის ქცევა და რისკის თავიდან არიდება

მოცემულ საბაზრო არჩევანზე *PP*, ინვესტორებს შეუძლიათ აირჩიონ დასაშვები რისკის დონე. რისკის მოწინააღმდეგე ინვესტორები (U_I) ძირითადად იღებენ რისკის არმქონე აქტივებს, ხოლო რისკზე წამოსვლელები (U_{III}) აირჩევენ ლევერეჯულ პორტფელს.



რისკის არმქონე აქტივების მეტი წილით ხასიათდებიან. ინვესტორები, რომლებსაც სურთ მოსინჯონ რისკის ზომიერი ხარისხი (II), აირჩევენ პორტფელებს, რომლებიც ახლოსაა საბაზრო პორტფელთან. მაღალი რისკინ მქონე ინვესტორებმა (III) შეიძლება აირჩიონ ლევერეჯული პორტფელი. აღსანიშნავია, რომ ყველა ინვესტორი დგას ერთნაირი რისკის „საფასურის" წინაშე ($\mu_M - \mu_f$) მოსალოდნელ მოგებასთან ერთად, რომელიც განისაზღვრება შეფარდებითად რა რისკის ($\sigma_p > \sigma_M$) გასაწევად იყვნენ ისინი მზად. აღსანიშნავია, რომ ინვესტორის პორტფელის რისკი დამოკიდებულია მხოლოდ პორტფელის ნაწილზე, რომელიც ინვესტირებულია საბაზრო პორტფელში (α), რამდენადაც $\sigma_p^2 = \alpha^2\sigma_M^2 + (1 - \alpha)^2 \cdot 0$. მაშასადამე, $\sigma_p/\sigma_M = \alpha$ და ამგვარად, პორტფელის არჩევა არის რისკის არჩევის ექვივალენტური.

E7.5 კაპიტალური აქტივის შეფასების მოდელი (CAPM – Capital Asset Pricing Model)

E7.4-ის ანალიზი გვიჩვენებს როგორ იქნება შეფასებული პორტფელი, რომელიც აკავშირებს რისკის არმქონე აქტივს საბაზრო პორტფელთან, მაგრამ იგი არ აღწერს იგივეს ცალკე აქტივისთვის. (იმ დაშვებით, რომ ტრანზაქციები არის უსასყიდლო) ინვესტორის შეუძლია ყოველთვის აიცილოს თავიდან რისკი, რომელიც არ უკავშირდება მთლიან ბაზარს, რისთვისაც ახდენს „საბაზრო პორტფელის" დივერსიფიკაციას. ასეთი „არასისტემური" რისკი მას ჭარბი მოგების გარანტიას არ აძლევს. აქტივი გამოიმუშავებს იმავე დონის ჭარბ მოგებას, რომელსაც წირავს საერთო საბაზრო რისკს. აქტივი, რომელიც არ გამოიმუშავებს ასეთ დამატებით მოგებას, არ ჩაირთვება არც საბაზრო პორტფელ-

ში და არც ზოგადად ისურვებენ მის ფლობას. ეს არის კაპიტალური აქტივის შეფასების მოდელის ფუნდამენტური გაგება (CAPM).

ამ შედეგების შესამოწმებლად, განვიხილოთ პორტფელი, რომელიც აერთიანებს აქტივის მცირე რაოდენობას (α) x შემთხვევითი მოგებით – საბაზრო პორტფელთან (რომელსაც აქვს M-ის შემთხვევითი მოგება). მოგება ამ პორტფელზე (z) მოცემულია

$$z = \alpha x + (1 - \alpha)M. \qquad \text{(viii)}$$

მოსალოდნელი მოგება არის

$$\mu_z = \alpha\mu_x + (1 - \alpha)\mu_M \qquad \text{(ix)}$$

ვარიაციით

$$\sigma_z^2 = \alpha^2\sigma_x^2 + (1 - \alpha)^2\sigma_M^2 + 2\alpha(1 - \alpha)\sigma_{x,M}, \qquad \text{(x)}$$

სადაც $\sigma_{x,M}$ არის კოვარიაცია x-ზე მოგებასა და ბაზარზე მოგებას შორის.

მაგრამ ჩვენი წინა ანალიზი გვაჩვენებს

$$\mu_z = \mu_f + (\mu_M - \mu_f)\cdot\frac{\sigma_z}{\sigma_M} \qquad \text{(xi)}$$

გავუტოლოთ (ix) განტოლება (xi)-ის და გავაწარმოოთ α-ს მიმართ

$$\frac{\delta\mu_z}{\delta\alpha} = \mu_x - \mu_M = \frac{\mu_M - \mu_f}{\sigma_M}\frac{\delta\sigma_z}{\delta\alpha} \qquad \text{(xii)}$$

$\delta\upsilon_z/\delta\alpha$-ის გამოთვლით (x) განტოლებიდან და იმის გათვალისწინებით, რომ α მიისწრაფის ნულისკენ, მივიღებთ

$$\mu_x - \mu_M = \frac{\mu_M - \mu_f}{\sigma_M}\left(\frac{\sigma_{x,M} - \sigma_M^2}{\sigma_M}\right) \qquad \text{(xiii)}$$

ან, გადანაცვლებით,

$$\mu_x = \mu_M + (\mu_M - \mu_f)\cdot\frac{\sigma_{x,M}}{\sigma_M^2}. \qquad \text{(xiv)}$$

რისკს ისევ გააჩნია $\mu_M - \mu_f$-ის ღირებულება, მაგრამ ახლა რისკის რაოდენობა გაიზომება $\sigma_{x,M}/\sigma_M^2$-ით. ფარდობა x მოგებასა და ბაზარს შორის კოვარიაციისა საბაზრო შემოსავლის ვარიაციასთან წარმოადგენს ბეტა კოეფიციენტს აქტივისთვის. ფინანსური აქტივებისათვის ბეტა კოეფიციენტები შეფასებულია ბევრ პუბლიკაციაში.

CAPM-ას (კაპიტალური აქტივის შეფასების მოდელის) კვლევები

კაპიტალური აქტივის შეფასების მოდელს უდიდესი გავლენა აქვს აქტივის მოსალოდნელი შემოსავლიანობის განმსაზღვრელ ფაქტორზე. ამ სიმარტივის გამო, ეს მოდელი განიხილეს უამრავი ემპირიული ტესტის მეშვეობით, რითიც მტკიცდება, რომ სისტემური რისკის (ბეტა) მოდელი ნამდვილად კორელაციაშია მოსალოდნელ შემოსავალთან, მაშინ, როცა მარტივი რისკის საზომები (მაგალითად, წარსული შემოსავლების სტანდარტული გადახრა) არა.

ყველაზე მნიშვნელოვანი ადრეული ემპირიული ტესტი, რომელიც ამ დასკვნამდე მივიდა, იყო Fama და MacBeth (1973). მაგრამ, CAPM განმარტავს მხოლოდ განსხვავებების მცირე ნაწილს სხვადასხვა აქტივის მოგებაში. უამრავი ავტორის მტკიცებით მოსალოდნელ მოგებაზე ბევრი სხვა ეკონომიკური ფაქტორი ახდენს გავლენას. მართლაც, ყველაზე თვალსაჩინო ცდები CAPM-ის მიმართ მომდინარეობს ერთ-ერთი მისი დამაარსებლისგან – იხილეთ Fama and French (1992).

გამოყენებული ლიტერატურა

Fama, E. F., and K. R. French "The Cross Section of Expected Stock Returns." *Journal of Finance* 47 (1992): 427-66.

Fama, E. F., and J. MacBeth. "Risk, Return, and Equilibrium." *Journal of Political Economy* 8 (1973): 607-36.

Jensen, M."The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964." *Journal of Finance* (May 1968): 386-416.

Scharfstein, D. S., and J. Stein. "Herd Behavior and Investment." *American Economic Review* (June 1990): 465-89.

Sharpe, W. F. *Portfolio Theory and Capital Markets.* NewYork: McGraw-Hill, 1970.

Tobin, J. "Liquidity Preference as Behavior Towards Risk." *Review of Economic Studies* (February 1958): 65-86.



8

სტრატეგია და თამაშთა თეორია

ეს თავი არის შესავალი არაკოოპერატიულ თამაშთა თეორიაში, რომელიც გამოიყენება ორ ან მეტ აგენტს შორის სტრატეგიული ურთიერთქმედების დროს. თამაშთა თეორიის გამოყენების არეალი პერმანენტულად იზრდება, ის მოიცავს ეკონომიკის ყველა მიმართულებას (შრომის ეკონომიკიდან მაკროეკონომიკამდე), ასევე, ისეთ სფეროებს, როგორებიცაა პოლიტიკური მეცნიერებები და ბიოლოგია. თამაშთა თეორია არის განსაკუთრებით გამოყენებადი ოლიგოპოლიურ ბაზარზე ფირმათა ურთიერთქმედების გასაანალიზებლად. ამ ცნებას ფართოდ განვიხილავთ თავში 15. თავდაპირველად ავხსნით ნეშის წონასწორობის ცნებას და მის გამოყენებას მარტივ თამაშებში. შემდეგ შევისწავლით ნეშის წონასწორობის სხვადასხვა გარდაქმნებს, რომლებიც გამოიყენება ისეთ თამაშებში, რომელთაც გააჩნიათ შედარებით გართულებული დროითი და ინფორმაციული სტრუქტურები.

ძირითადი კონცეფციები

წიგნის მეორე ნაწილში, შევისწავლეთ ინდივიდის მიერ დამოუკიდებლად მიღებული გადაწყვეტილებები. ამ თავში კი გავაანალიზებთ გადაწყვეტილების მიღების პროცესს გართულებულ, სტრატეგიულ ჭრილში. სტრატეგიულ პირობებში, ინდივიდს შეიძლება აღარ ჰქონდეს აშკარად გამოხატული არჩევანი, თუ რა არის მისთვის საუკეთესო. საუკეთესო არჩევანი ერთი გადაწყვეტილების მიმღებისათვის შეიძლება დამოკიდებული იყოს იმაზე, თუ რას აკეთებს მეორე და პირიქით.

მაგალითად, განვიხილოთ სტრატეგიული ურთიერთქმედება მძღოლებსა და პოლიციას შორის. მძღოლის გადაწყვეტილება სიჩქარის მომატებასთან დაკავშირებით, დამოკიდებულია პოლიციის გადაწყვეტილებაზე, დააყენოს თუ არა სიჩქარის მაჩვენებელი მოწყობილობები. მეორე მხრივ, პოლიცია დააყენებს თუ არა სიჩქარის მაჩვენებელ მოწყობილობას დამოკიდებულია, თუ რა სიჩქარით მართავენ მძღოლები ავტომობილებს. ეს დამაბნეველი წრიული კავშირები ართულებს სტრატეგიული ქცევის ანალიზს. რეალურად, თამაშთა თეორიის ინსტრუმენტები საშუალებას გვაძლევს, გავაღრმავოთ ჩვენი ანალიზი ისევე წარმატებით, როგორი წარმატებითაც განვიხილეთ სამომხმარებლო სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია თავში 4.

ეკონომიკური სიტუაციის თამაშთა თეორიით გაანალიზებისას არსებობს ორი ამოცანა. პირველი, დავყოთ სიტუაცია მარტივ თამაშებად, რადგან სტრატეგიული პირობების ანალიზი გაცილებით რთულია, ვიდრე მარტივი გადაწყვეტილების მიღება.

აუცილებელია გარემო მაქსიმალურად გავამარტივოთ ისე, რომ მხოლოდ რამდენიმე არსებითი ელემენტი შევინარჩუნოთ. რთულად შესასწავლი სიტუაციების მარტივ თამაშებად გადაქცევა მართლაც რომ ხელოვნებაა. ამ თავში გამოყენებული მაგალითები და ამოცანები შეიძლება გამოვიყენოთ როგორც მოდელები, რომლებიც დაგვეხმარება ახალი სიტუაციების შესასწავლად.

მეორე ამოცანაა, „ამოვხსნათ“ მოცემული თამაში, რაც არის მოლოდინი იმისა, თუ რა მოხდება. თამაშის ამოსახსნელად უნდა გამოვიყენოთ წონასწორობის კონცეფცია (მაგალითად, ნეშის წონასწორობა) და უნდა ჩავატაროთ გამოთვლები. ამ თავის დიდი ნაწილი დაეთმობა ყველაზე მეტად გავრცელებულ წონასწორობის კონცეფციებს (ნეშის წონასწორობის ჩათვლით) და შევისწავლით კონკრეტული თამაშებისთვის საჭირო გამოთვლის ტექნიკას.

თამაში არის სტრატეგიული სიტუაციის აბსტრაქტული მოდელი. ყველაზე მარტივ მოდელებსაც კი გააჩნიათ სამი აუცილებელი ელემენტი: მოთამაშეები, სტრატეგიები და უკუგებები. უფრო რთული თამაშის სრულად აღსაწერად ხანდახან აუცილებელია, ასევე, ვიცოდეთ სვლების თანმიმდევრობა და მოთამაშეებისთვის ცნობილი ინფორმაცია სვლის მომენტში.

მოთამაშეები

თითოეულ გადაწყვეტილების მიმღებს ჰქვია მოთამაშე. ეს მოთამაშეები შეიძლება იყვნენ ინდივიდები (მაგალითად, პოკერის თამაშში), ფირმები (მაგალითად, ბაზარზე, სადაც არის რამდენიმე ფირმა), ან მთელი ერი (მაგალითად, სამხედრო კონფლიქტები). მოთამაშეს აქვს შესაძლებლობა აირჩიოს შესაძლო ქმედებებიდან ერთ-ერთი. როგორც წესი, მოთამაშეთა რაოდენობა ფიქსირებულია თამაშის განმავლობაში. თამაშის დასახასიათებლად ხანდახან იყენებენ მოთამაშეთა რაოდენობას (ორი, სამი, ან n-მოთამაშის თამაში). როგორც ეკონომიკური ლიტერატურის უმრავლესობაში, ამ თავშიც ფოკუსირებას მოვახდენთ ორი მოთამაშის თამაშზე, რადგან ის არის ყველაზე მარტივი სტრატეგიული შემთხვევა.

ჩვენ დავნომრავთ მოთამაშეებს რიცხვებით, ე.ი. ორი მოთამაშის შემთხვევაში გვეყოლება მოთამაშე 1 და მოთამაშე 2, ხოლო n მოთამაშის შემთხვევაში გვეყოლება მოთამაშე 1, 2, ..., n, ზოგად მოთამაშეს კი ავღნიშნავთ i ასოთი.

სტრატეგიები

ნებისმიერი მიმართულება, რომელსაც მოთამაშე ირჩევს ეწოდება სტრატეგია. კონკრეტული თამაშის მიხედვით, სტრატეგია შეიძლება იყოს მარტივი ქმედება (ავტომობილის მართვისას გადავამეტოთ სიჩქარეს თუ არა) ან კომპლექსური სამოქმედო გეგმა, რომელიც მოიცავს წინა ქმედებებსაც (მაგალითად, მძღოლი გადაამეტებს სიჩქარეს მხოლოდ მაშინ, თუ ის შეამჩნევს, რომ სიჩქარის მაჩვენებელი მოწყობილობები

უფრო ნაკლებია, ვიდრე წინათ). თამაშთა თეორიის ბევრი ასპექტი შეიძლება წარმოვადგინოთ თამაშის სახით, რომელშიც მოთამაშე არჩევანს აკეთებს ორ შესაძლო ქმედებას შორის.

S_1 და S_2 სიმბოლოებით აღვნიშნოთ შესაბამისად მოთამაშე 1-ის და მოთამაშე 2-ის სტრატეგიების სიმრავლე. ხოლო მოთამაშე i-ს სტრატეგიების სიმრავლის აღსანიშნად გამოვიყენოთ S_i. დავუშვათ $s_1 \in S_1$ იყოს კონკრეტული სტრატეგია, რომელიც არჩეულია მოთამაშე 1-ის მიერ მისი შესაძლებლობების სიმრავლიდან, $s_2 \in S_2$ კონკრეტული სტრატეგია, რომელსაც ირჩევს მეორე მოთამაშე მისი შესაძლებლობათა სიმრავლიდან და $s_i \in S_i$ მოთამაშე i-ს არჩევანი მისი შესაძლებლობების სიმრავლიდან. სტრატეგიების პროფილი არის ჩამონათვალი, რომელშიც ასახულია თითოეული მოთამაშის მიერ არჩეული კონკრეტული სტრატეგიები.

ფუნქციები

თამაშის ბოლოს თითოეული მოთამაშის მიერ მიღებულ შედეგს უკუგება ეწოდება. უკუგება იზომება მოთამაშეების მიერ მიღებული სარგებლის დონის მიხედვით. გასამარტივებლად ხშირად იყენებენ მონეტარულ უკუგებას (მაგალითად, ფირმის მოგება). უფრო ზოგადად უკუგებამ შეიძლება მოიცვას არამონეტარული სარგებელიც, როგორიცაა: პრესტიჟი, ემოცია, რისკისადმი დამოკიდებულება და ა.შ. მოთამაშეები ყოველთვის ამჯობინებენ მეტ უკუგებას, ვიდრე ნაკლებს.

ორი მოთამაშის შემთხვევაში $u_1(s_1, s_2)$ აღნიშნავს მოთამაშე 1-ის უკუგებას, მაშინ როცა მოთამაშე 1 ირჩევს სტრატეგია s_1-ს და მეორე მოთამაშე ირჩევს სტრატეგია s_2-ს. ანალოგიურად, $u_2(s_1, s_2)$ გვიჩვენებს მეორე მოთამაშის უკუგებას. ანალოგიურად, პირველი და მეორე მოთამაშის უკუგება დამოკიდებულია ორივე მოთამაშის სტრატეგიაზე. n მოთამაშის შემთხვევაში i მოთამაშის უკუგება $u_i(s_i, u_{-i})$, დამოკიდებულია მოთამაშე i-ს საკუთარ სტრატეგიაზე და, ასევე, სხვა ყველა დანარჩენი მოთამაშის სტრატეგიების პროფილზე $s_{-i} = (s_1, \ldots, s_{i-1}, s_{i-1}, \ldots, s_n)$.

პატიმრების დილემა

1940 წელს ა.ვ. ტუკერმა შემოიტანა თამაში პატიმრების დილემა, რომელიც არის ერთერთი ყველაზე ცნობილი თამაში თამაშთა თეორიაში. ამ თამაშის სათაური მომდინარეობს შემდეგი სიტუაციიდან: ორი ეჭვმიტანილი დააკავეს, პროკურორს არ აქვს საკმარისი სამხილები, ამიტომ სურს, მიიღოს აღიარება. ის ცალ-ცალკე მოათავსებს ეჭვმიტანილებს და ორივეს შესთავაზებს: „თუ დაადანაშაულებ შენს მეგობარს, ხოლო შენი მეგობარი შენ არ დაგადანაშაულესს, მაშინ შენ შეგიმსუბუქდება დანაშაული და დაგიჭერენ ერთი წლით, ხოლო შენი მეგობარი გაატარებს ციხეში ოთხ წელს. ხოლო თუ ორივემ დაადანაშაულეთ ერთმანეთი, მაშინ ორივეს დაგაპატიმრებენ სამი წლით".

ორივე ეჭვმიტანილმა, ასევე, იცის რომ, თუ ერთმანეთს არ დაადანაშაულებენ, მაშინ სამხილების სიმცირის გამო ისინი გასამართლდებიან უფრო ნაკლები დანაშაულის გამო და მოხვდებიან ციხეში მხოლოდ ორ-ორი წლით.

პატიმრების დილემას ჰყავს ორი სტრატეგიული მოთამაშე, ეჭვმიტანილი 1 და ეჭვმიტანილი 2 (თამაშში, ასევე, მონაწილეობს პროკურორი, მაგრამ რადგან მისი ქმედება უკვე სრულადაა აღწერილი, მისი ჩართვა არ არის საჭირო). თითოეულმა მოთამაშემ უნდა აირჩიოს ორი შესაძლო ქმედებიდან ერთ-ერთი: დაადანაშაულოს პარტნიორი ან გაჩუმდეს. აქედან გამომდინარე, მათ სტრატეგიებს სიმრავლით აღვნიშნავთ შემდეგნაირად: $S_1 = S_2 =$ [დადანაშაულება, გაჩუმება]. უარყოფითი ციფრების თავიდან ასაცილებლად, უკუგებებს განვსაზღვრავთ, როგორც თავისუფლებაზე ყოფნის წლების რაოდენობას მომავალი ოთხი წლის განმავლობაში. მაგალითად, თუ პირველმა ეჭვმიტანილმა დაადანაშაულა მეორე, ხოლო მეორემ არ დაადანაშაულა პირველი, მაშინ პირველი იქნება სამი წელი თავისუფალი, ხოლო მეორე არც ერთი წელი (მომავალ ოთხ წელს გაატარებს ციხეში), ე.ი. u_1 (დადანაშაულება, გაჩუმება) = 3 და u_2 (გაჩუმება, დადანაშაულება) = 0.

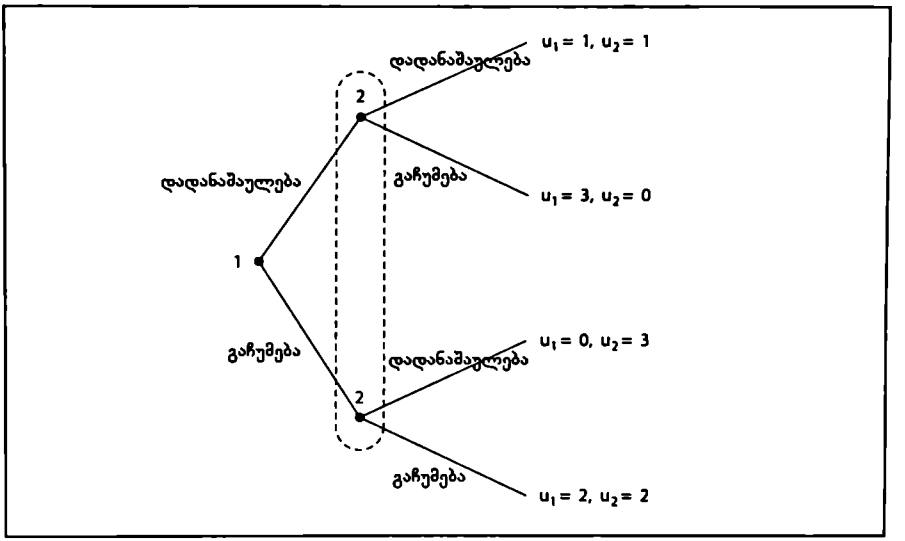
გაჯერებული ფორმა

კომბინაციის დასახასიათებლად არსებობს $2^2 = 4$ სტრატეგიების კომბინაცია და თითოეული უკუგება. უკუგებების ჩამოწერას სიის სახით, ჯობია მათი ორგანიზება თამაშის ხის ან მატრიცის სახით.

თამაშის ხეს, რომელიც მოცემულია ნახაზზე 8.1, ასევე, ჰქვია *გავრცობილი ფორმა*. ქმედება მიმდინარეობს მარცხნიდან მარჯვნივ. თითოეული *კვანძი* (განშტოებების გადაბმის წერტილი ხეზე) წარმოადგენს მითითებული მოთამაშის გადაწყვეტილების წერტილს. ამ თამაშში პირველ სვლას აკეთებს მოთამაშე 1; მან უნდა აირჩიოს დადანაშაულება ან სიჩუმე. ამის შემდეგ მეორე მოთამაშე იღებს გადაწყვეტილებას. ნახაზზე 8.1 ტირეებით შექმნილი ოვალი, რომელიც მოიცავს მეორე მოთამაშის გადაწყვეტილების წერტილებს მიგვანიშნებს, რომ მოთამაშე 2-ს აქვს ერთი და იგივე ინფორმაცია ორივე გადაწყვეტილების მიღების წერტილში, ანუ მან არ იცის თუ რა ითამაშა პირველმა მოთამაშემ (როგორც თამაშშია ასახული, ეჭვმიტანილმა პროკურორის კითხვის მომენტში არ იცის თუ რა უპასუხა მეორე მოთამაშემ; ანუ მეორე მოთამაშეს პასუხის მომენტში აქვს ერთი და იგივე ინფორმაცია, მიუხედავად იმისა რა უპასუხა პირველმა). მოგვიანებით განვიხილავთ თამაშებს, რომელშიც მეორე მოთამაშემ იცის თუ რა აირჩია პირველმა, ანუ სხვადასხვა გადაწყვეტილების წერტილში მოთამაშეს აქვს სხვადასხვა სახის ინფორმაცია. უკუგებები მოცემულია ხის ბოლოში. შეთანხმების მიხედვით, პირველი იწერება მოთამაშე 1-ის უკუგება.

ნახაზი 8.1 გავრცობული ფორმა პატიმართა დილემის თამაშში

ამ თამაშში მოთამაშე 1 ირჩევს გაჩუმებას ან დადანაშაულებას, მოთამაშე 2-საც იგივე არჩევანი აქვს ოვალი მოთამაშე 2-ს გადაწვეტილების მიღების კვანძების გარშემო მიგვანიშნებს, რომ მოთამაშეებს (არ) აქვთ. ერთიდაიგივე ინფორმაცია: მოთამაშე 2-მა არ იცის პირველის სტრატეგია, რადგან პროკურორმა საიდუმლოდ დაკითხა ორივე. უკუგებები მოცემულია მარჯვნივ.



ცხრილი 8.1 პატიმართა დილემის ნორმალური ფორმა

ეჭვმიტანილი 1 \ ეჭვმიტანილი 2	დადანაშაულება	გაჩუმება
დადანაშაულება	$u_1 = 1, u_2 = 1$	$u_1 = 3, u_2 = 0$
გაჩუმება	$u_1 = 0, u_2 = 3$	$u_1 = 2, u_2 = 2$

ნორმალური ფორმა

მართალია, თამაშის გავრცობილი ფორმა ვიზუალურად კარგად წარმოგვიდგენს თამაშის მთელ სტრუქტურას, მაგრამ ხანდახან უფრო მოსახერხებელია თამაშის მატრიცული ფორმით წარმოდგენა, რომელსაც თამაშის ნორმალურ ფორმას უწოდებენ. ეს ნაჩვენებია ცხრილში 8.1 პატიმრების დილემის მაგალითზე. მოთამაშე 1-ს უწოდებენ სტრიქონის მოთამაშეს, ხოლო მეორე მოთამაშეს სვეტის მოთამაშეს. მატრიცის თი-

თოეულ უჯრაში პირველი წერია მოთამაშე 1-ის უკუგება, ხოლო შემდეგ წერია მეორე მოთამაშის უკუგება.

სტრატეგიული აზროვნება პატიმრების დილემის მაგალითზე

მიუხედავად იმისა, რომ ჯერ არ განგვიხილია თამაშის ამოხსნის მეთოდები, უკვე შეგვიძლია ვივარაუდოთ, რა მოხდება პატიმართა დილემაში. ცხრილის 8.1 მიხედვით შეიძლება ვინმემ იფიქროს, რომ ორივე ამჯობინებს გაჩუმებას. ეს ორივეს ჯამში აძლევს თავისუფლების მაქსიმუმს (ოთხ წელს) რაც შეიძლება მიიღონ ერთად. თუ უფრო ჩავუღრმავდებით, მივხვდებით, რომ ეს შეიძლება არ იყოს თამაშის შედეგის საუკეთესო წინასწარმეტყველება. წარმოვიდგინოთ, რომ ვართ მოთამაშე 1, მეორე ეჭვმიტანილის სვლა კი ჩვენთვის უცნობია, ამიტომ განვიხილოთ ორივე შესაძლებლობა. ვთქვათ, მეორემ აირჩია მოთამაშე 1-ის დადანაშაულება. თუ ჩვენც იგივეს გავაკეთებთ, მაშინ ციხის გარეთ გავატარებთ ერთ წელს და თუ გავჩუმდებით მომავალი ოთხი წელი მოგვიწევს ციხეში ყოფნა, ანუ ჩვენთვის უკეთესია დადანაშაულება. ახლა დავუშვათ, მეორე ამჯობინებს გაჩუმებას, ამ შემთხვევაშიც მოთამაშე 1-ის მიერ დადანაშაულება საუკეთესო არჩევანია. გაჩუმების შემთხვევაში მივიღებთ ორ წელს ციხის გარეშე, რომელიც ნაკლებია დადანაშაულების შედეგად მიღებულ სამ წელზე. მიუხედავად იმისა, რას აირჩევს მეორე მოთამაშე, პირველისთვის უკეთესია დადანაშაულება. რადგან მოთამაშეები მსგავსები არიან, შეგვიძლია იგივე ანალიზი ჩავატაროთ მეორეზეც და მივიღებთ, რომ მასაც ურჩევნია დააბრალოს, ვიდრე გაჩუმდეს. ჩვენი მსჯელობის მიხედვით პატიმართა დილემაში ორივე მოთამაშემ ერთმანეთი უნდა დაადანაშაულონ. როდესაც შემოვიტანთ ძირითად ამოხსნის კონცეფციას – ნეშის წონასწორობას – დავამტკიცებთ, რომ ორივე მხარის მიერ დადანაშაულების არჩევა არის ნეშის წონასწორობა.

ამ წინასწარმეტყველებას აქვს პარადოქსული თვისება: თუ ორივე აირჩევს დადანაშაულებას, მაშინ ორივე მიიღებს თავისუფლებას თითო-თითო წელს, ხოლო თუ ორივე გაჩუმდებოდა, მაშინ უკეთეს შედეგს მიიღებდნენ თავისუფლების ორ-ორ წელს. ეს პარადოქსი არ გულისხმობს, რომ მოთამაშეები არიან სულელები ან ჩვენი ვარაუდია მცდარი. ეს პარადოქსი გამოხატავს თამაშთა თეორიის ცენტრალურ იდეას. სტრატეგიულ სიტუაციაში, როდესაც მოთამაშეები ერთმანეთის წინააღმდეგ თამაშობენ, ეს ხანდახან იწვევს არაეფექტიან შედეგს (როდესაც ვამბობთ არაეფექტიანს, ვითვალისწინებთ ეჭვმიტანილების სარგებელს). ეჭვმიტანილებმა შეიძლება აირიდონ ზედმეტი დამატებითი წლები ციხეში ფარული შეთანხმებით და დამუქრებით, რომელსაც გამოიყენებენ შეთანხმების დარღვევის შემთხვევაში. თუ თამაშში ჩავრთავთ შეთანხმებებს და დაშინებებს, ეს უკვე იქნება საბაზო პატიმართა დილემისგან განსხვავებული თამაში, რომელიც უნდა იქნეს გაანალიზდეს განსხვავებული ინსტრუმენტებით. ასეთ თამაშებს განვიხილავთ ამავე თავში.

პატიმართა დილემის ამოხსნა მარტივია, რადგან ამ თამაშში არის მხოლოდ ორი მოთამაშე და ორი სტრატეგია. უკეთესი იქნება, თუ გვექნება რაიმე სისტემური გზა ას-

ეთი და უფრო რთული მაგალითების ამოსახსნელად. ნეშის წონასწორობა გვთავაზობს ზუსტად ასეთ სისტემურ ახსნას.

ნეშის წონასწორობა

ბაზრების ეკონომიკურ თეორიაში, წონასწორობის მდგომარეობა არის სიტუაცია, როდესაც მიმწოდებლებიც და მომხმარებლებიც საბაზრო შედეგებით კმაყოფილები არიან. წონასწორული რაოდენობისა და ფასის შემთხვევაში არც ერთ ბაზრის მონაწილეს არ აქვს სტიმული შეცვალოს თავის ქცევა. თამაშთა თეორიის სტრატეგიულ პირობებში შევისწავლით წონასწორობასთან დაკავშირებულ ცნებას „ნეშის წონასწორობა", რომელიც შეიქმნა ჯონ ნეშის მიერ 1950 წელს.[1] ნეშის წონასწორობა მოიცავს სტრატეგიულ არჩევანს, რომლის შემდეგ მოთამაშეს არ აქვს სტიმული შეცვალოს ქცევა. ნეშის წონასწორობა არის თითოეული მოთამაშის საუკეთესო არჩევანი, მაშინ როცა დანარჩენი წონასწორობის სტრატეგიები მოცემულია.

ნეშის წონასწორობა შეიძლება მარტივად განისაზღვროს ე. წ. საუკეთესო პასუხების მეშვეობით. n მოთამაშის თამაშში s_i არის საუკეთესო პასუხი მეტოქეების სტრატეგიებზე (s_{-i}-ზე), თუ მოთამაშეს არ შეუძლია მკაცრად უკეთესი უკუგების მიღება სხვა შესაძლო სტრატეგიის $s_i' \in S_i$ არჩევით, მაშინ როცა მეტოქეები თამაშობენ s_{-i} სტრატეგიას.

საუკეთესო პასუხი. s_i არის მოთამაშე i-ს საუკეთესო პასუხი მეტოქეების S_{-i} სტრატეგიებზე, რომელიც აღინიშნება შემდეგნაირად $s_i \in BR_i(s_{-i})$, თუ **განსაზღვრება**

$$U_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s_i', s_{-i}) \text{ ნებისმიერი } S_{-i}' \in S_i \qquad \textbf{(8.1)}$$

განმარტების მიხედვით, არაა აუცილებელი საკეთესო პასუხი იყოს ერთადერთი, არამედ შეიძლება არსებობდეს საუკეთესო პასუხების სიმრავლე, ამიტომ გამოვიყენეთ სიმრავლის კუთვნილების აღნიშვნა $s_i \in BR_i(s_{-i})$. თუ საუკეთესო პასუხი არის ერთადერთი, მაშინ შეგვიძლია დავწეროთ $s_i \in BR_i(s_{-i})$.

ახლა შეგვიძლია განვმარტოთ ნეშის წონასწორობა n-მოთამაშის შემთხვევაში შემდეგნაირად

ნეშის წონასწორობა. ნეშის წონასწორობა არის ისეთი სტრატეგიული პროფილი (s_1^*, s_2^*, ..., s_n^*), რომელშიც თითოეული მოთამაშისთვის $i = 1, 2, ..., n$, s_i^* არის საუკეთესო პასუხი სხვა მოთამაშეების წონასწორულ სტრატეგიებზე s_{-i}^*, ანუ $s_i^* \in BR_i(s_{-i}^*)$. **განსაზღვრება**

ეს განმარტება მოიცავს ბევრ აღნიშვნას. ორი მოთამაშის შემთხვევაში აღნიშვნები ოდნავ მარტივდება. (s_1^*, s_2^*) არის ნეშის წონასწორობა, თუ s_1^* და s_2^* არიან საუკეთესო პა-

1 ჯონ ნეში, "Equilibrium Points in n-Person Games," Proceedings of the National Academy of Sciences 36 (1950): 48–49. 2001 წლის ფილმში „ბრწყინვალე გონება" მთავარი გმირი განასახიერებს ჯონ ნეშს (ფილმიდან „თამაშთა თეორიის" მაგალითისთვის იხილეთ ამოცანა 8.7). ნეშმა 1994 წელს მიიღო ნობელის პრემია ეკონომიკაში სხვა მკვლევართან ერთად.

სუხები ერთმანეთის სტრატეგიებზე:

$$u_1(s_1^*, s_2^*) \geq u_1(s_1, s_2^*) \text{ ნებისმიერი } s_1 \in S_1 \quad \textbf{(8.2)}$$

და

$$u_2(s_2^*, s_1^*) \geq u_2(s_2, s_1^*) \text{ ნებისმიერი } s_2 \in S_2 \quad \textbf{(8.2)}$$

ნეშის წონასწორობა არის სტაბილური. მაშინაც კი, თუ ყველა მოთამაშემ თავისი სტრატეგია გამოააშკარავა, არც ერთ მოთამაშეს არ ექნება თავისი წონასწორული სტრატეგიიდან გადახრის და სხვა რამის არჩევის სურვილი. არაწონასწორული სტრატეგია არ არის სტაბილური. თუ შედეგი არ არის ნეშის წონასწორობა, მაშინ მინიმუმ ერთი მოთამაშე მაინც მიიღებს სარგებელს არჩეული სტრატეგიიდან გადახვევისას. ჰიპერრაციონალური მოთამაშე მიხვდება, რომ ყველა სხვა ითამაშებს ნეშის წონასწორობას (განსაკუთრებით მაშინ თუ ერთადერთი ნეშის წონასწორობაა). მაშინაც კი, თუ მოთამაშე არაა ჰიპერრაციონალური, გარკვეული დროის შემდეგ მოთამაშეები უნდა მივიდნენ ნეშის წონასწორობამდე, რადგან მათ მოუწევთ უარი თქვან ისეთ სტრატეგიებზე, რომლებიც ორივე მხრიდან საუკეთესი პასუხი არაა.

სტაბილურობის თვისების გარდა, ნეშის წონასწორობის ფართოდ გამოყენება განპირობებულია იმით, რომ ყველა თამაშში, რომელსაც ჩვენ შევისწავლით, აუცილებლად არსებობს მინიმუმ ერთი ნეშის წონასწორობა (ეს შეიძლება იყოს შერეული სტრატეგია, რომელსაც მოგვიანებით განვმარტავთ. ნეშის წონასწორობა წმინდა სტრატეგიებში შეიძლება არ არსებობდეს). ნეშის წონასწორობას აქვს რამდენიმე ნაკლოვანებაც. თამაშში შეიძლება არსებობდეს რამდენიმე ნეშის წონასწორობა, რომელიც ართულებს ერთმნიშვნელოვანი ვარაუდის გაკეთებას. ასევე, ნეშის წონასწორობის განმარტება გაურკვეველს ტოვებს, თუ როგორ უნდა აირჩიონ მოთამაშეებმა საუკეთესო პასუხი მანამ, სანამ არ იციან როგორ თამაშობს მეტოქე.

ნეშის წონასწორობა ჰატიმარხთა დილემაში

ახლა გამოვიყენოთ საუკეთესო პასუხის და ნეშის წონასწორობის ცნება ჰატიმრების დილემის მაგალითისთვის. ჩვენი გონივრული ვარაუდის მიხედვით ამ თამაშში ორივე მხარემ უნდა აირჩიოს დადანაშაულება. ამისათვის უნდა ვაჩვენოთ, რომ დაბრალება არის საკუთესო პასუხი სხვა მოთამაშის დადანაშაულების სტრატეგიაზე. შევხედოთ უკუგებების მატრიცას 8.1. თუ მეორე მოთამაშე ირჩევს დადანაშაულებას, მაშინ თამაში მიმდინარეობს მატრიცის პირველ სვეტში. მოთამაშე 1-ს აქვს ორი შესაძლო სტრატეგია: აირჩიოს დადანაშაულება და მისი უკუგება იქნება 1, ან გაჩუმდეს და მისი უკუგება იქნება 0. მოთამაშე 1 იღებს უფრო მეტს როდესაც ადანაშაულებს, მაშინ როცა მეორემაც დაადანაშაულა. ამიტომ მოთამაშე 1-ის მხრიდან დადანაშაულება არის საუკეთესო

პასუხი მეორის დადანაშაულების სტრატეგიაზე. რადგან მოთამაშეები არიან სიმეტრიულები, იგივე ლოგიკით შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ მეორეს საუკეთესო პასუხი არის დადანაშაულება მოთამაშე 1-ის დადანაშაულების სტრატეგიაზე. აქედან გამომდინარე, თუ ორივე თამაშობს დადანაშაულებას, მაშინ ეს იქნება ნეშის წონასწორობა.

შეგვიძლია ვაჩვენოთ უფრო მეტიც, რომ პატიმართა დილემაში (დადანაშაულება; დადანაშაულება) არის ერთადერთი ნეშის წონასწორობა. ამის დასამტკიცებლად უნდა გამოვრიცხოთ დანარჩენი სამი შედეგი. განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც პირველი თამაშობს დადანაშაულებას და მეორე ჩუმადაა (დადანაშაულება, სიჩუმე). ამ შემთხვევაში ვართ მატრიცის ზედა მარჯვენა კუთხეში. ეს უჯრა არ არის ნეშის წონასწორობა, რადგან მაშინ, როცა მოთამაშე 1 თამაშობს დადანაშაულებას, მეორის საუკეთესო პასუხი არის დადანაშაულება და არა გაჩუმება. ანალოგიურად, ის შედეგი, როდესაც ვიმყოფებით მატრიცის ქვედა მარცხენა კუთხეში, ანუ როცა მოთამაშე 1 ჩუმადაა და მეორე თამაშობს დადანაშაულებას, არაა ნეშის წონასწორობა. გამოსარიცხი დაგვრჩა ორივეს გაჩუმების სტრატეგია. როდესაც მეორე მოთამაშე ჩუმადაა, ანუ თამაში მიმდინარეობს მატრიცის მარჯვენა სვეტში. ორი ალტერნატივიდან, რომელიც პირველმა შეიძლება აირჩიოს, დადანაშაულება უკეთესია, რადგან უკუგება იქნება სამი, ხოლო გაჩუმების შემთხვევაში ორი. გაჩუმება არაა საუკეთესო პასუხი ამ შემთხვევაში, რაც ნიშნავს, რომ (სიჩუმე; სიჩუმე) არაა ნეშის წონასწორობა.

როდესაც გვინდა ნეშის წონასწორობა გამოვრიცხოთ, საკმარისია მოვძებნოთ ერთი მოთამაშე მაინც, რომელიც არ თამაშობს საუკეთესო პასუხის მიხედვით, ანუ ერთ მოთამაშეს მაინც აქვს სურვილი გადაიხაროს თავისი არსებული სტრატეგიიდან. განვიხილოთ უკუგება, როდესაც შედეგი არის დადანაშაულება, სიჩუმე. ამ შემთხვევაში მოთამაშე 1-ს არ აქვს გადახრის სურვილი, მაგრამ მეორე მოთამაშეს ურჩევნია გადაიხაროს და ითამაშოს დადანაშაულება. ანალოგიურად, განვიხილოთ უკუგება, სიჩუმე, დადანაშაულება. მეორე მოთამაშეს არ სურს ცვლილება, მაგრამ პირველი ამჯობინებს შეცვალოს გაჩუმება დადანაშაულებით. მაშასადამე, არც ეს არის ნეშის წონასწორობა. ახლა განვიხილოთ შედეგი (სიჩუმე, სიჩუმე): ორივე მოთამაშეს ურჩევნია შეცვალოს სტრატეგია, ანუ არც ორივე მოთამაშის გაჩუმება არ არის ნეშის წონასწორობა.

საუკეთესო პასუხების უკუგებების ჩვენება

ნეშის წონასწორობა მარტივად შეგვიძლია ვიპოვოთ, თუ საუკეთესო პასუხებს ქვემოთ ხაზს გავუსვამთ. პატიმართა დილემის მაგალითზე ხაზგასმის პროცედურა ნაჩვენებია ცხრილში 8.2. პირველი ნაბიჯი არის მოთამაშე 1-ის საუკეთესო პასუხების შესაბამისი უკუგებების ხაზგასმა. მოთამაშე 1-ის საუკეთესო პასუხი, როდესაც მეორე თამაშობს დადანაშაულებას, არის დადანაშაულება, ანუ უნდა გავხაზოთ $u_1 = 1$ მარცხენა ზედა კუთხეში. თუ მეორე ითამაშებს სიჩუმეს, ხაზი უნდა გავუსვათ $u_1 = 3$ ზედა მარჯვენა კუთხეში. ახლა ხაზი გავუსვათ მეორე მოთამაშის საუკეთესო პასუხების შესაბამის უკუგებებს. საუკეთესო პასუხის მიხედვით მოთამაშე 2-მა უნდა დაადანაშაულოს პირველი თუ პირვე-

ცხრილი 8.2 ხაზგასმის პროცედურა პატიმართა დილემის მაგალითზე

ჭვმიტანილი 1 \ ჭვმიტანილი 2	დადანაშაულება	გაჩუმება
დადანაშაულება	$\underline{u_1 = 1}, \underline{u_2 = 1}$	$\underline{u_1 = 3}, u_2 = 0$
გაჩუმება	$u_1 = 0, \underline{u_2 = 3}$	$u_1 = 2, u_2 = 2$

ლიც ადანაშაულებს. შესაბამისად, ხაზი გავუსვათ $u_2 = 1$ ზედა მარცხენა კუთხეში. ასევე, ხაზი უნდა გავუსვათ ქვედა მარცხენა კუთხეში $u_2 = 3$-ს, რადგან მეორე მოთამაშის საუკეთესო პასუხი არის დადანაშაულება თუ პირველი ირჩევს სიჩუმეს.

ახლა უნდა მოვძებნოთ ცხრილი 8.2-ის უჯრა, სადაც ყველა მოთამაშის უკუგება არის ხაზგასმული. ზუსტად ეს უჯრა შეესაბამება ნეშის წონასწორობას. (ასევე, შეიძლება არსებობდეს შერეული სტრატეგიების ნეშის წონასწორობა, რომელსაც მოგვიანებით განვიხილავთ.) ცხრილში 8.2 მხოლოდ ზედა მარცხენა უჯრაშია ხაზგასმული ორივე უკუგება, რაც ამტკიცებს, რომ (დადანაშაულება, დადანაშაულება) არის ერთადერთი ნეშის წონასწორობა.

დომინანტური სტრატეგიები

(დადანაშაულება, დადანაშაულება) არის პატიმართა დილემის ნეშის წონასწორობა, რადგან დადანაშაულება არის საუკეთესო პასუხი სხვის მიერ დადანაშაულების არჩევაზე. უფრო მეტის თქმაც შეგვიძლია: დადანაშაულება არის საუკეთესო სტრატეგია ყველას ნებისმიერ სხვა სტრატეგიასთან შედარებით. (ეს შეიძლება ვნახოთ ხაზგასმის მექანიზმის გამოყენებითაც ცხრილი 8.2-ის მეშვეობით: ყველა ხაზგასმულ უკუგებაში პირველი და მეორე მოთამაშე თამაშობს დადანაშაულებას.)

სტრატეგიას, რომელიც არის საუკეთესო პასუხი სხვა მოთამაშის მიერ არჩეულ ნებისმიერ შესაძლო სტრატეგიაზე, ეწოდება დომინანტური სტრატეგია. არაა აუცილებელი ყველა მოთამაშეს ყოველთვის ჰქონდეს დომინანტური სტრატეგია, მაგრამ თუ ექნებათ მაშინ ლოგიკურია, რომ მას ითამაშებენ. დომინანტური სტრატეგიის არსებობის შემთხვევაში, იმისგან დამოუკიდებლად, თუ რას ითამაშებენ სხვები, ეს სტრატეგია მუდამ საუკეთესოა და მოთამაშე არასდროს გადაუხვევს ამ სტრატეგიიდან.

განსაზღვრება **დომინანტური სტრატეგია.** i მოთამაშის დომინანტური სტრატეგია არის s_i^*, თუ ის არის საუკეთესო პასუხი სხვა მოთამაშეების ნებისმიერი სტრატეგიების პროფილზე. ე.ი. $s_i^* \in BR_i(s_{-i})$ ნებისმიერი s_{-i}-თვის.

დავაკვირდეთ, თუ რა განსხვავებაა ნეშის წონასწორულ სტრატეგიასა და დომინანტურ სტრატეგიას შორის. ნეშის წონასწორობის დროს სტრატეგიას მოეთხოვება იყოს საუკეთესო პასუხი სხვა მოთამაშეების ერთ სტრატეგიულ პროფილზე. დომინანტური სტრატეგია კი უნდა იყოს საუკეთესო პასუხი არა მხოლოდ სხვა მოთამაშის ნეშის წონასწორულ სტრატეგიაზე, არამედ მოწინააღმდეგის ყველა შესაძლო სტრატეგიებზე.

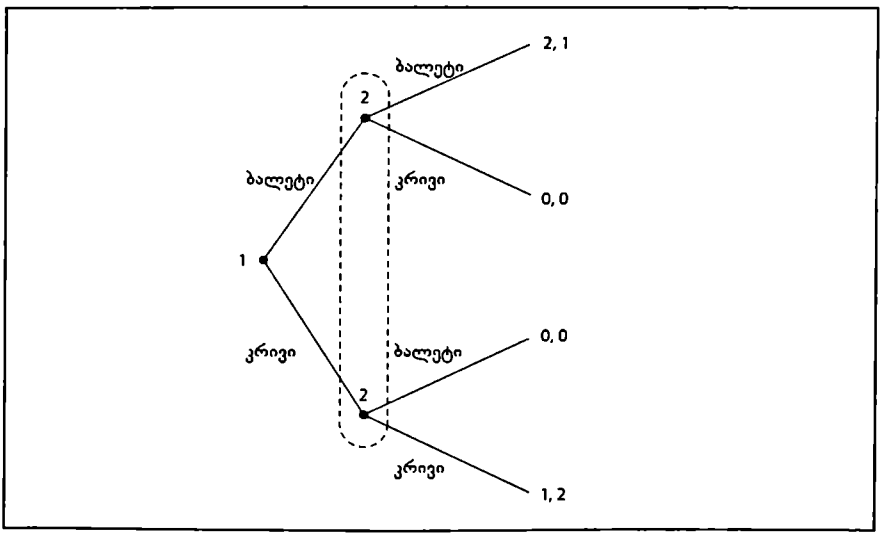
თუ ყველა მოთამაშეს გააჩნია დომინატური სტრატეგია, მაშინ ვამბობთ, რომ თამაშს გააჩნია დომინანტური სტრატეგიების წონასწორობა. (დადანაშაულება, დადანაშაულება) – პატიმართა დილემაში არის როგორც ნეშის წონასწორობა, ასევე, დომინანტური სტრატეგიების წონასწორობა. განმარტებიდანვე ნათელია, რომ ნებისმიერი დომინანტური სტრატეგიების წონასწორობა არის ნეშის წონასწორობა. ამოცანა 8.4 გვიჩვენებს, რომ თუ დომინანტური სტრატეგიების წონასწორობა არსებობს, ასეთ თამაშში არის ერთადერთი ნეშის წონასწორობა.

სქესთა ბრძოლა

სქესთა ბრძოლა არის კიდევ ერთი ცნობილი თამაში, რომელსაც ხშირად იყენებენ საუკეთესო პასუხის კონცეფციის და ნეშის წონასწორობის ილუსტრირებისათვის. სიტუ-

ნახაზი 8.2 გავრცობული ფორმა სქესთა დაპირისპირების თამაშში

ამ თამაშში მოთამაშე 1 (ცოლი) და მოთამაშე 2 (ქმარი) ირჩევს ბალეტზე ან კრივზე წასვლას. ისინი ამჯობინებენ ერთად წასვლას, მაგრამ ვერ თანხმდებიან რომელ ღონისძიებაზე. რადგან ისინი გადაწყვეტილებას ერთდროულად იღებენ, ქმარმა არ იცის ცოლის არჩევანი, ასე რომ. მისი გადაწყვეტილებას წერტილები ურთიერთდაკავშირებულია იმავე ინფორმაციულ შერჩევასთან.



ცხრილი 8.3 სქესთა ბრძოლის თამაშის ნორმალური ფორმა

მოთამაშე 2 (ქალი) \ მოთამაშე 1 (ქმარი)	ბალეტი	კრივი
ბალეტი	2, 1	0, 0
კრივი	0, 0	1, 2

აცია ასეთია: ცოლს (მოთამაშე 1) და ქმარს (მოთამაშე 2) სურთ ერთმანეთს შეხვდნენ საღამოს. მათ შეუძლიათ წავიდნენ ბალეტზე ან კრივზე. ორივეს ურჩევნია დრო გაატაროს ერთად, ვიდრე ცალ-ცალკე. ერთად ყოფნის შემთხვევაში ცოლს ურჩევნია წავიდნენ ბალეტზე, ქმარს კი ურჩევნია კრივზე წასვლა. თამაშის გავრცობილი ფორმა წარმოდგენილია ნახაზზე 8.2, ხოლო ნორმალური ფორმა ცხრილში 8.3. შემოკლების მიზნით უკუგებებს წავუშალეთ u_1 და u_2. როგორც მიღებულია, მოთამაშე 1-ის უკუგებას დავწერთ პირველ ადგილზე, ხოლო მეორე მოთამაშის უკუგებას მეორე ადგილზე.

ანალიზს ჩავატარებთ თამაშის ნორმალური ფორმის გამოყენებით. განვიხილოთ ცხრილი 8.3 ყველა უჯრა და გავარკვიოთ, რომელი მათგანია ნეშის წონასწორობა და რომელი არა. დავიწყოთ შედეგით, რომელშიც ორივე მოთამაშე ირჩევს ბალეტს ანუ (ბალეტი, ბალეტი) მატრიცის ზედა მარცხენა კუთხეში. როდესაც ქმარი ირჩევს ბალეტს, ცოლის საუკეთესო პასუხიც არის ბალეტის არჩევა (ეს აძლევს მას საუკეთესო უკუგებას). თუ აღნიშვნას გამოვიყენებთ, ბალეტი = BR_1(ბალეტი) [ამ შემთხვევაში არ გვჭირდება კუთვნილების ნიშნის გამოყენება „ბალეტი ∈ BR_1(ბალეტი)“, რადგან ქმარს აქვს ერთადერთი საუკეთესო პასუხი, მაშინ როცა ცოლი თამაშობს ბალეტს], როდესაც ცოლი ირჩევს ბალეტზე წასვლას, ქმრის საუკეთესო პასუხია ბალეტი. თუ ის მოინდომებს გადახვევას და კრივზე წასვლას, მაშინ მისი უკუგება იქნება 0, რაც ნაკლებია ბალეტზე წასვლის შემთხვევაში მიღებულ 1 უკუგებაზე. თუ გამოვიყენებთ აღნიშვნას, მაშინ ბალეტი = BR_2(ბალეტი), მაშასადამე (ბალეტი, ბალეტი) არის ნეშის წონასწორობა. ანალოგიურად, შეგვიძლია ვაჩვენოთ, რომ (კრივი, კრივი) არის, ასევე ნეშის წონასწორობა.

ახლა განვიხილოთ შედეგი (ბალეტი, კრივი) მატრიცის ზედა მარჯვენა კუთხეში. როდესაც ქმარი ირჩევს კრივს, ცოლი ბალეტის არჩევის შემთხვევაში მიიღებს 0-ს და 1-ს კრივის არჩევის შემთხვევაში, ანუ ბალეტი არაა საუკეთესო პასუხი ქმრის მიერ არჩეულ კრივზე, ე.ი. ბალეტი ∉ BR_1(კრივი). ასე რომ (ბალეტი, კრივი) ვერ იქნება ნეშის წონასწორობა [ქმარის მიერ კრივზე წასვლის სტრატეგიის არჩევა არაა საუკეთესო პასუხი ცოლის ბალეტზე წასვლის სტრატეგიაზე. ფაქტიურად ორივე მოთამაშეს ექნება სურვილი გადაიხარონ (ბალეტი, კრივი) სტრატეგიების პროფილიდან, თუმცა ნეშის წონასწორობის გამოსარიცხად საკმარისია ვიპოვოთ ერთი მოთამაშე, რომელსაც აქვს გადახრის სურვილი]. ანალოგიურად, (კრივი, ბალეტი) არ არის ნეშის წონასწორობა.

ცხრილი 8.4 ხაზგასმის პროცედურა სქესთა ბრძოლის მაგალითზე

მოთამაშე 1 (ცოლი) \ მოთამაშე 2 (ქმარი)	ბალეტი	კრივი
ბალეტი	2, 1	0, 0
კრივი	0, 0	1, 2

სქესთა ბრძოლა არის ერთზე მეტი ნეშის წონასწორობის მქონე თამაშის მაგალითი (სინამდვილეში მას სამი ნეშის წონასწორობა აქვს – მესამე არის შერეული სტრატეგია, რომელსაც მოგვიანებით განვიხილავთ). რთულია ვთქვათ რომელი უფრო მოსალოდნელია, რადგან მოთამაშეების ზეგავლენის გამო, რთულია გააკეთო მყარი წინასწარმატყველება. სქესთა ბრძოლაში არ არსებობს დომინანტური სტრატეგიები. მოთამაშეს ურჩევნია ითამაშოს ბალეტი, თუ მეორეც თამაშობს ბალეტს და ითამაშოს კრივი, თუ მეორეც თამაშობს კრივს.

ცხრილი 8.4 იყენებს ხაზგასმის პროცედურას ნეშის წონასწორობის მარტივად საპოვნელად. პროცედურა ამტკიცებს, რომ ორი უკუგება, რომლებსაც მოთამაშეები იღებენ წარმატებული კოორდინაციის შემთხვევაში არის ნეშის წონასწორობა და ორი უკუგება, როცა კოორდინაცია არ აქვთ არ არის ნეშის წონასწორობა.

მაგალითები 8.1, 8.2 და 8.3 გვთავაზობს დამატებით, პრაქტიკული მაგალითებს ნეშის წონასწორობის საპოვნელად უფრო რთულ შემთხვევებში (მაგალითში 8.1 გვაქვს რამდენიმე საუკეთესო პასუხი, მაგალითში 8.2 სამი სტრატეგია თითოეულ მოთამაშეს, ხოლო მაგალითში 8.3 გვყავს სამი მოთამაშე).

მაგალითი 8.1 სასჯელგაცვლილი პატიმრების დილემა

პატიმრების დილემის ამ ვარიანტში ეჭვმიტანილის მიესჯება ოთხი წელი, თუ მეორე მოთამაშე მას დაადანაშაულებს და მიიღებს თავისუფლებას თუ არ დაადანაშაულებენ. პროკურორი არ აჯილდოვებს დამბრალებელს. ცხრილი 8.5 გვიჩვენებს ამ თამაშის ნორმალურ ფორმას ხაზგასმის მექანიზმის გამოყენებამდე და გამოყენების შემდეგ. უკუგებებში ისევ ასახულია თავისუფლებაზე ყოფნის წლები.

საუკეთესო პასუხები რამდენიმეა თითოეულისათვის. მაგალითად, თუ მოთამაშე 2 ადანაშაულებს, მაშინ მოთამაშე 1 მიიღებს 0 უკუგებას, განურჩევლად იმისა, თუ რას აირჩევს თვითონ მოთამაშეების საუკეთესო საპასუხო ქმედებები მოთამაშე 2-ის მიერ დადანაშაულებაზეა დამოკიდებული ამ მაგალითში, რომელიც შეიცავს ერთზე მეტ ელემენტს: BR_1(დადანაშაულება) = {დადანაშაულება, სიჩუმე}.

(გაგრძელება)

მაგალითი 8.1 გაბრწყინება

ცხრილი 8.5 სახეშეცვლილი პატიმართა დილემა

ა) ნორმალური ფორმა

		ეჭვმიტანილი 2: დადანაშაულება	ეჭვმიტანილი 2: გაჩუმება
ეჭვმიტანილი 1	დადანაშაულება	0, 0	1, 0
ეჭვმიტანილი 1	გაჩუმება	0, 1	1, 1

ბ) ხაზგასმის პროცედურა

		ეჭვმიტანილი 2: დადანაშაულება	ეჭვმიტანილი 2: გაჩუმება
ეჭვმიტანილი 1	დადანაშაულება	0, 0	1, 0
ეჭვმიტანილი 1	გაჩუმება	0, 1	1, 1

ხაზგასმის პროცედურა გვიჩვენებს, რომ ოთხივე უჯრა ცხრილში 8.5 არის ნეშის წონასწორობა. რადგან ეჭვმიტანილი არ იღებს არც ჯილდოს და არც დასჯას დადანაშაულების შემთხვევაში, ორივე მოთამაშე განურჩეველია არჩევანში, მათ არჩევანით არ შეუძლიათ საკუთარი უკუგების შეცვლა; მაშასადამე, ნებისმიერი უკუგებების წყვილი შეიძლება იყოს ნეშის წონასწორობა.

შეკითხვა: რომელიმე მოთამაშეს აქვს დომინანტური სტრატეგია? შეგიძლიათ ააგოთ ამ თამაშის გავრცობილი ფორმა?

მაგალითი 8.2 ქვა, ქაღალდი, მაკრატელი

ქვა, ქაღალდი, მაკრატელი არის საბავშვო თამაში ორ მოთამაშეს შორის, მოთამაშეებმა ხელით უნდა გამოსახონ სამი შესაძლო ვარიანტიდან (ქვა, ქაღალდი, მაკრატელი) ერთ-ერთი. ცხრილი 8.6 გვიჩვენებს უკუგებების მატრიცას, ანუ თამაში წარმოდგენილია ნორმალურ ფორმაში. დიაგონალზე არსებული ნულოვანი უკუგებები ნიშნავს, რომ არანაირი გადახდები არ მოხდება, თუ მოთამაშეებმა აირჩიეს ერთი და იგივე სიმბოლო. სხვა შემთხვევებში წაგებულმა უნდა გადაუხადოს $1 მოგებულს (ქვა ტეხავს მაკრატელს, მაკრატელი ჭრის ქაღალდს, ქაღალდი ფარავს ქვას).

ცხრილი 8.6 ქვა, ქაღალდი, მაკრატელი

ა) ნორმალური ფორმა

მოთამაშე 1 \ მოთამაშე 2	ქვა	ქაღალდი	მაკრატელი
ქვა	0, 0	−1, 1	1, −1
ქაღალდი	1, −1	0, 0	−1, 1
მაკრატელი	−1, 1	1, −1	0, 0

ბ) ხაზგასმის პროცედურა

მოთამაშე 1 \ მოთამაშე 2	ქვა	ქაღალდი	მაკრატელი
ქვა	0, 0	−1, <u>1</u>	<u>1</u>, −1
ქაღალდი	<u>1</u>, −1	0, 0	−1, <u>1</u>
მაკრატელი	−1, <u>1</u>	<u>1</u>, −1	0, 0

ვისაც ეს თამაში უთამაშია, მიხვდება, რომ აქ არ არსებობს ნეშის წონასწორობა. ამასვე გვიჩვენებს ხაზგასმის პროცედურა. სტრატეგიების არცერთი წყვილი არაა სტაბილური, რადგან ნებისმიერ შემთხვევაში მინიმუმ ერთ მოთამაშეს აქვს სურვილი, გადაიხაროს. მაგალითად, ავირჩიოთ სტრატეგიების წყვილი (მაკრატელი, მაკრატელი), ამ შემთხვევაში, ორივე მოთამაშეს აქვს სურვილი გადაიხაროს და აირჩიოს ქვა. როდესაც სტრატეგიები არის (ქაღალდი, ქვა), მეორე მოთამაშეს აქვს სტიმული აირჩიოს მაკრატელი.

ამ თამაშს აქვს ნეშის წონასწორობა, მაგრამ არა ცხრილის 8.6 ცხრა უჯრიდან ერთერთი, არამედ ეს არის შერეული სტრატეგიების ნეშის წონასწორობა (განვიხილავთ მოგვიანებით).

შეკითხვა: რომელიმე მოთამაშეს აქვს დომინანტური სტრატეგია? რატომ არ არის (ქაღალდი, მაკრატელი) ნეშის წონასწორობა?

ქვეთავი 8.3 სამეულის კომპანია

სამეულის კომპანია არის სქესთა ბრძოლის სამმოთამაშიანი ვარიანტი, რომელიც დაფუძნებულია 1970-იანი წლების ანეგდოტზე ერთი კაცის (ჯეკი) და ორი ქალის (ჯანეტი და ქრისი) შესახებ. ქირის დაზოგვის მიზნით მათ გაინაწილეს საცხოვრებელი ადგილი.

სქესთა ბრძოლის უკუგებები შემდეგნაირად შეცვალეთ: მოთამაშე იღებს ერთ „სარგებლიანობას“ თუ დაესწრება თავის საყვარელ ღონისძიებას (ჯეკისთვის ასეთია კრივი, ხოლო მანდილოსნებისთვის ბალეტი). მოთამაშეები მიიღებენ დამატებით ერთ „ერთეულ სარგებლიანობას“ დანარჩენი კომპანიონების თანხლებისთვის. ამ თამაშის ნორმალური ფორმა მოცემულია ცხრილში 8.7. იმისათვის, რომ მოვიცვათ ყველა შესაძლო სტრატეგია, ავაგებთ ორ უკუგებების მატრიცას. თითოეულ უჯრაში წერია სამივე მოთამაშის უკუგებები.

ცხრილი 8.7 სამეულის კომპანია

ა) ნორმალური ფორმა

მოთამაშე 3 (ჯეკი) თამაშობს ბალეტს

მოთამაშე 1 (ჯანეტი) \ მოთამაშე 2 (ქრისი)	ბალეტი	კრივი
ბალეტი	3, 3, 2	2, 0, 1
კრივი	0, 2, 1	1, 1, 0

მოთამაშე 3 (ჯეკი) თამაშობს კრივს

მოთამაშე 1 (ჯანეტი) \ მოთამაშე 2 (ქრისი)	ბალეტი	კრივი
ბალეტი	2, 2, 1	1, 1, 2
კრივი	1, 1, 2	2, 2, 3

ბ) ხაზგასმის პროცედურა

მოთამაშე 3 (ჯეკი) თამაშობს ბალეტს

მოთამაშე 1 (ჯანეტი) \ მოთამაშე 2 (ქრისი)	ბალეტი	კრივი
ბალეტი	**3, 3, 2**	2, 0, 1
კრივი	0, 2, 1	1, 1, 0

მოთამაშე 3 (ჯეკი) თამაშობს კრივს

მოთამაშე 1 (ჯანეტი) \ მოთამაშე 2 (ქრისი)	ბალეტი	კრივი
ბალეტი	2, 2, **1**	1, 1, **2**
კრივი	1, 1, **2**	**2, 2, 3**

პირველი და მეორე მოთამაშისთვის ხაზგასმის სტრატეგია იგივე პროცედურას იყენებს, რასაც ორი მოთამაშის შეთხვევაში. უბრალოდ ახლა ამ პროცედურას ჩავატარებთ ორ მატრიცაზე. მესამე მოთამაშის საუკეთესო სტრატეგიების განსაზღვრისთვის უნდა შევადაროთ ორი სხვადასხვა მატრიცის ერთი და იმავე ადგილზე მდებარე უჯრები. მაგალითად, როდესაც ჯანეტმა და კრისმა აირჩიეს ბალეტი, უნდა შევადაროთ მე-

სამე უკუგება ორი მატრიცის ზემო მარცხენა უჯრებში: ჯეკი იღებს 2-ს პირველ მატრიცაში (სადაც ის თამაშობს ბალეტს) და 1-ს მეორე მატრიცაში (სადაც ის თამაშობს კრივს). ანუ ამ შემთხვევაში გავხაზავთ 2-ს.

როგორც სქესთა ბრძოლას, სამეულის კომპანიასაც აქვს ორი ნეშის წონასწორობა: ერთი, როდესაც ყველა წავა კრივზე და მეორე, როდესაც ყველა წავა ბალეტზე.

შეკითხვა: რა უნდა იყოს უკუგებები, რომ სამეულის კომპანიის თამაში უფრო დაემსგავსოს სქესთა ბრძოლის თამაშს? რა იქნება თამაშის ნორმალური სახე ოთხეულის კომპანიის შემთხვევაში (ოთხეულის კომპანია სამეულის კომპანიის მსგავსია, ოღონდ მასში გაერთიანებულია ორი კაცი და ორი ქალი)?

შერეული სტრატეგიები

მოთამაშის სტრატეგია შეიძლება იყოს უფრო რთული, ვიდრე უბრალოდ რაიმე ქმედებების მარტივად არჩევა. ამ ქვეთავში შევისწავლით შერეულ სტრატეგიებს, რომლებიც მოთამაშემ შემთხვევით შეარჩია რამდენიმე შესაძლო ქმედებას შორის. აქამდე განხილულ სიტუაციებში მოთამაშეები დარწმუნებით ირჩევდნენ ერთ ქმედებას, რომელსაც ვუწოდებთ წმინდა სტრატეგიებს. მაგალითად, სქესთა ბრძოლაში განვიხილეთ წმინდა სტრატეგიები მოთამაშე ირჩევდა ან ბალეტს ან კრივს ერთმნიშვნელოვნად. ამ თამაშში შერეული სტრატეგიას მივიღებთ, თუ ავაგდებთ მონეტას და წავალთ ბალეტზე მონეტაზე გამოსახული თავის ამოსვლის შემთხვევაში, რაც ნიშნავს თითოეული ღონისძიებაზე წასვლის 50%-იან ალბათობას.

ერთი შეხედვით ქმედების ასარჩევად მონეტის აგდება შეიძლება უცნაურად მოგვეჩვენოს. შერეულ სტრატეგიებს ზუსტად ეს უცნაურობა მატებს ინტერესს. პირველი, ზოგიერთ თამაშს (როგორიცაა ქვა, ქაღალდი, მაკრატელი) არ გააჩნია წმინდა სტრატეგიების ნეშის წონასწორობა. როგორც შემდგომში ვნახავთ, ასეთ თამაშებს აუცილებლად აქვთ ნეშის წონასწორობა შერეულ სტრატეგიებში. შერეული სტრატეგიები გვაძლევს შანსს ისეთი თამაშებისთვისაც გავაკეთოთ წინასწარმეტყველება, რომელსაც არ გააჩნია წმინდა სტრატეგიების ნეშის წონასწორობა. მეორე, გარკვეულ შემთხვევებში სტუდენტებისთვის ბუნებრივია და ცნობილია შემთხვევითი შერჩევა გამოცდის დროს. ყველა პროფესორს აქვს ლიმიტირებული დრო გამოცდაზე სტუდენტების გამოსაკითხად. მას არ შეუძლია სტუდენტებს გამოკითხოს ყველაფერი, ამიტომ ის შემთხვევით არჩეულ საკითხს გამოკითხავს. ამ შერჩევის არაშემთხვევითობის პირობებში, ის მოსწავლე, რომლის გამოკითხვის დროც იქნებოდა, ისწავლიდა მხოლოდ იმ საკითხს, რასაც მასწავლებელი შეეკითხებოდა. შემთხვევითი შერჩევა აძლევს მასწავლებელს შანსს დააძალოს სტუდენტებს არა გარკვეული საკითხის, არამედ მთე-

ლი მასალის სწავლა (რადგან წინასწარ არ იციან რომელი საკითხი შეხვდებათ). შემთხვევითი სტრატეგიები ცნობილია სპორტშიც (პენალტის დროს ფეხბურთელი კარის მიმართულებით ხან მარჯვნივ ურტყავს, ხან მარცხნივ, წინასწარ რომ იცოდეს მეკარემ, საით დაარტყავს ფეხბურთელი, მაშინ არ გაუჭირდებოდა ბურთის მოგერიება) და კარტის თამაშშიც ბანქოს მოთამაშე ხან ნებდება, ხან მოტყუებას ცდილობს ერთი და იგივე „ცუდი" კარტების ქონის შემთხვევაში. მესამე, შესაძლებელია შერეული სტრატეგიის წმინდა სტრატეგიად გადაქცევა, რისთვისაც საჭიროა თამაშის უფრო გართულება, სადაც მოთამაშე რაიმე პირადი მიზეზის გამო განსაზღვრულ ქმედებას ირჩევს ერთმნიშვნელოვნად[2]. მაგალითად, ისტორიის პროფესორმა შეიძლება გადაწყვიტოს, გამოცდაში შეიტანოს კითხვები პირველ მსოფლიო ომზე, რადგან ახლახანს მან წაიკითხა საინტერესო სტატია ამ თემაზე (ეს, რა თქმა უნდა, სტუდენტებმა არ უნდა იცოდნენ).

უფრო ფორმალურად, ვთქვათ მოთამაშე i-ს აქვს M შესაძლო ქმედებების სიმრავლე $A_i = \{a_i^1, ..., a_i^m, ..., a_i^M\}$, სადაც ქვედა ინდექსი მიუთითებს მოთამაშის ნომერს, ხოლო ზედა ინდექსი სხვადასხვა არჩევანს. შერეული სტრატეგია არის ალბათობების განაწილება M ქმედებებზე, $s_i = (\sigma_i^1, ..., \sigma_i^m, ..., \sigma_i^M)$, სადაც σ_i^m არის ციფრი 0-დან 1-მდე და გვიჩვენებს ქმედება a_i^m-ის არჩევის ალბათობას მოთამაშე i-ს მიერ. s_i-ში შემავალი ალაბათობების ჯამი უნდა იყოს ერთის ტოლი: $a_i^1 + ... + a_i^m + ... + a_i^M = 1$.

მაგალითად, სქესთა ბრძოლაში ორივე მოთამაშეს აქვს ერთიდაიგივე ორი ქმედება: ბალეტი და კრივი. მაშასადამე, შეგვიძლია დავწეროთ: $A_1 = A_2 = \{$ბალეტი, კრივი$\}$. შერეული სტრატეგია შეგვიძლია ჩავწეროთ ალბათობების წყვილის სახით (σ, $1 - \sigma$), სადაც σ არის ბალეტის არჩევის ალბათობა. ალბათობების ჯამი აუცილებლად უნდა იყოს ერთი. ვინაიდან სულ გვაქვს ორი შესაძლო ქმედება (ბალეტი ან კრივი), როდესაც გავიგებთ ბალეტზე წასვლის ალბათობას, ასევე გვეცოდინება კრივზე წასვლის ალბათობაც. შერეული სტრატეგია (1/3, 2/3) ნიშნავს, რომ მოთამაშე 1/3 ალბათობით წავა ბალეტზე და 2/3 ალბათობით კრივზე; (1/2, 1/2) ნიშნავს რომ მოთამაშე ორივეგან ერთნაირი ალბათობით წავა; (1, 0) ნიშნავს, რომ მოთამაშე აუცილებლად ირჩევს ბალეტს; (0, 1) ნიშნავს, რომ მოთამაშე აუცილებლად ირჩევს კრივს.

ჩვენს ტერმინოლოგიაში შერეული სტრატეგია არის ზოგადი კატეგორია და მოიცავს წმინდა სტრატეგიასაც. წმინდა სტრატეგია არის შერეული სტრატეგიის კერძო შემთხვევა, როდესაც მოთამაშე მხოლოდ ერთ ქმედებას ირჩევს დადებითი ალბათობით. შერეულ სტრატეგიებში, რომელშიც ორ ან მეტ ქმედებას შეესაბამება დადებითი ალბათობა ეწოდება მკაცრად შერეული სტრატეგიები. დავუბრუნდეთ სქესთა ბრძოლის მაგალითს, ოთხივე სტრატეგია (1/3, 2/3), (1/2, 1/2), (1, 0), (0, 1) არის შერეული სტრატეგია. ამათგან პირველი და მეორე არის მკაცრად შერეული სტრატეგიები, ხოლო მესამე და მეოთხე წმინდა სტრატეგიები.

საუკეთესო პასუხის, ნეშის წონასწორობის და დომინანტური სტრატეგიების განმარტება იგივე რჩება შერეული სტრატეგიებისას. ცვლილება უნდა შევიტანოთ მხო-

2 ჯონ ჰარსანი. "Games with Randomly Disturbed Payoffs: A New Rationale for Mixed-Strategy Equilibrium Points," International Journal of Game Theory 2 (1973): 1–23. ჰარსანიმ ჯონ ნეშთან ერთად მოიპოვა ნობელის პრემია ეკონომიკაში 1994 წელს.

ლოდ უკუგების ფუნქციის $u_i(s_i, s_{-i})$ განმარტებაში. თუ წმინდა სტრატეგიების დროს უკუგება იყო გარანტირებული, შერეული სტრატეგიების დროს უკუგების ფუნქცია არის შემთხვევითი უკუგების მოსალოდნელი ღირებულება, (s_i და s_{-i}) სტრატეგიებით მოცემული ალბათობების მიხედვით. მაგალითში 8.4 ნაჩვენებია მოსალოდნელი უკუგების გამოთვლა სქესთა ბრძოლაში.

მაგალითი 8.4 მოსალოდნელი უკუგება სქესთა ბრძოლის თამაშში.

თამაშში „სქესთა ბრძოლა“ გამოვთვალოთ მოთამაშეების მოსალოდნელი უკუგებები, როდესაც ცოლი ირჩევს შერეულ სტრატეგიას (1/9, 8/9), ხოლო ქმარი ირჩევს (4/5, 1/5). ცოლის მოსალოდნელი უკუგება იქნება:

$$U_1\left(\left(\frac{1}{9},\frac{8}{9}\right),\left(\frac{4}{5},\frac{1}{5}\right)\right)=\left(\frac{1}{9}\right)\left(\frac{4}{5}\right)U_1(\text{ბალეტი, ბალეტი})+\left(\frac{1}{9}\right)\left(\frac{1}{5}\right)U_1(\text{ბალეტი, კრივი})$$
$$+\left(\frac{8}{9}\right)\left(\frac{4}{5}\right)U_1(\text{კრივი, ბალეტი})+\left(\frac{8}{9}\right)\left(\frac{1}{5}\right)U_1(\text{კრივი, კრივი})$$
$$=\left(\frac{1}{9}\right)\left(\frac{4}{5}\right)(2)+\left(\frac{1}{9}\right)\left(\frac{1}{5}\right)(0)+\left(\frac{8}{9}\right)\left(\frac{4}{5}\right)(0)+\left(\frac{8}{9}\right)\left(\frac{1}{5}\right)(1)=\frac{16}{45}. \quad \textbf{(8.4)}$$

ტოლობის 8.4 გასაგებად უნდა გადავხედოთ მოსალოდნელი ღირებულების ცნებას მეორე თავიდან. ტოლობა გვიჩვენებს (2,176), რომ შეთხვევითი ცვლადის მოსალოდნელი ღირებულება უდრის თითოეული შედეგის ალბათობებისა და მისი შესაბამისი უკუგებების ნამრავლთა ჯამს. სქესთა ბრძოლაში გვაქვს ოთხი შესაძლო უკუგება, რომელთაც შეესაბამებათ ოთხი უჯრა ცხრილიდან 8.3. რადგან მოთამაშეები შემთხვევით და დამოუკიდებლად ირჩევენ ქმედებას, თითოეული უჯრის მიღწევის ალბათობა უდრის თითოეული მოთამაშის მიერ ამ უჯრის არჩევის ალბათობების ნამრავლს. მაგალითად, (კრივი, ბალეტი)-ს ალბათობა – ცოლი ირჩევს კრივს, ხოლო ქმარი ბალეტს – უდრის (8/9)X(4/5). ოთხივე შედეგის ალბათობები უნდა გავამრავლოთ თითოეული შედეგის შემთხვევაში შესაბამის შემთხვევით ცვლადებზე (ამ შემთხვევაში მოთამაშე 1-ის უკუგებებზე).

ახლა გამოვთვალოთ მოსალოდნელი ღირებულება ცოლისთვის, თუ ის აირჩევს წმინდა სტრატეგიას და წავა ბალეტზე [იგივეა რაც შერეული სტრატეგია (1, 0)], ქმარი აგრძელებს (4/5, 1/5) შერეული სტრატეგიის გამოყენებას. ამ შემთხვევაშიც გვაქვს მხოლოდ ორი შესაბამისი შედეგი, რომელიც მოცემულია ორი უჯრის სახით სტრიქონში, სადაც ცოლი ირჩევს ბალეტს. ამ ორი შედეგის ალბათობები მოცემულია ალბათობებით ქმრის შერეულ სტრატეგიაში. მაშასადამე:

$$U_1\left(\text{..... ბალეტი,}\right)\ldots\left(\frac{4}{5},\frac{1}{5}\right)\Big)=\left(\frac{4}{5}\right)U_1(\text{ბალეტი, ბალეტი})+\left(\frac{1}{5}\right)U_1(\text{ბალეტი, კრივი})$$
$$=\left(\frac{4}{5}\right)(2)+\left(\frac{1}{5}\right)(0)=\frac{8}{5}. \quad \textbf{(8.5)}$$

(გაგრძელება)

მაგალითის გაგრძელება

$$
\begin{aligned}
u_1((w, 1-w), (h, 1-h)) &= (w)(h)U_1\text{ (ბალეტი, ბალეტი)} + (w)(1-h)U_1\text{ (ბალეტი, კრივი)} \\
&\quad + (1-w)(h)U_1\text{ (კრივი, ბალეტი)} \\
&\quad + (1-w)(1-h)U_1\text{ (კრივი, კრივი)} \\
&= (w)(h)(2) + (w)(1-h)(0) + (1-w)(h)(0) \\
&\quad + (1-w)(1-h)(1) \\
&= 1 - h - w + 3hw. \qquad \textbf{(8.6)}
\end{aligned}
$$

შეკითხვა: რა იქნება თამაშის მოსალოდნელი ღირებულება ქმრისთვის თითოეულ შემთხვევაში? აჩვენეთ, რომ მისი მოსალოდნელი ღირებულება ზოგად შემთხვევაში არის $2 - 2h - w + 3hw$. როდესაც ქმარი თამაშობს (4/5, 1/5) შერეულ სტრატეგიას, ცოლს რომელი სტრატეგია მოუტანს ყველაზე დიდ უკუგებას?

მკაცრი შერეული სტრატეგიების თამაშისთვის ნეშის წონასწორობის გამოთვლა გაცილებით რთულია, ვიდრე წმინდა სტრატეგიების შემთხვევაში. სანამ დავიწყებდეთ შერეული სტრატეგიების გამოთვლას, უნდა გავარკვიოთ, თამაშს აქვს თუ არა ნეშის წონასწორობა მკაცრად შერეულ სტრატეგიებში. თუ არ აქვს, მაშინ წმინდა სტრატეგიების ნეშის წონასწორობების მოძებნა საკმარისია. მკაცრი შერეული სტრატეგიების ნეშის წონასწორობის არსებობის გამოსაცნობი ერთი მარტივი გასაოცარი მიგნება არსებობს: თითქმის ყველა თამაშს აქვს კენტი რაოდენობის ნეშის წონასწორობა.[3]

მოდით, გამოვიყენოთ ეს მეთოდი აქამდე განხილილ მაგალითებში. ჩვენ ვიპოვეთ კენტი რაოდენობის ნეშის წონასწორობის წერტილები პატიმართა დილემაში, რაც მიგვანიშნებს, რომ აღარაა საჭირო, ვეძებოთ ნეშის წონასწორობა მკაცრად შერეულ სტრატეგიებში. სქესთა ბრძოლაში ვიპოვეთ ლუწი (ორი) რაოდენობის წმინდა სტრატეგიის ნეშის წონასწორობის წერტილები, რაც მიგვანიშნებს დამატებით ერთ (მესამე) მკაცრად შერეული სტრატეგიების ნეშის წონასწორობის წერტილის არსებობაზე. მაგალითში 8.2 – ქვა, ქაღალდი, მაკრატელი – არ არის ნეშის წონასწორობა წმინდა სტრატეგიებში. ამ თამაშშს უნდა ჰქონდეს ნეშის წონასწორობა მკაცრად შერეულ სტრატეგიებში, რათა მიღებული იქნას ნეშის წონასწორობების კენტი რაოდენობა.

მაგალითი 8.5: შერეული სტრატეგიების წონასწორობა სქესთა ბრძოლის თამაშში

შერეული სტრატეგიების ნეშის წონასწორობა ზოგადი სახით ცოლის შემთხვევაში შეიძლება ჩავწეროთ შემდეგნაირად: თუ ცოლის ბალეტზე წასვლის ალბათობა არის w,

3 ჯონ ჰარსანი, "Oddness of the Number of Equilibrium Points: A New Proof," International Journal of Game Theory 2(1973): 235–50. თამაშებში, რომელშიც გვაქვს უკუგებებს მორის თანაკვეთა, შეიძლება ჰქონდეს ლუწი ან უსასრულოდ ბევრი ნეშის წონასწორობა. მაგალითში 8.1 გავქვს უკუგებების რამდენიმე თანაკვეთა. თამაშს აქვს ოთხი წმინდა სტრატეგიის ნეშის წონასწორობა და უსასრულოდ ბევრი შერეული სტრატეგიის წონასწორობა.

ხოლო ქმრის ბალეტზე წასვლის ალბათობა არის h, მაშინ ცოლის შერეული სტრატეგიების ნეშის წონასწორობა იქნება $(w, 1 - w)$ და ქმრის $(h, 1 - h)$. ორივე მოთამაშეს აქვს უსასრულო რაოდენობის შესაძლო სტრატეგიები (0, 1) შუალედში, ამიტომ შეუძლებელია სტრატეგიების ჩამოწერა და საუკეთესო პასუხების მატრიცის სახით განხილვა. ხაზგასმის სტრატეგიის ნაცვლად აქ გამოვიყენებთ გრაფიკულ მეთოდს.

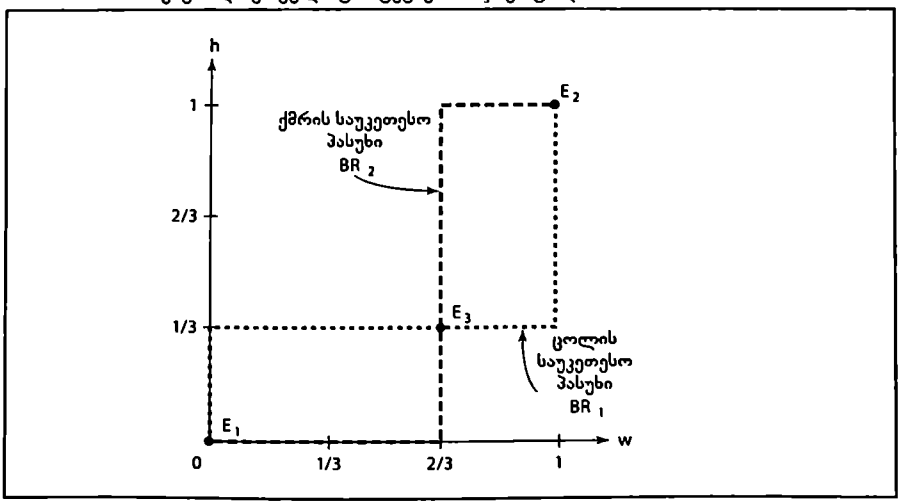
თუ მოცემულია მოთამაშეთა შერეული სტრატეგიები, ზოგადად, რომელიც ვნახეთ მაგალითში 8.4, მაშინ ცოლის მოსალოდნელი უკუგება არის

$$u_1((w, 1 - w), (h, 1 - h)) = 1 - h - w + 3w. \qquad \textbf{(8.7)}$$

როგორც ტოლობა 8.7 გვიჩვენებს, ცოლის საუკეთესო პასუხი დამოკიდებულია h-ზე. თუ $h < 1/3$, მაშინ ის ისურვებს w იყოს უმცირესი: $w = 0$. თუ $h > 1/3$, მისი საუკეთესო პასუხი იქნება w-ს მაქსიმალური მნიშვნელობის აღება: $w = 1$. როდესაც $h = 1/3$, მისი მოსალოდნელი უკუგება იქნება 2/3 იმის მიუხედავად, თუ როგორ w-ს აირჩევს. ამ შემთხვევაში არსებობს საუკეთესო პასუხები ნებისმიერი w-ს ჩათვლით 0-დან 1-მდე შუალედში.

ნახაზი 8.3 ნეშის წონასწორობები შერეული სტრატეგის შემთხვევაში სქესთა ბრძოლის თამაშში

ცოლის ბალეტზე წასვლის ალბათობა არის w, ხოლო ქმრის ბალეტზე წასვლის ალბათობა არის h. მოთამაშეების საუკეთესო პასუხები მოცემულია ერთი და იგივე ღერძების ერთობლიობაზე. სამი გადაკვეთის წერტილი E_1, E_2 და E_3, არის ნეშის წონასწორობები. ნეშის წონასწორობა მკაცრად შერეულ სტრატეგიებში E_3 წერტილში, არის $w^* = 2/3$, $h^* = 1/3$.



(გაგრძელება)

მაგალითი 8.5: გაზრდილი

მაგალითში 8.4 აღვნიშნეთ, რომ თამაშიდან მოსალოდნელი უკუგება ქმრისთვის არის

$$U_2((h, 1-h), (w, 1-w)) = 2 - 2h - 2w + 3hw. \qquad \textbf{(8.8)}$$

როდესაც $w < 2/3$, ქმრისთვის მოსალოდნელი უკუგება მიაღწევს მაქსიმუმს თუ $h = 0$, ხოლო როდესაც $w > 2/3$, ის მოახდენს მოსალოდნელი უკუგების მაქსიმიზაციას თუ აირჩევს $h = 1$; როდესაც $w = 2/3$, ის ინდიფერენტულია h-ს მნიშვნელობის არჩევისას, რადგან ნებისმიერ შემთხვევაში მისი მოსალოდნელი უკუგება იქნება 2/3.

საუკეთესო პასუხები დახაზულია ნახაზზე 8.3. ნეშის წონასწორობა არის საუკეთესო პასუხების გადაკვეთის წერტილი. ამ წერტილში ორივე მოთამაშე საუკეთესოდ პასუხობს ერთმანეთს, რაც არის უმთავრესო მოთხოვნა ნეშის წონასწორობისთვის. ამ თამაშში გვაქვს სამი ნეშის წონასწორობა. E_1 და E_2 წერტილები არის წმინდა სტრატეგიების ნეშის წონასწორობა, E_1 შეესაბამება წმინდა სტრატეგიების ნეშის წონასწორობას, როდესაც ორივე მოთამაშე ირჩევს კრივს და E_2-ის შემთხვევაში ორივე ირჩევს ბალეტს. წერტილი E_3 არის მკაცრად შერეული სტრატეგიების ნეშის წონასწორობა. ეს შეიძლება ითქვას შემდეგნაირად: „ცოლი ირჩევს ბალეტს 2/3 ალბათობით და კრივს 1/3 ალბათობით, ხოლო ქმარი პირიქით, 2/3 ალბათობით კრივს და 1/3 ალბათობით ბალეტს ირჩევს". ლაკონურად, აღნიშნული ასე შეიძლება ჩაიწეროს: „$w^* = 2/3$ და $h^* = 1/3$."

შეკითხვა: რას უდრის მოთამაშეების მოსალოდნელი უკუგება მკაცრად შერეული სტრატეგიების ნეშის წონასწორობის დროს? რომელი ჯობია, წმინდა თუ შერეული სტრატეგიების ნეშის წონასწორობის დროს მიღებული უკუგება? რა არგუმენტები შეიძლება გამოვიყენოთ, რომ სამი ნეშის წონასწორობიდან რომელიმე იქნება საუკეთესო ვარიანტი ამ თამაშისთვის.

მაგალითიში 8.5 გამოყენებულია გრძელი გამოთვლები სქესთა ბრძოლის თამაშში ყველა ნეშის წონასწორობის საპოვნელად, როგორც წმინდა სტრატეგიების, ასევე, მკაცრად შერეული სტრატეგიების შემთხვევაში. ამისათვის ვიყენებთ რამდენიმე საფეხურს: თავდაპირველად ვპოულობთ მოთამაშეების მოსალოდნელ უკუგებებს, როგორც ერთმნიშვნელოვნად ზოგადი შერეული სტრატეგიების ფუნქციებს, შემდეგ ვიყენებთ მათ მოთამაშეების საუკეთესო პასუხების საპოვნელად და, ბოლოს, ვაგებთ ნახაზს, რათა ვაჩვენოთ მათი გადაკვეთის წერტილი. მოკლე გზა მკაცრად შერეული სტრატეგიების ნეშის წონასწორობის საპოვნელად დამყარებულია შემდეგ ფაქტზე: მოთამაშე მოახდენს თავისი ქმედებების შემთხვევით შერჩევას, თუ ის განურჩეველია ორ შესაძლო ალტერნატივას შორის წონასწორობის წერტილში. წინააღმდეგ შემთხვევაში ერთ-ერთი ქმედება მოგვცემდა უკეთეს მოსალოდნელ უკუგებას. ამ შემთხვევაში მოთამაშე აირჩევდა მხოლოდ იმ ქმედებას, რომლიდანაც უკეთეს უკუგებას ელოდებოდა.

დავუშვათ, ქმარი თამაშობს შერეულ სტრატეგიას $(h, 1 - h)$, ე.ი. ირჩევს ბალეტს ალბათობით h და კრივს ალბათობით $1 - h$. ცოლის მოსალოდნელი უკუგება ბალეტის თამაშიდან იქნება

$$U_1(\text{ბალეტი}, (h, 1 - h)) = (h)(2) + (1 - h)(0) = 2h. \quad \textbf{(8.9)}$$

კრივის არჩევის შემთხვევაში მისი მოსალოდნელი უკუგებაა

$$U_1(\text{კრივი}, (h, 1 - h)) = (h)(0) + (1 - h)(1) = 1 - h. \quad \textbf{(8.10)}$$

ცოლი განურჩეველი იქნება ბალეტსა და კრივს შორის, თუ ტოლობები 8.9 და 8.10 ერთმანეთის ტოლი იქნება: $2h = 1 - h$, ანუ $h^* = 1/3$. წონასწორობის წერტილში ქმარიც ინდიფერენტული უნდა იყოს კრივსა და ბალეტს შორის არჩევანის დროს. მსგავსი გამოთვლებით შეგვიძლია ვაჩვენოთ, რომ ქმარი განურჩეველი იქნება ბალეტსა და კრივს შორის, თუ $w^* = 2/3$.

ცოლის განურჩევლობის პირობა არ ზღუდავს მის წონასწორულ შერეულ სტრატეგიებს. თუ გავითვალისწინებთ, რომ ცოლი განურჩეველია არჩევანში, მას შეუძლია აირჩიოს ნებისმიერი ალბათობების განაწილება მისსავე ქმედებებზე. მაგრამ მისი არჩევანი ზღუდავს სხვა მოთამაშის – ქმრის – შერეულ სტრატეგიებს. ქმარს გააჩნია ერთადერთი ალბათობათა განაწილება, რომლის დროსაც ცოლი განურჩეველია ორ არჩევანს შორის. ქმრის ნებისმიერი ალბათობების განაწილების დროს, გარდა (1/3, 2/3), შედეგი არ იქნება სტაბილური, თუ ცოლი მოახდენს შემთხვევით შერჩევას.

ამგვარად, მკაცრად შერეული სტრატეგიების ნეშის წონასწორობის პოვნის დროს აუცილებელია გვახსოვდეს ორი პრინციპი. პირველი, მოთამაშე შერჩევას ახდენს მხოლოდ იმ ქმედებებს შორის, როდესაც ის განურჩეველია ამ ქმედებებს შორის, მაშინ როცა სხვა მოთამაშეები თამაშობენ წონასწორულ შერეულ სტრატეგიას. მეორე, ერთი მოთამაშის განურჩევლობის პირობა ზღუდავს მეორე მოთამაშის შერეულ სტრატეგიებს.

არსებობა

ნეშის წონასწორობის ფართოდ გამოყენების ერთ-ერთ მიზეზად შეიძლება მივიჩნიოთ ის ფაქტი, რომ ნეშის წონასწორობა გააჩნია თამაშთა დიდ რაოდენობას. ზოგიერთ სხვა წონასწორობის ცნებას ეს თვისება არ გააჩნია, მაგალითად, დომინანტური სტრატეგიების წონასწორობა. პატიმრების დილემაში არსებობს დომინანტური სტრატეგიების წონასწორობა (ორივე ეჭვმიტანილიმა უნდა ითამაშოს დადანაშაულება), მაგრამ თამაშთა უმეტესობაში არ არსებობს დომინანტური სტრატეგიები. მართლაც, არსებობს ბევრი თამაში, სადაც არც ერთ მოთამაშეს არ აქვს დომინანტური სტრატეგია (მაგალითად, სქესთა ბრძოლა). ასეთ თამაშებში არ შეგვიძლია გავაკეთოთ ვარაუდები დომინანტურ სტრატეგიაზე დაყრდნობით, მაგრამ შეგვიძლია გამოვიყენოთ ნეშის წონასწორობა ვარაუდისათვის.

ამ თავის ბოლოში, დანართში, განხილულია ჯორჯ ნეშის წონასწორობის არსებობის დამტკიცების ტექნიკური დეტალები. ნაჩვენებია, რომ ყველა სასრულ თამაშს აქვს ნეშის წონასწორობა (თამაშები სასრული რაოდენობის მოთამაშით და სასრული რაოდენობის ქმედებებით). არსებობის თეორიის მიხედვით გარანტირებული არაა წმინდა სტრატეგიების ნეშის წონასწორობის არსებობა როგორც უკვე ვნახეთ, თამაშს – ქვა, ქაღალდი, მაკრატელი – არ აქვს წმინდა სტრატეგიის ნეშის წონასწორობა. ამის მიუხედავად, თუ თამაშს არ აქვს წმინდა სტრატეგიის ნეშის წონასწორობა, მაშინ თეორემის მიხედვით აუცილებლად იარსებებს შერეული სტრატეგიების ნეშის წონასწორობა. დამატებების ქვეთავი მოიცავს, არსებობის დამტკიცებას კონტინუუმ ქმედებების პირობებში, რომელსაც შემდეგ ქვეთავში განვიხილავთ.

ქმედებების უწყვეტობა

ეკონომიკური სიტუაციები შეიძლება დაყვანილი იქნას მცირე რაოდენობის ქმედებებად, რიგ შემთხვევებში შესაძლებელია ორ ქმედებამდეც კი. ხანდახან შეიძლება უკეთესი იყოს უწყვეტი უსასრულო რაოდენობის (მთარგმნელის შენიშვნა: კონტინუუმ რაოდენობა უხეშად შეიძლება განვმარტოთ როგორც იმდენი რაოდენობის ქმედება, რამდენი ნამდვილი რიცხვიც არსებობს) ქმედებების დაშვება და მათი ანალიზი. შერეული სტრატეგიების განხილვისას ჩვენ უკვე გამოვიყენეთ უწყვეტი რაოდენობის ქმედებები, მაგრამ ამ შემთხვევაშიც კი ალბათობების განაწილება იყო სასრული რაოდენობის ქმედებებს შორის. ახლა ფოკუსირებას მოვახდენთ უწყვეტ ქმედებებზე.

ზოგიერთი სიტუაციების მოდელირება უწყვეტი რაოდენობის ქმედებებით უფრო რეალისტურია. მაგალითად, თავში 15, ჩვენ ვისწავლით სტრატეგიულ ფირმებს შორის კონკურენციას. ერთ მოდელში (ბერტრანი) ფირმები აწესებენ ფასებს, მეორე მოდელში (კურნო) ფირმები აწესებენ რაოდენობებს. უფრო ბუნებრივია ფირმებს დავრთოთ ნება აირჩიონ ნებისმიერი არაუარყოფითი ფასი, ვიდრე შევზღუდოთ ისინი მხოლოდ ორი შესაძლო ფასით (ვთქვათ, $2 ან $5) ან ორ რაოდენობით (ვთქვათ, 100 ან 1 000 ცალი). უწყვეტი რაოდენობის ქმედებებს აქვთ სხვა უპირატესობებიც, მაგალითად, უწყვეტი ქმედებების პირობებში კალკულუსის ნაცნობი მეთოდოლოგია შეიძლება გამოვიყენოთ ნეშის წონასწორობის საპოვნელად. ასევე, შესაძლებელია განვიხილოთ თუ როგორ შეიცვლება წონასწორობა რაიმე პარამეტრის ცვლილებისას. მაგალითად, შეიძლება გვაინტერესებდეს, თუ როგორ შეიცვლება კურნოს მოდელში წონასწორობა, ზღვრული დანახარჯების ან მოთხოვნის პარამეტრების მცირედი ცვლილების შედეგად.

საერთო საკუთრების ტრაგედია

მაგალითი 8.6 გვიჩვენებს, თუ როგორ უნდა ვიპოვოთ ნეშის წონასწორობა, უწყვეტი ქმედებების შემთხვევაში (ამ შემთხვევაში საერთო საკუთრების ტრაგედიის მაგალითზე). პირველ რიგში უნდა ჩავწეროთ ყველა მოთამაშის უკუგება როგორც სხვა მოთამაშეებ-

ის ქმედებების ფუნქცია. შემდეგ, უკუგებების მაქსიმუმის საპოვნელად უნდა გამოვთვალოთ პირველი რიგის პირობები. n-მოთამაშის შემთხვევაში გვექნება n განტოლება n უცნობი რაოდენობის წონასწორული ქმედებებით (თითოეული მოთამაშის საუკეთესო პასუხის ფუნქცია დამოკიდებული იქნება სხვა მოთამაშეების საუკეთესო პასუხებზე), რისი ამოხსნაც შეგვიძლია როგორც მათემატიკურად, ასევე გრაფიკულად.

მაგალითი 8.6 საერთო საკუთრების ტრაგედია

ტერმინი „საერთო რესურსების ტრაგედია" წარმოიშვა გარემოს დაცვითი პრობლემებიდან, როცა ხდება საერთო საკუთრებაში არსებული შეზღუდული რესურსების ზედმეტად გამოყენება.[4] თამაშთა თეორიაში ამ პრობლემის ილუსტრაცია ხდება შემდეგნაირად: დავუშვათ, ორმა მწყემსმა გადაწყვიტა რამდენიმე ცხვარი წაიყვანოს საბალახოდ სოფლის საერთო საძოვარზე. პრობლემა ისაა, რომ საერთო საკუთრება მცირეა და შესაძლებელია მალე განადგურდეს ზედმეტად გამოყენების გამო.

მათემატიკური ფორმის მისაცემად, დავუშვათ რომ q_i არის სხვადასხვა მწყემსის მიერ საძოვრებზე წაყვანილი ცხვრების რაოდენობა (i = 1, 2). ასევე, დავუშვათ, რომ ერთი ცხვრის მიერ მოტანილი სარგებლიანობა (მატყლის და რძის სახით) საერთო საკუთრებისთვის არის:

$$v(q_1, q_2) = 120 - (q_1 + q_2). \tag{8.11}$$

ამ ფორმულის მიხედვით, რაც უფრო მეტია ცხვარი მით ნაკლებია საძოვრისგან მიღებული სარგებელი. ამ თამაშის წარმოდგენა შეუძლებელია ნორმალური ფორმის მატრიცის სახით, რადგან გვაქვს უწყვეტი ქმედებების თამაში. ამ შემთხვევაში ნორმალური ფორმა მიიღება მწყემსების უკუგებების ფუნქციების ჩამოწერით:

$$\begin{aligned} u_1(q_1, q_2) &= q_1 v(q_1, q_2) = q_1(120 - q_1 - q_2), \\ u_2(q_1, q_2) &= q_2 v(q_1, q_2) = q_2(120 - q_1 - q_2). \end{aligned} \tag{8.12}$$

ნეშის წონასწორობის საპოვნელად ამოვხსნათ მოთამაშე 1-ის ღირებულების მაქსიმიზაციის ამოცანა:

$$max\{q_1(120 - q_1 - q_2)\} \tag{8.13}$$

პირველი რიგის პირობა მაქსიმუმისთვის იქნება:

$$120 - 2q_1 - q_2 = 0. \tag{8.14}$$

(გაგრძელება)

4 ტერმინის პოპულარიზაცია მოახდინა გ.ჰარდინმა, "The Tragedy of the Commons." Science 162 (1968): 1243–48.

გადაჯგუფებით მივიღებთ

$$q_1 = 60 - \frac{q_2}{2} = BR_1(q_2) \qquad \textbf{(8.15)}$$

ანალოგიურად, მეორე მოთამაშის საუკეთესო პასუხი იქნება:

$$q_2 = 60 - \frac{q_1}{2} = BR_2(q_1) \qquad \textbf{(8.16)}$$

ნეშის წონასწორობა მოცემულია (q_1^*, q_2^* წყვილით), რომელიც ერთდროულად აკმაყოფილებს ტოლობებს 8.15 და 8.16. ამოვხსნათ მათემატიკურად; ტოლობა 8.16 ჩავსვათ 8.15 ტოლობაში, რაც მოგვცემს

$$q_1 = 60 - \frac{1}{2}(60 - \frac{q_1}{2}), \qquad \textbf{(8.17)}$$

საიდანაც q_1^* = 40. თუ ამ პასუხს ჩავსვავთ ტოლობაში 8.17 მივიღებთ რომ q_2^* = 40. მაშასადამე თითოეული მეცხვარე საძოვრებზე 40-40 ცხვარს ნაიყვანს. თითოეული მწყემსის უკუგებაა 1 600 (q_1^* = q_2^* = 40 შეგვიძლია ჩავსვათ მწყემსების უკუგებების ფუნქციაში 8.13).

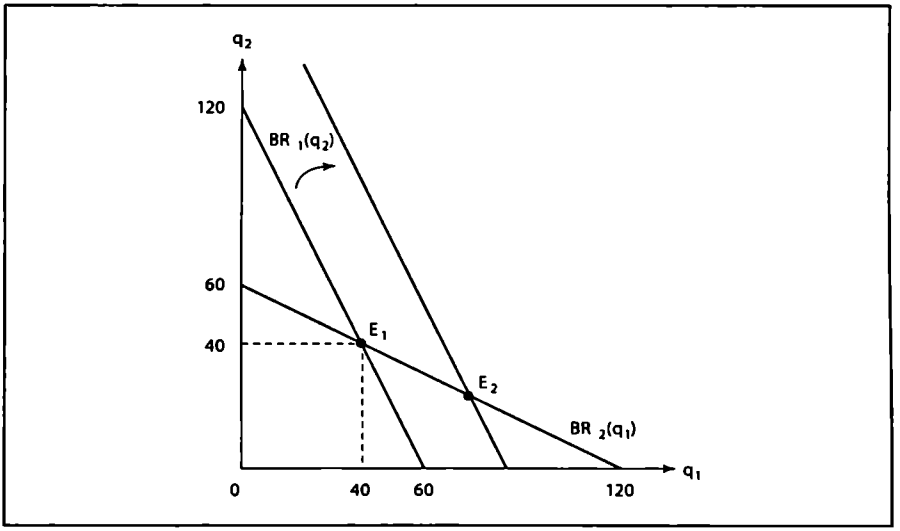
ტოლობა 8.15 და 8.16, ასევე, შეიძლება ამოიხსნას გრაფიკულადაც. ნახაზზე 8.4 აგებულია ორივე მწყემსის საუკეთესო პასუხების ფუნქციები. ჰორიზონტალურ ღერძზე გადაზომილია მოთამაშე 1-ის ქმედებები, ხოლო ვერტიკალურზე მოთამაშე 2-ის ქმედებები. საუკეთესო პასუხების ფუნქციები ამ შემთხვევაში წრფივია, ამიტომ მათი დახაზვა არაა რთული. ორი საუკეთესო პასუხის ფუნქცია იკვეთება ნეშის წონასწორობის წერტილში E_1.

ამოცანაში პარამეტრების ცვლილების შედეგად ნეშის წონასწორობის ცვლილების საჩვენებლად გრაფიკული მეთოდი უკეთესია. დავუშვათ, პირველი მწყემსისთვის თითოეულ ცხვარზე საძოვრიდან მიღებული სარგებლიანობა გაიზარდა, ხოლო მეორესთვის იგივე დარჩა (ტოლობა 8.11). მიზეზი შეიძლება იყოს პირველი მწყემსის მიერ სხვა ჯიშის ცხვრის ყოლა რომელიც უფრო ძვირადღირებულ მატყლს იძლევა. ეს ცვლილება გადაადგილებს, პირველი მწყემსის საუკეთესო პასუხის ფუნქციას, ხოლო მეორესას უცვლელად დატოვებს. ახალ გადაკვეთის წერტილში (E_2 ნახაზზე 8.4), რომელიც არის ახალი ნეშის წონასწორობის წერტილი, პირველი მეცხვარე საძოვრად უფრო მეტ, ხოლო მეორე უფრო ნაკლებ ცხვარს ნაიყვანს.

ნეშის წონასწორობა არ არის ამ საერთო საკუთრების გამოყენების საუკეთესო გზა. საწყის ამოცანაში თითოეული მწყემსისთვის საძოვრისგან მიღებული სარგებლიანობაა ერთ ცხვარზე მოცემულია ტოლობით 8.11. თუ ორივე მეცხვარე ნაიყვანს მხოლოდ 30-30 ცხვარს თითოეული 1800 უკუგებას მიიღებს (ტოლობა 8.13-ში თუ ჩავსვავთ q_1 = q_2 =30, მივიღებთ 1800 უკუგებას). მართლაც, საერთო უკუგების მაქსიმიზაციის ამოცანა იქნება:

ნახაზი 8.4 საუკეთესო პასუხის დიაგრამა საერთო რესურსების ტრაგედიაში

ორი მწყემსის საუკეთესო პასუხების გადაკვეთის წერტილი E_1 არის ნეშის წონასწორობა. თითოეულ ცხვრისგან მიღებული სარგებლის ზრდა იწვევს პირველი მწყემსის საუკეთესო პასუხის გადაადგილებას, რის შედეგადაც ნეშის წონასწორობა გადავა E_2 წერტილში. ახალ წონასწორობაში პირველ მწყემსს გაჰყავს უფრო მეტი ცხვარი (ხოლო მეორეს უფრო ცოტა) საძოვარზე.



$$\max_{q_1}\{(q_1 + q_2)v(q_1, q_2)\} = \max_{q_1}\{(q_1 + q_2)(120 - q_1 - q_2)\} \qquad \textbf{(8.18)}$$

ტოლობა ამოხსნილია იმ შემთხვევისთვის, როცა $q_1 = q_2 = 30$ ან უფრო ზოგადად, ნებისმიერი q_1 და q_2-თვის, რომელთა ჯამი 60-ის ტოლია.

შეკითხვა: როგორ შეიცვლება ნეშის წონასწორობა თუ ორივე მწყემსის სარგებელი გაიზრდება ერთნაირი რაოდენობით? რა მოხდება თუ შემცირდება მხოლოდ მეორე მწყემსის მიერ საძოვრიდან მიღებული სარგებლიანობა?

როგორც მაგალითი 8.6 გვიჩვენებს, გრაფიკული მეთოდი გამოსადეგია ამოცანაში პარამეტრების ცვლილების შედეგად გამოწვეული წონასწორობის ცვლილების სწრაფად განსაზღვრისათვის. მაგალითში 8.6, პირველი მწყემსისთვის საძოვრიდან მიღებული სარგებლიანობა გაიზარდა, მიუხედავად იმისა, რომ მეორე მწყემსის უკუგების ფუნქცია არ შეცვლილა, მხოლოდ მოთამაშე 1-ის ფუნქცია შეიცვალა გამოინვია,

მაგრამ შეიცვალა მეორე მეცხვარის წონასწორული ქმედება. მეორე მწყემსი ხედავს, რომ პირველ მწყემსის სარგებლიანობა თითოეული ცხვრისგან გაიზარდა, ამის გამო მეორე ვარაუდობს, რომ პირველი გაზრდის საძოვრებზე ცხვრების რაოდენობას, მეორე მეცხვარე საპასუხოდ ირჩევს საძოვარზე უფრო ნაკლები ცხვარი წაიყვანოს. ეს მაგალითი მკაფიოდ გვიჩვენებს სტრატეგიული ურთიერთობების ბუნებას.

საერთო რესურსების ტრაგედიაში, ისევე როგორც პატიმრების დილემაში, ნეშის წონასწორული წერტილი არის ნაკლებად ეფექტიანი, ვიდრე ზოგიერთი სხვა შედეგი. პატიმარების დილემაში ნეშის წონასწორობა არის ორივე ეჭვმიტანილის მიერ დადანაშაულების თამაში, მაშინ როცა გაჩუმება ორივესთვის უკეთესი იქნებოდა. საერთო საკუთრების ტრაგედიაში, ორივე მეცხვარეს საძოვრზე მიყავს ეფექტიანზე მეტი რაოდენობის ცხვარი. ეს მაგალითი გვიჩვენებს, თუ რატომ შეიძლება მოხდეს ოკეანეში თევზების რაოდენობის კატასტროფული შემცირება, თუ მეთევზეობა არ იქნება კონტროლირებადი. ასეთ პრობლემებზე – უარყოფით გარეგან ეფექტებზე – უფრო დეტალურად თავში 19 ვისაუბრებთ.

მიმდევრობითი თამაშები

ზოგ თამაშში სვლების თანმიმდევრობა დაცული უნდა იყოს. მაგალითად, შორ მანძილზე ველოსიპედებით რბოლაში, შეიძლება უკეთესი იყოს ბოლომ დაიწყო მოძრაობა, და ზუსტად იცოდე გამარჯვებულისათვის საჭირო რბოლის დრო. მეორე მხრივ, როდესაც კონკურენციაა ახალი მაღალი გარჩევადობის ვიდეოს გამოშვებაზე, გამარჯვებული იქნება ის ფირმა, ვინც პირველმა გამოიყენა ეს ტექნოლოგია და დაასაწყისშივე მოიპოვა ძირითადი მომხმარებლები.

მიმდევრობითი თამაშები განსხვავდება ერთდროული თამაშებისგან (აქამდე განხილული თამაშები იყო ერთდროული თამაშები). მიმდევრობით თამაშებში მოთამაშეს შეუძლია დააკვირდეს თითოეული მოთამაშის ყველა სვლას, ვინც მის წინ ითამაშა. მოთამაშეს ამ ინფორმაციის გამოყენებით შეუძლია შეადგინოს გაცილებით უფრო რთული სტრატეგია, ვიდრე უბრალოდ აირჩიოს რაიმე ქმედება. მოთამაშის სტრატეგია შეიძლება იყოს შესაძლებლობების გეგმა, სადაც მისი ქმედება დამოკიდებულია იმაზე, თუ რა ითამაშეს სხვა მოთამაშეებმა.

მიმდევრობითი თამაშების ცნების უკეთესად გასაგებად და ერთდროულ თამაშებთან განსხვავების მკაფიოდ საჩვენებლად გამოვიყენებთ წინა ქვეთავებში განხილულ თამაშს „სქესთა ბრძოლა“.

მიმდევრობითი სქესთა ბრძოლა

განვიხილოთ სქესთა ბრძოლა იგივე მოთამაშეებით, უკუგებებით და სტრატეგიებით როგორც წინა ქვეთავებში გვქონდა, შევცვალოთ მხოლოდ სვლების თანმიმდევრობა. ერთდროულად არჩეული ქმედებების ნაცვლად ერთ-ერთს დავაწყებინოთ თამა-

ში, მაგალითად, ცოლი იყოს თამაშის დამწყები, ანუ პირველი სვლა უნდა გააკეთოს ცოლმა. ქმრი ხედავს, თუ რა აირჩია ცოლმა და შემდეგ პასუხობს. ცოლის შესაძლო სტრატეგიები არ შეცვლილა: მას შეუძლია აირჩიოს ბალეტი ან კრივი (მიმდევრობით თამაშებში შერეულ სტრატეგიას ვერ აირჩევს). ქმრის შესაძლო სტრატეგიების სიმრავლე გაიზარდა. ცოლის თითოეული არჩევანზე მას აქვს ორი ქმედებიდან ერთის არჩევის შესაძლებლობა. ასე, რომ მას აქვს ოთხი შესაძლო სტრატეგია, რომლებიც ჩამოთვლილია ცხრილში 8.8. ქმრის სტრატეგიებში ვერტიკალური ხაზი ნიშნავს „იმ პირობით, რომ". მაგალითად, „კრივი | ბალეტი" უნდა წავიკითხოთ როგორც „ქმარი ირჩევს კრივს იმ პირობით, რომ ცოლმა აირჩია ბალეტი".

რადგან ქმარს ორის ნაცვლად აქვს ოთხი წმინდა სტრატეგია, ნორმალური ფორმის თამაში უნდა გავზარდოთ რვა უჯრამდე (ცხრილი 8.9). უხეშად რომ ვთქვათ, ნორმალური თამაში ამ შემთხვევაში არის ორჯერ რთული ერთდროულ თამაშთან შედარებით (ცხრილი 8.3). საპირისპიროდ, მიმდევრობითი თამაშის გავრცობილი ფორმა, რომელიც მოცემულია ნახაზზე 8.5 გაცილებით მარტივია, ვიდრე ერთდროული თამაშის გავრცობილი ფორმა (ნახაზი 8.2). ერთადერთი განსხვავება ისაა, რომ კვანძები აღარაა გამაერთიანებელი წყვეტილი ოვალებით. მიმდევრობითი თამაშის შემთხვევაში ქმრის თამაშის კვანძები აღარაა გამაერთიანებელი ერთ ინფორმაციულ სისტემაში, რადგან ქმარს შეუძლია ნახოს, თუ რა ითამაშა ცოლმა. ასე, რომ ქმრის ინფორმაცია ორივე შესაძლო კვანძზე განსხვავებულია. შემდგომში ვნახავთ, რომ გავრცობილი ფორმა მიმდევრობით თამაშებში უფრო გამოსადეგია, ეს განსაკუთრებით კარგად ჩანს, თუ გვაქვს სვლების ბევრი რაუნდი.

ცხრილი 8.8 ქმრის შესაძლო სტრატეგიები

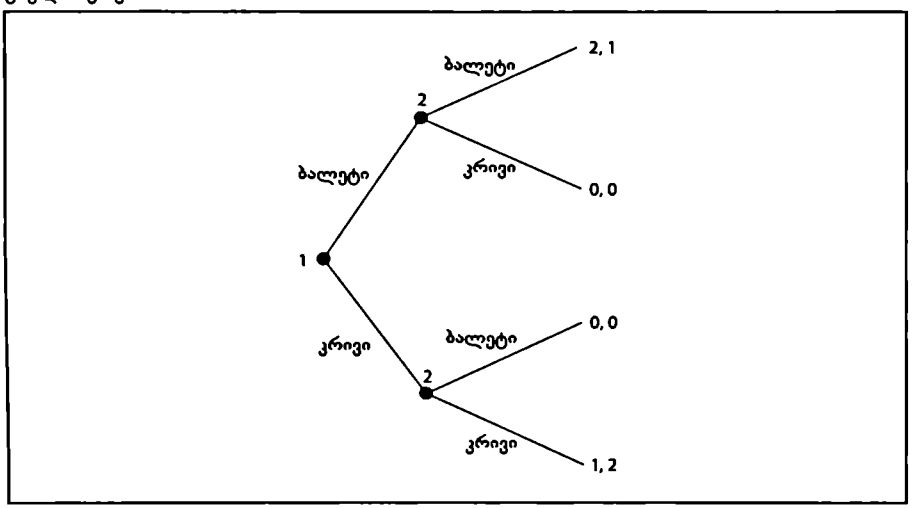
შესაძლო სტრატეგიები	პირობითი ფორმით ჩაწერილი სტრატეგიები
ყოველთვის ბალეტზე წასვლა	(ბალეტი | ბალეტი, ბალეტი | კრივი)
ცოლს გაჰყვეს	(ბალეტი | ბალეტი, კრივი | კრივი)
საწინააღმდეგოს გაკეთება	(კრივი | ბალეტი, ბალეტი | კრივი)
ყოველთვის კრივზე წასვლა	(კრივი | ბალეტი, კრივი | კრივი)

ცხრილი 8.9 მიმდევრობითი სქესთა ბრძოლის თამაშის ნორმალური ფორმა

		ქმარი			
		(ბალეტი | ბალეტი, ბალეტი | კრივი)	(ბალეტი | ბალეტი, კრივი | კრივი)	(კრივი | ბალეტი, ბალეტი | კრივი)	(კრივი | ბალეტი, კრივი | კრივი)
ცოლი	ბალეტი	2, 1	2, 1	0, 0	0, 0
	კრივი	0, 0	1, 2	0, 0	1, 2

ნახაზი 8.5 მიმდევრობითი სქესთა ბრძოლის გავრცობილი ფორმა

სქესთა ბრძოლის მიმდევრობით ვერსიაში, ქმარი თამაშობს მას შემდეგ, რაც დაინახავს ცოლის სვლას, ანუ ქმრის გადაწყვეტილების მიღების კვანძები აღარაა ერთიდაიგივე ინფორმაციულ ნაკრებში.



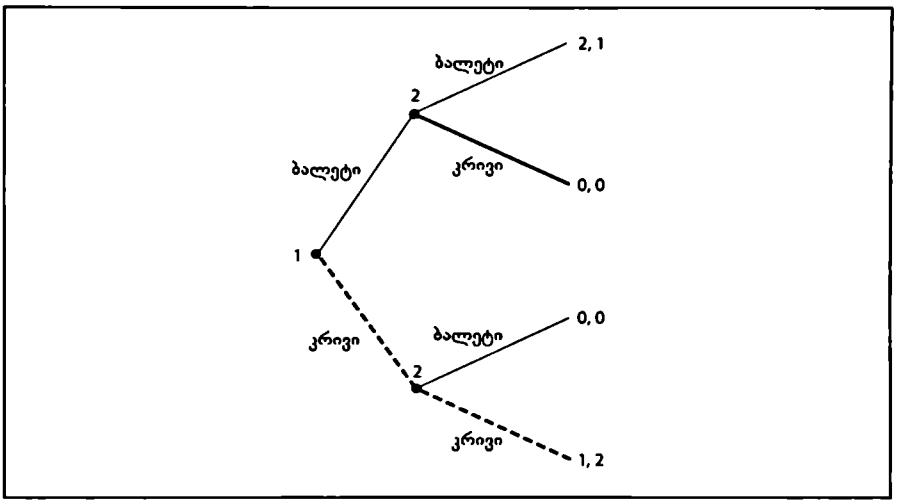
ნეშის წონასწორობის საპოვნელად განვიხილოთ, ნორმალური ფორმა ცხრილში 8.9. ხაზგასმის მეთოდის გამოყენებით გამოიკვეთება სამი წმინდა სტრატეგიის ნეშის წონასწორობა:

1. ცოლი თამაშობს ბალეტს, ქმარი თამაშობს (ბალეტი | ბალეტი, ბალეტი | კრივი);
2. ცოლი თამაშობს ბალეტს, ქმარი თამაშობს (ბალეტი | ბალეტი, კრივი | კრივი);
3. ცოლი თამაშობს კრივს, ქმარი თამაშობს (კრივი | ბალეტი, კრივი | კრივი).

როგორც სქესთა ბრძოლის ერთდროულ ვერსიაში, აქაც გვაქვს მრავალწონასწორობიანი შემთხვევა. თუმცა, ამ შემთხვევაში თამაშთა თეორია გვთავაზობს ამ წონასწორობებიდან უკეთესის ამორჩევის საშუალებას. განვიხილოთ მესამე ნეშის წონასწორობა. ქმრის სტრატეგია (კრივი | ბალეტი, კრივი | კრივი) შეიცავს საფრთხეს, რომ ქმარი აირჩევს კრივს მაშინაც კი, თუ ცოლმა აირჩია ბალეტი. ეს საფრთხე საკმარისია ცოლისთვის, რომ მან არ აირჩიოს ბალეტი. მაშინ როცა ცოლი აირჩევს კრივს, ქმარს ეძლევა შანსი მიიღოს მისთვის საუკეთესო უკუგება 2, ანუ ეს შედეგი არის ნეშის წონასწორობა. მაგრამ ქმრის მუქარა არაა დამაჯერებელი (უსაფუძვლოა), რადგან თუ ცოლი აირჩევს ბალეტს, ქმარი კრივის არჩევით დაკარგავს უკუგება 1-ს, რასაც ის მიიღებდა ბალეტის არჩევის შემთხვევაში. მარტივი გასაგებია, თუ რატომ სურს ქმარს შეაშინოს ცოლი, მაგრამ ამ მუქარას ცოლი არ დაიჯერებს, რადგან თუ ცოლის არჩეულ

ნახაზი 8.6 წონასწორობის გზა

ცოლი ირჩევს კრივზე წასვლას, ხოლო ქმარი თამაშობს (კრივი | ბალეტი, კრივი | კრივი). დაშტრიხული წრფეები გვიჩვენებს წონასწორობის გზას, ხის დანარჩენი ნაწილი ითვლება „წონასწორობის გარეთ მყოფად".



ბალეტს, ქმარი კრივით უპასუხებს, მაშინ თითონ ქმარიც დაზარალდება. ამის მსგავსად პირველ ნეშის წონასწორობაში ქმრის სტრატეგია (ბალეტი | ბალეტი, ბალეტი | კრივი), შეიცავს უსაფუძვლო საფრთხეს: ქმარი არ აირჩევს ბალეტს, თუ ცოლი აირჩევს კრივს.

უსაფუძვლო და დამაჯერებელ საფრთხეებს შორის განსხვავება შეიძლება გავიგოთ წონასწორობის გზის ცნების დახმარებით. ეს არის თამაშის ხეზე წონასწორული სტრატეგიების შემაერთებელი გზა.

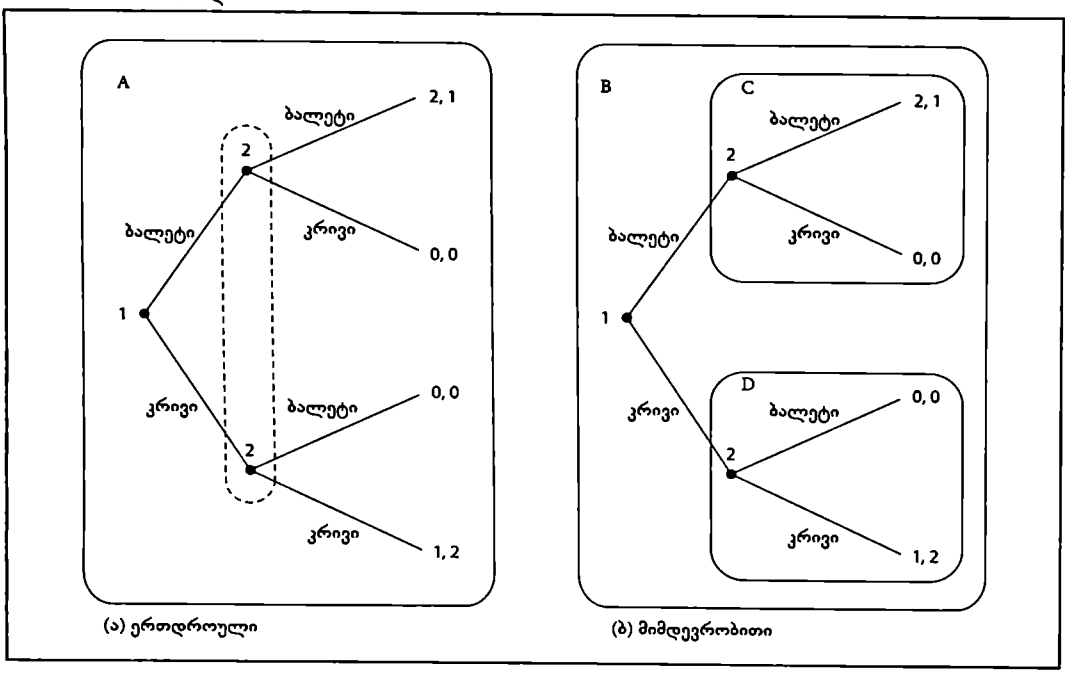
ნახაზი 8.6 წყვეტილი ხაზით გვიჩვენებს მესამე ნეშის წონასწორობის გზას მიმდევრობით სქესთა ბრძოლაში. მესამე შედეგი არის ნეშის წონასწორობა, რადგან წონასწორობის გზის გასწვრივ ყველა სტრატეგია რაციონალურია. თუმცა, თუ ცოლი აირჩევს ბალეტს, რომელიც არ იმყოფება წონასწორობის გზაზე, ქმრის სტრატეგია გახდება არარაციონალური. ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობის ცნება, რომელსაც განვიხილავთ შემდეგ ნაწილში, გამორიცხავს არარაციონალურ თამაშს როგორც წონასწორობის გზაზე, ასევე მის მიღმა.

ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობა

თამაშთა თეორიაში ქვეთამაშის სტანდარტული გზა გონივრული ნეშის წონასწორობის საპოვნელად მიმდევრობითი თამაშის დროს. ქვეთამაშის სრულყოფილი წონას-

ნახაზი 8.7 წესიერი ქვეთამაშები სქესთა ბრძოლის თამაშში

ერთდროულ სქესთა ბრძოლის თამაშში გვაქვს მხოლოდ ერთი წესიერი ქვეთამაში: თვით ეს თამაში *A*. მიმდევრობით სქესთა შორის დაპირისპირებაში კი გვაქვს სამი წესიერი ქვეთამაში *B*, *C* და *D*.



(ა) ერთდროული (ბ) მიმდევრობითი

წორობა არის თამაშის დახვეწა-დაზუსტება, რომელიც გამორიცხავს უსაფუძვლო საფრთხეებს. ყველა სტრატეგიას ამ შემთხვევაში მოეთხოვება, იყოს რაციონალური იმ შემთხვევებშიც კი, რომელიც არ წარმოიქმნება წონასწორობის დროს.

სანამ ჩამოვაყალიბებთ ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობის განმარტებას, უნდა განვსაზღვროთ რამდენიმე ცნება. ქვეთამაში არის თამაშის გავრცობილი ფორმის ნაწილი, რომელიც იწყება რომელიმე გადაწყვეტილების მიღების კვანძზე და მოიცავს ყველა განშტოებას ამ კვანძის მარჯვნივ. წესიერი ქვეთამაში არის ქვეთამაში (*რომლის საწყისი გადაწყვეტილების მიღების კვანძში არის ერთადერთი მოცემულ საინფორმაციო სიმრავლეში*). ეს ნიშნავს, რომ მოთამაშემ, რომელიც პირველი აკეთებს სვლას ქვეთამაშში, იცის თუ რა ითამაშა მანამდე სხვა მოთამაშემ. სიტყვებით განმარტებაზე უკეთ ნახაზით შეიძლება წესიერი ქვეთამაშის ჩვენება. ნახაზზე 8.7 წესიერი ქვეთამაშების გარშემო შემოხაზული ოთხკუთხედებით ნაჩვენებია გავრცობილი ფორმა როგორც მიმდევრობითი, ასევე ერთდროული თამაშისთვის. ერთდროული სქესთა ბრძოლის შემთხვევაში გვაქვს მხოლოდ ერთი გადაწყვეტილების კვანძი – ყველაზე

მარცხნივ მდებარე კვანძი – რომელიც არაა დაკავშირებული სხვა კვანძებთან ამავე საინფორმაციო სიმრავლეში. მაშასადამე, გვაქვს მხოლოდ ერთი წესიერი ქვეთამაში, თავად ეს თამაში მთლიანად. მიმდევრობით სქესთა ბრძოლაში არის სამი წესიერი ქვეთამაში: მთლიანი თამაში და ორი უფრო პატარა ქვეთამაში, რომლებიც იწყება ქმრის გადაწყვეტილების მიღების კვანძებში, როცა ქმარი იწყებს თამაშს.

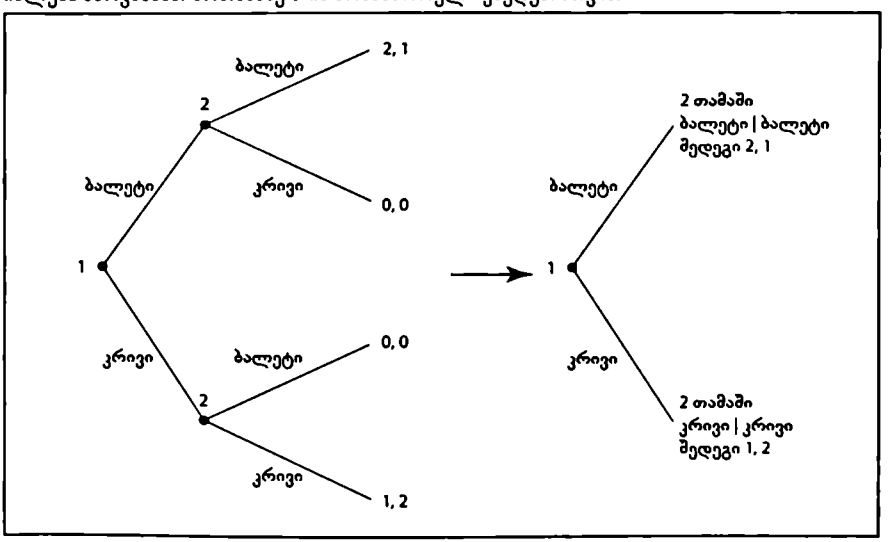
საუკეთესო ქვეთამაშის წონასწორობა არის სტრატეგიის პროფილი $(s_1^*, s_2^*, ..., s_n^*)$, რომელიც ქმნის ნეშის წონასწორობას თითოეულ წესიერ ქვეთამაშში. **განსაზღვრება**

ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობა ყოველთვის არის ნეშის წონასწორობა. ეს მართალაც ასეა, რადგან თვითონ თამაში მთლიანად არის თავისივე თავის წესიერი ქვეთამაში. მაშასადამე, ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობა უნდა იყოს ნეშის წონასწორობა მთლიანი თამაშისთვის. ერთდროულ სქესთა ბრძოლაში მეტს ვერაფერს ვიტყვით, რადგან აქ მხოლოდ ერთი ქვეთამაში გვაქვს, რომელიც ასევე მთლიანი თამაშია.

სქესთა ბრძოლის მიმდევრობით ვერსიაში, ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობა უფრო მეტი გამოყენება აქვს. სტრატეგიები არა მარტო ქმნიან ნეშის წონასწორობას მთლიანი თამაშისათვის, არამედ, ორი ქვეთამაშისთვისაც, რომლებიც იწყება

ნახაზი 8.8 უკუსვლით ინდუქციის გამოყენება

ბოლო ქვეთამაშები (სადაც პირველად თამაშს იწყებს მოთამაშე 2) ჩანაცვლებულია იმავე ქვეთამაშების ნეშის წონასწორობით. ამის შედეგად მარჯვნივ მიღებული მარტივი თამაში შეიძლება ამოვხსნათ მოთამაშე 1-ის წონასწორული ქმედებისთვის.



ქმრის გადაწყვეტილები მიღების კვანძებში. ეს ქვეთამაშები არის მარტივი გადაწყვეტილების ამოცანები, ამიტომ ადვილია გამოვთვალოთ შესაბამისი ნეშის წონასწორობები. ქვეთამაშში C, რომელიც იწყება ქმრის იმ გადაწყვეტილების კვანძზე, რომელიც მოყვება ცოლის მიერ ბალეტის არჩევას, ქმარმა უნდა მიიღოს მარტივი გადაწყვეტილება ბალეტსა და კრივს შორის. ქმრისთვის ამ ქვეთამაშში ნეში წონასწორობა არის ბალეტის არჩევა, რადგან მიიღებს 1-ს და არა 0-ს. ქვეთამაშში D ქმარმა უნდა აირჩიოს, ასევე, ბალეტსა და კრივს შორის. ბალეტი მას მისცემს ნოლის ტოლ უკუგებას, ხოლო კრივი 2-ის ტოლი უკუგების, მაშასადამე, ის აირჩევს კრივს. აქედან გამომდინარე, ქმარს აქვს მხოლოდ ერთი სტრატეგია, რომელიც შეიძლება იყოს: (ბალეტი | ბალეტი, კრივი | კრივი). ყველა სხვა სტრატეგიაში ის ერთგან მაინც ითამაშებს ისეთ სტრატეგიას, რომელიც არაა ნეშის წონასწორობა რომელიმე წესიერ ქვეთამაშში. გადავხედოთ ზემოთ მოცემულ სამ ნეშის წონასწორობას. როგორც ჩანს, ამათგან მხოლოდ მეორე არის ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობა; მაგალითად, მესამეში ქმარი აუცილებლად მიდის კრივზე, ეს კი გამორიცხავს ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობა, რადგან (კრივი | კრივი) არაა ნეშის წონასწორობა წესიერ ქვეთამაშში C. ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობა გამორიცხავს უსაფუძვლო საფრთხეს.

ზოგადად, საუკეთესო ქვეთამაშის წონასწორობა გამორიცხავს ნებისმიერი სახის უსაფუძვლო საფრთხეს მიმდევრობით თამაშში. ნეშის წონასწორობა მოითხოვს რაციონალურ ქცევას მხოლოდ წონასწორობის გზაზე. მოთამაშეებმა შეიძლება აირჩიონ პოტენციური არარაციონალური ქმედებები თამაშის სხვა ნაწილში. კერძოდ, ერთმა მოთამაშემ შეიძლება შეაშინოს მეორე და უთხრას, რომ ის თავის თავსაც და მეორესაც დააზიანებს, თუ მეორე არ აირჩევს განსაზღვრულ ქმედებას. ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობა მოითხოვს რაციონალურობას როგორც წონასწორობის გზაზე, ასევე, მის მიღმა.

საუკეთესო ქვეთამაშის წონასწორობა არ არის გამოსადეგი ერთდროული თამაშის შემთხვევაში, რადგან ამ დროს გვაქვს მხოლოდ ერთი წესიერი ქვეთამაში რომელიც თვით ეს თამაშია. ამიტომ ეს ვერ შეამცირებს ნეშის წონასწორობის წერტილებს.

უკუსვლით ინდუქცია

სქესთა ბრძოლის თამაში ჩავწერეთ ნორმალურ ფორმაში, ვიპოვეთ ყველა ნეშის წონასწორობა და შემდეგ ეს შედეგები შევამოწმეთ იყო თუ არა საუკეთესო ქვეთამაშის წონასწორობები. არსებობს უფრო მოკლე გზა ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობა საპოვნელად. ამისათვის იყენებენ უკუსვლით ინდუქციას. ეს გულისხმობს წონასწორობის პოვნას ბოლოდან, უკუსვლით დასაწყისისკენ. უკუსვლით ინდუქცია მუშაობს შემდეგნაირად: თავდაპირველად უნდა მოვახდინოთ ყველაზე ქვემოთ მდებარე ქვეთამაშების; ვიპოვოთ ნეშის წონასწორობები ამ ქვეთამაშებში; ჩავანაცვლოთ ქვეთამაშები ამავე ქვეთამაშის ნეშის წონასწორობის ქმედებებით და უკუგებებით; შემდეგ გადავინაცვლოთ მომდევნო საფეხურის ქვეთამაშზე და გავიმეოროთ იგივე პროცედურა.

ნახაზი 8.8 გვიჩვენებს სქესთა ბრძოლაში უკუსვლით ინდუქციის გამოყენებით ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობის პოვნის გზას. პირველ რიგში გამოვთვალეთ ნეშის წონასწორობები ყველაზე ქვემოთ მდებარე ქვეთამაშებში, სადაც გადაწყვეტილებას იღებს ქმარი. ქვეთამაშში, რომელიც მოყვება ცოლის ბალეტზე წასვლის არჩევანს, ქმარმიც ირჩევს ბალეტს, რადგანს ის მიიღებს უკუგებას 1-ს, ხოლო ცოლი მიიღებს 2-ს. ქვეთამაში, რომელიც მოყვება ცოლის კრივზე წასვლის არჩევანს, ქმარმაც უნდა აირჩიოს კრივი, ამით ქმარი მიიღებს 2 უკუგებას, ხოლო ცოლი 1-ს. შემდეგ ჩავანაცვლოთ ქვეთამაშები ქმრის შესაბამისი წონასწორული სტრატეგიებით. შედეგად მიღებული თამაში არის მარტივი გადაწყვეტილების ამოცანა ცოლისთვის (ნახაზი 8.8-ის მარჯვენა ნაწილი): ცოლმა არჩევანი უნდა გააკეთოს ბალეტსა და კრივს შორის, ამ არჩევანით ის შესაბამისად მიიღებს უკუგებებს 2-ს და 1-ს. ნეშის წონასწორობა ცოლისთვის არის ბალეტზე წასვლა. შეჯამებით მივიღებთ, რომ ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობის შემთხვევაში ცოლი ირჩევს ბალეტს, ხოლო ქმარი ირჩევს (ბალეტი | ბალეტი, კრივი | კრივი) და გვერდს აუვლის სხვა ნეშის წონასწორობებს.

უკუსვლით ინდუქცია განსაკუთრებით გამოსადეგია რამდენიმე რაუნდიანი მიმდევრობითი თამაშის დროს. რაც უფრო მეტი რაუნდები ემატება, მით უფრო რთულდება ნეშის წონასწორობის პოვნა, დალაგება და ბოლოს ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობის მოძებნა.

ბანმეორებითი თამაშები

აქამდე განხილულ თამაშებში თითოეული მოთამაშე თამაშობდა ერთხელ და ამით მთავრდებოდა თამაში. რეალურ ცხოვრებაში, როგორც წესი, მოთამაშეები ერთიდაიგივე თამაშებს ხშირად იმეორებენ. მაგალითად, პატიმრების დილემის მოთამაშეებმა შეიძლება განჭვრიტონ მომავალი და შესაძლებლობა, რომ ისინი ამ თამაშს მომავალში ითამაშებენ. ბენზინგასამართი სადგურები ყოველ დღე ეჯიბრებიან ერთმანეთს ფასის დაწესებით, ანუ ისინი ყოველ დილით თამაშობენ ახალი ფასების დაწესების თამაშს. მარტივი ნაწილებისგან შედგენილ თამაშს ეწოდება პერიოდული თამაში. როგორც უკვე ვნახეთ პატიმრების დილემაში, ერთი ეტაპის შემთხვევაში წონასწორობის წერტილები ყველა მოთამაშისთვის ხანდახან უარესია ვიდრე სხვა, უფრო მეტი ურთერთთანამშრომლობით მიღებული შედეგი. განმეორებითი თამაშის შემთხვევაში შესაძლებელი ხდება კოოპერირება. მოთამაშებმა შეიძლება აირჩიონ პროვოცირების სტრატეგია. ეს ნიშნავს, რომ ისინი ითამაშებენ კოოპერირებას, მაგრამ თუ ერთ-ერთი გადაუხვევს და ითამაშებს დაბრალებას, მაშინ მეორე დასჯის და ითამაშებს ისიც დაბრალებას ყოველ მომდევნო პერიოდში. ჩვენ ჩამოვაყალიბებთ პირობებს, რომელიც ხელსაყრელს ხდის კოოპერირების არჩევას. თამაშთა თეორიაში მიღებულია საუკეთესო-ქვეთამაშის წონასწორობის გამოყენება განმეორებით თამაშებში.

სასრული განმეორებითი თამაშები

მრავალი პერიოდული თამაში, რომლებსაც იმეორებენ რამდენჯერმე სასრული რაოდენობით, არ ზრდიან კოოპერირების შესაძლებლობას. ამის ასახსნელად დავუშვათ, რომ თამაში პატიმართა დილემა უნდა გავიმეოროთ T-ჯერ. გამოვიყენოთ უკუსვლით ინდუქცია ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობის საპოვნელად. მიუხედავად იმისა, თუ რა მოხდა მანამდე, ამ ქვეთამაშში ნეშის წონასწორობა ორივე მოთამაშისთვის არის დადანაშაულება. ორივე მხრიდან. ნაცვლად იმისა, თუ რას ითამაშებენ მოთამაშეები T-1 საფეხურზე, ეს გავლენას არ მოახდენს T-პერიოდის არჩევანზე დასჯის სტრატეგიის მიუხედავად (რომელსაც შეიძლება იყენებდნენ მოთამაშეები). არც ერთ მოთამაშეს აღარ ეშინია ბოლო ეტაპზე, რადგან თამაში სრულდება T-პერიოდში (ბოლო პერიოდში). ახლა გადავინაცვლოთ ერთით უკან, ანუ გავაანალიზოთ T-1 პერიოდის ქვეთამაში. რადგან ვიცით, რომ ბოლო პერიოდში ორივე თამაშობს დადანაშაულებას, T-1 პერიოდშიც ნეშის წონასწორობა იქნება დადანაშაულება. თუ გამოვიყენებთ უკუსვლით ინდუქციას მთელ თამაშზე მივიღებთ, რომ დადანაშაულება არის ყველა ქვეთამაშში ნეშის წონასწორობა. ეს ნიშნავს, რომ მოთამაშე გაიმეორებს ერთპერიოდიანი თამაშში ნეშის წონასწორობას T-ჯერ.

რეინჰარდ სელტენმა (ეკონომიკაში ნობელის პრემიის ლაურიატი თამაშთა თეორიაში შეტანილი წვლილისათვის) უჩვენა, რომ თეორიის მიხედვით იგივე ლოგიკა შეიძლება გამოვიყენოთ ნებისმიერი სახის პერიოდულ თამაშში, რომელსაც ერთადერთი ნეშის წონასწორობა გააჩნია.[5] ამ შედეგს ეწოდება სელტენის თეორემა:

> თუ პერიოდულ თამაშს აქვს ერთადერთი ნეშის წონასწორობა, მაშინ ერთადერთი ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობა ამ თამაშის სასრული რაოდენობით განმეორების შემთხვევაში იქნება თითოეულ პერიოდში ნეშის წონასწორობის მიხედვით თამაში.

თუ პერიოდულ თამაშს აქვს რამდენიმე ნეშის წონასწორობა, მაშინ შესაძლებელია გარკვეული დონით თანამშრომლობა სასრული რაოდენობით განმეორებად თამაშში. მოთამაშეებს შეუძლიათ გამოიყენონ პროვოცირების სტრატეგია და შეინარჩუნონ კოოპერირება თამაშის ადრეულ სტადიაზე. ინარჩუნებენ რა შედეგს, რომელიც არ არის პერიოდული თამაშის წონასწორობა. თუ ადრეულ სტადიაზე მეტოქე გადაუხვევს კოოპერირების სტრატეგიას, მაშინ მას დასჯის მოთამაშე შემდეგ პერიოდებში ნეშის წონასწორობის არჩევით, ანუ უკუგების გაუარესებით დანარჩენ ყველა საფეხურზე. მაგალითი 8.7 გვიჩვენებს თუ როგორ ვიყენებთ დასჯის სტრატეგიას კოოპერირების შესანარჩუნებლად.

---

5 რ. სელტენი "A Simple Model of Imperfect Competition, Where 4 Are Few and 6 Are Many," International Journal of Game Theory 2 (1973): 141–201.

მაგალითი 8.7 კოოპერატიული სტრატეგიები პერიოდულ თამაშებში

ცხრილში 8.10 ნორმალური ფორმით მოცემულ პერიოდულ თამაშებს გააჩნია ორი წმინდა სტრატეგიის ნეშის წონასწორობა. „ცუდ" წმინდა სტრატეგიების ნეშის წონასწორობაში თითოეული მოთამაშე თამაშობს B-ს და იღებს 1-ის ტოლ უკუგებას; „კარგ" წონასწორობაში თითოეული ირჩევს C-ს და იღებს უკუგებას 3-ს. მოთამაშეები მიიღებდნენ უფრო მეტსაც, თუ ორივე ითამაშებდა A-ს, მაგრამ ეს არაა ნეშის წონასწორობა (თუ ერთი აირჩევდა A-ს, მეორე გადაიხრებოდა და ითამაშებდა B-ს). არსებობს ასევე მესამე, შერეული სტრატეგიების ნეშის წონასწორობა, სადაც თოთოეული მოთამაშე ირჩევს B-ს 3/4 ალბათობით და C-ს 1/4 ალბათობით. უკუგებები მოცემულია ნახაზზე 8.9 პატარა შავი წრეებით.

ცხრილი 8.10 პერიოდული თამაში მაგალითისთვის 8.7

მოთამაშე 1 \ მოთამაშე 2	A	B	C
A	0, 0	−1, 1	1, −1
B	1, −1	0, 0	−1, 1
C	−1, 1	1, −1	0, 0

თუ პერიოდულ თამაშს გავიმეორებთ ორჯერ, გამოჩნდება ახალი შესაძლებლობები. იგივე უკუგებებს (1 ან 3) მივიღებთ, თუ პერიოდული თამაშის წმინდა სტრატეგიის ნეშის წონასწორობას უბრალოდ გავიმეორებთ ორჯერ. თითოეულ პერიოდზე საშუალოდ 2,5 უკუგების მიღებაა შესაძლებელი, თუ ერთმანეთს შევუნაცვლებთ კარგ და ცუდ პერიოდული თამაშის წონასწორობებს.

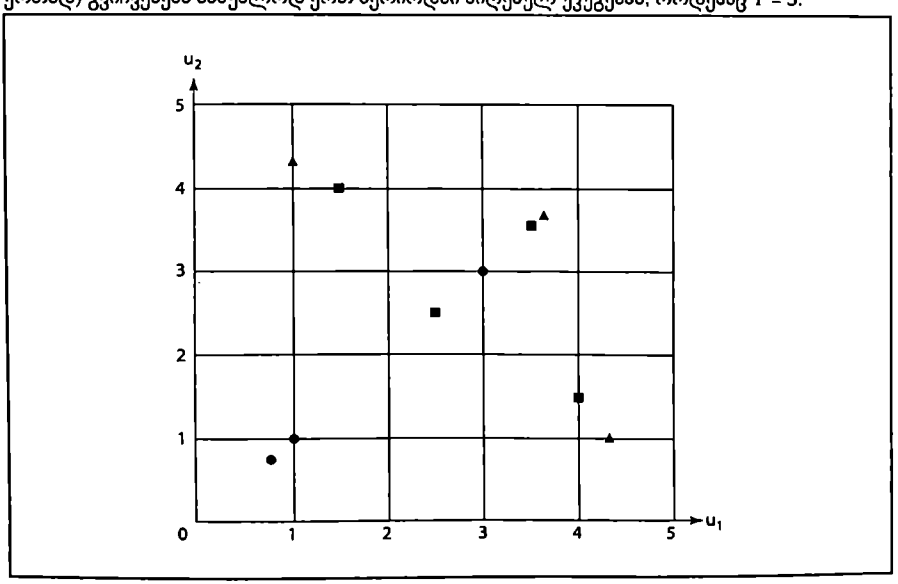
უფრო კოოპერატიული შედეგი შეიძლება მივიღოთ, თუ გამოვიყენებთ შემდეგ სტრატეგიას: პირველ პერიოდში დავიწყოთ თამაში A-ს არჩევით, თუ არავინ გადაიხარა, მაშინ ავირჩიოთ C მეორე პერიოდში, თუ მოთამაშე გადაიხარა A-დან, მაშინ ვითამაშოთ B მეორე პერიოდში. უკუსვლით ინდუქციით შეიძლება ვაჩვენოთ, რომ ეს სტრატეგია მიგვიყვანს ქვეთამაშის სრულყოფილ წონასწორობამდე. ეს სტრატეგია თავისი აგებულებით ქმნის ნეშის წონასწორობას მეორე პერიოდის ქვეთამაშში. დაგვრჩა შესამოწმებელი მთლიან თამაშში ქმნის თუ არა ეს სტრატეგია ნეშის წონასწორობას. ამ სტრატეგიებით წონასწორობის შემთხვევაში მოთამაშეები ორი პერიოდიდან ჯამში იღებენ 4 + 3 = 7 უკუგებას. თუ რომელიმე გადაუხვევს ამ სტრატეგიას და ითამაშებს B-ს პირველ პერიოდში, მაშინ პირველ პერიოდში გაეზრდება უკუგება 4-დან 5-მდე, მაგრამ მეორე პერიოდში ორივე თამაშებს B-ს მეორე პერიოდის უკუგება მცირდება 3-დან 1-მდე. ორი პერიოდის უკუგებების ჯამია 5 + 1 = 6, რომელიც ნაკლებია ნავარაუდევი წონასწორობის უკუგებაზე 7. თითოეული მოთამაშე წონასწორობის ამ შემთხვევაში საშუალოდ ერთ პერიოდში მიიღებს 7/2 = 3,5 უკუგებას.

(გაგრძელება)

ასევე, შესაძლებელია არსებობდეს ასიმეტრიული წონასწორობები. პირველ შემთხვევაში, მოთამაშე 1 იწყებს თამაშს B-ს არჩევით და მოთამაშე 2 A-ს არჩევით, თუ არცერთი არ გადაუხვევს, მაშინ მეორე ეტაპზე ორივე თამაშობს განმეორებადი თამაშის კარგ ნეშის წონასწორობას (ორივე ირჩევს C-ს) და თუ რომელიმე გადაუხვევს, მაშინ ორივე ირჩევს ცუდ წონასწორობას (ორივე თამაშობს B-ს). მოთამაშე 2-ს არ აქვს სურვილი პირველ პერიოდში გადაიხაროს B-ს თამაშისკენ, რადგან ამ შემთხვევაში მიიღებს 1 უკუგებას პირველ პერიოდში და 1 უკუგებას მეორე პერიოდში ცუდი წონასწორობის თამაშით, ჯამში ორივე პერიოდში მიიღებს 1 + 1 = 2 უკუგებას, მაშინ როცა მას შეეძლო გამოემუშავებინა 0 + 3 = 3 უკუგება წონასწორობისას. ასეთი ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობის შემთხვევაში საშუალოდ თითოეულ პერიოდში მოთამაშე 1 მიიღებს (5 + 3)/2 = 4 უკუგებას და მეორე მოთამაშე მიიღებს 3/2 = 1,5 უკუგებას. საპირისპიროდ შეცვლილი უკუგებებს მივიღებთ, თუ სტრატეგიებს ადგილებს შევუცვლით. ორჯერ განმეორებად პერიოდულ თამაშში დამატებითი ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობის დროს თითოეულ პერიოდის საშუალო უკუგებები ნაჩვენებია ნახაზზე 8.9 პატარა კვადრატების სახით.

ნახაზი 8.9 თითოეული პერიოდის საშუალო უკუგებები მაგალითში 8.7

წრეები გვიჩვენებს ნეშის წონასწორობის უკუგებას პერიოდულ თამაშში. კვადრატები (წრესთან ერთად) გვიჩვენებს საშუალოდ ერთ პერიოდში მიღებულ უკუგებას, როდესაც ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობების დროს, $T = 2$. სამკუთხედები (კვადრატებთან და წრეებთან ერთად) გვიჩვენებს საშუალოდ ერთ პერიოდში მიღებულ უკუგებას, როდესაც $T = 3$.



თუ ეს თამაში მეორდება სამჯერ ($T = 3$), მაშინ ქვეთამაშის სრულყოფილ წონასწორობაში სხვა დამატებითი უკუგებების კომბინაციის მიღება იქნება შესაძლებელი. მოთამაშეებს შეუძლიათ ითანამშრომლონ და ითამაშონ A პირველ ორ პერიოდში, ხოლო C მესამე პერიოდში. ეს სტრატეგია უზრუნველყოფილია იმ მუქარით, რომ თუ რომელიმე დაარღვევს თანამშრომლობა პირველ ორ პერიოდში, მაშინ დაუყოვნებლივ მოხდება გადასვლა ცუდ წონასწორობაში (ანუ ორივე ითამაშებს B-ს). ეს ქვეთამაშის წონასწორობა საშუალოდ ერთ პერიოდში თითოეულ მოთამაშეს აძლევს $(4 + 4 + 3)/2 = 3,7$ უკუგებას, რაც ორ პერიოდიანი თამაშის საუკეთესო უკუგებაზე (3,5-ზე) მეტია. ასიმეტრიული წონასწორობები, როცა $T = 3$ შემდეგნაირად მოიცავს შესაძლებლობას, რომ პირველი თამაშობს B-ს და მეორე A-ს პირველი ორი პერიოდის განმავლობაში, ხოლო ორივე თამაშობს C-ს მესამე პერიოდში იმის შიშით, რომ მოხდება მაშინვე გადასვლა ცუდ წონასწორობაში, თუ რომელიმე დაარღვევს წონასწორობას. მოთამაშე 1-ის საშუალო უკუგება თითოეული პერიოდიდან არის $(5 + 5 + 3)/3 \approx 4,3$, ხოლო მეორე მოთამაშის $(0 + 0 + 3)/3 = 1$. ასევე, საპირისპიროდ შეცვლილი სტრატეგიები და უკუგებები ასევე ქმნიან ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობის შესაძლებლობას. დამატებით ქვეთამაშის უკუგებები, როცა $T = 3$-ს, მოცემულია ნახაზზე 8.9 სამკუთხედების სახით.

შეკითხვა: განმეორებით თამაშებში იმაზე მეტი საუკეთესო-ქვეთამაშის წონასწორული უკუგებაა, ვიდრე ნახაზზე 8.9 არის ნაჩვენები. იპოვეთ დამატებით მინიმუმ ერთი ასეთი წონასწორობა და თითოეული მოთამაშის საშუალო უკუგება ერთ პერიოდზე ამ წონასწორობაში.

მდგრადი კოოპერირებისათვის პერიოდული თამაში უნდა მეორდებოდეს იმდენჯერ, რომ გადახვევისათვის დასჯა იყოს შესაშინებლად საკმარისი (თუ რომელიმე გადაუხვევს კოოპერირებისგან, მაშინ მეორე მოთამაშე დარჩენილ ყველა თამაშში ითამაშებს ყველაზე არასასურველ ნეშის წონასწორობას). რაც მეტი გამეორებაა T პერიოდიან თამაშში, მით უფრო მკაცრი იქნება დასჯა გადახვევისთვის. შესაბამისად, მით მაღალი იქნება თანამშრომლობის მდგრადობა მოთამაშეებს შორის და, ასევე, მაღალი იქნება უკუგებები ქვეთამაშის სრულყოფილ წონასწორობაში. მაგალითი 8.7 გვიჩვენებს, რომ თუ თამაშის გამეორების რაოდენობა გაიზარდა 1-დან 2-მდე და შემდეგ 3-მდე, შესაბამისად, გაიზარდება ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობის უკუგება 3-დან 3,5-მდე და 3,5-დან 3,7-მდე.

როგორც ვნახეთ, როდესაც იზრდება გამეორებების რაოდენობა, ასევე, იზრდება მდგრადი უკუგებები ქვეთამაშის სრულყოფილ წონასწორობაში. ნახაზი 8.9 სათანადოდ არ გვიჩვენებს ზრდას, რადგან ამ ნახაზზე არაა მოცემული ყველა ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობის უკუგება $T = 2$ და $T = 3$ თამაშებისთვის (მაგალითად, მაგალითში 8.7 გვეკითხებოდნენ გვეპოვა კიდევ ორ მსგავს უკუგებათა კომბინაცია). აქ

ჩნდება კითხვა, თუ რამდენად გაიზრდება შესაძლებლობების სიმრავლე T-ს ზრდისას. იან-პიერ ბენოამ და ვიჯეი კრიშნამ ამ კითხვას უპასუხეს სასრული რაოდენობით განმეორებადი თამაშის ხალხური თეორემით:[6]

> დავუშვათ, პერიოდულ თამაშს აქვს რამდენიმე ნეშის წონასწორობა და არც ერთი მოთამაშე არ იღებს ერთი და იგივე უკუგებას ყველა წონასწორობაში. პერიოდულ თამაშში, საკმარისად დიდი T-თვის, ნებისმიერი შესაძლო უკუგება, რომელიც მეტია მოთამაშის წმინდა სტრატეგიის მინ./მაქს. ღირებულებაზე, შეიძლება დაუახლოვდეს მოთამაშის თითოეული პერიოდის საშუალო უკუგებებს ზოგიერთი სასრული განმეორებადი თამაშის ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობით.[7]

ამავე ქვეთავში განვიხილავთ სხვა ხალხურ თეორემებსაც. ზოგადად, სახალხო თეორემები არის შედეგი იმის, რომ განმეორებით თამაშებში „ყველაფერი შესაძლებელია". ასეთ შედეგებს ქვია „ხალხური" თეორემები, რადგან ისინი გაგებულია არაფორმალურად და წარმოადგენენ თამაშთა თეორიის „სახალხო სიბრძნის" ნაწილს, სანამ მათ ვინმე დაამტკიცებს ფორმალური გზით.

ხალხური თეორემის სრულყოფილად გასაგებად, პირველ რიგში უნდა განვმარტოთ შესაძლო უკუგება და მინიმაქს ღირებულება. შესაძლო უკუგება არის ის უკუგება, რომელიც შეიძლება მიღწეული იქნას რომელიმე შერეული სტრატეგიით პერიოდულ თამაშში. გრაფიკულად, შესაძლო უკუგებების სიმრავლე არის წმინდა სტრატეგიების პერიოდული თამაშის უკუგებებით შექმნილი ამოზნექილი ზედაპირი. მაგალითად,ნახაზზე 8.10 აგებულია მაგალითში 8.7 მოცემული თამაშის შესაძლო უკუგებების ნახაზი. ამ სიმრავლის მისაღებად, პირველ რიგში, უნდა ავაგოთ წმინდა სტრატეგიის პერიოდული თამაშის უკუგებები. როგორც თამაშის ნორმალური ფორმა გვიჩვენებს, სხვადასხვა წმინდა სტრატეგიის უკუგებები არის (4, 4), (0, 5), (0, 0), (5, 0), (1, 1), და (3, 3). ამოზნექილი ზედაპირი არის მრავალკუთხედი, რომელიც შედგება წრფეების სეგმენტისგან, რომელიც იქმნება (0, 0)-დან, (0, 5)-მდე და (4, 4)-დან წერტილების გავლით მიდის (5, 0)-მდე გამავალი ხაზებით და ასევე უკან (0, 0)-მიღებული. ამოზნექილი ზედაპირის თითოეული წერტილი შეესაბამება სხვადასხვა შერეული სტრატეგიების მოსალოდნელ უკუგებას (A, B, C ქმედებებით პირველი და მეორე მოთამაშეების შერეული სტრატეგიები). მაგალითად, წერტილები (3, 0) შეესაბამება სტრატეგიას, როდესაც პირველი იყენებს შერეულ სტრატეგიას (0, 3/5, 2/5), ხოლო მეორე თამაშობს A-ს.

მინიმაქს მნიშვნელობა არის მინიმუმი, რომელიც მოთამაშე i-ს შეუძლია იძულებით მიიღოს.

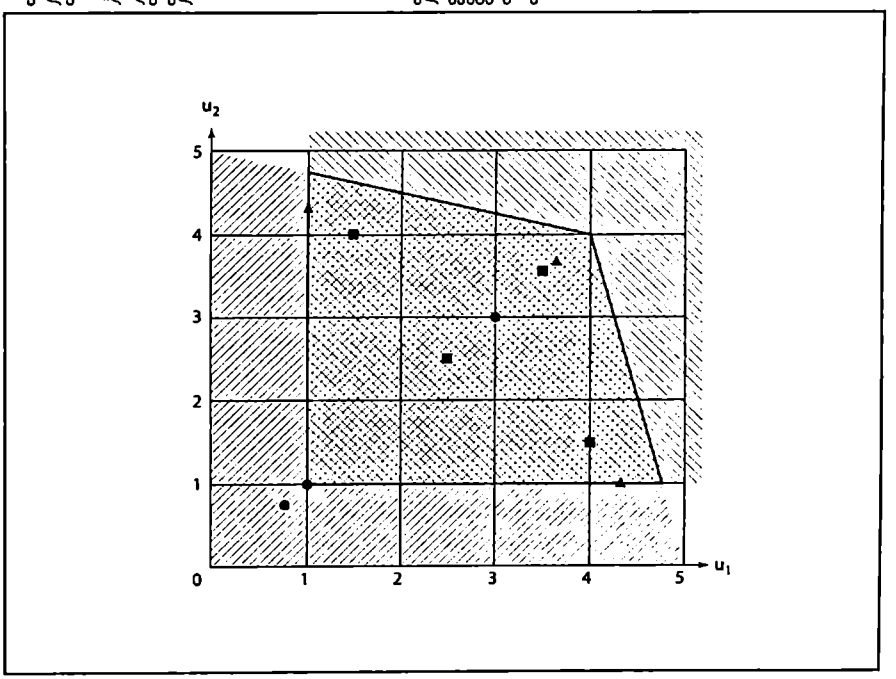
---

6 ჯ. პ. ბენოატი და ვ. კრიშნა, "Finitely Repeated Games," Econometrica 53 (1985): 890–904.

7 დამატებითი ტექნიკური პირობაა, რომ შესაძლო უკუგებების სიმრავლის განზომილება უნდა უდრიდეს მოთამაშეთა რაოდენობას. მაგალითში 8.7, ორი მოთამაშის შემთხვევაში ამ პირობის მიხედვით შესაძლო უკუგებების სიმრავლე უნდა იყოს მოცემული არეალით (რომელიც ნაჩვენებია ნახაზზე 8.12) და არა წრფით ან წერტილით.

ნახაზი 8.10 ხალხური თეორემა სასრულ-რაოდენობით განმეორებად თამაშებში მაგალითი 8.7

მაგალითში 8.7 შესაძლო უკუგებების სიმრავლე პერიოდულ თამაშში მოცემულია აღმავალი ხაზებით დაშტრიხული არეალით. უკუგებები, რომლებიც მეტია თითოეული მოთამაშის მინიმაქს მნიშვნელობაზე მოცემულია დაღმავალი ხაზებით დაშტრიხული არეალის სახით. ხალხური თეორემის მიხედვით, ორი არეალის გადაკვეთა (ჯვარედინად დაშტრიხული ნაწილი) განმეორებითი არეალები თამაშების ქვეთამაშის სრულყოფილ წონასწორობაში საშუალოდ ერთ პერიოდში მიღებულ უკუგებას წარმოადგენს. ეს არეალები „დადებულია" ნახაზის 8.9 წონასწორულ უკუგებებზე.



მინიმაქს მნიშვნელობა. მოთამაშე i-ს მინიმაქს მნიშვნელობა არის შემდეგი უკუგება: განსაზღვრება

$$\min_{s_{-i}}[\max_{s_i} u_i(s_i, s_{-i})], \tag{8.19}$$

რაც ნიშნავს i მოთამაშის მიერ მიღებულ მინიმალურ უკუგებას, რომელიც შეიძლება მან მიიღოს, როდესაც დანარჩენი მოთამაშეები მის წინააღმდეგ თამაშობენ და i მოთამაშეს შეუძლია მათ ქმედებაზე საუკეთესო საპასუხო ქმედების არჩევა.

მაგალითში 8.7, თუ მეორე მოთამაშე ითამაშებს შერეულ სტრატეგიას (0, 3/4, 1/4), მოთამაშე 1-ს შეუძლია მაქსიმუმ მიიღოს 3/4 უკუგება (ნებისმიერი შერეული სტრატეგიის თამაშით, რომელიც მოიცავს B და C ქმედებებს). თუ დავაკვირდებით, ვნახავთ, რომ 3/4 არის მოთამაშე 1-ის მინიმაქს მნიშვნელობა: მეორე მოთამაშის ნებისმიერი სხვა სტრატე-

გია მოთამაშე 1-ს მისცემს შანსს, მიიღოს 3/4-ზე უფრო მეტი. ხალხური თეორემა მოიცავს წმინდა სტრატეგიების მინიმაქს მნიშვნელობებს – ანუ მინიმაქს მნიშვნელობებს, როდესაც მოთამაშეები იძულებული არიან გამოიყენონ მხოლოდ წმინდა სტრატეგიები. წმინდა სტრატეგიების მინიმაქს მნიშვნელობის გამოთვლა ბევრად მარტივია, ვიდრე ზოგადი მინიმაქს მნიშვნელობა. მაგალითში 8.7 მინიმალური უკუგება, რაც შეუძლია გარანტირებულად მიიღოს მოთამაშე 2-მა, არის 1, მოთამაშე 2 ამ უკუგებას იღებს B-ს თამაშით და მოთამაშე 1-იც საპასუხოდ თამაშობს B-ს. ნახაზზე 8.10 მოცემულია წმინდა სტრატეგიების მინიმაქს მნიშვნელობები დაღმავალი ხაზებით და დაშტრიხული არეალით.

სასრული რაოდენობით განმეორებად თამაშების შემთხვევაში ხალხური თეორია ამტკიცებს, რომ ნებისმიერი უკუგებები ნახაზზე 8.10 ჯვარედინად დაშტრიხული რეგიონიდან – უკუგებები, რომლებიც საერთოდ შესაძლებელია არსებობდნენ და რომლებიც მაღალია მოთამაშის წმინდა სტრატეგიების მინიმაქს მნიშვნელობებზე – შეიძლება მიღებული იქნას თითოეულ პერიოდში არსებული საშუალო უკუგებით, თუ მაგალითი 8.7 გამეორდება საკმარისად ბევრჯერ. უკუგება (4, 4) შეიძლება მიღებული იქნას კოოპერირებით, მაგალითად, თუ მოთამაშეები შეთანხმდებიან, რომ ითამაშონ A ასეულობით პერიოდში და შემდეგ აირჩიონ C ბოლო პერიოდში (ცუდი წონასწორობის დამყარების შიშით, რომ რომელიმე მოთამაშე დაარღვევს თანამშრომლობას, მაშინ ორივე ითამაშებს B-ს). თუ გამოვიანგარიშებთ ასობით 4 უკუგების და ერთი 3 უკუგების საშუალოს, მივიღებთ 4-თან ძალიან ახლოს მდგომ რიცხვს. ასე რომ, მნიშვნელოვანი კოოპერირების მიღწევა შესაძლებელია, თუ თამაში მეორდება საკმარისად ბევრჯერ.

ნახაზი 8.10, ასევე, გვიჩვენებს, რომ შესაძლებელია არასრული კოოპერირების ბევრი სხვადასხვა შედეგის მიღება, თუ T არის საკმარისად დიდი. სქესთა ბრძოლის თანმიმდევრობით ვერსიაში ნეშის წონასწორობის საპოვნელად გამოვიყენეთ ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობის მექანიზმი, თუ თამაში განმეორებადია, მაშინ ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობა შეიძლება აღარ გამოვიყენოთ. ხალხური თეორემის მიხედვით, თუ პერიოდულ თამაშს გააჩნია რამდენიმე ნეშის წონასწორობა, მაშინ თითქმის ყველაფერი შეიძლება მოხდეს განმეორებად თამაშებში, როცა T არის საკმარისად დიდი.[8]

ფსიქოლოგიური განმეორებადი თამაშები

სასრული რაოდენობით განმეორებად თამაშებში, ხალხური თეორია მუშაობს როდესაც გვაქვს რამდენიმე ნაშის წონასწორობა. თუ პერიოდულ თამაშს აქვს ერთადერთი ნეშის წონასწორობა (მაგალითად პატიმართა დილემას), მაშინ სელტენის თეორემის მიხედვით სასრული განმერების შემთხვევაში გვექნება ერთადერთი ქვეთამაშის

8 სასრული რაოდენობით განმეორებად თამაშებში ხალხური თეორემა არ გვიჩვენებს ყველა ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობას. ნახაზზე 8.12, ნერტილი (3 = 4, 3 = 4) მდებარეობს ჯვარედინად დაშტრიხული არეალის ზემოთ; მიუხედავად იმისა, რომ ეს შეიძლება იქნეს მიღწეული ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობა, რომელშიც თითოეულ პერიოდში, ორივე მოთამაშე ირჩევს პერიოდული თამაშის მკაცრად შერეული სტრატეგიების ნეშის წონასწორობას. უკუგებები (3, 4, 3, 4) მდებარეობს „ნაცრისფერ არეალში", მოთამაშეების წმინდა სტრატეგიების და შერეული სტრატეგიების მინიმაქს მნიშვნელობებს შორის.

სრულყოფილი წონასწორობა: პერიოდული თამაშის ნეშის წონასწორობა განმეორდება თითოეულ პერიოდში. უკუსვლით ინდუქციის გამოყენებით, რომელსაც ვიწყებთ ბოლო T პერიოდიდან, ვნახავთ, რომ ნებისმიერი სხვა სტრატეგია გამოირიცხება.

უსასრულოდ განმეორებადი თამაშების შემთხვევაში, არ გვაქვს განსაზღვრული ბოლო T პერიოდი, საიდანაც უნდა დაიწყოს უკუსვლით ინდუქცია. აქედან გამომდინარე, მაშინაც კი, თუ გვაქვს ერთადერთი ნეშის წონასწორობა, უსასრულოდ განმეორებად თამაშებში შეიძლება გამოვიყენოთ ხალხური თეორემა. თუ სასრული რაოდენობით განმეორებითი შემთხვევაში, პატიმრების დილემაში გვაქვს ერთადერთი ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობა, სადაც ორივე მოთამაშე ადანაშაულებს ერთმანეთს, უსასრულო განმეორებითი შემთხვევაში შეიძლება მიღწეულ იქნეს კოოპერირება (ანუ ორივემ არჩიოს გაჩუმება).

უსასრულოდ განმეორებად თამაშების პრობლემა არის უკუგებების შეკრება თითოეულ პერიოდში. სასრული რაოდენობით თამაშის განმეორებების შემთხვევაში შეგვიძლია ფოკუსირება მოვახდინოთ საშუალო უკუგებაზე. უსასრულო განმეორებების შემთხვევაში საშუალო უკუგება არაა კარგად განსაზღვრული, რადგან შეუძლებელია უსასრულო რაოდენობის ციფრთა ჯამი გამოითვალოს და შემდეგ გაიყოს უსასრულო რაოდენობაზე. ამ პრობლემის გადასაჭრელად გამოვიყენებთ დისკონტირებას. დისკონტირების კოეფიციენტად შემოვიტანოთ δ (განვიხილავთ თავის 17 დანართში), რომელიც ზომავს უკუგების ერთეულის ღირებულებას, თუ უკუგებას მივიღებთ მომავალში და არა დღეს. თავში 17 ვაჩვენებთ, რომ δ უკუპროპორციულ დამოკიდებულებაშია საპროცენტო განაკვეთთან. თუ საპროცენტო განაკვეთი მაღალია, მაშინ ადამიანს ურჩევნია დღეს მიიღოს თანხა, რომლის ინვესტირებით ის მიიღებს ძირითადად თანხასთან ერთად მაღალ საპროცენტო განაკვეთს მომდევნო პერიოდში. საპროცენტო განაკვეთის გარდა, δ ასევე შეიძლება მოიცავდეს გაურკვევლობას იმის შესახებ, გაგრძელდება თუ არა თამაში მომავალში. რაც უფრო მაღალია თამაშის მიმდინარე მომენტში დასრულების ალბათობა, მით ნაკლებია პერიოდული თამაშის მომავალი პერიოდებიდან მოსალოდნელი უკუგება.

თამაშის დასრულების ალბათობის მიხედვით დისკონტირება უფრო სარწმუნოს ხდის უსასრულოდ განმეორებად თამაშებს. ასეთ თამაშებში, მთავარი საკითხი არის არა თამაშის უსასრულობა, არამედ თამაშის დასასრულის განუსაზღვრელობა. უსასრულოდ განმეორებადი თამაშები უფრო ლოგიკურია, ვიდრე სასრული, პერიოდული თამაშები, როცა დიდი რიცხვია. დავუშვათ, ორი მეზობლად მდებარე ბენზინგასამართი სადგური აპირებს გაუწიოს ერთმანეთს საფასო კონკურენცია ყოველ დღე, სანამ ბენზინზე მომუშავე მანქანებს არ ჩაანაცვლებს ელექტრომანქანები. შეუძლებელია ბენზინგასამართი სადგურების მმართველებმა იცოდნენ, რომ მაგალითად, ზუსტად $T = 2\,000$ დღის შემდეგ დასრულდება ბენზინზე მომუშავე მანქანების ხანა. უფრო რეალისტური იქნება თუ ვიტყვით, რომ ბენზინგასამართი სადგურებისთვის მომავალი განუსაზღვრელია და არ ვიცით, როდის დასრულდება კონკურენცია.

პროვოცირების სტრატეგიის გამოყენებით, მოთამაშეებს შეუძლიათ მიაღწიონ კოოპერირებას უსასრულოდ განმეორებად თამაშებში: მოთამაშეები გააგრძელებენ კოოპერირებას მანამ, სანამ რომელიმე არ გადაუხვევს თანამშრომლობიდან, ხოლო გადახვევა იწვევს დასჯას. პროვოცირების სტრატეგია უნდა იყოს საკმარისად მკაცრი, რომ დაამყაროს წონასწორობა და აღიკვეთოს თანამშრომლობიდან გადახვევა.

დავუშვათ, პატიმრების დილემაში ორივე მოთამაშე იყენებს შემდეგ პროვოცირების სტრატეგიას: მოთამაშეები თანამშრომლობენ მანამდე, სანამ ამ სტრატეგიიდან, სხვა შემთხვევაში მოთამაშეები ყოველთვის ადანაშაულებენ ერთმანეთს, თუ რომელიმემ წარსულში გადაუხვია თანამშრომლობიდან და დაადანაშაულა მეორე. თუ პროვოცირების სტრატეგია ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობაა, მაშინ არც ერთ მოთამაშეს არ უნდა აწყობდეს მისგან გადახვევა. წონასწორობის გზაზე ორივე მოთამაშე ჩუმადაა ყველა პერიოდში. ეს ორივე მოთამაშეს მისცემს 2 უკუგებას თითოეულ პერიოდში, ხოლო დისკონტირებული უკუგება თითოეულისთვის იქნება:

$$V^{eq} = 2 + 2\delta + 2\delta^2 + 2\delta^3 + \ldots + 2\left(1 + \delta + \delta^2 + \delta^3 + \ldots\right) = \frac{2}{1-\delta}. \qquad \textbf{(8.20)}$$

მოთამაშე, რომელიც გადაუხვევს ამ სტრატეგიას და ითამაშებს დადანაშაულებას, ამ პერიოდში მიიღებს 3-ს, მაგრამ აქედან მოყოლებული ყველა დანარჩენ პერიოდში მიიღებს 1 უკუგებას, მთლიანი დისკონტირებული უკუგება კი იქნება:

$$V^{dev} = 3 + (1)(\delta) + (1)(\delta^2) + (1)(\delta^3) + \ldots + 3 + \delta\left(1 + \delta + \delta^2 + \ldots\right) = 3 + \frac{\delta}{1-\delta}. \qquad \textbf{(8.21)}$$

პროვოცირების სტრატეგია იქნება ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობა, თუ $V^{eq} \geq V^{dev}$, ანუ

$$\frac{2}{1-\delta} \geq 3 + \frac{\delta}{1-\delta} \qquad \textbf{(8.22)}$$

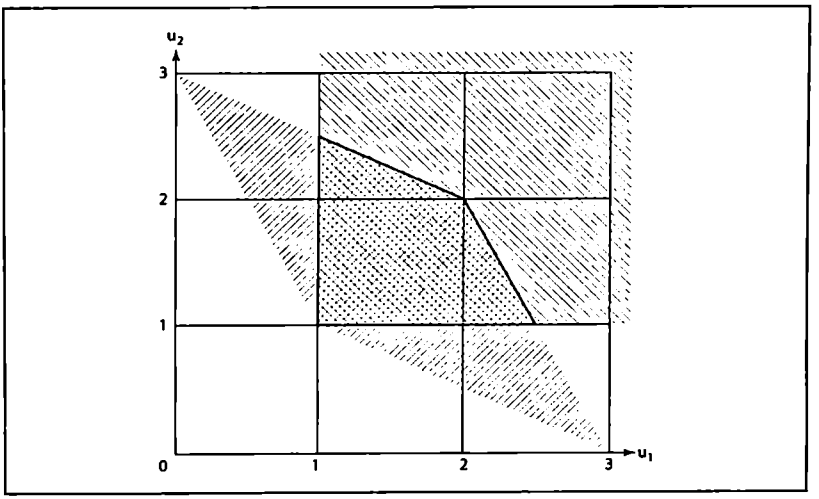
ტოლობის ორივე მხარის $(1 - \delta)$-ზე გაყოფით და გადაჯგუფებით მივიღებთ $\delta \geq 1/2$. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, მოთამაშეებს მომგებიანად მიაჩნიათ კოოპერირება, ხოლო, როცა $\delta < 1/2$, უსასრულოდ განმეორებად პატიმრების დილემაში კოოპერირება შეუძლებელია. ერთადერთი ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობა ყოველ პერიოდში დადანაშაულების სტრატეგიის არჩევა იქნება.

ზემოთ განხილული პროვოცირების სტრატეგია ითვალისწინებდა დადანაშაულებით დასჯას იმ მოთამაშისა, რომელიც ნეშის წონასწორობიდან გადაუხვევდა. სტრატეგია რომელიც ითვალისწინებს ყველაზე მკაცრ დასჯას გადახვევის შემთხვევაში ჰქვია „სასტიკი სტრატეგია". უფრო ნაკლებად მტკივნეული დასჯის სტრატეგიაა ეგრეთ წოდებული „თვალი თვალის წილ, კბილი კბილის წილ" სტრატეგია, რაც ითვალისწინებს მხოლოდ დასჯის ერთ რაუნდს. რადგან სასტიკი სტრატეგია ითვალისწინებს ყველაზე მკაცრ დასჯას, ის ასევე უზრუნველყოფს ყველაზე მეტ კოოპერირებას უმრავლეს შემთხვევაში (ანუ უმცირესი δ-თვის). მკაცრი დასჯა კარგად მუშაობს, რადგან თუ კოოპერირება თავიდან შედგა, შემდეგ დიდი სასჯელის შიშით არავის აღარ აქვს გადახვევის სურვილი.[9]

9 ნობელის პრემიის ლაურიატმა ეკონომისტმა გარი ბეკერმა შემოიტანა მსგავსი ცნება – მაქსიმალური დასჯის პრინციპი დანაშაულისთვის. ამ პრინციპის მიხედვით, პატარა დანაშაულიც კი უნდა იყოს დასჯილი დრაკონულად, რაც მოახდენს

ნახაზი 8.11 უკუგებები ხალხური თეორემის მიხედვით უსასრულოდ განმეორებადი პატიმრების დილემაში

შესაძლო უკუგებების სიმრავლე მოცემულია აღმავალი დაშტრიხული არეალით. უკუგებები, რომლებიც მეტია თითოეული მოთამაშის მინიმაქს მნიშვნელობაზე. მოცემულია დაღმავალი ხაზებით დაშტრიხული არეალის სახით. სასრული რაოდენობით განმეორებადი თამაშების ხალხური თეორემის მიხედვით, ორი არეალის გადაკვეთა (ჯვარედინად დაშტრიხული ნაწილი) შეესაბამება მიღწევად უკუგებებს.



პატიმრების დილემაში და ასევე სხვა პერიოდულ თამაშებში, δ დისკონტირების განაკვეთის სიდიდე განსაზღვრავს თანამშრომლობის მდგრადობას. როდესაც δ უახლოვდება 1-ს, დასჯა ხდება უსაზღვროდ მკაცრი, რადგან მოთამაშე დაუსრულებელად მიიღებს არადისკონტირებული წაგებების ნაკადს. უვადო დასჯა შეიძლება გამოვიყენოთ მრავალნაირი შესაძლო უკუგების მისაღებად. ამ ლოგიკას ემყარება უსასრულოდ განმეორებადი თამაშების ხალხური თეორემა:[10]

> ზოგიერთ უსასრულოდ განმეორებად პერიოდულ თამაშში ნებისმიერი შესაძლო უკუგება, რომელიც მეტია მოთამაშეების მინიმაქს მნიშვნელობებზე, შეიძლება იქნას მღებული როგორც მოთამაშის ნორმალიზებული უკუგება (ნორმალიზება ხდება (1 – δ)-ზე გამრავლებით, ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობისას, თუ δ არის საკმარისად ახლოს 1-თან.[11]

კრიმინალის შემცირებას მინიმალური წესრიგის კონტროლის დანახარჯებით. დასჯა უდანახარჯოა საზოგადოებისთვის, რადგან წონასწორობაში არც ერთი დანაშაული არ მოხდება, ანუ დასჯაც არასდროს იქნება გამოყენებული. იხილეთ გ. ბეკერი, "Crime and Punishment: An Economic Approach," Journal of Political Economy 76 (1968): 169–217. ნაკლებად ულმობელი დასჯა შეიძლება იქნას გამოყენებული გაურკვევლობის დროს. მაგალითად, თუ მოქალაქეებმა ზუსტად არ იციან კანონები, თუ პოლიცია არაა დარწმუნებული, რომ მათ დაიკავეს ნამდვილი დამნაშავე.

10 დ. ფუდენბერგი და ე. მასკინი, "The Folk Theorem in Repeated Games with Discounting orwith Incomplete Information," Econometrica 54 (1986): 533–56.

11 როგორც სქოლიო 9-ში, აქაც მოითხოვება დამატებითი ტექნიკური პირობები შესაძლო უკუგებების სიმრავლის განზომილებასთან დაკავშირებით.

აუცილებელია ხაზი გავუსვათ ხალხურ თეორემაში რამდენიმე ძირითად განსხვავებას სასრული რაოდენობით განმეორებად თამაშების. პირველ რიგში, შეზღუდვა ეხება δ-ს ზრდას და არა პერიოდების რაოდენობის ზრდას. ეს ორი ზღვარი ერთმანეთთან დაკავშირებულია. თუ δ-ს განვსაზღვრავთ, როგორც მომდევნო პერიოდში თამაშის გაგრძელების ალბათობას, მაშინ რაც უფრო დიდია δ, მით უფრო მეტია მოსალოდნელი პერიოდების რაოდენობა. სასრული რაოდენობით განმეორებად თამაშებში ეს იგივეა, რაც T-ს ზრდა, იმ განსხვავებით, რომ უსასრულო თამაშის შემთხვევაში თამაშის დასრულება განუსაზღვრელია. კიდევ ერთი განსხვავება ხალხური თეორემის ორ ვარიანტს შორის შემდეგია: უსასრულო განმეორებების შემთხვევაში ხალხური თეორემა მუშაობს მაშინაც კი, თუ პერიოდულ თამაშს გააჩნია ერთადერთი ნეშის წონასწორობა, სასრული რაოდენობით განმეორებად თამაშების შემთხვევაში კი, ხალხური თეორემა მოითხოვს, რომ პერიოდულ თამაშს ქონდეს რამდენიმე ნეშის წონასწორობა.

ბოლოს, კიდევ ერთი ხაზგასასმელი დეტალი არის პერიოდული თამაშების უკუგებების შედარება უსასრულო განმეორებითი თამაშების დისკონტირებული უკუგებების ნაკადთან. ეს იგივეა, რომ ვაშლი შევადაროთ ფორთოხალს. ამ ორი უკუგების შესადარებლად ჩვენ ვახდენთ უსასრულო განმეორებითი თამაშის უკუგების „ნორმალიზებას" $1 - \delta$-ზე გამრავლებით. ეს გვაძლევას შანსს შევადაროთ ყველა უკუგებები ერთ პერიოდში.[12]

ნახაზი 8.11 ასახავს ხალხურ თეორემას პატიმრების დილემის უსასრულოდ განმეორებად შემთხვევას. ნახაზი გვიჩვენებს იმ ნორმალიზებული უკუგებების არეალის, რომლებიც შესაძლებელია მივიღოთ ქვეთამაშის სრულყოფილ წონასწორობაში პატიმრების დილემის თამაშის უსასრულოდ გამეორების შემთხვევაში კიდევ ერთხელ დავამტკიცეთ, რომ ზოგიერთ განმეორებად თამაშში საუკეთესო ქვეთამაში შეიძლება არ იყოს წონასწორობის საპოვნელი ინსტრუმენტი.

არასრულყოფილი ინფორმაცია

აქამდე განხილულ თამაშებში თითოეულმა მოთამაშემ იცოდა თამაშის სტრუქტურა, მოთამაშეების სტრატეგიები და უკუგებები. საკითხი უფრო რთულდება და, ასევე, უფრო საინტერესო ხდება, როდესაც ინფორმაცია დაფარულია ზოგიერთი მოთამაშისთვის. პოკერი იქნებოდა აბსოლუტურად განსხვავებული და უინტერესო თამაში ამობრუნებული რომ რიგდებოდეს (ანუ ყველა ხედავდეს ერთმანეთის კარტს). ბევრი ცხოვ-

12 მაგალითად, მოთამაშე თითოეულ პერიოდში გამოიმუშავებს $1 თამაშის დასაწყისში. $1 მიმდინარე დისკონტირებული ღირებულება უსასრულო პერიოდების უსასრულო რაოდენობის დრო იქნება:

$$\$1 + \$1 \cdot \delta + \$2 \cdot \delta^2 + \$2 \cdot \delta^3 + \ldots = \frac{1}{1-\delta}$$

$1 - \delta$-ზე გადამრავლებით ამ ფულად ნაკადს უკანვე გადავიყვანთ $1-ის თითოეული პერიოდის შემოსავალზე. თავის 17 დამატებაში მოცემულია მიმდინარე დისკონტირებული ღირებულების გამოთვლის გზა (ერთადერთი განსხვავება ისაა, რომ თავში 17 ანუიტეტის გადახდები ხდება პერიოდის ბოლოს და არა პერიოდის დასაწყისში).

რებისეული მაგალითი შეიძლება მოვიყვანოთ, სადაც ინფორმაცია არასრულყოფილია. მაგალითად, სპორტულმა კლუბმა შეიძლება არ გაამჟღავნოს თავისი მოთამაშის ტრამვა, რადგან ამით მოწინააღმდეგეს ექნება უფრო ნაკლები ინფორმაცია მეტოქეზე (და მეტოქის შეფასების დროს შეიძლება დაუშვან შეცდომები). ფირმები მალავენ ტექნოლოგიას, რათა მათმა მეტოქემ არ გაიგოს, თუ რამდენად ეფექტურია მისი ფირმა და როგორ გაუძლებს კონკურენციას. ამ ნაწილში განვიხილავთ არასრულყოფილი ინფორმაციის თამაშების გასაანალიზებელ ინსტრუმენტებს. ეს ანალიზი აერთიანებს აქამდე შესწავლილ თამაშთა თეორიას, წინა თავში განხილული მასალების გაურკვევლობისა და ინფორმაციის შესახებ.

არასრულყოფილი ინფორმაციის თამაშები სწრაფად რთულდება. მოთამაშეები, რომელთაც აქვთ ინფორმაციის ნაკლებობა, ცდილობენ იწინასწარმეტყველონ ის, რაც არ იციან, იმის გამოყენებით რაც იციან. მაგალითად პოკერში, როდესაც ხედავ საკუთარ კარტს, ასევე შეგიძლია გააკეთო გარკვეული დასკვნები სხვის კარტზე. მოთამაშეს, რომელსაც აქვს ორი ტუზი, შეუძლია ივარაუდოს, რომ სხვების ტუზის ქონის ალბათობა შემცირებულია, რადგან ოთხი შესაძლო ტუზიდან ორი მას აქვს. სხვის კარტზე ინფორმაცია ასევე შეიძლება განისაზღვროს მოთამაშის ფსონებიდან და სახის გამომეტყველიბიდან. ალბათობის თეორიაში არსებობს ფორმულა, ბაიესის კანონი, რომელიც შეიძლება გამოვიყენოთ ფარული ინფორმაციიდან დასკვნის გამოსატანად. ამ ფორმულას განვიხილავთ მოგვიანებით. არასრულყოფილი ინფორმაციის თამაშებს ბაიესის წესის ფართოდ გამოყენების გამო, ბაიესის თამაშებსაც უწოდებენ.

ანალიზის გასამარტივებლად, ფოკუსირებას მოვახდენთ უმარტივესი ტიპის თამაშებზე. განვიხილავთ ორი მოთამაშისგან შემდგარ თამაშებს, სადაც მოთამაშე 1-ს აქვს კერძო ინფორმაცია, რაც დაფარულია მოთამაშე 2-თვის. არასრულყოფილი ინფორმაციის თამაშების ანალიზი ორ ნაწილადაა გაყოფილი. შემდეგ ნაწილში დავიწყებთ უმარტივესი შემთხვევების განხილვას, სადაც მოთამაშეები თამაშობენ ერთდროულად. მოგვიანებით კი, ასევე, განვიხლავთ თამაშებს, რომელსაც იწყებს ინფორმაციის მქონე ანუ მოთამაშე 1. ასეთ თამაშებს ეწოდება *მიმნიშნებელი* თამაშები. მოთამაშე 1 სვლის გაკეთებით მიანიშნებს თავის პირად ინფორმაციას არაინფორმირებულ მოთამაშე 2-ს. ზუსტად, ასეთი თამაშებისთვის შემოვიტანთ ბაიესის კანონს, რაც მოთამაშე 2-ს დაეხმარება მოცემულ ინფორმაციაზე დაყრდნობით (ინფორმაცია არის მოთამაშე 1-ის მიერ გაკეთებული სვლა), გააკეთოს დასკვნები მოთამაშე 1-ის კერძო ინფორმაციაზე.

ერთდროული ბაიესის თამაშები

ამ ნაწილში განვიხილავთ ორ მოთამაშეს, რომლებიც სვლას აკეთებენ ერთდროულად, მოთამაშე 1-ს აქვს კერძო ინფორმაცია, მეორე მოთამაშეს არა (პირველი მოთამაშე არის კაცი, მეორე მოთამაშე არის ქალი). ამ ქვეთავში დავიწყებთ კერძო ინფორმაციის მოდელირების შესწავლას.

ცხრილი 8.11 არასრულყოფილი ინფორმაციის მარტივი თამაში

მოთამაშე 1 \ მოთამაშე 2	*L*	*R*
U	*t*, 2	0, 0
D	2, 0	2, 4

შენიშვნა: t = 6-ს 1/2 ალბათობით და t = 0-ს 1/2 ალბათობით.

მოთამაშეების ტიპები და შეხედულებები

ჯონ ჰარსანიმ ნაშრომისთვის არასრულყოფილი ინფორმაციის თამაშებზე დაიმსახურა ნობელის პრემია. მან შეიმუშავა მარტივი გზა, რომლითაც შესაძლებელია მოთამაშის კერძო ინფორმაციის მოდელირება მისი მახასიათებლებისა და ტიპების მიხედვით.[13] მოთამაშე 1 შეიძლება იყოს შესაძლო ასეთი ტიპებიდან ერთ-ერთი, მის ტიპს ავღნიშნავთ t ასოთი. მოთამაშე 1-მა იცის საკუთარი ტიპი. მოთამაშე 2-მა დანამდვილებით არ იცი მოთამაშე 1-ის ტიპი, მაგრამ აქვს რაღაც წარმოდგენები t-სთან დაკავშირებით. ამიტომ მას მოუწევს საკუთარი სტრატეგია ჩამოაყალიბოს თავის შეხედულებაზე დაყრდნობით.

თამაში იწყება საწყის კვანძში, რომელსაც ეწოდება შანსის კვანძი. საწყის კვანძში ყველა შესაძლო ტიპიდან $T = \{t_1, ..., t_k, ..., t_K\}$, შემთხვევით ირჩევა მოთამაშე 1-ის ტიპი t_k. დავუშვათ, $Pr(t_k)$ არის ალბათობა იმისა, რომ მოთამაშე 1 t_k ტიპისაა. მოთამაშე 1-მა დანამდვილებით იცის თავის ტიპი. მოთამაშე 2-მა არ იცის მოთამაშე 1-ის ტიპი, მაგრამ იცის ალბათობების განაწილება, რომელზე დაყრდნობითაც უნდა გამოიცნოს მოთამაშე 1-ის ტიპი, ე.ი. მოთამაშე 2 ფიქრობს, რომ $Pr(t_k)$ ალბათობით მოთამაშე 1 იქნება t_k ტიპის.

რადგან მოთამაშე 1-მა სვლის გაკეთებამდე იცის თავისი ტიპი, ის სტრატეგიას აირჩევს t-ს გათვალისწინებით. მისი გათვალისწინება შეიძლება მნიშვნელოვანი სარგებელი იყოს მოთამაშისთვის. მაგალითად, პოკერში რაც უფრო კარგი კარტი აქვს მოთამაშეს, მით უფრო მოსალოდნელია, რომ ეს მოთამაშე მოიგებს და ამიტომ ის უფრო მეტ ფსონებს ჩამოდის. დავუშვათ, $s_1(t)$ არის მოთამაშე 1-ის თავისი ტიპის, t-ს შესაბამისი სტრატეგია. რადგან მოთამაშე 2-თვის უცნობია t, მისი სტრატეგია s_2 იქნება t-თან შეუსაბამობა. როგორც სრულყოფილი ინფორმაციის შემთხვევაში, აქაც მოთამაშეების უკუგება დამოკიდებულია სტრატეგიებზე. ბაიესის თამაშებში, უკუგება ასევე შეიძლება იყოს დამოკიდებული ტიპზე. ასე რომ, მოთამაშე 1-ის უკუგება იქნება $u_1(s_1(t), s_2, t)$, ხოლო მოთამაშე 2-ის უკუგება იქნება $u_2(s_2, s_1(t), t)$. მოთამაშე 2-ის უკუგების ფუნქციაში t ორგან ჩანს. მოთამაშე 1-ის ტიპს შეიძლება პირდაპირი გავლენა ქონდეს მეორის

13 J. Harsanyi, "Games with Incomplete Information Played by Bayesian Players," Management Science 14 (1967/68):159–82, 320–34, 486–502.

უკუგებაზე. მოთამაშე 1-ის ტიპს, ასევე, არაპირდაპირი გავლენა აქვს მეორის უკუგებაზე, რადგან მოთამაშე 1-ის ტიპს გავლენა აქვს თავის $s_1(t)$ სტრატეგიაზე, ხოლო მისი სტრატეგია გავლენას ახდენს მეორის უკუგებაზე. რადგან მეორე მოთამაშის უკუგებები t-ზე ორნაირად არის დამოკიდებული, შეგვიძლია ვთქვათ, რომ მოთამაშე 2-ის შეხედულება t-ს შესახებ დიდ გავლენას ახდენს ოპტიმალური სტრატეგიის გამოთვლაზე.

ცხრილში 8.11 მოცემულია ერთდროული ბაიესის თამაშის მარტივი მაგალითი. ორივე მოთამაშე ირჩევს ორი შესაძლო სტრატეგიიდან ერთს. ყველა უკუგება ცნობილია ერთის გარდა, როდესაც მოთამაშე 1 ირჩევს U-ს და მოთამაშე 2 ირჩევს L-ს. მოთამაშე 1-ის უკუგება (U, L) შედეგის შემთხვევაში განსაზღვრულია მისი t ტიპით. არსებობს ორი შესაძლო ტიპი: $t = 6$ და $t = 0$. ორივეს მოხდენის ალბათობა ტოლია. მოთამაშე 1-მა იცის თავის ტიპი თამაშის დაწყებამდე. ხოლო მოთამაშე 2-ის შეხედულებით თითოეული ტიპის ალბათობაა 1/2. ამ თამაშის გავრცობილი ფორმა მოცემულია ნახაზზე 8.12.

ბაიეს-ნეშის წონასწორობა

ნეში წონასწორობის ბაიესის თამაშზე განსავრცობად გვჭირდება ორი მარტივი ინტერპრეტაცია. პირველი, მოთამაშე 1-მა შეიძლება აირჩიოს სხვადასხვა ქმედება მისი თითოეული ტიპისთვის. წონასწორობა მოითხოვს, რომ მოთამაშის სტრატეგია იყოს საუკეთესო პასუხი მისი თითოეული ტიპისთვის. მეორე, მოთამაშე 2-მა დარწმუნებით არ იცის მოთამაშე 1-ის ტიპი. წონასწორობა მოითხოვს, რომ მეორეს სტრატეგია იყოს მოსალოდნელი უკუგების მაქსიმიზირებელი, სადაც მოლოდინი დაფუძნებულია მოთამაშე 1-ის ტიპის შესახებ მოთამაშე 2-ის შეხედულებაზე. მოსალოდნელი უკუგებების შესახებ ჩვენ უკვე ვიმსჯელეთ შერეული სტრატეგიების დროს. არასრულყოფილი ინფორმაციის თამაშებში წმინდა სტრატეგიის საუკეთესო პასუხის გამოთვლა მეტოქის სტრატეგიებზე სრულყოფილი ინფორმაციის შემთხვევაში შერეული სტრატეგიის გამოთვლის მსგავსია.

ბაიესის თამაშებში ნეშის წონასწორობას ეწოდება, ბაიეს-ნეშის წონასწორობა.

განსაზღვრება

ბაიეს-ნეშის წონასწორობა. ორი მოთამაშის ერთდროულ თამაშში, როდესაც მოთამაშე 1-ს აქვს კერძო ინფორმაცია, ბაიეს-ნეშის წონასწორობა არის სტრატეგიების პროფილი $(s_1^*(t), s_2^*)$, სადაც $s_1^*(t)$ არის საუკეთესო პასუხი s_2^*-ზე ყოველი $t \in T$ ტიპის მოთამაშე 1-თვის,

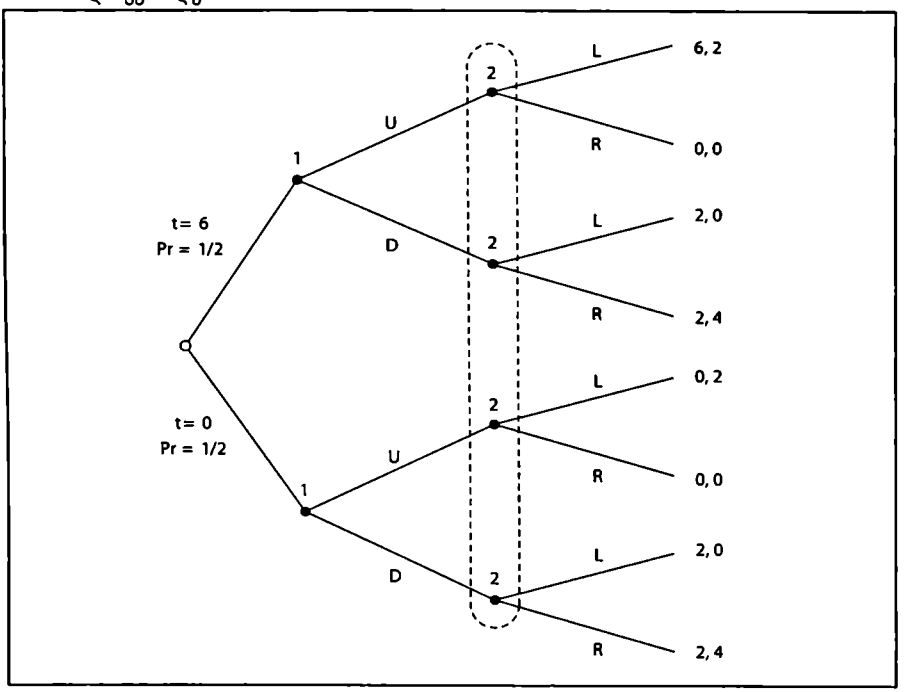
$$U_1(s_1^*(t), s_2^*, t) \geq U_1(s_1', s_1^*, t) \text{ ნებისმიერი } s_1' \in S_1, \qquad \textbf{(8.23)}$$

ხოლო s_2^* არის საუკეთესო პასუხი $s_1^*(t)$-ზე, როდესაც მოთამაშე 2-ის შეხედულება მოთამაშე 1-ის ტიპზე არის $Pr(t_k)$:

$$\sum_{t_k \in T} \Pr(t_k) U_2\left(s^*_2, s^*_1(t_k), t_k\right) \geq \sum_{t_k \in T} \Pr(t_k) U_2\left(s'_2, s^*_1(t_k), t_k\right) \text{ ნებისმიერი } s_2' \in S_2. \qquad \textbf{(8.24)}$$

ნახაზი 8.12 არასრულყოფილი ინფორმაციის მარტივი თამაშის გავრცობილი ფორმა

ამ ნახაზზე ცხრილი 8.11 წარმოდგენილია გავრცობილი ფორმით. საწყისი შანსის კვანძი აღნიშნულია ღია ფერის წრეწირით. მოთამაშე 2-ის გადაწყვეტილების მიღების კვანძები მოქცეულია ერთიდაიგივე ინფორმაციულ ნაკრებში, რადგან მან არ იცის მოთამაშე 1-ის ტიპი თამაშის დაწყებამდე.



რადგან განსხვავება ნეშის წონასწორობასა და ბაიეს-ნეშის წონასწორობას შორის არის მხოლოდ ინტერპრეტაციის საკითხი, ნეშის წონასწორობის ყველა შედეგი არსებობს დამტკიცების ჩათვლით შეიძლება გამოვიყენოთ ბაიეს-ნეშის წონასწორობის შემთხვევაშიც.

ნახაზი 8.13 ბაიეს-ნეშის წონასწორობა ნახაზზე 8.12 მოცემული თამაშისთვის

ნახაზზე 8.12 მოცემული თამაშის ბაიეს-ნეშის წონასწორობის საპოვნელად პირველ რიგში უნდა ვიპოვოთ ინფორმირებული მოთამაშის 1 საუკეთესო პასუხები ამავე მოთამაშის თითოეული ტიპის შემთხვევაში. თუ მოთამაშე 1 არის $t = 0$ ტიპის, იმის მიუხედავად თუ რას აირჩევს მოთამაშე 2, მოთამაშე 1 აირჩევს D-ს და არა N-ს, რადგან ის ამ შემთხვევაში მიიღებს 2 უკუგებას, რაც მეტია U-ს თამაშის შედეგად მიღებულ 0 უკუგებაზე. თუ მოთამაშე 1 არის $t = 6$ ტიპის, მისი საუკეთესო პასუხი იქნება U, თუ მოთამაშე 2 აირჩევს L-ს და D თუ მოთამაშე 2 აირჩევს R-ს. ამის შედეგად, წმინდა სტრატეგიის წონასწორობისთვის დაგვრჩება მხოლოდ ორი შესაძლო ვარიანტი:

მოთამაშე, 1 თამაშობს $(U|t = 6, D|t = 0)$ **და მოთამაშე 2 თამაშობს** L-ს;
მოთამაშე, 1 თამაშობს $(D|t = 6, D|t = 0)$ **და მოთამაშე 2 თამაშობს** R-ს.

პირველი ვარიანტი ვერ იქნება წონასწორობა რადგან, როცა პირველი თამაშობს ($U|t = 6, D|t = 0$), მაშინ მოთამაშე 2 მიიღებს მოსალოდნელ უკუგებას, თუ ითამაშებს L-ს – თუ მოთამაშე 2 ითამაშებს R-ს, მაშინ მას შეუძლია გაზარდოს სარგებელი და მიიღოს მოსალოდნელი უკუგება 2.

მეორე ვარიანტი არის ბაიეს-ნეშის წონასწორობა. როდესაც მეორე თამაშობს R-ს, პირველის საუკეთესო პასუხი არის D-ს თამაში მისი ტიპის მიუხედავად. როცა მოთამაშე 1-ის ორივე ტიპი თამაშობს D-ს, მაშინ საუკეთესო პასუხი მეორის მხრიდან არის R-ის არჩევა, რაც მოთამაშე 2-ს მისცემს 4 უკუგებას.

შეკითხვა: თუ ალბათობა იმისა, რომ მოთამაშე 1 იქნება $t = 6$ ტიპის, არის საკმაოდ მაღალი, შეიძლება თუ არა პირველი ვარიანტი იყოს ბაიეს-ნეშის წონასწორობა? გამოთვალეთ ამ შემთხვევაში რამდენი უნდა იყოს ალბათობის მინიმუმი.

მაგალითი 8.9 საერთო საკუთრების ტრაგედია ბაიესის თამაში

ბაიესის თამაშებში უწყვეტი ქმედების გასაანალიზებლად, განვიხილოთ საერთო საკუთრების ტრაგედია მაგალითიდან 8.6. დავუშვათ, პირველ მწყემსს აქვს კერძო ინფორმაცია საძოვრიდან ერთ ცხვარზე მიღებული სარგებლის შესახებ:

$$v_1(q_1, q_2, t) = t - (q_1 + q_2), \qquad \textbf{(8.25)}$$

სადაც მოთამაშე 1-ის ტიპი არის $t = 130$ („მაღალი“ ტიპი) ალბათობით 2/3 და $t = 100$ („დაბალი“ ტიპი) ალბათობით 1/3. მეორე მწყემსისთვის ღირებულება რჩება იგივე, რაც არის ტოლობაში 8.11.

ბაიეს-ნეშის წონასწორობის ამოსახსნელად პირველ რიგში ვიპოვოთ ინფორმირებული მოთამაშის (მწყემსი 1) საუკეთესო პასუხები მისი თითოეული ტიპისთვის. ნებისმიერი ტიპისა და მეტოქის სტრატეგია q_2-თვის, მოთამაშე 1-ის ღირებულების მაქსიმიზაციის ამოცანა არის

$$\max_{q_1}\{q_1 v_1(q_1, q_2, t)\} = \max_{q_1}\{q_1(t - q_1 - q_2)\}. \qquad \textbf{(8.26)}$$

მაქსიმუმის პირველი რიგის პირობა არის

$$t - 2q_1 - q_1 = 0. \qquad \textbf{(8.27)}$$

(გაგრძელება)

გადაჯგუფებით და t-ს ნაცვლად ტოლობაში მნიშვნელობების $t = 130$ და $t = 100$ ჩასმით მივიღებთ

$$q_{1H} = 65 - \frac{q_2}{2} \text{ და } q_{1L} = 50 - \frac{q_2}{2}, \tag{8.28}$$

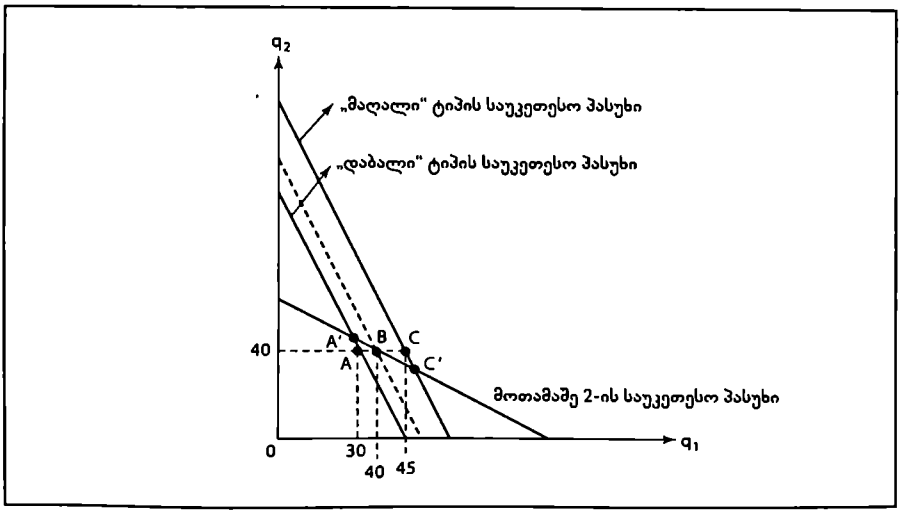
სადაც, q_{1H} არის პირველი მწყემსის ცხვრების რაოდენობა, როცა მწყემსი არის „მაღალი“ ტიპის (ანუ $t = 130$ ტიპი) და q_{1L} ცხვრების რაოდენობა, როცა მწყემსი არის „დაბალი“ ტიპის (ანუ $t = 100$).

შემდეგ უნდა ვიპოვოთ მოთამაშე 2-ის საუკეთესო პასუხები. მეორე მწყემსის მოსალოდნელი უკუგება არის:

$$\frac{2}{3}\left[q_2\left(120 - q_{1H} - q_2\right)\right] + \frac{1}{3}\left[q_2\left(120 - q_{1L} - q_2\right)\right] = q_2\left(120 - \bar{q}_1 - q_2\right) \tag{8.29}$$

ნახაზი 8.13 წონასწორობა ბაიესის საერთო რესურსების ტრაგედიაში

მოთამაშე 2-ის და მოთამაშე 1-ის ორივე ტიპის საუკეთესო პასუხები მოცემულია გამუქებული მსხვილი წრფეებით. მოთამაშე 2-ის მიერ აღქმული მოსალოდნელი საუკეთესო პასუხი მოცემულია მსხვილი წყვეტილი წრფის სახით. ბაიეს-ნეშის წონასწორობა არასრულყოფილი ინფორმაციის თამაშში მოცემულია A და C წერტილებით, ხოლო ნეშის წონასწორობა სრულყოფილი ინფორმაციის თამაშის შემთხვევაში A' და C' წერტილებით.



სადაც,

$$\bar{q}_1 = \frac{2}{3}q_{1H} + \frac{1}{3}q_{1L}. \tag{8.30}$$

ტოლობის 8.29 მაქსიმიზაციის პირველი რიგის პირობა გადავაჯგუფოთ ისე, რომ მივიღოთ:

$$q_2 = 60 - \frac{\bar{q}_1}{2}. \qquad \textbf{(8.31)}$$

ტოლობიდან 8.28 ჩავსვათ q_{1H}-სა და q_{1L}-ის მნიშვნელობები ტოლობაში 8.30 და მიღებული გამოსახულება, რომელიც ჩაწერილია $\bar{q}_1$-თვის ჩავსვათ ტოლობაში 8.31 მივიღებთ:

$$q_2 = 30 + \frac{q_2}{4}. \qquad \textbf{(8.32)}$$

უკანასკნელი ტოლობიდან კი მივიღებთ, $q_2^* = 40$. შემდეგ ჩავსვათ ეს შედეგი ტოლობაში 8.28 და მივიღებთ, რომ $q_{1H}^* = 45$ და $q_{1L}^* = 30$.

ნახაზზე 8.13 მოცემულია ბაიეს-ნეშის წონასწორობა გრაფიკულად. მეორე მწყემსის წარმოდგენით იგი თამაშობს მწყემსი 1-ის საშუალო ტიპის წინააღმდეგ, რომლის საშუალო საუკეთესო პასუხიც მოცემულია მსხვილი წყვეტილი წრფით. ამ საუკეთესო პასუხისა და მეორის საუკეთესო პასუხის გადაკვეთა წერთილში B გვიჩვენებს მოთამაშე 2-ის წონასწორულ რაოდენობას, $q_2^* = 40$. საუკეთესო პასუხი დაბალი (შესაბამისად მაღალი) ტიპის მოთამაშე 1-თვის, როცა q_2^*-ის მოცემულია A (შესაბამისად C) წერტილით.

შეკითხვა: დავუშვათ პირველი მწყემსი მაღალი ტიპისაა. როგორ შეიცვლება თითოეული მწყემსის მიერ საძოვარზე წაყვანილი ცხვრების რაოდენობა სრულყოფილი ინფორმაციის შემთხვევაში (ვმოძრაობთ C' წერტილიდან C-სკენ)? რა მოხდება, თუ მწყემსი 1 დაბალი ტიპისაა? რომელი ტიპი ამჯობინებს სრულყოფილ ინფორმაციას? და შესაბამისად რომელი ტიპი ამჯობინებს არასრულყოფილ ინფორმაციას და თავისი ტიპის დამალვას? შემდეგ ნაწილში შევისწავლით, როგორ შეუძლია მოთამაშე 1-ს მიანიშნოს თავისი ტიპი.

მიმნიშნებელი თამაშები

ამ ნაწილში დავიწყებთ ისეთი მიმდევრობითი თამაშების განხილვას, როცა მოთამაშე 1-ს აქვს კერძო ინფორმაცია და ის პირველი აკეთებს სვლას, რომელსაც აკვერდება მოთამაშე 2 და ამის შემდეგ ისიც აკეთებს სვლას. მოთამაშე 1-ის ქმედება იძლევა ინფორმაციას (მინიშნებას, სიგნალს), რომელზე დაყრდნობითაც მოთამაშე 2 ახდენს მოთამაშე 1-ის ტიპზე თავისი შეხედულების განახლებას. მაგალითად, ავიღოთ ბანქოს თამაში, თუ მოთამაშე 1 დადებს დიდ ფსონს, ეს მოთამაშე 2-მა შეიძლება აღიქვას როგორც მინიშნება, რომ მოთამაშე 1-ს აქვს კარგი კარტი და ამიტომ დანებდეს. პრესტი-

ჟული კოლეჯის დიპლომი, შესაძლოა, დამსაქმებელს აძლევდეს სიგნალს, რომ აპლიკანტს აქვს მაღალი კვალიფიკაცია.

მიმნიშნებელი თამაშების ანალიზი ბევრად რთულია ერთდროულ თამაშებთან შედარებით, რადგან ამ შემთხვევაში უნდა მოვახდინოთ მოდელირება, თუ როგორ დაამუშავებს მოთამაშე 2 მოთამაშე 1-ის მინიშნებას და ამის შემდეგ როგორ მოახდენს თავისი შეხედულების განახლებას მოთამაშე 1-ის ტიპის შესახებ. ამ სტილის თამაშის ასახსნელად ფოკუსირებას მოვახდენთ კონკრეტული მოდელზე: მინიშნება დასაქმების ბაზარზე, რომლის შექმნისთვისაც 2001 წელს მაიკლ სპენსმა ნობელის პრემია მიიღო ეკონომიკაში.[14]

მინიშნება დასაქმების ბაზარზე

მოთამაშე 1 არის მუშა, რომელიც შეიძლება იყოს ორიდან ერთ-ერთი ტიპის, მაღალკვალიფიციური ($t = H$) ან დაბალკვალიფიციური ($t = L$). მოთამაშე 2 არის ფირმა, რომელიც განიხილავს მოთამაშე 1-ის კანდიდატურას, აიყვანოს თუ არა იგი სამსახურში. დაბალკვალიფიციური მუშა არის სრულიად არაპროდუქტიული და არანაირი შემოსავლის მოტანა არ შეუძლია ფირმისთვის; მაღალკვალიფიციურ მუშას მოაქვს π შემოსავალი ფირმისთვის. თუ აპლიკანტს დაიქირავებს, მაშინ ფირმამ მას უნდა გადაუხადოს ფიქსირებული ხელფასი w (ვთქვათ, w არის მთავრობის რეგულაციებით დადგენილი ფიქსირებული სიდიდე). დავუშვათ, $\pi > w > 0$. ამიტომ ფირმას სურს, დაიქირავოს მხოლოდ და მხოლოდ მაღალკვალიფიციური აპლიკანტი. ფირმამ არ იცის, აპლიკანტი მაღალკვალიფიციურია თუ არა, ფირმას შეუძლია შეამოწმოს მხოლოდ მისი განათლება. დავუშვათ, c_H არის სწავლის დანახარჯი მაღალკვალიფიციურისთვის, ხოლო c_L სწავლის დანახარჯი დაბალკვალიფიციურისთვის. დავუშვათ, $c_H < c_L$, რაც ნიშნავს, რომ განათლება მოითხოვს უფრო დიდ ძალისხმევას დაბალკვალიფიციურისთვის, ვიდრე მაღალკვალიფიციურისთვის. ასევე გვაქვს განსაკუთრებული დაშვება, რომ განათლება არ ცვლის ადამიანის პროდუქტიულობას. თუმცა აპლიკანტმა შეიძლება მაინც გადაწყვიტოს განათლების მიღება, რადგან მომავალში ამით დამსაქმებელს შეუძლია მიანიშნოს თავისი შესაძლებლობები.

ნახაზი 8.14 გვიჩვენებს ამ თამაშის გავრცობილ ფორმას. მოთამაშე 1-მა თავისი ტიპი იცის დასაწყისშივე; მოთამაშე 2 სანამ სვლას გააკეთებს, ხედავს მხოლოდ მოთამაშე 1-ის ქმედებას (განათლებაზე მინიშნებას). დავუშვათ, მოთამაშე 2-ის „წინასწარი შეხედულება" მოთამაშე 1-ის ტიპის შესახებ შემდეგნაირია: $Pr(H)$ ალბათობით პირველი არის მაღალკვალიფიციური, ხოლო $Pr(L)$ ალბათობით დაბალკვალიფიციური. ამას ეწოდება მოთამაშე 2-ის წინასწარი შეხედულება. როდესაც პირველი მოთამაშე გააკეთებს სვლას, მოთამაშე 2 ამის მიხედვით განაახლებს თავის შეხედულებას, რასაც ვუწოდებთ „განახლებულ შეხედულებას". აპლიკანტის მაღალკვალიფიციურობის ალბა-

14 M. Spence, „Job-Market Signaling," Quarterly Journal of Economics 87 (1973): 355-74.

თობა იმ პირობით, რომ მან მიიღო ან არ მიიღო განათლება ავღნიშნოთ შესაბამისად $Pr(H|E)$-ით და $Pr(H|NE)$-ით.

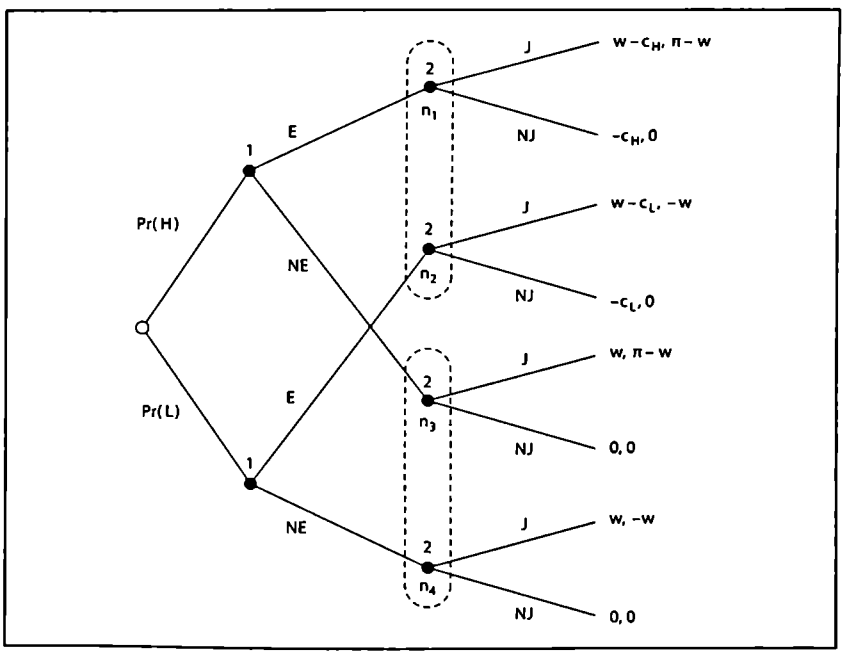
მოთამაშე 2 იყენებს განახლებულ შეხედულებას მოთამაშე 1-ის განათლების მიღების შესახებ გადაწყვეტილებას, საუკეთესო პასუხის გასაცემად. დავუშვათ, მეორე ხედავს, რომ პირველმა აირჩია განათლება (E), მაშინ მეორის მოსალოდნელი უკუგება J-ს (სამსახურის შეთავაზება) თამაშისგან იქნება:

$$Pr(H|E)(\pi - w) + Pr(L|E)(-w) = Pr(H|E)\pi - w, \qquad \textbf{(8.33)}$$

სადაც ტოლობის მარცხენა მხარე გამომდინარეობს იმ ფაქტიდან, რომ მხოლოდ ორი ტიპის კანდიდატის L და H არსებობის შემთხვევაში გვაქვს $Pr(L|E) = 1 - Pr(H|E)$. მოთამაშე 2-ის უკუგება NJ-ს (სამსახურის არ შეთავაზება) თამაშისგან არის 0. მეორეს საუკეთესო პასუხის განსასაზღვრად მოთამაშე 1-ის E-ზე, მეორე მოთამაშე მოსალოდნელი უკუგების ტოლობიდან 8.33 უდარებს 0-ს. მოთამაშე 2-ის საუკეთესო პასუხი იქნება J მხოლოდ და მხოლოდ მაშინ, თუ $Pr(H|E) \geq w/\pi$.

ნახაზი 8.14 მინიშნება დასაქმების ბაზარზე

მოთამაშე 1 (მუშა) ფლობს ინფორმაციას თავის ტიპის შესახებ. შემდეგ ის ირჩევს, მიიღოს განათლება (E) თუ არა (NE). პირველი მოთამაშის არჩევანზე დაკვირვების შემდეგ მოთამაშე 2 მოთამაშე 1-ს განათლების მიხედვით თავაზობს (J) ან არ სთავაზობს (NJ) სამსახურს.



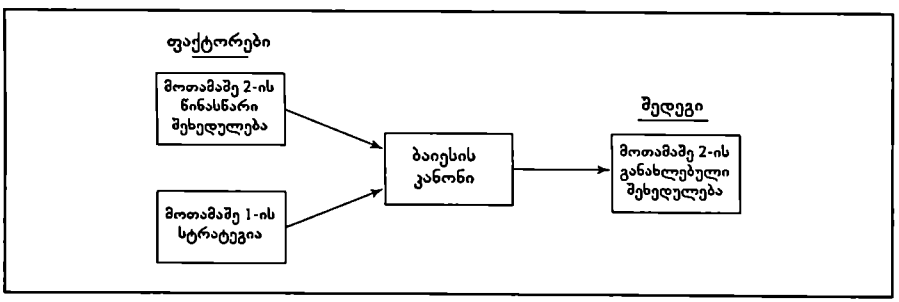
კვლავ რჩება კითხვა, როგორ გამოვითვალოთ განახლებული შეხედულება $Pr(H|E)$? რაციონალური მოთამაშეები თავისი წინასწარი შეხედულების მინიშნებებზე გასაახლებლად იყენებენ სტატისტიკურ ფორმულას, რომელსაც ეწოდება ბაიესის კანონი.

ბაიესის კანონი

ბაიესის კანონი გვაძლევს მოთამაშე 2-ის განახლებული შეხედულების $Pr(H|E)$ გამოსათვლელ შემდეგ ფორმულას:[15]

ნახაზი 8.15 ბაიესის წესი, როგორც შავი ყუთი

ბაიესის წესი არის მოთამაშე 2-ის განახლებული შეხედულების გამოსათვლელი ფორმულა თამაშის ან სხვა ინფორმაციაზე დაყრდნობით.



$$\Pr(H|E) = \frac{\Pr(E|H)\Pr(H)}{\Pr(E|H)\Pr(H) + \Pr(E|L)\Pr(L)} \qquad \textbf{(8.34)}$$

15 ტოლობა 8.34 შეიძლება მივიღოთ პირობითი ალბათობების განსაზღვრებიდან სქოლიოდან 24, თავი 2 (ტოლობა 8.35 მსგავსად მიიღება). განსაზღვრების მიხედვით,

$$\Pr(H|E) = \frac{\Pr(H \text{ და } E)}{\Pr(E)}.$$

თუ მოვლენების რიგითობას შევცვლით, მივიღებთ,

$$\Pr(E|H) = \frac{\Pr(H \text{ და } E)}{\Pr(H)}.$$

ეს შეგვიძლია გარდავქმნათ შემდეგნაირად:

$$\Pr(H \text{ და } E) = \Pr(E|H)\Pr(H).$$

წინა ტოლობას თუ ჩავანაცვლებთ ამ სქოლიოს პირველ ტოლობაში, მივიღებთ ტოლობა 8.34-ის მრიცხველს. მნიშვნელი გამომდინარეობს იქიდან, რომ მოვლენები მოთამაშე 1-თვის, რომელიც არის H ან E ტიპის, ურთიერთგამომრიცხავი და ერთად მთელი სიმრავლის მომცველია, ე.ი.:

$$\Pr(E) = \Pr(E \text{ და } H) + \Pr(E \text{ და } L) = \Pr(E|H)\Pr(H) + \Pr(E|L)\Pr(L).$$

ანალოგიურად, $\Pr(H|NE)$ მოცემულია:

$$\Pr(H|NE) = \frac{\Pr(NE|H)\Pr(H)}{\Pr(NE|H)\Pr(H) + \Pr(NE|L)\Pr(L)} \tag{8.35}$$

ტოლობების 8.34 და 8.35 მარჯვენა მხარეს ორი სახის ალბათობები გვხვდება:

წინასწარი შეხედულებების ალბათობები $\Pr(H)$ და $\Pr(L)$;
პირობითი ალბათობები $\Pr(E|H)$, $\Pr(NE|L)$ და ა.შ.

წინასწარი შეხედულებები მოცემულია თამაშის მახასიათებლებით, რომლებიც წარმოდგენილია საწყის შანსის კვანძზე სხვადასხვა შტოს ალბათობებით. პირობითი ალბათობები $\Pr(E|H)$, $\Pr(NE|L)$ და ა.შ. მოცემულია მოთამაშე 1-ის წონასწორულ სტრატეგიაში. მაგალითად, $\Pr(E|H)$ არის ალბათობა, რომ მოთამაშე 1 აირჩევს E-ს, როდესაც ის იქნება H ტიპის, ხოლო $\Pr(NE|L)$ არის ალბათობა, რომ პირველი აირჩევს NE-ს, როდესაც იგი არის L-ტიპის. როგორც ნახაზზე 8.15 არის შეჯამებული, ბაიესის კანონი.

როდესაც მოთამაშე 1 თამაშობს წმინდა სტრატეგიის მიხედვით, ბაიესის კანონი ხშირად გვაძლევს მარტივ შედეგს. დავუშვათ, $\Pr(E|H) = 1$ და $\Pr(E|L) = 0$ ანუ მოთამაშე 1 მიიღებს განათლებას მხოლოდ და მხოლოდ მაშინ, თუ ის არის მაღალკვალიფიციური. ტოლობიდან 8.34 მივიღებთ:

$$\Pr(H|E) = \frac{1 \cdot \Pr(H)}{1 \cdot \Pr\Pr(H) + 0 \cdot \Pr(L)} = 1 \tag{8.36}$$

ეს ნიშნავს, მოთამაშე 2-ის აზრით მოთამაშე 1 მაღალკვალიფიციურია, თუ მოთამაშე 2 ამჩნევს, რომ მოთამაშე 1-მა აირჩია E. მეორე მხრივ, დავუშვათ, $\Pr(E|H) = \Pr(E|L) = 1$, რაც იგივეა, რომ მოთამაშე 1 მიიღებს განათლებას მიუხედავად მისი ტიპისა. ასეთ შემთხვევაში ტოლობიდან 8.34 გამომდინარეობს, რომ:

$$\Pr(H|E) = \frac{1 \cdot \Pr(H)}{1 \cdot \Pr\Pr(H) + 1 \cdot \Pr(L)} = \Pr(H) \tag{8.37}$$

ვინაიდან $\Pr(H) + \Pr(L) = 1$. ეს ნიშნავს, მოთამაშე 1-ის განათლება (E) არ აძლევს არანაირ ინფორმაციას მოთამაშე 2-ს მოთამაშე 1-ის ტიპთან დაკავშირებით, ანუ მისი საწყისი

და განახლებული შეხედულება ერთი და იგივეა. ზოგადად, თუ მეორე თამაშობს შერეულ სტრატეგიას $\Pr(E|H) = p$ და $\Pr(E|L) = q$, მაშინ ბაიესის კანონიდან გამომდინარეობს, რომ:

$$\Pr(H|E) = \frac{p\Pr(H)}{p\Pr(H) + q\Pr(L)}. \qquad \textbf{(8.38)}$$

ბაიესის სრულყოფილი წონასწორობა

სრულყოფილი ინფორმაციის თამაშებში ნეშის წონასწორობიდან გადავედით უფრო დაზუსტებული ქვეთამაშის სრულყოფილ წონასწორობაზე, რითაც გამოვრიცხეთ უსაფუძვლო საფრთხეები მიმდევრობით თამაშებში. იგივე მიზეზით გადავალთ არასრულყოფილი ინფორმაციის ბაიეს-ნეშის წონასწორობიდან, უფრო დაზუსტებული ბაიესის სრულყოფილ წონასწორობაზე.

განსაზღვრება

ბაიესის სრულყოფილი წონასწორობა. ბაიესის სრულყოფილი წონასწორობა შედგება ისეთი სტრატეგიების პროფილისა და შეხედულებებისგან, რომ:

- თითოეულ საინფორმაციო სიმრავლეში, მოთამაშის სტრატეგია თითოეულ სვლაზე უნდა ახდენდეს მისი მოსალოდნელი სარგებლიანობის მაქსიმიზაციას. მოლოდინი დამოკიდებულია მის შეხედულებაზე.
- ყველა საინფორმაციო სიმრავლეში, სადაც კი შესაძლებელია, მოთამაშის შეხედულებები უნდა ყალიბდებოდეს ბაიესის კანონის მიხედვით (წინასწარი შეხედულებებისა და სხვა მოთამაშეების სტრატეგიაზე დაყრდნობით).

თითოეულ საინფორმაციო სიმრავლეში რაციონალურად თამაშის მოთხოვნა ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობის შემთხვევაში წამოყენებული მოთხოვნის მსგავსია, რომლის თანახმად თითოეულ ქვეთამაშში მყარდება ნეშის წონასწორობა.

ბაიესის სრულყოფილი წონასწორობის განსაზღვრების თანახმად, ბაიესის კანონს ვიყენებთ მხოლოდ იქ, „სადაც შესაძლებელია". ბაიესის კანონი უსარგებლოა სრულიად მოულოდნელი მოვლენების დროს მინიშნების მოდელის შემთხვევაში, როცა მოცემული ქმედება არ აირჩევა ნებისმიერი ტიპის მოთამაშეების მიერ. მაგალითად, თუ დასაქმების ბაზარზე მინიშნების თამაშში არც H და არც L ტიპი არ ირჩევს განათლებას, მაშინ ტოლობების 8.34 და 8.35 მნიშვნელები იქნება ნოლის ტოლი, ე.ი. წილადი იქნება განუსაზღვრელი. თუ ბაიესის კანონი გვაძლევს განუსაზღვრელ პასუხს, მაშინ ბაიესის სრულყოფილი წონასწორობა არანაირად არ ზღუდავს მოთამაშე 2-ის განახლებულ შეხედულებებს, ე.ი. შეგვიძლია ვივარაუდოთ ნებისმიერი შეხედულება, რომელიც გვინდა.

როგორც ვნახეთ, სრულყოფილი ინფორმაციის თამაშებში მიმანიშნებელ თამაშებს შეიძლება გააჩნდეთ რამდენიმე წონასწორობა. ბაიესის კანონის განუსაზღვრე-

ლობის პირობებში გვაქვს შეხედულების არჩევის თავისუფლება, ეს შეიძლება იყოს კიდევ ერთი ბაიესის სრულყოფილი წონასწორობა. რამდენიმე წონასწორობის სისტემური ანალიზი იწყება წონასწორობების სამ კლასად დაყოფით: განმაცალკევებელი, გამაერთიანებელი და შერეული წონასწორობები. ამის შემდეგ შეგვიძლია მოვძებნოთ ბაიესის სრულყოფილი წონასწორობები თითოეულ კლასში.

განმაცალკევებელ წონაწორობაში, მოთამაშე 1-ის თითოეული ტიპი ირჩევს სხვადასხვა ქმედებას. აქედან გამომდინარე, მოთამაშე 2 დანამდვილებით სწავლობს მოთამაშე 1-ის ტიპს მის სვლაზე დაკვირვებით. თითოეული განახლებული შეხედულება არის ნული ან ერთი. გამაერთიანებელ წონასწორობაში, სხვადასხვა ტიპის მოთამაშე 1 ირჩევს ერთიდაიგივე ქმედებას, ამიტომ მოთამაშე 2 ვერანაირ ინფორმაციას ვერ იღებს მოთამაშე 1-ის ქმედებაზე დაკვირვებით. გამაერთიანებელ წონასწორობაში, რომელიმე ტიპის მოთამაშე 1-ს შეიძლება არ უნდოდეს მისი კერძო ინფორმაციის გამხელა, ამიტომ შეძლება თამაშობდეს როგორც სხვა ტიპი. შერეულ წანასწორობაში, ერთი ტიპის მოთამაშე 1 თამაშობს მკაცრად შერეულ სტრატეგიას; ამას ეწოდება შერეული წონასწორობა, რადგან შერეული სტრატეგია შეიძლება ინვევდეს ზოგ შემთხვევაში განმაცალკევებელ, ზოგ შემთხვევაში კი გამაერთიანებელ წონასწორობას. მოთამაშე 2 იღებს მცირე ინფორმაციას მოთამაშე 1-ის ტიპზე, მაგრამ დაზუსტებით ვერ შეისწავლის მოთამაშე 1-ის ტიპს. მომდევნო სამ მაგალითში გამოყენებულია სამი სხვადასხვა წონასწორობის ცნება დასაქმების ბაზარზე მინიშნების თამაშის მაგალითზე.

მაგალითი 8.10: განმაცალკევებელი წონასწორობა დასაქმების ბაზარზე მინიშნების თამაშში

ყველაზე მარტივად განმაცალკევებელი წონასწორობა შეიძლება წარმოვადგინოთ შემდეგნაირად: მაღალკვალიფიციური კანდიდატი მიანიშნებს დამსაქმებელს თავის ტიპს განათლების მიღებით, ხოლო დაბალკვალიფიციური კანდიდატი განათლების არმიღებით. ამ სტრატეგიის გათვალისწინებით, მოთამაშე 2-ის შეხედულება ბაიესის კანონის მიხედვით უნდა იყოს $\Pr(H|E) - \Pr(L|NE) = 1$ და $\Pr(H|NE) - \Pr(L|E) - 0$. თუ მოთამაშე 2 ხედავს, რომ პირველს აქვს განათლება, მაშინ იგი მიხვდება, რომ თამაში მიმდინარეობს n_1 კვანძზე და არა n_2-ზე (ნახაზი 8.14). მოთამაშე 2-ის საუკეთესო პასუხი იქნება სამსახურის შეთავაზება (J), თუ $\pi - w > 0$. თუ მოთამაშე 2 ხედავს, რომ მოთამაშე 1-ს არ აქვს განათლება, მაშინ მან იცის, რომ თამაში მიმდინარეობს n_4 კვანძზე და არა n_3-ზე. ამ შემთხვევაში მეორის საუკეთესო პასუხი არის, არ შეთავაზოს სამსახური (NJ), რადგან $0 > -w$.

ბოლო საფეხურზე უნდა შევამოწმოთ, მოთამაშე 1 გადაიხრება თუ არა თავისი განმაცალკევებელი სტრატეგიიდან ($E|H$, $NE|L$), მაშინ, როცა მეორე თამაშობს ($J|E$, $NJ|NE$). H ტიპის მოთამაშე 1, თუ მიიღებს განათლებას გამოიმუშავებს $w \quad c_H$. თუ ის გადაიხრება ამ სტრატეგიიდან და არ მიიღებს განათლებას, მაშინ მოთამაშე 2 იფიქრებს, რომ პირველი არის L ტიპის და არ შესთავაზებს სამსახურს, ამიტომ მოთამაშე 1-ის გამომუშავება იქნება 0. H ტიპის პირველი მოთამაშე არ ამჯობინებს გადახვევას, თუ

(გაგრძელება)

ამოცანა 2.10 (გაგრძელება)

$w - c_L \geq 0$. ახლა შევხედოთ L ტიპის მოთამაშე 1-ს. L ტიპის მოთამაშე წონასწორობაში გამოიმუშავებს 0-ს, თუ არ მიიღებს განათლებას. თუ L ტიპის მოთამაშე 1 გადაიხრება ამ სტრატეგიიდან და მიიღებს განათლებას, მაშინ მოთამაშე 2 მას აღიქვამს როგორც H ტიპის მოთამაშეს და შეთავაზებს სამსახურს. L ტიპის მოთამაშე არ აირჩევს გადახრას, თუ $w - c_L < 0$. ამ პირობების გაერთიანებით მივიღებთ განმაცალკევებელ წონასწორობას. მოთამაშე იღებს განათლებას მხოლოდ მაშინ, თუ ის არის მაღალკვალიფიციური, და ფირმა სამუშაოს შეთავაზებს განათლების მქონე აპლიკანტს მხოლოდ მაშინ, როცა $c_H \leq w \leq c_L$.

მეორე განმაცალკევებელი წონასწორობა იქნება მაშინ, როცა მოთამაშე 1 იღებს განათლებას, თუ ის არის დაბალკვალიფიციური. ეს არის უცნაური შედეგი, რადგან ჩვენი მოლოდინია, რომ განათლება არის მაღალკვალიფიციურობის მიმანიშნებელი და არა დაბალკვალიფიციურობის. საბედნიეროდ ჩვენ ასეთი წონასწორობა შეგვიძლია გამოვრიცხოთ ბაიესის სრულყოფილი წონასწორობიდან. მოთამაშე 2-ის საუკეთესო პასუხი ამ შემთხვევაში იქნებოდა სამსახურის შეთავაზება მხოლოდ და მხოლოდ მაშინ, როცა მოთამაშე 1-ს არ ექნებოდა განათლება. L ტიპი გამოიმუშავებს c_L უკუგებას E-ის თამაშით და w უკუგებას თამაშით, ასე, რომ ის გადაიხრება NE-სკენ.

შეკითხვა: რატომ იღებს კანდიდატი ზოგჯერ განათლებას, მიუხედავად იმისა, რომ ზოგჯერ განათლება არ ზრდის მისი უნარების დონეს? იარსებებდა განმაცალკევებელი წონასწორობა თუ დაბალკვალიფიციური განათლებას უფრო ადვილად მიიღებდა, ვიდრე მაღალკვალიფიციური?

ამოცანა 2.11: გამაერთიანებელი წონასწორობა დასაქმების ბაზარზე მინიმუმების თამაშში

მოდით გამოვიკვლიოთ შესაძლო გამაერთიანებული წონასწორობა, სადაც ორივე ტიპის მოთამაშე 1 ირჩევს E-ს. მოთამაშე 1 რომ არ გადაიხაროს E-ს არჩევისგან, მოთამაშე 2-მა უნდა შეთავაზოს სამსახური მხოლოდ და მხოლოდ მაშინ, თუ პირველი არის განათლებული – იგივეა რაც $(J|E, NJ|NE)$. თუ მოთამაშე 2 არ შეთავაზებს სამსახურს განათლებულ კანდიდატს, მაშინ პირველმა შეიძლება არ მიიღოს განათლება (აირჩიოს NE) და დაზოგოს ხარჯები განათლებაზე. თუ მოთამაშე 2 შეთავაზებს სამსახურს განათლების არმქონე კანდიდატს, მაშინ პირველი ისევ აირჩევს NE, რადგან ის დაზოგავს განათლების ხარჯებს და მაინც მიიღებს ხელფასს შეთავაზებული სამსახურიდან.

ახლა გამოვიკვლიოთ როდის არის $(J|E, NJ|NE)$ საუკეთესო პასუხი მოთამაშე 2-თვის. ამ გამაერთიანებელ წონასწორობაში მოთამაშე 2-ის წინასწარი და განახლებული შეხედულება ერთი და იგივეა, როდესაც ხედავს განათლებულ კანდიდატს. მოთამაშე 2-ის მოსალოდნელი უკუგება J-ს არჩევიდან არის:

$$\Pr(H|E)(\pi - w) + \Pr(L|E)(-w) = \Pr(H)(\pi - w) + \Pr(L)(-w) = \Pr(H)\pi - w. \quad \textbf{(8.39)}$$

იმისათვის, რომ J იყოს საუკეთესო პასუხი E-ზე, ტოლობა 8.39 უნდა აღემატებოდეს მოთამაშე 2-ის ნულოვან უკუგებას, NJ-ს არჩევიდან. საიდანაც გარდაქმნების შემდეგ მივიღებთ, რომ $\Pr(H) \geq w/\pi$. მოთამაშე 2-ის განახლებული შეხედულება არაა შეზღუდული ბაიესის კანონით n_4 და n_3 კვანძებზე, რადგან მოთამაშე 1 არასდროს თამაშობს NE ქმედებას და სრულიად მოულოდნელია იმის ნახვა, რომ მოთამაშე 1 თამაშობს NE-ს. ბაიესის საუკეთესო წონასწორობა გვაძლევს საშუალებას, დავასახელოთ ნებისმიერი ალბათობების განაწილება განახლებულ შეხედულებაზე $\Pr(H|NE)$-სა და $\Pr(L|NE)$-ზე, შესაბამისად n_3 და n_4 კვანძებზე. მოთამაშე 2-ის უკუგება NJ-ს არჩევით იქნება 0. იმისთვის, რომ NJ იყოს NE-ზე საუკეთესო პასუხი, 0 უნდა აღემატებოდეს მოთამაშე 2-ის მოსალოდნელ უკუგებას J-ს თამაშიდან.

$$0 > \Pr(H|NE)(\pi - w) + \Pr(L|NE)(-w) = \Pr(H|NE)\pi - w \quad \textbf{(8.40)}$$

მარჯვენა მხარე გამომდინარეობს იქიდან, რომ $\Pr(H|NE) + \Pr(L|NE) = 1$. ტოლობის გარდაქმნით მივიღებთ $\Pr(H|NE) \leq w/\pi$.

შევაჯამოთ: გამაერთიანებელი წონასწორობის არსებობის შემთხვევაში, რომელშიც ორივე ტიპის მოთამაშე 1 ირჩევს განათლებას, აუცილებელია, რომ $\Pr(H|NE) \leq w/\pi \leq \Pr(H)$. ფირმა ოპტიმისტურად უნდა იყოს განწყობილი მოსახლეობაში კვალიფიციური მოსახლეობის წილის მიმართ – $\Pr(H)$ უნდა იყოს საკმარისად მაღალი – და პესიმისტურად განწყობილი დაბალკვალიფიციური გაუნათლებელი მოსახლეობის წილის მიმართ – $\Pr(H|NE)$ უნდა იყოს საკმარისად დაბალი. ასეთ წონასწორობაში, L ტიპი ერთიანდება H ტიპთან, რათა არ დაუშვას, რომ მოთამაშე 2-მა რაიმე შეიტყოს მუშის კვალიფიკაციის შესახებ განათლების, როგორც ნიშანის საშუალებით.

გამაერთიანებელი წონასწორობის სხვა შესაძლებლობა არის ის, როდესაც ორივე ტიპის მოთამაშე 1 ირჩევს NE-ს. ასეთი სახის ბევრი წონასწორობა შეიძლება არსებობდეს, რაც დამოკიდებულია იმაზე, თუ რას ვვარაუდობთ. მეორის განახლებული შეხედულების შესახებ (მოთამაშე 2-ის შეხედულება მოთამაშე 1-ის განათლებაზე დაკვირვების შემდეგ). ბაიესის საუკეთესო წონასწორობა არანაირ შეზღუდვას არ აწესებს ამ განახლებულ შეხედულებებზე. მაგალითში 8.12 უნდა მოვძებნოთ ასეთი წონასწორობები და კიდევ უფრო დავაზუსტოთ ბაიესის სრულყოფილი წონასწორობა (ინტუიციური კრიტერიუმი), რომელიც დაგვეხმარება გამოვრიცხოთ არადამაჯერებელი შეხედულებები და წონასწორობები.

შეკითხვა: დავუბრუნდეთ სრულყოფილ გამაერთიანებელ წონასწორობაში ორივე ტიპის მოთამაშე 1-ის უკუგებას, როცა ისინი ირჩევენ განათლებას. განვიხილოთ მოთამაშე 2-ის განახლებული შეხედულება, როდესაც ის დაინახავს, რომ კანდიდატს არ აქვს განათლება. ბაიესის სრულყოფილ წონასწორობაში შეგვიძლია დავუშვათ რაც ჩვენ გვინდა მოთამაშე 2-ის შეხედულებაზე. დავუშვათ, ფირმა არანაირ ინფორმაცი-

(გაგრძელება)

სავარჯიშო 8.11

ას არ იღებს, როდესაც ხედავს, რომ კანდიდატს არ აქვს განათლება და ინარჩუნებს წინასწარ შეხედულებას. იქნება თუ არა ზემოთ დასახელებული გამაერთიანებელი შედეგი წონასწორობა? რა მოხდება, თუ დავუშვებთ, რომ განათლების არქონას ფირმა აღიქვამს უნარებს ცუდ სიგნალად და დარწმუნებულია, რომ მოთამაშე 1 აუცილებლად L ტიპისაა.

სავარჯიშო 8.12 შერეული წონასწორობა დასაქმების სამაგრო მოწყობის თამაშში

ერთ-ერთი შესაძლო შერეული წონასწორობა არის, როდესაც მაღალკვალიფიციური H ტიპი ყოველთვის იღებს განათლებას და დაბალკვალიფიციური L ტიპი შემთხვევით ირჩევს, ზოგჯერ თავს ასაღებს H ტიპად განათლების მიღებით. L ტიპი შემთხვევით ირჩევს ორიდან ერთს E ან NE, შესაბამისი ალბათობებით e და $1 - e$. მოთამაშე 2 შესთავაზებს განათლებულ აპლიკანტს სამსახურს j ალბათობით და არავითარ შემთხვევაში არ შესთავაზებს სამსახურს გაუნათლებელ კანდიდატს.

ჩვენ უნდა ვიპოვოთ შერეული სტრატეგიების e^* და j^* წონასწორული მნიშვნელობები. ასევე უნდა ვიპოვოთ განახლებული შეხედულებები $\Pr(H|E)$ და $\Pr(H|NE)$, რომელებიც შეესაბამება ბაიესის სრულყოფილ წონასწორობას. განახლებული შეხედულებები გამოთვლილია ბაიესის კანონით:

$$\Pr(H|E) = \frac{\Pr(H)}{\Pr(H) + e\Pr(L)} = \frac{\Pr(H)}{\Pr(H) + e[1 - \Pr(H)} \qquad \textbf{(8.41)}$$

და $\Pr(H|NE) = 0$.

რა ტიპის მოთამაშე 1 ითამაშებს მკაცრად შერეულ სტრატეგიას, თუ მისი მოსალოდნელი უკუგება E-ს თამაშიდან იქნება იგივე, რაც NZ-ს თამაშიდან? ცნობილია რა მოთამაშე 2-ის შერეული სტრატეგია, მოთამაშე 1-ის უკუგება იქნება $jw - c_L$. NE-ს. თამაშიდან უკუგება იქნება 0 (ცნობილია, რომ მოთამაშე 2 არ შეთავაზებს სამსახურს გაუნათლებელ აპლიკანტს). აქედან გამომდინარე $jw - c_L = 0$, ამოვხსნათ j-ს მიმართ მივიღებთ, $j^* = c_L/w$.

მოთამაშე 2 ითამაშებს მკაცრად შერეულ სტრატეგიას (იმ პირობით, რომ აპლიკანტი აკვირდება E-ს), მხოლოდ მაშინ, თუ მიიღებს იგივე მოსალოდნელ უკუგებას j-ს თამაშიდან, რასაც მიიღებდა Nj-ის თამაშით და რომელიც ტოლია:

$$\Pr(H|E)(\pi - w) + \Pr(L|E)(-w) = \Pr(H|E)\pi - w. \qquad \textbf{(8.42)}$$

Nj-ის თამაშით მიღებული უკუგება 0-ის ტოლია.

თუ ტოლობას 8.42 გავუტოლებთ ნოლს, ასევე ჩავანაცვლებთ $\Pr(H|E)$-ს ტოლობიდან 8.41 და ამოვხნით e-ს მიმართ, მივიღებთ:

$$e^* = \frac{(\pi - w)\Pr(H)}{w(1 - \Pr(H))}. \qquad \textbf{(8.43)}$$

შეკითხვა: ანალიზის სრულყოფისთვის: ამ წონასწორობაში შეუძლებელია, რომ H ტიპის მოთამაშე 1-მა არჩიოს E-დან გადახრა. სწორია ეს? თუ კი, შეგიძლია აჩვენო? L ტიპის მოთამაშე 1-ის მცდელობისას, გაერთიანდეს „მაღალ“ ტიპთან განათლების მიღებით, მოთამაშე 1-ის ტიპის შესახებ მოთამაშე 2-ის წინასწარი შეხედულების მიხედვით როგორ იცვლება ალბათობა?

იაფი საუბარი

დასაქმების ბაზარზე მინიშნების თამაშში, განათლება სხვა არაფერია, თუ არა ძვირი მინიშნება. მინიშნება უნდა იყოს ძვირი – მართლაც, ის უნდა იყოს უფრო დიდ დანახარჯებთან დაკავშირებული დაბალკვალიფიციური კანდიდატისთვის, ან უნარის დონეები არ უნდა იყოს განცალკევებული წონასწორობაში. რეალურ სამყაროში ვხედავთ ძვირ კომუნიკაციის საშუალებებს, მაგრამ ხშირად ინფორმაცია, ასევე, იცვლება მარტივად მცირე ან დაბალი დანახარჯით („იაფი საუბარი“). თამაშთა თეორიას შეუძლია ახსნას, თუ რატომაა იაფი საუბარი გავრცელებული. თამაშთა თეორიაში, ასევე, ხშირად ხდება, რომ იაფი საუბარი არ მუშაობს და აუცილებელი ხდება ძვირი.

მოცემულ ქვეთავში შევქმნით იაფი საუბრის მოდელს, სადაც ორი მოთამაშე თამაშობს მინიშნების თამაშს. მოთამაშე 1-ის სტრატეგიები შედგება მეორესთვის გაგზავნილი ძვირი შეტყობინებებისგან. მიმდევრობა იგივეა, რაც წინა თამაშებში იყო: მოთამაშე 1 თავიდან იგებს თავის ტიპს (ამ შემთხვევაში „სამყაროს მდგომარეობა“ შეიძლება უფრო შესაბამისი სახელი იყოს, ვიდრე „ტიპი“, რადგან მოთამაშე 1-ის კერძო ინფორმაცია პირდაპირ ახდენს გავლენას ორივე მოთამაშის უკუგებაზე), შემდეგ მოთამაშე 1 კომუნიკაციას ამყარებს 2-ს, ხოლო მოთამაშე 2 აკეთებს სვლას, რომელიც გავლენას ახდენს ორივე მოთამაშის უკუგებაზე.

შეტყობინებების სივრცე პოტენციურად შეუზღუდავია: მოთამაშე 1-მა შეიძლება გამოიყენოს მეტნაკლებად რთული ლექსიკონი, შეუძლია დაწეროს მეტ-ნაკლებად დეტალური შეტყობინება, შეუძლია ისაუბროს ათასობით სხვადასხვა ენაზე, და ა.შ. ასე, რომ წონასწორობების სიმრავლე იმაზე მეტია, ვიდრე ჩვეულებრივ მიმნიშნებელ თამაშებშია. ჩვენ გავაანალიზებთ ყველა შესაძლო წონასწორობას, ყველაზე ნაკლებ ინფორმირებულიდან ყველაზე მეტად ინფორმირებულ ბაიესის სრულყოფილ წონასწორობამდე.

ინფორმაციის მაქსიმალური რაოდენობა, რომლის მომცველი იქნება მოთამაშე 1-ის შეტყობინება დამოკიდებულია იმაზე, თუ რამდენად კარგადაა განლაგებული მოთამაშეების უკუგების ფუნქციები. მოთამაშე 2-ს სურს, იცოდეს სამყაროს მდგომარეობა, რადგან ამის ცოდნით ის შეძლებს განახორციელოს შესაბამისი ქმედება. თუ მოთამაშე 1-საც აქ-

ვს იგივე უპირატესობები, რაც მეორეს (მოთამაშე 2 ირჩევს საუკეთესოს ყოველ მდგომარეობაში), მაშინ პირველს აქვს სტიმული მიაწოდოს ყველა ინფორმაცია სამყაროს მდგომარეობის შესახებ რაც იცის, ხოლო მეორეს ექნება მიზეზი დაუჯეროს პირველის შეტყობინებას. მეორე მხრივ, თუ მათი უპირატესობები სხვადასხვაა, მაშინ პირველი ეცდება, მოატყუოს მეორე სამყაროს მდგომარეობს შესახებ, რათა შემდეგ მეორემ ცრუ ინფორმაციაზე დაყრდნობით აირჩიოს ისეთი ქმედება, რომელიც პირველისთვის უკეთესია. რა თქმა უნდა, მოთამაშე 2 ითვალისწინებს მოტყუების შესაძლებლობებს და არ დაუჯერებს მოთამაშე 1-ს. რაც უფრო იზრდება უპირატესობების სხვადასხვაობა მოთამაშეებს შორის, მით უფრო ნაკლებად ინფორმირებული ხდება შეტყობინება. უკიდურეს შემთხვევაში მოთამაშე 1-ის შეტყობინება სრულყოფილად არაინფორმაციულია (რასაც დავარქმევთ „ცბედობას"); ნამდვილი ინფორმაციის გადასაცემად მოთამაშე 1-მა უნდა გამოიყენოს ძვირი დემონსტრირების საშუალებები. სამუშაო ბაზარზე მინიშნების თამაშში, ფირმის და დაბალკვალიფიციური კანდიდატის უპირატესობები ერთმანეთისგან დაშორებულია (კანდიდატს სურს, რომ აიყვანონ სამსახურში, ხოლო ფირმას არ სურს მისი დაქირავება). მაღალკვალიფიციურმა კანდიდატმა უნდა გამოიყენოს ძვირი დემონსტრირების საშუალებები (განათლება) რათა დამსაქმებელს თავისი ტიპი მიანიშნოს.

რეალურ სამყაროში, რადგან ხალხი ცდილობს ურთიერთობა ჰქონდეს საერთო ინტერესების მქონე ხალხთან და არა განსხვავებული აზრის მქონეებთან. ეს გვაძლევს მიზეზს ვივარაუდოთ, რომ რეალურ სამყაროში იაფი საუბრების მაგალითი უფრო მეტია, ვიდრე ძვირი მინიშნებების. ოჯახის წევრებს, ერთი გუნდის მოთამაშეებს, ფირმის შიგნით თანამშრომლებს, როგორც წესი, აქვთ ერთი და იგივე მიზნები და ცოტა მიზეზი აქვთ ტყუილის სათქმელად. თუმცა, ამ მაგალითებშიც კი შეიძლება მოთამაშეების ინტერესები არ იყოს მსგავსი და, შესაბამისად, შეიძლება იაფი საუბრები არ იყოს სრულყოფილად ინფორმაციული (მაგალითად, წარმოიდგინეთ მშობლებთან მოსაუბრე თინეიჯერები).

მაგალითი 8.13: იაფი საუბრის მარტივი თამაში

განვიხილოთ თამაში, რომელშიც გვაქვს სამყაროს სამი შესაძლო მდგომარეობა: A, B და C. მოთამაშე 1-ს აქვს ზუსტი კერძო ინფორმაცია სამყაროს მდგომარეობაზე. ის უგზავნის შეტყობინებას მოთამაშე 2-ს, რომელზე დაყრდნობითაც მეორე ირჩევს ქმედებას, L ან R. მოთამაშე 1-ის და 2-ის ინტერესები A და B მდგომარეობის დროს ერთმანეთს ემთხვევა: ორივეს ურჩევნია მეორემ ითამაშოს L, თუ ვართ A მდგომარეობაში, ხოლო მეორემ ითამაშოს R, თუ ვართ B მდგომარეობაში. მათი ინტერესები ურთიერთსაწინააღმდეგოა, თუ სამყარო C მდგომარეობაშია: პირველს ურჩევნია, მეორემ აირჩიოს L, ხოლო მეორეს ურჩევნია R-ის თამაში. დავუშვათ, A და B მდგომარეობები ერთნაირად მოსალოდნელია, ხოლო d არის C მდგომარეობის მოხდენის ალბათობა. ამ შემთხვევაში, d ზომავს მოთამაშეების უპირატესობების დაშორებას. ამ თამაშის გავრცობილი ფორმა სამი შესაძლო მდგომარეობისა და მოთამაშე 1-ის შეტყობინებების სიერცის არასრულად დახასიათების გამო რთული იქნებოდა, ამიტომ თამაში წარმოდგენილია სქემატურად, მატრიცების სახით ცხრილში 8.12.

ცხრილი 8.12 იაფი საუბრის მარტივი თამაში

მოთამაშე 2

მოთამაშე 1	*L*	*R*	მდგომარეობა *A*
	1, 1	0, 0	$\Pr(A) = (1 - d)/2$

მოთამაშე 2

მოთამაშე 1	*L*	*R*	მდგომარეობა *B*
	0, 0	1, 1	$\Pr(B) = (1 - d)/2$

მოთამაშე 2

მოთამაშე 1	*L*	*R*	მდგომარეობა *C*
	0, 1	1, 0	$\Pr(C) = d$

თუ $d = 0$, მაშინ მოთამაშეების ინტერესები მთლიანად ემთხვევა ერთმანეთს. ამ შემთხვევაში გვაქვს ყველაზე ინფორმაციული წონასწორული შედეგი: მოთამაშე 1 აცხადებს მდგომარეობას სწორად (მოთამაშე 2 თამაშობს L-ს, თუ მოთამაშე 1 აცხადებს „A"-ს და მოთამაშე 2 თამაშობს R-ს, თუ მოთამაშე 1 აცხადებს „B-ს".[16] როდესაც $d > 0$, სრულყოფილი კომუნიკაცია შეუძლებელია. წინა შემთხვევაში, როდესაც მოთამაშე 1 გამოაცხადებდა A-ს, მეორე ითამაშებდა L-ს. მაგრამ ამ შემთხვევაში მოთამაშე 1-ს ექნებოდა სტიმული, მოატყუოს მოთამაშე 2 და გამოაცხადოს ისევ A მდგომარეობა,თუ სინამდვილეში იქნება C. მოთამაშე 1-ის შეტყობინება ვეღარ იქნება უფრო სრულყოფილი, ვიდრე შემდეგი ორი სახის შეტყობინება: „მდგომარეობა არის A ან C" ან „მდგომარეობა არის B"; მოთამაშე 2 არ დაიჯერებს, თუ მოთამაშე 1 გამოაცხადებს მარტო A-ს ან C-ს.

თუ მოთამაშეების ინტერესებს შორის არ არის ძალიან დიდი განსხვავება, კონკრეტულად, თუ $d \leq 1/3$, მაშინ წონასწორობა გვექნება არასრულყოფილი, მაგრამ კომუნიკაცია მაინც ინფორმაციული. ამ წონასწორობაში, მოთამაშე 1 აგზავნის ერთ-ერთ სწორ შეტყობინებას: „A ან C" ან „B". მოთამაშე 2-ისმოსალოდნელი უკუგება L-ის თამაშიდან, როდესაც შეტყობინება არის „A ან C", უდრის

$$\Pr(A|\text{"}A \text{ ან } C\text{"})(1) + \Pr(C|\text{"}A \text{ ან } C\text{"})(0) = \Pr(A|\text{"}A \text{ ან } C\text{"}) \qquad \textbf{(8.44)}$$

ბაიესის კანონის მიხედვით:

16 მეორე უკიდურესი მდგომარეობაა, როდესაც d = 0. ამ შემთხვევაში ყოველთვის გვაქვს არაინფორმაციული „ყბედობის" წონასწორობა, რომელშიც მოთამაშე 1-ის შეტყობინება არანაირ ინფორმაციას არ შეიცავს და მოთამაშე 2 არ აქცევს ყურადღებას, თუ რას იტყვის პირველი.

$$\Pr(A|\text{"}A\text{ან }C\text{"}) = \frac{\Pr(\text{"}A\text{.ან}\supset\text{"}|A)\Pr(A)}{\Pr(\text{"}A\text{.ან}\supset\text{"}|A)\Pr(A)+\Pr(\text{"}A\text{.ან}\supset\text{"}|C)\Pr(C)} = \frac{1-d}{1+d}. \quad \textbf{(8.45)}$$

ტოლობაში 8.45 მეორე ტოლობა სწორია, როდესაც ჩავსვავთ Pr("*A* ან *C*"|*A*) = Pr("*A* ან *C*"|*C*) = 1 (თუ მდგომარეობა არის *A* ან *C* მოთამაშე 1 აუცილებლად გამოაცხადებს „*A* ან *C*“-ს) და, ასევე, ჩავანაცვლებთ Pr(*A*)-ს და Pr(*C*)-ს, შესაბამისად *d* ცვალადში გამოსახულ მნიშვნელობებით ცხრილიდან 8.12. თუ მოთამაშე 2 *U*-სკენ გადაიხრება, მაშინ მისი მოსალოდნელი უკუგება იქნება (შეიძლება ვაჩვენოთ ტოლობების 8.44 და 8.45 გამოთვლის მსგავსად):

$$\Pr(C|\text{"}A\text{ან}C\text{"}) = \frac{2d}{1+d} \quad \textbf{(8.46)}$$

წონასწორობაში, ტოლობა 8.45 უნდა აღემატებოდეს ტოლობას 8.46, რაც ნიშნავს, რომ $d \le 1/3$.

თუ მოთამაშეების ინტერესები უფრო მეტად განსხვავდება, კერძოდ, თუ $d > 1/3$, მაშინ გვექნება მხოლოდ არაინფორმაციული „ყბედობის“ წონასწორობა

ᲨᲔᲙᲘᲗᲮᲕᲐ: არიან მოთამაშეები უკეთესად ინფორმაციულ წონასწორობაში? რა განსხვავება იქნება, თუ მოთამაშე 1 გამოაცხადებს „მუქ წითელს“ „*A* ან *C*“-ს ნაცვლად და „ყვითელს“ „*B*“-ს ნაცვლად? ენის რა თვისებები გახდის მას უფრო მეტად ან ნაკლებად ეფექტიანს იაფი საუბრების კონტექსტში?

ექსპერიმენტული თამაშები

ექსპერიმენტული ეკონომიკა შედარებით ახალი მიმართულებაა კვლევაში, რომელიც იკვლევს, თუ რამდენად დიდია კავშირი ეკონომიკურ მოდელებსა და ექსპერიმენტული სუბიექტების ქცევას შორის ლაბორატორიულ გარემოცვაში. ექსპერიმენტულ ეკონომიკაში გამოყენებული მეთოდები ექსპერიმენტულ ფსიქოლოგიაში გამოყენებული მეთოდების მსგავსია. ექსპერიმენტულ ეკონომიკაში მოტივაციის შექმნის მიზნით ხშირად იყენებენ მონეტარულ ჯილდოებსაც, რომელსაც მონაწილეებს უხდიან. ექსპერიმენტული ეკონომიკის საჭიროება ხაზგასმული იქნა 2002 წელს, როდესაც ვერნონ სმიტმა ეკონომიკაში ნობელის პრემია მიიღო ნოვატორული ნაშრომისთვის ექსპერიმენტულ ეკონომიკაში. ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი სფერო ამ მიმართულებით არის ექსპერიმენტული მეთოდების გამოყენება თამაშთა თეორიის შესამოწმებლად.

ექსპერიმენტები პატიმრის დილემის გამოყენებით

უამრავი განსხვავებული აზრი არსებობს პატიმრების დილემასთან დაკავშირებით სინამდვილეში საინტერესოა, ხალხი მიყვება თუ არა ნეშის წონასწორობას და ითამაშებენ თუ არა კოოპერაციულ თამაშს – შეინარჩუნებენ დუმილს. ერთ ექსპერიმენტში მოთამაშეებმა ითამაშეს პატიმრების დილემა 20-ჯერ, და ყოველ ჯერზე სხვადასხვა პარტნიორთან (პარტნიორები იყვნენ ანონიმურები, რადგან აერიდებინათ განმეორებითი თამაშის ეფექტი). გამოცდილების ზრდასთან ერთად მოთამაშეები თანდათანობით მიუახლოვდნენ ნეშის წონასწორობას. მოთამაშეებმა ითამაშეს კოოპერირება პირველი ხუთი რაუნდის 43%-ში და ბოლო ხუთი რაუნდის მხოლოდ 20%-ში.[17]

ექსპერიმენტებში, როგორც წესი მონაწილეების ქცევა ქაოსურია. მიუხედავად იმისა, რომ თამაშის ბოლოსკენ გადაწყვეტილებების 80% ნეშის წონასწორობასთან შესაბამისია, მაინც არსებობს 20%, ვინც არ მიყვება ნეშის წონასწორობას. თეორიების ვარაუდი იშვიათადაა სრულყოფილად შესაბამისი ექსპერიმენტებთან.

ექსპერიმენტები ულტიმატუმის თამაშის გამოყენებით

ექსპერიმენტულ ეკონომიკაში, ასევე, ხშირად ამოწმებენ, თუ რამდენად ზუსტად წინასწარმეტყველებს მიმდევრობით თამაშებში ქცევას ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობა. ექსპერიმენტებში ულტიმატუმის თამაში არის ერთ-ერთი ფართოდ გავრცელებული მიმდევრობითი თამაში. ექსპერიმენტის ჩამტარებელი ორ მოთამაშეს აძლევს ფულით სავსე თასს. მოთამაშე 1 (შემთავაზებელი) აკეთებს პირველ სვლას და შესთავაზებს ფულის გაყოფას მოთამაშე 2-ს. მოთამაშე 2-მა (მოპასუხე) უნდა გადაწყვიტოს, დათანხმდეს შეთავაზებას თუ არა. თუ მოთამაშე 2 დათანხმდება, მოთამაშეები გაიყოფენ ფულს ისე, როგორც შეთავაზებულია მოთამაშე 1-ის მიერ. თუ არ დათანხმდება, ორივე მოთამაშე დარჩება ფულის გარეშე. ქვეთამაშის სრულყოფილ წონასწორობაში შემთავაზებელი შეთავაზებს ფულის მინიმალურ წილს და ამაზე დათანხმდება მოპასუხე. ეს შეგვიძლია დავინახოთ უკუსვლითი ინდუქციით: მოპასუხე უნდა დათანხმდეს ნებისმიერ შეთავაზებას, რომელშიც ის მიიღებს ნებისმიერ დადებით თანხას, იმის მიუხედავად რამდენად პატარაა თანხა (თუ არ დათანხმდება, მიიღებს ნოლს). რადგან ეს იცის შემთავაზებელმა, მან რაც შეიძლება მცირე წილი უნდა შეთავაზოს.

ექსპერიმენტებში ჩანს, რომ გაყოფა მეტად თანაბრად ხდება, ვიდრე ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობის შემთხვევაშია.[18] ყველაზე ხშირი შეთავაზება იყო 50-50 (ანუ შემთავაზებლები თავაზობდნენ ფულის ნახევარს). მოპასუხეები არ თანხმდებოდნენ ისეთ შეთავაზებას, რომელშიც იღებდნენ 30%-ზე ნაკლებს. ეს შედეგი მაშინაც მუშა-

17 R. Cooper, D.V. De Jong, R. Forsythe and T.W. Ross, „Cooperation Without Reputation: Experimental Evidencefrom Prisoner's Dilemma Games," Games and Economic Behavior (February 1996): 187-218.

18 ამ ტიპის თამაშებთან დაკავშირებით დანერილებით იხილეთ, D.D. Davis and C.A. Holt, Experimental Economics (Princeton, NJ: Princeton University Press, 1993).

ობდა, როდესაც მთლიანი თანხა $100 შეადგენდა, ანუ მოთამაშეები უარს ამბობდნენ $30-ზე და $0-ს იღებდნენ. ზოგი ეკონომისტი აღნიშნავს, რომ ფული არ არის ადამიანის უკუგების კარგი საზომი. შეიძლება მოთამაშეები სხვა ფაქტორებზე ამახვილებდნენ ყურადღებას, მაგალითად, როგორიცაა სამართლიანობა და ამიტომ ურჩევნიათ, ორივე მოთამაშემ მიიღოს ერთნაირი უკუგება. მაშინაც კი, თუ შემთავაზებელს პირდაპირ არ ადარდებს სამართლიანობა, იმის შიშით, რომ შეიძლება მოპასუხემ არასამართლიანი გაყოფის გამო უარყოს შეთავაზება, შემთავაზებელი სთავაზობს თანაბარ წილს.

ექსპერიმენტული ქცევის ასეთმა დიდმა გადახვევამ თამაშთა თეორიის ვარაუდებისგან, უბიძგა თამაშთა თეორეტიკოსებს დაემატებინათ თეორიებში მოთამაშეების სამართლიანობის გრძნობა.[19]

ექსპერიმენტები დიქტატორის თამაშის გამოყენებით

წინა თამაშის ექსპერიმენტულმა შედეგმა მკვლევარებს შორის გააღვივა ინტერესი გაერკვიათ, სამართლიანობა მოდიოდა ადამიანის სურვილისგან თუ მოთამაშე 2-ის მიმართ შიშიდან. ამის გამოსაკვლევად ჩატარდა დიქტატორის თამაშის ექსპერიმენტი. თამაში შემდეგი სახისაა, წინა თამაშის მსგავსად შემთავაზებელი იღებს გადაწყვეტილებას ფულის გაყოფასთან დაკავშირებით, მოთამაშე 2-ის პასუხის გარეშე. გამოვლინდა, რომ შემთავაზებლები იყვნენ ნაკლებ სამართლიანები და თავაზობდნენ ნაკლებად თანაბარ გაყოფას, თუმცა მცირე ნაწილს მაინც უყოფდნენ მეორე მოთამაშეს. ეს ნიშნავს, რომ შემთავაზებლის აზრით, რაღაც მცირედი სამართლიანობა მაინც დამახასიათებელია მეორე მოთამაშისთვის.

ექსპერიმენტის დეტალების დაგეგმა მნიშვნელოვან გავლენას ახდენს შედეგზე.[20] ერთერთი ექსპერიმენტის დროს ექსპერიმენტის ჩამტარებლები ვერ ხედავდნენ, რომელი შემთავაზებელი რა წილს აძლევდა მეორეს, ანუ შეთავაზებული იყო ანონიმური. ამის გამო, მოთამაშეები გახდნენ უფრო ეგოსიტსები, თითქმის არავინ მისცა ნახევარი თანხა მოწინააღმდეგეს, ხოლო ორმა მესამედმა მთლიანი თანხა თავისთვის დაიტოვა. ეს ნიშნავს, რომ შემთავაზებლები ზრუნავენ არა თავად სამართლიანობაზე, არამედ მათი სურვილია, ექსპერიმენტი ჩამტარებელს დაანახონ, რომ სამართლიანები არიან.

ევოლუციური თამაშები და სწავლა

თამაშთა თეორია ასევე შეისწავლის, თუ როგორ მივდივართ ნეშის წონასწორობამდე და, საერთოდ, მივდივართ თუ არა. ჰიპერრაციონალურმა ადამიანებმა შეიძლება გამოიცნონ ერთმანეთის სტრატეგიები და ითამაშონ ნეშის წონასწორობა, მაგრამ რო-

19 იხილეთ, M. Rabin, "Incorporating Fairness into Game Theory and Economics," American Economic Review (December 1993): 1281–1302.

20 E. Hoffman, K. McCabe, K. Shachat and V. Smith, "Preferences, Property Rights, and Anonymity in Bargaining Games,"Games and Economic Behavior (November 1994): 346–80.

გორ შეძლებენ ერთ შედეგზე შეთანხმებას, როდესაც გვაქვს რამდენიმე ნეშის წონასწორობა? რა შედეგს მივიღებთ, თუ მოთამაშეები არიან ჩვეულებრივი ადამიანები და არა ჰიპერრაციონალურები?

თამაშთა თეორეტიკოსები შეეცადნენ, შეედგინათ მოდელი დინამიური პროცესებისა, რომელშიც წონასწორობა მიიღწევა დიდი ხნის მანძილზე თამაშის მიმდინარეობით და მონაწილეობს ბევრი აგენტი (მონაწილეები). აგენტები ერთმანეთს ხვდებიან შემთხვევით და თამაშობენ თამაშს წყვილებში. თამაშთა თეორეტიკოსებმა გაანალიზეს რამდენად უახლოვდებიან დროთა განმავლობაში მოთამაშეები ნეშის წონასწორობას; მრავალი ნეშის წონასწორობის შემთხვევაში, რომელ წონასწორობის წერტილს უახლოვდებიან და რა დრო სჭირდება ამას. ყველაზე ფართოდ გავრცელებულია ორი სახის მოდელი, სადაც გაკეთებულია სხვადასხვა დაშვება მოთამაშეების რაციონალურობის დონის შესახებ: ევოლუციური მოდელი და სწავლის მოდელი.

ევოლუციურ მოდელში, მოთამაშეები არ იღებენ რაციონალურ გადაწყვეტილებებს, არამედ ისინი თამაშობენ ისე, როგორც არიან გენეტიკურად დაპროგრამებული. რაც უფრო წარმატებულია მოთამაშის სტრატეგია, მით უფრო გამოსადეგია ამ გენის მატარებელი მოთამაშე. ეს, თავის მხრივ, უფრო მეტ შანსს აძლევს მის გენს გადარჩეს და გადაეცეს მომავალ თაობას. საბოლოოდ, კი ეს გამოიწვევს მთელს პოპულაციაში ამ სტრატეგიის ფართოდ გავრცელებას.

ევოლუციური მოდელები თავდაპირველად განავითარა ჯონ მეინარდ სმიტმა სხვა ბიოლოგებთან ერთად. მათ სცადეს აეხსნათ ცხოველის ქცევის ევოლუცია, მაგალითად, ბიოლოგებმა გამოიკვლიეს, თუ რამდენად ძლიერად იბრძვის ლომი მეწყვილის მოსაპოვებლად და როგორ ბრძოლობენ ჭიანჭველები თავისი კოლონიის დასაცავად. ევოლუციური მოდელები ადამიანის ქცევის ანალიზში უფრო ფართოდ შეიძლება გამოვიყენოთ. ასეთი მოდელების დახმარებით შეიძლება გავარკვიოთ, როგორ გაუძლო დროს ზოგმა ჩვევამ და როგორ შეიცვალა კულტურა დროთა განმავლობაში.

თამაშთა თეორეტიკოსებმა გამოიკვლიეს, არსებობს თუ არა კავშირი თამაშის შესწავლის სირთულესა და ნეშის წონასწორობის მიღწევის დროს შორის. თანამედროვე კვლევები ცდილობენ, გააერთიანონ თეორია და ექსპერიმენტები. მკვლევარები ექსპერიმენტებზე დაყრდნობით ცდილობენ შექმნან ალგორითმი, რომელსაც რეალური სამყარო თამაშის დროს იყენებს.

შეჯამება

მოცემული თავი გვიჩვენებს სტრატეგიულ სიტუაციებში სტრუქტურული აზროვნების გზას. ჩვენ ფოკუსირება მოვახდინეთ თამაშთა თეორიაში გამოყენებულ უმთავრეს ამხსნელ კონცეფციაზე, ნეშის წონასწორობაზე. შემდეგ მსჯელობა განვაგრძეთ თამაშთა თეორიის გართულებული ვარიანტების უფრო დახვეწილი ამხსნელი კონცეფციებით (მიმდევრობითი სვლები და არასრულყოფილი ინფორმაცია). აღნიშნული თავის მთავარი შედეგებია:

- ყველა თამაშს აქვს ერთიდაიგივე ძირითადი კომპონენტები: მოთამაშეები, სტრატეგიები, უკუგებები და ინფორმაციული სტრუქტურა.
- თამაშები შეიძლება ჩაიწეროს ან ნორმალური ფორმით (უკუგებების მატრიცებით ან უკუგებების ფუნქციებით) ან გავრცობილი ფორმით (თამაშის ხის სახით).
- სტრატეგიები შეიძლება შედგებოდეს მარტივი ქმედებებისგან, ქმედებების რთული გეგმისგან, ან მარტივ ქმედებების ალბათობების განაწილებისგან (შერეული სტრატეგიები).
- ნეშის წონასწორობა არის თითოეული მოთამაშისთვის სტრატეგიების სიმრავლე, რომელიც ორივე მოთამაშის მხრიდან წარმოადგენს საუკეთესო პასუხებს. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, ნეშის წონასწორობაში მოთამაშის სტრატეგია არის ოპტიმალური სტრატეგია მაშინ, როცა სხვა ყველა მოთამაშე თამაშობს თავის წონასწორულ სტრატეგიას.
- ნეშის წონასწორობა არსებობს ყველა სასრულ თამაშში (შერეული ან წმინდა სახით).
- ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობა არის ნეშის წონასწორობის დახვეწილი ფორმა, რომელიც გვეხმარება გამოვრიცხოთ უსაფუძვლო საფრთხეები მიმდევრობითი თამაშის დროს.
- პერიოდული თამაშების მრავალჯერ გამეორება გვაძლევს შანსს, დასჯის სტრატეგიის არჩევით მივიღოთ უფრო მეტი უკუგება, ვიდრე ერთხელ თამაშის შემთხვევაში. თუ მრავალპერიოდიან სასრულ თამაშს საკმარისად ბევრჯერ გავიმეორებთ ან თუ უსასრულოდ გამეორებად თამაშებში მოთამაშეები არიან საკმარისად მომთმენები, მაშინ ხალხური თეორემის მიხედვით ნებისმიერი უკუგების მიღებაა შესაძლებელი თამაშის გამეორების შემთხვევაში.
- კერძო ინფორმაციის თამაშებში ერთმა მოთამაშემ იცის საკუთარი „ტიპი", ხოლო მეორემ არ იცის პირველის ტიპი. მოთამაშეები ცდილობენ, მოახდინონ საკუთარი მოსალოდნელი უკუგებების მაქსიმიზაცია თავის ტიპსა და შეხედულებაზე დაყრდნობით.
- მიმნიშნებელი თამაშების ბაიესის სრულყოფილ წონასწორობაში, მეორე მოთამაშე იყენებს ბაიესის კანონს პირველის ქმედების მიხედვით თავის შეხედულების განსაახლებლად.
- თამაშთა თეორიის საზღვარზე მყოფი კვლევები თეორიას აკავშირებენ ექსპერიმენტებთან, რათა განსაზღვრონ, რამდენად აღწევენ ნეშის წონასწორობას ჩვეულებრივი (არა-სუპერრაციონალური) ადამიანები, თუ არსებობს რამდენიმე ნეშის წონასწორობა, მაშინ რომელ მათგანს ირჩევენ მოთამაშეები; ასევე, რა გზას მივყავართ წონასწორობამდე

ამოცანები

8.1

განვიხილოთ შემდეგი თამაში:

მოთამაშე 1	მოთამაშე 2: *D*	*E*	*F*
A	7, 6	5, 8	0, 0
B	5, 8	7, 6	1, 1
C	0, 0	1, 1	4, 4

ა. იპოვეთ წმინდა სტრატეგიის ნეშის წონასწორობა (თუ არსებობს).

ბ. იპოვეთ შერეული სტრატეგიების ნეშის წონასწორობა, რომელშიც თითოეული მოთამაშე შემთხვევით ირჩევს ორიდან ერთ-ერთ ქმედებას.

გ. (ა) და (ბ) კითხვების შემთხვევაში გამოთვალეთ მოთამაშეების მოსალოდნელი უკუგებები.

დ. ააგეთ ამ თამაშის გავრცობილი ფორმა.

8.2

შერეული სტრატეგიების ნეშის წონასწორობა სქესთა ბრძოლაში (ცხრილი 8.3) შეიძლება დამოკიდებული იყოს უკუგებების მნიშვნელობებზე. პრობლემის გადაწყვეტის განზოგადებისთვის, დავუშვათ, რომ უკუგებების მატრიცა მოცემულია შემდეგნაირად:

მოთამაშე 1 (ცოლი)	მოთამაშე 2 (ქმარი): ბალეტი	კრივი
ბალეტი	K, 1	0,0
კრივი	0, 0	1, K

სადაც $K \geq 1$. აჩვენეთ, როგორაა დამოკიდებული შერეული სტრატეგიის ნეშის წონასწორობა K-ს მნიშვნელობაზე.

8.3

ბიჭუნების თამაშს თამაშობს ორი თინეიჯერი, რომლებიც ერთმანეთის პირისპირ ავტომობილით მოძრაობენ ერთხაზიან გზაზე. პირველი, რომელიც გადაუხვევს გზიდან დაერქმევა მშიშარა, მხდალი, ხოლო მეორე მოიპოვებს პატივისცემას თანატოლებს შორის. რა თქმა უნდა, თუ არც ერთი არ გადაუხვევს, ორივე დაიღუპება. ბიჭუნების თამაშის უკუგებები მოცემულია შემდეგ ცხრილში:

		თინეიჯერი 2: გადახვევა	თინეიჯერი 2: არ გადახვევა
თინეიჯერი 1	გადახვევა	2, 2	1,3
	არ გადახვევა	3, 1	0, 0

ა. ააგეთ თამაშის გავრცობილი ფორმა.

ბ. იპოვეთ წმინდა სტრატეგიის ნეშის წონასწორობა ან წონასწორობები.

გ. გამოთვალეთ შერეული სტრატეგიის ნეშის წონასწორობა. ააგეთ საუკეთესო პასუხების ფუნქციები შერეულ სტრატეგიებში.

დ. დავუშვათ, ეს თამაში არის მიმდევრობითი. პირველ სვლას აკეთებს თინეიჯერი A, ის ხსნის საჭეს და ფანჯრიდან აგდებს მეორის დასანახად. როგორ მოიქცევა მეორე თინეიჯერი? ააგეთ თამაშის ნორმალური და გავრცობილი ფორმები ამ შემთხვევაში.

ე. ნორმალური ფორმის გამოყენებით იპოვეთ ნეშის წონასწორობა მიმდევრობითი თამაშის შემთხვევაში.

ვ. გამოყავით ქვეთამაშები მიმდევრობითი თამაშის გავრცობილ ფორმაში. გამოიყენეთ უკუსვლითი ინდუქცია ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობის საპოვნელად. ახსენით, რატომაა „უგუნური" ნეშის წონასწორობების სხვა ვარიანტები.

8.4

ორი მეზობელი, $i = 1, 2$, ერთდროულად იღებენ გადაწყვეტილებას, თუ რამდენი დრო დაუთმონ საკუთარი გაზონის გალამაზებას. საშუალო სარგებელი თითოეულ საათზე არის

$$10 - l_i + \frac{l_j}{2}$$

და (ალტერნატიული) დანახარჯი ერთ საათზე თითოეულისთვის არის 4. i-ს საშუალო სარგებელი იზრდება, როდესაც მეზობელი j ზრდის საათების რაოდენობას თავისი გაზონის გალამაზებაზე, რადგან ერთი მობინადრის სახლის სილამაზე დამოკიდებულია ასევე გარშემო მყოფების სახლების სილამაზეზე.

ა. გამოთვალეთ ნეშის წონასწორობა.

ბ. ააგეთ საუკეთესო პასუხის ფუნქციის ნახაზი და აჩვენეთ ნეშის წონასწორობა ნახაზზე.

გ. ნახაზზე აჩვენეთ, როგორ შეიცვლება წონასწორობა, თუ ერთ-ერთი მეზობლის საშუალო სარგებლიანობის ფუნქციის გადაკვეთის წერტილი შემცირდება და გახდება 6-ზე ნაკლები.

8.5

აკადემიის ჯილდოს მფლობელ ფილმში „ბრწყინვალე გონება“ აღწერილია ჯონ ნეშის ცხოვრება. ამ ფილმში, ერთი მხრივ, დრამატიზებულია ნეშის წვლილი მეცნიერებაში: მისთვის წონასწორობის ცნება ცხადი გახდა მაშინ, როდესაც დააკვირდა თავის მამრობითი სქესის კურსდამთავრებულებს, რომლებმაც შენიშნეს ერთი ქერათმიანი და რამდენიმე შავგვრემანი მანდილოსანი. ისინი შეთანხმდნენ, რომ ქერათმიანები უფრო სასურველნი იქნებოდნენ. ნეშმა დაახასიათა ეს, როგორც მამაკაცებს შორის თამაში. დავუშვათ, გვყავს n მამაკაცი, რომლებიც ერთდროულად მიდიან გასაცნობად ან ქერათმიანთან ან ერთ-ერთ შავგვრემანთან. თუ ერთადერთი i მამაკაცი კონტაქტს დაამყარებს ქერასთან, მაშინ ის წარმატებულად შეათანხმებს ქერასთან პაემანს და გამოიმუშავებს უკუგებას a. თუ რამდენიმე მამაკაცი კონტაქტს დაამყარებს ქერა ქალთან, მაშინ ქალი ზურგს აქცევს ყველას და მამაკაცები გამოიმუშავებენ ნულოვან უკუგებას. მეორე მხრივ, i მამაკაცი გამოიმუშავებს $b > 0$, უკუგებას თუ შავგვრემან ქალთან დაამყარებს კონტაქტს. რადგან მამაკაცების რაოდენობას აღემატება შავგვრემანი ქალები, მამაკაცი დარწმუნებულია, რომ ის პაემანზე დაიყოლიებს შავგვრემან ქალს. რადგან ქერა ქალი უფრო სასურველია, ვუშვებთ, რომ $a > b$.

ა. განიხილეთ რატომ არ აქვს ამ თამაშს სიმეტრიული წმინდა სტრატეგიის ნეშის წონასწორობა.

ბ. იპოვეთ სიმეტრიული შერეული სტრატეგიების წონასწორობა. დავუშვათ, p არის ალბათობა იმისა, რომ მამაკაცი ქერა ქალთან დაამყარებს კონტაქტს. იპოვეთ p^*.

გ. აჩვენეთ, რომ ქვეკითხვა (ბ)-ს მიხედვით რაც უფრო მეტია მამაკაცების რაოდენობა, მით ნაკლებია ალბათობა იმისა, რომ ვინმე დაეკონტაქტება ქერა ქალთან დაამყარებს კონტაქტს. *შენიშვნა:* ეს პარადოქსული შედეგი ახსნა ს. ანდერსონმა და მ. ენგერსმა ნაშრომში: S. Anderson and M. Engers „Participation Games: Market Entry, Coordination, and the Beautiful Blond,“ Journal of Economic Behavior & Organization 63 (2007): 120–37.

8.6

განვიხილოთ შემდეგი პერიოდული თამაში.

		მოთამაშე 2		
		A	*B*	*C*
მოთამაშე 1	*A*	10, 10	-1, 15	-1, -12
	B	15, -1	0, 0	-1, -1
	C	-12, -1	-1, -1	8, 8

ა. გამოთვალეთ მოთამაშეების მინიმაქს ღირებულებები, თუ მეტოქეს შეუძლია მხოლოდ წმინდა სტრატეგიების თამაში. რა შედეგს მივიღებთ, თუ მეტოქეს საშუალებას მივცემთ, ითამაშოს, ასევე, შერეული სტრატეგიები.
ბ. დავუშვათ, პერიოდულ თამაშს ვთამაშობთ 2-ჯერ. დაახასიათეთ ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობა, რომელიც გვაძლევს საუკეთესო უკუგებას.
გ. ხალხური თეორემის მიხედვით ააგეთ შესაძლო უკუგებების (ერთ პერიოდზე) ნახაზი სასრული განმეორების თამაშებში.

8.7

დავუბრუნდეთ ორი მეზობლის თამაშს (ამოცანა 8.5). ისევ დავუშვათ, რომ i მოთამაშის საშუალო სარგებელი თითოეულ საათზე არის:

$$10 - l_i + \frac{l_j}{2}$$

მოთამაშე 2-ის (ალტერნატიული) დანახარჯი ერთ საათზე არის 4, ხოლო მოთამაშე 1-ის დანახარჯია 3 ან 5 ტოლი ალბათობებით და ეს დანახარჯი მოთამაშე 1-ის კერძო ინფორმაციაა.

ა. იპოვეთ ბაიეს-ნეშის წონასწორობა.
ბ. აჩვენეთ ბაიეს-ნეშის წონასწორობა საუკეთესო პასუხის ფუნქციის დაიგრამაზე.
გ. რომელი ტიპის მოთამაშე 1 ისურვებდა, გაეგზავნა სწორი სიგნალი მოთამაშე 2-თვის? რომელი ტიპის შემთხვევაში დამალავდა მის კერძო ინფორმაციას?

8.8

„ტეხასურ ბრმა პოკერის" თამაშში, მოთამაშე 2 იღებს კარტს სტანდარტული დასტიდან, რომელსაც ხედავს მოთამაშე 1, ხოლო თვითონ მოთამაშე 2 ვერ ხედავს. მოთამაშე 1 აკეთებს პირველ სვლას, სადაც უნდა გადაწყვიტოს დარჩეს თამაშში თუ დანებდეს. თუ მოთამაშე 1 დანებდება, უნდა გადაუხადოს მეორეს $50. თუ ის დარჩება თამაშში, სვლა გადადის მოთამაშე 2-თან. მოთამაშე 2-ს შეუძლია დანებდეს ან დარჩეს. თუ მოთამაშე 2 დანებდება, მაშინ მოთამაშე 1-ს უხდის $50, თუ არ დანებდება, კარტი იხსნება. თუ კარტი არის დაბალი (2-დან 8-მდე), მოთამაშე 2 უხდის მოთამაშე 1-ს $ 100. თუ კარტი არის მაღალი (9, 10, ვალეტი, ქალი, მეფე ან ტუზი), მოთამაშე 1 აძლევს მოთამაშე 2-ს $ 100-ს.

ა. ააგეთ ამ თამაშის გავრცობილი ფორმა.
ბ. იპოვეთ შერეული წონასწორობა.
გ. გამოთვალეთ მოთამაშეების მოსალოდნელი უკუგებები.

ანალიტიკური ამოცანები

8.9 დომინანტური სტრატეგიები

დაამტკიცეთ, რომ წონასწორობა დომინანტურ სტრატეგიებში არის ერთადერთი ნეშის წონასწორობა.

8.10 უზნეო ბავშვების თეორემა

ნობელის პრემიის ლაურიატის გარი ბეკერის ნაშრომში „ტრაქტატი ოჯახზე“ (*G. Backer, A. Treatise on Familiy Cambridge, MA: Harvard University Press*, 1981), გადმოცემულია ავტორის ცნობილი თეორემა – ცუდი ბავშვების თეორემა, როგორც მიმდევრობითი თამაშის პოტენციურად ცუდ ბავშვსა (მოთამაშე 1) და მის მშობელს (მოთამაშე 2) შორის. ბავშვი აკეთებს პირველ სვლას r, რომელიც გავლენას ახდენს თავისსავე შემოსავალსა $Y_1(r)$ [$Y_1'(r) > 0$] და მისი მშობლის შემოსავალზე $Y_2(r)$ [$Y_2'(r) < 0$]. შემდეგ მშობელი აკეთებს სვლას, რომელიც შვილს უტოვებს L მემკვიდრეობას. შვილს აინტერესებს მხოლოდ საკუთარი სარგებლიანობა $U_1(Y_1 + L)$, ხოლო მშობელი აკეთებს შემდეგი სარგებლიანობის $U_2(Y_2 - L) + \alpha U_1$ მაქსიმიზაციას, სადაც $\alpha > 0$, რაც ასახავს მშობლის ალტრუიზმს შვილის მიმართ. დაამტკიცეთ, რომ ქვეთამაშის სრულყოფილ წონასწორობაში, ბავშვი აირჩევს ისეთ r-ს, რომელიც მოახდენს $Y_1 + Y_2$ მაქსიმიზაციას მიუხედავად იმისა, რომ მას არ აქვს არანაირი ალტრუისტული განზრახვა. მინიშნება: გამოიყენეთ უკუსვლითი ინდუქცია, პირველად მშობლის მიმართ, საიდანაც მიიღებთ პირველი რიგის პირობას, რომელიც ცხადად განსაზღვრავს L^*. ცხად ამონახსენს L^*-თვის ვერ ვიპოვით. L^*-ის წარმოებული r-ის მიმართ, რომელიც საჭიროა ბავშვის პირველი პერიოდის ოპტიმიზაციის ამოცანისთვის, შეიძლება ვიპოვოთ არაცხადი ფუნქციის წესის გამოყენებით.

8.11 სასტიკი სტრატეგიის ალტერნატივა

დავუშვათ, პატიმრის დილემის ერთპერიოდიან თამაშს ვიმეორებთ უსასრულო რაოდენობით.

ა. „თვალი თვალის წილ, კბილი კბილის წილ“ სტრატეგიის გამოყენებით შეუძლიათ თუ არა მოთამაშეებს, მიაღწიონ კოოპერირებას (კოოპერირებიდან გადახვევისთვის დასაჯონ მოთამაშე მხოლოდ ერთ პერიოდში და შემდეგ ისევ დაუბრუნდნენ კოოპერირებას)? საკმარისია ორი პერიოდის განმავლობაში დასჯა კოოპერირებისთვის?

ბ. დავუშვათ, ვიყენებთ შემდეგ სტრატეგიას, გადამხვევი დაისჯება მომდევნო ათ პერიოდში და შემდეგ ისევ დაუბრუნდებიან კოოპერირებას. გამოთვალეთ დისკონტირების ისეთი გარდამტეხი განაკვეთი, რომელზე მეტის შემთხვევაშიც ორივე მოთამაშის საერთო უკუგების მაქსიმიზაციისთვის კოოპერირება შესაძლებელია.

8.12 ბაიესის სრულყოფილი წონასწორობის დახვეწა

გავიხსენოთ სამუშაო ბაზარზე მინიშნების თამაში მაგალითიდან 8.11.

ა. იპოვეთ პირობები, რომლის შემთხვევაშიც გვექნება გამაერთიანებელი წონასწორობა, სადაც ორივე მოთამაშე ირჩევს არ მიიღოს განათლება და დამსაქმებელი გაუნათლებელ მუშაკს თავაზობს სამუშაოს. განსაზღვრეთ როგორც შეხედულებები, ასევე სტრატეგიები.

ბ. იპოვეთ პირობები, რომლის შემთხვევაშიც გვექნება გამაერთიანებელი წონასწორობა, სადაც ორივე მოთამაშე ირჩევს არ მიიღოს განათლება და დამსაქმებელი გაუნათლებელ მუშაკს არ თავაზობს სამუშაოს. რატომაა უფრო ბუნებრივი, რომ დაბალკვალიფიციურ მუშაკს არ ექნება სურვილი, გადაუხვიოს და მიიღოს განათლება, ხოლო მაღალკვალიფიციურს ექნება სურვილი გადაუხვიოს წონასწორობას და მიიღოს განათლება? ჩოს და კრეფსის ინტუიციური კრიტერიუმი არის ბაიესის სრულყოფილი წონასწორობის დახვეწილი ფორმა, რომელიც გამორიცხავს უსაფუძვლო განახლებულ შეხედულებაზე დაფუძნებულ წონასწორობებს. იხილეთ: I. K. Cho and D. M. Kreps,"Signalling Games and Stable Equilibria," Quarterly Journal of Economics 102 (1987): 179–221.

დამატებითი საკითხავი

Fudenberg, D., და J. Tirole. *Game Theory*. Cambridge, MA: MIT Press, 1991.

ამ ნაშრომში იხილავთ თამაშთა თეორიის ყოვლისმომცველ მიმოხილვას მაგისტრატურის და ზემო საფუხურის სტუდენტებისთვის. თუმცა, ზოგიერთი ნაწილი ბაკალავრის ძლიერი სტუდენტებისთვისაც დასაძლევია.

Holt, C. A. Markets, *Games, & Strategic Behavior*. Boston: Pearson, 2007.

ნაშრომი შესაფერისია ბაკალავრიატის სტუდენტებისთვის, ყურადღება გამახვილებულია ექსპერიმენტულ თამაშებზე.

Rasmusen, E. *Games and Information*, 4th ed. Malden, MA: Blackwell, 2007.

ნაშრომი განკუთვნილია ბაკალავრიატის ძლიერი სტუდენტებისთვის, სადაც მოცემულია რეალურ ცხოვრებაში თამაშთა თეორიის გამოყენების მაგალითები.

Watson, Joel. Strategy: An Introduction to Game Theory. New York: Norton, 2002.

ნაშრომი ბაკალავრიატის სტუდენტებისთვის, ფოკუსირებას ახდენს მოლაპარაკებებზე და კონტრაქტების მაგალითზე.

დანართები

ნეშის წონასწორობის არსებობა

ამ ნაწილში გიჩვენებთ ჯონ ნეშის მიერ არსებობის თეორემის პირვანდელი დამტკიცების მონახაზს. მან დაამტკიცა, რომ ყველა სასრულ თამაშს გააჩნია მინიმუმ ერთი ნეშის წონასწორობა (წმინდა ან შერეული სტრატეგიებით). ეს შეგიძლიათ ნახოთ ნეშის 1950 წელს გამოშვებულ ნაშრომში. ფუდენბერგისა და ტიროლის (1991) წიგნში შეგიძლიათ იხილოთ ამ დამტკიცების სრულყოფილი ვერსია. ამ ნაწილში, ასევე, შემოგთავაზებთ არსებობის თეორემას უწყვეტი ქმედებებისთვის.

ნეშის ზოგადი კონკურენციის წონასწორობის არსებობის დამტკიცება მსგავსია იმ დამტკიცებისა, რომელიც მოცემულია თავში 13. ორივე დამტკიცება ემყარება უძრავი წერტილის თეორემას. თუმცა, ნეში წონასწორობის დამტკიცებისთვის ოდნავ გართულებული ვარიანტის გამოყენება გვიწევს. ბროუერის უძრავი წერტილის თეორემის ნაცვლად (რომელიც გამოიყენება ფუნქციებისთვის), დამტკიცება ეყრდნობა კაკუტანის უძრავი წერტილის თეორემას (რომელიც გამოიყენება შესაბამისობის დროს, უფრო ზოგადი, ვიდრე ფუნქციების შემთხვევაში).

E8.1 შესაბამისობა VS ფუნქციები

ფუნქციის შემთხვევაში, ერთ წერტილს პირველი სიმრავლიდან შეესაბამება ერთი წერტილი მეორე სიმრავლეში. შესაბამისობის შემთხვევაში, პირველი სიმრავლიდან თითოეულ წერტილს შეიძლება შესაბამებოდის არაერთი შესაძლო წერტილი მეორე სიმრავლეში. ნახაზი E8.1 გვიჩვენებს ამ განსხვავებას.

შესაბამისობის მაგალითი არის ჩვენთვის უკვე ცნობილი საკუთესო პასუხის ფუნქცია BRi(s-i). არაა აუცილებელი მოწინააღმდეგეების სტრატეგიაზე s-i მოთამაშეს ჰქონდეს ერთადერთი საუკეთესო პასუხი. როგორც ნაჩვენებია ნახაზზე 8.3 (სქესთა ბრძოლის მაგალითში), ქმრის საუკეთესო პასუხი ცოლის მიერ შერეული სტრატეგიის არჩევაზე (ბალეტზე წასვლა 2/3 ალბათობით და კრივზე წასვლა 1/3 ალბათობით) არის არაერთი კონკრეტული წერტილი, არამედ არსებობს შერეული სტრატეგიების ინტერვალი. ორივე მოთამაშის საუკეთესო პასუხები არიან შესაბამისობები და არა ფუნქციები.

რადგან ნეშის წონასწორობის შემთხვევაში ვიყენებთ საუკეთესო პასუხებს, არსებობის თეორემის დასამტკიცებლად მოგვიწევს გამოვიყენოთ შესაბამისობა და არა ფუნქცია.

E8.2 კაკუტანის უძრავი წერტილის თეორემა

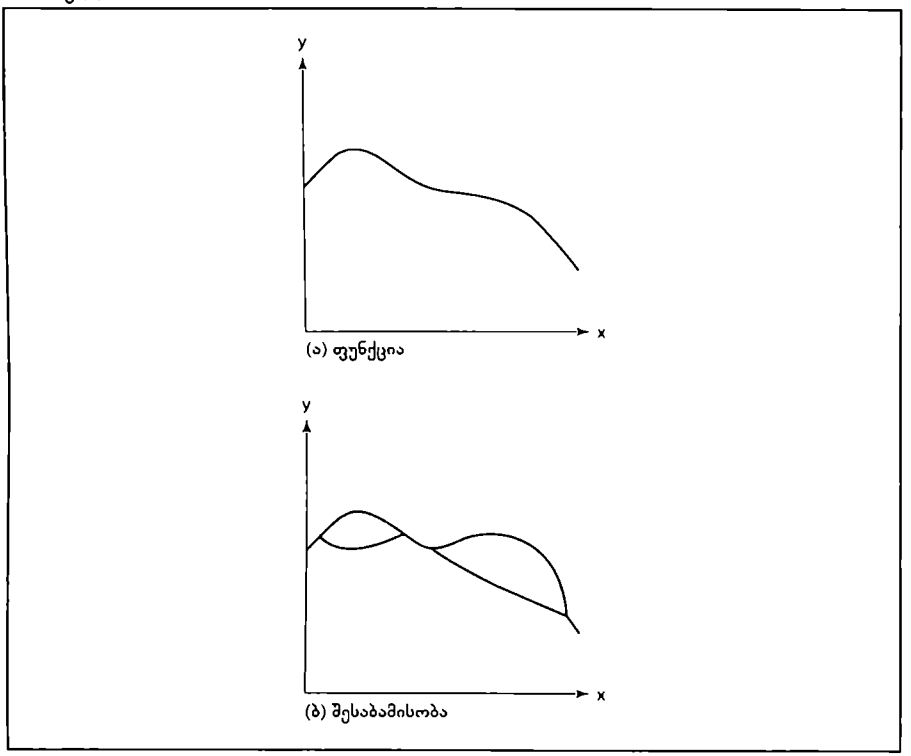
კაკუტანის უძრავი წერტილის თეორემა: ნებისმიერი ამოზნექილი, ზემოდან ნახევრადუწყვეტი შესაბამისობა [f(x)], რომელიც წარმოადგენს ჩაკეტილი, შემოსაზღვრული, ამოზნექილი სიმრავლიდან თავის თავში ასახვას, გააჩნია მინიმუმ ისეთი ერთი უძრავი წერტილი x^*, რომ $x^* \in f(x^*)$.

თუ შევადარებთ კაკუტანის უძრავი წერტილის თეორემას ბროუერის თეორემას, დავინახავთ, რომ ისინი განსხვავდებიან მხოლოდ ერთი სიტყვით, „შესაბამისობა“ შეცვლილია „ფუნქციით“. ბროუერის თეორემა მოითხოვს ფუნქცია იყოს უწყვეტი, ხოლო კაკუტანის თეორემა მოითხოვს, შესაბამისობა იყოს ამოზნექილი და ზემოდან ნახევრად უწყვეტი.

უწყვეტობის თვისებები არის ჩვენთვის კარგად

ნახაზი E8.1 ფუნქციისა და შესაბამისობის შედარება

ფუნქცია მოცემულია ნახაზზე (ა), რომელიც გამოიყურება როგორც ჩვეულებრივი მრუდი, თითოეულ მნიშვნელობას შეესაბამება ერთი y. შესაბამისობაში შეიძლება x-ის ერთ მნიშვნელობას შეესაბამებოდეს რამდენიმე მნიშვნელობა y-დან, რაც ნაჩვენებია ნაცრისფერი არეალით ნახაზზე (ბ).



ნაცნობი, ამიტომ აუცილებელია, განვმარტოთ ისინი. ნახაზი E8.2 გვიჩვენებს ორ მაგალითს, სადაც შესაბამისობა არღვევს ორ პირობას: (ა) ამოზნექილობა და (ბ) ზემოდან ნახევრადუწყვეტობა. ნახაზი გვიჩვენებს, თუ რატომაა აუცილებელი, ეს ორი თვისება სრულდებოდეს უძრავი წერტილისთვის. ამ ორი თვისების გარეშე შესაბამისობა შეიძლება „გადახტეს“ 45°-იანი წრფის ($x = f(x)$) გასწვრივ და აღარ გვექნება უძრავი წერტილი.

E8.3 ნეშის დამტკიცება

$R(s)$ აღნიშვნას ვიყენებთ შესაბამისობისთვის, რომელიც საფუძვლად უდევს ნეშის არსებობის დამტკიცებას. ეს შესაბამისობა მოთამაშეების ყველა სტრატეგიების პროფილის $s = (s_1, s_1, \ldots, s_n)$ (ასევე შესაძლოა შერეულის) ასახვას ახდენს სხვა შერეული სტრატეგიების პროფილში (საუკეთესო პასუხების პროფილი):

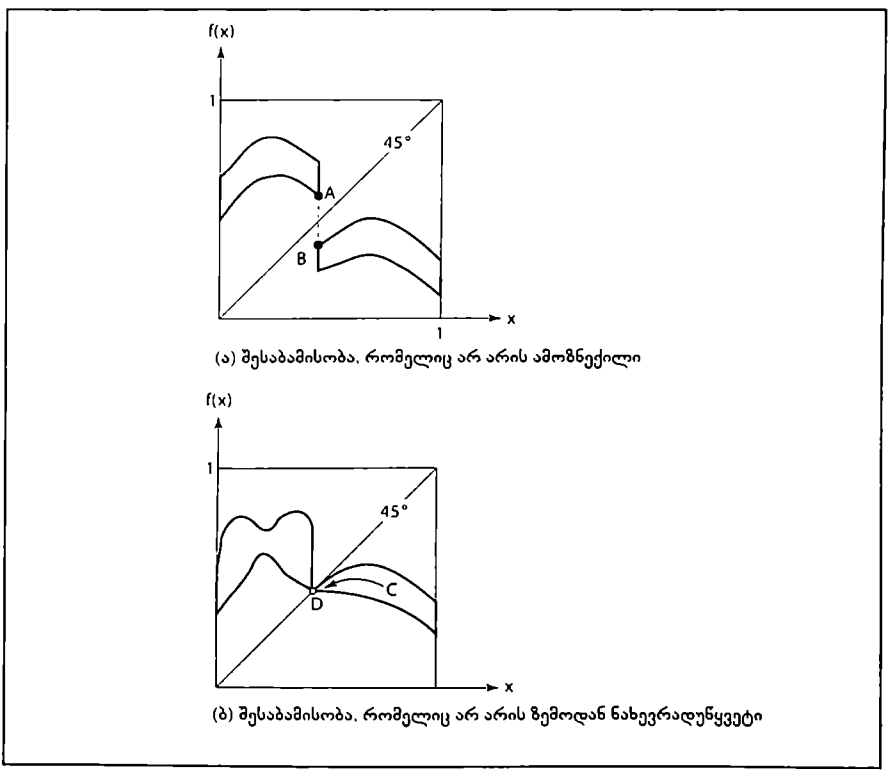
$$R(s) = (BR_1(s_{-1}), BR_2(s_{-2}), \ldots, BR_n(s_{-n})), \qquad \text{(i)}$$

შესაბამისობის უძრავი წერტილი არის სტრატეგია, რომლისთვისაც $s^* \in R(s^*)$; ეს არის ნეშის წონასწორობა, რადგან თითოეული მოთამაშე საუკეთესოდ პასუხობს სხვების სტრატეგიებს.

დამტკიცება ამოწმებს, სრულდება თუ არა კაკუტანის უძრავი წერტილის ყველა პირობა საუკეთესო პასუხის შესაბამისობაში ($R(s)$). პირველ რიგში უნდა ვაჩვენოთ, რომ შერეული სტრატეგიების პროფილი არის ჩაკეტილი, შემოსაზღვრული და ამოზნექილი. რადგან სტრატეგიების პროფილი არის უბრალოდ ინდივიდების სტრატეგიების ჩამონათვალი, სტრატეგიების პროფილის სიმრავლე იქნება ჩაკეტილი, შემოსაზღვრული და ამოზნექილი, თუ თოთოეული მოთამაშის სტრატეგიების სიმრავლე S_i-ს აქვს ეს თვისებები ინდივიდუალურად. როგორც ნახაზი E8.3 გვიჩვენებს შერეულ სტრატეგიებს გააჩნიათ მარტივი ფორმა თუ გვაქვს ორი ან სამი ქმედება[1]. სიმრავლე არის ჩაკეტილი (შეიცავს თავისავე საზღვარს), შემოსაზღვრული (არც ერთი მიმართულებით არ მიდის

ნახაზი E8.2 შესაბამისობის შესახებ კაკუტანის პირობები

შესაბამისობა ნახაზზე (ა) არ არის ამოზნექილი, რადგან გამუქებული ვერტიკალური სეგმენტი A და B-ს შორის არ არის შესაბამისობის შიგნით. შესაბამისობა ნახაზზე (ბ) არ არის ზემოდან ნახევრად უწყვეტი. რადგან შესაბამისობის შიგნით არსებობს გზა (C), რომელსაც მივყავართ (D) წერილამდე. ეს ნერტილი კი არ არის შესაბამისობის შიგნით. არც (ა)-ს და არც (ბ)-ს არ გააჩნიათ უძრავი წერტილი.



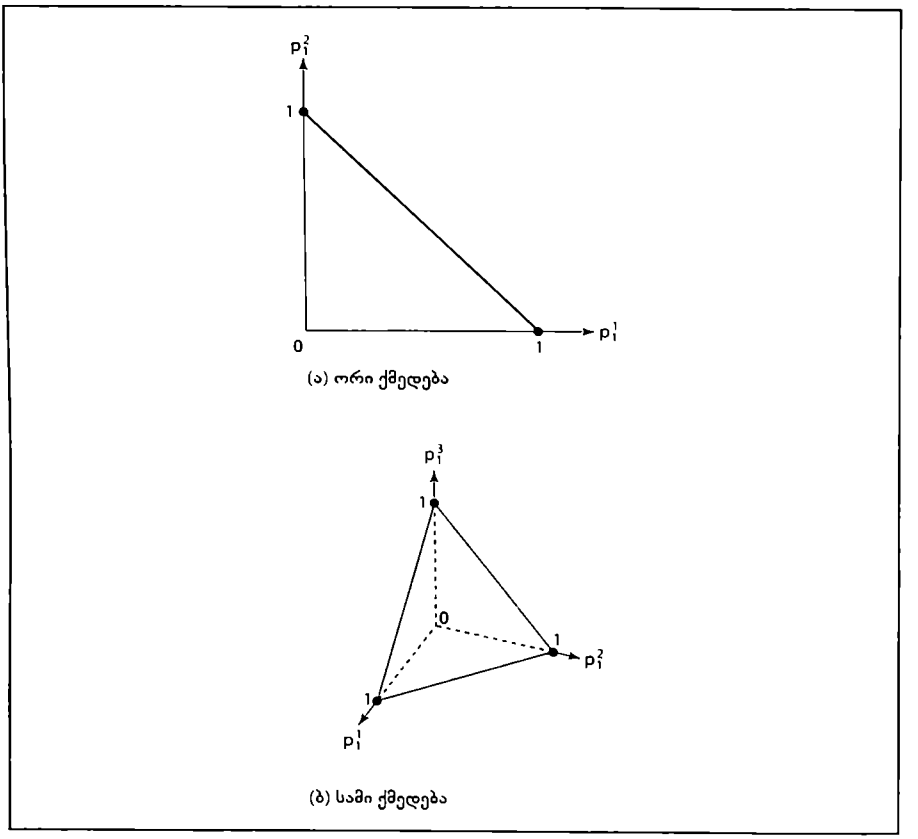
(ა) შესაბამისობა, რომელიც არ არის ამოზნექილი

(ბ) შესაბამისობა, რომელიც არ არის ზემოდან ნახევრადუწყვეტი

1 (მათემატიკოსები ამას იმდენად ხშირად შეისწავლიან, რომ სპეციალური სახელიც კი შეურჩიეს ასეთ სიმრეველეებს: სიმფლექსი)

ნახაზი E8.3 შერეული სტრატეგიების სიმრავლე ინდივიდისთვის

მოთამაშე 1-ის შესაძლო შერეული სტრატეგიების სიმრავლე ორი ქმედებისთვის მოცემულია დიაგონალური სეგმენტით ნახაზზე (ა). სამი ქმედების შემთხვევაში სიმრავლე მოცემულია სამგანზომილებიან ნახაზზე (ბ) გამუქებული სამკითხედის სახით



(ა) ორი ქმედება

(ბ) სამი ქმედება

უსასრულობაში) და ამოზნექილი (ამ სიმრავლეში, ნებისმიერი ორი წერტილის შემაერთებელი სეგმენტი შედის ამავე სიმრავლეში).

ახლა უნდა შევამოწმოთ, რომ საუკეთესო პასუხის შესაბამისობა $R(s)$ არის ამოზნექილი. ინდივიდუალური საუკეთესო პასუხები შეუძლებელია გამოიყურებოდეს, როგორც მოცემულია ნახაზზე E8.2 (ა). ეს გამომდინარეობს იქიდან, რომ თუ ორი ნებისმიერი შერეული სტრატეგია, როგორებიცაა A და B, არის საუკეთესო პასუხები სხვა მოთამაშეების სტრატეგიებზე, მაშინ მათ შორის შერეული სტრატეგიებიც წარმოადგენს საუკეთესო პასუხს. მაგალითად, სქესთა ბრძოლის თამაშში, თუ (1/3, 2/3) და (2/3, 1/3) არის ქმრის საუკეთესო პასუხები, როდესაც ცოლი ირჩევს (2/3, 1/3) (ყველგან პირველი წევრი გვიჩვენებს ბალეტზე წასვლის ალბათობას, ხოლო მეორე კრივზე წასვლის ალბათობას), მაშინ ამ ორ სტრატეგიას შორის არსებული შერეული სტრატეგიაც იქნება საუკეთესო პასუხი (მაგალითად (1/2, 1/2)). ნახაზი 8.3 გვიჩვენებს, რომ

ქმრის ნებისმიერი შერეული სტრატეგია არის საუკეთესო პასუხი ცოლის სტრატეგიაზე (2/3, 1/3).

და ბოლოს, უნდა ვაჩვენოთ, რომ $R(s)$ არის ზემოდან ნახევრადუწყვეტი. ინდივიდუალური საუკეთესო პასუხები შეუძლებელია გამოიყურებოდეს ნახაზზის E8.2 მსგავსად. შეუძლებელია, მათ ჰქონდეთ ცარიელი წერტილები, როგორიცაა D, რადგან უკუგებების ფუნქცია $u_i(s_i, s_j)$ უწყვეტია. გავიხსენოთ, როდესაც უკუგებები წარმოდგენილია შერეული სტრატეგიების ფუნქციებად, სინამდვილეში ისინი წარმოადგენენ მოსალოდნელ ღირებულებას, სადაც ალბათობებია სტრატეგიები s_i და s_j. როგორც ტოლობა 2.176 გვიჩვენებს, მოსალოდნელი ღირებულებები ალბათობების წრფივი ფუნქციებია. წრფივი ფუნქცია კი, რა თქმა უნდა, უწყვეტია.

E8.4 თამაშები უწყვეტი ქმედებებით

ნეშის არსებობის თეორემა გამოიყენება სასრულ თამაშებში. ეს ნიშნავს, რომ მოთამაშეები უნდა იყვნენ სასრული რაოდენობის და, ასევე, თითოეულ მოთამაშეს უნდა ჰქონდეს სასრული რაოდენობის ქმედებების სიმრავლე. ნეშის თეორემას ვერ გამოვიყენებთ ისეთ თამაშებზე, როგორიცაა საერთო საკუთრების ტრაგედია (მაგალითი 8.6), რადგან მას ახასიათებს უწყვეტი რაოდენობის ქმედება. გარანტირებულია თუ არა ნეშის წონასწორობის არსებობა ასეთ თამაშებში? გლიქსბერგმა 1952 წელს აჩვენა, რომ პასუხი ამ კითხვაზე არის „დიახ", რადგან უკუგების ფუნქციები უწყვეტია.

ლიტერატურა

Fudenberg, D., and J. Tirole. *Game Theory*. Cambridge, MA: MIT Press, 1991, sec. 1.3.

Glicksberg, I. L. "A Further Generalization of the Kakutani Fixed Point Theorem with Application to Nash Equilibrium Points." *Proceedings of the National Academy of Sciences* 38 (1952): 170–74.

Nash, John. "Equilibrium Points in n-Person Games." *Proceedings of the National Academy of Sciences* 36 (1950): 48-49.

თავი 3

წარმოება და მიწოდება

თ ა ვ ი 9 საწარმოო ფუნქციები
თ ა ვ ი 10 დანახარჯების ფუნქციები
თ ა ვ ი 11 მოგების მაქსიმიზაცია

წიგნის ამ ნაწილში ჩვენ განვიხილავთ ეკონომიკური საქონლის წარმოებასა და მიწოდებას. ორგანიზაციები, რომლებიც რესურსების საქონლად გარდაქმნას ახორციელებენ, ფირმები ეწოდება. ფირმები შეიძლება საკმაოდ დიდი იყოს (როგორიცაა მაგალითად Microsoft, Sony ან აშშ თავდაცვის სამინიატრო), შეიძლება პატარა (როგორიცაა "Mom and Pop" მაღაზიები ან ინდივიდუალური მეწარმეები). ისინი სხვადასხვა მიზნებს ემსახურებიან (Microsoft მაქსიმალურ მოგებას ესწრაფვის, მაშინ როცა ებრაული კიბუცები ცდილობენ მაქსიმალურად კარგი გარემო შეუქმნან კიბუცის წევრებს), ამიტომ ყველა ფირმამ უნდა მიიღოს საკუთარი გადაწყვეტილება წარმოების პროცესთან დაკავშირებით და გააკეთოს არჩევანი. ნაწილი 3-ის მიზანია აღნიშნული არჩევანის ანალიზის ხელსაწყოების შესწავლა.

თავი 9 განიხილავს რესურსებსა და გამოშვებას შორის ფიზიკური დამოკიდებულების მოდელირების ხელსაწყოებს. ამ თავში წარმოგიდგენთ საწარმოო ფუნქციის კონცეფციას. რომელიც რეალური, საკმაოდ რთული საწარმოო პროცესის განზოგადებული ვერსიაა. ხაზგასმულია საწარმოო ფუნქციის ორი გაზომვადი ასპექტი: მასშტაბიდან ეფექტი (რამდენად იზრდება გამოშვება რესურსების ზრდასთან ერთად) და ჩანაცვლების ელასტიკურობა (რამდენად ადვილად შეიძლება ერთი რესურსის მეორეთი ჩანაცვლება ივიეე გამოშვების მოცულობის შენარჩუნებისას). წინამდებარე თავში ასევე მოკლედ არის აღწერილი ტექნიკური პროგრესის გავლენა საწარმოო ფუნქციაზე.

საწარმოო ფუნქციის კონცეფცია შემდგომში **თავში 10** გამოიყენება წარმოების დანახარჯების განხილვისას. ჩვენ ვთვლით, რომ ფირმები ცდილობენ ყველაზე დაბალი დანახარჯით აწარმოონ. ეს დაშვება საშუალებას იძლევა შეიქმნას ფირმის დანახარჯების ფუნქცია. თავი 10 ასევე განიხილავს მოკლევადიან და გრძელვადიან პერიოდზე გათვლილ დანახარჯებს შორის განსხვავებას.

თავში 11 გამოვიკვლევთ ფირმის მიწოდებასთან დაკავშირებულ გადაწყვეტილებებს. ამისათვის ვაკეთებთ დაშვებას, რომ რესურსებისა და გამოშვების გადაწყვეტილებები მოგების მაქსიმიზაციის მიზნიდან გამომდინარე კეთდება. აღნიშნულ თავში მოცემულია მიწოდების მოდელი მოგების მაქსიმიზაციისაკენ მსწრაფი ფირმისათვის, რომელსაც შემდგომ თავებში გამოვიყენებთ.



9

საწარმოო ფუნქციები

ნებისმიერი ფირმის საქმიანობის მიზანს რესურსების მზა პროდუქტებად გარდაქმნა წარმოადგენს. ეკონომისტები ცდილობენ გაარკვიონ, თუ რა არჩევანს აკეთებენ ფირმები დასახული მიზნის მისაღწევად, მაგრამ, ამავე დროს, არ სურთ ღრმად ჩაწვდნენ წარმოების ტექნიკურ დეტალებს. აღნიშნულიდან გამომდინარე, მათ არჩიეს შეექმნათ წარმოების აბსტრაქტული მოდელი, სადაც რესურსებსა და მზა პროდუქტის რაოდენობას შორის დამოკიდებულება გამოსახულია შემდეგი ფუნქციით

$$q = f(k, l, m, \ldots), \tag{9.1}$$

სადაც q-თი აღნიშნულია ფირმის მიერ გარკვეული რაოდენობის პროდუქტის გამოშვება დროის პერიოდში,[1] k აღნიშნავს მოწყობილობა-დანადგარების (ანუ კაპიტალის) გამოყენებას დროის ამ პერიოდში, l - შრომის რესურსს, m - ნედლეულის რესურსს,[2] ხოლო სამი წერტილი - სხვა ცვლადების არსებობას, რომლებიც გავლენას ახდენენ საწარმოო პროცესზე. ტოლობა 9.1 აღწერს, თუ როგორ უნდა მოახერხოს ფირმამ რესურსების ნებისმიერი სიმრავლის პირობებში საუკეთესო შედეგის მიღება.

ზღვრული მწარმოებლურობა

ამ ნაწილში შევეცდებით გავარკვიოთ თუ როგორ იცვლება გამოშვების მოცულობა ერთ-ერთი რესურსის ცვლილების შედეგად. ამ მიზნით (ისევე როგორც წიგნის დანარჩენ ნაწილში) განვიხილავთ გამარტივებულ საწარმოო ფუნქციას.

განსაზღვრება

საწარმოო ფუნქცია. ფირმის *საწარმოო ფუნქცია* კონკრეტული q პროდუქტისათვის

$$q = f(k, l), \tag{9.2}$$

გვიჩვენებს პროდუქტის იმ მაქსიმალურ რაოდენობას, რომელიც შეიძლება ვაწარმოოთ კაპიტალის (k) და შრომის (l) სხვადასხვა კომბინაციით.

1 ამ შემთხვევაში q-თი აღვნიშნავთ გამოშვების რაოდენობას. ხოლო Q-თი საბაზრო გამოშვებას. საერთოდ. ვთვლით რომ ფირმა მხოლოდ ერთი ტიპის პროდუქტს უშვებს, მრავალპროდუქტიან გამოშვებასთან დაკავშირებული საკითხები ცალკე ამოცანებში იქნება განხილული.

2 ემპირიულ შრომებში ნედლეულის რესურსებს ხშირად უგულებელყოფენ და გამოშვებას (q) ზომავენ „დამატებული ღირებულების" გათვალისწინებით.

რა თქმა უნდა, ჩვენი ანალიზის უდიდესი ნაწილი დაეთმობა საწარმოო პროცესისთვის საჭირო რესურსების მხოლოდ ერთი შესაძლო წყვილის განხილვას. ტერმინებს კაპიტალი და შრომა ვიყენებთ ანალიზის გასამარტივებლად. ამის მსგავსად, გაცილებით იოლი იქნება განვაზოგადოთ ჩვენი შედეგები და მოვარგოთ იმ შემთხვევებს, სადაც ორზე მეტი სახეობის რესურსია საჭირო; გარკვეული დროის შემდეგ ასეც მოვიქცევით. უმეტეს შემთხვევაში, დისკუსიის დროს, შემოვიფარგლებით ორი სახეობის რესურსით, რაც საკმაოდ დაგვეხმარება ეს რესურსები ორგანზომილებიან გრაფიკზე ვაჩვენოთ.

ზღვრული ფიზიკური პროდუქტი

იმისათვის, რომ შევისწავლოთ ერთი კონკრეტული რესურსის გავლენა გამოშვებაზე, შემოგვაქვს ზღვრული ფიზიკური პროდუქტის ცნება.

განსაზღვრება

ზღვრული ფიზიკური პროდუქტი. ზღვრული ფიზიკური პროდუქტი არის დამატებითი გამოშვება, რომელიც იწარმოება რესურსის ერთი დამატებითი ერთეულის გამოყენებით, სხვა რესურსების რაოდენობის მუდმივობის პირობებში. მათემატიკურად ეს ასე გამოისახება

$$\text{კაპიტალის ზღვრული ფიზიკური პროდუქტი} = MP_k = \frac{\partial q}{\partial k} = f_k,$$
$$\text{სამუშაო ძალის ზღვრული ფიზიკური პროდუქტი} = MP_l = \frac{\partial q}{\partial l} = f_l, \quad (9.3)$$

მიაქციეთ ყურადღება, რომ ზღვრული პროდუქტის მათემატიკური გამოსახულება ნაწილობით წარმოებულებს იყენებს, ამიტომ იგი მართებულად ასახავს იმ გარემოებას, რომ სხვა რესურსები მუდმივია, მაშინ როდესაც რესურსი, რომელზეც ხდება დაკვირვება, ცვალებადია. მაგალითად, ვთქვათ, ფერმერი ქირაობს მოსავლის აღების დროს კიდევ ერთ დამატებით მუშაკს, სხვა რესურსები კი ამ დროს უცვლელია. დამატებითი გამოშვება, რომელიც იქმნება ამ მუშაკის მიერ, არის სწორედ ფერმის მუშაკის ზღვრული ფიზიკური პროდუქტი, რომელიც ფიზიკურ რაოდენობაში იზომება, მაგალითად, ხორბალი – ბუშელებში, ფორთოხალი – ყუთებში, კომბოსტო - თავებში. დაკვირვების შედეგად შეიძლება შევნიშნოთ, რომ 50 მუშაკს შეუძლია 100 ბუშელი ხორბალი აწარმოოს წელიწადში, მაშინ როდესაც 51 მუშაკი იმავე მიწისა და მოწყობილობების მეშვეობით 102 ბუშელის წარმოებას შეძლებს. ორმოცდამეთერთმეტე მუშაკის ზღვრული ფიზიკური პროდუქტი ამ შემთხვევაში არის 2 ბუშელი წელიწადში.

კლებადი ზღვრული მწარმოებლურობა

შეიძლება ვფიქრობდეთ, რომ რესურსის ზღვრული ფიზიკური პროდუქტი დამოკიდებულია იმაზე, თუ როგორ ხდება ამ რესურსის გამოყენება. მაგალითად, მოცემულ

მიწის ნაკვეთზე შრომას უსასრულოდ ვერ დავუმატებთ (იმავე რაოდენობის მოწყობილობების, სასუქისა და სხვა ფაქტორების პირობებში) ისე, რომ არ გაჩნდეს მწარმოებლურობის გარკვეული სახით შემცირება. მათემატიკურად კლებადი ზღვრული ფიზიკური მწარმოებლურობა წარმოადგენს მტკიცებულებას საწარმოო ფუნქციის მეორე რიგის ნაწილობით წარმოებულს:

$$\frac{\partial MP_k}{\partial k} = \frac{\partial^2 f}{\partial k^2} = f_{kk} = f_{11} < 0,$$
$$\frac{\partial MP_l}{\partial l} = \frac{\partial^2 f}{\partial l^2} = f_{ll} = f_{22} < 0. \qquad (9.4)$$

კლებადი ზღვრული მწარმოებლურობის შესახებ ვარაუდი პირველად მეცხრამეტე საუკუნის ეკონომისტმა ტომას მალთუსმა გამოთქვა, რომელიც შეშფოთებული იყო მოლოდინით, რომ მოსახლეობის რაოდენობის მკვეთრი ზრდა შრომის მწარმოებლურობის შემცირებას გამოიწვევდა. კაცობრიობის მომავლის შესახებ მის წინასწარმეტყველებას ეკონომისტებმა „საშინელებათა მეცნიერება“ უწოდეს. მაგრამ საწარმოო ფუნქციის მათემატიკური გამოსახულება აჩვენებს, რომ არც ისე მძიმედაა საქმე. სამუშაო ძალის ზღვრული მწარმოებლურობის ცვლილება დროში დამოკიდებულია არა მარტო იმაზე, თუ როგორ იმატებს შრომის რესურსი, არამედ იმაზეც, თუ როგორ იცვლება სხვა რესურსები, მაგალითად კაპიტალი. ამიტომ ასევე სიფრთხილით უნდა მოვეკიდოთ $\frac{\partial MP_l}{\partial k} = f_{lk}$-ს. უმეტეს შემთხვევაში $f_{lk} > 0$ ამრიგად, შრომის პროდუქტიულობის შემცირება l-ისა და k-ს ზრდის შედეგად საბოლოო დასკვნად არ შეიძლება ჩაითვალოს. მართლაც, როგორც აღმოჩნდა, შრომის მწარმოებლურობა მნიშვნელოვნად გაიზარდა მალთუსის პერიოდის შემდეგ, პირველ რიგში იმიტომ, რომ კაპიტალის (ტექნიკურ პროგრესთან ერთად) ზრდამ მოახდინა კლებადი ზღვრული მწარმოებლურობის კომპენსირება.

საშუალო ფიზიკური მწარმოებლურობა

ჩვეულებრივ ტერმინი – სამუშაო ძალის მწარმოებლულობა საშუალო მწარმოებლურობას აღნიშნავს. როდესაც ამბობენ, რომ კონკრეტულ დარგში მწარმოებლურობის ზრდას აქვს ადგილი, ეს ნიშნავს, რომ ერთეულ შრომაზე მოსულმა გამოშვებამ მოიმატა. მიუხედავად იმისა, რომ საშუალო მწარმოებლურობის კონცეფციას თეორიულ ეკონომიკაში არ უკავია იმდენად მნიშვნელოვანი ადგილი, როგორც ზღვრულ მწარმოებლურობას, ემპირიულ დისკუსიებში მას საკმაო ყურადღება ეთმობა. საშუალო პროდუქტიულობა ადვილად გაზომვადია (მაგალითად, ერთეულ კაც-საათზე ხორბლის ბუშელების რაოდენობა), ამიტომ იგი ხშირად გამოიყენება ეფექტიანობის საზომად. განვსაზღვრავთ, რომ შრომის საშუალო პროდუქტი (AP_l) არის

$$AP_l = \frac{\text{გამოშვება}}{\text{შრომა}} = \frac{q}{l} = \frac{f(k,l)}{l}. \quad \textbf{(9.5)}$$

მიაქციეთ ყურადღება, რომ AP_l ასევე დამოკიდებულია კაპიტალის სიდიდეზე. ეს დაკვირვება საკმაოდ მნიშვნელოვანი აღმოჩნდება, როდესაც ამ თავის დასასრულს შევისწავლით ტექნიკური ცვლილებების გაზომვას.

მაგალითი 9.1 წრფივსურსაძნი საწარმოო ფუნქცია

ვთქვათ ბუზის საკლავების საწარმოო ფუნქცია გარკვეული პერიოდის განმავლობაში შეიძლება გამოვსახოთ შემდეგი განტოლებით:

$$q = f(k, l) = 600k^2l^2 - k^3l^3 \quad \textbf{(9.6)}$$

შრომის (l) ზღვრული და საშუალო მწარმოებლურობის ფუნქციების ასაგებად, უნდა ავიღოთ მეორე რესურსის, კაპიტალის (k) გარკვეული მნიშვნელობა. ვთქვათ, $k = 10$. ამის შემდეგ საწარმოო ფუნქცია შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$q = 60{,}000l^2 - 1{,}000l^3 \quad \textbf{(9.7)}$$

ზღვრული პროდუქტი. ზღვრული მწარმოებლურობის ფუნქცია (როდესაც $k = 10$) იქნება:

$$MP_l = \frac{\partial q}{\partial l} = 120{,}000l - 3{,}000l^2 \quad \textbf{(9.8)}$$

რომელიც l-ის ცვლილებით გარკვეულ მომენტში უარყოფით მნიშვნელობას იღებს. ეს გულისხმობს, რომ q მაქსიმუმს აღწევს. MP_l-თვის ნულის მნიშვნელობის მინიჭებით,

$$120{,}000l - 3{,}000l^2 = 0 \quad \textbf{(9.9)}$$

გვაძლევს

$$40l = l^2 \quad \textbf{(9.10)}$$

ან

$$l = 40 \quad \textbf{(9.11)}$$

მოცემულ შემთხვევაში ეს არის წერტილი, სადაც q თავის მაქსიმუმს აღწევს. დროის ერთეულში 40 ერთეულზე ნაკლები შრომის შემთხვევაში მთლიანი გამოშვება შემცირ-

დება. მაგალითად, როდესაც l = 40-ს, ტოლობა 9.7 გვიჩვენებს, რომ q = 32 მილიონ ბუზის საკლავს, მაშინ როდესაც l = 50-ის შემთხვევაში, ბუზის საკლავების რაოდენობა მხოლოდ 25 მილიონია.

საშუალო პროდუქტი. იმისათვის, რომ ვიპოვოთ სამუშაო ძალის საშუალო მწარმოებლურობა ბუზის საკლავების წარმოებაში, q სიდიდე უნდა გავყოთ l-ზე, მაშინ როდესაც k მუდმივია და k = 10:

$$AP_l = \frac{q}{l} = 60{,}000l - 1{,}000l^2 \qquad \textbf{(9.12)}$$

და კვლავ ეს ამობრუნებული პარაბოლაა, რომელიც მაქსიმუმს აღწევს, როდესაც

$$\frac{\partial AP_l}{\partial l} = 60{,}000 - 2{,}000l = 0\,, \qquad \textbf{(9.13)}$$

აღნიშნული შედეგი მიიღწევა l = 30-ის მნიშვნელობის დროს. ამ რაოდენობის შრომის პირობებში ტოლობის 9.12 მიხედვით AP_l = 900,000, ხოლო ტოლობის 9.8 მიხედვით MP_l, ასევე, 900,000-ს უდრის. როდესაც AP_l თავის მაქსიმუმს აღწევს, შრომის საშუალო და ზღვრული მწარმოებლურობები ერთმანეთის ტოლია.[3]

მიაქციეთ ყურადღება ამ მაგალითში განხილულ ურთიერთდამოკიდებულებას მთლიან გამოშვებასა და საშუალო მწარმოებლურობას შორის. იმის მიუხედავად, რომ ბუზის საკლავების მთლიანი წარმოება მეტია 40 მუშაკის დასაქმების შემთხვევაში (32 მილიონი) 30-თან შედარებით (27 მილიონი), ერთ მუშაკზე გადაანგარიშებული გამოშვება უფრო მაღალია მეორე შემთხვევაში. 40 მუშახელით ყოველი ადამიანი აწარმოებს 800 000 ბუზის საკლავს დროის ერთეულში, მაშინ როცა 30 მუშაკის შემთხვევაში თითოეული მუშაკი 900 000 ერთეულს აწარმოებს. იმის გამო რომ კაპიტალის რესურსი (ამ შემთხვევაში ბუზის საკლავების პრესი) მუდმივია მწარმოებლურობის ამ განსაზღვრების მიხედვით, შრომის კლებადი ზღვრული მწარმოებლურობის შედეგია ერთ მომუშავეზე გამოშვების შემცირება.

შეკითხვა: როგორ იმოქმედებს k სიდიდის 10-დან 11-მდე გაზრდა AP_l და MP_l ფუნქციებზე? ინტუიციურად ახსენით თქვენი შედეგები.

---

3 ეს შედეგი საკმაოდ ზოგადია, რადგან

$$\frac{\partial AP_l}{\partial l} = \frac{l * MP_l - q}{l^2};$$

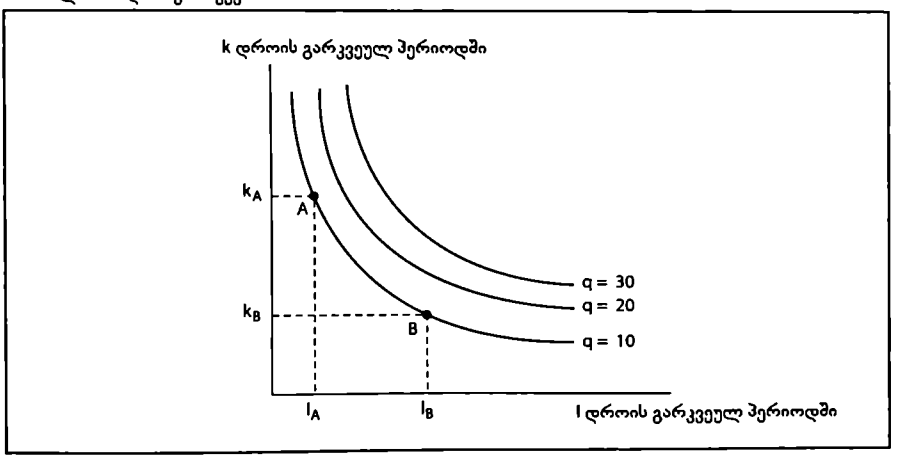
მაქსიმუმისას $l*MP_l = q$ ან $MP_l = AP_l$

იზოკვანტების რუქები და ტექნიკური ჩანაცვლების ნორმა

საწარმოო ფუნქციაში ერთი რესურსით მეორის ჩანაცვლების ილუსტრირებისათვის მოვიშველიებთ იზოკვანტების რუკას. კიდევ ერთხელ მივუბრუნდეთ საწარმოო ფუნქციას $q = f(k, l)$ იმის გათვალისწინებით, რომ „კაპიტალი“ და „შრომა“ ყველაზე მოსახერხებელი ფაქტორებია. იზოკვანტი (სიტყვიდან „იზო“ რომელიც „ტოლს“ ნიშნავს) ეძებს k-ს და l-ის ისეთ კომბინაციებს, რითაც შესაძლებელია მოცემული რაოდენობის მზა პროდუქტის გამოშვება. მაგალითად, ყველა k და l-ის კომბინაციებს რომლებიც 9.1 ნახაზის $q = 10$-ით აღნიშნულ წრფეზე განლაგდება, შეუძლია დროის ერთეულში 10 ერთეული აწარმოონ. ეს იზოკვანტი მიუთითებს იმ ფაქტზე, რომ არსებობს 10 ერთეულის წარმოების მრავალი ალტერნატიული გზა. ერთი გზა შეიძლება აღიწეროს A წერტილით, ანუ გამოვიყენებთ l_A და k_A-ს 10 ერთეულის გამოსაშვებად. როგორც ალტერნატივა, შეიძლება უმჯობესია გამოვიყენოთ ნაკლები კაპიტალი და მეტი სამუშაო ძალა და ამიტომ ავირჩევთ B წერტილს. ამრიგად, იზოკვანტი შეიძლება შემდეგნაირად განვსაზღვროთ.

ნახაზი 9.1 იზოკვანტის რუქა

იზოკვანტი გვიჩვენებს k-ს და l-ის ისეთ კომბინაციებს, რომელთაც შეუძლიათ მოცემული რაოდენობის გამოშვების უზრუნველყოფა. მრუდების დახრილობა მიგვითითებს ნორმაზე, რომლითაც შესაძლებელია l-ის k-თი ჩაენაცვლება გამოშვების იგივე მოცულობის შენარჩუნებით. მრუდის უარყოფით დახრილობას (ზღვრულ) ტექნიკური ჩანაცვლების ნორმას უწოდებენ (RTS). ნახაზზე RTS დადებითი და კლებადია სამუშაო ძალის ზრდის შემთხვევაში.



განსაზღვრება

იზოკვანტი. იზოკვანტი გვიჩვენებს k-ს და l-ის ისეთ კომბინაციებს, რომელთაც შეუძლიათ მოცემული რაოდენობის გამოშვების (ვთქვათ q_0) უზრუნველყოფა. მათემატიკურად, იზოკვანტი წარმოადგენს k-სა და l–ის წყვილს, რომელიც აკმაყოფილებს შემდეგ პირობას:

$$f(k, l) = q_0 \qquad \textbf{(9.14)}$$

როგორც განურჩევლობის მრუდის შემთხვევაში, k–l გეგმაზე არსებობს განუსაზღვრელი რაოდენობის იზოკვანტები. ყოველი იზოკვანტი წარმოადგენს გამოშვების განსხვავებულ დონეს. ჩრდილო–აღმოსავლეთის მიმართულებით გადაადგილებისას იზოკვანტები გამოშვების უფრო მაღალ დონეს უზრუნველყოფენ, შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ საწარმოო პროცესში მეტი რესურსის ჩართვით მეტ გამოშვებას მივიღებთ. ნახაზზე 9.1 ორი სხვადასხვა იზოკვანტია (როცა $q = 20$ და $q = 30$) ნაჩვენები. თქვენ შეამჩნევთ მსგავსებას სახელმძღვანელოს მეორე ნაწილში განხილული განურჩევლობის მრუდების რუკასა და იზოკვანტების რუკებს შორის. ეს ნამდვილად მსგავსი კონცეფციებია, რადგანაც ორივე წარმოადგენს კონკრეტული ფუნქციის „კონტურულ" რუკას. იზოკვანტებისათვის მრუდების აღნიშვნა გაზომვადია - 10 გამოშვებული პროდუქტი დროის ერთეულის განმავლობაში. მას რაოდენობრივი გამოსახულება გააჩნია. აღნიშნულის გამო, ეკონომისტები უფრო მეტად დაინტერესებულნი არიან საწარმოო ფუნქციების ფორმის შესწავლით, ვიდრე გამოყენებითი ფუნქციის ზუსტი ფორმის დადგენით.

ტექნიკური ჩანაცვლების ზღვრული ნორმა (rate of technical substitution (RTS)

იზოკვანტების დახრილობა მიუთითებს, თუ როგორ შეიძლება ერთი რესურსი ჩაანაცვლოს მეორემ გამოშვების დონის შენარჩუნების პირობებში. დახრილობის შესწავლით შეიძლება მივიღოთ ინფორმაცია შრომის კაპიტალით ჩანაცვლების ტექნიკურ შესაძლებლობაზე. ფორმალური განსაზღვრება ქვემოთ არის მოცემული.

განსაზღვრება

ტექნიკური ჩანაცვლების ზღვრული ნორმა. ტექნიკური ჩანაცვლების ზღვრული ნორმა (RTS) გვიჩვენებს კაპიტალით შრომის ჩანაცვლებას, როდესაც გამოშვება იზოკვანტის გასწვრივ უცვლელია. მათემატიკურად, იგი ასე გამოისახება

$$RTS(l \text{ for } k) = \left.\frac{-dk}{dl}\right|_{q=q_0} \qquad \textbf{(9.15)}$$

უნდა აღინიშნოს, რომ გამოშვების რაოდენობა შენარჩუნებულია მუდმივი l-ის k-თი ჩანაცვლებისას. ამ კომპრომისის შედეგად მიღებული სიხშირე დამოკიდებულია არა მარტო გამოშვების, არამედ ასევე კაპიტალისა და შრომის გამოყენებულ სიდი-

დეზე, კერძოდ იზოკვანტების რუკის იმ წერტილზე, რომელზეც ხდება დახრილობის გაზომვა.

ტექნიკური ჩანაცვლების ზღვრული ნორმა (RTS) და ზღვრული მწარმოებლურობა

საწარმოო ფუნქციის იზოკვანტების ფორმის კვლევისათვის საჭიროა დამტკიცდეს შემდეგი: *RTS* (l-სა *k*-თვის) შრომის ზღვრული ფიზიკური მწარმოებლურობა (MP_l) კაპიტალის ზღვრული ფიზიკური მწარმოებლურობის (MP_k) ტოლია. მტკიცებულებას ვიწყებთ საწარმოო ფუნქციის ჯამური დიფერენციალის დადგენით:

$$dq = \frac{\partial f}{dl} \cdot dl + \frac{\partial f}{\partial k} \cdot dk = MP_l \cdot dl + MP_k \cdot dk \qquad \textbf{(9.16)}$$

აღნიშნული გვიჩვენებს l-ის და *k*-ს რამდენად მცირე ცვლილება ახდენს გავლენას გამოშვებაზე. იზოკვანტის გასწვრივ, $d_q = 0$ (გამოშვება მუდმივია), ამრიგად

$$MP_l \cdot dl = -MP_k \cdot dk \qquad \textbf{(9.17)}$$

ეს გვიჩვენებს, რომ იზოკვანტის გასწვრივ l-ის მცირე ზრდით გამოწვეული გამოშვების ზრდა სრულიად დაბალანსებულია k-ს მნიშვნელობის შესაბამისი შემცირებით მიღებული გამოშვების დანაკარგებით. პირობების მცირედი ცვლილებით მივიღებთ

$$-\frac{dk}{dl}\bigg|_{q=q_0} = RTS\ (l\text{-ი }k\text{-სთვის}) = \frac{MP_l}{MP_k} \qquad \textbf{(9.18)}$$

სწორედ ამიტომ, RTS არის რესურსების ზღვრული მწარმოებლურობის ნორმა.

ტოლობა 9.18 გვიჩვენებს, რომ იმ იზოკვანტებს, რომლებიც რეალურად განვიხილეთ, უნდა ჰქონდეთ უარყოფითი დახრილობა. რადგან ორივე MP_l და MP_k არ არის უარყოფითი (არცერთი ფირმა არ აირჩევს ძვირადღირებულ რესურსებს, რომელიც გამოშვებას ამცირებს), *RTS* ასევე დადებითი იქნება (ან უკიდურეს შემთხვევაში ნულის ტოლი). რადგანაც იზოკვანტის დახრილობა *RTS* უარყოფითია, ფირმა არ ისურვებს იზოკვანტის დადებითი დახრილობის ნაწილში ოპერირებას. თუმცა მათემატიკურად შესაძლებელია, რომ გამოვიყვანოთ საწარმოო ფუნქცია, რომლის იზოკვანტსაც გარკვეულ წერტილებში დადებითი დახრილობა გააჩნია.

ტექნიკური ჩანაცვლების ზღვრული ნორმის (RTS) კლებადობის მიზეზები

ნახაზზე 9.1 მოცემული იზოკვანტები არამარტო უარყოფითი დახრილობით არის დახაზული (ანუ ისე, როგორც უნდა იყოს), არამედ მოცემულია როგორც ამოზნექილი მრუდები. ერთ-ერთი მრუდის გასწვრივ, *RTS* კლებადია. *k*-ის *l*-ით ჩანაცვლების მაღა-

ლი ნორმის დროს RTS დიდი დადებითი რიცხვია. ეს ნიშნავს, რომ კაპიტალის დიდი წილი შეიძლება არ იქნას გამოყენებული თუ შრომის კიდევ ერთი დამატებითი ერთეული იქნება ხელმისაწვდომი. მეორე მხრივ, თუ დიდი რაოდენობის შრომა გამოიყენება, RTS მცირეა, ეს მიუთითებს, რომ კაპიტალის მხოლოდ მცირე სიდიდე შეიძლება ჩანაცვლდეს შრომის დამატებითი ერთეულით გამოშვების მუდმივად შესანარჩუნებლად. ამ დასკვნას ნამდვილად აქვს რაღაც საერთო კლებად ზღვრულ მწარმოებლურობასთან, ტოლობის 9.18 დაუფიქრებელმა გამოყენებამ შეიძლება ისეთ დასკვნამდე მიგვიყვანოს, რომ l-ის ზრდას, რომელსაც თან სდევს k-ს შემცირება, გამოიწვევს MP_l -ის შემცირებას და MP_k-ს ზრდას, შედეგად კი, RTS-ის შემცირებას. სწრაფი „მტკიცებულებების" პრობლემა იმაშია, რომ რესურსის ზღვრული მწარმოებლურობა დამოკიდებულია ორივე რესურსის რაოდენობაზე, კერძოდ l-ის ცვლილება გავლენას ახდენს MP_k-ზე და პირიქით. კლებადი ზღვრული მწარმოებლურობის არსებობისას ცალსახად ვერ ვიტყვთ, რომ RTS კლებადია.

აღნიშნულის მათემატიკურად გამოსახვისათვის, დავუშვათ, რომ $q = f(k, l)$, f_k და f_l დადებითი სიდიდეებია (ზღვრული მწარმოებლურობა დასაშვებია). დავუშვათ, ასევე, რომ $f_{kk} < 0$ და $f_{ll} < 0$ (ზღვრული მწარმოებლურობები კლებადია). იზოკვანტების ამოზნექილობის საჩვენებლად საჭიროა დავამტკიცოთ, რომ $\frac{dRTS}{dl} < 0$. რადგან $RTS = f_l / f_k$

$$\frac{dRTS}{dl} = \frac{d(f_l / f_k)}{dl} \tag{9.19}$$

f_l და f_k ორივე k-ს და l-ის ფუნქციებია, ამიტომ ამ გამოსახულების წარმოებულებს სიფრთხილით უნდა მოვეკიდოთ:

$$\frac{dRTS}{dl} = \frac{f_k(f_{ll} + f_{lk} \cdot dk/dl) - f_l(f_{kl} + f_{kk} \cdot dk/dl)}{(f_k)^2} \tag{9.20}$$

იმ ფაქტზე დაყრდნობით, რომ $\frac{d_k}{d_l} = -f_l / f_k$ იზოკვანტის გასწვრივ და იუნგის თეორემის გამოყენებით ($f_{kl} = f_{lk}$) გვექნება

$$\frac{dRTS}{dl} = \frac{f_k^2 f_{ll} - 2 f_k f_l f_{kl} + f_l^2 f_{kk}}{(f_k)^3} \tag{9.21}$$

რადგან ჩავთვალეთ, რომ $f_k > 0$, ამ ფუნქციის მნიშვნელობა თავიდანვე დადებითია. ამიტომ მთელი ფუნქცია უარყოფით მნიშვნელობას მიიღებს, თუ მრიცხველი უარყოფითია. რადგან f_{ll} და f_{kk} ჩათვლილია უარყოფითად, მრიცხველი ცალსახად უარყოფითი იქნება იმ შემთხვევაში, როცა f_{kl} დადებითია. თუ ამას დავუშვებთ, მტკიცდება, რომ $\frac{dRTS}{dl} < 0$ (ანუ იზოკვანტი ამოზნექილია).[4]

4 როგორც თავში 4 მივუთითეთ, ფუნქციებს, რომელთა მრიცხველი ფუნქციაში 7.21 უარყოფითია კვაზი-ამოზნექილ ფუნქციებს უწოდებენ.

ჯვარედინი-მწარმოებლურობის ეფექტის მნიშვნელობა

ინტუიციურად მიზანშეწონილად ჩანს, რომ ნაწილობითი წარმოებული $f_{kl} = f_{lk}$ დადებითი უნდა იყოს. მუშაკებს მეტი კაპიტალი რომ ჰქონოდათ, მათ უფრო მაღალი ზღვრული მწარმოებლურობა ექნებოდათ. ეს ყველაზე მეტად ალბათური შემთხვევაა, ამიტომ არ არის აუცილებელი რომ ასე მოხდეს. ზოგ საწარმოო ფუნქციას $f_{kl} < 0$ გააჩნია გარკვეული სახის რესურსებისათვის მაინც. თუ დავუშვებთ, რომ RTS კლებადია (ისევე როგორც უმეტესი დისკუსიის დროს), უფრო ძლიერ დაშვებას მივმართავთ, ვიდრე უბრალოდ იმას, რომ ზღვრული მწარმოებლურობები „საკმაოდ მკვეთრად“ შემცირდება, უარყოფითი ჯვარედინი-მწარმოებლურობის ეფექტის საკომპენსაციოდ. რა თქმა უნდა, როგორც მოგვიანებით ვნახავთ, სამი ან მეტი რესურსის შემთხვევაში სიტუაცია უფრო მეტად გართულდება.

მაგალითი 9.9 კლებადი ტექნიკური ცვლილების ზღვრული ნორმა (RTS)

საწარმოო ფუნქცია ბუზის საკლავებისათვის მაგალითში 9.1 მოცემული იყო შემდეგი ფუნქციით

$$q = f(k, l) = 600k^2l^2 - k^3l^3 \tag{9.22}$$

ზღვრული მწარმოებლურობის ფუნქციები ამ საწარმოო ფუნქციისათვის შემდეგია

$$MP_l = f_l = \frac{\partial q}{\partial l} = 1{,}200k^2l - 3k^3l^2$$
$$MP_k = f_k = \frac{\partial q}{\partial k} = 1{,}200kl^2 - 3k^2l^3 \tag{9.23}$$

მიაქციეთ ყურადღება, რომ ყოველი მათგანი დამოკიდებულია ორივე რესურსის სიდიდეზე. უბრალო გამარტივება აჩვენებს, რომ ეს ზღვრული მწარმოებლურობები დადებითი იქნება იმ k-ს და l-თვის, სადაც $f_{kl} > 400$.
რადგან

$$f_{ll} = 1{,}200k^2 - 6k^3l$$
$$f_{kk} = 1{,}200l^2 - 6kl^3 \tag{9.24}$$

სრულიად ნათელია, რომ ეს ფუნქცია კლებად ზღვრულ მწარმოებლურობას უჩვენებს k-სა და l-ის საკმაოდ ფართო სპექტრისათვის. მართლაც, ისევ ყოველი გამოსახულების გამარტივებით ადვილია ვაჩვენოთ, რომ $f_{ll}, f_{kk} < 0$, თუ $f_{kl} > 200$. მიუხედავად ამისა, $200 < f_{kl} < 400$ დიაპაზონის შიგნით, სადაც ზღვრული მწარმოებლურობის დამოკიდებუ-

ლებები ამ ფუნქციისათვის „ნორმალურად“ მოქმედებს, საწარმოო ფუნქციაში არ არის აუცილებელი კლებადი *RTS* იყოს. ნებისმიერი ზღვრული მწარმოებლურობის ფუნქციის (ტოლობა 9.3) გაწარმოება მიგვიყვანს შედეგამდე

$$f_{kl} = f_{lk} = 2{,}400kl - 9k^2l^2 \qquad \textbf{(9.25)}$$

რომელიც დადებით მნიშვნელობას იღებს მხოლოდ მაშინ, როცა $f_{kl} < 266$.

აქედან გამომდინარე, ფუნქციის 9.21 მრიცხველი $200 < kl < 266$-თვის უარყოფითი იქნება, მაგრამ უფრო დიდი მოცულობის ქარხნისათვის ცალსახა პასუხი არ არსებობს, რადგან f_{kl} უარყოფითია. როცა f_{kl} უარყოფითია, შრომის ზრდა ამცირებს კაპიტალის ზღვრულ მწარმოებლურობას. ამიტომ, ინტუიციური მოსაზრება, რომ ცალსახად ცხადია რა მოუვა *RTS* ($= f_l/f_k$) l-ის ზრდის და k-ს შემცირებისას არ არის სწორი. ყველაფერი დამოკიდებულია შედარებით ეფექტზე, კერძოდ - კლებად ზღვრულ მწარმოებლურობაზე (რომელიც ამცირებს f_l და ზრდის f_k) და მის საწინააღმდეგოდ მოქმედ მწარმოებლურობებზე (რომლებიც ამცირებს f_k და ზრდის f_l). მიუხედავად ამისა, განხილული მაგალითიდან, სწორია მტკიცებულება, რომ *RTS* კლებადია k-ს და l-ის იმ დიაპაზონის გასწვრივ, სადაც ზღვრული მწარმოებლურობა დადებითია. იმ შემთხვევაში, როცა $266 < kl < 400$, კლებადი ზღვრული მწარმოებლურობები შეიძლება გამოისახოს ფუნქციით, რომელიც იზოკვანტების ამოზნექილობისას საკმარისია f_{kl} უარყოფითი მნიშვნელობის გავლენის საკომპენსაციოდ.

შეკითხვა: თუ $k = 1$, რა შეიძლება ითქვას ამ საწარმოო ფუნქციის ზღვრულ მწარმოებლურობებზე? როგორ შეიძლება გავამარტივოთ 9.21 ფუნქციის მრიცხველი? რამდენად დაგეხმარებათ ეს უფრო ადვილად შეძლოთ ამ გამოსახულების შეფასება k-ს და l-ის დიდი მნიშვნელობების დროს?

მასშტაბიდან ეფექტი

ახლა კი გავაგრძელოთ საწარმოო ფუნქციის დახასიათება. პირველი შეკითხვა, რომელიც შეიძლება გაგვიჩნდეს ასეთია: როგორ რეაგირებს გამოშვება ყველა რესურსის ზრდაზე. მაგალითად, ვთქვათ ყველა რესურსი გაორმაგდა: შედეგი გაორმაგდება, თუ უფრო რთულ დამოკიდებულებასთან გვექნება საქმე? ეს შეკითხვა შეეხება საწარმოო ფუნქციის რეაგირებას მასშტაბზე, რომელიც ეკონომისტების ინტერესის საგანს წარმოადგენს მას შემდეგ, რაც ადამ სმიტმა ქინძისთავების წარმოების შესწავლა დაიწყო. სმიტმა აღმოაჩინა ორი ძალა, რომლებმაც თავი იჩინა ყველა რესურსის გაორმაგების ექსპერიმენტის დროს. პირველი, მასშტაბის გაორმაგება იწვევდა სამუშაო ძალის მეტ დანაწევრებას და მათი ფუნქციების მეტ სპეციალიზაციას. ამიტომ, არსებობს გარკვე-

ული ალბათობა, რომ ეფექტიანობა შეიძლება გაიზარდოს და ამის შედეგად გამოშვებაც გაორმაგდეს. მეორე, რესურსების გაორმაგება ასევე შეიძლება გახდეს ეფექტიანობის გარკვეული შემცირების მიზეზი, რადგან ამ კომპანიის მასშტაბის ზრდასთან ერთად რთულდება მისი მართვის პროცესი. ამ ორი ეფექტიდან რომელი გადაწონის, ფაქტიურად ემპირიულ კითხვად რჩება.

ამ ორი კონცეფციის ტექნიკური აღწერა საკმაოდ მარტივია.

განსაზღვრება

მასშტაბიდან ეფექტი. თუ საწარმოო ფუნქცია მოცემულია ტოლობით $q = f(k, l)$ და თუ ყველა რესურსი მრავლდება ერთი და იმავე დადებით მუდმივზე t (სადაც $t > 1$), მაშინ მასშტაბიდან ეფექტის შემდეგი კლასიფიკაცია შეიძლება წარმოვადგინოთ:

ეფექტი გამოშვებაზე		მასშტაბის ეფექტი
I	$f(tk,tl)=tf(k,l)=tq$	მუდმივი
II	$f(tk,tl)<tf(k,l)=tq$	ზრდადი
III	$f(tk,tl)>tf(k,l)=tq$	კლებადი

ინტუიციურად, თუ რესურსების პროპორციული ზრდა იმავე პროპორციით ზრდის გამოშვებას, საწარმოო ფუნქცია აჩვენებს მასშტაბიდან მუდმივ ეფექტს. თუ გამოშვების ზრდა ნაკლებია, ვიდრე პროპორცია, ფუნქცია აჩვენებს მასშტაბიდან კლებად ეფექტს, ხოლო თუ გამოშვება პროპორციულზე მეტად იზრდება, მასშტაბიდან ეფექტი ზრდადია. როგორც ვნახავთ, თეორიულად შესაძლებელია, რომ ფუნქციამ აჩვენოს მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტი რესურსების გარკვეულ დონეებისათვის და ზრდადი ან კლებადი ეფექტი სხვა დონეებისათვის.[5] მიუხედავად ამისა, ხშირად ეკონომისტები ახსენებენ საწარმოო ფუნქციის მასშტაბიდან ეფექტის დონეს, იმ მოსაზრებით, რომ რესურსების შესაძლო დიაპაზონის მხოლოდ შედარებით მცირე ნაწილი და მათი შესაბამისი გამოშვება არის მნიშვნელოვანი.

მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტი

ფირმის საწარმოო ფუნქციის მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტის რამდენიმე ეკონომიკური მიზეზი არსებობს. თუ ფირმა ამუშავებს რამდენიმე იდენტურ ქარხანას, მას შეუძლია გაზარდოს ან შეამციროს წარმოება კონკრეტულ მომენტში მომუშავე ქარხნების რაოდ-

5 მასშტაბიდან ეფექტი იზომება მასშტაბის ელასტიკურობით, რომელიც განისაზღვრება შემდეგი ფუნქციით

$$e_{q,t} = \frac{\partial f(tk,tl)}{\partial t} \cdot \frac{t}{f(tk,tl)}.$$

ფუნქციის მნიშვნელობის გამოთვლა უნდა მოხდეს $t = 1$-სათვის. ამ პარამეტრს, ფაქტიურად შეუძლია მიიღოს სხვადასხვა მნიშვნელობა რესურსების გამოყენების დონიდან გამომდინარე. დამატებით იხილე ამოცანა 9.9.

ენობის ცვლილებით. ამ შემთხვევაში ფირმას შეუძლია გამოშვების გაორმაგება მომუშავე ქარხნების რაოდენობის გაორმაგებითა და რესურსების ორჯერ გაზრდით. მეორე მხრივ, თუ მთელი დარგის მოქმედების მოდელირებას დავაპირებთ, რომელიც მრავალი ფირმისაგან შედგება, მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტის შესახებ დაშვება შეიძლება არ იყოს აზრს მოკლებული, რადგან მთლიანი დარგი შეიძლება გაიზარდოს ან შემცირდეს იდენტური ფირმების შემთხვევითი რაოდენობით (იხილეთ თავი 12). და ბოლოს, ამერიკის შეერთებული შტატების ეკონომიკის შესწავლის შედეგად დაადგინეს, რომ მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტი გონივრული მიახლოებაა „აგრეგირებული“ საწარმოო ფუნქციისათვის. ყველა ამ ჩამოთვლილი მიზეზის გამო, მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტი უმჯობესია უფრო დაწვრილებით განვიხილოთ.

როდესაც საწარმოო ფუნქცია აჩვენებს მასშტაბიდან მუდმივ ეფექტს, იგი ფაქტიურად „ჰომოგენურობის“ განსაზღვრების იდენტურია, რომელიც თავში 2 განვიხილეთ. ეს ნიშნავს, რომ წარმოება რესურსების მიმართ ჰომოგენურია პირველი ხარისხით, რადგან

$$f(tk, tl) = t^1 f(k, l) = tq \qquad \textbf{(9.26)}$$

თავში 2 ვუჩვენეთ, რომ თუ ფუნქცია k ხარისხით ჰომოგენურია, მისი წარმოებულები $k-1$-ით ჰომოგენური იქნება. ამ კონტექსტში ზღვრული მწარმოებლურობის ფუნქციები, რომლებიც გამოდის მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტის საწარმოო ფუნქციიდან ჰომოგენურია 0 ხარისხით. ანუ

$$MP_k = \frac{\partial f(k,l)}{\partial k} = \frac{\partial f(tk,tl)}{\partial k},$$
$$MP_l = \frac{\partial f(k,l)}{\partial l} = \frac{\partial f(tk,tl)}{\partial l}. \qquad \textbf{(9.27)}$$

ყოველი $t > 0$-თვის. ჩავსვამთ $t = 1/l$ ტოლობებში 9.27 და მივიღებთ

$$MP_k = \frac{\partial f(k/l,1)}{\partial k},$$
$$MP_l = \frac{\partial f(k/l,1)}{\partial l}. \qquad \textbf{(9.28)}$$

ანუ ნებისმიერი რესურსის ზღვრული მწარმოებლურობა დამოკიდებულია მხოლოდ კაპიტალისა და შრომის თანაფარდობაზე და არა მათ აბსოლუტურ მნიშვნელობებზე. ეს ფაქტი განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია დარგებს ან ქვეყნებს შორის განსხვავებათა ახსნის დროს.

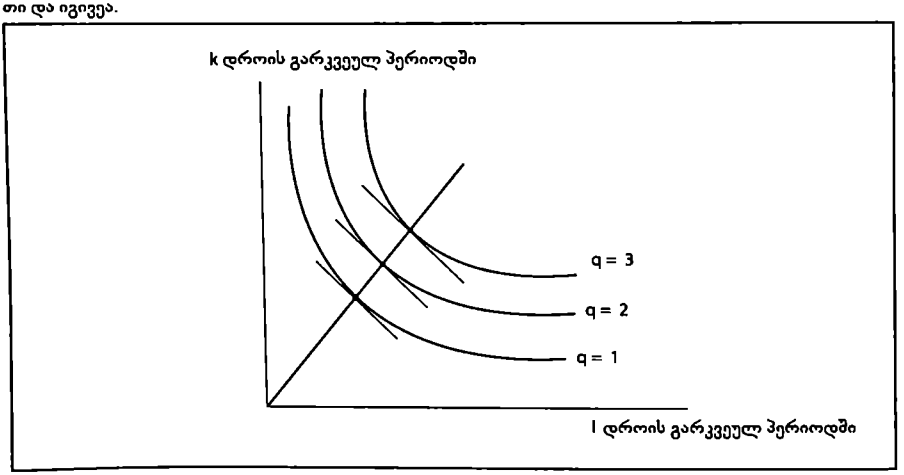
ჰომოთეტური საწარმოო ფუნქცია

ტოლობის 9.28 ერთი შედეგი არის ის, რომ $RTS(= MP_l/MP_k)$ ნებისმიერი მუდმივისათვის საწარმოო ფუნქცია დამოკიდებულია მხოლოდ რესურსების თანაფარდობაზე და არა მათ აბსოლუტურ სიდიდეებზე. ანუ, ასეთი ფუნქცია ჰომოთეტური იქნება (იხ. თავი 2) მისი იზოკვანტები ერთმანეთის სხივური გაფართოვებაა. ეს სიტუაცია ნაჩვენებია ნახაზზე 9.2. ნებისმიერი წრფის გასწვრივ, სადაც k/l თანაფარდობა არ იცვლება, მათზე მაღალი იზოკვანტების დახრილობა იდენტურია. იზოკვანტების რუკის ეს თვისება ძალიან გამოგვადგება სხვადასხვა შემთხვევაში.

ამ მარტივმა მაგალითმა შეიძლება გარკვეული ინტუიციური ცოდნა მოგვცეს ზემოთ აღწერილი შედეგის თაობაზე. ვთქვათ, სახურავი შესაძლებელია გადაიხუროს ერთ დღეში სამი მუშის მიერ, რომელთაც თითო-თითო ჩაქუჩი აქვთ ან ორი მუშის მიერ, რომელთაც თითოს ორი ჩაქუჩი აქვს (ეს უკანასკნელნი ერთნაირად ფლობენ როგორც მარჯვენა, ისე მარცხენა ხელს). RTS ჩაქუჩებისათვის არის ერთი-ერთზე, ანუ ერთი დამატებითი ჩაქუჩით შეიძლება ერთი მუშა ჩავანაცვლოთ. თუ წარმოების ეს პროცესი გვიჩვენებს მასშტაბიდან მუდმივ ეფექტს, ორი სახურავი შეიძლება დამონტაჟდეს ერთ დღეში ან ექვსი მუშის მიერ რომლებსაც ექვსი ჩაქუჩი ექნებათ, ან რვა ჩაქუჩიანი ოთხი მუშის მიერ. უკანასკნელ შემთხვევაში, ორმა ჩაქუჩმა შეცვალა ორი მუშა, ანუ ისევ RTS არის ერთი ერთზე. მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტის პირობებში, წარმოების დო-

ნახაზი 9.2 მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტის საწარმოო ფუნქციის იზოკვანტების რუკა

მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტის საწარმოო ფუნქციის დროს RTS დამოკიდებულია მხოლოდ k-სა და l-ის თანაფარდობაზე და არა წარმოების მოცულობაზე. აქედან გამომდინარე, ყოველი იზოკვანტი იქნება საწყისი იზოკვანტის სხივური ანარეკლი. მუდმივი k/l მრუდის გასწვრივ ყველა იზოკვანტისათვის RTS ერთი და იგივეა.



ნის გაზრდა არ ცვლის რესურსების ოპტიმალურ თანაფარდობას. ამრიგად, საწარმოო ფუნქციები ჰომოთეტურია.

საწარმოო ფუნქციას შეიძლება ჰქონდეს ჰომოთეტური განურჩევლობის მრუდის რუკა მაშინაც კი, როდესაც მას არ აქვს მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტი. როგორც თავში 2 ვაჩვენეთ, ჰომოთეტურობის ეს თვისება ნარჩუნდება ჰომოგენური ფუნქციის ნებისმიერი მონოტონური გარდაქმნის შემთხვევაშიც. ამიტომ მასშტაბიდან კლებადი ან ზრდადი ეფექტი შეიძლება გაერთიანდეს მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტის ფუნქციაში შესატყვისი გარდაქმნის მეშვეობით. როგორც წესი, ყველაზე ხშირად ეს გარდაქმნა ექსპონენციალურია. ამრიგად, თუ $f(k, l)$ მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტის მქონე საწარმოო ფუნქციაა, შეგვიძლია ვთქვათ, რომ

$$F(k, l) = [f(k, l)]^{\gamma}, \tag{9.29}$$

სადაც γ ნებისმიერი დადებითი ექსპონენტაა. თუ $\gamma > 1$, მაშინ

$$F(tk, tl) = [f(tk, tl)]^{\gamma} = [tf(k, l)]^{\gamma} = t^{\gamma}[f(k, l)]^{\gamma} = t^{\gamma}F(k, l) > tF(k, l) \tag{9.30}$$

ნებისმიერი $t > 1$-თვის. აქედან გამომდინარე, გარდაქმნილ საწარმოო ფუნქციას გააჩნია მასშტაბიდან ზრდადი ეფექტი. ამის მსგავსად, F ფუნქციას გააჩნია მასშტაბიდან კლებადი ეფექტი $\gamma < 1$-თვის. რადგან ეს ფუნქცია ჰომოთეტური რჩება ყველა გარდაქმნის დროს, ვუჩვენეთ, რომ არსებობს შემთხვევები, როცა მნიშვნელოვანია მასშტაბიდან ეფექტის პრობლემისა და იზოკვანტის მრუდების ფორმების პრობლემის ერთმანეთისაგან განსხვავება. შემდეგ ქვეთავში ვნახავთ, თუ როგორი შეიძლება იყოს იზოკვანტების ფორმები.

n-ჩასაჩის შემთხვევა

მასშტაბიდან ეფექტის განსაზღვრება შეიძლება ადვილად განვაზოგადოთ n რესურსის მქონე საწარმოო ფუნქციისათვის, თუ ეს საწარმოო ფუნქცია მოცემულია შემდეგი გამოსახულებით

$$q = f(x_1, x_2, ..., x_n) \tag{9.31}$$

$$f(tx_1, tx_2, ..., tx_n) = t^k f(x_1, x_2, ..., x_n) = t^k q \tag{9.32}$$

გარკვეული მუდმივი k-თვის. თუ $k = 1$, საწარმოო ფუნქცია გვიჩვენებს მასშტაბიდან დადებით ეფექტს. მასშტაბიდან კლებადი და ზრდადი ეფექტები შეესაბამება შემთხვევებს, როცა $k < 1$ და $k > 1$.

ამ მათემატიკური განსაზღვრების ყველაზე მნიშვნელოვანი მოთხოვნა არის ის,

რომ ყველა რესურსი ერთი და იმავე t პროპორციით უნდა გაიზარდოს. წარმოების ძალიან ბევრი რეალური პროცესისათვის ამ დასკვნას არ გააჩნია განსაკუთრებულად დიდი ეკონომიკური აზრი. მაგალითად, ფირმას შეიძლება ჰყავდეს მხოლოდ ერთი „ხელმძღვანელი“ და ამ სიდიდის გაორმაგება სულაც არ არის საჭირო იმ შემთხვევაშიც კი, როდესაც ყველა დანარჩენი პარამეტრი ორმაგდება. ან ფირმის გამოშვება შეიძლება დამოკიდებული იყოს ნიადაგის ნაყოფიერებაზე. ფაქტიურად შეუძლებელია გაორმაგდეს დათესილი ფართობი იგივე ნაყოფიერების შენარჩუნებით, რადგან ახალი მიწა შეიძლება ისეთივე კარგი არ იყოს, როგორც უკვე კულტივირებული. აქედან გამომდინარე, უმეტეს შემთხვევაში ზოგიერთი რესურსი უნდა დარჩეს უცვლელი. ასეთ დროს გარკვეულ კლებად მწარმოებლურობას შეიძლება ჰქონდეს ადგილი (ზრდადი დასაქმების შედეგად), მაგრამ ამას ვერ დავარქმევთ „მასშტაბიდან კლებად ეფექტს“, რადგან გარკვეული რესურსების რაოდენობა არ იცვლება.

ჩანაცვლების ელასტიკურობა

საწარმოო ფუნქციის კიდევ ერთი მნიშვნელოვანი მახასიათებელია თუ რამდენად მარტივია ერთი რესურსის მეორეთი ჩანაცვლება. ეს კითხვა ეხება ცალკეული იზოკვანტის ფორმას, ვიდრე მთელ იზოკვანტების რუკას. ერთი იზოკვანტის გასწვრივ ტექნიკური ჩანაცვლების ნორმა შემცირდება კაპიტალი-შრომის თანაფარდობის შემცირებასთან ერთად (k/l შემცირებისას); ამჯერად გვსურს ვიპოვოთ პარამეტრი, რომელიც ამ დამოკიდებულებას გაზომავს. თუ RTS საერთოდ არ შეიცვლება k/l-ს ცვლილებასთან ერთად შეგვიძლია ვთქვათ, რომ ჩანაცვლება ადვილია, რადგან ორი რესურსის ზღვრული მწარმოებლურობის ნორმა არ იცვლება რესურსების ნაკრების ცვლილების დროს. გარდა ამისა, თუ RTS სწრაფად იცვლება k/l მცირე ცვლილებისას, შეგვიძლია ვთქვათ, რომ ჩანაცვლება რთულია, ვინაიდან რესურსების ნაკრების მცირედი ცვლილება მნიშვნელოვან გავლენას იქონიებს რესურსების შედარებითი მწარმოებლურობებზე. ამ უკუკავშირის გაზომვა, რომელსაც მასშტაბიდან ეფექტი არ გააჩნია, შესაძლებელია ჩანაცვლების ელასტიკურობით. ეს კონცეფცია წარმოდგენილია მეორე ნაწილში.

განსაზღვრება

ჩანაცვლების ელასტიკურობა. $q = f(k, l)$ საწარმოო ფუნქციისათვის, ჩანაცვლების ელასტიკურობა (σ) ზომავს k/l-ის პროპორციულ ცვლილებას, RTS-ის პროპორციული ცვლილების შესაბამისად იზოკვანტის გასწვრივ. ანუ

$$\sigma = \frac{\text{პროცენტი } \Delta(k/l)}{\text{პროცენტი } \Delta RTS} = \frac{d(k/l)}{dRTS} \cdot \frac{RTS}{k/l} = \frac{\partial \ln k/l}{\partial \ln RTS} = \frac{\partial \ln k/l}{\partial \ln fl/fk} \qquad \textbf{(9.33)}$$

რადგან იზოკვანტის გასწვრივ k/l და RTS ერთი და იმავე მიმართულებით იცვლება, σ-ის მნიშვნელობა ყოველთვის დადებითია. გრაფიკულად, ეს კონცეფცია მოცემულია

ნახაზზე 9.3 როგორც იზოკვანტის გასწვრივ მოძრაობა A წერტილიდან B წერტილამდე. ამ მოძრაობაში შეიცვლება როგორც k/l, ასევე RTS; გვაინტერესებს გამოვიკვლიოთ ამ ცვლილებების ფარდობითი სიდიდე. თუ σ მაღალია, მაშინ RTS არ შეიცვლება k/l-ის ცლილების შესადარისი სიდიდით და იზოკვანტი შედარებით ბრტყელი იქნება. მეორე მხრივ, σ-ს დაბალი სიდიდე გულისხმობს შედარებით მკვეთრად გამრუდებულ იზოკვანტს; RTS შეიცვლება k/l-ის ცვლილების შესადარი სიდიდით. საერთოდ, შესაძლებელია, რომ ჩანაცვლების ელასტიკურობა იცვლებოდეს იზოკვანტის გასწვრივ გადაადგილებისას და წარმოების მოცულობის ცვლილებასთან ერთად. ამის მიუხედავად, ხშირად მოსახერხებელია დავუშვათ, რომ σ მუდმივია იზოკვანტის გასწვრივ. თუ საწარმოო ფუნქცია ამავე დროს ჰომოთეტურია, მაშინ იმის გამო, რომ ყველა იზოკვანტი სხივურად სიმეტრიულია, σ იქნება ერთი და იგივე ყველა იზოკვანტისათვის. ამ თავში აღნიშნულ ფუნქციებს შევხვდებით ცოტა მოგვიანებით და მრავალ ამოცანაში.[6]

n – ჩასჩრის შემთხვევა

ჩანაცვლების ელასტიკურობის განზოგადოებით მრავალპარამეტრიან შემთხვევაში რამდენიმე სირთულე გვხვდება. ერთი მიდგომა გვთავაზობს მივიღოთ განსაზღვრება, რომელიც ტოლობის 9.33 ანალოგიურია; ანუ ორი რესურსის ჩანაცვლების ელასტიკურობა განისაზღვრება, როგორც ორი რესურსის ნორმაში პროპორციული ცვლილება, მათ შორის RTS-ის პროპორციული ცვლილებისას, გამოშვების მუდმივობის პირობებში[7]. ეს განსაზღვრება სრულყოფილი რომ იყოს, აუცილებელია, რომ ყველა დანარჩენი რესურსი მუდმივად შენარჩუნდეს. აღნიშნულის მიუხედავად, ეს ბოლო მოთხოვნა (რომელიც აზრს მოკლებულია თუ მხოლოდ ორი რესურსი გვაქვს) ზღუდავს პოტენციური განსაზღვრების სიდიდეს. რეალური წარმოების პროცესის დროს, ხშირია სიტუაცია, როდესაც ნებისმიერი ცვლილება ორი რესურსის თანაფარდობაში ამავე დროს ამ რესურსების აბსოლუტური მნიშვნელობის ზრდის თანმდევია. ამ რესურსებიდან ზო-

6 ჩანაცვლების ელასტიკურობა შეიძლება პირდაპირ სანარმოო ფუნქციის ტერმინებით აღვნეროთ და მისი ნარმოებულები მასშტაბის მუდმივი ეფექტისას

$$\sigma = \frac{f_k \cdot f_l}{f \cdot f_{kl}}$$

მაგრამ ეს ფორმა საკმაოდ არათანმიმდევრულია. ამიტომ როცორც ნესი ლოგარითმული განსაზღვრება რომელიც ტოლობაში 9.33 არის მოცემული ყველაზე იოლი ფორმაა გამოსაყენებლად. დამატებით იხილეთ P. Berck and K. Sydsaeter, Economist's Mathematical Manual (Berlin: Springer-Verlag, 1999), chap. 5.

7 i და j შემავალი პარამეტრებს შორის ჩანაცვლების ელასტიკურობა შეიძლება განისაზღვროს, როგორც

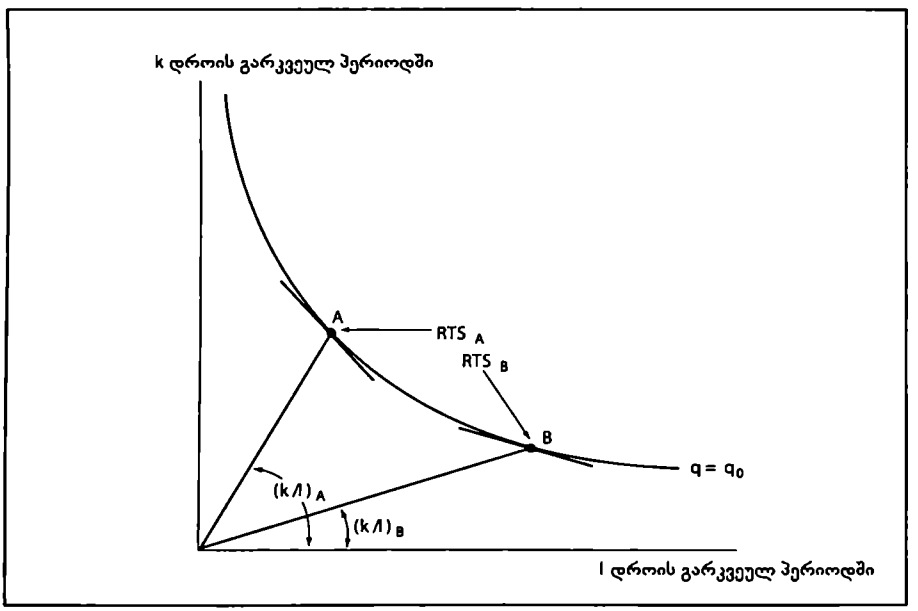
$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \ln(x_i / x_j)}{\partial \ln(f_j / f_i)}$$

$f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ ფუნქციის გასწვრივ მოძრაობისას. მიაქციეთ ყურადღება, რომ ნაწილობრივი ნარმოებულის გამოყენება ამ განსაზღვრებაში ითხოვს, რომ i და j-ს გარდა ყველა რესურსი მუდმივი უნდა იყოს, როდესაც σ იზოკვანტის გასწვრივ გადაადგილება ხდება.

გიერთი შეიძლება შეცვლილი რესურსისთვის შემავსებელი ოყოს, მაშინ როცა სხვები შესაძლოა შემცვლელები. ასეთ პირობებში მათი სიდიდის უცვლელად შენარჩუნება გარკვეულწილად ხელოვნური ხდება. ამ მიზეზის გამო, ჩანაცვლების ელასტიკურობის განსაზღვრება, რომელიც ფირმის დანახარჯების ფუნქციაში ასეთი ჩანაცვლებადობისა და შემავსებლობის საშუალებას იძლევა, როგორც წესი, გამოიყენება n-პროდუქტის შემთხვევაში. რადგან ეს კონცეფცია გამოითვლება დანახარჯის ფუნქციების გამოყენებით, მას შემდეგ თავში განვიხილავთ.

ნახაზი 9.3 ჩანაცვლების ელასტიკურობის გრაფიკული გამოსახულება

A წერტილიდან *B* წერტილისკენ გადაადგილებისას $q = q_0$ იზოკვანტის გასწვრივ როგორც *k/l* (კაპიტალისა და შრომის თანაფარდობა), ასევე *RTS* შეიცვლება. ჩანაცვლების ელასტიკურობა (σ) ამ პროპორციული ცვლილებების თანაფარდობით განისაზღვრება; იგი განსაზღვრავს იზოკვანტის ამოზნექილობას.



ოთხი მარჯვენა საწარმოო ფუნქცია

ამ ქვეთავში განვიხილავთ ოთხ მარტივ საწარმოო ფუნქციას, ყველა მათგანს სხვადასხვა ჩანაცვლების ელასტიკურობა ახასიათებს. ეს მხოლოდ ორი რესურსის მაგალითზეა ნაჩვენები, მაგრამ განზოგადებით შესაძლებელია შედეგი განვავრცოთ მრავალ შემავალ პარამეტრზე (იხ. ამ თავის დამატებები).

ᲮᲘᲠᲕᲔᲚᲘ ᲨᲔᲛᲗᲮᲕᲔᲕᲐ: ᲬᲠᲤᲘᲕᲘ (σ = ∞)

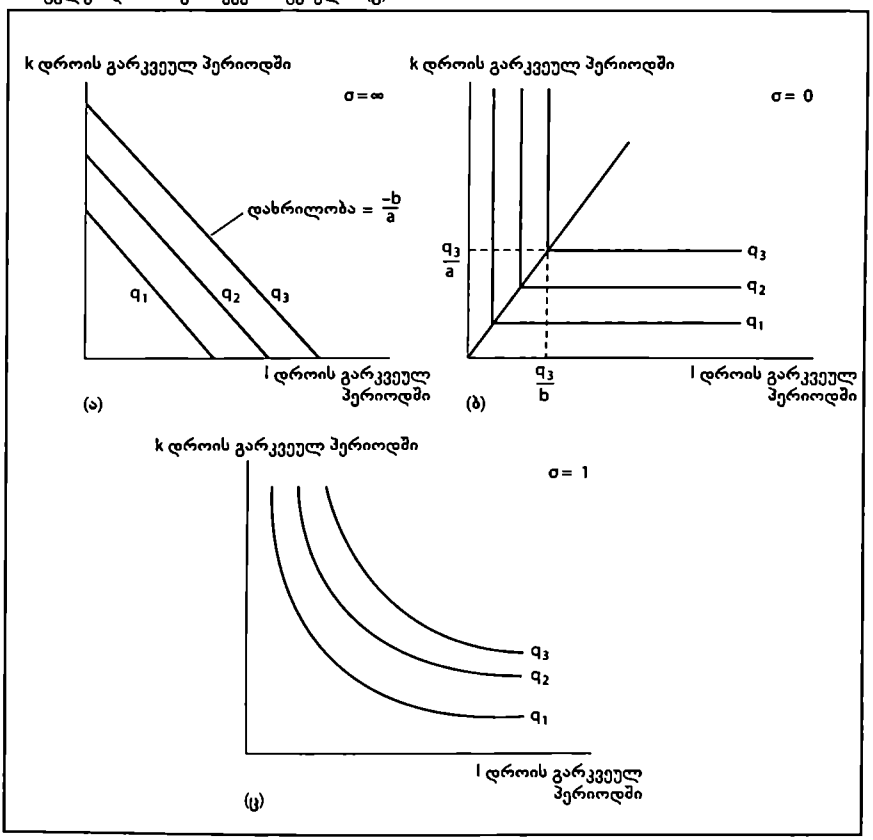
$$q = f(k, l) = ak + bl. \tag{9.34}$$

ადვილია ვაჩვენოთ, რომ ამ საწარმოო ფუნქციას მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტი გააჩნია: ნებისმიერი $t > 1$-თვის

$$f(tk, tl) = atk + btl = t(ak + bl) = tf(k, l) \tag{9.35}$$

ნახაზი 9.4 იზოკვანტების რუკა მარტივი საწარმოო ფუნქციისათვის σ-ს სხვადასხვა მნიშვნელობებისათვის

ამ გრაფიკებზე წარმოდგენილია ჩანაცვლების ელასტიკურობის სამი სიდიდე. (ა), კაპიტალი და შრომა სრულყოფილი შემცვლელები არიან. ამ შემთხვევაში *RTS* არ შეიცვლება კაპიტალის და შრომის თანაფარდობის ცვლილებასთან ერთად. (ბ) მუდმივი პროპორციულობის შემთხვევაში შეუძლებელია ჩანაცვლება. კაპიტალისა და სამუშაო ძალის თანაფარდობა ფიქსირებულია *b/a* დონეზე. შეზღუდული ჩანაცვლებადობის შემთხვევა მოცემულია (გ) -ში.



ამ საწარმოო ფუნქციის ყველა იზოკვანტი პარალელური წრფეებია $-b/a$ დახრილობით. ასეთი იზოკვანტების რუკა წარმოდგენილია ნახაზის 9.4 (ა) ნაწილში. რადგან RTS მუდმივია ნებისმიერი წრფივი იზოკვანტის გასწვრივ, ტოლობაში 9.33 მნიშვნელი σ ტოლია ნულის და ამიტომ იგი უსასრულობაა. მიუხედავად იმისა, რომ ეს წრფივი საწარმოო ფუნქცია საჭირო მაგალითია, მას იშვიათად თუ ვნახავთ პრაქტიკაში, რადგან წარმოების მხოლოდ მცირე რაოდენობის პროცესებს ახასიათებთ ასეთი მარტივი ჩანაცვლებადობა. მართლაც, ამ შემთხვევაში კაპიტალი და შრომა ერთმანეთის სრულყოფილ შემცვლელებად უნდა წარმოვიდგინოთ. დარგში, რომელიც ასეთი საწარმოო ფუნქციით აღიწერება, შეიძლება არსებობდეს მხოლოდ კაპიტალი ან მხოლოდ შრომა იმის მიხედვით, თუ რა ფასი აქვს ამ რესურსებს. ძნელია ასეთი ტიპის საწარმოო პროცესის წარმოდგენა: ნებისმიერ დანადგარს ესაჭიროება მუშაკის მიერ კლავიშების გამოყენება, ასევე ნებისმიერ მუშაკს სჭირდება გარკვეული კაპიტალი, მოწყობილობის სახით, როგორი მცირედიც არ უნდა იყოს იგი.

მეორე შემთხვევა: ფიქსირებული პროპორცია (σ=0)

$\sigma = 0$ მქონე საწარმოო ფუნქცია ფიქსირებული პროპორციების საწარმოო ფუნქციის საინტერესო კერძო შემთხვევას წარმოადგენს. კაპიტალი და შრომა ყოველთვის ფიქსირებული თანაფარდობით უნდა გამოიყენებოდეს. იზოკვანტები ამ საწარმოო ფუნქციისათვის L ფორმისაა და მოცემულია ნახაზზე 9.4 (ბ). ფირმა, რომელიც ამ საწარმოო ფუნქციით ხასიათდება, ყოველთვის ოპერირებს იმ წრფის გასწვრივ, სადაც k/l ფარდობა მუდმივია. ამ ღერძის მიღმა ნებისმიერ წერტილში ოპერირება არაეფექტიანია, რადგან იგივე გამოშვების მიღება შეუძლებელია ნაკლები რესურსით. რადგან k/l მუდმივია, ადვილი დასანახია ჩანაცვლების ელასტიკურობის ფუნქციიდან რომ σ ნულის ტოლი უნდა იყოს.

მათემატიკური ფორმით ფიქსირებული პროპორციების საწარმოო ფუნქცია შემდეგნაირია

$$q = \min(ak, bl), \quad a, b > 0, \tag{9.36}$$

სადაც „min“ ნიშნავს, რომ q-ს გააჩნია ფრჩხილებში მოცემული ორი არგუმენტიდან უმცირესი მნიშვნელობა. მაგალითად, ვთქვათ $ak < bl$; მაშინ $q = ak$, მაშასადამე კაპიტალი არის შემზღუდავი პარამეტრი წარმოების ამ პროცესში. დამატებითი შრომის ჩართვა არ გაზრდის გამოშვებას და ამიტომ შრომის ზღვრული პროდუქტი ნულია; დამატებითი შრომა ამ დროს არ არის საჭირო. ამის მსგავსად, თუ $ak > bl$, მაშინ შრომა არის სავალდებულო შეზღუდვა გამოშვებისათვის და დამატებითი კაპიტალის გამოყენება აზრს მოკლებულია. როდესაც $ak = bl$, ორივე რესურსის სრულად ათვისება ხდება. ამ დროს $k/l = b/a$ და წარმოება ხორციელდება იზოკვანტების რუკის წვეროში. თუ ორივე რესურსი ძვირია, მაშინ ეს არის ერთადერთი დანახარჯების მინიმიზაციის წერტილი. ყველა ეს წვერო ძევს წრფეზე, რომელიც აღნიშნულია b/a-თი.

ფიქსირებული პროპორციების საწარმოო ფუნქციას ფართო გამოყენება აქვს პრაქტიკაში.[8] ბევრ მანქანას ფუნქციონირებისათვის რაღაც რაოდენობით ადამიანი ესაჭიროება, მაგრამ ნებისმიერი დამატებითი შრომა სრულიად ზედმეტია. ვთქვათ გაზონის გასაკრეჭად კაპიტალი (გაზონის საკრეჭი მანქანა) და შრომა გამოვიყენეთ. ყოველთვის ერთი ადამიანი დაგვჭირდება საკრეჭი რომ ვამუშაოთ, და ერთ-ერთი მათგანის გამორიცხვით გამოშვება საერთოდ არ გვექნება. ძალიან ბევრი მანქანა სწორედ ამ ტიპისაა და ერთეულზე ფიქსირებული რაოდენობის ადამიანი ესაჭიროება.[9]

მესამე შემთხვევა: ქობ-დაგლასის ფუნქცია (σ=1)

ფუნქციას, რომლისთვისაც $\sigma = 1$, ქობ-დაგლასის საწარმოო ფუნქციას უწოდებენ[10] და იგი შუალედურ პოზიციას იკავებს ორ პოლარულ შემთხვევას შორის. იზოკვანტებს ამ შემთხვევაში „ნორმალური“ ამოზნექილი ფორმა აქვთ და ნაჩვენებია ნახაზზე 9.4 (გ). მათემატიკურად ქობ-დაგლასის საწარმოო ფუნქცია შემდეგნაირად შეიძლება წარმოვადგინოთ

$$q = f(k, l) = Ak^a l^b, \tag{9.37}$$

სადაც A, a და b დადებითი მუდმივებია.

ქობ-დაგლასის საწარმოო ფუნქციას შეიძლება ჰქონდეს მასშტაბიდან ნებისმიერი დონის ეფექტი a და b სიდიდეებიდან გამომდინარე. ვთქვათ ყველა რესურსი t ფაქტორით გაიზარდა. შემდეგ

$$\begin{aligned} f(tk, tl) &= A(tk)^a(tl)^b = At^{a\cdot b}k^a l^b \\ &= ta+bf(k, l). \end{aligned} \tag{9.38}$$

ამრიგად, თუ $a + b = 1$, ქობ-დაგლასის ფუნქციას ექნება მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტი, რადგან გამოშვება ასევე t ფაქტორით გაიზრდება. თუ $a + b > 1$, ფუნქციას ექნება მასშტაბიდან ზრდადი ეფექტი; და თუ $a + b < 1$, ფუნქციას ექნება მასშტაბიდან კლებადი ეფექტი. საკმაოდ მარტივია იმის ჩვენება, რომ ქობ-დაგლასის ფუნქციისათვის ჩანაც-

---

8 ტოლობაში 9.35 მოცემულ საწარმოო ფუნქციას მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტი გააჩნია რადგანაც

$$f(tk, tl) = \min(atk, btl) = t \cdot \min(ak, bl) = tf(k, l)$$

ნებისმიერი $t > 1$ სათვის. როგორც ვთქვით, მასშტაბიდან ზრდადი ან კლებადი ეფექტი მარტივად შეიძლება შევიტანოთ ფუნქციებში არანრფივი გარდაქმნების მეშვეობით. როგორიცაა $[f(k, l)]^\gamma$, სადაც γ შეიძლება ერთზე მეტი ან ნაკლები იყოს.

9 გაზონის საკრეჭის მაგალითი მიგვითითებს, ასევე, მეორე შესაძლებლობაზე: შეიძლება დავფიქრდეთ, რა ზომის საკრეჭი ავარჩიოთ. ამიტომ, სანამ რეალურ ყიდვამდე მივა საქმე, კაპიტალისა და შრომის თანაფარდობა შეიძლება წარმოვიდგინოთ ცვლად სიდიდედ. მას შემდეგ, საკრეჭი ნაყიდია, კაპიტალისა და შრომის თანაფარდობა მუდმივი ხდება.

10 C. W. Cobb and P. H. Douglas. See P. H. Douglas, The Theory of Wages (New York: Macmillan Co.,1934), pp. 132–f35.

ვლების ელასტიკურობა 1-ის ტოლია.[11] ამისათვის მკვლევარები მიუბრუნდენ ფუნქციის მასშტაბიდან მუდმივ ეფექტს.

ქობ-დაგლასის ფუნქცია საკმაოდ ფართოდ გამოიყენება მრავალ შემთხვევაში, რადგან იგი წრფივია ლოგარითმებში:

$$\ln q = \ln A + a \ln k + b \ln l. \qquad \textbf{(9.39)}$$

მუდმივა a არის გამოშვების ელასტიკურობა კაპიტალის მიმართ, b კი გამოშვების ელასტიკურობა შრომასთან მიმართებაში.[12] ეს მუდმივები შეიძლება რეალური მონაცემებიდან შეფასდეს და გამოითვალოს. გამოთვლები შეიძლება გამოვიყენოთ როგორც მასშტაბიდან ეფექტის შესაფასებლად ($a + b$ ჯამის შემოწმებით) ასევე სხვა მიზნებისთვისაც.

შემთხვევა 4: CES საწარმოო ფუნქცია

ფუნქცია, რომელიც აერთიანებს ყველა განხილულ შემთხვევას და საშუალებას იძლევა σ-მ მიიღოს სხვა მნიშვნელობებიც, არის ჩანაცვლების მუდმივი ელასტიკურობის საწარმოო ფუნქცია (CES – Constant elasticity of Substitution). ეს ფუნქცია პირველად წარმოდგენილი იყო ეროუს მიერ 1961 წელს.[13] იგი მოცემულია შემდეგი ფორმულით

$$q = f(k, l) = [k^{\rho} + l^{\rho}]^{\gamma/\rho} \qquad \textbf{(9.40)}$$

სადაც $p \leq 1$, $p \neq 0$ და $\gamma > 0$. ეს ფუნქცია ძალიან ჰგავს *CES* ფუნქციას, რომელიც განხილული იყო თავში 3, მხოლოდ ამ შემთხვევაში დამატებულია ექსპონენტა γ/p. $\gamma >$ 1-თვის ფუნქციას აქვს მასშტაბიდან ზრდადი ეფექტი. $\gamma < 1$ მასშტაბიდან კლებადი ეფექტია.

σ-ს პირდაპირი ჩასმა ამ ტოლობაში[14] შემდეგ მნიშვნელოვან შედეგს გვაძლევს:

---

11 ქობ-დაგლასის ფუნქციისათვის

$$RTS = \frac{f_l}{f_k} = \frac{bAk^a l^{b-1}}{aAk^{a-1} l^b} = \frac{b}{a}\frac{k}{l}$$

ან

$$\ln RTS = \ln(b/a) + \ln(k/l).$$

აქედან გამომდინარე

$$\sigma = \frac{\partial \ln k/l}{\partial \ln RTS} = 1$$

12 იხილე ამოცანა 9.5.

13 K. J. Arrow, H. B. Chenery, B. S. Minhas, and R. M. Solow, "Capital-Labor Substitution and Economic Efficiency," Review of Economics and Statistics (August 1961): 225–50.

14 CES ფუნქციისათვის გვაქვს

$$RTS = \frac{f_l}{f_k} = \frac{(\gamma/\rho)\cdot q^{(\gamma-\rho)/\gamma}\cdot \rho l^{\rho-1}}{(\gamma/\rho)\cdot q^{(\gamma-\rho)/\gamma}\cdot \rho k^{\rho-1}} = \left(\frac{l}{k}\right)^{\rho-1} = \left(\frac{k}{l}\right)^{1-\rho}.$$

ჩანაცვლების ელასტიკურობის დამატებით ვიღებთ

$$\sigma = \frac{\partial \ln(k/l)}{\partial \ln RTS} = \frac{1}{1-\rho}$$

$$\sigma = \frac{1}{1-\rho} \tag{9.41}$$

რადგან წრფივი, ფიქსირებულ პროპორციებისა და ქობ-დაგლასის შემთხვევები შეესაბამება $p = 1$, $p = -\infty$ და $p = 0$-ის მნიშვნელობებს. ამ შედეგის დასადასტურებლად ფიქსირებული და ქობ-დაგლასის შემთხვევებისათვის საჭიროა ლიმიტირებული არგუმენტები.

ხშირად CES ფუნქცია გამოიყენება შეწონვით, β ($0 \le \beta \le 1$), რესურსების სხვადასხვა წონითი სიდიდის გასარჩევად:

$$q = f(k, l) = [\beta k^{\rho} + (1-\beta) l^{\rho}]^{\nu/\rho}. \tag{9.42}$$

მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტითა და $p = 0$-ით ეს ფუნქცია ძალიან უახლოვდება ქობ-დაგლასის ფორმას.

$$q = f(k, l) = k^{\beta} l^{1-\beta}. \tag{9.43}$$

მაგალითი 9.3 ლეონტიევის განზოგადებული საწარმოო ფუნქცია

ვთქვათ, პროდუქტის საწარმოო ფუნქცია მოცემულია ფორმულით

$$q = f(k, l) = k + l + 2\sqrt{k \cdot l}. \tag{9.44}$$

ეს ფუნქცია ფუნქციების კლასის კერძო შემთხვევაა, რომელიც პირველად წარმოადგინა რუს-ამერიკელმა ეკონომისტმა ვასილი ლეონტიევმა.[15] ფუნქცია ცხადად გვიჩვენებს მასშტაბიდან მუდმივ ეფექტს რადგან

$$f(tk, tl) = tk + tl + 2t\sqrt{kl} = tf(k, l). \tag{9.45}$$

ლეონტიევის ფუნქციიდან ზღვრული მწარმოებლურობა არის

$$\begin{aligned} f_k &= 1 + (k/l)^{-0.5}, \\ f_l &= 1 + (k/l)^{0.5}. \end{aligned} \tag{9.46}$$

ანუ, ზღვრული მწარმოებლურობები დადებითი და კლებადია. როგორც მოსალოდნე-

(გაგრძელება)

15 ლეონტიევი პიონერი გახლდათ რესურსები-გამოშვების ანალიზში. ამ ანალიზში წარმოება განიხილება როგორც ფიქსირებული-პროპორციების მქონე ტექნოლოგია. ლეონტიევის საწარმოო ფუნქცია განზოგადოებულია ფიქსირებული-პროპორციების შემთხვევაში. დამატებითი ინფორმაციისათვის ამ თავის დამატებაში იხილეთ ლეონტიევის საწარმოო ფუნქციის განხილვა.

ამბავი ითქმის 9.3 (გაგრძელება)

ლი იყო (რადგან ეს ფუნქცია გვიჩვენებს მასშტაბიდან მუდმივ ეფექტს), *RTS* აქ დამოკიდებულია მხოლოდ ორი რესურსის თანაფარდობაზე

$$RTS = \frac{f_l}{f_k} = \frac{1+(k/l)^{0.5}}{1+(k/l)^{-0.5}}. \tag{9.47}$$

RTS მცირდება *k*/*l*-ის შემცირებასთან ერთად, ამრიგად იზოკვანტებს ჩვეულებრივი ამოზნექილი ფორმა აქვთ.

არსებობს ორი გზა, რომლითაც შესაძლებელია ამ საწარმოო ფუნქციისათვის გავიანგარიშოთ ჩანაცვლების ელასტიკურობა. პირველი, შეამჩნევდით, რომ კერძო შემთხვევაში ფუნქცია შეიძლება დაიშალოს მამრავლებად

$$q = k + l + 2\sqrt{kl} = \left(\sqrt{k} + \sqrt{l}\right)^2 = \left(k^{0.5} + l^{0.5}\right)^2, \tag{9.48}$$

ნათელია, რომ ამ ფუნქციას გააჩნია *CES* ფორმა $p = 0{,}5$ და $\gamma = 1$. ამრიგად, ჩანაცვლების ელასტიკურობა ამ შემთხვევაში იქნება $\sigma = 1/(1-p) = 2$.

რა თქმა უნდა, უმეტეს შემთხვევაში შეუძლებელია ასეთი მარტივ მამრავლებად დაშლის შესრულება. უფრო მეტად შრომატევადი მიდგომაა, შემოვიტანოთ ელასტიკურობის განტოლება, რომელიც ამ თავის სქოლიოშია მოცემული:

$$\sigma = \frac{f_k f_l}{f \cdot f_{kl}} = \frac{\left[1+(k/l)^{0.5}\right]\left[1+(k/l)^{-0.5}\right]}{q \cdot \left(0.5/\sqrt{kl}\right)}$$
$$= \frac{2+(k/l)^{0.5}+(k/l)^{-0.5}}{1+0.5(k/l)^{0.5}+0.5(k/l)^{-0.5}} = 2. \tag{9.49}$$

მიაქციეთ ყურადღება, რომ რესურსების თანაფარდობა (k/l) მცირდება და ძალიან მარტივ შედეგამდე მივყავართ. სხვა შემთხვევაში, შეიძლება ეჭვი შეგვეპაროს, რომ ასეთი იღბლიანი შედეგი შეიძლება მივიღოთ და ამიტომ ეჭვი გვიჩნდება, რომ ჩანაცვლების ელასტიკურობა ნამდვილად მუდმივია იზოკვანტის გასწვრივ (იხ. ამოცანა 9.7). მაგრამ აქ შედეგი $\sigma = 2$ ინტუიციურად მისაღებია, რადგან ეს სიდიდე წარმოადგენს კომპრომისს საწარმოო ფუნქციის წრფივი ნაწილის ($q = k + l$, $\sigma = \infty$) ჩანაცვლების ელასტიკურობასა და მის ქობ-დაგლასის ნაწილს შორის ($q = 2k^{0.5}l^{0.5}$, $\sigma = 1$).

შეკითხვა: რა შეგიძლიათ თქვათ საწარმოო ფუნქციაზე $q = 4$ იზოკვანტის აგების შემთხვევაში? როგორ ხდება ამ ფუნქციით ფიქსირებული პროპორციების შემთხვევის განზოგადოება?

ტექნიკური პროგრესი

საწარმოო ფუნქციის დახვეწა მუდმივად მიმდინარეობს და ძალიან მნიშვნელოვანია, რომ ნათლად დავინახოთ საწარმოო ფუნქციის კონცეფციის გაუმჯობესებები. ამ პროგრესის გამარტივებული სქემა მოცემულია ნახაზზე 9.5. თავიდან, q_0 იზოკვანტი აფიქსირებს კაპიტალისა და შრომის იმ კომბინაციებს, რომელიც შეიძლება q_0 გამოშვების წარმოებისთვის იყოს საჭირო. შემდგომი განვითარება (უკეთესი წარმოების ტექნოლოგიები), იზოკვანტს გადააადგილებს q'_0-მდე. ამჯერად იგივე დონის გამოშვება ნაკლები რესურსებით არის შესაძლებელი. გაუმჯობესების გაზომვის ერთ-ერთი ვარიანტი არის იმის დაფიქსირება, რომ კაპიტალის, ვთქვათ k_1 დონისას ადრე საჭირო იყო შრომის l_2 რაოდენობა q_0 გამოშვების წარმოებისთვის, მაშინ ახლა საკმარისია l_1 დონე. გამოშვება ერთ მუშაკზე q_0/l_2 -დან q_0/l_1-მდე გაიზარდა. მაგრამ საჭიროა გარკვეული სიფრთხილე ამ ტიპის გამოთვლების დროს. კაპიტალის k_2-მდე ზრდამ შეიძლება ასევე შესაძლებელი გახადოს შრომის l_1 რაოდენობა იგივე q_0 გამოშვების შენარჩუნებით. ამ შემთხვევაში, ყოველ მუშაკზე მოსული გამოშვება ასევე გაიზრდა, მიუხედავად იმისა, რომ რეალურ ტექნიკურ პროგრესს არ ჰქონია ადგილი. საწარმოო ფუნქციის კონცეფციის გამოყენება ამ ორ კონცეფციას შორის განსხვავების დანახვაში გვეხმარება და ამიტომ საშუალებას მისცემს ეკონომისტებს, უფრო ზუსტად შეაფასონ ტექნიკური პროგრესის ტემპი.

ტექნიკური პროგრესის გაზომვა

ტექნიკურ პროგრესის დროს პირველ რიგში ყურადღება უნდა მიექცეს იმას, რომ ისტორიულად გამოშვების ნორმის ზრდა წინ უსწრებს რესურსების მხრიდან განპირობებულ ზრდას. ვთქვათ,

$$q = A(t)f(k, l) \tag{9.50}$$

არის გარკვეული პროდუქტის საწარმოო ფუნქცია (ან ეკონომიკის მთლიანი გამოშვება). $A(t)$ ამ ფუნქციაში აღნიშნავს ყველა იმ გავლენას, რომელიც განსაზღვრავს გამოშვების სიდიდეს გარდა k-სა (მანქანა-საათებისა) და l-ს (მუშა-საათებისა). A-ს ცვლილებები დროში ტექნიკურ პროგრესს ასახავს.

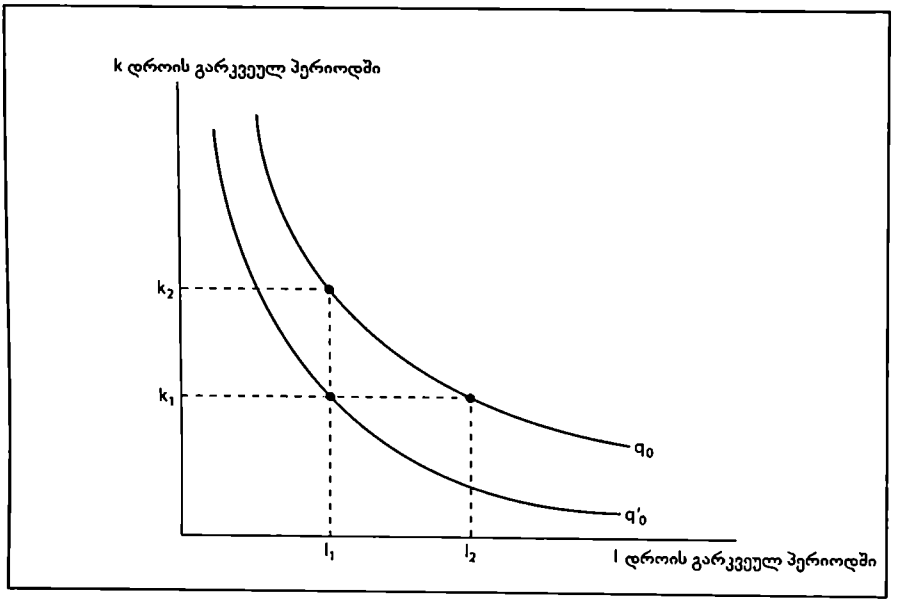
ამიტომ A ფაქტიურად დროის ფუნქციას წარმოადგენს. შეგვიძლია ვთქვათ, რომ $dA/dt > 0$; სამუშაო ძალისა და კაპიტალის რესურსი დროთა განმავლობაში უფრო მწარმოებლური ხდება.

დროის ფაქტორის გათვალისწინებით განტოლების 9.50 გარდაქმნით მივიღებთ

$$\begin{aligned}\frac{dq}{dt} &= \frac{dA}{dt}\cdot f(k,l) + A\cdot\frac{df(k,l)}{dt}\\ &= \frac{dA}{dt}\cdot\frac{q}{A} + \frac{q}{f(k,l)}\left[\frac{\partial f}{\partial k}\cdot\frac{dk}{dt} + \frac{\partial f}{\partial l}\cdot\frac{dl}{dt}\right].\end{aligned} \tag{9.51}$$

ნახაზი 9.5 ტექნიკური პროგრესი

ტექნიკური პროგრესი q_0 იზოკვანტს გადააადგილებს კოორდინატთა სათავისაკენ. ახალი იზოკვანტი q'_0 გვიჩვენებს, რომ გამოშვების მოცემული დონე შეიძლება ვაწარმოოთ ნაკლები რესურსებით. მაგალითად, კაპიტალის k_1 ერთეულით ამჯერად მხოლოდ l_1 ერთეული შრომაა საჭირო q_0 წარმოებისათვის, მაშინ როცა ტექნიკურ პროგრესამდე საჭირო იყო l_2 ერთეული შრომა.



q-ზე გაყოფით გვექნება

$$\frac{dq/dt}{q} = \frac{dA/dt}{A} + \frac{\partial f/\partial k}{f(k,l)} \cdot \frac{dk}{dt} + \frac{\partial f/\partial l}{f(k,l)} \cdot \frac{dl}{dt} \qquad \textbf{(9.52)}$$

ან

$$\frac{dq/dt}{q} = \frac{dA/dt}{A} + \frac{\partial f}{\partial k} \cdot \frac{k}{f(k,l)} \cdot \frac{dk/dt}{k} + \frac{\partial f}{\partial l} \cdot \frac{l}{f(k,l)} \cdot \frac{dl/dt}{l}. \qquad \textbf{(9.53)}$$

ამრიგად, ნებისმიერი x ცვლადისათვის, $(dx/dt)/x$ არის x-ის დროის ერთეულში ზრდის პროპორციული. აღვნიშნოთ იგი G_x-ით.[16] ამრიგად, ტოლობა 9.53 შეიძლება ჩავწეროთ ზრდის ნორმის გათვალისწინებით, როგორც

16 ამ განსაზღვრების ორი მნიშვნელოვანი თვისებაა: (1) $G_{x/y} = G_x + G_y$ – ორი ცვლადის პროდუქტის ზრდის ნორმა არის თითოეული მათგანის ზრდის ნორმების ჯამი; და (2) $G_{x/y} = G_x - G_y$

$$G_q = G_A + \frac{\partial f}{\partial k} \cdot \frac{k}{f(k,l)} \cdot G_k + \frac{\partial f}{\partial l} \cdot \frac{l}{f(k,l)} \cdot G_l, \qquad \textbf{(9.54)}$$

მაგრამ

$$\frac{\partial f}{\partial k} \cdot \frac{k}{f(k,l)} = \frac{\partial q}{\partial k} \cdot \frac{k}{q} = \text{გამოშვების ელასტიკურობა კაპიტალის რესურსის გათვალისწინებით}$$

$$= e_{q,k}$$

და

$$\frac{\partial f}{\partial l} \cdot \frac{l}{f(k,l)} = \frac{\partial q}{\partial l} \cdot \frac{l}{q} = \text{გამოშვების ელასტიკურობა სამუშაო ძალის რესურსის გათვალისწინებით}$$

$$= e_{q,l}.$$

ზრდის გაზომვა

საბოლოოდ ჩვენი ზრდის ტოლობა შემდეგნაირად გამოიყურება

$$G_q = G_A + e_{q,k} G_k + e_{q,l} G_l. \qquad \textbf{(9.55)}$$

ეს გვიჩვენებს, რომ გამოშვების ზრდის სიჩქარე შეიძლება დაიყოს ორი კომპონენტის ჯამად: ზრდა, რომელიც დაკავშირებულია რესურსების (k და l) ცვლილებასთან და მეორე „ნარჩენი“ ზრდა (ფაქტიურად A-ს ზრდა), რომელიც ტექნიკური პროგრესის შედეგია.

ტოლობა 9.55 გვაძლევს საშუალებას შევაფასოთ ტექნიკური პროგრესის მნიშვნელობა (G_A) გამოშვების ზრდის გამოთვლით. მაგალითად, 1909 და 1949 წლებს შორის ამერიკის შეერთებული შტატების ეკონომიკის კვლევისას (რომელიც პირველი გახლდათ ასეთ კვლევებს შორის) რ. სოლოუმ აღნიშნული სიდიდეები განტოლებების სახით წარმოადგინა:[17]

$$G_q = 2.75 \text{ პროცენტი წელიწადში},$$
$$G_l = 1.00 \text{ პროცენტი წელიწადში},$$
$$G_k = 1.75 \text{ პროცენტი წელიწადში},$$
$$e_{q,l} = 0.65,$$
$$e_{q,k} = 0.63.$$

17 R. M. Solow, "Technical Progress and the Aggregate Production Function," Review of Economics and Statistics 39 (August 1957): 312–f20.

შესაბამისად

$$\begin{aligned} G_A &= G_q - e_{q,l}G_l - e_{q,k}G_k \\ &= 2.75 - 0.65(1.00) - 0.35(1.75) \\ &= 2.75 - 0.65 - 0.60 \\ &= 1.50. \end{aligned} \tag{9.56}$$

კვლევის შედეგად სოლოუმ დაადგინა, რომ 1909 წლიდან 1949 წლამდე ტექნოლოგიის გაუმჯობესება ხდებოდა წელიწადში 1.5 პროცენტით. რეალური გამოშვების ზრდის ნახევარზე მეტი შეიძლება ჩავთვალოთ, რომ სწორედ ტექნიკური პროგრესის შედეგად ხდებოდა და არა მათი მწარმოებელი ქარხნების რაოდენობის ზრდით. უფრო ბოლოდროინდელი კვლევები ადასტურებენ სოლოუს დასკვნებს ტექნიკური პროგრესის მნიშვნელობაზე. მიუხედავად ამისა, გაურკვეველი რჩება, თუ რა იწვევს ამ ცვლილებებს.

მაგალითი 9.4 ტექნიკური პროგრესი ქობ-დაგლასის წარმოების ფუნქციაში

ქობ-დაგლასის საწარმოო ფუნქცია ტექნიკური პროგრესის განსაკუთრებით იოლი ილუსტრირების საშუალებას იძლევა. მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტის პირობებში, ასეთი საწარმოო ფუნქცია ტექნიკური პროგრესის გათვალისწინებით შემდეგნაირად შეიძლება წარმოვადგინოთ

$$q = A(t)f(k, l) = A(t)k^{\alpha}l^{1-\alpha}. \tag{9.57}$$

ასევე, თუ დავუშვებთ, რომ ტექნიკურ პროგრესს ადგილი აქვს მუდმივი ხარისხის (θ) დროს, მაშინ შეგვიძლია ჩავსვათ $A(t) = Ae^{\theta t}$ და საწარმოო ფუნქციის გამოსახულება იქნება

$$q = Ae^{\theta t}k^{\alpha}l^{1-\alpha}. \tag{9.58}$$

დროში ამ ტიპის ფუნქციაზე დაკვირვების განსაკუთრებით იოლ გზას წარმოადგენს „ლოგარითმული წარმოებულის“ გამოყენება

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln q}{\partial t} &= \frac{\partial \ln q}{\partial q}\cdot\frac{\partial q}{\partial t} = \frac{\partial q/\partial t}{q} = G_q = \frac{\partial\left[\ln A + \theta t + \alpha \ln k + (1-\alpha)\ln l\right]}{\partial t} \\ &= \theta + \alpha\cdot\frac{\partial \ln k}{\partial t} + (1-\alpha)\cdot\frac{\partial \ln l}{\partial t} = \theta + \alpha G_k + (1-\alpha)G_l. \end{aligned} \tag{9.59}$$

ამრიგად, ეს გარდაქმნა უბრალოდ იმეორებს ტოლობას 9.55 ქობ-დაგლასის შემთხვევისათვის. აქ ტექნიკური ცვლილების ფაქტორი ცხადად არის ნაჩვენები და გამოშვების ელასტიკურობა მოცემულია ხარისხებით ქობ-დაგლასის ტოლობაში.

ტექნიკური პროგრესის მნიშვნელობა შეიძლება რიცხობრივად ვაჩვენოთ შემდეგნაირად. ვთქვათ, $A = 10$, $\theta = 0.03$, $\alpha = 0.5$ და ფირმა იყენებს რესურსებს $k = l = 4$. აქედან გამომდინარე, $t = 0$ მომენტში გამოშვება იქნება 40 (= 10*40.5*40.5). 20 წლის შემდეგ ($t = 20$), საწარმოო ფუნქცია იქნება

$$q = 10e^{0.03 \cdot 20}k^{0.5}l^{0.5} = 10 \cdot (1.82)k^{0.5}l^{0.5} = 18.2k^{0.5}l^{0.5}. \qquad \textbf{(9.60)}$$

მეოცე წელს საწყისი რესურსები ამჯერად იძლევა $q = 72.8$-ს. რა თქმა უნდა, შეიძლება ნულოვან წელსაც ვინმეს ეწარმოებინა იგივე რაოდენობა, მაგრამ ამ შემთხვევაში მას გაცილებით მეტი რესურსი დაჭირდებოდა. მაგალითად, $k = 13.25$ და $l = 4$ რესურსით გამოშვება 72.8-ია, მაგრამ გაცილებით მეტი კაპიტალის მეშვეობით. შრომის ერთ ერთეულზე მოსული გამოშვება მოიმატებს 10 (q/l = 40/4-დან 18.2 (72.8/4)-მდე ნებისმიერ სიტუაციაში, მაგრამ მხოლოდ პირველი შემთხვევა იქნება ნამდვილად ტექნიკურ პროგრესთან დაკავშირებული.

რესურს-ზრდადი ტექნიკური პროგრესი. საკმაოდ დიდია ცდუნება, რომ შრომის საშუალო მწარმოებლურობის ზრდა ამ მაგალითში მუშაკების უნარ-ჩვევების გაუმჯობესებას დავუკავშიროთ, მაგრამ ეს არასწორი გზით წაგვიყვანს ქობ-დაგლასის საწარმოო ფუნქციის შემთხვევაში. შეიძლება ამავე დროს დარწმუნებით ვთქვათ, რომ გამოშვება კაპიტალის ერთეულზე 20 წლის განმავლობაში 10-დან 18.2-მდე გაიზარდა და ეს ზრდა დავუკავშიროთ მანქანა-დანადგარების გაუმჯობესებას. შრომისა და კაპიტალის გაუმჯობესებების ცალ-ცალკე მოდელირების დამაჯერებელი მიდგომა იქნება დაშვება, რომ საწარმოო ფუნქციას აქვს შემდეგი სახე

$$q = A(q^{\varphi t}k)^{\alpha}(e^{\varepsilon t}l)^{1-\alpha}, \qquad \textbf{(9.61)}$$

სადაც φ არის კაპიტალის რესურსის გაუმჯობესების წლიური ნორმა და ε წარმოადგენს შრომის, როგორც რესურსის გაუმჯობესების წლიურ ნორმას. მაგრამ ქობ-დაგლასის ფუნქციის ექსპონენციალური ბუნების გამო ეს ამ ამოცანიდან შეუმჩნეველი იქნება:

$$q = Ae^{[\alpha\varphi+(1-\alpha)\varepsilon]t}k^{\alpha}l^{1-\alpha} = Ae^{\theta t}k^{\alpha}l^{1-\alpha}, \qquad \textbf{(9.62)}$$

სადაც $\theta = \alpha\varphi + (1 - \alpha)\varepsilon$. ამიტომ, ცალკეული რესურსის კუთხით ტექნიკური პროგრესის შესწავლისას აუცილებელია რესურსების გაზომვის უფრო რთულ გზას მივმართოთ. ეს საშუალებას მოგვცემს გავითვალისწინოთ მათი გაუმჯობესებული ხარისხი ან გამოვიყენოთ მრავალ-რესურსიანი საწარმოო ფუნქცია.

შეკითხვა: რეალური წარმოების შესწავლისას ქობ-დაგლასის საწარმოო ფუნქციის გამოყენებისას ხშირად აღმოჩნდება, რომ $\alpha \approx 0.3$. ეს სიდიდე გამოიყენეთ ტოლობასთან 9.62 ერთად, რათა აღწეროთ კაპიტალისა და შრომის ხარისხის ფარდობითი გაუმჯობესების მნიშვნელობა ტექნიკური პროგრესის საერთო ტემპთან მიმართებაში.

შეჯამება

ამ თავში მოცემული კონცეფციებით ეკონომისტები საწარმოო (კერძოდ, რესურსების მზა პროდუქტებად გარდაქმნის) პროცესებს აღწერენ. ძირითად იარაღს წარმოადგენს საწარმოო ფუნქცია, რომელიც თავისი ყველაზე მარტივი ფორმით უჩვენებს, რომ დროის ერთეულში გამოშვება (q) წარმოადგენს კაპიტალისა და შრომის რესურსების მარტივ ფუნქციას, $q = f(k, l)$. ამაზე დაყრდნობით შეიძლება ჩამოყალიბდეს წარმოების თეორიის რამდენიმე საბაზისო შედეგი.

- თუ ერთ-ერთი რესურსი შენარჩუნებულია მუდმივად, შესაძლებელია გამოვიყენოთ ერთცვლადიანი განტოლება, რომელიც აჩვენებს რესურსისა და გამოშვების დამოკიდებულებას. ამ დამოკიდებულებიდან შესაძლებელია გამოითვალოს რესურსის ზღვრული ფიზიკური მწარმოებლურობა (MP), როგორც გამოშვების ცვლილება გამოწვეული რესურსის ერთეულის გაზრდით. დადგინდა, რომ რესურსის ზღვრული ფიზიკური მწარმოებლურობა კლებადია რესურსის გამოყენების ზრდასთან ერთად.

- საწარმოო ფუნქციის ილუსტრირება შესაძლებელია მისი იზოკვანტების რუკის მეშვეობით. იზოკვანტის დახრილობას (უარყოფითი) უწოდებენ ტექნიკური ჩანაცვლების ზღვრულ ნორმას (RTS), რადგან იგი უჩვენებს, თუ როგორ შეიძლება ერთი რესურსი მეორეთი ჩანაცვლდეს გამოშვების მუდმივობის შენარჩუნებით. RTS წარმოადგენს ორი რესურსის ზღვრული ფიზიკური მწარმოებლურობების თანაფარდობას.

- იზოკვანტები, როგორც წესი, ამოზნექილია – მათი ფორმა შეესაბამება კლებად RTS-ს. ეს დაშვება შეუძლებელია დავადასტუროთ მხოლოდ კლებადი ზღვრული ფიზიკური მწარმოებლურობებიდან. აუცილებლად უნდა გვახსოვდეს ერთი რესურსის ცვლილების ეფექტი, მეორე რესურსის ზღვრულ მწარმოებლურობაზე.

- მასშტაბიდან ეფექტი, რომელიც საწარმოო ფუნქციას ახასიათებს, გვიჩვენებს თუ როგორ რეაგირებს გამოშვება ყველა რესურსის პროპორციულ ზრდაზე. თუ გამოშვება რესურსების პროპორციულად იზრდება, ამბობენ, რომ ადგილი აქვს მასშტაბიდან მუდმივ ეფექტს. თუ გამოშვება უფრო მეტად იზრდება ვიდრე რესურსები, მასშტაბიდან ზრდადი ეფექტია და პირიქით, გამოშვების შედარებით ნაკლები ზრდა რესურსების პროპორციულ ზრდასთან შედარებით – მასშტაბიდან კლებად ეფექტზე მიუთითებს.

- ჩანაცვლების ელასტიკურობა (σ) გვიჩვებს, თუ რამდენად ადვილად შეიძლება ერთი რესურსი მეორეთი ჩანაცვლდეს საწარმოო პროცესში. მაღალი σ ნიშნავს რომ იზოკვანტი თითქმის წრფივია, მაშინ როცა დაბალი σ მიანიშნებს რომ იზოკვანტი L-ფორმისაა.

- ტექნიკური პროგრესის არსებობა გადააადგილებს მთელ საწარმოო ფუნქციას და მასთან დაკავშირებულ იზოკვანტების რუკას. ტექნიკური პროგრესის ეფექტი ასევე ჩნდება უფრო მაღალპროდუქტიული რესურსების ან წარმოების ორგანიზების უკეთესი მეთოდების გამოყენების შემთხვევაში.

ᲐᲛᲝᲪᲐᲜᲔᲑᲘ

9.1

„Power Goat Lawn" კომპანია იყენებს ორი სხვადასხვა ზომის გაზონის საკრეჭს. მცირე ზომის საკრეჭებს 24 ინჩიანი დანა აქვთ და ისინი გამოიყენება ისეთ ნაკვეთებზე, სადაც ბევრი ხე და სხვადასხვა წინააღმდეგობებია. გაზონის დიდი საკრეჭები ზუსტად ორჯერ დიდია პატარებთან შედარებით და გამოიყენება გაშლილ, ცარიელ გაზონებზე, სადაც მანევრირება ძნელი არ არის. აღნიშნული კომპანიისათვის შეიძლება წარმოვადგინოთ შემდეგი ორი საწარმოო ფუნქცია:

	გამოშვება ერთ საათში (კვადრატული ფუტი)	კაპიტალის რესურსი (24" საკრეჭების #)	შრომის რესურსი
დიდი საკრეჭი	8000	2	1
პატარა საკრეჭი	5000	1	1

ა. ააგეთ $q = 40000$ კვადრატული ფუტის შესაბამისი იზოკვანტი პირველი საწარმოო ფუნქციისათვის. რა რაოდენობის k და l იქნება საჭირო, თუ ამ ფაქტორების გამოყენება მოხდება დანაკარგის გარეშე?

ბ. უპასუხეთ (ა) კითხვას მეორე საწარმოო ფუნქციისათვის.

გ. რა რაოდენობის k და l იქნება გამოყენებული დანაკარგის გარეშე თუ 40000 კვადრატული ფუტის ნაკვეთის ნახევარი გაიკრიჭა პირველი საწარმოო ფუნქციის მიხედვით, ხოლო მეორე ნახევარი კი, მეორე საწარმოო ფუნქციის შესაბამისად? რა რაოდენობის k და l იქნება გამოყენებული, თუ სამი მეოთხედი გაზონი გაიკრიჭა პირველი მეთოდით და ერთი მეოთხედი - მეორეთი? რაზე შეიძლება მიუთითებდეს k და l-ის თანაფარდობა?

დ. (გ)-ზე თქვენი დაკვირვების საფუძველზე დახაზეთ $q = 400000$ იზოკვანტი კომბინირებული საწარმოო ფუნქციებისათვის.

9.2

ვთქვათ, მოწყობილობის საწარმოო ფუნქცია მოცემულია შემდეგი ფორმულით

$$q = kl - 0.8k^2 - 0.2l^2$$

სადაც q წარმოადგენს წლის განმავლობაში გამოშვებული მოწყობილობების რაოდენობას, k წარმოადგენს კაპიტალის წლიურ რესურსს, და l - შრომის წლიურ რაოდენობას.

ა. ვთქვათ, $k = 10$; დახაზეთ შრომის მთლიანი და საშუალო მწარმოებლურობის მრუდები. შრომის რა მნიშვნელობის დროს მიაღწევს საშუალო მწარმოებლურობა მაქსიმუმს? რამდენი მოწყობილობა იწარმოება ამ წერტილში?

ბ. კიდევ ერთხელ ვუშვებთ, რომ $k = 10$; დახაზეთ MP_l მრუდი. შრომის რესურსის რა მნიშვნელობაზე არის $MP_l = 0$?

გ. ვთქვათ, კაპიტალი $k = 20$-მდე გაიზარდა. როგორ შეიცვლება (ა) და (ბ) კითხვებზე თქვენი პასუხი?

დ. მასშტაბიდან როგორ ეფექტს უჩვენებს მოწყობილობების საწარმოო ფუნქცია - მუდმივს, ზრდადს თუ კლებადს?

9.3

სემ მელონე აპირებს ბარის სკამების განახლებას. ახალი ბარის სკამების საწარმოო ფუნქცია მოცემულია შემდეგი ფორმულით

$$q = 0.1k^{0.2}l^{0.9},$$

სადაც q არის ბარის სკამების რაოდენობა, რომელიც ერთი კვირის განმავლობაში იქნება წარმოებული, k აღნიშნავს სახარატო ჩარხს, რომელიც სკამების წარმოებისთვის გამოიყენება, ხოლო l მუშა-საათების რაოდენობას, რომელიც საჭირო იყო ამ პერიოდის განმავლობაში. სემს სურს ბარის 10 სკამის დამატება და ამისათვის 10 000 დოლარი გამოყო.

ა. სემი ვარაუდობს - რადგან სკამების ჩარხი და ორი კვალიფიციური მუშაკი ერთი და იგივე ღირს (50 დოლარი საათში) - მას ასევე შეუძლია ეს ორი რესურსი ერთი და იგივე რაოდენობით გამოიყენოს. თუ სემი ამ გზას აირჩევს, რა რაოდენობის რესურსების ჩართვა დასჭირდება მას და რა იქნება პროექტის ღირებულება?

ბ. ნორმი (რომელიც საკმაოდ კარგად ერკვევა ბარის სკამებში) აცხადებს, რომ სემს კიდევ ერთხელ დაავიწყდა მიკროეკონომიკა. იგი თვლის, რომ სემმა ისე უნდა შეარჩიოს რესურსების რაოდენობა, რომ მათი ზღვრული (და არა საშუალო) მწარმოებლურობები ტოლი იყოს. თუ სემი ამ გეგმას მიყვება, რა რაოდენობის რესურსების ჩართვა დასჭირდება მას და რა იქნება პროექტის ღირებულება?

გ. კლიფი, მას შემდეგ რაც მოისმინა ნორმის გეგმა, რომელიც სავარაუდოდ თანხას დაზოგავს, გამოთქვამს აზრს, რომ სემმა თავისი დანაზოგი უნდა ჩადოს ბარის მეტი სკამის გაკეთებაში, რათა მეტი დასაჯდომი ადგილი შესთავაზოს მის USPS კოლეგებს. რამდენით მეტი ბარის სკამი შეიძლება გააკეთებინოს სემმა აღნიშნული ბიუჯეტით, თუ იგი კლიფის გეგმას გაყვება?

დ. დარლა შიშობს, რომ კლიფის რჩევების შედეგი მხოლოდ ის იქნება, რომ მას უფრო მეტი სამუშაო შეექმნება ბარის მეპატრონეებისათვის სურსათის მიტანით. როგორ დაარწმუნოს მან სემი, რომ არ გადაუხვიოს თავის საწყის გეგმას, რაც 10 სკამის გაკეთებას ითვალისწინებდა?

9.4

ვთქვათ, ფერადი ფანქრების წარმოება (q) ორ სხვადასხვა ადგილას ხდება და იყენებენ მხოლოდ ერთ შრომას (როგორც რესურსს). საწარმოო ფუნქცია პირველ ადგილას მოცემულია შემდეგი განტოლებით: $q_1 = 10l_1^{0.5}$ და მეორე ადგილას $q_2 = 50l_2^{0.5}$

ა. თუ ერთი ფირმა აწარმოებს ფერად ფანქრებს ორივე ადგილას, მას, ცხადია, უნდა რომ რაც შეიძლება მეტი გამოშვება მიიღოს აღნიშნული რესურსის გამოყენებით. როგორ შეიძლება გადანაწილდეს შრომა ორ ადგილმდებარეობას შორის ისე, რომ ეს პირობა შესრულდეს? ახსენით ზუსტად l_1 და l_2 შორის დამოკიდებულება.

ბ. დავუშვათ, ფირმა ეფექტიანად მუშაობს (ა)-ში აღწერილი სქემის მიხედვით. როგორ დამოკიდებულებაშია მთლიანი გამოშვება (q) დაქირავებული შრომის (l) მთლიან სიდიდესთან?

9.5

როგორც უკვე ბევრგან ვნახეთ, ქობ-დაგლასის ზოგადი საწარმოო ფუნქცია ორი რესურსისთვის მოცემულია შემდეგნაირად:

$$q = f(k, l) = Ak^{\alpha}l^{\beta},$$

სადაც $0 < \alpha < 1$ და $0 < \beta < 1$. ამ საწარმოო ფუნქციისათვის:

ა. აჩვენეთ, რომ $f_k > 0, f_l > 0, f_{kk} > 0, f_{ll} > 0, f_{kl} = f_{lk} > 0$.

ბ. აჩვენეთ, რომ $e_{q,k} = \alpha$ და $e_{q,k} = \beta$.

გ. სქოლიოში 5 მასშტაბიდან ელასტიკურობა განვსაზღვრეთ, როგორც

$$e_{q,t} = \frac{\partial f(tk,tl)}{\partial t} \cdot \frac{t}{f(tk,tl)},$$

სადაც გამოსახულება უნდა შეფასებულიყო $t = 1$-თვის. აჩვენეთ, რომ ქობ-დაგლასის ფუნქციისათვის, $e_{q,k} = \alpha + \beta$. ამრიგად, ამ შემთხვევაში მასშტაბიდან ელასტიკურობა და მასშტაბიდან ეფექტი საწარმოო ფუნქციისათვის ერთმანეთს შეესაბამება. (დამატებით იხ. ამოცანა 9.9).

დ. აჩვენეთ, რომ ეს ფუნქცია კვაზი ჩაზნექილია.

ე. აჩვენეთ, რომ ფუნქცია ჩაზნექილია $\alpha + \beta \leq 1$-თვის, მაგრამ არ არის ჩაზნექილი $\alpha + \beta > 1$.

9.6

ვთქვათ, მოცემული გვაქვს მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტის მქონე *CES* საწარმოო ფუნქცია

$$q = [k^p + l^p]^{1/p}$$

ა. აჩვენეთ, რომ $MP_k = (q/k)^{1-p}$ და $MP_l = (q/l)^{1-p}$.

ბ. აჩვენეთ, რომ $RTS = (l/k)^{1-p}$, გამოიყენეთ ეს რომ აჩვენოთ, რომ $\sigma = 1/(1-p)$.

გ. განსაზღვრეთ გამოშვების ელასტიკურობა k და l-თვის და აუჩვენეთ, რომ მათი ჯამი 1-ის ტოლია.

დ. დაამტკიცეთ, რომ

$$\frac{q}{l} = \left(\frac{\partial q}{\partial l}\right)^{\sigma}$$

და ამიტომ

$$\ln\left(\frac{q}{l}\right) = \ln\left(\frac{\partial q}{\partial l}\right)$$

შენიშვნა: ბოლო ტოლობა საჭიროა ემპირირული სამუშაოსათვის, რადგან შეიძლება განვსაზღვროთ $\partial q/\partial l$ კონკურენტულად დადგენილი ხელფასის განაკვეთიდან, σ გამოითვლება $\ln q/l$ რეგრესიით $\ln w$.

9.7

ვთქვათ, ტოლობაში 9.3 წარმოდგენილი საწარმოო ფუნქციის განზოგადებიდან

$$q = \beta_0 + \beta_1 + \beta_2 k\sqrt{kl} + \beta_3 l,$$

სადაც

$$0 \le \beta_i \le 1, i = 0, \ldots, 3.$$

ა. თუ ეს ფუნქცია აჩვენებს მასშტაბიდან მუდმივ ეფექტს, რა შეზღუდვა უნდა დაუწესდეს $\beta_0, \ldots, \beta_3$ -ს?

ბ. აჩვენეთ, რომ მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტის შემთხვევაში, ფუნქცია გვიჩვენებს კლებად ზღვრულ მწარმოებლურობას და ზღვრული მწარმოებლურობის ფუნქციები არიან 0 ხარისხით ჰომოგენურები.

გ. გამოითვალეთ σ ამ შემთხვევისათვის. თუ σ არ არის მუდმივი, β-ს რა მნიშვნელობისას მიიღებს იგი 0.1 მნიშვნელობას ან ∞-ს?

9.8

აჩვენეთ, რომ ეილერის თეორემის თანახმად მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტის მქონე საწარმოო ფუნქციისათვის $[q = f(k, l)]$,

$$q = f_k \cdot k + f_l \cdot l$$

გამოიყენეთ ეს შედეგი იმის საჩვენებლად, რომ ასეთი საწარმოო ფუნქციისათვის, თუ $MP_l > AP_l$, მაშინ MP_k უნდა იყოს უარყოფითი. რას გულისხმობს და სად უნდა მოხდეს წარმოება ამ შემთხვევაში? შეუძლია ფირმას აწარმოოს წერტილში, სადაც AP_l ზრდადია?

ანალიტიკური ამოცანები

9.9 მასშტაბიდან ადგილობრივი ეფექტი
მასშტაბიდან ეფექტი, რომელიც საწარმოო ფუნქციაშია – მასშტაბიდან ელასტიკურობით ხასიათდება $e_{q,t} = \partial f(tk, tl)/\partial t \cdot t/q$, რომელიც ითვლება $t = 1$-თვის.

ა. აჩვენეთ, რომ თუ საწარმოო ფუნქციას გააჩნია მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტი მაშინ $e_{q,t} = 1$.

$$e_{q,k} = \frac{\partial f(k,l)}{\partial k} \cdot \frac{k}{q},$$
$$e_{q,l} = \frac{\partial f(k,l)}{\partial l} \cdot \frac{l}{q}.$$

აჩვენეთ, რომ $e_{q,t} = e_{q,k} + e_{q,l}$.

გ. ფუნქცია, რომელიც აჩვენებს მასშტაბიდან ცვლად ელასტიკურობას არის

$$q = (1 + k^{-1}l^{-1})^{-1}.$$

აჩვენეთ, რომ ამ ფუნქციისათვის, $e_{q,t} > 1$ როცა $q < 0.5$ და რომ $e_{q,t} < 1$ როცა $q > 0.5$.

დ. ინტუიციურად ახსენით (გ) კითხვის თქვენს მიერ მიღებული შედეგები. მინიშნება: აქვს თუ არა q-ს ზედა ზღვარი ამ საწარმოო ფუნქციაში?

9.10 მასშტაბიდან ეფექტი და ჩანაცვლება
სხვადასხვა საწარმოო ფუნქციის ჩანაცვლების ელასტიკურობის განსაზღვრის თაობაზე ჩვენი დისკუსიების დიდი ნაწილის შედეგად დავადგინეთ, რომ უმეტეს შემთხვევაში არსებობდა მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტი, ეს დასკვნა ხშირად არ მართლდება. წინამდებარე ამოცანა ახდენს ასეთი შემთხვევების ილუსტრირებას.

ა. სქოლიოში 6 ვუჩვენეთ, რომ მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტის შემთხვევაში, ჩანაცვლების ელასტიკურობა ორრესურსიანი საწარმოო ფუნქციისათვის მოცემულია შემდეგნაირად:

$$\sigma = \frac{f_k f_l}{f \cdot f_{kl}}.$$

ვთქვათ, განვსაზღვრეთ ჰომოთეტური f საწარმოო ფუნქცია:

$$F(k, l) = [f(k, l)]^{\gamma}$$

სადაც $f(k, l)$ არის მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტის მქონე საწარმოო ფუნქცია და γ წარმოადგენს დადებით ხარისხს. აჩვენეთ, რომ ჩანაცვლების ელასტიკურობა ამ საწარმოო ფუნქციისათვის იგივეა, რაც f ფუნქციის ჩანაცვლების ელასტიკურობა.

ბ. აჩვენეთ როგორ შეიძლება ეს შედეგი დავუკავშიროთ ქობ-დაგლასის და *CES* საწარმოო ფუნქციებს.

9.11 ეილერის თეორემა

ვთქვათ, საწარმოო ფუნქცია $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ ჰომოგენურია k ხარისხით. ეილერის თეორემა აჩვენებს, რომ $\sum_i x_i f_i = k_j$. ეს ფაქტი შეიძლება გამოვიყენოთ იმის დასამტკიცებლად, რომ f-ის ნაწილობრივი წარმოებული ჰომოგენურია $k - 1$ ხარისხით.

ა. დაამტკიცეთ, რომ $\sum_{i=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} x_i x_j f_{ij} = k(k - 1)f$.

ბ. $n = 2$ და $k = 1$ შემთხვევისათვის, რა შეზღუდვებს უწესებს (ა)-ს შედეგები მეორე რიგის ნაწილობითი წარმოებულები 12? როგორ შეიცვლება თქვენი დასკვნები, როცა $k > 1$ ან $k < 1$?

გ. როგორ შეიძლება (ბ)-ში მიღებული შედეგების განზოგადება ნებისმიერი რაოდენობის რესურსის საწარმოო ფუნქციის შემთხვევაში?

დ. რა შეიძლება იყოს ამ ამოცანის შედეგი მრავალპარამეტრიანი ქობ-დაგლასის საწარმოო ფუნქციისათვის $f(x_1, x_2, ..., x_n) = \prod_{i=1}^{n} x_i^{\alpha_i}$ $\alpha_i \geq 0$-სთვის?

დამატებითი საკითხავი

Clark, J. M. *"Diminishing Returns." In Encyclopaedia of the Social Sciences*, vol. 5. New York: Crowell-Collier and Macmillan, 1931, pp. 144–f46.

კლებადი უკუგების კონცეფციის ისტორიული განვითარების მიმოხილვა.

Douglas, P. H. "Are There Laws of Production?" *American Economic Review* 38 (March 1948): 1–f41.

საწარმოო ფუნქციების მართებული და არამართებული გამოყენების მეთოდოლოგიური ანალიზი.

Ferguson, C. E. *The Neoclassical Theory of Production and Distribution*. New York: Cambridge University Press, 1969.

საწარმოო ფუნქციის თეორიის (1970 წლის მდგომარეობით) მიმოხილვა. სამგანზომილებიანი გრაფიკების გამოყენება.

Fuss, M., and McFadden, D. *Production Economics: A Dual Approach to Theory and Application*. Amsterdam: North-Holland, 1980.

დუალობის გამოყენებაზე აქცენტირებული მიდგომა.

Mas-Collell, A., M. D. Whinston, and J. R. Green. *Microeconomic Theory*. New York: Oxford University Press, 1995.

თავში 5 მოცემულია წარმოების თეორიის დახვეწილი მიმოხილვა. მოგების ფუნქციის გამოყენება იხილეთ თავში 11.

Shephard, R. W. *Theory of Cost and Production Functions*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1978.

საწარმოო და ხარჯების ფუნქციებს შორის დუალური დამოკიდებულების ვრცელი ანალიზი.

Silberberg, E., and W. Suen. *The Structure of Economics: A Mathematical Analysis*, 3rd ed. Boston: Irwin/McGraw-Hill, 2001.

საწარმოო ფუნქციებსა და დანახარჯების მრუდებს შორის დუალური კავშირების ანალიზი. სქოლიოში 6 მოცემული ჩანაცვლების ელასტიკურობის დემონსტრირება.

Stigler, G. J. "The Division of Labor Is Limited by the Extent of the Market." *Journal of Political Economy* 59 (June 1951): 185–f93.

სმიტის მასშტაბის ეკონომიკის იდეების ევოლუციის მიმოხილვა.

დანართები

მრავალრესურსიანი საწარმოო ფუნქციები

საწარმოო ფუნქციების უმრავლესობა, რომელიც ამ თავშია მოცემული ადვილად შეიძლება განვაზოგადოთ მრავალრესურსიანი შემთხვევებისათვის. შევეცდებით ეს გავაკეთოთ ქობ-დაგლასის და *CES* შემთხვევებისათვის, შემდეგ დავაკვირდეთ ორ საკმაოდ მოქნილ ფორმას, რომელიც ამ საწარმოო ფუნქციებმა შეიძლება მიიღოს. ყველა ამ მაგალითში β არის დადებითი პარამეტრი და n რესურსები წარმოდგენილია x_1, ...xn.

E9.1 ქობ-დაგლასი

მრავალრესურსიანი ქობ-დაგლასის საწარმოო ფუნქცია მოცემულია

$$q = \prod_{i=1}^{n} x_i^{\beta_i}. \qquad \text{(i)}$$

ა. ეს ფუნქცია აჩვენებს მასშტაბიდან მუდმივ ეფექტს თუ

$$\sum_{i=1}^{n} \beta_i = 1. \qquad \text{(ii)}$$

ბ. მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტის მქონე ქობ-დაგლასის ფუნქციაში β_i არის q-ს ელასტიკურობა x_i-თვის. რადგან $0 \le \beta < 1$, ყოველი რესურსი ხასიათდება კლებადი ზღვრული მწარმოებლურობით.

გ. ნებისმიერი ხარისხის მასშტაბიდან ზრდადი ეფექტი შეიძლება ნაჩვენები იყოს ამ ფუნქციის მიერ თუ

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^{n} \beta_i \qquad \text{(iii)}$$

დ. ჩანაცვლების ელასტიკურობა ნებისმიერ ორ რესურსს შორის ამ საწარმოო ფუნქციისათვის ერთის ტოლია. ეს შეიძლება ვაჩვენოთ სქოლიოში 7 ნაჩვენები განსაზღვრებით

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \ln(x_i / x_j)}{\partial \ln(f_i / f_j)}.$$

ამრიგად,

$$\ln\left(\frac{f_j}{f_i}\right) = \ln\left(\frac{\beta_j}{\beta_i}\right) + \ln\left(\frac{x_i}{x_j}\right)$$

და $\sigma_{ij} = 1$. რადგან ამ პარამეტრის მნიშვნელობა შეზღუდულია ქობ-დაგლასის ფუნქციაში – ამ ფუნქციას, როგორც წესი, არ იყენებენ ფირმების ეკონომიკური მონაცემების ეკონომეტრიკულ ანალიზში. მიუხედავად ამისა მას იყენებენ მაკროეკონომიკურ ანალიზში, რასაც მომდევნო მაგალითში ვნახავთ.

სოლოუს ზრდის მოდელი

მრავალრესურსიანი ქობ-დაგლასის საწარმოო ფუნქცია ეკონომიკური ზრდის ბევრ მოდელს უდევს საფუძვლად. მაგალითად, სალოუმ (1956) წელს შექმნა პირველი წონასწორული ზრდის მოდელი, რომლის გამოყვანა ადვილად შეიძლება ორრესურსიანი მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტის ქობ-დაგლასის ფუნქციიდან

$$Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}, \qquad \text{(iv)}$$

სადაც A არის ტექნიკური პროგრესის ცვლილების ფაქტორი, რომელიც შეიძლება წარმოდგენილი

იქნას შემდეგნაირად

$$A = e^{\alpha t}, \qquad \text{(v)}$$

(iv) ტოლობის ორივე მხარის L-ზე გაყოფით მივიღებთ

$$y = e^{\alpha t}k^{\alpha}, \qquad \text{(vi)}$$

სადაც

$$y = Y/L \text{ და } k = K/L.$$

სოლოუ აჩვენებს, რომ ეკონომიკა განვითარდება k (კაპიტალისა და შრომის თანაფარდობა) წონასწორული წერტილის მიმართულებით. ამრიგად, ზრდის ტემპების მიხედვით ქვეყნებს შორის განსხვავება შეიძლება მხოლოდ ტექნიკური ცვლილების ფაქტორებს (ა) შორის სხვაობით განისაზღვროს.

vi ტოლობის ორი არგუმენტი მიუთითებს სოლოუს მოდელში დამატებითი რესურსების ჩართვის საჭიროებაზე. პირველი, აღნიშნული სახით ტოლობა ვერ ხსნის ერთ სულზე გამოშვებას (y) შორის მსოფლიოში არსებულ დიდ განსხვავებებს. თუ დავუშვებთ რომ $\alpha = 0.3$, (ეს რიცხვი მრავალი ემპირიული კვლევის შედეგს შეესაბამება), თუ შევხედავთ K/L განსხვავებებს ქვეყნებს შორის იგი ვარიირებს 4 000 000-დან 1 მდე, მხოლოდ ერთ სულზე შემოსავლების განსხვავებით ვერ ავხსნით ასეთ განსხვავებას, მაგრამ თუ მოდელში შემოვიტანთ დამატებით რესურსებს, მაგალითად ადამიანურ კაპიტალს, ამ განსხვავების ახსნა უფრო სრულყოფილად არის შესაძლებელი.

სოლოუს მიერ წარმოდგენილი ამ მარტივი ქობ-დაგლასის ტოლობის მეორე ნაკლი ის არის, რომ იგი ტექნიკური პროგრესის პარამეტრის ახსნას არ გვაძლევს, α-ს მნიშვნელობა „გარედანაა" შემოტანილი. დამატებითი ფაქტორების შემოტანით უფრო ადვილი ხდება გავიგოთ, როგორ რეაგირებს α პარამეტრი ეკონომიკურ სტიმულებზე.

ეს არის სწორედ ის საკვანძო საკითხები, რომლებიც თქვენ შეგიძლიათ ნახოთ „ენდოგენური" ზრდის თეორიის თაობაზე მითითებულ ლიტერატურაში (იხ. Romer, 1996).

E9.2 მაღმივი ელასტიკურობის მქონე საწარმოო ფუნქცია (CES)

მრავალრესურსიანი ჩანაცვლების მუდმივი ელასტიკურობის მქონე საწარმოო ფუნქცია (*CES*) მოცემულია შემდეგი სახით

$$q = \left[\sum \beta_i x_i^{\rho}\right]^{\varepsilon/\rho}, \rho \le 1 \qquad \text{(vii)}$$

ა. ყოველი გამოშვების mx_i-ით ჩანაცვლებით, ადვილია დავინახოთ, რომ ფუნქცია აჩვენებს მასშტაბიდან მუდმივ ეფექტს $\varepsilon = 1$-თვის. $\varepsilon > 1$-თვის ფუნქცია მასშტაბიდან ზრდად ეფექტზე მიუთითებს.

ბ. საწარმოო ფუნქცია კლებად ზღვრულ მწარმოებლურობას აჩვენებს ყველა რესურსისათვის, რადგან $p \le 1$.

გ. როგორც ეს ორრესურსიანი შემთხვევისთვის გვქონდა, ჩანაცვლების ელასტიკურობა მოცემულია შემდეგნაირად

$$\sigma = \frac{1}{1-\rho}, \qquad \text{(viii)}$$

აღნიშნული ელასტიკურობა მართებულია ნებისმიერი ორი რესურსისათვის.

ქობ-დაგლასის შემოწმება საბჭოთა კავშირში

ქობ-დაგლასის მრავალრესურსიანი *CES* ფუნქციის გამოყენების ერთ-ერთი შემთხვევა არის იმის დადგენა, თუ როგორ შესაბამისობაშია დადგენილი ჩანაცვლების პარამეტრი (p) ქობ-დაგლასის მიერ განსაზღვრულ ($p = 0$, $\sigma = 1$) სიდიდეებთან. მაგალითად, ყოფილი საბჭოთა კავშირის ხუთი წამყვანი დარგის შესწავლისას ე. ბაირამმა აღმო-

აჩინა, რომ ქობ-დაგლასი წარმოების ძირითადი დარგების გამოშვების ცვლილების შედარებით კარგ ახსნას იძლევა. გამონაკლისია კვების მრეწველობა, სადაც σ უფრო დაბალი მნიშვნელობაა. მომდევნო სამი მაგალითი გვიჩვენებს საწარმოო ფუნქციის მოქნილ ფორმებს. მეათე თავის დამატებაში განვიხილავთ დანახარჯების ფუნქციის ანალოგებს, რომლებიც უფრო ხშირად გამოიყენება, ვიდრე თვით საწარმოო ფუნქციები.

E9.3 ჩაშენებული საწარმოო ფუნქციები

ზოგ შემთხვევაში მართებულია ქობ-დაგლასისა და *CES* საწარმოო ფუნქციების გარდაქმნა ერთ „ჩაშენებულ“ ფუნქციად. ამის შესასრულებლად, საწყისი n რესურსის კატეგორიებად დაჯგუფება ხდება, ვთქვათ, m ზოგად კლასებად. m კლასში გაერთიანებული სპეციფიკური რესურსები შემდგომ აგრეგირებული იქნება ერთ შედგენილ რესურსად და საბოლოო საწარმოო ფუნქცია გარდაიქმნება m შემადგენელთა ფუნქციად. მაგალითად, ვთქვათ არსებობს სამი საწყისი პარამეტრი – x_1, x_2. დავუშვათ x_1 და x_2 შედარებით ახლოსაა ერთმანეთთან (მაგალითად, კაპიტალი და ენერგია) მაშინ როდესაც მესამე რესურსი (შრომა) მათგან მნიშვნელოვნად განსხვავდება. ამ შემთხვევაში შეიძლება *CES* აგრეგირებული ფუნქციის გამოყენება შედგენილი რესურსის შესაქმნელად

$$x_4 = [\gamma x_1^{\rho} + (1 - \gamma)x_2^{\rho}]^{1/\rho}.$$

მაშინ საბოლოო საწარმოო ფუნქციას შეუძლია ქობ-დაგლასის ფორმის მიღება:

$$q = x_3^{\alpha} x_4^{\beta}.$$

ეს სტრუქტურა საშუალებას იძლევა, რომ x_1 და x_2 შორის ჩანაცვლების ელასტიკურობამ მიიღოს ნებისმიერი მნიშვნელობა [$\sigma = 1/(1 - p)$] მაგრამ ზღუდავს x_3 და x_4 შორის ჩანაცვლების ელასტიკურობას, იგი ერთის ტოლია. რა თქმა უნდა შესაძლებელია მრავალი სხვა შემთხვევის არსებობაც იქიდან გამომდინარე, თუ რამდენად ზუსტადაა განსაზღვრული ჩაშენებული ფუნქციები.

კაპიტალი/ენერგიის ჩანაცვლებადობის დინამიკა
ჩაშენებული საწარმოო ფუნქციები ფართოდ გამოიყენება კვლევებში იმისათვის, რომ განისაზღვროს კაპიტალისა და ენერგიის რესურსებს შორის ჩანაცვლებადობის ზუსტი ბუნება. მაგალითად, ატკესონი და კეჰოე იყენებენ მოდელს, რომელიც ძალიან ახლოსაა ix და x ტოლობებით მოცემულ მოდელებთან და ცდილობენ შეისწავლონ ენერგიაზე ფასების ეკონომიკაზე გავლენის კავშირი: (1) გარკვეული დროის შემდეგ ენერგიის გამოყენება წარმოებაში არ არის მგრძნობიარე ფასის მიმართ (განსაკუთრებით მოკლევადიან პერიოდში); და (2) სხვადასხვა ქვეყანაში ენერგიის ფასები მნიშვნელოვან გავლენას ახდენს იმაზე, თუ რა რაოდენობით ენერგიას იყენებენ. კაპიტალის მომსახურების ტოლობის გამოყენებით, როგორც ეს ix-შია მოცემული, დაბალი ჩანაცვლების ეფექტით ($p = -2.3$) ქობ-დაგლასის ტოლობასთან ერთად, სადაც შრომა კომბინირებულია კაპიტალის მომსახურებასთან, ენერგიაზე ფასების ფაქტების საკმაოდ კარგი დუბლირების საშუალება ეძლევათ. მიუხედავად ამისა, მათ დაასკვნეს, რომ ეს მოდელი ენერგიის მაღალი ფასების უფრო მეტად ნეგატიურ გავლენას აჩვენებს ეკონომიკის ზრდაზე, ვიდრე ეს სინამდვილეშია. ამიტომ ისინი აცხადებენ, რომ საჭიროა უფრო რთული მოდელის შექმნა, რომელიც ხაზს უსვამს ენერგიის გამოყენების განსხვავებებს სხვადასხვა დროს განხორციელებულ კაპიტალურ დაბანდებებთან.

E9.4 განზოგადებული ლონტიევი

$$q = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\beta_{ij}\sqrt{x_i x_j},$$

სადაც $\beta_{ij} = \beta_{ji}$

ა. ამოცანაში 9.7 მოცემული ფუნქცია ზემოთ მოცემული ფუნქციის მარტივი ვერსიაა n = 2. n = 3-თვის ფუნქციას ექნება სამი წრფივი წევრი, ფესვის ქვეშ წარმოდგენილ სამ რესურსთან ერთად, რომელიც ფაქტიურად ამ რესურსებით წარმოებულ ყველა შესაძლო პროდუქტს ასახავს.

ბ. ფუნქცია აჩვენებს მასშტაბიდან მუდმივ ეფექტს, mx_i-ს დახმარებით მასშტაბიდან ზრდადი ეფექტი შეიძლება ჩავრთოთ ფუნქციაში, თუ შემდეგ გარდაქმნას გამოვიყენებთ

$$q' = q^{\varepsilon},\ \varepsilon > 1.$$

გ. რადგან ყოველი წევრი წრფივია და ფესვის ქვეშაა, ფუნქცია აჩვენებს ყველა რესურსის კლებად ზღვრულ მწარმოებლურობას.

დ. $\beta_{ij} = \beta_{ji}$ შეზღუდვის გამოყენება საჭიროა, რათა სიმეტრიულობა შენარჩუნდეს მეორე რიგის ნაწილობრივ წარმოებულებში.

E9.5 ტრანსლოგარითმი

$$\ln q = \beta_0 + \sum_{i=1}^{n}\beta_i \ln x_i + 0.5\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\beta_{ij}\ln x_i \ln x_j,$$

$$\beta_{ij} = \beta_{ji}.$$

ა. მიაქციეთ ყურადღება, რომ ქობ-დაგლასის ფუნქცია აღნიშნული ფუნქციის კერძო შემთხვევაა, სადაც $\beta_0 = \beta_{ij} = 0$ ყველა i და j-თვის.

ბ. როგორც ქობ-დაგლასისათვის, ასევე ამ ფუნქციას შეიძლება ქონდეს ნებისმიერი ხარისხის მასშტაბიდან ეფექტი, თუ

$$\sum_{i=1}^{n}\beta_i = 1 \text{ და } \sum_{j=1}^{n}\beta_{ij} = 0$$

ყველა i-თვის ეს ფუნქცია აჩვენებს მასშტაბიდან მუდმივ ეფექტს. ამ დროს აუცილებელია ორმაგი დაჯამება ავიცილოთ თავიდან.

გ. და ისევ, $\beta_{ij} = \beta_{ji}$ შეზღუდვა საჭიროა, რომ შენარჩუნდეს წარმოებულების ტოლობა.

ემიგრაცია

იმის გამო, რომ ტრანსლოგარითმული ფუნქცია სხვადასხვა რესურსების დიდი რაოდენობით ჩანაცვლების შესაძლებლობას გვაძლებს, მას ფართოდ იყენებენ იმის შესასწავლად, თუ როგორ შეიძლება ჩაანაცვლონ ახლად მოსულმა მუშაკებმა არსებული თანამშრომლები. განსაკუთრებული ინტერესის საგანია, თუ როგორ მოქმედებს ადგილობრივ ეკონომიკაში ემიგრანტების კვალიფიკაცია ადგილობრივი მაღალკვალიფიციურ და დაბალკვალიფიციურ მუშაკებზე მოთხოვნაზე. აშშ და სხვა მრავალ ქვეყანაში (კანადა, გერმანია, საფრანგეთი და სხვ.) ჩატარებული კვლევები აჩვენებს, რომ ამ ეფექტების მთლიანი გავლენა უმნიშვნელოა, განსაკუთრებით, თუ ემიგრაციის ნაკადი არ არის დიდი. მაგრამ არსებობს ფაქტები, რომ არაკვალიფიციური ემიგრანტები გვევლინებიან, როგორც ადგილობრივ არაკვალიფიცირებულ მუშაკთა შემცვლელები, მაგრამ მაღალკვალიფიციური ადგილობრივი მუშაკებისთვის – შემავსებლები. ამრიგად, ემიგრაციის გაზრდილმა ტალღამ შეიძლება გააღრმავოს შრომის ანაზღაურების დონეებს შორის სხვაობა. დამატებით იხ. ბორხასი.

ლიტერატურა

Atkeson, Andrew, and Patrick J. Kehoe. "Models of Energy Use: Putty-Putty versus Putty-Clay." *American Economic Review* (September 1999): 1028–43.

Bairam, Erkin. "Elasticity of Substitution, Technical Progress and Returns to Scale in Branches of Soviet Industry: A New CES Production Function Approach." *Journal of Applied Economics* (January–March 1991): 91–f96.

Borjas, G. J. "The Economics of Immigration." *Journal of Economic Literature* (December 1994): 1667–f1717.

Romer, David. *Advanced Macroeconomics.* New York: McGraw-Hill, 1996.

Solow, R. M. "A Contribution to the Theory of Economic Growth." *Quarterly Journal of Economics* (February 1956): 65–f94.



10

დანახარჯების ფუნქციები

ამ თავში განვიხილავთ ფირმის დანახარჯებს პროდუქტის წარმოების პროცესში. შეხედულებისამებრ თავში უფრო ღრმად განვიხილავთ აღნიშნულ პრობლემას და ვასწავლებთ თუ როგორ ახერხებს კომპანიები მოგების მაქსიმიზაციის გადაწყვეტილებებს.

ᲓᲐᲜᲐᲮᲐᲠᲯᲔᲑᲘᲡ ᲑᲐᲜᲡᲐᲖᲦᲕᲠᲔᲑᲔᲑᲘ

სანამ შევუდგებოდეთ დანახარჯების თეორიის განხილვას, რამდენიმე სირთულეს გვინდა გავუსვათ ხაზი, რომელიც „დანახარჯების“ განსაზღვრებას ახლავს თან. კერძოდ, ცხადად უნდა დავინახოთ განსხვავება საბუღალტრო დანახარჯებსა (1) და ეკონომიკურ დანახარჯებს (2) შორის. საბუღალტრო თვალსაზრისით დანახარჯები ფაქტიურად ჯიბიდან გაღებულ დანახარჯებს, ისტორიულ დანახარჯებს, ცვეთას და სხვა იმ დანახარჯებს ნიშნავს, რომელიც საბუღალტრო ჩანაწერებში პოულობს ასახვას. დანახარჯების ეკონომისტების განსაზღვრება (რომელიც ცხადად მიანიშნებს ალტერნატიული ღირებულების ფუნდამენტურ მნიშვნელობაზე) არის ნებისმიერ რესურსზე გაწეული დანახარჯი, რომელიც საჭიროა ამ რესურსის მიმდინარე მდგომარეობაში შესანარჩუნებლად. ამის მსგავსად, რესურსის გამოყენების ეკონომიკური დანახარჯი არის ის, რაც უნდა გადახდილიყო მისი მომდევნო საუკეთესო გამოყენებისათვის. ამ ორი შეხედულების განსხვავების მიზნით უნდა გვახსოვდეს, რომ სხვადასხვა რესურსზე შესაბამისი დანახარჯები (სამუშაო ძალაზე, კაპიტალზე და სამეწარმეო მომსახურეობაზე) სისტემის მიერ ყალიბდება.

სამუშაო ძალაზე დანახარჯი

ეკონომისტებსა და ბუღალტრებს სამუშაო ძალის დანახარჯების მიმართ ფაქტიურად ერთი და იგივე მიდგომები აქვთ. ბუღალტრებისათვის სამუშაო ძალაზე გაწეული დანახარჯები წარმოადგენს მიმდინარე დანახარჯებს და აქედან გამომდინარე, შედის წარმოების დანახარჯებში. ეკონომისტებისათვის სამუშაო ძალა ცხადი დანახარჯია. სამუშაო ძალის მომსახურება (ნამუშევარი საათები) საკონტრაქტო სიდიდეა საათობრივი ანაზღაურებით (w), და როგორც წესი ითვლება, რომ ეს არის სწორედ ის, რასაც სა-

მუშაო ძალა გამოიმუშავებს თავის საუკეთესო ალტერნატიული გამოყენებისას. საათობრივი ანაზღაურება, რა თქმა უნდა, მოიცავს დამატებით სარგებელს, რასაც თანამშრომლები იღებენ.

კაპიტალის დანახარჯები

კაპიტალის (მანქანა-საათები) შემთხვევაში დანახარჯის ორი კონცეფცია ერთმანეთისაგან განსხვავდება. კაპიტალური დანახარჯის შემთხვევაში ბუღალტრები იყენებენ კონკრეტული დანადგარის ისტორიულ ფასს და მიუყენებენ მეტ- ნაკლებად დასაბუთებულ ცვეთის სქემას, რათა განისაზღვროს მანქანა-დანადგარის მიმდინარე ფასსა და საწყის ფასს შორის განსხვავება. ეკონომისტები ისტორიულ ფასს „დაუბრუნებელ დანახარჯად" განიხილავენ, რომლის სიდიდის გამოყენებაც მიმდინარე გადაწყვეტილებების მისაღებად არ გამოდგება. ამის მაგივრად, ისინი აღიარებენ ე.წ. „ცხად" დანახარჯს მანქანა-დანადგარზე, რომელს გადახდაზე თანხმობას აცხადებენ მისი გამოყენების უფლების სანაცვლოდ. ამიტომ მანქანა-საათის დანახარჯი ფაქტიურად გაქირავების განაკვეთია მისი ყველაზე საუკეთესო ალტერნატიული გამოყენების შემთხვევაში. თავის სამეწარმეო საქმიანობაში მანქანის უწყვეტი გამოყენებით ფირმა თვლის, რომ სხვებსაც გააჩნიათ სურვილი გადაიხადონ ამ მანქანის გამოყენებისათვის გარკვეული თანხა. ეს გაქირავების განაკვეთი ერთი მანქანა-საათისათვის ავღნიშნოთ v-თი.[1]

სამეწარმეო მომსახურეობის დანახარჯები

ფირმის მფლობელი სწორედ ის უკანასკნელი მოსარჩელეა, რომელის წილადაც რჩება ყველა დამატებითი შემოსავლები ან ზარალი მას შემდეგ, რაც ყველა დანახარჯი გადახდილი იქნება. ბუღალტრისათვის, ეს მოგებაა (რომელიც შეიძლება დადებითიც იყოს და უარყოფითიც). ეკონომისტი კი აუცილებლად იკითხავს – აქვს თუ არა მეწარმეს (ან მფლობელს) რაიმე ალტერნატიული დანახარჯები ამ კონკრეტულ ფირმაში მუშაობისას ან მათი სახსრების ამ საოპერაციო საქმიანობაში მიმართვისას. თუ ასეთი არსებობს, ეს სერვისი უნდა განვიხილოთ როგორს რესურსი და იგი დანახარჯებს უნდა დაემატოს. მაგალითად, ვთქვათ მაღალი კვალიფიკაცის კომპიუტერული პროგრამისტი აფუძნებს კომპიუტერულ ფირმას და აპირებს ამ ფირმაში გენერირებული მთელი (საბუღალტრო) მოგების ფირმაშივე დატოვებას. პროგრამისტის დრო ცალსახად რესურსს წარმოადგენს კომპანიისათვის და აუცილებლად იგი დანახარჯებს უნდა მიეწეროს (დანახარჯად უნდა ჩაითვალოს). პროგრამისტი რომ დაქირავებული ყოფილიყო სხვა კომპანიის მიერ, მისთვის დანიშნული ხელფასი იქნებოდა ამ დანახარჯის საზომი. ამრიგად, საბუღალტრო მოგების გარკვეული ნაწილი, რომელიც კომპანიაში იქნა

1 ხანდახან ლიტერატურაში გვხვდება ქირის განაკვეთის r ასოთი აღნიშვნაც. რადგან ეს ცვლადი ხშირად ეშლებათ მასთან დაკავშირებულ, მაგრამ სრულიად განსხვავებულ კონცეფციაში – ბაზრის უკუგების ნორმაში, წინამდებარე წიგნში ალტერნატიული სიმბოლო გამოვიყენეთ. ზუსტი კავშირი v-სა და უკუგების ნორმას შორის მეჩვიდმეტე თავშია მოცემული.

გენერირებული, ეკონომისტების მიერ წარმოდგენილია როგორც სამეწარმეო დანახარჯი. ეკონომიკური მოგება ნაკლები იქნება ვიდრე საბუღალტრო და იმ შემთხვევაში, როცა პროგრამისტის ალტერნატიული დანახარჯები აღემატება საბუღალტრო მოგებას, რომელიც ფირმის შიგნით იქნა გენერირებული, მან შეიძლება უარყოფითი მნიშვნელობაც კი მიიღოს. მსგავსი მსჯელობა შეიძლება მივუყენოთ იმ მომსახურეობას, რომელსაც მეწარმე გასწევს ფირმისათვის.

ეკონომიკური დანახარჯები

ამ წიგნში ვიყენებთ დანახარჯების ეკონომისტების მიერ მიღებულ განსაზღვრებას.

ეკონომიკური დანახარჯი. ნებისმიერ რესურსზე გაწეული *ეკონომიკური დანახარჯი* არის ის გადასახადი, რომელიც საჭიროა ამ რესურსის არსებული სახით შენარჩუნებისათვის. ამის მსგავსად, ეკონომიკური დანახარჯი რესუსრზე არის ის ანაზღაურება, რასაც რესურსი მიიღებდა მის საუკეთესო გამოყენების შემთხვევაში.

განსაზღვრება

ამ განსაზღვრების გამოყენება არ ნიშნავს, რომ საბუღალტრო კონცეფცია არ არის ორიენტირებული ეკონომიკური ქცევის ახსნაზე. მართლაც, საბუღალტრო პროცედურები აუცილებელია ნებისმიერი მენეჯერის გადაწყვეტილებების მიღების პროცესისათვის, რადგან ისინი დიდ გავლენას ახდენენ მოგების გადასახადის სიდიდეზე. საბუღალტრო მონაცემები ყოველთვის ხელმისაწვდომია, მაშინ როცა ეკონომიკური დანახარჯების გამოთვლა ცალკე, დამოუკიდებლადაა საჭირო. ეკონომისტების განსაზღვრებები ისეთ თვისებებს ატარებენ, რომ მათი გამოყენება შესაძლებელია ნებისმიერი ფირმისათვის და გარკვეულ კონცეპტუალურ სისტემას ქმნიან. ამიტომ ისინი ყველაზე მეტად ზოგად თეორიული ანალიზისათვის არის განკუთვნილი.

ორი გამამარტივებელი დაშვება

დასაწყისისათვის, შევეცდებით შემოგთავაზოთ ორი გამარტივებული დაშვება. პირველი, ვუშვებთ, რომ არსებობს მხოლოდ ორი ტიპის რესურსი: ჰომოგენური სამუშაო ძალა (l, რომელიც სამუშაო-საათებში იზომება) და ჰომოგენური კაპიტალი (k, რომელიც მანქანა-საათებით იზომება). სამეწარმეო დანახარჯები შედის კაპიტალის დანახარჯებში. ანუ, ვუშვებთ, რომ პირველადი ალტერნატიული დანახარჯი რომლის წინაშეც დგას ფირმის მფლობელი დაკავშირებულია სწორედ კაპიტალთან, რომელსაც მფლობელი აწვდის ფირმას.

მეორე, ვუშვებთ, რომ რესურსების დაქირავება ხდება სრულყოფილი კონკურენციის ბაზარზე. ფირმებს შეუძლიათ შეიძინონ (ან გაყიდონ) მთელი სამუშაო ძალა ან კაპიტალური სერვისები არსებული ქირის განაკვეთებით (w და v). გრაფიკულად, ამ რესურსების მიწოდების მრუდი ჰორიზონტალურია უპირატესი (ყველაზე მეტად გავ-

რცელებული) ფასების გასწვრივ. ორივე სიდიდე (w და v) წარმოდგენილია როგორც „პარამეტრი“ფირმის გადაწყვეტილებებში. ფირმას არანაირი გავლენის მოხდენა არ შეუძლია მათზე. ამ პირობებს მოგვიანებით მოვხსნით მომდევნო თავებში (კერძოდ მეთექვსმეტე თავში), მაგრამ ამჟამად ფირმის, როგორც „ფასების-მიმღების“ დაშვება აუცილებელია და საჭიროა გავითვალისწინოთ.

ეკონომიკური მოგება და დანახარჯების მინიმიზაცია

ფირმის მთლიანი დანახარჯები დროის გარკვეულ პერიოდში მოცემულია შემდეგნაირად:

$$\textbf{ჯამური დანახარჯები} = C = wl + vk, \qquad \textbf{(10.1)}$$

სადაც, როგორც ადრე, l და k წარმოადგენენ რესურსების გამოყენებას ამ პერიოდის განმავლობაში. დავუშვათ, რომ ფირმა მხოლოდ ერთ რესურსს იყენებს. მაშინ მისი მთლიანი შემოსავლები მოცემულია მისი პროდუქტის ფასისა (p) და მთლიანი გამოშვების ნამრავლით [$q = f(k, l)$, სადაც $f(k, l)$ ფირმის წარმოების ფუნქციაა. ეკონომიკური მოგება (π) არის სხვაობა მთლიან შემოსავლებსა და მთლიან ეკონომიკურ დანახარჯებს შორის.

განსაზღვრება

ეკონომიკური მოგება. ეკონომიკური მოგება (π) წარმოადგენს სხვაობას ფირმის მთლიან ამონაგებსა და მთლიან დანახარჯებს შორის:

$$\begin{aligned}\pi &= \textbf{მთლიანი ამონაგები} - \textbf{მთლიანი დანახარჯები} = pq - wl - vk \\ &= pf(k, l) - wl - vk. \end{aligned} \qquad \textbf{(10.2)}$$

განტოლება 10.2 გვიჩვენებს, რომ ფირმის მიერ მიღებული ეკონომიკური მოგება არის სამუშაო ძალისა და კაპიტალის ფუნქცია. თუ დავუშვებთ, რომ ფირმა მოგების მაქსიმიზაციისაკენ ისწრაფვის, მაშინ შეგვიძლია შევისწავლოთ მისი ქმედებები იმისდა მიხედვით, თუ როგორ ხდება k-ს და l-ის შერჩევა განტოლების 10.2 შედეგის მაქსიმიზაციისათვის. ეს, თავის მხრივ, მიგვიყვანს მიწოდების თეორიამდე და „წარმოებული მოთხოვნის“ თეორიამდე სამუშაო ძალის და კაპიტალის რესურსებისათვის. შემდეგ თავში ამ საკითხებს უფრო დეტალურად განვიხილავთ. აქ კი გვსურს განვიხილოთ დანახარჯების თეორია, რომელიც უფრო ზოგადია და შეიძლება ყველა ფირმას მოვარგოთ – ისინი შეიძლება სულაც არ ისწრაფვოდნენ მოგების მაქსიმიზაციისაკენ. ამიტომ, დანახარჯების შესწავლას დავიწყებთ გამოშვების არჩევანის საკითხიდან. ვთვლით რომ ფირმა გარკვეული მოცულობის გამოშვების (ვთქვათ q_0) გადაწყვეტილებას იღებს. ფირმის შემოსავლები ამრიგად pq_0 სიდიდისაა. ახლა კი გვსურს გამოვიკვლიოთ, თუ როგორ შეიძლება ფირმამ ეს q_0 გამოშვება მინიმალური დანახარჯებით აწარმოოს.

ჩესურსების არჩევანი, რომელიც დანახარჯების შემცირეს დონეს უზრუნველყოფს

მათემატიკურად, ეს შეზღუდული მინიმიზაციის პრობლემას წარმოადგენს. მაგრამ სანამ ცალსახა გადაწყვეტილებას მოვძებნიდეთ, საჭიროა მსჯელობით წინასწარ მივიდეთ დასკვნამდე, თუ რა შედეგს მივიღებთ. მოცემული დონის გამოშვებისათვის საჭირო დანახარჯების მინიმიზაციისათვის ფირმამ უნდა აირჩიოს წერტილი q_0 იზოკვანტზე ისე რომ l-ისა და k-ს ტექნიკური ჩანაცვლების ნორმა უდრიდეს w/v ფარდობას. ვთქვათ ეს ასე არ არის. კერძოდ, ფირმა უშვებს q_0 მოცულობის პროდუქციას და იყენებს $k = 10$, $l = 10$ და დავუშვით რომ RTS ამ წერტილში იყო 2-ის ტოლი. დავუშვათ, რომ w = \$1 და v=\$1 და ამიტომ $w/v = 1$ (რომელიც ორს არ უდრის). გამოშვების ამ კომბინაციისათვის და q_0 წარმოების დონისათვის, დანახარჯები \$20 ტოლია. მარტივია ვაჩვენოთ, რომ ეს არ არის მინიმალური დანახარჯების დონე. მაგალითად, q_0 შეიძლება ვაწარმოოთ $k = 8$, $l = 11$ დროს; შეიძლება დავთმოთ k-ს ორი ერთეული და შევინარჩუნოთ გამოშვების იგივე დონე ერთი ერთეული l-ის დამატებით. მაგრამ რესურსების ამ კომბინაციის დროს q0 გამოშვების წარმოების დანახარჯი \$19 არის და ამიტომ საწყისი კომბინაცია არ იყო ოპტიმალური. ამ ტიპის წინააღმდეგობა შეიძლება დავინახოთ, როდესაც RTS და რესურსების დანახარჯების ფარდობა განსხვავდება ერთმანეთისაგან.

მათემატიკური ანალიზი

მათემატიკურად, ვეძებთ მთლიანი დანახარჯების მინიმალურ დონეს მოცემული $q = f(k, l) = q_0$-სათვის. ლაგრანჟის გამოსახულებიდან

$$L = wl + vk + \lambda[q_0 - f(k, l)], \tag{10.3}$$

პირველი რიგის პირობა შეზღუდული მინიმუმისათვის

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial l} &= w - \lambda \frac{\partial f}{\partial l} = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial k} &= v - \lambda \frac{\partial f}{\partial k} = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= q_0 - f(k, l) = 0, \end{aligned} \tag{10.4}$$

ან პირველი ორი განტოლების შეფარდებით

$$\frac{w}{v} = \frac{\partial f / \partial l}{\partial f / \partial k} = RTS \text{ (l-ი k-სთვის).} \tag{10.5}$$

ეს შედეგი გვიჩვენებს, რომ ფირმა, რომელიც ახდენს დანახარჯების მინიმიზირებას, უნდა გაუტოლოს ორი რესურსის RTS მათი ფასების ფარდობას.

შემდგომი ინტერპრეტაცია

მინიმალური დანახარჯების პირველი რიგის პირობა შეიძლება რამდენიმე სხვადასხვა გზით გარდავქმნათ საინტერესო შედეგების მისაღებად. მაგალითად, 10.5 განტოლების ჯვარედინი გადამრავლებით მივიღებთ

$$\frac{f_k}{v} = \frac{f_l}{w} \tag{10.6}$$

ეს კი ნიშნავს: დანახარჯების მინიმიზირებისათვის ზღვრული მწარმოებლურობა ყოველ დახარჯულ დოლარზე ერთი და იგივე უნდა იყოს ყველა რესურსისათვის. თუ ერთი რესურსის ზრდა უფრო მეტად ზრდის გამოშვებას ერთ დახარჯულ დოლარზე, ვიდრე მეორე რესურსი, დანახარჯები ვერ იქნება მინიმალური – ფირმამ მეტი რაოდენობით უნდა დაიქირაოს ის რესურსი, რომელიც მეტ უკუგებას იძლევა თითოეულ დოლარზე, ხოლო მეორე, უფრო ძვირი (მწარმოებლურობის თვალსაზრისით) რესურსი კი შედარებით ნაკლები. ნებისმიერი რესურსი, რომელიც ვერ ასრულებს მოგება-დანახარჯის თანაფარდობას რომელიც განტოლებაშია 10.6 მოცემული, საერთოდ არ უნდა დაიქირაოს ფირმამ.

განტოლება 10.6 შეიძლება განტოლებიდან 10.4 გამოვიყვანოთ, მაგრამ უფრო საინტერესოა მისი შებრუნებულის გამოყვანა:

$$\frac{w}{f_l} = \frac{v}{f_k} = \lambda \tag{10.7}$$

ეს განტოლება აჩვენებს ერთი დამატებითი ერთეულის გამოშვების დამატებით დანახარჯებს რომელიც შეიძლება მიიღება ან დამატებითი კაპიტალის ან დამატებითი სამუშაო ძალის მეშვეობით. დანახარჯების მინიმიზაციიდან გამომდინარე, ზღვრული დანახარჯები იგივეა სხვადასხვა რესურსის გამოყენების შემთხვევაში. ეს ზღვრული დანახარჯები შეიძლება გაიზომოს ლაგრანჟის მულტიპლიკატორითაც, დანახარჯების მინიმიზირების ამოცანიდან. ისევე, როგორც ყველა შეზღუდული ოპტიმიზაციის ამოცანებში, აქაც ლაგრანჟის მულტიპლიკატორი აჩვენებს, თუ რამდენად იჩენს თავს დამატებითი დანახარჯები, გამოშვებაზე შეზღუდვის მცირედად გაზრდის შემთხვევაში. რადგან ზღვრული დანახარჯები მნიშვნელოვან როლს თამაშობს ფირმის მიწოდების გადაწყვეტილებებში, ამ საკითხს ხშირად დავუბრუნდებით.

გრაფიკული ანალიზი

დანახარჯების მინიმიზაცია გრაფიკულად ნაჩვენებია ნახაზზე 10.1. ვიცით გამოშვების q_0 იზოკვანტი, გვინდა ვიპოვოთ უმცირესი დანახარჯების წერტილი. თანაბარი დანახარჯების წრფეები ერთმანეთის პარალელური წრფეებია - w/v დახრით. თანაბარი მთლიანი დანახარჯების სამი წრფე ნაჩვენებია ნახაზზე 10.1; $C_1 < C_2 < C_3$; ნახაზიდან ნათელია,

რომ q_0 წარმოების შესაბამისი მინიმალური მთლიანი დანახარჯი მოცემულია C_1-ით, სადაც მთლიანი დანახარჯების მრუდი იზოკვანტის მხებია. რესურსების კომბინაცია, რომელიც დანახარჯების მინიმალურ დონეს უზრუნველყოფს არის l^*, k^*. ეს კომბინაცია ნამდვილი მინიმუმი იქნება, თუ იზოკვანტი ამოზნექილია (თუ RTS მცირდება k/l შემცირებასთან ერთად). მათემატიკურ და გრაფიკულ ანალიზს ერთი და იგივე დასკვნამდე მივყავართ, კერძოდ:

ოპტიმიზაციის პრინციპი

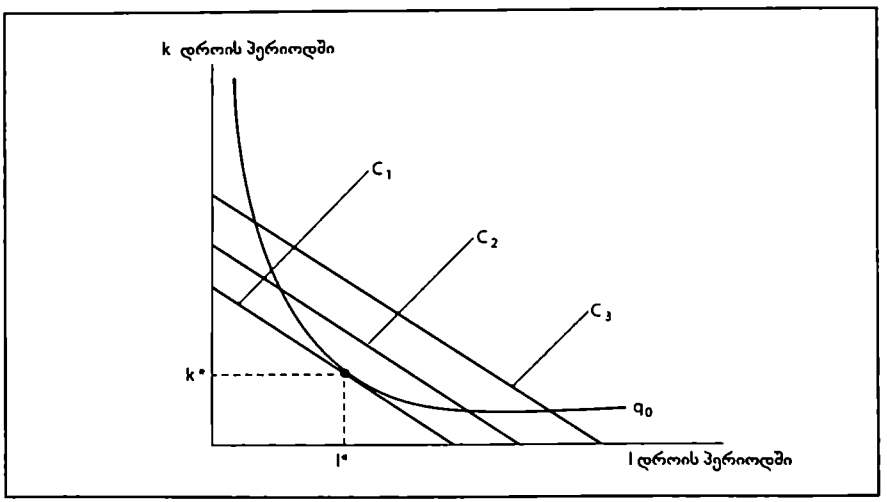
დანახარჯების მინიმიზაცია. ნებისმიერი მოცემული დონის გამოშვების შესაბამისი დანახარჯების მინიმიზაციის მიზნით, ფირმამ q_0 იზოკვანტის იმ წერტილის შესაბამისი წარმოება უნდა განახორციელოს, რომლისათვისაც RTS ტოლია რესურსების დაქირავების ფასების ფარდობისა (w/v).

ჩასაჩისებზე მოთხოვნა

ნახაზზე 10.1 გამოსახულია ფირმის დანახარჯების მინიმიზაციის ამოცანა, რითაც ცხადი ხდება ინდივიდუალური დანახარჯების მინიმიზაციის ამოცანების ფორმალური მსგავსება (ინდივიდუალური დანახარჯების შესახებ იხილეთ მეოთხე თავი, ნახაზი 4.6).

ნახაზი 10.1 დანახარჯების მინიმიზაცია მოცემული $q = q_0$

დანახარჯების მინიმიზაციისათვის ფირმამ არჩევანი შეაჩერა k-სა და l-ზე. დანახარჯების მინიმიზაციისათვის RTS (k-სა და l-სათვის) უნდა იყოს ტოლი ფასების ფარდობის w/v. რაც ნაჩვენებია ნახაზზე. დანახარჯების მინიმიზაცია ხდება C_1 წერტილში k^*-სა და l^*-ის არჩევანით.



ორივე ამოცანაში ეკონომიკური პროცესების მონაწილე ისწრაფვის მიაღწიოს თავის მიზანს (გამოშვება ან სარგებლიანობა) მინიმალური დანახარჯების მეშვეობით. მეხუთე თავში ვაჩვენეთ, თუ როგორ გამოიყენება ეს პროცესი საქონელზე კომპენსირებადი მოთხოვნის თეორიის ასაგებად. ამ შემთხვევაში, დანახარჯების მინიმიზაციას მივყავართ კაპიტალისა და სამუშაო ძალის მოთხოვნამდე, რომელიც დამოკიდებულია გამოშვების არსებულ დონეზე. ეს, რა თქმა უნდა, სრულად არ ამოწურავს ფირმის რესურსებზე მოთხოვნის საკითხს, რადგან ჯერ არ შევხებივართ გამოშვების არჩევანის საკითხს. მაგრამ რესურსების წინასწარ განსაზღვრული მოთხოვნის ფაქტორის გააზრება მნიშვნელოვანი ნაბიჯია ფირმის მრიდან რესურსებზე მთლიანი მოთხოვნის შესწავლის საქმეში და ამ საკითხს უფრო დეტალურად მოგვიანებით დავუბრუნდებით.

ფირმის გაფართოების გზები

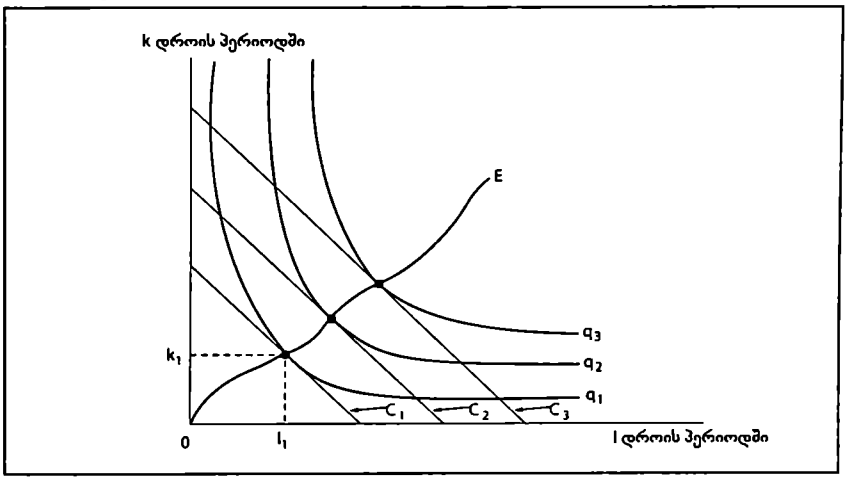
ფირმას შეუძლია დანახარჯების მინიმიზაციის პროცესი ნებისმიერი გამოშვების შემთხვევაში განახორციელოს: ყველა q-სათვის იგი მოძებნის რესურსების ისეთ ნაკრებს, რომელიც წარმოების დანახარჯების მინიმიზაციას შეძლებს. თუ რესურსების დანახარჯები (w და v) მუდმივი რჩება ნებისმიერი მოთხოვნის შემთხვევაში, ადვილად შეგვიძლია მოვძებნოთ დანახარჯების მინიმიზაციის ადგილი. ეს პროცედურა ნაჩვენებია ნახაზზე 10.2, 0 E წრფე გვიჩვენებს დანახარჯების მინიმიზაციის მხებს შესაბამისი მაღალი დონის გამოშვებებისათვის. მაგალითად, q_1 წარმოების დონის შესაბამისი მინიმალური დანახარჯები მოცემულია C_1-ით , და ამ დროს გამოყენებულია k_1 და l_1 რესურსები. სხვა მხებები ამ ნახაზზე შეიძლება ანალოგიურად ავხსნათ. ამ მხებების შემაერთებელ ხაზს ფირმის გაფართოების გზას უწოდებენ, რადგან იგი გვიჩვენებს, თუ როგორ ფართოვდება რესურსები გამოშვების გაფართოებასთან ერთად რესურსების ფასების შენარჩუნების ფონზე.

როგორც 10.2 ნახაზი გვიჩვენებს, გაფართოების გზა არ არის აუცილებელი წრფე იყოს. ზოგიერთი რესურსი შეიძლება უფრო სწრაფად იზრდებოდეს, ვიდრე სხვა რესურსები გამოშვების გაფართოების კვალდაკვალ. თუ რომელი რესურსი იზრდება უფრო სწრაფად დამოკიდებულია წარმოების იზოკვანტის ფორმაზე. რადგანაც უმეტესი დანახარჯების მინიმიზაციის ამოცანა მოითხოვს, რომ RTS ყოველთვის ტოლი უნდა იყოს w/v ფარდობის, ამასთან w/v ფარდობა არ იცვლება, გაფართოების გზის ფორმა განაპირობებული იქნება კონკრეტული RTS მაღალ იზოკვანტებზე მდებარეობით. თუ წარმოების ფუნქცია აჩვენებს მასშტაბიდან მუდმივ ეფექტს (ან უფრო ზოგადად, თუ იგი ჰომოთეტურია), მაშინ გაფართოების გზა (მრუდი) წრფე იქნება, რადგან ამ შემთხვევაში RTS დამოკიდებულია მხოლოდ k-ს l-თან ფარდობაზე. ეს ფარდობა მუდმივია მსგავსი წრფივი გაფართოების გზის გასწვრივ.

გონივრული იქნება დავუშვათ, რომ გაფართოების გზა დადებითად იქნება დახრილი; რაც ნიშნავს, რომ შედარებით მაღალი გამოშვების დონეები მოითხოვს უფრო მაღალ ორივე რესურსს. ეს საჭიროება ყოველთვის როდი მოითხოვება, რაც ნახაზზე 10.3

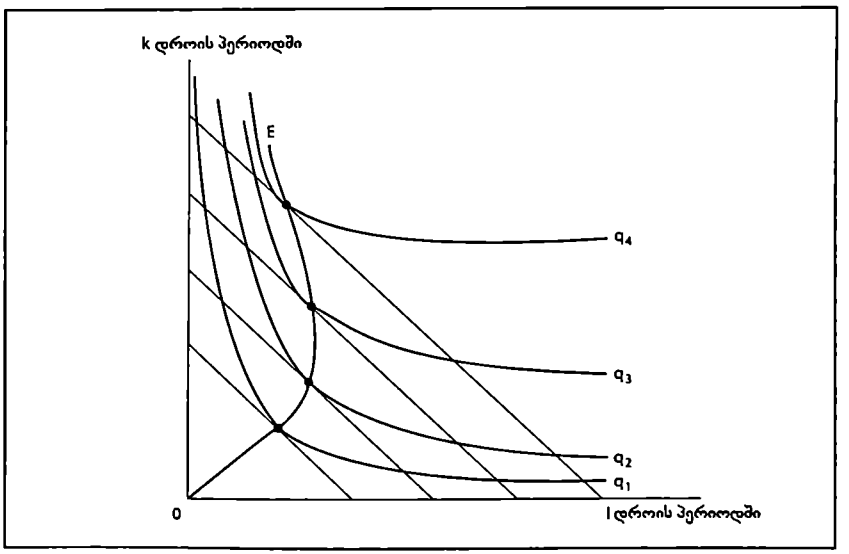
ნახაზი 10.2 ფირმის გაფართოების გზა

ფირმის გაფართოების გზა გადის დანახარჯების მინიმიზაციის მხებებზე. ვუშვებთ, რომ რესურსებზე მუდმივი ფასებია. მრუდი ამ შემთხვევაში უჩვენებს, თუ როგორ იზრდება რესურსები გამოშვების ზრდასთან ერთად.



ნახაზი 10.3 რესურსების უპირატესობა

ამ კონკრეტული იზოკვანტების შემთხვევაში, სამუშაო ძალა უპირატესი რესურსია, რადგან რაც ნაკლებია l, მით ნაკლებად იზრდება გამოშვება q_2 -ს ზემოთ



ნაჩვენები. q_2 ის ზევით გამოშვების გაზრდა იწვევს გამოყენებული სამუშაო ძალის შემცირებას. ამ დიაპაზონში, სამუშაო ძალა შეიძლება ითქვას, რომ არის „არასრულყოფილი რესურსი". არასრულყოფილი რესურსის გაჩენის თეორიული ალბათობა არსებობს მაშინაც კი, როდესაც იზოკვანტებს თავიანთი ჩვეული ამოზნექილი ფორმა აქვთ.

საკმაოდ დიდი თეორიული კამათი მიდიოდა არასრულფასოვნების ფაქტორის ანალიზის გარშემო. ძალიან რთულია ივარაუდო, თუ როდის შეიძლება გაჩნდეს არასრულყოფილება რეალურ წარმოების ფუნქციაში. ნაკლებადაა შესაძლებელი, რომ ისეთი რთული და მნიშვნელოვანი რესურსები, როგორიცაა „კაპიტალი" და „სამუშაო ძალა" არასრულყოფილად მოგვევლინოს, მაგრამ როდესაც რესურსების უფრო დახვეწილ კლასიფიკაციას მივმართავთ, ამან შეიძლება რესურსების არასრულყოფილებასაც მოჰფინოს ნათელი. მაგალითად, ნიჩბების გამოყენება შეიძლება შემცირდეს მას შემდეგ, რაც შენობების საძირკვლების ასაგებად ექსკავატორების გამოყენება დაიწყეს. ამ წიგნში მაინცდამაინც არ შევჩერდებით ამ შესაძლებლობიდან გამომდინარე ანალიტიკურ საკითხებზე, მაგრამ არასრულყოფილი რესურსების მიერ გამოწვეულ სირთულეებს რამდენიმე ადგილას მაინც შევეხებით.

მაგალითი 10.3: დანახარჯების მინიმიზაცია

დანახარჯების მინიმიზაციის პროცესი შეიძლება ვაჩვენოთ ორი წარმოების ფუნქციით, რომელიც წინა თავში წარმოგიდგინეთ.

1. ქობ-დაგლასი: $q = f(k, l) = k^{\alpha}l^{\beta}$. ამ შემთხვევაში შესაფერისი ლაგრაჟის გამოსახულება წარმოების დანახარჯების მინიმიზაციისათვის ვთქვათ q_0 გამოშვების შემთხვევაში შემდეგნაირად გამოიყურება.

$$L = vk + wl + \lambda(q_0 - k^{\alpha}l^{\beta}) \tag{10.8}$$

და პირველი რიგის პირობა მინიმუმისათვის არის

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial k} &= v - \lambda\alpha k^{\alpha-1}l^{\beta} = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial l} &= w - \lambda\beta k^{\alpha}l^{\beta-1} = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= q_0 - k^{\alpha}l^{\beta} = 0. \end{aligned} \tag{10.9}$$

ერთმანეთზე გაყოფით ვიღებთ:

$$\frac{w}{v} = \frac{\beta k^{\alpha}l^{\beta-1}}{\alpha k^{\alpha-1}l^{\beta}} = \frac{\beta}{\alpha}\cdot\frac{k}{l}, \tag{10.10}$$

რომელიც ისევ და ისევ გვიჩვენებს, რომ დანახარჯების მინიმიზაცია ხდება მაშინ, როდესაც რესურსების ფასების ფარდობა უტოლდება RTS-ს. რადგან ქობ-დაგლასის

ფუნქცია ჰომოთეტურია, RTS დამოკიდებულია მხოლოდ ორი რესურსის თანაფარდობაზე. თუ რესურსების დანახარჯები არ იცვლება, ფირმები გამოიყენებენ იგივე რესურსების თანაფარდობას წამოების დონის ნებისმიერი მოცულობისას – ამ შემთხვევაში გაფართოების გზა (მრუდი) იქნება წრფე.

განვიხილოთ რიცხვითი მაგალითი: ვთქვათ $\alpha = \beta = 0.5$, $w = 12$, $v = 3$ და ფირმას სურს, რომ გამოუშვას $q_0 = 40$. პირველი რიგის პირობა მინიმუმისათვის მოითხოვს, რომ $k = 4l$. ჩავსვათ ეს წარმოების ფუნქციაში (ბოლო მოთხოვნა განტოლებაში 10.9) და მივიღებთ $q_0 = 40 = k^{0.5}l^{0.5} = 2l$. ამრიგად, დანახარჯების მინიმიზაციის რესურსების კომბინაცია იქნება $l = 20$; $k = 80$ და სრული დანახარჯები მოცემულია $vk + wl = 3(80) + 12(20) = 480$. ეს ნამდვილად დანახარჯების მინიმუმია სხვა შესაძლო რესურსების კომბინაციებს შორის, რომელთაც იგივე 40 ერთეულის გამოშვების შესაძლებლობა გააჩნიათ:

$$\begin{aligned} &k = 40,\ l = 40,\ C = 600,\\ &k = 10,\ l = 160,\ C = 2{,}220,\\ &k = 160,\ l = 10,\ C = 600. \end{aligned} \qquad \textbf{(10.11)}$$

რესურსების ნებისმიერი სხვა კომბინაცია, რომელსაც 40 ერთეული გამოშვება შეუძლია უზრუნველყოს, 480-ზე მეტი ეღირება. დანახარჯების მინიმიზაცია შეიძლება აღიწეროს ზღვრული მწარმოებლურობითაც. ოპტიმალურ წერტილში

$$\begin{aligned} MP_k = f_k &= 0.5k^{-0.5}l^{0.5} = 0.5(20/80)^{0.5} = 0.25,\\ MP_l = f_l &= 0.5k^{0.5}l^{-0.5} = 0.5(80/20)^{0.5} = 1.0; \end{aligned} \qquad \textbf{(10.12)}$$

ამიტომ, ზღვარზე, სამუშაო ძალის მწარმოებლურობა ოთხჯერ აღემატება კაპიტალის მწარმოებლურობას და ეს დამატებითი მწარმოებლურობა აკომპენსირებს სამუშაო ძალის ერთეულის მაღალ ღირებულებას.

2. CES: $q = f(k, l) = (k^\rho + l^\rho)\gamma = \rho$ და ისევ, ვიყენებთ ლაგრანჟის გამოსახულებას

$$L = vk + wl + \lambda[q_0 - (k^\rho + l^\rho)^{\gamma/\rho}] \qquad \textbf{(10.13)}$$

და პირველი რიგის პირობა მინიმუმისათვის იქნება

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial k} &= v - \lambda\left(\gamma / \rho\right)\left(k^\rho + l^\rho\right)^{(\gamma-\rho)/\rho}\left(\rho\right)k^{\rho-1} = 0,\\ \frac{\partial L}{\partial l} &= w - \lambda\left(\gamma / \rho\right)\left(k^\rho + l^\rho\right)^{(\gamma-\rho)/\rho}\left(\rho\right)l^{\rho-1} = 0,\\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= q_0 - \left(k^\rho + l^\rho\right)^{(\gamma-\rho)} = 0. \end{aligned} \qquad \textbf{(10.14)}$$

ამოცანა თვითშემოწმებისთვის

პირველი ორი განტოლების გაყოფა სიმბოლოების საკმაოდ დიდ რაოდენობას შეკვეცავს და შედეგად

$$\frac{w}{v}=\left(\frac{l}{k}\right)^{\rho-1}=\left(\frac{k}{l}\right)^{1-\rho}=\left(\frac{k}{l}\right)^{1/\rho}, \quad \text{ან} \quad \frac{k}{l}=\left(\frac{w}{v}\right)^{\sigma} \tag{10.15}$$

რადგან CES ფუნქციაც ჰომოთეტურია, დანახარჯების მინიმიზაციის რესურსების ფარდობა არ არის დამოკიდებული წარმოების დონეზე. განტოლების 10.15 ამონახსნი მარტივი განზოგადებაა ქობ-დაგლასის ამონახსნისა (როცა $\sigma = 1$). ქობ-დაგლასის ფორმულით, დანახარჯების მინიმიზაციის კაპიტალისა და სამუშაო ძალის თანაფარდობა იცვლება ხელფასების და კაპიტალის გაქირავების განაკვეთთან ფარდობის პირდაპირ პროპორციულად. მაშინ, როდესაც არსებობს უფრო მაღალი ჩანაცვლებადობა ($\sigma > 1$), ხელფასების და კაპიტალის გაქირავების განაკვეთის ფარდობა იწვევს პროპორციულზე მაღალ დანახარჯების მინიმიზირებადი კაპიტალ-სამუშაო ძალის ფარდობის ზრდას. ნაკლები ჩანაცვლებადობისას ($\sigma < 1$), უკუკავშირი პროპორციულად მცირეა.

პასუხი: ქობ-დაგლასის რაოდენობრივ მაგალითში, სადაც $w/v = 4$, ვნახეთ, რომ დანახარჯების მინიმიზირების რესურსების ფარდობა, რომელიც საჭიროა 40 ერთეულის წარმოებისათვის იყო $k/l = 80/20 = 4$. როგორ შეიცვლება ეს სიდიდე $\sigma = 2$ ან $\sigma = 0.5$ შემთხვევაში? რა რეალური რესურსების კომბინაცია იქნება გამოყენებული? რა იქნება მთლიანი დანახარჯები?

დანახარჯების ფუნქციები

ფირმის დანახარჯების სტრუქტურის კვლევისათვის მოსახერხებელია გაფართოების გზის (მრუდის) კონცეფციის გამოყენება მთლიანი დანახარჯების ფუნქციის გამოსაყვანად.

განსაზღვრება **მთლიანი დანახარჯების ფუნქცია.** მთლიანი დანახარჯების ფუნქცია გვიჩვენებს, რომ ნებისმიერი რესურსების ნაკრების დანახარჯებისა და ნებისმიერი გამოშვების სიდიდისათვის მინიმალური მთლიანი დანახარჯები, რომელიც აქვს ფირმას არის

$$C = C(v, w, q). \tag{10.16}$$

ნახაზი 10.2 ნათლად აჩვენებს, რომ მთლიანი დანახარჯები იზრდება, როგორც კი გამოშვება იზრდება. დავიწყებთ ამ დამოკიდებულების ანალიზს მთლიან დანახარჯებსა და გამოშვებას შორის, როდესაც რესურსების ფასები უცვლელი ნარჩუნდება. შემდეგ

კი დავაკვირდებით თუ როგორ გადააადგილებს გაფართოების მრუდს რესურსების ფასების ცვლილება და როგორაა იგი დაკავშირებული დანახარჯების ფუნქციებთან.

საშუალო და ზღვრული დანახარჯების ფუნქციები

მიუხედავად იმისა, რომ მთლიანი დანახარჯების ფუნქცია სრულ ინფორმაციას გვაწვდის გამოშვება-დანახარჯების დამოკიდებულებაზე, ხშირად მოსახერხებელია, რომ დანახარჯები გავაანალიზოთ ერთ ერთეულ გამოშვებასთან დაკავშირებული დანახარჯების გაზომვით, რადგან ეს მიდგომა უფრო ახლოს დგას მოთხოვნის ანალიზთან. მოთხოვნის ანალიზი კი ხორციელდება პროდუქტის ერთი ერთეულის ფასის საშუალებით. ორი განსხვავებულ ერთეულზე დანახარჯი ფართოდ იხმარება ეკონომიკაში: (1) საშუალო დანახარჯი ანუ დანახარჯი ერთ ერთეულ გამოშვებაზე; და (2) ზღვრული დანახარჯი, რომელიც წარმოადგენს ერთი დამატებითი ერთეულის გამოშვების დანახარჯს. დამოკიდებულება ამ ორ კონცეფციას შორის და დანახარჯების ფუნქციას შორის შემდეგ განსაზღვრებებშია მოცემული:

საშუალო და ზღვრული დანახარჯების ფუნქციები. საშუალო დანახარჯის ფუნქცია (AC) იანგარიშება მთლიანი დანახაჯების მთლიან გამოშვებასთან ფარდობით

განსაზღვრება

$$\textbf{საშუალო დანახარჯები} = AC(v,w,q) = \frac{C(v,w,q)}{q}. \qquad \textbf{(10.17)}$$

ზღვრული დანახარჯების ფუნქცია (MC) გამოითვლება, როგორც მთლიანი დანახარჯების ცვლილება გამოშვების ცვლილებასთან

$$\textbf{ზღვრული დანახარჯები} = MC(v,w,q) = \frac{\partial C(v,w,q)}{\partial q}. \qquad \textbf{(10.18)}$$

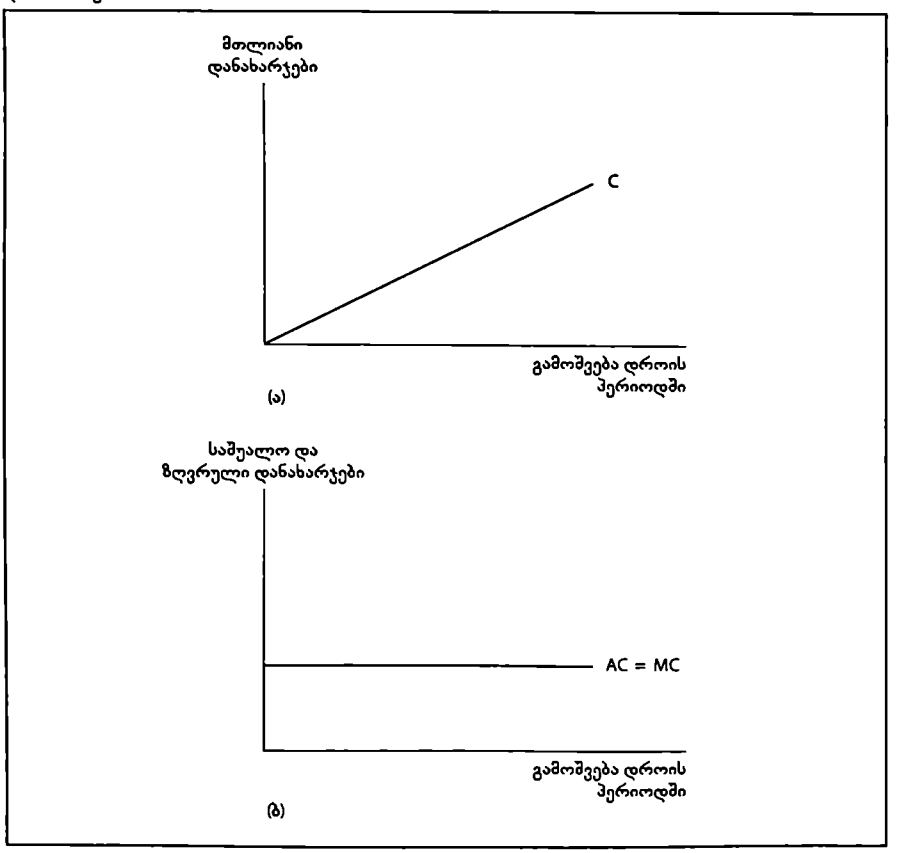
მიაქციეთ ყურადღება, რომ ამ განსაზღვრებებში საშუალო და ზღვრული დანახარჯები დამოკიდებულია როგორც გამოშვების დონეზე, ასევე რესურსების ფასებზე. ამ წიგნის ბევრ ნაწილში დავხაზავთ მარტივ ორგანზომილებიან დამოკიდებულებას დანახარჯებსა და გამოშვებას შორის. როგორც განსაზღვრებიდან ჩანს, ყველა ეს ნახაზი შექმნილია იმ დაშვებაზე დაყრდნობით, რომ რესურსების ფასები მუდმივი რჩება და ტექნოლოგიები არ იცვლება. თუ რესურსების ფასები იცვლება ან ტექნოლოგიები წინ მიდის, დანახარჯების მრუდები გადაინაცვლებს და ახალ პოზიციას დაიკავებს. მოგვიანებით ამ თავში განვიხილავთ ასეთი გადანაცვლებების სავარაუდო მიმართულებას და გადანაცვლების სიდიდეს.

მთლიანი დანახარჯების გრაფიკული ანალიზი

ნახაზებზე 10.4 და 10.5 მოცემულია მთლიან დანახარჯებსა და ფირმის გამოშვებას შორის დამოკიდებულების ორი შესაძლო ფორმა. ნახაზზე 10.4 ა, მთლიანი დანახარჯები გამოშვების პროპორციულია. ეს მდგომარეობა შესაძლებელია დამყარდეს, როდესაც საწარმოო ფუნქცია მასშტაბიდან მუდმივ ეფექტს აჩვენებს. ამ შემთხვევაში, ვთქვათ k_1 ერთეული კაპიტალი და l_1 ერთეული სამუშაო ძალა არის საჭირო ერთი ერთეული გამოშვების წარმოებისათვის. მაშინ

ნახაზი 10.4 ეკონომიკური მოდელები

(ა) მთლიანი დანახარჯები პროპორციულია გამოშვების დონის. საშუალო და ზღვრული დანახარჯები როგორც ეს (ბ) ნახაზზეა ნაჩვენები ტოლია და მუდმივი ნებისმიერი გამოშვების დონისათვის.



$$C(q = 1) = vk_1 + wl_1. \tag{10.19}$$

m რაოდენობის ერთეული წარმოებისათვის საჭირო იქნება mk_1 ერთეული კაპიტალი და ml_1 ერთეული სამუშაო ძალა, მუდმივი მასშტაბის ეფექტის დაშვების შესაბამისად.[2] ამიტომ

$$\begin{aligned} C(q = m) &= vmk_1 + wml_1 = m(vk_1 + wl_1) \\ &= m \cdot C(q = 1), \end{aligned} \tag{10.20}$$

პროპორცია მყარდება გამოშვებასა და დანახარჯებს შორის.

ნახაზზე 10.5 მოცემული სიტუაცია გაცილებით უფრო რთულია. ამ შემთხვევაში გვაქვს დაშვება, რომ თავიდანვე მთლიანი დანახარჯების მრუდი ჩაზნექილია; იმის მიუხედავად, რომ თავიდან დანახარჯების მკვეთრად იზრდება გამოშვების ზრდასთან ერთად, ფარდობის სიდიდის ზრდა ნელდება მაშინვე, როგორც კი გამოშვების ზრდა საშუალო დონეს აღწევს. საშუალო დონის შემდეგ მთლიანი დანახარჯების მრუდი ამოზნექილი ხდება და დანახარჯები უფრო სწრაფად იზრდება. ასეთი ფორმის ერთი შესაძლო მიზეზი შეიძლება იყოს მესამე ფაქტორის არსებობა წარმოებაში (ვთქვათ მეწარმის მომსახურეობა), რომელიც მუდმივი რჩება კაპიტალისა და სამუშაო ძალის ზრდის დროს. ამ შემთხვევაში, საწყისი ამოზნექილი მრუდი შეიძლება აიხსნას მეწარმის მომსახურეობის ოპტიმალური გამოყენებით – მას საშუალო დონის გამოშვების დროს ყველაზე სრულად შეუძლია თავისი უნარ-ჩვევების გამოყენება. ამ ზომიერი გამოშვების ზევით წარმოების კოორდინაციის მცდელობისას იგი ზედმეტად ბევრს მუშაობს და ირთვება მილევადი უკუგება. ამიტომ მთლიანი დანახარჯები სწრაფად იზრდება.

ამ მოვლენის მრავალი განსხვავებული ახსნა იქნა შემოთავაზებული კუბის მსგავსი მთლიანი დანახარჯების მრუდის ინტერპრეტაციისათვის, რომელიც ნახაზზე 10.5(ა) მოცემული, მაგრამ აქ მათზე არ შევჩერდებით. მთლიანობაში, მთლიანი დანახარჯების მრუდის ფორმა ემპირიულია და მხოლოდ რეალური გარემოებების კვლევით დგინდება. წინამდებარე თავის დანართებში წარმოგიდგენთ ლიტერატურას, რომელიც დანახარჯების ფუნქციას ეხება.

საშუალო და ზღვრული დანახარჯების გრაფიკული ანალიზი

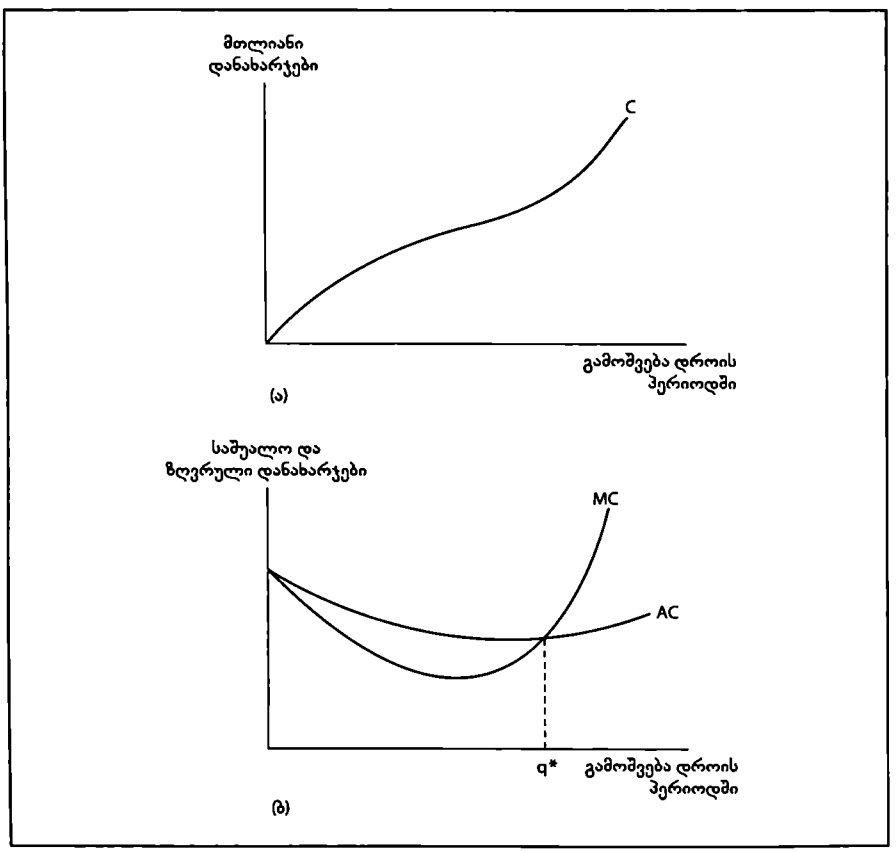
მთლიანი დანახარჯების მრუდებიდან მიღებული ინფორმაციას ვიყენებთ საშუალო და ზღვრული დანახარჯების მრუდებისათვის რომელიც ნახაზებზე 10.4 (ა) და 10.5 (ბ) არის ნაჩვენები. მასშტაბდან მუდმივი ეფექტის შემთხვევაში (10.4 ნახაზი) ეს მარტივია. იმის გამო, რომ მთლიანი დანახარჯები გამოშვების პროპორციულია, საშუალო და ზღვრუ-

2 ml_1, mk_1, რესურსების კომბინაცია მინიმიზირებას უკეთებს m რაოდენობის გამოშვებისათვის საჭირო დანახარჯებს რადგან რესურსების ფარდობა ისევ იგივე რჩება და RTS კი მუდმივი მასშტაბის ნარმოების ფუნქციისათვის მხოლოდ ამ ფარდობაზეა დამოკიდებული.

ლი დანახარჯები მუდმივია და ტოლია გამოშვების ნებისმიერი დონისათვის.[3] ეს დანახარჯები ნაჩვენებია ნახაზზე 10.4 (ბ) $AC = MC$ ჰორიზონტალური ხაზით.

ნახაზი 10.5 მთლიანი, საშუალო და ზღვრული დანახარჯების მრუდები კუბური მთლიანი დანახარჯების მრუდის შემთხვევაში

თუ მთლიანი დანახარჯების მრუდს აქვს კუბური ფორმა როგორც (ა) ნახაზზეა ნაჩვენები, საშუალო და ზღვრული დანახარჯების მრუდები U ფორმის იქნება. (ბ) ნახაზზე ზღვრული დანახარჯების მრუდი გადიდ საშუალო დანახარჯების მრუდის ყველაზე დაბალ წერტილზე სადაც გამოშვება q^* ტოლია.



კუბური მთლიანი დანახარჯების მრუდის შემთხვევაში (ნახაზი 10.5) საშუალო და ზღვრული დანახარჯების მრუდების გამოთვლა გარკვეულ გეომეტრიულ ინტუიციას მოითხოვს. როგორც განსაზღვრებიდან 10.18 ჩანს, ზღვრული დანახაჯი ფაქტიურ-

3 მათემატიკურად, რადგან $C = aq$ (სადაც (ა) წარმოადგენს ერთი ერთეული გამოშვებაზე დანახარჯის სიდიდეს), $AC = C/q = a = \frac{\partial C}{\partial q} = MC$.

ად მთლიანი დანახარჯის მრუდის დახრილობას წარმოადგენს. ამიტომ, MC მრუდი U ფორმისაა და MC მცირდება მრუდის ამობურცული ნაწილის შემდეგ და იზრდება გარდატეხის წერტილის შემდეგ. რადგან დახრილობა სულ დადებითია, MC მუდმივად ნულზე მეტია. (AC) საშუალო დანახარჯები თავიდან „პირველი" გამოშვებული ერთეულის ზღვრული დანახარჯის ტოლია.[4] გამოშვების გაფართოებასთან ერთად, AC აჭარბებს MC-ს, რადგან AC თავის მხრივ ასახავს როგორც ბოლო გამოშვებული ერთეულის ზღვრულ დანახარჯებს, ასევე, წინა გამოშვებული ერთეულის უფრო მაღალ ზღვრულ დანახარჯებსაც. რადგან $AC > MC$ საშუალო დანახარჯები უნდა მცირდებოდეს. რადგან ახლად გამოშვებული ერთეულის დაბალი დანახარჯების გამო ისინი საშუალო დანახარჯებზე ნაკლებია და ამცირებს საშუალო დანახარჯებს. ზღვრული დანახარჯები კი იზრდება და გარკვეულ ეტაპზე (q^*) საშუალო დანახარჯებს უტოლდება. ამ წერტილის შემდეგ $MC > AC$ და საშუალო დანახარჯები იზრდება, რადგან მას ზრდის მუდმივად მზარდი ზღვრული დანახარჯები. ამრიგად, ვუჩვენეთ, რომ AC მრუდსაც U ფორმა გააჩნია და იგი q^* დაბალ წერტილს აღწევს იქ, სადაც AC და MC იკვეთება.[5] დანახარჯების ფუნქციის ემპირიულ კვლევებში საკმაო ინტერესს იჩენენ მინიმალური საშუალო დანახარჯების წერტილის მიმართ. იგი ასახავს „მინიმალურად ეფექტიან მასშტაბს" (MES) კონკრეტული საკვლევი წარმოების პროცესისათვის. ეს წერტილი თეორიულადაც მნიშვნელოვანია იმ როლიდან გამომდინარე, რომელსაც იგი თამაშობს სრულყოფილი კონკურენტული ფასის გათვლისათვის (იხ. მეთორმეტე თავი).

დანახარჯების ფუნქციები და დანახარჯების მრუდების გადაადგილება

დანახარჯების მრუდები რომელიც 10.4 და 10.5 ნახაზებზეა მოცემული, გვიჩვენებს დანახარჯებსა და გამოშვებულ რაოდენობას შორის დამოკიდებულებას სხვა დანარჩე-

---

4 ტექნიკურად, $AC = MC$ $q = 0$ წერტილში. ეს შეიძლება ვაჩვენოთ ლ'ოპიტალის წესით, რომელიც გვეუბნება, რომ თუ $f(a) = g(a) = 0$ მაშინ $\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$.
ამ შემთხვევაში, $C = 0$ $q = 0$ საათვის და ამიტომ

$$\lim_{q \to 0} AC = \lim_{q \to 0} \frac{C}{q} = \lim_{q \to 0} \frac{\partial C / \partial q}{1} = \lim_{q \to 0} MC$$

$$AC = MC \text{ როცა } q = 0,$$

რისი ჩვენებაც გვსურდა.

5 მათემატიკურად AC მინიმუმის პოვნა შეგვიძლია მისი წარმოებულის ნულის გატოლებით:

$$\frac{\partial AC}{\partial q} = \frac{\partial (C/q)}{\partial q} = \frac{q \cdot (\partial C / \partial q) - C \cdot 1}{q^2} = \frac{q \cdot MC - C}{q^2} = 0,$$

ან

$$q \cdot MC = 0 \text{ ან } MC = C/q = AC.$$

ნი ფაქტორის მუდმივობის პირობებში. კერძოდ, მრუდების აგება ეყრდნობა დაშვებას, რომ გამოშვების ფასები და ტექნოლოგიების დონე არ იცვლება.[6] თუ ეს ფაქტორები იცვლება, დანახარჯების მრუდი გადაადგილდება. ამ ქვეთავში უფრო ღრმად განვიხილავთ დანახარჯების მრუდის მათემატიკას. დავიწყოთ რამდენიმე მაგალითით.

მაგალითი 10.2 წარმოების დანახარჯების ფუნქციები

ამ მაგალითში გამოვთვლით დანახარჯების ფუნქციებს, რომლებიც დაკავშირებულნი არიან სამ სხვადასხვა წარმოების ფუნქციასთან. მოგვიანებით ამ მაგალითებს გამოვიყენებთ დანახარჯების ფუნქციების ზოგიერთი ზოგადი თვისების ილუსტრირებისათვის.

1. ფიქსირებული პროპორციები: $q = f(k,l) = \min(ak,bl)$. დანახარჯების ფუნქციის გამოყვანა მისი შესაბამისი საწარმოო ფუნქციიდან ყველაზე მეტ დაბნეულობას იწვევს ეკონომიკის შესწავლის პროცესში. ამიტომ მოდით მარტივი მაგალითით დავიწყოთ. პირველ რიგში გვსურს ვაჩვენოთ, თუ როგორ არის დამოკიდებული მთლიანი დანახარჯები რესურსების დანახარჯებზე და წარმოებულ რაოდენობაზე. ფიქსირებული პროპორციების შემთხვევაში ვიცით, რომ წარმოება ხორციელდება L ფორმის იზოკვანტის წვეროზე, სადაც $q = ak = bl$. ამრიგად, მთლიანი დანახარჯები

$$\text{მთლიანი დანახარჯები} = C(v,w,q) = vk + wl = v\left(\frac{q}{a}\right) + w\left(\frac{q}{b}\right) = q\left(\frac{v}{a} + \frac{w}{b}\right). \quad \textbf{(10.21)}$$

ეს ნამდვილად იმ ტიპის ფუნქციაა, რაც გვჭირდება. იგი მთლიან დანახარჯებს როგორც v, w და q-ს ფუნქციას წარმოგვიდგენს. რადგან ამ საწარმოო ფუნქციას გააჩნია მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტი, იგი შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$C(v, w, q) = qC(v, w, l). \quad \textbf{(10.22)}$$

რაც ნიშნავს, რომ მთლიანი დანახარჯები მოცემულია ერთ ერთეულზე გაწეული დანახარჯების გადამრავლებით გამოშვების მოცულობაზე. რესურსების ფასების ზრდა ცალსახად ზრდის მთლიან დანახაჯებს და ტექნიკური გაუმჯობესებები, რომელიც ფაქტიურად a და b პარამეტრებს გაზრდის, დანახარჯებს შეამცირებს.

2. ქობ-დაგლასი: $q = f(k, l) = k^{\alpha}l^{\beta}$ ეს არის ფაქტიურად რთული გამოთვლების პირველი მაგალითი, მაგრამ იგი შეიძლება გავამარტივოთ და ვთქვათ, რომ ჩვენი საბოლოო მიზანია, რომ დანახარჯების მინიმიზაციის შედეგები გამოვიყენოთ საწარმოო ფუნქციაში რესურსები დანახარჯებით ჩავანაცვლოთ. მაგალითიდან 10.1 ვიცით, რომ დანახარჯე-

6 მრავალი პროდუქტის მწარმოებელ კომპანიებს, დამატებითი სირთულეები შეექმნებათ. ასეთი ფირმებისათვის შესაძლებელია დანახარჯები დაკავშირებული ერთი (ვთქვათ q_1) პროდუქტის გამოშვებასთან სხვა დანარჩენი პროდუქტების გამოშვებულ რაოდენობაზე (ვთქვათ q_2) არის დამოკიდებული. ამ შემთხვევაში q_2 ასევე მუდმივად უნდა შენარჩუნდეს რომ შეეძლოთ q_1 დანახარჯების მრუდის აგება. სავარაუდოდ, q_2 გაზრდა q_1 მრუდს წაანაცვლებს ქვემოთ.

ბის მინიმიზაციისათვის საჭიროა შემდეგი პირობა

$$\frac{w}{v}=\frac{\beta}{\alpha}\cdot\frac{k}{l} \quad \text{ან} \quad k=\frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{w}{v}\cdot l,$$

წარმოების ფუნქციაში ჩასმა გვაძლევს

$$q=k^{\alpha}l^{\beta}=\left(\frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{w}{v}\right)^{\alpha}l^{\alpha+\beta} \quad \text{ან} \quad l=q^{1/(\alpha+\beta)}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\alpha/(\alpha+\beta)}w^{-\alpha/(\alpha+\beta)}v^{\alpha/(\alpha+\beta)}. \qquad \textbf{(10.23)}$$

ანალოგიური გარდაქმნებით ვიღებთ

$$k=q^{1/(\alpha+\beta)}\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\beta/(\alpha+\beta)}w^{\beta/(\alpha+\beta)}v^{-\beta/(\alpha+\beta)}. \qquad \textbf{(10.24)}$$

ამრიგად, შეგვიძლია მთლიანი დანახარჯები გამოვსახოთ, როგორც

$$C(v, w, q)=vk+wl=q^{1/(\alpha+\beta)}Bv^{\alpha/(\alpha+\beta)}w^{\beta/(\alpha+\beta)}, \qquad \textbf{(10.25)}$$

სადაც

$B=(\alpha+\beta)\alpha^{-\alpha/(\alpha+\beta)}\beta^{-\beta/(\alpha+\beta)}$ – არის მუდმივი, რომელიც მხოლოდ α და β პარამეტრებს მოითხოვს. თუმცა ეს გარდაქმნები ცოტა არ იყოს რთულია, ქობ-დაგლასის დანახარჯების ფუნქციის რამდენიმე ძალიან საინტერესო ასპექტი სრულიად ნათელი ხდება. პირველი, მიუხედავად იმისა ფუნქცია ამოზნექილია, წრფივია თუ ჩაზნექილი, გამოშვების ფუნქცია დამოკიდებულია მასშტაბიდან ეფექტზე - მასშტაბიდან მილევადი ეფექტი ($\alpha+\beta<1$), მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტი ($\alpha+\beta=1$) თუ მასშტაბიდან ზრდადი ეფექტი ($\alpha+\beta>1$) არია აქტუალური. მეორე, რესურსის ფასის ნებისმიერი ზრდა დანახარჯებს ზრდის, რადგან საწარმოო ფუნქციაში რესურსის მნიშვნელობა ახარისხებულია და ბოლოს, დანახარჯების ფუნქცია ჰომოგენურია 1-ის ხარისხის – ეს არის დანახარჯების ფუნქციის ძირითადი თვისება, როგორც ამას მალევე გიჩვენებთ.

3. CES: $q=f(k, l)=(k^{\rho}+l^{\rho})^{\gamma/\rho}$. ამ შემთხვევაში, ავტორმა თავიდან აგაცილათ ალგებრული გარდაქმნები. მთლიანი დანახარჯების ფუნქციის გამოსაყვანად გამოვიყენეთ დანახარჯების მინიმიზაციის პირობა, რომელიც განტოლებაში 10.15 იყო მოყვანილი, ამოვხსენით ყოველი რესურსისათვის ცალ-ცალკე და საბოლოოდ მივიღეთ:

$$\begin{aligned}C(v, w, q)&=vk+wl=q^{1/\gamma}(v^{\rho/(\rho-1)}+w^{\rho/(\rho-1)})^{(\rho-1)/\rho}\\&=q^{1/\gamma}(v^{1-\sigma}+w^{1-\sigma})^{1/(1-\sigma)},\end{aligned} \qquad \textbf{(10.26)}$$

სადაც ჩანაცვლების ელასტიკურობა მოცემულია $\sigma=1/(1-p)$. კიდევ ერთხელ ავღნიშნავთ, რომ მთლიანი დანახარჯების მრუდის ფორმას განსაზღვრავს ამ საწარმოო ფუნქციის მასშტაბის პარამეტრი (γ) და დანახარჯების ფუნქცია იზრდება ორივე რესურსის ფასებით. ფუნქცია ჰომოგენურია l-ის ხარისხისა. ერთი შემზღუდავი თვისება ამ ტიპის

(გაგრძელება)

მაგალითი 10.2 (გაგრძელება)

CES ფუნქციისა არის ის, რომ რესურსები მოცემულია თანაბარი წონით - რადგან მათი ფასები თანაბრად მნიშვნელოვანია დანახარჯების ფუნქციაში. CES ფუნქციის ეს თვისება ადვილად შეიძლება განვაზოგადოთ (იხ. ამოცანა 10.7).

შეკითხვა: როგორ აისახება *CES* ფუნქციისათვის დამახასიათებელი სხვადასხვა ჩანაცვლების შესაძლებლობები *CES* დანახარჯების ფუნქციაში 10.26?

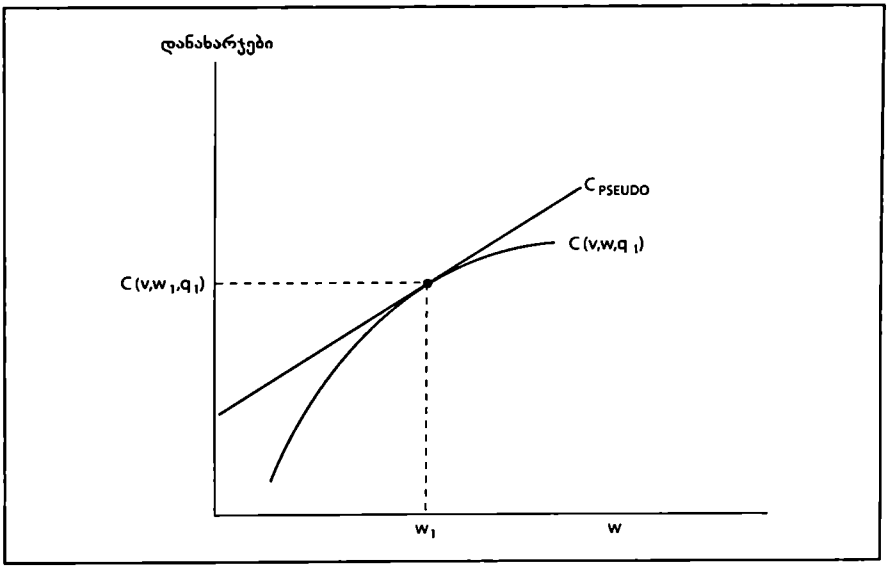
დანახარჯების ფუნქციის თვისებები

ეს მაგალითი ილუსტრირებას უკეთებს მთლიანი დანახარჯების ფუნქციის რამდენიმე თვისებას, რომელიც ამავე დროს საკმაოდ ზოგადიცაა.

1. *ჰომოგენურობა.* მაგალითში 10.3 მოცემული მთლიანი დანახარჯების ფუნქციები ყველა ჰომოგენურია l-ის ხარისხის რესურსების ფასებში. ანუ, რესურსების ფასების გაორმაგება ზუსტად გააორმაგებს წარმოების დანახარჯებს ნებისმიერი გამოშვების მოცულობისას (ეს შეიძლება გადამოწმდეს). აღნიშნული მართებულია ნებისმიერი დანახარჯების ფუნქციისათვის, როდესაც ყველა რესურსის ფასი ორმაგდება (ან გარკვეული ერთი და იგივე პროპორციით იზრდება) ორი რესურსის ფასის ფარდობა იგივე რჩება. რადგან დანახარჯების მინიმიზაცია მოითხოვს, რომ რესურსების ფასების ფარდობა მოცემული იზოკვანტის გასწვრივ RTS-ის ტოლი იყოს, დანახარჯების მინიმიზაციის რესურსების კომბინაციაც არ იცვლება. ამრიგად, ფირმა შეიძენს ზუსტად იგივე რესურსების კომბინაციას და გადაიხდის ზუსტად ორჯერ მეტს. ამ შედეგის ერთ-ერთი ლოგიკური ახსნა მდგომარეობს იმაში, რომ თანაბარზომიერი ინფლაცია ზრდის ყველა რესურსის ფასს, მაგრამ არ ცვლის ფირმის გადაწყვეტილებას რესურსებთან დაკავშირებით. დანახარჯების მრუდი კი გადაინაცვლებს ზემოთ ინფლაციის სიდიდის შესაბამისად.
2. *მთლიანი დანახარჯების ფუნქციები არ მცირდება q, v, w-ში.* ეს თითქოს სრულიად ნათელია, მაგრამ ალბათ ღირს რომ ჩავუღმავდეთ. იმის გამო, რომ დანახარჯების ფუნქცია გამოყვანილია დანახარჯების მინიმიზაციის დაშვების საფუძველზე, ფუნქციის ერთ-ერთი არგუმენტის ზრდის გამო დანახარჯების შემცირება წინააღმდეგობამდე მიგვიყვანს. მაგალითად, თუ გამოშვების q_1-დან q_2-მდე ზრდა მთლიან დანახარჯებს შეამცირებს, ეს ალბათ ის შემთხვევაა, როდესაც ფირმა არ ცდილობდა დანახარჯების მინიმიზაციას. ამის მსგავსად, თუ რესურსის ფასის ზრდამ როდესმე დანახარჯები შეამცირა, ფირმას არ შეიძლება ჰქონოდა დანახარჯების მინიმიზაციის წინაპირობა. ვთქვათ ფირმა იყენებდა რესურსების k_1, l_1 კომბინაციას და ეს გაზრდიდა w-ს. ცხადია, რომ გაიზრდება საწყისი რესურ-

ნახაზი 10.6 დანახარჯების ფუნქციები არის ამოზნექილი რესურსების ფასებზე

w_1 ხელფასების დონისას, მთლიანი წარმოების დანახარჯები q_1 წარმოებისას არის $C(v, w_1, q_1)$. თუ ფირმა არ ცვლის თავისი რესურსების ნაკრებს, დანახარჯები რომელიც q_1 წარმოებისას არის საჭირო C_{PSEUDO} წრფეს მიყვება. რესურსების ჩანაცვლებით რეალური დანახარჯები $C(v, w, q_1)$ ამ წრფის ქვემოთ აღმოჩნდება და ამიტომაც დანახარჯების ფუნქცია არის ამოზნექილი w-ზე.



სების კომბინაციის დანახარჯები. მაგრამ თუ რესურსების არჩევანში ცვლილება რეალურად იწვევს მთლიანი დანახარჯების შემცირებას, ეს ნიშნავს, რომ ადგილი ჰქონდა შედარებით ნაკლები დანახარჯების რესურსების გამოყენებას, ვიდრე საწყისი k_1 და l_1.[7]

7 ფორმალური მტკიცებულება ასევე შეიძლება ეყრდნობოდეს კონვერტის თეორემას რომელიც გამოყენება შეზღუდული მინიმიზაციის ამოცანებში. 10.3 განტოლებაში ლაგრანჟის გამოსახულება გამოვიყენოთ. როგორც მეორე თავში აღვნიშნეთ, შეგვიძლია გავაწარმოოთ ლაგრანჟის გამოსახულება და მივიღებთ:

$$\frac{\partial C^*}{\partial q} = \frac{\partial L}{\partial q} = \lambda (= MC) \geq 0,$$

$$\frac{\partial C^*}{\partial v} = \frac{\partial L}{\partial v} = k \geq 0,$$

$$\frac{\partial C^*}{\partial w} = \frac{\partial L}{\partial w} = l \geq 0.$$

არა მხოლოდ ეს შედეგები ადასტურებენ დანახარჯების ფუნქციის ამ თვისებას, ისინი ასევე ძალიან სასარგებლოა დამოუკიდებლადაც, რასაც მოგვიანებით ამავე თავში ვაჩვენებთ.

3. *მთლიანი დანახარჯების ფუნქციები ჩაზნექილია რესურსების ფასებზე.* ამ თვისების ილუსტრირება ალბათ ყველაზე კარგად ნახაზზე შეიძლება. ნახაზზი 10.6 გვიჩვენებს მთლიან დანახარჯებს რესურსის ფასის სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის, ვთქვათ w, და ამ დროს q და v მუდმივია. ვთქვათ საწყისი ხელფასის განაკვეთი w_1 ჭარბობს და მთლიანი დანახარჯები, რომელიც დაკავშირებულია q_1 წარმოებასთან მოცემულია $C(v, w, q)$. თუ ფირმა არ ცვლის თავის რესურსებს ხელფასების შეცვლის საპასუხოდ, მაშინ მისი მთლიანი დანახარჯების მრუდი წრფივი იქნება როგორც ეს ასახულია $C_{\text{PSEUDO}}(\bar{v}, w, q) = \overline{vk}_1 + w\bar{l}_1$. მაგრამ დანახარჯების მინიმიზაციისკენ მიმავალი ფირმა შეცვლის რესურსების ნაკრებს, რომ q_1 აწარმოოს, როდესაც ანაზღაურება იცვლება და ეს რეალური დანახარჯები $[C(v, w, q_1)]$ ე.წ. „ფსევდო" დანახარჯებში ჩაჯდება. ამრიგად, მთლიანი დანახარჯების ფუნქციას უნდა ჰქონდეს ჩაზნექილი ფირმა, როგორიც ნახაზია 10.6 ნაჩვენები. ამ მიგნების ერთ-ერთი ახსნა არის ის, რომ დანახარჯები დაბალი იქნება მაშინ, როდესაც ფირმის რესურსების ფასები მცირედ იცვლება რაღაც მოცემული დონის ახლოს, ვიდრე მაშინ როდესაც ისინი მუდმივია ამ დონეზე. მცირედ ცვალებადი რესურსების ფასებით ფირმას შეუძლია მისი რესურსების ნაკრების ადაპტირება, რომ გამოიყენოს ამ ფლუქტუაციით განპირობებული უპირატესობა და გამოიყენოს ვთქვათ მეტი სამუშაო ძალა, როდესაც მისი ფასი დაბალია და ეკონომია გააკეთოს ამ რესურსზე, როცა მისი ფასი მაღალია.

4. *საშუალო და ზღვრული დანახარჯები.* რამდენიმე, მაგრამ არა ყველა დანახარჯების ფუნქციის ჩამოთვლილი თვისებები ზღვრულ და საშუალო დანახარჯებსაც გააჩნიათ. მაგალითად ჰომოგენურობა. რადგან $C(tv,tw, q) = tC(v, w, q)$, შედეგად

$$AC(tv,tw,q) = \frac{C(tv,tw,q)}{q} = \frac{tC(v,w,q)}{q} = tAC(v,w,q) \qquad \textbf{(10.27)}$$

და[8]

$$MC(tv,tw,q) = \frac{\partial C(tv,tw,q)}{\partial q} = \frac{\partial tC(v,w,q)}{\partial q} = tMC(v,w,q) \qquad \textbf{(10.28)}$$

საშუალო და ზღვრულ დანახარჯებზე q, v და w-ს ცვლილებების ეფექტი ზოგჯერ ცალსახა არ არის. უკვე ვაჩვენეთ, რომ საშუალო და ზღვრული დანახარჯების მრუდებს შეიძლება უარყოფითი დახრილობის სეგმენტები გააჩნდეთ, ამიტომ არც AC და არც MC არ არის შეუმცირებადი q-ში. რადგან მთლიანი დანახარჯები არ უნდა მცირდებოდეს, როდესაც რესურსების ფასები იმატებს, სრულიად ცხადია, რომ საშუალო დანახარჯები იზრდება v და w-ით. მაგრამ ზღვრული დანახარჯების შემთხვევაში ცოტა რთულად გვაქვს საქმე. მთავარი სირთულე თავს

[8] ეს შედეგი არ ეწინააღმდეგება თეორემას რომ ფუნქციის ნარმოებული რომელიც ჰომოგენურია k ხარისხის ასევე ჰომოგენურია $k - 1$, რადგანაც q-ს მიმართ ვაწარმოებთ და მთლიანი დანახარჯები ჰომოგენურია მხოლოდ რესურსების ფასების მიმართ.

იჩენს რომელიმე რესურსის სიჭარბის შემთხვევაში. ამ (შედარებით იშვიათ) შემთხვევებში ჭარბი რესურსის ფასის ზრდა რეალურად ზღვრული დანახარჯის შემცირებას იწვევს. მიუხედავად იმისა, რომ ამის დამტკიცება შედარებით მარტივია,[9] მისი ინტუიციური ახსნა ძნელია. უმეტეს შემთხვევებში, ნათელია, რომ რესურსის ფასის ზრდა გამოიწვევს ზღვრული დანახარჯის ზრდას.

ჩანაცვლებადობა

რესურსის ფასის ცვლა აიძულებს ფირმას, რომ შეცვალოს მისი რესურსების ნაკრები. ამრიგად, რესურსების ფასების ცვლილებისას დანახარჯების მრუდების გადაადგილების კვლევის დროს აუცილებლად უნდა ჩავრთოთ რესურსების ჩანაცვლებადობის კვლევაც. ამ პროცესის შესასწავლად, ეკონომისტებმა შეიმუშავეს ჩანაცვლების ელასტიკურობის განსხვავებული საზომი, ვიდრე ეს წარმოების თეორიის შესწავლისას ვნახეთ. კერძოდ, გვსურს გავიგოთ, თუ როგორ იცვლება რესურსების გამოყენების ფარდობა w/v ცვლილების შედეგად, როდესაც q მუდმივია. ანუ უნდა დავაკვირდეთ წარმოებულს:

$$\frac{\partial(k/l)}{\partial(w/v)} \tag{10.29}$$

მისი იზოკვანტის გასწვრივ.
თუ მას პროპორციის სახით წარმოვადგენთ:

$$s=\frac{\partial(k/l)}{\partial(w/v)}\cdot\frac{w/v}{k/l}=\frac{\partial\ln k/l}{\partial\ln w/v} \tag{10.30}$$

ეს მოგვცემს ჩანაცვლების ელასტიკურობის განსხვავებულ და უფრო ინტუიტიურ განსაზღვრებას.[10] ორი რესურსის შემთხვევაში, s არ უნდა იყოს უარყოფითი; w/v ფარდობის ზრდას თან სდევს k/l ზრდა (ან შეზღუდული ფიქსირებული პროპორციების შემთხვევაში ეს უკანასკნელი მუდმივი დარჩება). s-ის მაღალი მნიშვნელობები ნიშნავს, რომ ფირმები ცვლიან თავიანთი რესურსების პროპორციებს მნიშვნელოვნად რესურსების ფასების ცვლილების საპასუხოდ, მაშინ როცა დაბალი მნიშვნელობები მიუთითებს, რომ რესურსების ფასების ცვლილებას შედარებით ნაკლები ეფექტი აქვთ.

---

9 ამის დამტკიცება თან მოსდევს კონვერტის თეორემის შედეგებს რომელიც მოცემულია მეშვიდე სქოლიოში. რადგან MC ფუნქცია შეიძლება გამოვიყვანოთ ლაგრანჟის გამოსახულების დიფერენცირებით და შემდეგ იანგის თეორემა გამოვიყენოთ

$$\frac{\partial MC}{\partial v}=\frac{\partial(\partial L/\partial q)}{\partial v}=\frac{\partial^2 L}{\partial v\partial q}=\frac{\partial^2 L}{\partial q\partial v}=\frac{\partial k}{\partial q}.$$

ამრიგად, თუ კაპიტალი ნორმალური რესურსია, მაშინ v-ს ზრდა MC-ს გაზრდის, ხოლო თუ კაპიტალი შედარებით დაბალია, v-ს ზრდა MC-ს შეამცირებს.

10 ეს განსაზღვრება როგორც ნესი დაკავშირებულია რ.გ.დ. ალენთან, რომელმაც შეიმუშავა იგი მის ნაშრომში Mathematical Analysis for Economists (New York: St. Martin's Press, 1938), pp. 504–9.

ჩანაცვლება მრავალი რესურსის შემთხვევაში

როდესაც მხოლოდ ორი რესურსი არსებობს, მაშინ ჩანაცვლების ელასტიკურობა 10.30 განტოლებით არის მოცემული და იგი იდენტურია მეცხრე თავში მოცემული კონცეფციისა (იხილეთ განტოლება 9.32). გავიხსენოთ, რომ დანახარჯების მინიმიზაცია[11] მოითხოვს, რომ ფირმამ RTS (l-სა k-სთვის) გაუტოლოს w/v ფასების ფარდობას. განტოლებით 10.30 მოცემული ჩანაცვლების ელასტიკურობის განსაზღვრების მთავარი უპირატესობა იმაში მდგომარეობს, რომ მარტივია მისი განზოგადება მრავალი რესურსის პირობებისათვის. კერძოდ, ვთქვათ არსებობს წარმოების პროცესის ბევრი რესურსი (x_1, x_2, x_3, ..., x_n) რომელიც შეიძლება დაქირავებული იქნეს კონკურენტული ქირის განაკვეთებით (w_1, w_2, w_3, ..., w_n). ჩანაცვლების ელასტიკურობა ნებისმიერ ორ რესურსს შორის (s_{ij}) შემდეგნაირად განისაზღვრება:

განსაზღვრება

ჩანაცვლების ელასტიკურობა. x_i და x_j ჩანაცვლების ელასტიკურობა[12] მოცემულია შემდეგნაირად:

$$s_{i,j} = \frac{\partial\left(x_i / x_j\right)}{\partial\left(w_i / w_j\right)} \cdot \frac{w_j / v_i}{x_i / x_j} = \frac{\partial \ln\left(x_i / x_j\right)}{\partial \ln\left(w_i / w_j\right)} \qquad \textbf{(10.31)}$$

სადაც გამოშვება და ყველა დანარჩენი რესურსი უცვლელია.

ამ მრავალ რესურსიანი განსაზღვრების მთავარი პლუსი მდგომარეობს იმაში, რომ იგი აძლევს ფირმას მოქნილობას არეგულიროს თავისი x_i და x_j რესურსები (გამოშვების იგივე დონის შენარჩუნებისას) როცა რესურსების ფასები იცვლება. მაგალითად, ფირმის რესურსების არჩევანის თეორიის მთავარ თემას წარმოადგენს კაპიტალისა და ენერგიის რესურსებს შორის დამოკიდებულება. 10.31 განტოლებით მოცემული განსაზღვრება საშუალებას აძლევს მკვლევარს შეისწავლოს ენერგიისა და კაპიტალის ფარდობა, როცა ენერგიის ფასები იზრდება და ამ დროს ფირმას აქვს საშუალება არეგულიროს დანახარჯების მინიმიზაციისათვის საჭირო სამუშაო ძალა (რომლის ფასიც არ იცვლება). ამრიგად, ეს მოგვცემს რეალისტურ სურათს, თუ როგორ იქცევიან რეალურად ფირმები როცა მეტ ნაკლებად შესაძლებელია კაპიტალისა და ენერგიის ჩანაცვლება. მოგვიანებით ამ თავში აღნიშნულ განსაზღვრებას უფრო დეტალურად შევისწავლით, რადგან იგი ფართოდ გამოიყენება წარმოების შესწავლის ემპირიულ კვლევებში.

---

11 10.1 მაგალითში ვნახეთ რომ CES წარმოების ფუნქციაში დანახარჯების მინიმიზაცია მოითხოვს, რომ $k/l = (w/v)^{\sigma}$ ამრიგად $\ln(k/l) = \sigma \ln(w/v)$ და ამიტომ $s_{i,j} = \partial \ln(k/l) / \partial \ln(w/v) = \sigma$.

12 ეს განსაზღვრება დაკავშირებულია ჯაპონელ ეკონომისტ მ. მორიშმასთან და ელასტიკურობას „მორიშმას ელასტიკურობასაც" უწოდებენ. ამ ვერსიაში ჩანაცვლების ელასტიკურობა ჩამანაცვლებელი რესურსებისათვის დადებითია. ზოგი ავტორი შებრუნებულად გვაძლევს 10.31 განტოლებას და ამიტომ ჩანაცვლების ელასტიკურობა უარყოფითია.

დანახარჯების მრუდების გადაადგილების ილუსტრირებული საზომი

ჩვენ უკვე ვაჩვენეთ, რომ რესურსების ფასების ზრდა ზრდის მთლიან, საშუალო და ზღვრულ დანახარჯებს. უკვე შეგვიძლია ვიმსჯელოთ, თუ რამდენად იზრდება (რაოდენობრივად) დანახარჯები. პირველი, დანახარჯების ზრდა დამოკიდებული იქნება, თუ რამდენად მნიშვნელოვანია ის რესურსი რომლიც გამოც მოხდა ეს ზრდა. თუ რესურსი მთლიანი დანახარჯის მნიშვნელოვან წილს ქმნის, მაშინ რა თქმა უნდა მისი მნიშვნელოვანი ზრდა დანახარჯებსაც მნიშვნელოვნად გაზრდის. ხელფასის განაკვეთის ზრდა მკვეთრად გაზრდის მშენებლების დანახარჯებს, რადგან სამუშაო ძალა ძირითადი რესურსია მშენებლობაში. მეორე მხრივ, შედარებით ნაკლებ მნიშვნელოვანი რესურსის ფასის ზრდას მცირე გავლენა ექნება დანახარჯებზე. ლურსმანზე ფასის ზრდა სახლის ღირებულებას მნიშვნელოვნად ვერ შეცვლის.

ნაკლებად ცხადი დეტერმინანტია რესურსების ჩანაცვლებადობა. თუ ფირმას ადვილად შეუძლია ჩაანაცვლოს გაზრდილი ფასის რესურსი მეორეთი, შეიძლება დანახარჯების მხოლოდ უმნიშვნელო ზრდა დაფიქსირდეს. სპილენძზე ფასების ზრდამ 1960 წლების ბოლოს ძალიან მცირედ იმოქმედა ელექტროენერგიის კომუნალურ გადასახადებზე, რადგან აღმოჩნდა, რომ მისი ჩანაცვლება ადვილადაა შესაძლებელი ალუმინით. ამის საპირისპიროდ, თუ ფირმისათვის თითქმის შეუძლებელია გაძვირებული რესურსის სხვა რესურსით ჩანაცვლება, მაშინ დანახარჯები მკვეთრად იზრდება. ოქროს ფასის ზრდასთან ერთად ოქროს სამკაულების ფასი 1970 წლებში მკვეთრად გაიზარდა, რადგან არ არსებობდა მისი ჩამანაცვლებელი ნედლეულის რესურსი.

შესაძლებელია ამ ეფექტების ზუსტი მათემატიკური განსაზღვრება ჩამოვაყალიბოთ ჩანაცვლების ელასტიკურობის გამოყენებით. ეს რომ გავაკეთოთ, ალბათ კიდევ მეტად დავტვირთავთ ამ წიგნს გამოთვლებით.[13] ჩვენი მიზნებისათვის საკმარისია დავეყრდნოთ მოცემულ ინტუიტიურ ახსნას. ანუ, რესურსის ფასის ცვლილებისთანავე ადგილი ექნება დანახარჯების მრუდების გადაადგილებას და გადაადგილების სიდიდე დამოკიდებულია რესურსის შედარებით მნიშვნელობაზე და იმ ჩანაცვლების შესაძლებლობებზე, რომელიც ხელმისაწვდომია მოცემულ შემთხვევაში.

ტექნიკური ცვლილებები

ტექნიკური პროგრესი საშუალებას აძლევს ფირმას, რომ მოცემული გამოშვება აწარმოოს ნაკლები რესურსების მეშვეობით. ასეთი გაუმჯობესებები თავისთავად, მთლიან დანახარჯებს შეამცირებს (თუ რესურსების ფასები იგივე რჩება). მიუხედავად იმისა, რომ რეალურად ტექნიკური ცვლილებები ძალიან რთულ გავლენას ახდენენ მთლიანი დანახარჯების მრუდის ფორმაზე, არის შემთხვევები, როდესაც შეიძლება შედა-

13 სრული ინფორმაციისათვის იხილეთ Ferguson, Neoclassical Theory of Production and Distribution (Cambridge: Cambridge University Press, 1969), pp. 154–60.

რებით მარტივი დასკვნები გავაკეთოთ. დავუშვათ, რომ საწარმოო ფუნქცია აჩვენებს მასშტაბიდან მუდმივ ეფექტს და ტექნიკური ცვლილებები აისახება ფუნქციაში ისე, როგორც აღწერილია მეცხრე თავში (ანუ $q = A(t)\, f(k,l)$ სადაც $A(0) = 1$). ამ შემთხვევაში მთლიანი დანახარჯები საწყის პერიოდში შემდეგია:

$$C_0 = C_0(v, w, q) = qC_0(v, w, l). \tag{10.32}$$

რადგან იგივე რესურსები აწარმოებენ გამოშვების ერთ ერთეულს 0 დროის მონაკვეთში, $A(t)$ ერთეული იწარმოება t დროის მონაკვეთში, ვიცით რომ

$$C_t(v, w, A(t)) = A(t)C_t(v, w, 1) = C_0(v, w, 1); \tag{10.33}$$

შეიძლება გამოვთვალოთ მთლიანი დანახარჯების ფუნქცია t დროის მონაკვეთში როგორც

$$C_t(v,w,q) = qC_t(v,w,1) = \frac{qC_0(v,w,1)}{A(t)} = \frac{C_0(v,w,1)}{A(t)}. \tag{10.34}$$

ამიტომ, მთლიანი დანახარჯები ტექნიკური ცვლილებების კვალდაკვალ მცირდება. მიაქციეთ ყურადღება, რომ ამ შემთხვევაში ტექნიკური ცვლილება „ნეიტრალურია" - იგი არ ახდენს გავლენას ფირმის რესურსების არჩევანზე (რესურსების ფასების შენარჩუნების ფონზე). ეს ნეიტრალობა შეიძლება ვერ შენარჩუნდეს, როცა ტექნიკური პროგრესი უფრო რთულ ფორმებს იღებს; ან მაშინ, როცა არსებობს ცვალებადი მასშტაბდან ეფექტი. და მაინც, ამ შედარებით რთულ შემთხვევებშიც კი, ტექნიკური პროგრესი ამცირებს მთლიან დანახარჯებს.

მაგალითი 10.2: ქობ-დაგლასის დანახარჯების ფუნქციის ცვლილება

მაგალითში 10.2. გამოვითვალეთ ქობ-დაგლასის დანახარჯების ფუნქცია

$$C(v, w, q) = q^{1/(\alpha+\beta)} B v^{\alpha/(\alpha+\beta)} w^{\beta/(\alpha+\beta)}, \tag{10.35}$$

სადაც $B = (\alpha + \beta)\alpha^{-\alpha/(\alpha+\beta)}\beta^{-\beta/(\alpha+\beta)}$. როგორც რაოდენობრივი მაგალითი გვიჩვენებს, ამოცანაში 10.1, დავუშვათ რომ $\alpha = \beta = 0.5$, ამ შემთხვევაში მთლიანი დანახარჯების ფუნქცია ძალიან გამარტივებულია:

$$C(v, w, q) = 2qv^{0.5}w^{0.5} \tag{10.36}$$

ფუნქციიდან შეიძლება გამოვსახოთ მთლიანი დანახარჯების მრუდი დანახარჯების და რესურსების დაკავშირებით, თუ მივანიჭებთ კონკრეტულ მნიშვნელობებს რესურსების ფასებს. ვთვლით, რომ $v = 2$ და $w = 12$, დამოკიდებულება შემდეგნაირია:

$$C(3, 12, q) = 2q\sqrt{36} = 12q, \tag{10.37}$$

მაგალითში 10.1- 40 ერთეულის წარმოება 480 ღირს. აქ საშუალო და ზღვრული დანახარჯები ადვილად გამოთვლება:

$$AC = \frac{C}{q} = 12,$$
$$MC = \frac{\partial C}{\partial q} = 12. \tag{10.38}$$

როგორც მოსალოდნელი იყო, საშუალო და ზღვრული დანახარჯები მუდმივი და ერთმანეთის ტოლია ამ ფუნქციისათვის.

რესურსების ფასების ცვლილება. თუ რომელიმე რესურსის ფასი შეიცვლება, ყველა ეს დანახარჯიც შეიცვლება. მაგალითად, თუ ხელფასი იზრდება 27-მდე (27 მოსახერხებელი რიცხვია გარდაქმნებისათვის), მაშინ დანახარჯები

$$C(3, 27, q) = 2q\sqrt{81} = 18q,$$
$$AC = 18, \tag{10.39}$$
$$MC = 18.$$

მიაქციეთ ყურადღება, რომ ხელფასების 125%-ით ზრდა დანახარჯებს 50%-ით გაზრდის, რადგან სამუშაო ძალა მთლიანი დანახარჯების მხოლოდ 50%-ს შეადგენს და რესურსების ფასების ცვლილებამ უკარნახა ფირმას სამუშაო ძალა კაპიტალით ჩაენაცვლებინა. მთლიანი დანახარჯების ფუნქცია, რომელიც დანახარჯების მინიმიზაციის დაშვებიდან იქნა გამოყვანილი, ჩანაცვლებას „სცენის მიღმა“ ახორციელებს.

ტექნიკური პროგრესი. მოდით დავაკვირდეთ რა გავლენა შეიძლება მოახდინოს ტექნიკურმა პროგრესმა დანახარჯებზე. კერძოდ, დავუშვათ, რომ ქობ-დაგლასის საწარმოო ფუნქცია არის

$$q = A(t)k^{0.5}l^{0.5} = e^{.03t}k^{0.5}l^{0.5}. \tag{10.40}$$

ჩვენ დავუშვით, რომ ტექნიკური ცვლილებები ექსპონენციალურ ფორმას იღებს და რომ ტექნიკური ცვლილებების სიჩქარე წელიწადში 3 პროცენტია. წინა ქვეთავიდან ვიყენებთ შედეგებს (განტოლება 10.34) და ვიღებთ

$$C_t(v, w, q) = \frac{C_0(v, w, q)}{A(t)} = 2qv^{0.5}w^{0.5}e^{-.03t} \tag{10.41}$$

(გაგრძელება)

ამრიგად, თუ რესურსების ფასები იგივე რჩება, მაშინ მთლიანი დანახარჯები მცირდება ტექნიკური გაუმჯობესებების სიჩქარით, ეს კი წელიწადში 3 პროცენტს შეადგენს. 20 წლის შემდეგ დანახარჯები იქნება ($v = 2$, $w = 12$)

$$C_{20}(3, 12, q) = 2q\sqrt{36} \cdot e^{-.60} = 12q \cdot (0.55) = 6.6q,$$
$$AC_{20} = 6.6, \qquad \textbf{(10.42)}$$
$$MC_{20} = 6.6.$$

შესაბამისად, დანახარჯები დაახლოებით 50%-ით შემცირდება მხოლოდ ტექნიკური ცვლილებების ხარჯზე.

შეკითხვა: რას უდრის მთლიანი დანახარჯების ელასტიკურობა რესურსების ფასების ცვლილებასთან მიმართებაში წინამდებარე მაგალითში? ახდენს თუ არა გავლენას ამ ელასტიკურობის ზომაზე ტექნიკური ცვლილებები?

წარმოებული მოთხოვნა ჩანაცვლებაზე და შეფარდების ლემა

როგორც ადრე ვაჩვენეთ, დანახარჯების მინიმიზაციის პროცესი ქმნის რესურსებზე გარკვეულ მოთხოვნას. რადგანაც ეს პროცესი წარმოებულ რაოდენობას მუდმივად ინარჩუნებს, მოთხოვნა რესურსებზე „განპირობებული“ იქნება წარმოებული რაოდენობით. ეს დამოკიდებულება ასახულია ფირმის მთლიანი დანახარჯების ფუნქციაში და შესაძლებელია ყველა რესურსის მოთხოვნის ფუნქცია ამ ფუნქციიდან ადვილად გამოვიყვანოთ. ამ პროცესში ჩართულია ეგრეთწოდებული შეფარდის ლემა[14] რომელიც ამტკიცებს, რომ ნებისმიერი რესურსის წარმოებული მოთხოვნის ფუნქცია მოცემულია მთლიანი დანახარჯების ფუნქციის წილობითი წარმოებულით რესურსის ფასის მიმართ. რადგან შეფარდის ლემა ფართოდ გამოიყენება ეკონომიკური კვლევებში, შედარებით დაწვრილებით განვიხილავთ მას.

ინტუიცია, რაც შეფარდის ლემის უკან დგას, შემდეგნაირად შეიძლება ჩამოვაყალიბოთ: ვთქვათ სამუშაო ძალის ფასი (w) მცირედად უნდა შეიცვალოს. რა გავლენას მოახდენს ეს მთლიან დანახარჯებზე? თუ სხვა არაფერი შეიცვლება, ალბათ დანახარჯები გაიზრდება დაახლოებით სამუშაო ძალის სიდიდით (l), რომელიც უკვე დაქირავებული იყო ფირმის მიერ. უხეშად რომ ვთქვათ $\partial C/\partial w = l$ – ამას ამტკიცებს შეფარდის

14 სახელი დაერქვა რ. შეფარდის საპატივცემულოდ, რომელმაც ხაზი გაუსვა დანახარჯების ფუნქციასა და რესურსების მოთხოვნის ფუნქციებს შორის დამოკიდებულების მნიშვნელობას თავის ნაშრომში Cost and Production Functions (Princeton, NJ: Princeton University Press, 1970

ლემა. ნახაზი 10.6 მთლიანობაში იგივეს გვიჩვენებს. „ფსევდო“ დანახარჯების ფუნქციაში ყველა რესურსი მუდმივია, ასე რომ, ხელფასის ზრდა ზრდის დანახარჯებს გამოყენებული სამუშაო ძალის პირდაპირპროპორციულად. რადგან რეალური დანახარჯების ფუნქცია ფსევდო ფუნქციის მხებია არსებულ ხელფასების წერტილში, მისი დახრილობა (რომელიც წილობრივი წარმოებულია) გვიჩვენებს მოთხოვნილი სამუშაო ძალის მიმდინარე სიდიდეს.

ტექნიკურად, შეფარდის ლემა კონვერტის თეორემის კერძო შემთხვევაა, რომელიც პირველად მეორე თავში წარმოგიდგინეთ. იქ ვაჩვენეთ, რომ ოპტიმალური მნიშვნელობის ცვლილება შეზღუდული ოპტიმიზაციის ამოცანაში მისი ერთ-ერთი პარამეტრის მიმართ შეიძლება მოიძებნოს ლაგრანჟის გამოსახულების გაწარმოებით ამ ცვალებადი პარამეტრის მიმართ. დანახარჯების მინიმიზაციის შემთხვევაში ლაგრანჟის გამოსახულება იქნება

$$L = vk + wl + \lambda[\bar{q} - f(k, l)] \tag{10.43}$$

და კონვერტის თეორემა ნებისმიერ რესურსის მიმართ

$$\begin{aligned} \frac{\partial C(v,w,q)}{\partial v} &= \frac{\partial L(v,w,q,\lambda)}{\partial v} = k^c(v,w,q), \\ \frac{\partial C(v,w,q)}{\partial w} &= \frac{\partial L(v,w,q,\lambda)}{\partial w} = l^c(v,w,q), \end{aligned} \tag{10.44}$$

სადაც შედეგად მიღებული კაპიტალისა და სამუშაო ძალის რესურსის მოთხოვნის ფუნქციები დამოკიდებულია v, w, q-ზე. რადგან წარმოებული რაოდენობა მოცემულია ამ ფუნქციაში რესურსებზე მოთხოვნა ნამდვილად დამოკიდებულია ამ ცვლადზე. მოთხოვნის ფუნქციის ეს თვისება „c“-თია აღნიშნული.[15] ამიტომ, 10.44 განტოლებაში მოცემული მოთხოვნას არ იძლევა რესურსებზე მოთხოვნის სრულ სურათს, რადგან ისინი ასევე დამოკიდებულია, ცვლადზე, რომელიც ფირმის კონტროლის ქვეშ რჩება. შემდეგ თავში დავასრულებთ რესურსებზე მოთხოვნის კვლევას და ვაჩვენებთ, თუ როგორ გვაძლევს საშუალებას მოგების მაქსიმიზაციის დაშვება ეფექტიანად ჩავანაცვლოთ q რესურსებზე მოთხოვნის ურთიერთდამოკიდებულებაში ფირმის პროდუქციის საბაზრო ფასით (p).

მაგალითი 10.4 რესურსზე დამოკიდებული მოთხოვნის ფუნქციები

ამ მაგალითში ვაჩვენებთ, თუ როგორ შეიძლება 10.2 მაგალითში გამოყვანილი მთლიანი დანახარჯების ფუნქციებიდან გამოვიყვანოთ წარმოებული მოთხოვნის ფუნქციები კაპიტალისა და სამუშაო ძალისათვის.

(გაგრძელება)

15 ეს ანალოგიურია მეხუთე თავში განხილული კომპენსირებული მოთხოვნის მრუდებისა.

ალტერნატიული ტექნოლოგიები

1. ფიქსირებული პროპორციები: $C(v, w, q) = q(v/a + w/b)$. ამ დანახარჯების ფუნქციისათვის წარმოებული (განპირობებული) მოთხოვნის ფუნქციები ძალიან მარტივია

$$k^c(v,w,q) = \frac{\partial C(v,w,q)}{\partial v} = \frac{q}{a},$$
$$l^c(v,w,q) = \frac{\partial C(v,w,q)}{\partial w} = \frac{q}{b}. \qquad (10.45)$$

იმისათვის, რომ ნებისმიერი წინასწარ განსაზღვრული გამოშვება განხორციელდეს ფიქსირებული პროპორციების საწარმოო ფუნქციის მეშვეობით მინიმალური დანახარჯებით, ფირმამ უნდა გამოუშვას იზოკვანტის წვეროს შესაბამისი მოცულობა და რესურსების ფასებს არ აქვს მნიშვნელობა. ამრიგად, რესურსებზე მოთხოვნა დამოკიდებულია მხოლოდ გამოშვების სიდიდეზე, და v და w არ მონაწილეობს წარმოებული მოთხოვნის ფუნქციებში. რესურსების ფასებმა თავის მხრივ შეიძლება გავლენა მოახდინოს მთლიან რესურსების მოთხოვნაზე ფიქსირებული პროპორციების შემთხვევაში, რადგან მათ შეიძლება გავლენა მოახდინონ იმაზე, თუ რამდენის გაყიდვა შეუძლია ფირმას.

2. ქობ-დაგლასი: $C(v, w, q) = q^{1/(\alpha+\beta)} B v^{\alpha/(\alpha+\beta)} w^{\beta/(\alpha+\beta)}$. ამ შემთხვევაში წარმოებული უფრო რთულია, მაგრამ შედეგი ბევრისმთქმელი:

$$k^c(v,w,q) = \frac{\partial C}{\partial v} = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} \cdot q^{1/(\alpha+\beta)} B v^{-\beta/(\alpha+\beta)} w^{\beta/(\alpha+\beta)}$$
$$= \frac{\alpha}{\alpha+\beta} \cdot q^{1/(\alpha+\beta)} B \left(\frac{w}{v}\right)^{\beta/(\alpha+\beta)},$$
$$l^c(v,w,q) = \frac{\partial C}{\partial w} = \frac{\beta}{\alpha+\beta} \cdot q^{1/(\alpha+\beta)} B v^{\alpha/(\alpha+\beta)} w^{-\alpha/(\alpha+\beta)} \qquad (10.46)$$
$$= \frac{\alpha}{\alpha+\beta} \cdot q^{1/(\alpha+\beta)} B \left(\frac{w}{v}\right)^{-\alpha/(\alpha+\beta)}.$$

შესაბამისად, წარმოებული მოთხოვნა რესურსებზე დამოკიდებულია ორივე რესურსის ფასზე. თუ დავუშვებთ, რომ $\alpha = \beta = 0.5$ (ანუ $B = 2$) ეს შეამცირებს

$$k^c(v,w,q) = 0.5 \cdot q \cdot 2 \cdot \left(\frac{w}{v}\right)^{0.5} = q\left(\frac{w}{v}\right)^{0.5},$$
$$l^c(v,w,q) = 0.5 \cdot q \cdot 2 \cdot \left(\frac{w}{v}\right)^{-0.5} = q\left(\frac{w}{v}\right)^{-0.5}. \qquad (10.47)$$

$v = 3$-ით; $w = 12$ და $q = 40$-ით. 10.47 განტოლებიდან იგივე შედეგს ვიღებთ რაც წინათ მივიღეთ: რომ ფირმამ უნდა აირჩიოს რესურსების შემდეგი კომბინაცია $k = 80$, $l = 20$

დანახარჯების მინიმიზაციისათვის 40 ერთეული გამოშვებისას. თუ ხელფასი გაიზრდება 27 მდე, ფირმამ უნდა აირჩიოს განსხვავებული რესურსების კომბინაცია $k = 120$, $l = 40/3$ ორმოცი ერთეულის წარმოებისათვის. მთლიანი დანახარჯები 480-დან 520-მდე გაიზრდება, მაგრამ ფირმის უნარი სამუშაო ძალა კაპიტალით ჩაანაცვლოს დიდ ეფექტს ვერ იძლევა. მაგალითად, საწყისი რესურსების კომბინაცია ახლა 780 ეღირებოდა.

3. CES: $C(v, w, q) = q^{1/\gamma}(v^{1-\sigma} + w^{1-\sigma})^{1/1-\sigma}$. რესურსების ჩანაცვლების მნიშვნელობა უფრო მეტად ცხადად არის ნაჩვენები წარმოებული მოთხოვნის ფუნქციებში, რომელიც გამოყვანილია *CES* ფუნქციიდან. ამ ფუნქციისათვის

$$\begin{aligned} k^c(v,w,q) &= \frac{\partial C}{\partial v} = \frac{1}{1-\sigma}\cdot q^{1/\gamma}\left(v^{1-\sigma}+w^{1-\sigma}\right)^{\sigma/1-\sigma}(1-\sigma)v^{-\sigma} \\ &= q^{1/\gamma}\left(v^{1-\sigma}+w^{1-\sigma}\right)^{\sigma/1-\sigma}v^{-\sigma}, \\ l^c(v,w,q) &= \frac{\partial C}{\partial w} = \frac{1}{1-\sigma}\cdot q^{1/\gamma}\left(v^{1-\sigma}+w^{1-\sigma}\right)^{\sigma/1-\sigma}(1-\sigma)w^{-\sigma} \\ &= q^{1/\gamma}\left(v^{1-\sigma}+w^{1-\sigma}\right)^{\sigma/1-\sigma}w^{-\sigma}. \end{aligned} \qquad \textbf{(10.48)}$$

ეს ფუნქციები წყვეტს მოქმედებას, როდესაც $\sigma = 1$ (ქობ-დაგლასის შემთხვევა), მაგრამ =1 შეგვიძლია განვიხილოთ მაგალითები, რომელიც მეტი ($\sigma = 2$) ან ნაკლები ($\sigma = 0.5$) ჩანაცვლებადობით ხასიათდება და გამოვიყენოთ ქობ-დაგლასი. თუ დავუშვებთ, რომ არსებობს მუდმივი შკალის ეფექტი (γ) და $v = 3$, $w = 12$, და $q = 40$, მაშინ რესურსებზე წარმოებული მოთხოვნა $\sigma = 2$ დროს არის

$$\begin{aligned} k^c(3, 12, 40) &= 40(3^{-1} + 12^{-1})^{-2} \cdot 3^{-2} = 25.6, \\ l^c(3, 12, 40) &= 40(3^{-1} + 12^{-1})^{-2} \cdot 12^{-2} = 1.6. \end{aligned} \qquad \textbf{(10.49)}$$

ანუ კაპიტალის რესურსი 10 ჯერ აჭარბებს სამუშაო ძალას. ნაკლები ჩანაცვლებადობისას ($\sigma = 0.5$) წარმოებული მოთხოვნა იქნება

$$\begin{aligned} k^c(3, 12, 40) &= 40(3^{0.5} + 12^{0.5})^{1} \cdot 3^{-0.5} = 120, \\ l^c(3, 12, 40) &= 40(3^{0.5} + 12^{0.5})^{1} \cdot 12^{-0.5} = 60. \end{aligned} \qquad \textbf{(10.50)}$$

ამრიგად, ამ შემთხვევაში კაპიტალის რესურსი მხოლოდ ორჯერ მეტია სამუშაო ძალაზე. მიუხედავად იმისა, რომ განსხვავებული შემთხვევების შედარება პირდაპირ ვერ მოხერხდება სხვადასხვა მასშტაბიდან ეფექტის გამო, რომლებიც სხვადასხვაგვარ გავლენას ახდენს, მაგალითად შეგვიძლია, რომ დავაკვირდეთ w-ს ზრდას 27 მდე დაბალ ჩანაცვლებადობის შემთხვევისას. $w = 27$ დროს ფირმა აირჩევს $k = 169$, $l = 53.3$. ამ შემთხვევაში, ჩანაცვლებით მიღებული ეკონომია დანახარჯებზე გამოითვლება რესურსების პირველი ვარიანტის მთლიანი დანახარჯების (= (3)120 + 27(60) = 1980) და ოპტიმალური კომბინაციისას მიღებული დანახარჯების (= 3(160 + 27(53.3) = 1919)) შედარებით. ამრიგად, ოპტიმალური კომბინაციის განხორციელება მხოლოდ 3 პროცენტით ამცი-

(გაგრძელება)

ამოცანა მიმართებაში

კითხვა: როგორ შეიცვლება მთლიანი დანახარჯები, თუ w 12-დან 27-მდე შეიცვლება და წარმოების ფუნქცია მარტივ წრფივ ფორმას მიიღებს $q = k + 4l$? შედეგი რას მოჰფენს ნათელს ამ მაგალითის სხვა შემთხვევებში?

შეფარდის ლემა და ჩანაცვლების ელასტიკურობა

შეფარდის ლემას ერთი ძალიან სასიამოვნო თვისება ის არის, რომ იგი შეიძლება გამოვიყენოთ მთლიანი დანახარჯების ფუნქციიდან დიფერენცირების მეშვეობით რესურსების ჩანაცვლებადობაზე ინფორმაციის მისაღებად. 10.31-ში მოცემული განსაზღვრების გამოყენება მოგვცემს

$$s_{i,j} = \frac{\partial \ln(x_i / x_j)}{\partial \ln(w_i / w_j)} = \frac{\partial \ln(C_i / C_j)}{\partial \ln(w_i / w_j)}, \qquad \textbf{(10.51)}$$

სადაც C_iC_j არის დანახარჯების ფუნქციის წილობრივი წარმოებულები რესურსების ფასების მიმართ. ვიცით რა მთლიანი დანახარჯების ფუნქცია (გარკვეული ეკონომიკური შეფასებებიდან), ინფორმაცია რესურსების ჩანაცვლებადობის შესახებ პირდაპირ ამ ფუნქციიდან შეიძლება ამოვიღოთ. ამ თავის დანართებში აღწერილი გვაქვს რამდენიმე შედეგი, რომელიც ამ გზით იქნა მიღებული. 10.11 და 10.12 ამოცანები გვიჩვენებს კიდევ როგორ შეიძლება გაიზომოს ჩანაცვლებადობა.

მოკლევადიანი და გრძელვადიანი პერსპექტივები

ეკონომისტების წრეებში ტრადიციულად განასხვავებენ „მოკლევადიან“ და „გრძელვადიან“ პროგნოზებს. თუმცა არ არსებობს მეტ-ნაკლებად ზუსტი განმარტება ამ ტერმინებისა, ამ განსხვავების წარმოჩენის მიზეზი ის გახლავთ, რომ მოკლევადიან პერიოდში ეკონომიკურ აქტორებს მხოლოდ შეზღუდული თავისუფლების ხარისხი გააჩნიათ, ხოლო გრძელვადიან პერიოდში ეს მოქნილობა მნიშვნელოვნად იზრდება. კვლევების მიმართულება, სადაც ეს განსხვავება საკმაოდ იგრძნობა არის ფირმების და მათი დანახარჯების თეორია, რადგანაც ეკონომისტები დაინტერესებულნი არიან, თუ როგორ განსხვავდება მოთხოვნა სხვადასხვა დროის ინტერვალში. ამ თავის დარჩენილ ნაწილში აღნიშნულ პრობლემას განვიხილავთ.

მოკლე და გრძელვადიანი პერიოდებს შორის განსხვავების დასანახავად დავუშვათ, რომ კაპიტალი ფიქსირებულია და უცვლელია k_1 დონეზე და ფირმას (მოკლევა-

დიან პერიოდში) შეუძლია მხოლოდ სამუშაო ძალა შეცვალოს.[16] შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ კაპიტალის დონის ცვალებადობა ძალიან ძვირია მოკლევადიან პერიოდში. ამ დაშვებიდან გამომდინარე მოკლევადიან პერიოდშო საწარმოო ფუნქცია შემდეგნაირია

$$q = f(k_1, l), \tag{10.52}$$

აქედან ცხადად ჩანს, რომ კაპიტალი შეიძლება არც კი შეიცვალოს. რა თქმა უნდა, გამოშვების სიდიდე იცვლება სამუშაო ძალის გამოყენების დონის ცვლილების შემთხვევაში.

მთლიანი დანახარჯები მოკლევადიან პერიოდში

ფირმის მთლიანი დანახარჯები

$$C = vk + wl \tag{10.53}$$

მოკლევადიანი პერსპექტივისათვის, მაგრამ ამჯერად კაპიტალი ფიქსირებულია და უდრის k_1. ეს ფაქტი რომ დავაფიქსიროთ

$$SC = vk_1 + wl, \tag{10.54}$$

სადაც S მიუთითებს, რომ მოკლევადიან პერიოდს განვიხილავთ კაპიტალის რესურსის მუდმივად შენარჩუნებისას. ამ ანალიზის დროს გამოვიყენებთ S სიმბოლოს მოკლევადიანი პერიოდის დანახარჯების ასაღნიშნავად, მაშინ როცა გრძელვადიანი ხარჯებს ავღნიშნავთ C, AC, MC-თი. კაპიტალის დონეზე არ გავამახვილებთ ყურადღებას. ვთვლით, რომ იგი არ იცვლება.

მყდმივი და ცვალებადი დანახარჯები

8.53 განტოლებაში მოყვანილია ორი ტიპის რესურსი, რომელთაც სპეციალური სახელები აქვთ. ტერმინი vk_1 - მოკლევადიანი მუდმივი დანახარჯები; რადგან k_1 მუდმივია, ეს დანახარჯები არ იცვლება მოკლე პერიოდში. ტერმინი wl – კი ცვალებადი დანახარჯები (მოკლე ვადიან პერიოდში) - სამუშაო ძალის რესურსი ნამდვილად შეიძლება ცვლადი იყოს მოკლევადიან პერიოდში. ამრიგად, გვაქვს შემდეგნაირი განსაზღვრებები.

16 რა თქმა უნდა ეს მხოლოდ მაგალითია. რეალურ შემთხვევებში სამუშაო ძალა გაცილებით ნაკლებ მოქნილია კაპიტალთან შედარებით.

განსაზღვრება **მოკლევადიანი მუდმივი და ცვალებადი დანახარჯები.** *მოკლევადიანი მუდმივი დანახარჯები* არის დანახარჯები, რომელიც ვერ შეიცვლება მოკლევადიან პერიოდში. *მოკლევადიანი მუდმივი დანახარჯები* იმ რესურსებთან დაკავშირებული დანახარჯებია, რომელთა შეცვლა ცვლის ფირმის გამოშვებას.

ამ განსხვავების მნიშვნელობა იმაში მდგომარეობს, რომ დავინახოთ განსხვავება ცვალებად დანახარჯებთან მიმართებაში, რომელსაც ფირმა არ გაიღებს თუ უარს იტყვის საერთოდ გამოშვებაზე, ხოლო მუდმივი დანახარჯები მან უნდა გაიღოს იმის და მიუხედავად, თუ რა დონის გამოშვება აქვს (ნულიც კი).

მოკლევადიანი დანახარჯების არაოპტიმალურობა

ძალიან მნიშვნელოვანია დავინახოთ, რომ მთლიანი მოკლევადიანი დანახარჯები არ წარმოადგენენ მინიმალურ დანახარჯებს სხვადასხვა დონის გამოშვებისათვის. რადგან კაპიტალი ამ შემთხვევაში უცვლელი გვაქვს (მოკლევადიან პერიოდში), ფირმას არ გააჩნია საკმარისი მოქნილობა რესურსების არჩევანში. პირიქით, მოკლევადიან პერიოდში გამოშვების დონის ცვლილების მიზნით ფირმა იძულებულია რესურსების არაოპტიმალური არჩევანი გააკეთოს: RTS ამ შემთხვევაში ვერ იქნება რესურსების ფასების ფარდობის ტოლი. ეს ნაჩვენებია 10.7 ნახაზზე. მოკლევადიან პერიოდში ფირმას შეზღუდულია k_1 კაპიტალის მოხმარებით. q_0 გამოშვების პირობებში იგი გამოიყენებს l_0 ერთეულ სამუშაო ძალას. ამის მსგავსად, იგი გამოიყენებს l_1 ერთეულ სამუშაო ძალას, რომ q_1 ერთეული გამოშვება უზრუნველყოს და l_2 ერთეულს q_2 გამოშვებისათვის. ამ რესურსების კომბინაციის მთლიანი დანახარჯები მოცემულია SC_0, SC_1 და SC_2-ით. მხოლოდ k_1, l_1 კომბინაციისას გამოშვება მინიმალური დანახარჯებით იქნება შესაძლებელი. მხოლოდ ამ წერტილში უდრის RTS რესურსების ფასების ფარდობას. 10.7 ნახაზიდან ცხადია, რომ q_0 იწარმოება „ძალიან დიდი რაოდენობის“ კაპიტალით მოკლევადიან პერიოდისათვის. დანახარჯების მინიმიზაციაა მოითხოვს q_0 იზოკვანტის გასწვრივ სამხრეთ აღმოსავლეთით გადაადგილებას და უთითებს კაპიტალის სამუშაო ძალით ჩანაცვლების საჭიროებაზე. ანალოგიურად, q_2 რომელიც „ძალიან ცოტა“ კაპიტალით იწარმოება და დანახარჯები უნდა შემცირდეს სამუშაო ძალის კაპიტალით ჩანაცვლებით. მაგრამ ამ ჩანაცვლებების განხორციელება მოკლევადიან პერიოდში შეუძლებელია. გრძელვადიან პერიოდში კი ფირმას შეეძლება, რომ თავის კაპიტალის რესურსი შეცვალოს და დაარეგულიროს მისი მოხმარება დანახარჯების მინიმიზაციის ამოცანის შესაბამისად. უკვე ვისაუბრეთ ამ მოქნილი წარმოების შესაძლებლობაზე წინამდებარე თავში და დავუბრუნდებით მას მოკლევადიანი და გრძელვადიანი დანახარჯების მრუდების განხილვისას.

მოკლევადიანი ზღვრული და საშუალო დანახარჯები

ძალიან ხშირად, უფრო სასარგებლოა რომ გავაანალიზოთ მოკლევადიანი დანახარჯები ერთ ერთეულ გამოშვებაზე, ვიდრე მთლიან რაოდენობაზე. ორი ყველაზე მნიშვნელოვანი კონცეფცია, რომელიც შეიძლება ამოვიღოთ მოკლევადიანი დანახარჯების ფუნქციიდან, არის მოკლევადიანი საშუალო მთლიანი დანახარჯების ფუნქცია (SAC) და მოკლევადიანი ზღვრული მთლიანი დანახარჯების ფუნქცია (SMC). ეს კონცეფციები შეიძლება შემდეგნაირად წარმოვადგინოთ

$$SAC = \frac{\text{მთლიანი დანახარჯები}}{\text{მთლიანი გამოშვება}} = \frac{SC}{q}$$

$$SMC = \frac{\text{ცვლილება მთლიან დანახარჯებში}}{\text{ცვლილება მთლიან გამოშვებაში}} = \frac{\partial SC}{\partial q} \qquad \textbf{(10.55)}$$

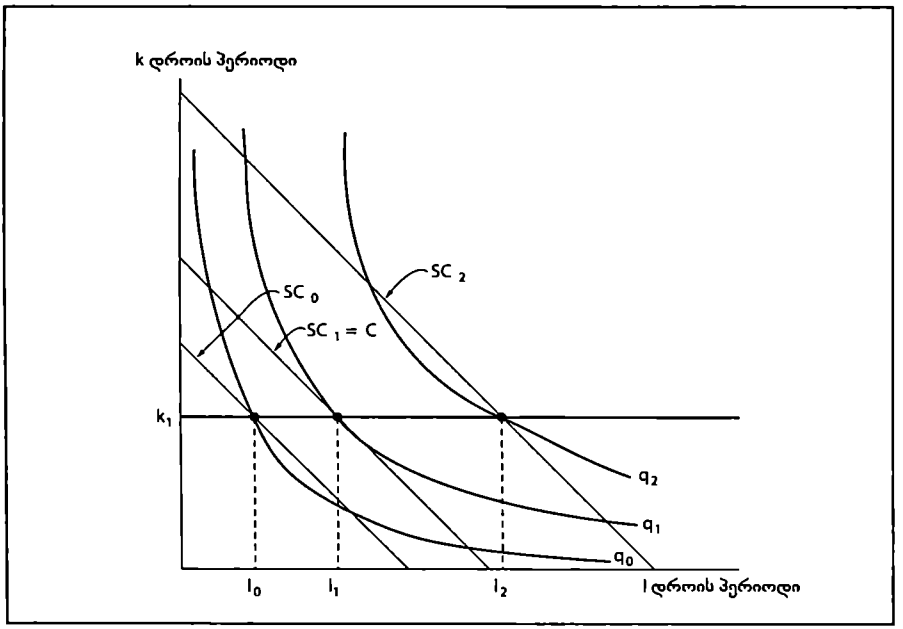
სადაც ისევ და ისევ წინასწარაა განსაზღვრული კაპიტალის რესურსის ოდენობა. ეს განსაზღვრებები წინათ მოცემული საშუალო და ზღვრული დანახარჯების განმარტებების იდენტურია, რომელიც გრძელვადიანი პერიოდისათვის იყო მართებული, დანახარჯების მრუდის წარმოებული მთლიანი დანახარჯების ფუნქციიდან ზუსტად იგივენაირია. რადგან მოკლევადიანი მთლიანი დანახარჯების მრუდს იგივე ზოგადი ფორმა აქვს, როგორც ეს მოცემული იყო 10.5 ნახაზზე, ეს მოკლევადიანი საშუალო და ზღვრული დანახარჯების მრუდებიც U ფორმის იქნება.

მოკლევადიანი და გრძელვადიანი დანახარჯების შრყების დამოკიდებულება

ძალიან მარტივია მოკლევადიან დანახარჯებსა და მოქნილ გრძელვადიან დანახარჯებს შორის დამოკიდებულების დემონსტრირება, რომელზეც ადრე ვისაუბრეთ ამავე თავში. 10.9 ნახაზი გვიჩვენებს ამ დამოკიდებულებას, როგორც მუდმივი მასშტაბის, ასევე კუბური მთლიანი დანახარჯების მრუდის შემთხვევებისათვის. მოკლევადიანი მთლიანი დანახარჯები ნაჩვენებია კაპიტალის რესურსის სამი შესაძლო შემთხვევისათვის ასევე, შესაძლებელია ბევრი ასეთი მრუდის გამოსახვა. მრუდები მიგვითითებს, რომ გრძელვადიანი მთლიანი დანახარჯები (C) ყოველთვის ნაკლებია მოკლევადიან მთლიან დანახარჯებზე, იმ შემთხვევების გამოკლებით, როდესაც გამოშვების დონე მორგებულია ფიქსირებულ კაპიტალის რესურსზე, რომელიც გრძელვადიან პერიოდში დანახარჯების მინიმიზაციისათვისაა საჭირო. მაგალითად, 10.7 ნახაზზე ნაჩვენებია, თუ რა კაპიტალის რესურსი k_1 შეუძლია ფირმას ქონდეს დანახარჯების მინიმიზაციისათვის q_1 წარმოების დონისას. ამ წერტილში მოკლევადიანი და გრძელვადიანი მთლიანი დანახარჯები ტოლია. q_1-საგან განსხვავებული გამოშვებისათვის $SC > C$, როგორც ეს გვქონდა 10.7 ნახაზზე.

ნახაზი 10.7 რესურსების „არაოპტიმალური“ არჩევანი უნდა გაკეთდეს მოკლევადიან პერიოდში

რადგან კაპიტალის რესურსის დანახარჯი ფიქსირებულია და არის k, მოკლევადიან პერიოდში ფირმას არ შეუძლია *RTS* გაუტოლოს რესურსების ფასების ფარდობას. არსებული ფასების პირობებში q_0-ის გამოშვება უნდა მოხდეს მეტი სამუშაო ძალით და ნაკლები კაპიტალით, ხოლო q_2 უნდა იწარმოოს მეტი კაპიტალითა და ნაკლები სამუშაო ძალით.



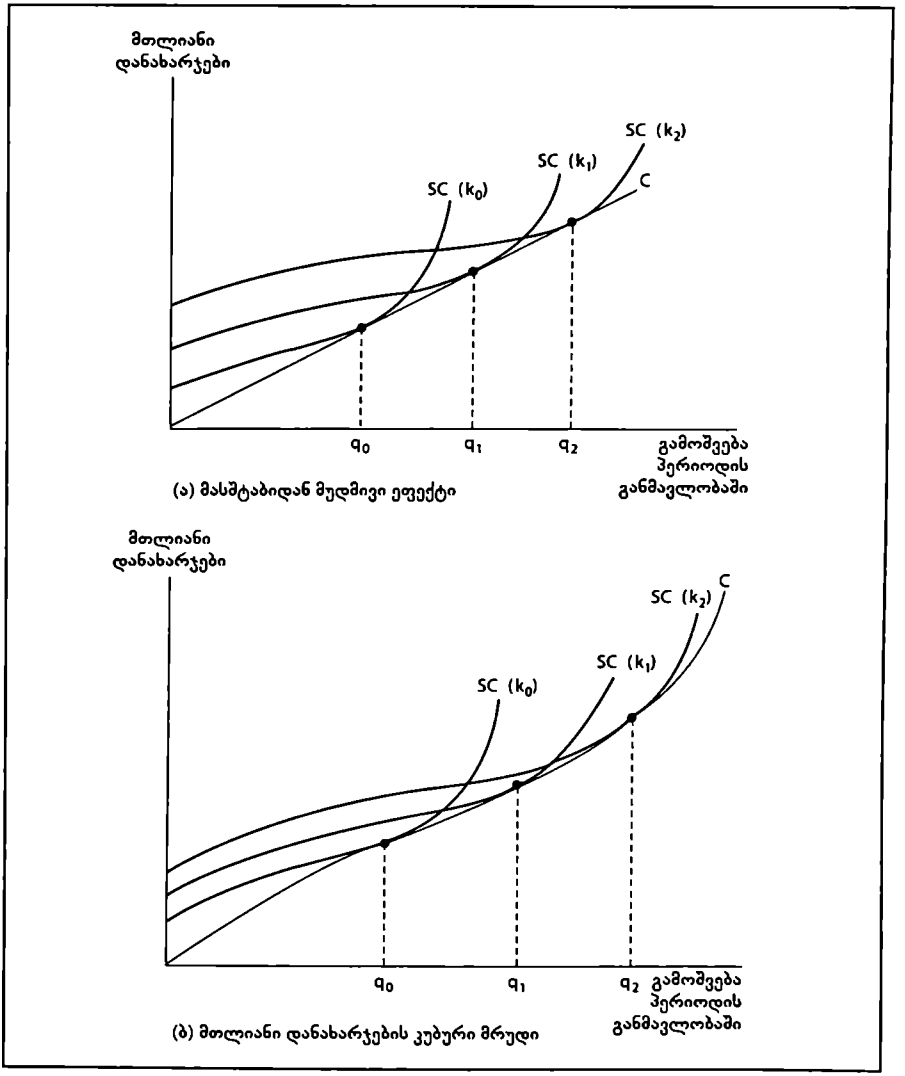
ტექნიკურად, გრძელვადიანი პერიოდის მთლიანი დანახარჯების მრუდები 10.8 ნახაზზე აჩვენებენ, რომ არსებობს მათი შესაბამისი მოკლევადიანი დანახარჯების „კონვერტი“.მოკლევადიანი დანახარჯების მრუდები შეიძლება შემდეგნაირად იქნეს წარმოდგენილი

მოკლევადიანი პერიოდის მთლიანი დანახარჯები = $SC(v, w, q, k)$, **(10.56)**

მოკლევადიანი პერიოდის მთლიანი დანახარჯების მრუდების ოჯახის გენერირება არის შესაძლებელი k-ს სხვადასხვა მნიშვნელობების მინიჭების მეშვეობით. ამ დროს v-სა და w-ს მუდმივად ვინარჩუნებთ. გრძელვადიანი მთლიანი დანახარჯების მრუდი იმავე ურთიერთდამოკიდებულების კანონს ემორჩილება 10.56 განტოლებაში, რაც არის მოცემული და k დანახარჯების მინიმიზაციას შეასრულებს ნებისმიერი გამოშვებისათვის. პირველი დონის პირობა ამ მინიმიზაციისათვის არის ის, რომ

ნახაზი 10.8 გრძელვადიანი პერიოდის დანახარჯების მრუდის ორი შესაძლო ფორმა

კაპიტალის რესურსის ყველა შესაძლო სიდიდის გათვალისწინებით გრძელვადიანი პერიოდის მთლიანი დანახარჯების მრუდი (*C*) შეიძლება დაიხაზოს. (ა) ნახაზზე სანარმოო ფუნქციას მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტი აქვს; გრძელვადიან პერიოდში მთლიანი დანხარჯები პროპორციულია გამოშვების. (ბ) ნახაზზე გრძელვადიან პერიოდში მთლიანი დანახარჯების მრუდს კუბური ფორმა აქვს, ისევე როგორც მოკლევადიანი პერიოდის მრუდებს. მოკლევადიან პერიოდში უფრო მკვეთრად იგრძნობა მილევადი უკუგების ეფექტი, რადგან კაპიტალი მუდმივ დონეზე ნარჩუნდება.



$$\frac{\partial SC(v,w,q,k)}{\partial k} = 0. \tag{10.57}$$

10.56 და 10.57 განტოლებების ამოხნით შესაძლებელია გრძელვადიანი მთლიანი დანახარჯების ფუნქციის გენერირება. რადგან ეს განსხვავებული მიდგომაა დანახარჯების ფუნქციის გამოყვანის, მან ზუსტად იგივე შედეგი უნდა მოგვცეს რაც ამ თავში უკვე მივიღეთ.

ქვეთავი 10.5 ერთვერტიკალურთანმდებულება და ქობ-დაგლასის დანახარჯების ფუნქცია

ისევ ვიწყებთ ქობ-დაგლასის საწარმოო ფუნქციით $q = k^{\alpha}l^{\beta}$ მაგრამ ამ შემთხვევაში k_1 კაპიტალის რესურსს უცვლელად ვინარჩუნებთ

$$q = k_1^{\alpha}l^{\beta} \quad \text{ან} \quad l = q^{1/\beta}k_1^{-\alpha/\beta}, \tag{10.58}$$

და მთლიანი დანახარჯები მოცემულია

$$SC(v, w, q, k_1) = vk_1 + wl = vk_1 + wq^{1/\beta}k_1^{-\alpha/\beta}. \tag{10.59}$$

მიაქციეთ ყურადღება, რომ კაპიტალის მუდმივა ამ ფუნქციაში შედის ორი გზით: (1) k_1 განსაზღვრავს ფიქსირებულ დანახარჯებს; (2) k_1 ასევ ნაწილობრივ განსაზღვრავს ცვალებად ხარჯებსაც, რადგან ის განსაზღვრავს, თუ რამდენი სამუშაო ძალა (მეორე ცვლადი) იქნება საჭირო სხვადასხვა დონის გამოშვების უზრუნველსაყოფად. გრძელვადიანი პერიოდის დანახარჯების გამოსაყვანად გვჭირდება რომ k არჩეული იყოს მთლიანი დანახარჯების მინიმიზაციის მიზნიდან გამომდინარე:

$$\frac{\partial SC(v,w,q,k)}{\partial k} = v + \frac{-\alpha}{\beta} \cdot wq^{1/\beta}k^{-(\alpha+\beta)/\beta} = 0. \tag{10.60}$$

თუმც ეს განტოლება ალგებრულად საკმაოდ რთულად გამოიყურება, იგი შეიძლება ამოვხსნათ k-სთვის და ჩავსვათ 10.59 განტოლებაში რაც ქობ-დაგლასის დანხარჯების ფუნქციაში დაგვაბრუნებს:

$$C(v, w, q) = Bq^{1/(\alpha+\beta)}v^{\alpha/(\alpha+\beta)}w^{\beta/(\alpha+\beta)} \tag{10.61}$$

რიცხვითი მაგალითი: თუ ისევ ჩავთვლით რომ $\alpha = \beta = 0.5$, $v = 3$, და $w = 12$, მაშინ მოკლევადიანი დანახარჯების ფუნქცია იქნება

$$SC(3, 12, q, k) = 3k_1 + 12q^2k_1^{-1}. \tag{10.62}$$

10.1 მაგალითში ვნახეთ, რომ კაპიტალის დანახარჯების მინიმიზაცის დონე $q = 40$ სათ-

ვის იყო $k = 80$; 10.62 განტოლება უჩვენებს, რომ მოკლევადიანი მთლიანი დანახარჯები 40 ერთეულის წარმოებისას $k = 80$-სათვის იქნება

$$SC(3,12,q,80) = 3 \cdot 80 + 12 \cdot q^2 \cdot \frac{1}{80} = 240 + \frac{3q^2}{20}$$
$$= 240 + 240 = 480, \qquad \textbf{(10.63)}$$

ეს ფაქტიურად იგივეა, რაც ადრე გამოვთვალეთ. ასევე, შეგვიძლია 10.62 განტოლების გამოყენება და ჩვენება, თუ როგორ განსხვავდება დანახარჯები მოკლევადიან და გრძელვადიან პერიოდებში. 10.1 ცხრილში მოცემულია 40 ერთეული გამოშვებისაგან განსხვავებული გამოშვების დონეები. მოკლევადიანი დანახარჯები უფრო დიდია და განსხვავება პროპორციულად იზრდება, რაც უფრო ეშორდებით გამოშვების ოპტიმალურ ($q = 80$) დონეს.

ცხრილი 10.1 მოკლევადიან და გრძელვადიან მთლიან დანახარჯებს შორის სხვაობა, k=80

q	C ¼ 12 q	SC ¼ 240 þ $3q^2$=20
10	120	255
20	240	300
30	360	375
40	480	480
50	600	615
60	720	780
70	840	975
80	960	1200

ცხრილი 10.2 ერთეულზე დანახარჯები მოკლევადიან და გრძელვადიან პერიოდში, k=80

q	AC	MC	SAC	SMC
10	12	12	25.5	3
20	12	12	15.0	6
30	12	12	12.5	9
40	12	12	12.0	12
50	12	12	12.3	15
60	12	12	13.0	18
70	12	12	13.9	21
80	12	12	15.0	24

(გაგრძელება)

ანალიტიკოსის მსჯელობა

საინტერესოა დავაკვირდეთ განსხვავებას ერთეულ გამოშვებაზე გადაანგარიშებულ მოკლევადიან და გრძელვადიან დანახარჯებს შორის. თუ $AC = MC = 12$ შეგვიძლია გამოვთვალოთ მოკლევადიანი ექვივალენტები ($k = 80$)

$$SAC = \frac{SC}{q} = \frac{240}{q} + \frac{3q}{20},$$
$$SMC = \frac{\partial SC}{\partial q} = \frac{6q}{20}. \qquad \textbf{(10.64)}$$

ეს ორივე მოკლევადიანი დანახარჯი 12-ს უდრის, როცა $q = 40$. თუმც 10.2 ცხრილიდან ჩანს, რომ მოკლევადიანი ერთეული დანახარჯები შეიძლება მნიშვნელოვნად განსხვავდებოდეს და ეს განსხვავება დამოკიდებულია ფირმის მიერ არჩეულ წარმოების დონეზე. მიაქციეთ ყურადღება, რომ მოკლევადიანი დანახარჯები მკვეთრად იზრდება როგორც კი გამოშვება 40 ერთეულზე მეტი იქნება, რადგან არსებობს ცვლადი რესურსის (სამუშაო ძალის) მასშტაბიდან მილევადი ეფექტი. ეს დასკვნა ძალიან მნიშვნელოვან როლს ასრულებს მოკლევადიანი ფასის განსაზღვრის თეორიაში.

შეკითხვა: ახსენით თუ რატომ იწვევს w-ს ზრდა როგორც მოკლევადიან ისე გრძელვადიანი ზღვრული დანახარჯების ზრდას, მაგრამ v-ს ზრდა მხოლოდ მოკლევადიან საშუალო დანახარჯებზე ახდენს გავლენას?

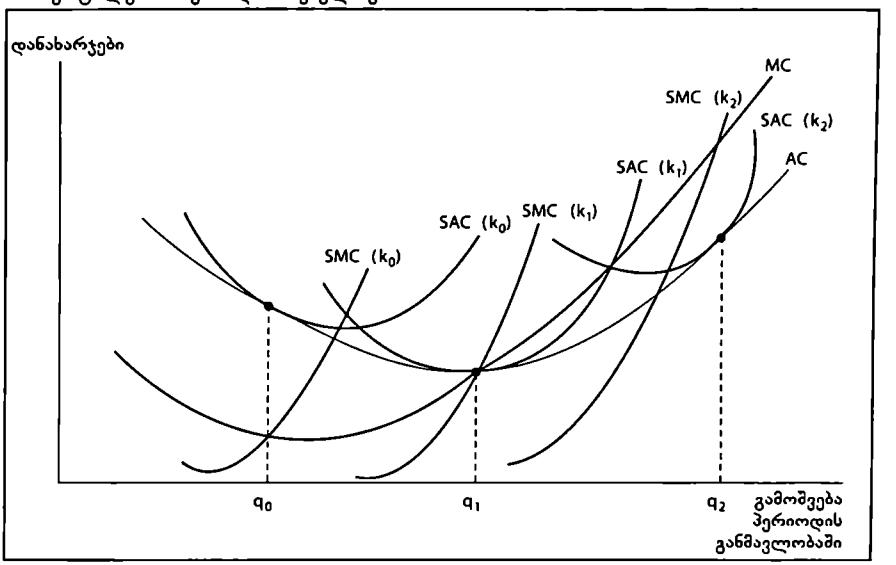
ერთეული დანახარჯების მრუდების ნახაზები

10.8 ნახაზზე მოცემული მთლიანი დანახარჯების მრუდების ურთიერთობები შეიძლება გამოვიყენოთ მოკლევადიანი და გრძელვადიანი დანახარჯების მრუდების გეომეტრიული კავშირების ილუსტრირებისათვის. ეს ნაჩვენებია 10.9 ნახაზზე კუბური მთლიანი დანახარჯების მრუდის შემთხვევისათვის. ამ ნახაზზე მოკლევადიანი და გრძელვადიანი საშუალო დანახარჯები ტოლია მუდმივი კაპიტალის რესურსისთვის გათვლილი გამოშვების დროს. q_1 შემთხვევაში, მაგალითად, $SAC(k_1) = AC$ რადგან k_1 გამოყენებულია მინიმალური დანახარჯებით q_1 ერთეულის წარმოებისათვის. q_1-დან დაშორებისთანავე მოკლევადიანი საშუალო დანახარჯები აჭარბებს გრძელვადიან საშუალო დანახარჯებს და ამითი ადასტურებს დანახარჯების მინიმიზაციის თვისებას, რომელიც გრძელვადიან დანახარჯებს გააჩნია.

რადგან გრძელვადიანი საშუალო დანახარჯების მრუდი (AC) მთავარ როლს თამაშობს გრელვადიანი ფასის განსაზღვრის თეორიაში, მნიშვნელოვანია მივაქციოთ

ნახაზი 10.9 საშუალო და ზღვრული დანახარჯების მრუდები კუბური დანახარჯების მრუდის შემთხვევაში

ამ მრუდების ჯგუფი შექმნილია 10.8 ნახაზზე ნაჩვენები მთლიანი დანახარჯების მრუდებიდან. *AC* და *MC* მრუდებს U ფორმა აქვთ ისევე, როგორც მოკლევადიან მრუდებს. q_1 გამოშვებისას გრძელვადიანი საშუალო დანახარჯები მინიმიზირებულია. მრუდების კონფიგურაცია მინიმუმის წერტილებში საკმაოდ მნიშვნელოვანია.



ყურადღება სხვადასხვა მრუდებს, რომლებიც ამ წერტილში გადის ნახაზი 10.9. პირველი, ისევე როგორც საშუალო და ზღვრული დანახარჯების მრუდების შემთხვევაში გვქონდა, *MC* მრუდი გადის *AC* მრუდის ყველაზე დაბალ წერტილზე. q_1 გამოშვების დროს გრძელვადიანი საშუალო და ზღვრული დანახარჯები ერთმანეთის ტოლია. q_1-თან დაკავშირებული კაპიტალის განსაზღვრული დონე (k_1) *AC* q_1 მრუდის მხებია ამ მინიმუმის წერტილში. *SAC* მრუდი თავის მინიმუმს აღწევს იგივე q_1 გამოშვებისას. q_1 დან დაშორების შემთხვევაში *AC* მრუდი მნიშვნელოვნად უფრო ბრტყელი ხდება *SAC* მრუდთან შედარებით და ეს ასახავს მეტ მოქნილობას, რომელიც ფირმებს ახასიათებთ გრძელვადიან პერსპექტივაში. მოკლევადიანი დანახარჯები მკვეთრად იზრდება, რადგან კაპიტალის რესურსი მუდმივია. გრძელვადიან პერიოდში ასეთი რესურსები არ არის ფიქსირებული და მილევადი ზღვრული მწარმოებლურობა ასე მკვეთრად არ იჩენს თავს. ბოლოს, რადგან *SAC* მრუდი თავის მინიმუმს q_1 დროს აღწევს, მოკლევადიანი ზღვრული დანახარჯის მრუდიც (*SMC*) ამ წერტილზე გაივლის. *AC* მრუდის მინიმუმის წერტილი ერთ წერტილში უყრის თავს ოთხ მნიშვნელოვან ერთეულ დანახარჯს: ამ წერტილში

$$AC = MC = SAC = SMC. \quad \textbf{(10.65)}$$

ამიტომ, როგორც მეთორმეტე თავში ვუჩვენებთ, q_1 გამოშვება მნიშვნელოვანი წონასწორული წერტილია კონკურენტუნარიანი ფირმისათვის გრძელვადიან პერიოდში.

დასკვნა

წინამდებარე თავში განვიხილეთ ფირმის მიერ წარმოებული გამოშვება და რესურსების დანახარჯები, რომელიც ამ გამოშვებასთან იქნებოდა დაკავშირებული. დანახარჯების მრუდები ძალიან ჰგავს იმ მრუდებს რომელსაც თქვენ აქამდე იცნობდით. აქ ვუჩვენეთ, თუ როგორ დამოკიდებულებაშია დანახარჯები ფირმის წარმოების ფუნქციასთან და ფირმის დანახარჯების მინიმიზაციის ამოცანასთან. ამ ფუნდამენტური დაშვებების საფუძველზე დანახარჯების მრუდების აგებით შევძელით რამდენიმე მნიშვნელოვანი დასკვნის ჩამოყალიბება.

- ფირმა, რომელიც ისწრაფვის დანახარჯების მინიმიზაციისაკენ კონკრეტული გამოშვების დონისას ირჩევს ისეთი რესურსების კომბინაციას, რომლის დროსაც ტექნიკური ჩანაცვლების დონე (RTS) ტოლი იქნება ამ რესურსების ქირის განაკვეთის ფარდობის.
- მინიმიზაციის პროცედურის განმეორებითი გამოყენება შედეგად იძლევა ფირმის გაფართოების გზას. რადგან გაფართოების გზა, ასევე, აჩვენებს თუ როგორ იზრდება რესურსების გამოყენება გამოშვების ზრდის კვალდაკვალ, იგი, ასევე, უჩვენებს დამოკიდებულებას გამოშვების დონესა და მთლიან დანახარჯებს შორის. ეს დამოკიდებულება შეჯამებულია მთლიანი დანახარჯების ფუნქციაში, $C(q, v, w)$, რომელიც წარმოგვიდგენს წარმოების დანახარჯებს, როგორც გამოშვების დონეებისა და რესურსების ფასების ფუნქციას.
- ფირმის საშუალო დანახარჯების ($AC = C/q$) და ზღვრული დანახარჯების ($MC = \partial C/\partial q$) ფუნქციები შეიძლება პირდაპირ გამოვიყვანოთ მთლიანი დანახარჯების ფუნქციიდან. მთლიანი დანახარჯების მრუდს აქვს ზოგადი კუბური ფუნქციის ფორმა, ხოლო AC და MC მრუდებს U ფორმა აქვთ.
- ყველა დანახარჯების მრუდი დახაზულია იმ დაშვებიდან გამომდინარე, რომ რესურსების ფასები უცვლელია. როცა რესურსების ფასები იცვლება, დანახარჯების მრუდები ახალ პოზიციაში გადაადგილდება. ამ გადაადგილების სიდიდე დამოკიდებულია რესურსის საერთო მნიშვნელობაზე და იმაზე, თუ რამდენად იოლად შეუძლია ფირმას მისი სხვა რესურსით ჩანაცვლება. ტექნიკური პროგრესი გადაანაცვლებს დანახარჯების მრუდებს.
- რესურსების მოთხოვნის მრუდები შეიძლება გამოვიყვანოთ ფირმის მთლიანი დანახარჯების ფუნქციიდან წილობრივი გაწარმოებით. რესურსების მოთხოვნის ფუნქციები დამოკიდებული იქნება გამოშვების სიდიდეზე, რომელსაც ფირმა ირჩევს და ამიტომ მათ „წარმოებული“ მოთხოვნის ფუნქციებს უწოდებენ.
- მოკლევადიან პერიოდში ფირმამ შეიძლება ვერ შეძლოს თავისი რესურსების ცვლილება. ამ შემთხვევაში მას გამოშვების დონის ცვლილება მხოლოდ ცვალებადი დანახარჯების ხარჯზე შეუძლია. ამ დროს იგი იძულებულია „არაოპტიმალური“ რესურსების არჩევანზე შეჩერდეს.

ამოცანები

10.1

თავის ცნობილ სტატიაში [J. Viner, "Cost Curves and Supply Curves," *Zeitschrift fur Nationalokonomie 3* (September 1931): 23–46] ვინერი აკრიტიკებს თავის მხაზველს რომელმაც ვერ შეძლო *SAC* მრუდების ოჯახის დახაზვა, რომელთა მხები *U* ფორმის *AC* მრუდებთან ყოველი *SAC* მრუდის მინიმუმის წერტილი იყო. მხაზველი ამტკიცებდა, რომ ამ ნახაზის აგება შეუძლებელი იყო. რომელ მათგანს დაუჭერდით მხარს ამ კამათში?

10.2

ვთქვათ ფირმა აწარმოებს ორ სხვადახვა პროდუქტს, რომელთა რაოდენობები წარმოდგენილია q_1 და q_2-ით. ზოგადად, ფირმის მთლიანი დანახარჯები შეიძლება წარმოვადგინოთ $C(q_1, q_2)$. ეს ფუნქცია ეკონომიურ წარმოებას ახორციელებს თუ $C(q_1, 0) + C(0, q_2) > C(q_1, q_2)$ ორივე პროდუქტის ნებისმიერი წარმოების დონისათვის.

ა. ახსენით სიტყვიერად რატომ იქნება დანახარჯები უფრო დაბალი ამ მრავალპროდუქტიან ფირმაში ვიდრე ორი ცალ-ცალკე პროდუქტის მწარმოებელი ფირმის შემთხვევაში.

ბ. თუ ორი გამოშვება ფაქტიურად ერთი და იგივე პროდუქტია, შეგვიძლია განვსაზღვროთ საერთო გამოშვება $q = q_1 + q_2$, ვთქვათ ამ შემთხვევაში საშუალო დანახარჯები ($= C/q$) მცირდება q-ს ზრდასთან ერთად. აჩვენეთ რომ ფირმა ეკონომიას აკეთებს აქ მოტანილი პირობის შესრულების შემთხვევაში,

10.3

პროფესორები სმიტი და ჯონსი აპირებენ ახალი სახელმძღვანელოს გამოშვებას, როგორც ნამდვილმა მეცნიერებმა მათ წიგნის წარმოების ფუნქცია წარმოადგინეს როგორც

$$q = S^{1/2}J^{1/2},$$

სადაც q არის ფურცლების რაოდენობა დამთავრებულ წიგნში, S წარმოადგენს სმიტის მიერ დახარჯული სამუშაო საათების რაოდენობას, ხოლო J ჯონსის მიერ სამუშაოზე დახარჯული საათების რაოდენობას.

სმიტი თავის სამუშაო ძალის ღირებულება 3 დოლარად შეაფასა ერთ საათში, მან 900 საათი მოანდომა პირველი დრაფტის მომზადებას. ჯონსი რომლის ანაზღაურება 12 დოლარია საათში, რედაქტირება გაუკეთა სმიტის ნამუშევარს რომ წიგნი დაემთავრებინათ,

ა. რამდენი საათი უნდა იმუშაოს ჯონსმა რომ დამთავრებული 150 გვერდიანი წიგნი წარმოადგინოს? 300 გვერდიანი? 450 გვერდიანი?

ბ. რა არის დამთავრებული წიგნის 150-ე გვერდის ზღვრული დანახარჯი? მე-300 გვერდის? 450-ე გვერდის?

10.4

ვთქვათ ფირმას აქვს ფიქსირებული პროპორციის წარმოების ფუნქცია რომელიც მოცემულია შემდეგი ფორმულით

$$q = \min(5k, 10l).$$

ა. დაითვალეთ ფირმის გრძელვადიანი მთლიანი, საშუალო და ზღვრული დანახარჯების ფუნქციები.

ბ. ვთქვათ k არის მუდმივი მოკლევადიან პერიოდში. გამოთვალეთ ფირმის მოკლევადიანი მთლიანი, საშუალო და ზღვრული დანახარჯების ფუნქციები.

გ. ვთქვათ $v = 1$ და $w = 3$, დაითვალეთ ფირმის გრძელვადიანი და მოკლევადიანი პერიოდის საშუალო და ზღვრული დანახარჯების მრუდები.

10.5

ფირმა აწარმოებს ჰოკეის ჯოხებს და აქვს წარმოების შემდეგი ფუნქცია

$$q = 2\sqrt{k \cdot l}.$$

მოკლევადიან პერიოდში, ფირმის კაპიტალური დანახარჯები ფიქსირებულია და უდრის $k = 100$, მისი ქირის განაკვეთი $v = \$1$ და ხელფასების განაკვეთი l-სათვის არის $w = \$4$.

ა. გამოთვალეთ ფირმის მოკლევადიანი პერიოდის მთლიანი დანახარჯების მრუდი. გამოთვალეთ მოკლევადიანი საშუალო დანახარჯების მრუდი

ბ. რა იქნება ფირმის მოკლევადიანი ზღვრული დანახარჯების ფუნქცია? რას უდრის SC, SAC და SMC ფირმისათვის რომელიც აწარმოებს 25 ჰოკეის ჯოხს? ორმოცდაათს? ას ჰოკეის ჯოხს? ორას ჯოხს?

გ. დახაზეთ SAC და SMC მრუდების ნახაზი. მიანიშნეთ წერტილები რომელიც (ბ) პუნქტში იპოვეთ.

დ. სად კვეთს SAC მრუდი SMC მრუდს? ახსენით თუ რატომ გადაკვეთს SMC მრუდი SAC მრუდს ყოველთვის უველაზე დაბაბალ წერტილში.

ვთქვათ რომ კაპიტალი რომელიც გამოიყენება წარმოებაში ფიქსირებულია რაღაც $\overline{k}$ დონეზე მოკლევადიან პერიოდში.

ე. გამოთვალეთ ფირმის მთლიანი დანახარჯები როგორც q, w, v, $\overline{k}$ ფუნქცია

ვ. მოცემულია q, w, v მნიშვნელობები. როგორ უნდა ავირჩიოთ კაპიტალის სიდიდე რომ მთლიანი დანახარჯების მინიმიზაცია განხორციელდეს?

ზ. გამოიყენეთ მიღებული შედეგება (ვ)-დან და იანგარიშეთ გრძელვადიანი მთლიანი დანახარჯები ჰოკეის ჯოხების წარმოებისათვის.

თ. $w = \$4$, $v = \$1$ სათვის დახაზეთ გრძელვადიანი მთლიანი დანახარჯების მრუდი ჰოკეის ჯოხის წარმოებისათვის. აჩვენეთ რომ ეს არის კონვერტი მოკლევადიანი მრუდებისათვის რომელიც გამოვითვალეთ (ა)-ში k-ს 100, 200 და 300 მნიშვნელობებისათვის.

10.6

მეწარმემ შეისყიდა ორი ფირმა რომელიც ვიჯეტებს აკეთებს. ორივე ფირმა იდენტურ საქონელს აწარმოებს და ორივეს აქვს შემდეგი წარმოების ფუნქცია

$$q = \sqrt{k_i l_i}, \ i = 1, 2.$$

ფირმები ერთმანეთისგან განსხვავდება კაპიტალური მოწყობილობების რაოდენობით. კერძოდ, პირველ ფირმას აქვს $k_1 = 25$, ხოლო მეორე ფირმას $k_2 = 100$. ქირის განაკვეთი k და l-სათვის $w = v = \$1$

ა. თუ მეწარმეს სურს, რომ მოკლევადიანი დანახარჯების მინიმიზაცია გააკეთოს ვიჯეტების წარმოებაში როგორ უნდა გადანაწილდეს გამოშვება ამ ორ ფირმას შორის?

ბ. ვთქვათ გამოშვება ოპტიმალურად გადანაწილდა ორ ფირმას შორის, გამოთვალეთ მოკლევადიანი დანახარჯები – მთლიანი, საშუალო და ზღვრული დანახარჯების მრუდები. რა იქნება ზღვრული დანახარჯები მეასე ვიჯეტისათვის? 125-ე ვიჯეტისთვის? 200-ე ვიჯეტისათვის?

გ. როგორ უნდა გადაანაწილოს მეწარმემ ვიჯეტების წარმოება ორი ფირმას შორის გრძელვადიან პერიოდში? გამოთვალეთ გრძელვადიანი მთლიანი, საშუალო და ზღვრული დანახარჯების მრუდები.

დ. როგორ შეიცვლება თქვენი პასუხი (გ) კითხვაზე როცა ორივე ფირმა აჩვენებს მილევადი მასშტაბის ეფექტს?

10.7

ვთქვათ მთლიანი დანახარჯების ფუნქცია მოცემულია შემდეგი ფორმულით

$$C = qw^{2/3}v^{1/3}.$$

ა. გამოიყენეთ შეფარდის ლემა მუდმივი გამოშვების მოთხოვნის ფუნქციების გამოსათვლელად l და k რესურსებისათვის.

ბ. გამოიყენეთ თქვენი შედეგი (ა) დან რომ გამოითვალოთ q-ს წარმოების ფუნქცია.

10.8
ვთქვათ მთლიანი დანახარჯების ფუნქცია მოცემულია

$$C = q(v + 2\sqrt{vw} + w).$$

ა. გამოიყენეთ შეფარდის ლემა რომ გამოითვალოთ მუდმივი გამოშვების მოთხოვნის ფუნქციების გამოსათვლელად l და k რესურსებისათვის.
ბ. გამოიყენეთ თქვენი შედეგი (ა) დან რომ გამოითვალოთ q-ს წარმოების ფუნქცია.
გ. გადაამოწმეთ შედეგი 10.2 ამოცანის შედეგების გამოყენებით რათა აჩვენოთ რომ *CES* დანახარჯების ფუნქცია ($\sigma = 0.5, p = -1$) გენერირებას აკეთებს მთლიანი დანახარჯების ფუნქციისა.

ანალიტიკური ამოცანები

10.9 CES ფუნქციის განზოგადება
CES ფუნქცია შეიძლება განვაზოგადოთ და რესურსები შევწონოთ. ორი რესურსის შემთხვევაში ფუნქცია იქნება

$$q - f(k, l) = [(ak)^\rho + (bl)^\rho]^{\nu/\rho}.$$

ა. როგორი იქნება მთლიანი დანახარჯების ფუნქცია ამ საწარმოო ფუნქციიდან გამომდინარე? მინიშნება: თქვენ შეგიძლიათ, რომ სულ თავიდან გააკეთოთ გარდაქმნები, ან უფრო მარტივია, რომ გამოიყენოთ 10.2 ში მიღებული შედეგები და დაასაბუთოთ რომ ერთეული კაპიტალის ფასი ამ ფუნქციაში არის v/a და ერთეული სამუშაო ძალისა კი w/b.
ბ. თუ $\gamma = 1$ და $a + b = 1$ შეიძლება ვაჩვენოთ, რომ ეს საწარმოო ფუნქცია უახლოვდება ქობ-დაგლასის ფორმას $q = k^a l^b$ როცა $p \to 0$. რა იქნება დანახარჯების ფუნქცია ამ კონკრეტული *CES* ფუნქციისათვის?
გ. შედარებითი სამუშაო ძალის წილი ორ რესურსიან წარმოების ფუნქციაში მოცემულია wl/vk ფარდობით. აჩვენოთ, რომ ეს წილი მუდმივია ქობ-დაგლასის ფუნქციისათვის რომელიც (ბ) შია მოცემული. როგორ გავლენას ახდენს სამუშაო ძალაზე a და b პარამეტრები?
დ. გამოთვალეთ შედარებითი სამუშაო ძალის დანახარჯების წილი ზოგად *CES* ფუნქციაში რომელიც ზემოთაა მოცემული. როგორ გავლენას ახდენს ამ წილზე w/v ფარდობის ცვლილება? რა მხარეს მიმართავს ამ ცვლილების ეფექტს ჩანაცვლების ელასტიკურობა? როგორ გავლენას ახდენს მასზე a და b პარამეტრები?

10.10 რესურსებზე მოთხოვნის ელასტიკურობა

საკუთარი ფასის ელასტიკურობები როცა რესურსებზე მოთხოვნა მოცემულია ფორმულებით

$$e_{l^c,w} = \frac{\partial l^c}{\partial w} \cdot \frac{w}{l^c}, \qquad e_{k^c,v} = \frac{\partial k^c}{\partial v} \cdot \frac{v}{k^c}.$$

ა. გამოთვალეთ $e_{l^c,w}$ და $e_{k^c,v}$ ყოველი დანახარჯების ფუნქციისათვის რომელიც მოცემულია 10.2 მაგალითში.

ბ. აჩვენეთ რომ საერთოდ $e_{l^c,w} + e_{l^c,v} = 0$.

გ. აჩვენეთ რომ ჯვარედინი ფასის წარმოებულები პირობითი მოთხოვნის ფუნქციებისათვის ტოლია – ანუ $\partial l^c/\partial v = \partial k^c/\partial w$. გამოიყენეთ ეს ფაქტი და აჩვენეთ რომ $s_l e_{l^c,w} = s_k e_{k^c,w}$, სადაც s_l, s_k არის სამუშაო ძალის წილი მთლიან დანახარჯებში (wl/C) და რომ კაპიტალი მთლიან დანახარჯებში (vk/C).

დ. გამოიყენეთ (ბ) და (გ) ში მიღებული შედეგები და აჩვენეთ რომ $s_l e_{l^c,w} + s_k e_{k^c,w} = 0$.

ე. ახსენით სხვადასხვა ელასტიკურობა სიტყვიერად და დაასაბუთეთ მისი ზოგადი შესაბამისობა რესურსებზე მოთხოვნის ზოგად თეორიასთან.

10.11 ჩანაცვლების ელასტიკურობა და რესურსების მოთხოვნის ელასტიკურობა

მორიშიმას ჩანაცვლების ელასტიკურობის განსაზღვრება (10.51 განტოლება) შეიძლება აღიწეროს რესურსების მოთხოვნის ელასტიკურობითაც. ეს ფაქტიურად განსაზღვრებაში ზოგად ასიმეტრიას უსვამს ხაზს.

ა. აჩვენეთ რომ თუ მხოლოდ w_j იცვლება, მაშინ $s_{i,j} = e_{x_i^c,w_j} - e_{x_j^c,w_j}$.

ბ. აჩვენეთ რომ თუ მხოლოდ w_i იცვლება, მაშინ $s_{j,i} = e_{x_j^c,w_i} - e_{x_i^c,w_i}$.

გ. აჩვენეთ რომ თუ წარმოების ფუნქცია ზოგადი *CES* ფუნქციაა $q = [\sum_n x_i^p]^{1/p}$, $p \neq 0$, მაშინ ყველა მორიშიმას ელასტიკურობები იგივეა: $s_{i,j} = 1/(1-p) = \sigma$. ეს არის ის ერთადერთი შემთხვევა როცა მირიშიმას განსაზღვრება სიმეტრიულია.

10.12 ალენის ჩანაცვლების ელასტიკურობა

დანახარჯების მრავალი ემპირიული კვლევა რესურსების ჩანაცვლების ელასტიკურობის ალტერნატიულ განსაზღვრებას გვთავაზობს. ეს ალტერნატიული განსაზღვრება პირველად რ.გ.დ. ალენმა წარმოადგინა 1930 წელს და შემდგომი კომენტარი უკვე ჰ. უზავას ეკუთვნოდა 1960-იან წლებში. აღნიშნული განსაზღვრება აგებულია წარმოების ფუნქციაზე დაფუძნებულ ელასტიკურობაზე რომელიც მეცხრე თავის მეექვსე სქოლიოში არის მოცემული: $A_{ij} = C_{ij}C/C_iC_j$, სადაც i და j აღნიშნავენ წილობრივ წარმოებულს სხვადასხვა რესურსების ფასების გათვალისწინებით. ცხადია რომ ალენის განსაზღვრება სიმეტრიულია.

ა. აჩვენეთ რომ $A_{i,j} = e_{x_i^c,w_j} / s_j$ სადაც s_j არის j რესურსის წილი მთლიან დანახარჯებსი.

ბ. აჩვენეთ რომ s_i-ს ელასტიკურობა j რესურსის მიმართ დამოკიდებულია ალენის ელასტიკურობაზე $e_{s_i p_j} = s_j(A_{i,j} - 1)$.

გ. აჩვენეთ რომ მხოლოდ ორი რესურსის დროს $A_{k,l} = 1$ ქობ-დაგლასის შემთხვევაში და $A_{k,l} = \sigma$, *CES*-ს შემთხვევაში.

დ. ნაიკითხეთ Blackorby and Russell (1989: "Will the Real Elasticity of Substitution Please Stand Up?") რომ დაინახოთ თუ რატომ ანიჭებენ მორიშიმას განსაზღვრებას უპირატესობას.

დამატებითი საკითხავი

Allen, R. G. D. *Mathematical Analysis for Economists*. New York: St. Martin's Press, 1938, various pages-see index.

სრულყოფილი მათემატიკური ანალიზი ჩანაცვლების შესაძლებლობებისა და დანახარჯების ფუნქციები. საკმაოდ რთული საკითხავი

Blackorby, C., and R. R. Russell. "Will the Real Elasticity of Substitution Please Stand Up? (A Comparison of the Allen/ Uzawa and Morishima Elasticities)." *American Economic Review* (September 1989): 882–88.

საინტერესო ახსნა თუ როგორ უნდა გაიზომოს ჩანაცვლებადობა წარმოებაში ბევრი რესურსის არსებობისას. არსებობს აზრი რომ ავტორის განსაზღვრების გამოყენება არ ხერხდება და რომ მორიშიმას განსაზღვრება გაცილებით უკეთესია.

Ferguson, C. E. *The Neoclassical Theory of Production and Distribution*. Cambridge: Cambridge University Press, 1969, Chap. 6.

დანახარჯების მრუდები, ძალიან ძლიერი გრაფიკული ანალიზი

Fuss, M., and D. McFadden. *Production Economics: A Dual Approach to Theory and Applications*. Amsterdam: North- Holland, 1978.

რთული და სრულყოფილი აღწერა წარმოებისა და დანახარჯების ფუნქციებს შორის დუალური დამოკიდებულებისა

Knight, H. H. "Cost of Production and Price over Long and Short Periods." *Journal of Political Economics 29* (April 1921): 304–35.

კლასიკური მიდგომა მოკლევადიანი და გრძელვადიანი პერიოდების განსხვავებაზე.

Silberberg, E., and W. Suen. *The Structure of Economics: A Mathematical Analysis*, 3rd ed. Boston: Irwin/McGraw- Hill, 2001

მეშვიდე და მეცხრე თავებში მოცემულია საკმაოდ დიდი მასალა დანახარჯების ფუნქციებზე. განსაკუთრებით საინტერესოა ავტორების დისკუსია „ურთიერთსაწინააღმდეგო ეფექტებზე"

Sydsaeter, K., A. Strom, and P. Berck. *Economists' Mathematical Manual*, 3rd ed. Berlin: Springer-Verlag, 2000.

ოცდამეხუთე თავში მოცემულია ამ თავში მოყვანილი მათემატიკური კონცეფციების შეჯამება.

დანართები

ტრანსლოგარითმული დანახარჯების ფუნქციები

ორი დანახარჯების ფუნქცია, რომელიც მეათე თავში შევისწავლეთ (ქობ-დაგლასი და *CES*) ძალიან შეზღუდულნი არიან ჩანაცვლების კუთხით. ქობ-დაგლასი უშვებს რომ $\sigma = 1$ ნებისმიერ ორ რესურსს შორის. *CES* σ ნებისმიერ სიდიდეს თვლის შესაძლებლად, მაგრამ მოითხოვს, რომ ჩანაცვლების ელასტიკურობა ერთი და იგივე უნდა იყოს ნებისმიერ ორი რესურსს შორის. რადგან ემპირიული ეკონომისტები რეალურ მონაცემებზე დაყრდნობით ამჯობინებენ დასკვნების გაკეთებას, მათ სცადეს უფრო მოქნილი ფუნქციონალური ფორმები მოეძებნათ. ერთ-ერთი ასეთი პოპულარული ფორმა შექმნეს ფასმა და მაკ-ფადენმა (Fuss and McFadden (1978).

E10.1 ტრანსლოგარითმი ორი ჩასყრისთ

10.2 მაგალითში დავითვალეთ ქობ-დაგლასის დანახარჯების ფუნქცია ორი რესურსისათვის $C(q, \upsilon, w) = Bq^{1/(\alpha+\beta)}\upsilon^{\alpha/(\alpha+\beta)}w^{\beta/(\alpha+\beta)}$. თუ ავიღებთ ნატურალურ ლოგარითმს

$$\begin{aligned}\ln C(q, \upsilon, w) = \ln B &+ [1/(\alpha+\beta)] \ln q \\ &+ [\alpha/(\alpha+\beta)] \ln \upsilon \\ &+ [\beta/(\alpha+\beta)] \ln w. \end{aligned} \quad \text{(i)}$$

მთლიანი დანახარჯების ლოგარითმი არის წრფივი, ტრანსლოგარითმული ფუნქცია განზოგადებს ამას და უშვებს კვადრატს რესურსების ფასებში

$$\begin{aligned}\ln C(q, \upsilon, w) = \ln q &+ \beta_0 + \beta_1 \ln \upsilon + \beta_2 \ln w \\ &+ \beta_3 (\ln \upsilon)^2 + \beta_4 (\ln w)^2 \\ &+ \beta_5 \ln \upsilon \ln w, \end{aligned} \quad \text{(ii)}$$

სადაც ეს ფუნქცია ცხადად აჩვენებს მუდმივი მასშტაბიდან ეფექტს (რადგან კოეფიციენტი $\ln q$ არის 1)

ამ ფუნქციის ზოგიერთი თვისება შემდეგნაირია:

- ფუნქცია რომელიც ჰომოგენურია რესურსების ფასებში l-ის ხარისხის $\beta_1 + \beta_2 = 1$ და $\beta_3 + \beta_4 + \beta_5 = 0$
- ეს ფუნქცია მოიცავს ქობ-დაგლასის განსაკუთრებულ შემთხვევას როცა $\beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = 0$, ამიტომ ეს ფუნქცია შეიძლება გამოვიყენოთ სტატისტიკური ტესტის სახით.
- ტრასლოგ ფუნქციის რესურსების წილები განსაკთრებით მარტივი გამოსათვლელია შემდეგი შედეგის გამოყენებით რომ $s_i = (\partial \ln C)/(\partial \ln w_i)$. ორი რესურსის შემთხვევაში ეს შედეგად იძლევა

$$\begin{aligned} s_k &= \frac{\partial \ln C}{\partial \ln \upsilon} = \beta_1 + 2\beta_3 \ln \upsilon + \beta_5 \ln w, \\ s_l &= \frac{\partial \ln C}{\partial \ln w} = \beta_2 + 2\beta_4 \ln w + \beta_5 \ln \upsilon. \end{aligned} \quad \text{(iii)}$$

ქობ-დაგლასის შემთხვევაში (როცა $\beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = 0$) ეს წილები მუდმივია, მაგრამ ზოგად ტრანსლოგარითმულ ფუნქციაში არაა.

- ტრანსლოგარითმულ ფუნქციაში ჩანაცვლების ელასტიკურობის გამოთვლისას შეიძლება გამოვიყენოთ შედეგი რომელიც მივიღეთ 10.11 ამოცანაში $s_{k,l} = e_{k\epsilon,w} - e_{\epsilon,w}$. გამოთვლები ამ შემთხვევაში საკმაოდ მარტივია.

$$\begin{aligned} e_{k\epsilon,w} &= \frac{\partial \ln C_\upsilon}{\partial \ln w} = \frac{\partial \ln\left(\frac{C}{\upsilon} \cdot \frac{\partial \ln C}{\partial \ln \upsilon}\right)}{\partial \ln w} \\ &= \frac{\partial\left[\ln C - \ln \upsilon + \ln\left(\frac{\partial \ln C}{\partial \ln \upsilon}\right)\right]}{\partial \ln w} \\ &= s_l - 0 + \frac{\partial \ln s_k}{\partial s_k} \cdot \frac{\partial^2 \ln C}{\partial \upsilon \partial w} = s_l + \frac{\beta_5}{s_k}. \end{aligned} \quad \text{(iv)}$$

ქობ-დაგლასის შემთხვევისათვის ($\beta_s = 0$) წარმოებული მოთხოვნის ფასის ელასტიკურობა k-სთვის მარტივი ფორმა გააჩნია $e_{k,w} = s_l$. იგივენაირი გარდაქმნებით მივიღებთ რომ $e_{k,w} = -s_k + 2\beta_4/s_l$ და ქობ-დაგლასის შემთხვევაში გვექნება: $e_{k,w} = -s_k$. რაც ამ ორ ელასტიურობის გაერთიანებით

$$\begin{aligned} s_{k,l} &= e_{k,w} - e_{k,w} \\ &= s_l + s_k + \frac{\beta_5}{s_k} - \frac{2\beta_4}{s_l} \\ &= 1 + \frac{s_l\beta_5 - 2s_k\beta_4}{s_k s_l}. \end{aligned} \qquad \text{(v)}$$

ისევ, ქობ-დაგლასის შემთხვევაში გვექნება $s_{k,l} = 1$, როგორც მოსალოდნელი იყო.

- ალენის ჩანაცვლების ელასტიკურობა (იხილეთ ამოცანა 10.12) ტრანსლოგარითმული ფუნქციისათვის იქნება $A_{k,l} = 1 + \beta_5/s_k s_l$. ეს ფუნქცია შეიძლება გამოვიყენოთ მოთხოვნის ჯვარედინი ფასების ელასტიკურობისათვისაც: $e_{k,w} = s_l A_{k,l} = s_l + \beta_5/s_k$. როგორც ადრე ვაჩვენეთ. აქ ისევ $A_{k,l} = 1$ ქობ-დაგლასისთვის, ხოლო ზოგად შემთხვევაში ალენისა და მორიშიმას განსაზღვრებები განსხვავებული იქნება ორი რესურსის შემთხვევაშიც კი.

E10.2 მრავალი რესურსიანი ტრანსლოგარითმული ფუნქცია

უმეტესი ემპირიული კვლევა ორ რესურსზე მეტს იკვლევს ხოლმე, ტრანსლოგარითმული ფუნქციის გამოყენება განსაკუთრებით მარტივია ასეთ სიტუაციებში. თუ დავუშვებთ რომ არსებობს n რესურსი, რომელთა ფასებია $w_i (i = 1, n)$, მაშინ ეს ფუნქცია

$$\begin{aligned} C(q, w_1, \ldots, w_n) &= \ln q + \beta_o + \sum_{i=1}^{n} \beta_i \ln w_i \\ &+ 0.5 \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \beta_{ij} \ln w_i \ln w_j, \end{aligned} \qquad \text{(vi)}$$

სადაც ერთხელ კიდევ უნდა დავუშვათ, რომ არსებობს მუდმივი მასშტაბის ეფექტი. ეს ფუნქცია მოითხოვს რომ $\beta_{ij} = \beta_{ji}$ სადაც $i \neq j$ ორჯერ ჩნდება საბოლოო ჯამში (რაც ხსნის გამოსახულებაში 0.5 არსებობას). ეს ფუნქცია რომ ჰომოგენური იყოს l ხარისხით რესურსების ფასებში, საჭიროა რომ $\sum_{i=1}^{n} \beta_i = 1$ და $\sum_{i=1}^{n} \beta_{ij} = 0$, ამ ფუნქციის ორი საჭირო თვისება არის შემდეგი:

- რესურსების წილები წრფივ ფორმას იღებს

$$s_i = \beta_i + \sum_{j=1}^{n} \beta_{ij} \ln w_j. \qquad \text{(vi)}$$

ეს აჩვენებს, რომ ტრანსლოგარითმი როგორ წესი წილობრივ ფორმით იანგარიშება. ზოგჯერ ტერმინი $\ln q$ ემატება განტოლებას რათა მასშტაბიდან ეფექტი ჩაერთოს გამოთვლებში.

- ჩანაცვლების ელასტიკურობა ორ რესურსს შორის ტრანსლოგარითმულ ფუნქციაში მოცემულია შემდეგნაირად

$$s_{i,j} = 1 + \frac{s_j\beta_{ij} - s_i\beta_{jj}}{s_i s_j}. \qquad \text{(viii)}$$

ამიტომ ჩანაცვლებადობაზე შეიძლება პირდაპირ ვიმსჯელოთ ტრანსლოგარითმული ფუნქციის მეშვეობით განსაზღვრული პარამეტრების საფუძველზე.

E10.3 ჩამდენიმე გამოყენება

ტრანსლოგარითმული ფუნქციები მრავალი ემპირიული კვლევების ნაწილი გახდა. ამ პოპულარობას ორი ფაქტორი განსაზღვრავს. პირველი, ფუნქცია იძლევა რესურსების ჩანაცვლების უნარის სრულ რეტროსპექტივას – არ არის საჭირო რომ მონაცემები რაღაც განსაკუთრებულ ფორმატში იყოს მოცემული. მეორე, ფუნქციის ფორმატი რესურსების ფასებს საკმაოდ მოქნილი მექანიზმით მართავს, რადგან მკვლევარი დარწმუნებულია, რომ ეს ფასები რეგრესიულ ანალიზში შეიძლება

გაკონტროლდეს. როდესაც ასეთი კონტროლი დაწესებულია, დანახარჯების ფუნქციის სხვა ასპექტები გაცილებით სარწმუნო ხდება.

ტრანსლოგარითმული ფუნქციის გამოყენების ერთი მაგალითია ვესტბრუკისა და ბაკლის (1990) ნაშრომში მოყვანილი მაგალითი: თუ როგორი რეაგირება მოახდინეს სატრანსპორტო გადაზიდვებმა, როდესაც პროდუქტის გადატანის ფასები შეიცვალა – რკინიგზისა და სატვირთო მანქანების გადაზიდვის დერეგულაციების შედეგად ამერიკის შეერთებულ შტატებში. ავტორებმა ხილისა და ბოსტნეულის გადაზიდვები განიხილეს დასავლეთი შტატებიდან ნიუ -იორკში და ჩიკაგოში. მათ საკმაოდ მაღალი ჩანაცვლების ელასტიკურობა დააფიქსირეს გადაზიდვის სხვადასხვა შესაძლებლობებს შორის და აღმოაჩინეს რომ დერეგულაციას საკმაოდ დადებითი ეფექტი ქონდა. დოგულაგოსა და ჰონს (Doucouliagos and Hone 2000) მსგავს ანალიზს გვთავაზობენ ფასების დერეგულაციის თაობაზე ავსტრალიაში. მათ აჩვენეს რომ რძის ფასის შეცვლამ აიძულა რძის პროდუქტების გადამამუშავებელი კომპანიები მნიშვნელოვანი ცვლილებები გაეკეთებინათ რესურსების არჩევანში. მათ აჩვენეს, რომ ამ დარგში საკმაოდ მნიშვნელოვანი ტექნიკური გაუმჯობესება დაინერგა სწორედ ფასების ცვლილების საპასუხოდ.

საკმაოდ საინტერესო შრომა ტრანსლოგარითმული ფუნქციების გამოყენებით ეკუთვნის ლაცკოს (Latzko 1999) რომელიც ამერიკის საერთო ფონდის დარგს. მან დაადგინა, რომ მთლიანი დანახარჯების ელასტიკურობა მთლიან აქტივებთან შედარებით ერთზე ნაკლებია ყველა ფონდისათვის, ყველაზე დიდი ფონდების გამოკლებით (რომელთა ბიუჯეტი ოთხ მილიარდს აჭარბებს). ამიტომ ავტორი ასკვნის რომ ფულის მენეჯმენტი საკმაოდ დიდ უკუგების მასშტაბს აჩვენებს. კიდევ რამდენიმე სხვა კვლევაა მუნიციპალურ სერვისებზე. მაგალითად, გარსიასა და ტომასის (Garcia and Thomas, 2001) რომლებმაც გამოიკვლიეს წყლის მიწოდების სისტემა ადგილობრივ ფრანგულ დასახლებებში და დაასკვნეს რომ მნიშვნელოვანი ეკონომია არსებობს მასშტაბთან დაკავშირებით და შეიძლება სისტემების გარკვეულ შერწყმას ჰქონდეს აზრი. იაჩევი (Yatchev 2000) იგივე დასკვნამდე მიდის ელექტრომომარაგებასთან დაკავშირებით ონტარიოსა და კანადაში. მან აღმოაჩინა, რომ არსებობს მაშტაბის ეკონომია ელექტრო გადამცემ სისტემაში რომელიც 20000 მომხმარებელს აწვდიდა ენერგიას. ამრიგად, გარკვეული ეფექტიანობის ამაღლება შეიძლება მივიღოთ სისტემების შერწყმით რომლებიც მცირე ზომის არიან.

ლიტერატურა:

Doucouliagos, H., and P. Hone. "Deregulation and Subequilibrium in the Australian Dairy Processing Industry." *Economic Record* (June 2000): 152–62.

Fuss, M., and D. McFadden, Eds. *Production Economics: A Dual Approach to Theory and Applications.* Amsterdam: North Holland, 1978.

Garcia, S., and A. Thomas. "The Structure of Municipal S Water Supply Costs: Application to a Panel of French Local Communities." *Journal of Productivity Analysis* (July 2001): 5–29.

Latzko, D. "Economies of Scale in Mutual Fund Administration." *Journal of Financial Research* (Fall 1999): 331–39.

Sydsæter, K., A. Strøm, and P. Berck. *Economists' Mathematical Manual*, 3rd ed. Berlin: Springer-Verlag, 2000.

Westbrook, M. D., and P. A. Buckley. "Flexible Functional Forms and Regularity: Assessing the Competitive Relationship between Truck and Rail Transportation." *Review of Economics and Statistics* (November 1990): 623–30.

Yatchew, A. "Scale Economies in Electricity Distribution: A Semiparametric Analysis." *Journal of Applied Econometrics* (March/April 2000): 187–210.

11



მოგების მაქსიმიზაცია

თავში 10 გამოვიკვლიეთ თუ როგორ ახდენენ ფირმები დანახარჯების მინიმიზაციას ნებისმიერი გამოშვებისას. ამ თავში კი ყურადღებას დავუთმობთ გამომშვების ისეთი არჩევის საკითხს, რომელიც მოგების მაქსიმიზაციის საშუალებას იძლევა. ჯერ მოკლედ მიმოვიხილოთ ფირმის ბუნება და გავაანალიზოთ მისი არჩევანი.

ფირმის ბუნება და ძმეღებები

როგორც უკვე წარმოების ანალიზის ნაწილში აღვნიშნეთ, ფირმა არის ინდივიდების ჯგუფი, რომლებიც გაერთიანდნენ რესურსების საბოლოო პროდუქტად გარდაქმნის მიზნით. ინდივიდს სხვადასხვა რესურსის გამოყენება შეუძლია, მაგალითად, სამუშაო ძალა, კაპიტალური მოწყობილობა და მოელიან, რომ მათი გაერთიანებით გარკვეული სახის უკუგებას მიიღებენ.

ფირმის შიგნით სახელშეკრულებო ურთიერთობები

რესურსების მფლობელებს შორის სახელშეკრულებო ურთიერთობები შეიძლება საკმაოდ რთული იყოს. ყოველ მფლობელს თავისი წვლილის შეტანა სურს სამეწარმეო აქტივობებში და გარკვეული მოლოდინი აქვს, როგორ გამოიყენოს მისი წილი კაპიტალი და რას შეიძლება მოელოდეს იგი სანაცვლოდ. ზოგიერთ შემთხვევაში ხელშეკრულება ცხადი სახით არსებობს. როგორც წესი, მუშაკები ისწრაფვიან ხელი მოაწერონ ხელშეკრულებას, რომელშიც ზუსტადაა გაწერილი თუ რამდენი საათი უნდა იმუშაოს, სამუშაოს რა წესები უნდა დაიცვას და რა ხელფასი შეიძლება ჰქონდეს. ამის მსგავსად, კაპიტალის მფლობელები ინვესტირებას აკეთებენ ფირმაში ცხადი სამართლებრივი პრინციპების გათვალისწინებით - თუ როგორ უნდა იყოს გამოყენებული მათი კაპიტალი, როგორი იქნება კომპენსაცია, რომელიც მფლობელმა უნდა მიიღოს, თავის თავზე აიღებს თუ არა მფლობელი ზარალს ან მოგებას ყველა ვალდებულების გასტუმრების შემდეგ. ყველა ასეთი ფორმალური წესის დაწესების მიუხედავად ნათელია, რომ ვალდებულებების რაღაც ნაწილი ფირმასა და რესურსების მფლობელთა შორის არაცხადი რჩება; მენეჯერებსა და მუშაკებს შორის დამოკიდებულება გარკვეულ პროცედურებს

მისდევს - სამუშაოს რა ნაწილი ვინ უნდა გააკეთოს და ვინ უნდა მიიღოს წარმოებასთან დაკავშირებული გადაწყვეტილებები. მუშაკებს შორის ძალიან ბევრი არაცხადი წესი არსებობს, მაგალითად, როგორ უნდა მოხდეს მათ შორის სამუშაოს გადანაწილება. კაპიტალის მფლობელებმა კი შეიძლება თავისი უფლებების დიდი ნაწილის დელეგირება მოახდინონ და გადასცენ მენეჯერებს, რათა მათ მიიღონ გადაწყვეტილებები მფლობელების ნაცვლად. მაგალითად, ჯენერალ მოტორსის აქციონერები არასდროს ერევიან იმაში, თუ როგორ უნდა მოხდეს სამონტაჟე ხაზის გამოყენება, თუმცა, ფაქტიურად ისინი არიან ამ მოწყობილობის მფლობელები. ყველა ეს ცხადი და არაცხადი ურთიერთობები იცვლება გამოცდილებისა და მოვლენების კვლაკდაკვალ. ისევე როგორც კალათბურთის გუნდი ახალ-ახალ ტექნიკასა და თავდაცვის სტრატეგიებზე მუშაობს, ასევე, ფირმები ცვლიან თავიანთი შიდა საორგანიზაციო ურთიერთობების ფორმებს რათა უკეთეს გრძელვადიან შედეგებს მიაღწიონ.[1]

ფირმის ქცევის მოდელირება

ბევრი ეკონომისტი ფირმის გადაწყვეტილებების შესწავლისას იყენებს ე.წ „ქცევით“ მიდგომებს, უმეტეს მათგანს ამ თეორიის გამოყენება საკმაოდ რთულად მიაჩნია. ამის საწინააღმდეგოდ, ისინი მიმართავენ ე.წ. „ჰოლისტიკურ“ მიდგომას, რომელიც ფირმას განიხილავს, როგორც გადაწყვეტილებების მიმღებს და უგულებელყოფს ყველა იმ სირთულეს, რომელიც დაკავშირებულია რესურსების მფლობელების ურთიერთობებთან. ამ მიდგომით, ხშირად მოსახერხებელია დავუშვათ, რომ ფირმასთან დაკავშირებულ გადაწყვეტილებებს იღებს ერთი დიქტატორი მენეჯერი, რომელიც რაციონალურად ერთ მიზანს, როგორც წესი, მოგების მაქსიმიზაციას ესწრაფვის. ეს არის ის მიდგომა, რომელსაც ამ წიგნში დავეყრდნობით. თავში 18 განვიხილავთ რამდენიმე საკითხს, რომელიც ფირმის შიდა კონტრაქტებს ეხება.

მოგების მაქსიმიზაცია

მიწოდების უმეტესი მოდელი აკეთებს დაშვებას, რომ ფირმა და მისი მენეჯერები ესწრაფვიან რაც შეიძლება დიდი მოგება მიიღონ. ამიტომაც გთავაზობთ შემდეგ განსაზღვრებას.

განსაზღვრება

მოგების მაქსიმიზაციაზე ორიენტირებული ფირმა. მოგების მაქსიმიზაციაზე ორიენტირებული ფირმა რესურსებისა და გამოშვების არჩევანს აკეთებს მაქსიმალური ეკონომიკური მოგების მიზნით. ანუ, ფირმა ესწრაფვის, რომ სხვაობა მის მთლიან ამონაგებსა და მთლიან დანახარჯებს შორის რაც შეიძლება დიდი იყოს.

1 ფირმების საკონტრაქტო ურთიერთობების თეორიის პირველი ჩამოყალიბება ეკუთვნის რ.ჯ. ქოასს R. H. Coase, "The Nature of the Firm," Economica (November 1937): 386–405.

იმ დაშვებას, რომ ფირმა ესწრაფვის მაქსიმალურ მოგებას ეკონომიკურ ლიტერატურაში დიდი ისტორია აქვს. აღნიშნული დაშვება საკმაოდ სარწმუნოა, რადგან ფირმის მფლობელები, ჯერ ერთი, შეიძლება მართლაც ისწრაფოდნენ გახადონ თავიანთი აქტივები უფრო ღირებული და მეორე, კონკურენტუნარიანი ბაზარი სჯის იმ ფირმებს, რომლებიც მოგების მაქსიმიზაციას არ ცდილობს. ამ დაშვებას, ასევე, მრავალ თეორიულ დასკვნამდე მივყავართ, რაც რეალური ფირმის გადაწყვეტილებებს ნათელს ჰფენს.

მოგების მაქსიმიზაცია და ზღვრული გადაწყვეტილებები

თუ ფირმები მკაცრად მიისწრაფიან მოგების მაქსიმიზაციისკენ, ისინი გადაწყვეტილებებს „ზღვრული შეხედულებებით“ იღებენ. მეწარმე კონცეპტუალურ ექსპერიმენტებს მიმართავს და იქამდე ცვლის კონტროლირებად ცვლადებს, ვიდრე შეუძლებელი ხდება მოგების კიდევ უფრო გაზრდა. ეს ფაქტიურად ნიშნავს ზღვრულ მოგებას, რომლის მიღებაც შესაძლებელია ერთი დამატებითი ერთეულის წარმოებით ან დამატებითი მოგების მიღების მიზნით კიდევ ერთი დამატებითი მუშაკის დაქირავებით. დამატებით სულ მცირე მოგების მიღება კიდევ შესაძლებელია მანამ სანამ ამ დამატებითი ერთეულის წარმოება განხორციელდება და ამ დამატებითი მუშაკის დაქირავებაც მოხდება. თუ აქტივობის მოგება ნულს გაუტოლდება, ეს ნიშნავს, რომ მეწარმემ უკვე თავისი აქტიობა საკმაოდ წანია წინ და მეტი წინსვლა აღარ იქნება მომგებიანი. ამ თავში გამოვიკვლევთ ამ დაშვებას დახვეწილი მათემატიკური აპარატის მეშვეობით.

გამოშვების არჩევანი

დავიწყებთ თემიდან, რომელსაც ყველანი იცნობთ: გამოშვების რა დონეს შეარჩევს ფირმა მაქსიმალური მოგების მისაღწევად. ფირმა ყიდის გამოშვების q რაოდენობას, ერთი ერთეულისათვის p საბაზრო ფასად. მთლიანი ამონაგები (R) მოცემულია შემდეგი ფორმულით:

$$R(q) = p(q) \cdot q, \tag{11.1}$$

ჩვენ გავაკეთეთ დაშვება, რომ გასაყიდ ფასზე შეიძლება გავლენა მოახდინოს ფირმის მიერ გაყიდული პროდუქტის რაოდენობამ, რომლის გაყიდვაც ფირმას შეუძლია. q-ს წარმოებას თან ახლავს გარკვეული ეკონომიკური დანახარჯები, რომელსაც (ისევე, როგორც თავში 10) $C(q)$-თი აღვნიშნავთ.

ამონაგებსა და დანახარჯებს შორის სხვაობას ეკონომიკურ მოგებას უწოდებენ (π). იმის გამო, რომ ამონაგები და დანახარჯები გამოშვებულ რაოდენობაზეა დამოკიდებული, ეკონომიკური მოგებაც, ასევე, გამოშვებულ რაოდენობაზე იქნება დამოკიდებული. ანუ

$$\pi(q) = p(q) \cdot q - C(q) = R(q) - C(q). \qquad \textbf{(11.2)}$$

მოგების მაქსიმიზაციის შესაბამისი გამოშვების სიდიდის არჩევისას აუცილებელი პირობაა რომ ტოლობის 11.2 წარმოებული ნოლს გავუტოლოთ[2]

$$\frac{d\pi}{dq} = \pi'(q) = \frac{dR}{dq} - \frac{dC}{dq} = 0, \qquad \textbf{(11.3)}$$

ამრიგად, პირველი რიგის პირობა მაქსიმუმისათვის არის

$$\frac{dR}{dq} = \frac{dC}{dq}. \qquad \textbf{(11.4)}$$

ეს მათემატიკურად ჩაწერილი წესი ეკონომიკის შესავალში შეისწავლება და ცნობილია როგორც „ზღვრული ამონაგების ზღვრული დანახარჯთან ტოლობა“.

მოგების მაქსიმიზაციის პრინციპი

მოგების მაქსიმიზაცია. ეკონომიკური მოგების მაქსიმიზაციისათვის ფირმამ უნდა აირჩიოს გამოშვების ისეთი მოცულობა, რომლის დროსაც ზღვრული ამონაგები ზღვრული დანახარჯების ტოლია. ანუ

$$MR = \frac{dR}{dq} = \frac{dC}{dq} = MC. \qquad \textbf{(11.5)}$$

მეორე რიგის პირობა

ტოლობები 11.4 ან 11.5 მოგების მაქსიმიზაციის მხოლოდ აუცილებელ პირობას წარმოადგენს. ასევე, საჭიროა, რომ

$$\left.\frac{d^2\pi}{dq^2}\right|_{q=q^*} = \left.\frac{d\pi'(q)}{dq}\right|_{q=q^*} < 0, \qquad \textbf{(11.6)}$$

ანუ „ზღვრული“ მოგება q-ს ოპტიმალურ დონის მიღწევისას უნდა მცირდებოდეს. q^*-ზე (გამოშვების ოპტიმალური დონე) ნაკლები q-თვის, მოგება უნდა იზრდებოდეს [$\pi'(q) > 0$] და q-ზე მეტი q-თვის, მოგება უნდა მცირდებოდეს [$\pi'(q) < 0$]. მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ ეს პირობა სრულდება, მიღწეულია ნამდვილი მაქსიმუმი. ცხადია, ეს პირობა სრულდება იმ შემთხვევაშიც, როდესაც q-ს დროს ზღვრული ამონაგები მცირდება (ან მუდმივია) და ზღვრული დანახარჯები იზრდება.

2 მიაქციეთ ყურადღება, რომ ეს არის შეუზღუდავი მაქსიმიზაციის ამოცანა; ანუ მოთხოვნის მრუდი განსაზღვრავს ამონაგების ფუნქციას, რაც, თავის მხრივ, (რესურსების ფასებთან ერთად) ფირმის დანახარჯებს განაპირობებს.

გრაფიკული ანალიზი

ეს ურთიერთობები ილუსტრირებულია ნახაზზე 11.1, სადაც ზედა ნაწილში გამოსახულია ტიპიური დანახარჯებისა და ამონაგების ფუნქციები. გამოშვების მცირე მოცულობისას, დანახარჯები აჭარბებს ამონაგებს და ეკონომიკური მოგება უარყოფითია. გამოშვების საშუალო სიდიდის დროს, ამონაგები დანახარჯებს აჭარბებს; ეს ნიშნავს, რომ მოგება არის დადებითი. და ბოლოს, გამოშვების მაღალი დონის დროს დანახარჯები მკვეთრად იზრდება და ისევ აჭარბებს ამონაგებს. ნახაზზე 11.1 ბ, მოცემულია ამონაგებისა და დანახარჯების მრუდებს შორის შესაბამისი ვერტიკალური მანძილი (მოგება). აქ მოგება თავის მაქსიმუმს q^* წერტილში აღწევს. გამოშვების ამ დონისას ამონაგების მრუდის დახრილობა (ზღვრული ამონაგები) დანახარჯების მრუდის დახრილობის (ზღვრული დანახარჯები) ტოლია. ამ ნახაზიდან ჩანს, რომ მაქსიმუმის საკმარისი პირობა სრულდება ამ წერტილში, რადგან მოგება იზრდება q^*-ის წერტილის მარცხნივ და მცირდება q^*-ის მარჯვნივ. q^* გამოშვების დონე მოგების მაქსიმიზაციის წერტილია. ეს პირობა არ სრულდება q^{**} დროს. ამ გამოშვებისას ზღვრული ამონაგები ზღვრულ დანახარჯებს უდრის, მაგრამ მოგება ფაქტიურად მინიმალურია.

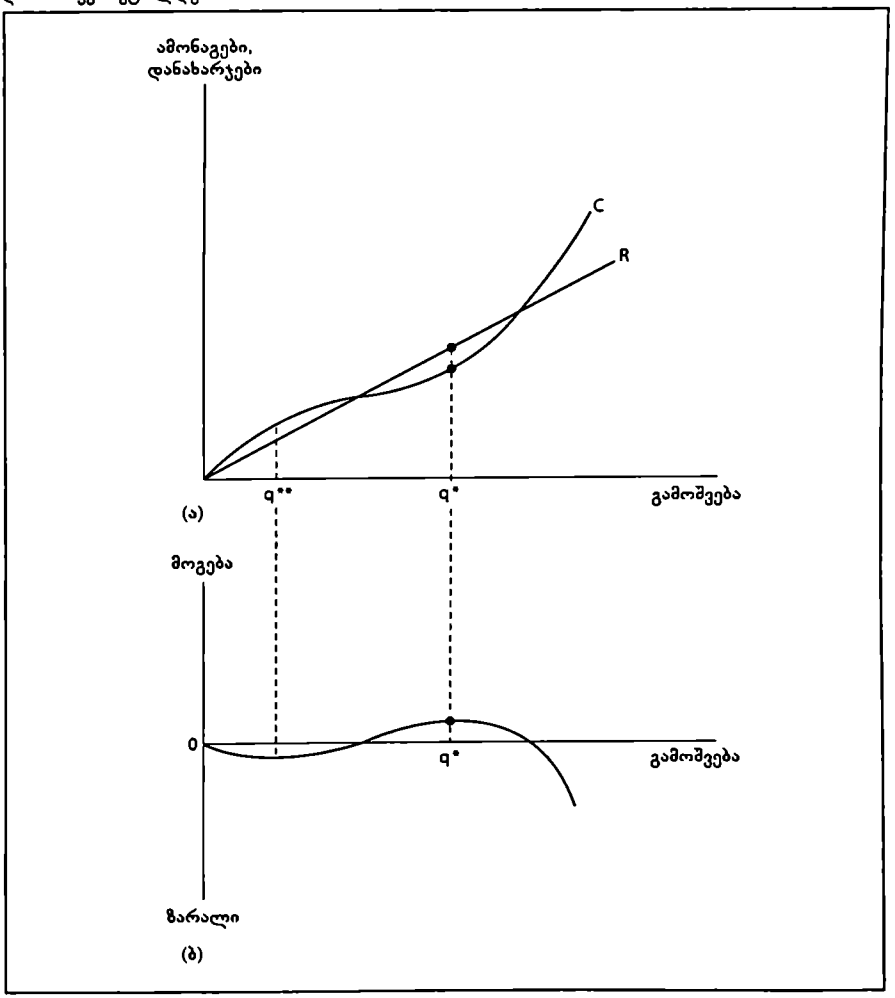
ზღვრული ამონაგები

ზღვრული მოგება მიიღება დამატებით ერთი ერთეულის გაყიდვით, რომელიც შეესაბამება მოგების მაქსიმიზაციაზე ორიენტირებული ფირმის გამოშვების შესახებ გადაწყვეტილებას. თუ ფირმას შეუძლია გაყიდოს იმდენი, რამდენიც სურს საბაზრო ფასებზე გავლენის მოხდენის გარეშე, მაშინ დამატებითი ერთი ერთეულის გაყიდვიდან მიღებული ამონაგები იქნება საბაზრო ფასის ტოლი. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, თუ ფირმის გამოშვების შესახებ გადაწყვეტილება საბაზრო ფასზე არ მოახდენს გავლენას, მაშინ ზღვრული ამონაგები ერთი ერთეულის გასაყიდი ფასის ტოლი იქნება.

ფირმას ყოველთვის, რა თქმა უნდა, არ შეეძლება საბაზრო ფასად გაყიდოს ის რაოდენობა, რაც სურს. თუ არსებობს პროდუქტზე დაღმავალი მოთხოვნის მრუდი, მაშინ დამატებითი გამოშვების გაყიდვას იგი მხოლოდ პროდუქტზე ფასის შემცირებით შეძლებს. ამ შემთხვევაში ერთი დამატებითი ერთეულის გაყიდვით მიღებული ამონაგები ერთი ერთეულის ფასზე ნაკლები იქნება, რადგან მომხმარებლების მოზიდვის მიზნით და ერთი დამატებითი ერთეულის გასაყიდად ფასი ყველა მომდევნო ერთეულზე უნდა შემცირდეს. ამის დემონსტრირება ადვილად შეიძლება. მთლიანი ამონაგები (R) გაყიდული პროდუქტების რაოდენობისა (q) და ფასის (p) ნამრავლის ტოლია, რომელიც, თავის მხრივ, დამოკიდებულია რაოდენობაზე (q). ზღვრული ამონაგები (MR) ამ შემთხვევაში განისაზღვრება როგორც q-ს ცვლილებით განპირობებული R-ის ცვლილება.

ნახაზი 11.1 მოგების მაქსიმიზაციისათვის ზღვრული ამონაგები უნდა უდრიდეს ზღვრულ დანახარჯებს

რადგან მოგება განისაზღვრება როგორც ამონაგებისა (R) და დანახარჯების (C) სხვაობა, ნათელია, რომ მოგება მაქსიმუმს აღწევს, როდესაც ამონაგების ფუნქციის დახრილობა (ზღვრული ამონაგები) ტოლია დანახარჯების ფუნქციის დახრილობის (ზღვრული დანახარჯები). ეს ტოლობა ერთადერთი აუცილებელი პირობაა ოპტიმიზაციისათვის, როგორც ეს შეიძლება დავინახოთ q^* (ნამდვილი მაქსიმუმის) და q^{**} (ნამდვილი მინიმუმის) წერტილების შედარებით, წერტილებზე, რომლებზეც ზღვრული ამონაგები ზღვრულ დანახარჯებს უტოლდება.



განსაზღვრება **ზღვრული ამონაგები.** შემდეგნაირად შეგვიძლია წარმოვადგინოთ

$$\textbf{ზღვრული ამონაგები} = MR(q) = \frac{dR}{dq} = \frac{d\left[p(q)\cdot q\right]}{dq} = p + q\cdot\frac{dp}{dq}. \qquad \textbf{(11.7)}$$

მიაქციეთ ყურადღება, რომ ზღვრული ამონაგები გამოშვების ფუნქციას წარმოადგენს. ზოგადად, MR შეიძლება განსხვავებული იყოს განსხვავებული გამოშვების დონისათვის. განტოლებიდან 11.7 ადვილია დავინახოთ, რომ თუ ფასი არ იცვლება რაოდენობის ზრდის გამო ($\partial p/\partial q = 0$), ზღვრული ამონაგები ფასის ტოლი იქნება. ამ შემთხვევაში ვამბობთ, რომ ფირმა ფასის მიმღებია, რადგან მისი გამოშვების გადაწყვეტილებები გავლენას არ ახდენს ფასზე. მეორე მხრივ, თუ ფასი მცირდება რაოდენობის ზრდის შესაბამისად ($\partial p/\partial q < 0$), ზღვრული ამონაგები ფასზე ნაკლები იქნება. მოგების მაქსიმიზაციაზე ორიენტირებულმა მენეჯერმა უნდა იცოდეს, თუ რა გავლენას ახდენს გამოშვებული რაოდენობა ფასზე მანამ, სანამ ოპტიმალური გამოშვების თაობაზე გადაწყვეტილებას მიიღებს. თუ q-ს გაზრდა საბაზრო ფასის შემცირებას გამოიწვევს, ეს აუცილებლად უნდა იყოს გათვალისწინებული.

მაგალითი 11.3: ზღვრული ამონაგები წრფივი მოთხოვნის ფუნქციიდან

ვთქვათ მაღაზიას, რომელიც სენდვიჩებს ყიდის, ყოველდღიურ გამოშვებაზე (q) გარკვეულ პერიოდში, შემდეგი ფორმის წრფივი მოთხოვნის მრუდი აქვს

$$q = 100 - 10p. \qquad \textbf{(11.8)}$$

ფასის მიმართ ამ განტოლების გადაწერით მივიღებთ

$$p = \frac{-q}{10} + 10, \qquad \textbf{(11.9)}$$

და მთლიანი ამონაგები

$$R = pq = \frac{-q^2}{10} + 10q. \qquad \textbf{(11.10)}$$

ფირმის ზღვრული ამონაგების ფუნქცია იქნება

$$MR = \frac{dR}{dq} = \frac{-q}{5} + 10, \qquad \textbf{(11.11)}$$

და ამ შემთხვევაში $MR < p$ q-ს ყველა მნიშვნელობისათვის. მაგალითად, თუ ფირმა უშვებს 40 სენდვიჩს დღეში, ტოლობა 11.9 გვიჩვენებს, რომ ყოველ სენდვიჩში იგი \$6 დოლარს იღებს. მაგრამ ამ გამოშვებისას ტოლობის 11.11 თანახმად MR მხოლოდ \$2-ია. თუ ფირმა უშვებს 40 სენდვიჩს ყოველდღიურად, მაშინ მთლიანი ამონაგები იქ-

ნება $240 = $6 x40, ხოლო 39 სენდვიჩის გამოშვებისას მთლიანი ამონაგები შეადგენს $238 = $6.1x39, რადგან ფასი მცირედად გაიზრდება გამოშვებული რაოდენობის შემცირებასთან ერთად. ამრიგად, 40 ერთეულის გაყიდვის ზღვრული ამონაგები ნაკლებია ფასთან შედარებით. მართლაც, q = 50-თვის ზღვრული ამონაგები ნულია (მთლიანი ამონაგები მაქსიმუმ $250 = $5 × 50) და ნებისმიერი ნამეტი დღიურ გამოშვებაში რეალურად ფირმის მთლიან ამონაგებს შეამცირებს.

სენდვიჩების გამოშვების მოგების მაქსიმიზაციის დონის დასადგენას უნდა ვიცოდეთ ფირმის ზღვრული დანახარჯები. თუ სენდვიჩების წარმოება შესაძლებელია მუდმივი საშუალო და მუდმივი ზღვრული დანახარჯებით, რომელიც $4-ის ტოლია, მაშინ განტოლება 11.11 გვიჩვენებს $MR = MC$, როცა დღიური გამოშვება ტოლია 30 სენდვიჩის. ამ გამოშვებით ყოველი სენდვიჩი გაიყიდება $7 და მოგება იქნება $90 [=($7-$4) · 30]. თუმცა, ამ დროს ფასი საშუალო და ზღვრულ დანახარჯებს მნიშვნელოვნად აღემატება, ფირმის ინტერესებში არ იქნება გამოშვების კიდევ გაზრდა. მაგალითად, q = 35-თვის, ფასი იქნება $6.5 და მოგება შემცირდება $87.50 [=($6.50 – $4.00) · 35]. ზღვრული ამონაგები და არა ფასი არის მოგების მაქსიმიზაციის ქცევის პირველი დეტერმინანტი.

შეკითხვა: რა გავლენას მოახდენს ფირმის გამოშვების შესახებ გადაწყვეტილებაზე სენდვიჩების წარმოების ზღვრული დანახარჯების $5-მდე გაზრდა? რა გავლენას მოახდენს ეს ფირმის მოგებაზე?

ზღვრული ამონაგები და ელასტიკურობა

ზღვრული ამონაგების კონცეფცია მჭიდროდაა დაკავშირებული მოთხოვნის მრუდის ელასტიკურობასთან. როგორც გახსოვთ, მოთხოვნის ელასტიკურობა (eq, p) განისაზღვრება როგორც ფასის 1 პროცენტით ცვლილების შედეგად გამოწვეული მოთხოვნილი რაოდენობის პროცენტული ცვლილება.

$$e_{q,p} = \frac{dq/q}{dp/p} = \frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q}.$$

ამჯერად, ეს განსაზღვრება შეიძლება შევაჯეროთ ტოლობასთან 11.7 და მივიღებთ

$$MR = p + \frac{qdp}{dq} = p\left(1 + \frac{q}{p} \cdot \frac{dp}{dq}\right) = p\left(1 + \frac{1}{e_{q,p}}\right). \quad \textbf{(11.12)}$$

თუ ფირმის მოთხოვნის მრუდი უარყოფითადაა დახრილი, მაშინ $e_{q,p} < 0$ და ზღვრული ამონაგები ფასზე ნაკლები იქნება, როგორც ადრე ვაჩვენეთ. თუ მოთხოვნა ელასტიკურია ($e_{q,p} < -1$), მაშინ ზღვრული ამონაგები დადებითია. თუ მოთხოვნა ელასტიკურია, ერთი დამატებითი ერთეულის გაყიდვა ფასზე „დიდ“ გავლენას ვერ მოახდენს და ამიტომ დამატებითი ამონაგები მიიღება გაყიდვებიდან. ფაქტიურად, თუ ფირმის

მოთხოვნა უსასრულოდ ელასტიკურია ($e_{q,p} = -\infty$), ზღვრული ამონაგები ფასის ტოლია. ფირმა ამ შემთხვევაში ფასის მიმღებია. და მაინც თუ მოთხოვნა არ არის ელასტიკური ($e_{q,p} > -1$), ზღვრული ამონაგები უარყოფითი იქნება. q-ს ზრდა შეიძლება მივიღოთ მხოლოდ საბაზრო ფასის „დიდი“ შემცირების შემთხვევაში და ასეთი შემცირება რეალურად მთლიანი ამონაგების შემცირების მიზეზი გახდება.

ზღვრულ ამონაგებსა და ელასტიკურობას შორის დამოკიდებულება მოცემულია ცხრილში 11.1.

ცხრილი 11.1 ელასტიკურობასა და ზღვრულ ამონაგებს შორის დამოკიდებულება

$e_{q,p} < -1$	$MR > 0$
$e_{q,p} = -1$	$MR = 0$
$e_{q,p} > -1$	$MR < 0$

ფასი-ზღვრული დანახარჯების ფასნამატი

მოგების მაქსიმიზაციის მსურველი ფირმის ქცევის ანალიზი შეგვიძლია უფრო გავაფართოვოთ და ვიპოვოთ კავშირი ფასსა და ზღვრულ დანახარჯებს შორის. დავუშვათ, რომ $MR = MC$, ამის შედეგად

$$MC = p\left(1 + \frac{1}{e_{q,p}}\right)$$

ან

$$\frac{p}{MC} = \frac{e_{q,p}}{1 + e_{q,p}}. \qquad \textbf{(11.13)}$$

ანუ ზღვრული დანახარჯების „ფასნამატი“ დამოკიდებულია მოთხოვნის ელასტიკურობაზე. მიაქციეთ ყურადღება, რომ მოთხოვნა ელასტიკური უნდა იყოს ($e_{q,p} < -1$). თუ მოთხოვნა არაელასტიკურია, მაშინ ტოლობაში 11.13 მოცემული ფარდობა უარყოფითი იქნება და იგი აზრს დაკარგავს. ეს ასახავს გარემოებას, რომ თუ მოთხოვნა არაელასტიკურია, ზღვრული ამონაგები უარყოფითია და ვერ გაუტოლდება დადებით ზღვრულ დანახარჯებს. აუცილებელია ხაზი გავუსვათ, რომ სწორედ მოთხოვნა, რომლის წინაშეც დგას ფირმა, უნდა იყოს ელასტიკური.

ტოლობა 11.13 გვიჩვენებს, რომ ზღვრული დანახარჯების ფასნამატი მით მაღალი იქნება, რაც უფრო ახლოსაა $e_{q,p}$ -1-თან. თუ მოთხოვნა, სრულიად ელასტიკურია (შეიძლება არსებობდეს მრავალი ფირმა, რომელიც ანალოგიურ პროდუქტს უშვებს),

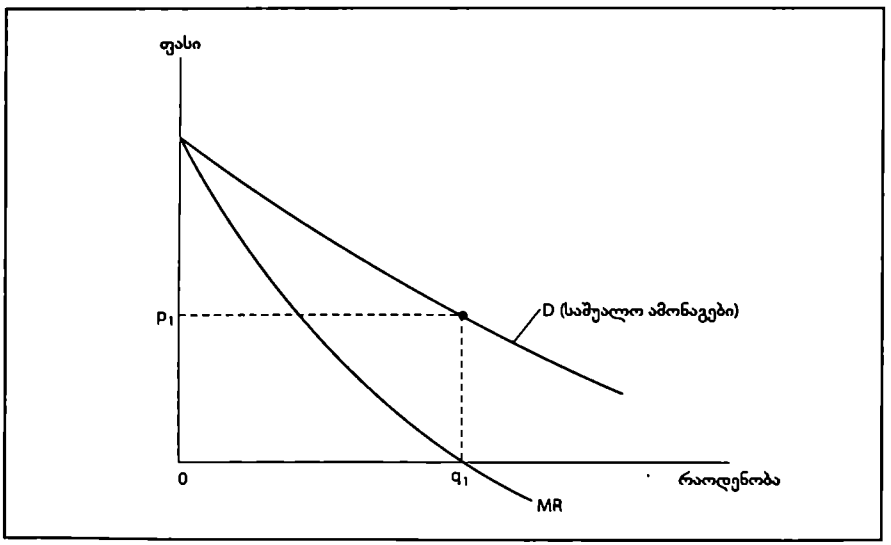
მაშინ $e_{q,p} = -\infty$ და ფასნამატი არ იარსებებს ($p/MC = 1$). მეორე მხრივ, თუ მოთხოვნის ელასტიკურობა ვთქვათ –2–ის ტოლია, ფასნამატი ზღვრული დანახარჯების 100 პროცენტია (ანუ $p/MC = 2$).

ზღვრული ამონაგების მრუდი

ნებისმიერი მოთხოვნის მრუდს გააჩნია მასთან დაკავშირებული ზღვრული ამონაგების მრუდი. თუ, როგორც ზოგჯერ ვუშვებთ, ფირმამ თავისი ნაწარმი ერთ გარკვეულ ფასად უნდა გაყიდოს, მოსახერხებელია ვიფიქროთ, რომ ფირმას აქვს საშუალო ამონაგების მრუდი. ანუ ფირმის მოთხოვნის მრუდი გვიჩვენებს ერთეულზე ამონაგებს (ანუ ფასს), რომელიც ალტერნატიული არჩევანის შედეგად მიიღება. ზღვრული ამონაგების მრუდი, მეორე მხრივ, გვიჩვენებს დამატებით (ჭარბ) ამონაგებს, რომელიც ბოლო გაყიდული ერთეულიდან მიიღება. ჩვეულებრივ შემთხვევაში, როდესაც მოთხოვნის მრუდის დახრილობა უარყოფითია, ზღვრული ამონაგების მრუდი მოთხოვნის მრუდის ქვემოთ იქნება, რადგან ტოლობიდან 11.7 გამომდინარე $MR < p$. ნახაზზე 11.2 წარმოდგენილია

ნახაზი 11.2 ბაზრის მოთხოვნის მრუდი და მასთან დაკავშირებული ზღვრული დანახარჯების მრუდი

რადგან მოთხოვნის მრუდი უარყოფითად დახრილია, ზღვრული ამონაგების მრუდი მოთხოვნის მრუდის („საშუალო ამონაგების") დაბლა აღმოჩნდება. როცა გამოშვების რაოდენობა q_1-ზე ნაკლებია, MR უარყოფითია. q_1 დროს მთლიანი ამონაგები ($q_1 \times p_1$) მაქსიმალურია, ამ წერტილის ზემოთ დამატებითი რაოდენობის ზრდა რეალურად მთლიან ამონაგებს ამცირებს, რადგან ფასის შემცირებას აქვს ადგილი.



ასეთი მრუდი მოთხოვნის მრუდთან ერთად, რომლიდანაც იგი იყო გამოყვანილი. მიაქციეთ ყურადღება, რომ q_1-ზე მეტი გამოშვებისათვის ზღვრული ამონაგები უარყოფითია. გამოშვების 0-დან q_1-მდე ზრდის დროს მთლიანი ამონაგები ($q \times p$) იზრდება. ამრიგად, q_1-ს დროს მთლიანი ამონაგები ($q_1 \times p_1$) მაქსიმალურად დიდია. ამ გამოშვების სიდიდის მიღმა ფასი მცირდება უფრო სწრაფად, ვიდრე იზრდება გამოშვება.

მეორე ნაწილში დეტალურად ვისაუბრეთ მოთხოვნის მრუდის გადაადგილების შესაძლებლობებზე, რომელიც გამოწვეულია ამონაგების, სხვა პროდუქტზე ფასების ან მომხმარებელთა გემოვნების ცვლილებით. როგორც კი მოთხოვნის მრუდი გადაინაცვლებს, მასთან დაკავშირებული ზღვრული ამონაგების მრუდიც გადაადგილდება. ეს ნათელია, რადგან ზღვრული ამონაგები არ შეიძლება დაითვალოს, თუ კონკრეტულ მოთხოვნის მრუდს არ გავითვალისწინებთ.

ამოცანა 11.2 მუდმივი ელასტიკურობის შემთხვევა

თავში 5 ვაჩვენეთ, რომ ფირმის მოთხოვნის ფუნქციაა

$$q = qp^b \tag{11.14}$$

მას მუდმივი მოთხოვნის საფასო ელასტიკურობა ახასიათებს და ეს ელასტიკურობა b პარამეტრითაა მოცემული. ზღვრული ამონაგების ფუნქციის გამოსათვლელად, პირველად უნდა ვიპოვოთ p:

$$p = \left(\frac{1}{a}\right)^{1/b} q^{1/b} = kq^{1/b}, \tag{11.15}$$

სადაც $k = (1/a)^{1/b}$ ამრიგად:

$$R = pq = kq^{(1+b)/b}$$

და

$$MR = dR / dq = \frac{1+b}{b} kq^{1/b} = \frac{1+b}{b} p. \tag{11.16}$$

ამ კონკრეტული ფუნქციისათვის MR ფასის პროპორციულია. თუ $e_{q,p} = b = -2$, მაშინ $MR = 0.5p$. უფრო ელასტიკური შემთხვევისათვის დავუშვათ, რომ $b = -10$; მაშინ $MR = 0.9p$. MR მრუდი უახლოვდება მოთხოვნის მრუდს, როდესაც მოთხოვნა უფრო ელასტიკური ხდება. და ისევ, თუ $b = -\infty$, მაშინ $MR = p$; ანუ უსასრულოდ ელასტიკური მოთხოვნის დროს, ფირმა ფასის მიმღებია. არაელასტიკური მოთხოვნისას, მეორე მხრივ, MR უარყოფითია (და მოგების მაქსიმიზაცია შეუძლებელია).

შეკითხვა: ვთქვათ, მოთხოვნა p-გან განსხვავებულ ფაქტორებზეც არის დამოკიდე-

ბული. როგორ შეიცვლება ამ მაგალითის ანალიზი? როგორ გადაანაცვლებს მოთხოვნის მრუდსა და მასთან დაკავშირებულ ზღვრული ამონაგების მრუდს ასეთი ფაქტორის ცვლილება?

მოკლევადიანი პერიოდის მიწოდება ფასის მიმღები ფირმის შემთხვევაში

ჩვენ უკვე მზად ვართ, რომ მიწოდების გადაწყვეტილება შევისწავლოთ მოგების მაქსიმიზაციაზე ორიენტირებული ფირმის მაგალითზე. ამ თავში განვიხილავთ მხოლოდ იმ შემთხვევას, როდესაც ფირმა ფასის მიმღებია. მეხუთე ნაწილში უფრო დეტალურად შევეხებით სხვა შემთხვევებსაც. ასევე, განსაკუთრებულ ყურადღებას მივაქცევთ მხოლოდ იმ გადაწყვეტილებებს მიწოდების შესახებ, რომლებიც მართებულია მოკლევადიანი პერიოდისათვის. გრძელვადიანი პერიოდის გადაწყვეტილებები მომდევნო თავის თემაა. ამრიგად, განხილვის საგანი ფირმის მოკლევადიანი პერიოდის დანახარჯების მრუდების ანალიზი იქნება.

მოგების მაქსიმიზაციის შესახებ გადაწყვეტილება

ნახაზი 11.3 აჩვენებს ფირმის გადაწყვეტილებებს მოკლევადიან პერიოდში. საბაზრო ფასი[3] მოცემულია P^*-თი. მოთხოვნის მრუდი ჰორიზონტალური წრფეა. ეს წრფე $P^* = MR$–ით არის აღნიშნული, რაც მიანიშნებს, რომ დამატებითი ერთეული ყოველთვის შეიძლება გაიყიდოს ამ ფასის მიმღები ფირმის მიერ ფასზე გავლენის გარეშე. გამომშვების q^* დონე მაქსიმალურ მოგებას იძლევა, რადგან q^*-ს დროს ფასი მოკლევადიანი ზღვრული დანახარჯების ტოლია. ფაქტი, რომ მოგება დადებითია და ეს გამომდინარეობს იქიდან, რომ ფასი q^*-ზე საშუალო დანახარჯებს აჭარბებს[4].

ფირმა მოგებას მიიღებს ყოველ გაყიდულ ერთეულზე. ფასი რომ საშუალო დანახარჯებზე ნაკლები იყოს (როგორც ეს P^{**}-ის დროსაა), ფირმას ყოველ გაყიდულ ერთეულზე ექნებოდა ზარალი. თუ ფასი და საშუალო დანახარჯები ერთმანეთს გა-

3 როგორც წესი, ვიყენებთ დახრილ P-ს რათა ავღნიშნოთ პროდუქტის ერთეულის საბაზრო ფასი. როდესაც გამოთვლები ძალიან რთული ხდება, ხშირად პატარა p-ს ვიხმართ.

4 მათემატიკურად, რადგან

$$\pi(q) = Pq - C(q),$$

მოგების მაქსიმიზაცია მოითხოვს, რომ (პირველი რიგის პირობა)

$$\pi'(q) = P - MC(q) = 0$$

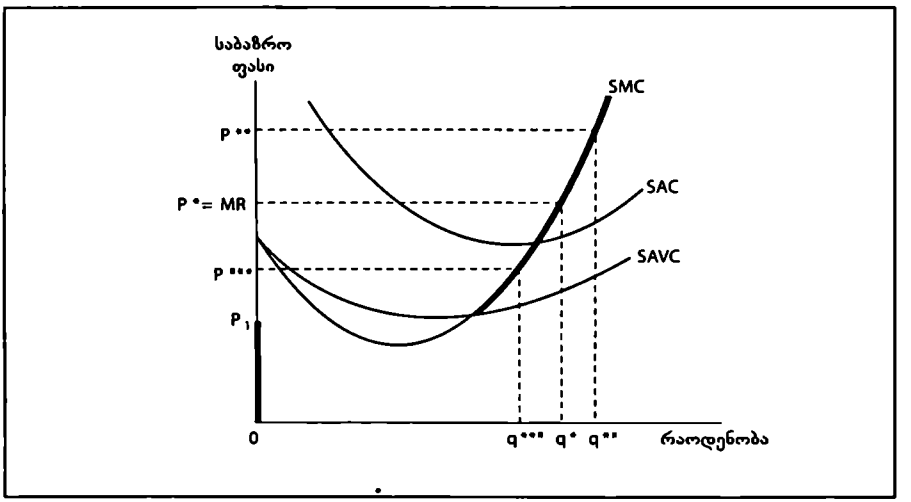
და (მეორე რიგის პირობა)

$$\pi'(q) - MC'(q) < 0$$

რადგან მოთხოვნილია რათა $MC'(q) > 0$, ზღვრული დანახარჯები უნდა იზრდებოდეს.

ნახაზი 11.3 მოკლევადიანი პერიოდის მიწოდების მრუდი ფასის მიმღები ფირმისათვის

მოკლევადიან პერიოდში, ფასის მიმღები ფირმა აწარმოებს ისეთ რაოდენობას რომლის დროსაც $SMC = P$. P^* დროს ფირმა აწარმოებს, ვთქვათ, q^* რაოდენობას. SMC მრუდი, ასევე, გვიჩვენებს რა რაოდენობა იწარმოება სხვა ფასის დროს. $SAVC$-ს ქვემოთ ფასებისათვის ფირმა გააკეთებს არჩევანს რომ არაფერი არ აწარმოოს. მუქი მრუდი ნახაზზე წარმოადგენს ფირმის მოკლევადიანი მინოდების მრუდს.



უტოლდება, მოგება ნულის ტოლი იქნება. მიაქციეთ ყურადღება, რომ q^*-ის დროს ზღვრული დანახარჯების მრუდს დადებითი დახრილობა აქვს. ეს საჭირო ხდება, როცა მოგება მაქსიმუმის წერტილს შეესაბამება. თუ $P = MC$ ზღვრული დანახარჯების მრუდის უარყოფითად დახრილ ნაწილში, მაშინ ეს არ იქნება მაქსიმალური მოგების წერტილი, რადგან გამოშვების გაზრდა მეტ ამონაგებს მიცემს ფირმას (ფასი გამრავლებული გამოშვებულ რაოდენობაზე), ვიდრე გამოშვების დანახარჯებია (ზღვრული დანახარჯები შემცირდება, თუ MC მრუდს უარყოფითი დახრილობა აქვს). შესაბამისად, მოგების მაქსიმიზაცია მოითხოვს, რომ $P = MC$ და ამ წერტილში ზღვრული დანახარჯები უნდა იზრდებოდეს.

ფირმის მიწოდების მრუდი მოკლევადიან პერიოდში

მოკლევადიანი პერიოდის ზღვრული დანახარჯების მრუდის აღმავალი ნაწილი ფაქტიურად არის ფასის მიმღები ფირმისთვის მოკლევადიანი პერიოდის მიწოდების მრუდი. ეს მრუდი აჩვენებს, თუ რამდენს გამოუშვებს ფირმა ყოველი შესაძლო ფასის დროს. მაგალითად, ნახაზზე 11.3 ნაჩვენებია, რომ P^{**}-ზე მეტი მნიშვნელობისთვის ფირმა აწარმოებს q^{**} რაოდენობას, რადგან იგი დაინტერესებულია მაღალი ზღვრუ-

ლი დანახარჯები შეინარჩუნოს q^{**} დროს. მეორე მხრივ, P^{**} ფასის დროს ფირმას სურს გამოუშვას ნაკლები (q^{***}), რადგან მხოლოდ ამ გამოშვების დროს არის შესაძლებელი დაბალი ზღვრული დანახარჯები დაბალ ფასს გაუტოლდეს. ზღვრული დანახარჯების მრუდის მიხედვით შეგვიძლია დავინახოთ, თუ გამოშვების რა დონე უნდა მიაწოდოს ფირმამ ყოველი ფასის დროს.

გადაწყვეტილება დახურვაზე. ყოველი დაბალი ფასის დროს სიფრთხილით უნდა მოვეკიდოთ გადაწყვეტილებას ფირმის დახურვის შესახებ. საბაზრო ფასის P_1 ნიშნულზე ქვემოთ შემცირებისას ფირმამ უნდა შეწყვიტოს გამოშვება. როგორც ნახაზიდან 11.3 ჩანს, P_1-ზე დაბალი ფასები ვერ ფარავს საშუალო ცვალებად დანახარჯებს. ყოველ წარმოებულ ერთეულზე გარდა იმისა, რომ უკვე არის ზარალი მუდმივ დანახარჯებიდან. წარმოების გაჩერებით, ფირმამ მაინც უნდა გადაიხადოს მუდმივი (ფიქსირებული) დანახარჯები, თუმცა, ამ დროს ყოველ გამოშვებულ ერთეულზე არ აქვს ზარალი. ვინაიდან მოკლევადიან პერიოდში, ფირმას არ შეუძლია დახურვა ისე, რომ ყველა დანახარჯს თავი აარიდოს, მისი ყველაზე კარგი გადაწყვეტილება იქნება არაფერი არ გამოუშვას. მეორე მხრივ, P_1-ზე მაღალი ფასი ნიშნავს, რომ ფირმამ რაღაც მაინც უნდა გამოუშვას. თუმცა, მოგება უარყოფითი იქნება (P^{**} შემთხვევა) მოგების მაქსიმიზაციის შესახებ გადაწყვეტილება იქნება წარმოება გაგრძელდეს მანამ, სანამ ცვალებადი დანახარჯები იფარება ამონაგებით. ფიქსირებული დანახარჯები, ნებისმიერ შემთხვევაში, უნდა დაიფაროს და ფასი, რომელიც ფარავს ცვალებად დანახარჯებს მოიტანს ამონაგებს, რაც გარკვეულწილად ფიქსირებული დანახარჯების კომპენსაციას მოახდენს.[5] უკვე სრული აღწერა გვაქვს ფირმის მიერ მიწოდების გადაწყვეტილებების შესახებ ალტერნატიული ფასების საპასუხოდ. ეს ყველაფერი შემდეგ განსაზღვრებაში არის მოცემული.

მოკლევადიანი პერიოდის მიწოდების მრუდი. მოკლევადიანი პერიოდის მიწოდების მრუდი გვიჩვენებს თუ რამდენს გამოუშვებს ფირმა სხვადასხვა ფასის შემთხვევაში.

განსაზღვრება

---

5 შეიძლება ცოტაოდენმა ალგებრამ ნათელი მოპფინოს ამ საკითხს. ვიცით, რომ მთლიანი დანახარჯები ტოლია მუდმივი და ცვალებადი დანახარჯების ჯამის

$$SC = SFC + SVC,$$

და მოგება მოცემულია შემდეგნაირად

$$\pi = R - SC = Pxq - SFC - SVC.$$

თუ $q = 0$, მაშინ ცვალებადი დანახარჯები და ამონაგები ნულის ტოლია და

$$\pi = -SFC.$$

ფირმა გამოუშვებს პროდუქტს მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როცა $\pi > -SFC$. ეს ნიშნავს, რომ

$$P \cdot q > SVC \quad \text{ან} \quad P > SVC/q.$$

განსაზღვრება მოგების მაქსიმიზაციაზე ორიენტირებული ფასის მიმღები ფირმისთვის ეს მიწოდების მრუდი არის მოკლევადიანი პერიოდის ზღვრული დანახარჯების აღმავალი ნაწილი საშუალო ცვალებადი დანახარჯების მინიმუმის წერტილის ზემოთ. ამ დონის ქვემოთ არსებული ფასებისათვის მოგების მაქსიმიზაციის შესახებგადაწყვეტილება იქნება ფირმამ შეწყვიტოს წარმოება.

რა თქმა უნდა, ნებისმიერი ფაქტორი, რომელიც ფირმის მოკლევადიანი ზღვრული დანახარჯების მრუდს გადაანაცვლებს (ცვლილება გამოშვების ფასებში ან მუდმივი რესურსებს დონეში), ასევე, გადაადგილებს მოკლევადიანი მიწოდების მრუდსაც. თავში 12 დავუბრუნდებით ამ ტიპის ანალიზს სრულყოფილი კონკურენციის ბაზრების შესწავლისას.

მაგალითი 10.5: მიწოდება მოკლევადიან პერიოდში

მაგალითში 10.5 გამოვითვალეთ მოკლევადიანი პერიოდის მთლიანი დანახარჯების ფუნქცია ქობ-დაგლასის საწარმოო ფუნქციისათვის

$$SC(v, w, q, k) = vk_1 + wq^{1/\beta}k_1^{-\alpha/\beta}, \tag{11.17}$$

სადაც k_1 არის კაპიტალური რესურსი, რომელიც მუდმივია მოკლევადიან პერიოდში.[6] მოკლევადიანი პერიოდის ზღვრული დანახარჯები ადვილად შეგვიძლია დავთვალოთ

$$SMC(v,w,q,k_1) = \frac{\partial SC}{\partial q} = \frac{w}{\beta}q^{(1-\beta)/\beta}k_1^{-\alpha/\beta}. \tag{11.18}$$

მიაქციეთ ყურადღება, რომ მოკლევადიანი ზღვრული დანახარჯები იზრდება ყველა q-თვის. ფასის მიმღები ფირმისთვის მოკლევადიან პერიოდში მოგების მაქსიმიზაცია მოითხოვს ისე იყოს გამოშვება არჩეული, რომ საბაზრო ფასი (P) მოკლევადიანი ზღვრული დანახარჯების ტოლი იყოს:

$$SMC = \frac{w}{\beta}q^{(1-\beta)/\beta}k_1^{-\alpha/\beta} = P, \tag{11.19}$$

ჩვენ შეგვიძლია ამოვხსნათ ეს ტოლება მიწოდებული რაოდენობისათვის

$$q = \left(\frac{w}{\beta}\right)^{-\beta/(1-\beta)} k_1^{\alpha/(1-\beta)} P^{\beta/(1-\beta)}. \tag{11.20}$$

აღნიშნული მიწოდების ფუნქცია იძლევა რამდენიმე დასკვნას, რომელიც ეკონომ-

6 რადგან კაპიტალის რესურსი მუდმივია, მოკლევადიანი დანახარჯების ფუნქცია წარმოადგენს ზრდად ზღვრულ დანახარჯებს და ამიტომ ვიღებთ მოგების მაქსიმიზაციის საუკეთესო დონეს. მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტის წარმოების ფუნქცია რომ გამოგვეყენებინა გრძელვადიან პერიოდში, ასეთ უნიკალურ გამოშვების დონეს მოკლევადიან პერიოდში ვერ მივიღებდით. ამ საკითხს მოგვიანებით მოვუბრუნდებით თავში 12.

იკის შესავალი კურსიდან უნდა იყოს თქვენთვის ცნობილი: (1) მიწოდების მრუდი აღმავალია – P-ს ზრდა იწვევს გამოშვების ზრდას, რადგან ფირმას უფრო მაღალი ზღვრული დანახარჯების შენარჩუნება სურს;[7] (2) მიწოდების მრუდი გადაინაცვლებს მარცხნივ ხელფასის დონის (w) ზრდის შედეგად; (3) მიწოდების მრუდი გადაადგილდება მარჯვნივ კაპიტალის რესურსის (k) ცვლილების შედეგად – მეტი კაპიტალი მოკლევადიან პერიოდში იწვევს ფირმის სწრაფვას შეინარჩუნოს მოცემული ზღვრული დანახარჯების არსებული დონე მოკლევადიან პერიოდში, რაც შეიძლება მაღალი გამოშვებისათვის; (4) კაპიტალის ქირის განაკვეთი – (v) არ მოქმედებს მოკლევადიან პერიოდში მიწოდების გადაწყვეტილებებზე, რადგან იგი მუდმივი დანახარჯების ნაწილს წარმოადგენს.

რიცხვითი მაგალითი. კიდევ ერთ რიცხვით მაგალითს შემოგთავაზებთ მაგალითისათვის 11.5, სადაც $\alpha = \beta = 0.5$, $w = 12$ და $k_1 = 80$. ამ პარამეტრებისათვის მიწოდების ფუნქცია იქნება:

$$q = \left(\frac{w}{0.5}\right)^{-1} \cdot (k_1)^1 \cdot P^1 = 40 \cdot \frac{P}{w} = \frac{40P}{12} = \frac{10P}{3}. \qquad \textbf{(11.21)}$$

სწორია თუ არა ეს გამოთვლა, შეიძლება გადამოწმდეს მიწოდებული რაოდენობისა და ცხრილში 11.2 დათვლილი მოკლევადიანი ზღვრული დანახარჯების შედარებით. მაგალითად, თუ $P = 12$, მაშინ მიწოდების ფუნქციის მიხედვით $q = 20$ იქნება მიწოდებული, და ნახაზი 11.2 გვიჩვენებს, რომ ეს შეესაბამება $P = SMC$ წესს. თუ ფასები გაორმაგდება და გაუტოლდება $P = 24$-ს, გამოშვების მოხდება 80 ერთეულის მიწოდება, ცხრილი 11.2 გვიჩვენებს, რომ თუ $q = 80$, მაშინ $SMC = 24$. უფრო დაბალი ფასის (ვთქვათ, $p = 6$) დროს, გამოშვება შემცირდება ($q = 20$).

სანამ ტოლობას 11.21 მიწოდების მრუდად გამოვიყენებდეთ, უნდა გადავამოწმოთ ფირმის დახურვის შესახებ გადაწყვეტილება. არსებობს თუ არა ფასი, რომლის დროსაც უფრო მომგებიანი იქნება ფირმამ შეწყვიტოს გამოშვება ($q = 0$), ვიდრე დაემორჩილოს $P = SMC$ წესს? ტოლობიდან 11.17 ვიცით, რომ მოკლევადიანი პერიოდის ცვალებადი დანახარჯებია

$$SVC = wq^{1/\beta}k_1^{-w/\beta} \qquad \textbf{(11.22)}$$

$$\frac{SVC}{q} = wq^{(1-\beta)/\beta}k_1^{-\alpha/\beta}. \qquad \textbf{(11.23)}$$

და ტოლობების 11.23 და 11.18 შედარება გვიჩვენებს, რომ $SVC/q < SMC$ q-ს ყველა მნიშვნელობიათვის იმის გათვალისწინებით, რომ $\beta < 1$. ამრიგად, ამ ამოცანაში არ არსებობს საკმარისად დაბალი ფასი, რომლითაც $P = SMC$ წესის დაცვით ფირმა დაკარგავს უფრო მეტს, ვიდრე იმ დროს, როცა არაფერს აწარმოებდა.

რაოდენობრივ მაგალითში ჩავსვათ $P = 3$. ასეთი დაბალი ფასით ფირმის $q = 1$-ს. *(გაგრძელება)*

7 ფაქტიურად, მოკლევადიანი მიწოდების ელასტიკურობა შეიძლება პირდაპირ ტოლობიდან 11.20 ამოვიკითხოთ $\beta/(1 - \beta)$.

ვარჯიში ჩვენთვის

მთლიანი ამონაგები იქნება $R = 30$ და მოკლევადიანი პერიოდის მთლიანი დანახარჯები კი $SC = 255$ (იხ. ცხრილი 11.1). ამრიგად, მოგება $\pi = R - SC = -225$. თუმცა, სიტუაცია მაინცდამაინც სახარბიელო არ არის, იგი უკეთესია, ვიდრე $q = 0$. თუ არაფერს აწარმოებს, იგი თავს არიდებს ცვალებად (სამუშაო ძალის) დანახარჯებს, მაგრამ მაინც კარგავს 240-ს მუდმივ დანახარჯებზე (კაპიტალი). 10 ერთეულის წარმოებით მისი ამონაგები ფარავს ცვალებად დანახარჯებს ($R - SVC = 30 - 15 = 15$) და კიდევ 15 რჩება იმისათვის, რომ გადაფაროს მუდმივი დანახარჯები.

შეკითხვა: ააგეთ მოკლევადიანი პერიოდის მიწოდების მრუდი განტოლებით 11.21. როგორ გადაინაცვლებს ეს მრუდი, თუ w 15-მდე გაიზრდება? როგორ გადაინაცვლებს მრუდი, თუ კაპიტალი გაიზრდება $k_1 = 100$? როგორ გადაინაცვლებს ეს მრუდი, თუ v 2-მდე შემცირდება? შეცვლის თუ არა ეს ცვლილებები ფირმის გადაწყვეტილებას არ დაუშვას წარმოების დახურვა მოკლევადიან პერიოდში?

მოგების ფუნქციები

დამატებითი ინფორმაცია ფასის მიმღები ფირმის მოგების მაქსიმიზაციის პროცესის შესახებ შეიძლება მოგების ფუნქციიდან მივიღოთ.[8] ეს ფუნქცია აჩვენებს ფირმის მოგებას (მაქსიმალურს) დამოკიდებულს მხოლოდ იმ ფასებზე, რომელსაც ფირმა იღებს. ამ ფორმულის აგების ლოგიკის გასაგებად გავიხსენოთ, რომ ეკონომიკური მოგება განისაზღვრება შემდეგნაირად

$$\pi = Pq - C = Pf(k, l) - vk - wl. \qquad \textbf{(11.24)}$$

ამ გამოსახულებაში ფირმის კონტროლის ქვეშაა k და l [და, ასევე, $q = f(k, l)$]. ფირმა ირჩევს გამოშვების სიდიდეს მოგების მაქსიმიზაციის მიზნით და P, v, w ფასებს განიხილავს როგორც მუდმივებს. ასე რომ შევხედოთ, ფირმის მაქსიმალური მოგება დამოკიდებული იქნება მხოლოდ ამ ეგზოგენურ ფასებზე (წარმოების ფუნქციის შესაბამისად).

განსაზღვრება

მოგების ფუნქცია. ფირმის მოგების ფუნქცია გვაჩვენებს მაქსიმალურ მოგებას, როგორც ფასების ფუნქციას

$$\prod(P,v,w) \max_{k,l} \pi(k,l) = \max_{k,l} \left[Pf(k,l) - vk - wl \right]. \qquad \textbf{(11.25)}$$

8 აქ მოყვანილი ანალიზის დიდი ნაწილი, ასევე, მართებულია ფირმისათვის, რომელსაც გარკვეული საბაზრო ძალაუფლება გააჩნია თავისი ფასის მართვაში მაგრამ ამ დისკუსიას მეხუთე ნაწილამდე გადავდებთ.

მოცემულ განსაზღვრებაში Π-თი აღვნიშნავთ მაქსიმალური მოგებას, რომელიც შესაძლებელია მივიღოთ ამ ფასებით. ფუნქცია თავისთავში მოიცავს ფირმის წარმოების ფუნქციას - ამას მაგალითში 11.4 გავუკეთებთ ილუსტრირებას. მოგების ფუნქცია შეიძლება ეხებოდეს როგორც გრძელვადიანი, ასევე მოკლევადიანი პერიოდების მოგების მაქსიმიზაციას, მაგრამ ამ უკანასკნელ შემთხვევაში, ასევე, დაგვჭირდება იმ რესურსების დონის აღნიშვნაც, რომელიც მუდმივი სახით უნდა შენარჩუნდეს ამ პერიოდში.

მოგების ფუნქციის თვისებები

როგორც ადრე განხილულ სხვა ოპტიმიზაციის ფუნქციებს, მოგების ფუნქციასაც რამდენიმე თვისება გააჩნია, რომელიც საჭიროა ეკონომიკური ანალიზის დროს.

1. *ჰომოგენურობა.* მოგების ფუნქციაში ყველა ფასის გაორმაგებისას მოგება ზუსტად გაორმაგდება – ანუ მოგების ფუნქცია ყველა ფასის მიმართ ჰომოგენურია პირველი ხარისხით. ჩვენ უკვე ვაჩვენეთ, რომ ზღვრული დანახარჯები I ხარისხით ჰომოგენურია ყველა რესურსის ფასის მიმართ, ამიტომ რესურსების ფასების გაორმაგება და ფირმის პროდუქციაზე საბაზრო ფასების გაორმაგება არ შეცვლის მოგების მაქსიმიზაციის განმაპირობებელი გამოშვების რაოდენობას. მაგრამ რადგან ამონაგებიცა და დანახარჯებიც გაორმაგდა, მოგებაც გაორმაგდება. ეს გვიჩვენებს, რომ წმინდა ინფლაციის დროს (როცა ყველა ფასი ერთდროულად იზრდება) ფირმები არ ცვლიან თავის გამოშვების გეგმებს და მათი მოგება ინფლაციას შეესაბამება.
2. *მოგების ფუნქცია არ არის კლებადი გამოშვების ფასის მიმართ.* ეს შედეგი ნათელია – ფირმას ნებისმიერ დროს შეუძლია უპასუხოს პროდუქტის ფასის ზრდას იმით, რომ არ შეცვლის რესურსების ფასებს ან არ შეცვლის გამოშვების დაგეგმილ დონეს. მოგების ფორმულიდან გამომდინარე, ისინი უნდა გაიზარდოს. ამრიგად, თუ ფირმა ცვლის თავის გეგმებს, ეს უნდა გააკეთოს მხოლოდ მოგების გაზრდის მიზნით. თუ მოგება მცირდება, ფირმა მოგების მაქსიმიზაციას ვერ მიაღწევს.
3. *მოგების ფუნქცია არ არის ზრდადი რესურსების ფასის მიმართ.* ეს თვისებაც სრულიად ნათელია.
4. *მოგების ფუნქცია ამოზნექილია გამოშვებული პროდუქტის ფასზე.* ეს მნიშვნელოვანი თვისება მიუთითებს, რომ ორი სხვადასხვა ფასით მიღებული გასაშუალოებული მოგება ისეთივე დიდი იქნება, როგორც ორი საშუალო ფასით მიღებული მოგება.[9] მათემატიკურად

$$\frac{\prod(P_1, v, w) + \prod(P_1, v, w)}{2} \geq \prod\left[\frac{P_1 + P_2}{2}, v, w\right]. \qquad \textbf{(11.26)}$$

9 თუმცა, მხოლოდ ვსაუბრობთ ფასების მარტივ გასაშუალოებაზე. ნათელია, რომ ამოზნექილობა, რომელიც მსგავსია ტოლების 11.26 პირობისა, ნარჩუნდება ნებისმიერი შეწონილი საშუალო ფასისათვის $\bar{P} = tP_1 + (1 - t)$, სადაც $0 \leq T \leq 1$.

ინტუიციურად ამის მიზეზი შემდეგშია: როდესაც ფირმას შეუძლია თავისუფლად ცვალოს თავისი გადაწყვეტილებები ორი სხვადასხვა ფასის მიღებით, უკეთესი შედეგების მიღება არის შესაძლებელი, თუ ისინი აკეთებენ მხოლოდ ერთი არჩევანის ნაკრებს ერთი საშუალო ფასის საპასუხოდ. უფრო ფორმალურად, ვთქვათ $P_3 = (P_1 + P_2)/2$ და ვთქვათ, q_i, k_i, l_i წარმოადგენს მოგების მაქსიმიზაციისათვის გამოშვებისა და რესურსების არჩევანს ამ განსხვავებული ფასებისათვის. რადგან მოგების მაქსიმიზაციის პირობა თავიდანვე ჩადებულია $\prod$ ფუნქციაში, შეგვიძლია დავწეროთ, რომ

$$\begin{aligned}\prod(P_3,v,w) \equiv P_3q_3 - vk_3 - wl_3 &= \frac{P_1q_3 - vk_3 - wl_3}{2} + \frac{P_2q_3 - vk_3 - wl_3}{2} \\ &\le \frac{P_1q_1 - vk_1 - wl_1}{2} + \frac{P_2q_2 - vk_2 - wl_2}{2} \\ &\equiv \frac{\prod(P_1,v,w) + \prod(P_2,v,w)}{2},\end{aligned} \tag{11.27}$$

რაც სრულიად ადასტურებს ტოლობის 11.26 მართებულობას. მოგების მაქსიმიზაციის ფუნქციის ამოზნექილობას ძალიან ბევრი გამოყენება შეიძლება ჰქონდეს, მაგალითად ფასების სტაბილიზაციის საკითხში. რამდენიმე თემა ამ საკითხის გარშემო მოცემულია ამ თავის დანართში.

ჯონჯერის შედეგები

მოგების ფუნქცია ასახავს შეუზღუდავი მაქსიმიზაციის პროცესს, რომელიც მას საფუძვლად უდევს, ამიტომ კონვერტის თეორემა შეგვიძლია, ასევე, გამოვიყენოთ გამოშვებისა და რესურსების ფასების საპასუხო მოგების ცვლილებაზე დაკვირვებისათვის. თეორემის ამ სახით გამოყენება მრავალ საინტერესო შედეგს გვაძლევს. კერძოდ, მოგების განსაზღვრების გამოყენება გვიჩვენებს, რომ

$$\begin{aligned}\frac{\partial\prod(P,v,w)}{\partial P} &= q(P,v,w), \\ \frac{\partial\prod(P,v,w)}{\partial v} &= -k(P,v,w), \\ \frac{\partial\prod(P,v,w)}{\partial w} &= -l(P,v,w).\end{aligned} \tag{11.28}$$

და ისევ, ეს ტოლობები ინტუიციურია: გამოშვების ფასში მცირედი ცვლილება გაზრდის მოგებას წარმოების პროპორციულად, მაშინ როდესაც რესურსებზე ფასის მცირედი ზრდა მისი გამოყენებული მოცულობის პროპორციულად მოგებას შეამცირებს. პირველი ტოლობა გვიჩვენებს, რომ ფირმის მიწოდების ფუნქცია შეიძლება დაითვალოს

მისი მოგების ფუნქციიდან წილობრივი დიფერენცირებით გამოშვების ფასის მიმართ.[10] მეორე და მესამე ტოლობები უჩვენებს, რომ რესურსებზე მოთხოვნის ფუნქციები[11] შეიძლება, ასევე, გამოვიყვანოთ მოგების ფუნქციებიდან.

რადგან მოგების ფუნქცია, თავის მხრივ, I ხარისხის ჰომოგენურია, ყველა ფუნქცია ტოლობაში 11.28 ჰომოგენურია 0 ხარისხით. გამოშვებისა და რესურსების ფასების ეს გაორმაგება არ ცვლის რესურსების რაოდენობას, რომელსაც ფირმა ირჩევს; ასევე არ შეიცვლება ფირმის მოგების მაქსიმიზაციისათვის გამოშვების დონე. ყველა ამ მიგნებას თავისი ანალოგი გააჩნია მოკლევადიანი პერიოდისათვის როგორც მოგვიანებით იქნება ნაჩვენები მაგალითში.

მწარმოებლის ნამეტი მოკლევადიან პერიოდში

თავში 5 ვისაუბრეთ „მომხმარებლის ნამეტზე“ და ვაჩვენეთ, თუ როგორ შეიძლება მოთხოვნის მრუდის ქვემოთ მოქცეული ფართობის გამოყენება კეთილდღეობის დანახარჯების გასაზომად. ასევე, ვაჩვენეთ, თუ როგორ შეიძლება კეთილდღეობის ეს ცვლილება დავინახოთ ინდივიდუალური დანახარჯების ფუნქციაში. კეთილდღეობის ეფექტების გაზომვის პროცესი, რომელსაც ფასის ცვლილება იწვევს, ანალოგიურია მოკლევადიანი პერიოდის ანალიზისა და სწორედ ეს არის განხილვის საგანი. როგორც მომდევნო თავში წარმოვადგენთ, მწარმოებლის ფასის ცვლილების კეთილდღეობაზე გავლენა გრძელვადიან პერიოდში მოითხოვს ძალიან განსხვავებულ მიდგომას, რადგან ასეთი გრძელვადიანი ეფექტების უმეტესობა შეიგრძნობა არა ფირმების, არამედ რესურსების მომწოდებლების მიერ.

იმის გამო, რომ მოგების ფუნქცია არ არის ზრდადი ფასის მიმართ და ვიცით, რომ თუ $P_2 > P_1$, მაშინ

$$\prod(P_2, \ldots) \geq \prod(P_1, \ldots),$$

ბუნებრივია, ფასების ცვლილებით გამოწვეული კეთილდღეობის ნაზრდი უნდა გაიზომოს შემდეგნაირად

$$\textbf{კეთილდღეობის ზრდა} = \prod(P_2, \ldots) - \prod(P_1, \ldots). \qquad \textbf{(11.29)}$$

ნახაზი 11.4 გვიჩვენებს, თუ როგორ შეიძლება ამ სიდიდის გაზომვა გრაფიკულად – ეს არის არე შემოსაზღვრული ორი ფასითა და მოკლევადიანი პერიოდის მიწოდების მრუდით. ინტუიციურად მიწოდების მრუდი აჩვენებს მინიმალურ ფასს, რომელიც ფირმისათვის მისაღებია. ამიტომ, როდესაც საბაზრო ფასი P_1-დან P_2-მდე იზრდება, ფირმას

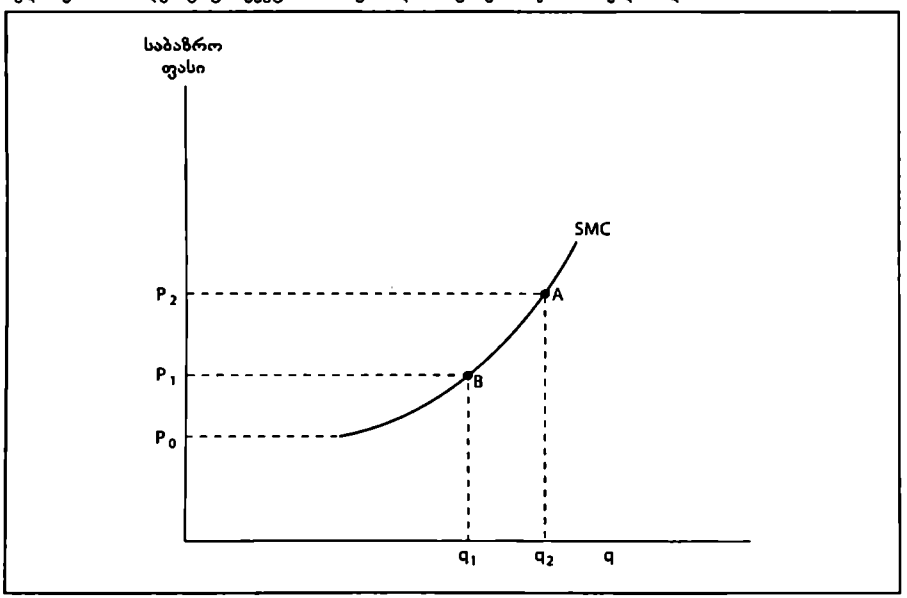
10 ამ დამოკიდებულებას ზოგჯერ „პოტელინგის ლემას“ უწოდებენ ეკონომისტ ჰაროლდ პოტელინგის (Harold Hotelling) პატივსაცემად, რომელმაც იგი 1930- იან წლებში ჩამოაყალიბა

11 რესურსების ფუნქციიდან განსხვავებით, რომელიც თავში 10 იქნა ჩამოყალიბებული, ამ რესურსების მოთხოვნის ფუნქციები არ არის დამოკიდებული გამოშვების დონეზე. უფრო მეტიც, ფირმის მოგების მაქსიმიზაციის გამოშვების თაობაზე გადაწყვეტილება უკვე თავისთავად არის გათვალისწინებული ამ ფუნქციებში. მოთხოვნის ეს კონცეფცია ამიტომ უფრო ზოგადია, ვიდრე ის რომელიც თავში 10 მოგაწოდეთ.

შეუძლია გაყიდოს მისი წინა რაოდენობა (q_1) უფრო მაღალ ფასად და ასევე დააპირებს გაყიდოს დამატებითი გამოშვება ($q_2 - q_1$), რომელიც დამატებით მოგებას იძლევა. ამრიგად, ფირმის მთლიანი ნამეტი მოცემულია P_2ABP_1 არეალით. მათემატიკურად, შეიძლება კონვერტის თეორემის შედეგები გამოვიყენოთ.

ნახაზი 11.4 ფირმის მოგების ცვლილებები - მოკლევადიანი პერიოდის წარმოების ნამეტის ცვლილება

თუ ფასი P_1-დან P_2-მდე იზრდება ფირმის მოგება მოცემულია P_2ABP_1 ფართობით. P_1 ფასის დროს ფირმა მიიღებს მოკლევადიან მეწარმის ნამეტში რომელიც P_0VP_1 ფართობის ტოლია. ეს იძლევა ზრდის სიდიდეს მოკლევადიანი პერიოდის მოგებაში როდესაც იგი q_1 რაოდენობას აწარმოებს იმ მდგომარეობასთან შედარებით, როდესაც იგი წყვეტს წარმოებას და როცა ფასი P_0 ან მასზე დაბალია.



$$\text{კეთილდღეობის ზრდა} = \int_{P_1}^{P_2} q(P)dP = \int_{P_1}^{P_2} \frac{\partial \Pi}{\partial P} dP = \Pi(P_2,\ldots) - \Pi(P_1,\ldots). \quad \textbf{(11.30)}$$

ამიტომ გეომეტრიული და მათემატიკური გაზომვის შედეგები შესაბამისობაშია ერთმანეთთან.

ამ მიდგომის გამოყენებით შეგვიძლია გავზომოთ, თუ რამდენად ფასეულია ფირმისათვის უფლება აწარმოოს გარკვეული რაოდენობა გამოშვების შეწყვეტის სიტუაციასთან შედარებით. თუ დავაფიქსირებთ, რომ წარმოების შეწყვეტისას მოქმედი მოკ-

ლევადიანი ფასი P_0 შესაძლებელია უდრიდეს ან არ უდრიდეს ნულს, მაშინ დამატებითი მოგება P_1 ფასის მიღებიდან იწოდება მწარმოებლის ნამეტად:

$$\text{მწარმოებლის ნამეტი} = \Pi(P_1,\ldots) - \Pi(P_0,\ldots) = \int_{P_0}^{P_1} q(P)dP. \qquad \textbf{(11.31)}$$

ეს სიდიდე ნახაზზე 11.4 მოცემულია P_1BP_0 ფართობით. ამრიგად, შემდეგი ფორმალური დეფინიცია შეგვიძლია ჩამოვაყალიბოთ.

მწარმოებლის ნამეტი. მწარმოებლის ნამეტი არის ის დამატებითი უკუგება, რასაც მეწარმე გამოიმუშავებს ტრანზაქციების საბაზრო ფასით განხორციელებისას იმ დონის ზემოთ, რაც შეიძლება მიეღო წარმოების შეწყვეტის შემთხვევაში. ეს ილუსტრირებულია საბაზრო ფასსა და მიწოდების მრუდებს შორის მოქცეული ფართობით. **განსაზღვრება**

ამ განსაზღვრებაში არ გაგვიკეთებია განსხვავება გრძელვადიან და მოკლევადიან პერიოდებს შორის, რადგან დაკვირვებები ამ მომენტამდე მოიცავდა მხოლოდ მოკლევადიანი პერიოდის ანალიზს. შემდეგ თავში დავინახავთ, რომ იგივე განსაზღვრება შეიძლება ორმაგ დატვირთვას ატარებდეს და აღწერდეს მწარმოებლის ნამეტს გრძელვადიან პერიოდში, ანუ ეს ზოგადი განსაზღვრება ორივე შემთხვევაში მისაღებია. რა თქმა უნდა, როგორც ამას ვუჩვენებთ, გრძელვადიან პერიოდში მწარმოებლის ნამეტის მნიშვნელობა საკმაოდ განსხვავდება იმ განსაზღვრებისაგან, რაც აქამდე ვისწავლეთ.

მოკლევადიან პერიოდში მწარმოებლის ნამეტის კიდევ ერთი ასპექტი უნდა ვახსენოთ: ფირმა არ აწარმოებს დახურვის ფასის დროს და ვიცით, რომ $\Pi(P_0, \ldots) = -vk_1$; ანუ მოგება დახურვის მომენტის ფასის დროს მხოლოდ ფიქსირებული დანახარჯების შედეგად მიღებული ზარალისაგან შედგება. ამიტომაც

$$\begin{aligned}\text{მწარმოებლის ნამეტი} &= \Pi(P_1, \ldots) - \Pi(P_0, \ldots)\\ &= \Pi(P_1, \ldots) - (-vk_1) = \Pi(P_1, \ldots) + vk_1. \qquad \textbf{(11.32)}\end{aligned}$$

მწარმოებლის ნამეტი მოცემულია მიმდინარე მოგებით, რომელიც მიიღება დამატებითი მოკლევადიანი მუდმივი დანახარჯებით. დამატებითი გარდაქმნები უჩვენებს, რომ

$$\begin{aligned}\text{მწარმოებლის ნამეტი} &= \Pi(P_1, \ldots) - \Pi(P_0, \ldots)\\ &= P_1q_1 - vk_1 - wl_1 + vk_1 = P_1q_1 - wl_1. \qquad \textbf{(11.33)}\end{aligned}$$

სიტყვიერად, მოკლევადიან პერიოდში მწარმოებლის ნამეტი მიიღება იმის მიხედვით, თუ რამდენად ჭარბობს ამონაგები ცვალებად დანახარჯებს, კერძოდ, რასაც ფირმა გამოიმუშავებს მოკლევადიან პერიოდში წარმოებით, როდესაც უარს ამბობს გამოშვების შეწყვეტაზე.

მოგების ფუნქციის სხვადასხვა გამოყენება შეიძლება ილუსტრირებულ იქნას ქობდაგლასის საწარმოო ფუნქციით. რადგან $q = k^{\alpha}l^{\beta}$ და ამ შემთხვევაში ვთვლით, რომ

კაპიტალი k_1 მუდმივია მოკლევადიან პერიოდში, მოგება იქნება

$$\pi = Pk_1^{\alpha} l^{\beta} - \upsilon k_1 - wl. \tag{11.34}$$

იმისათვის, რომ ვიპოვოთ მოგების ფუნქცია, ვიყენებთ პირველი რიგის პირობას მაქსიმუმისათვის და l-ს ამ გამოსახულებიდან ამოვაგდებთ:

$$\frac{\partial \pi}{\partial l} = \beta P k_1^{\alpha} l^{\beta-1} - w = 0 \quad \text{ან} \quad l = \left(\frac{w}{\beta P k_1^{\alpha}}\right)^{1/(\beta-1)}. \tag{11.35}$$

ჩვენ შეგვიძლია გავამარტივოთ პროცესი ამ ფორმულის უკან მოგების გამოსახულებაში ჩასმით და იმ დაშვებით, რომ $A = (w/\beta P k_1^{\alpha})$. შედეგად გვექნება:

$$\begin{aligned}\prod(P,\upsilon,w,k) &= Pk_1^{\alpha} A^{\beta/(\beta-1)} - \upsilon k_1 - wA^{1/(\beta-1)} \\ &= wA^{1/(\beta-1)}\left(Pk_1^{\alpha}\frac{A}{w} - 1\right) - \upsilon k_1 \\ &= \frac{1-\beta}{\beta^{\beta/(\beta-1)}} w^{\beta/(\beta-1)} P^{1/(1-\beta)} k_1^{\alpha/(1-\beta)} - \upsilon k_1.\end{aligned} \tag{11.36}$$

თუმცა, გამოსახულება საკმაოდ რთულად გამოიყურება, ეს ამოხსნა არის სწორედ ის, რაც დაგპირდით - ფირმის მაქსიმალური მოგება გამოისახა როგორც მხოლოდ ფასების და ტექნოლოგიების ფუნქცია. მიაქციეთ ყურადღება, რომ ფირმის მუდმივი დანახარჯები (υk_1) ამ ფორმულაში შედის მარტივი წრფივი სახით. ფასები, რომლის წინაშეც დგას ფირმა, განსაზღვრავს თუ რამდენად უნდა აღემატებოდეს ამონაგები ცვალებად დანახარჯებს; შედეგს აკლდება მუდმივი დანახარჯები, რომ მივიღოთ საბოლოო მოგება.

რადგან ყოველთვის სასურველია გადავამოწმოთ ალგებრული გამოთვლების მართებულობა, შემდეგი ამოცანა გავაკეთოთ. $\alpha = 0.5$, $\upsilon = 3$, $w = 12$ და $k_1 = 80$, ვიცით, რომ $P = 12$ ფასის დროს ფირმა აწარმოებს 40 ერთეულს და იყენებს $l = 20$. ამიტომ მოგება იქნება $\pi = R - C = 12 \cdot 40 - 3 \cdot 80 - 12 \cdot 20 = 0$. მოგების ფუნქციის გამოყენებით მივიღებთ:

$$\prod(P, \upsilon, w, k_1) = \prod(12, 3, 12, 80) = 0.25 \cdot 12^{-1} \cdot 80 - 3 \cdot 80 = 0. \tag{11.37}$$

როცა ფასი 12-ის ტოლია, ფირმა იღებს 240 მოგებას, რაც ფაქტიურად მუდმივი დანახარჯების კომპენსაციის წარმოადგენს. გამოშვების უფრო მაღალი ფასისას ფირმას შეიძლება დადებითი მოგება ქონდეს. და მაინც, ფირმა მოკლევადიან პერიოდში ზარალს ნახულობს.[12]

ჰოტელინგის ლემა. შეგვიძლია მოგების ფუნქცია 11.36 კონვერტის თეორემასთან ერთად გამოვიყენოთ მოკლევადიან პერიოდში მიწოდების ფუნქციის გამოსაყვანად:

12 ცხრილში 11.2 ვაჩვენეთ, რომ თუ $l = 40$, მაშინ $SAC = 12$. ამიტომ ნული მოგება, ასევე, მინიშნებულია $P = 12 = SAC$

$$\grave{u}(\imath\grave{u},\ ,\ ,\ _{1}) = \frac{\partial \Pi}{\partial P} = \left(\frac{w}{\beta}\right)^{\beta/(\beta-1)} \ {}_{1}^{\alpha/(1-\beta)} \ {}^{\beta/(1-\beta)}, \qquad \textbf{(11.38)}$$

აღნიშნული მოკლევადიან პერიოდში მიწოდების ფუნქციაა, რაც ტოლობით 11.3 გამოვითვალეთ (იხილეთ ტოლობა 11.20).

მწარმოებლის ნამეტი. მიწოდების ფუნქციას, ასევე, ვიყენებთ იმისათვის, რომ ფირმის მოკლევადიან პერიოდში მწარმოებლის ნამეტი გამოვთვალოთ. ამისათვის დავუბრუნდეთ ამოცანას: $\alpha = \beta = 0.5$, $\upsilon = 3$, $w = 12$, და $k_1 = 80$, ამ პარამეტრებით მოკლევადიან პერიოდში მიწოდების $q = 10P/3$ და წარმოების დახურვის ფასი ნულის ტოლია. ამიტომ $P = 12$-ის დროს მწარმოებლის ნამეტი არის

$$\textbf{მწარმოებლის ნამეტი} = \int_{0}^{12} \frac{10P}{3} dP = \left.\frac{10P^2}{6}\right|_{0}^{12} = 240. \qquad \textbf{(11.39)}$$

ეს კი ტოლია მოკლევადიან პერიოდში მოგებისა, როცა ფასი 12-ის ტოლია ($\pi = 0$), პლუს მოკლევადიან პერიოდში მუდმივი დანახარჯები ($= \upsilon k_1 = 3 \cdot 80 = 240$). თუ ფასი 15-მდე გაიზრდება, მაშინ მწარმოებლის ნამეტი იქნება 375, ეს ისევ შედგება 240 მუდმივ დანახარჯს დამატებული მაღალი ფასის დროს მოგება ($\Pi = 135$).

შეკითხვა: რა გავლენას ახდენს მოკლევადიან პერიოდში მწარმოებლის ნამეტზე კაპიტალის ქირის განაკვეთის υ ცვლილება? რა გავლენა შეიძლება მოახდინოს ხელფასების w ცვლილებამ?

მოგების მაქსიმიზაცია და რესურსებზე მოთხოვნა

აქამდე ფირმის გადაწყვეტილებების ამოცანას ვიხილავდით, როგორც მოგების მაქსიმიზაციის შესაბამისი გამოშვების რაოდენობის არჩევანს. მაგრამ დისკუსიის მსვლელობისას სრულიად ნათელი გახდა, რომ ეს არჩევანი ფაქტიურად განპირობებულია იმ რესურსების არჩევანით, რომელიც საწარმოო პროცესში იღებს მონაწილეობას. ეს ურთიერთდამოკიდებულება შეჯამებული სახით წარმოდგენილია საწარმოო ფუნქციით $q = f^{*}(k, l)$. შესაბამისად, ფირმის ეკონომიკური მოგება, ასევე, შეიძლება წარმოვადგინოთ როგორც მხოლოდ რესურსების ფუნქცია:

$$\pi(k, l) = Pq - C(q) = Pf(k, l) - (\upsilon k + wl). \qquad \textbf{(11.40)}$$

ამ სახით ფირმის მოგების მაქსიმიზაციის ამოცანა ფაქტიურად კაპიტალისა და სამუშაო ძალის არჩევანზე დადის.[13] პირველი რიგის პირობა მაქსიმუმისათვის არის

13 განხილვის შედეგად შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ფირმა ფასის მიმღებია. ამრიგად, გამოშვების ფასები და რესურსები

$$\frac{\partial \pi}{\partial k} = P\frac{\partial f}{\partial k} - v = 0$$
$$\frac{\partial \pi}{\partial l} = P\frac{\partial f}{\partial l} - w = 0. \qquad (11.41)$$

ეს პირობა ინტუიციურად ასახავს, რომ მოგების მაქსიმიზაცისათვის ფირმამ უნდა დაიქირაოს რესურსი იმ რაოდენობამდე, სანამ რესურსის ზღვრული ამონაგები გაუტოლდება ამ რესურსის დაქირავების ზღვრულ დანახარჯებს. რადგან ფირმა ფასის მიმღებია, ნებისმიერი რესურსის დაქირავების ზღვრული დანახარჯი, მისი საბაზრო ფასის ტოლი უნდა იყოს. რესურსის ზღვრული ამონაგები დამატებითი გამოშვებისა (ზღვრული პროდუქტი) და პროდუქტის საბაზრო ფასის ნამრავლის ტოლია.

განსაზღვრება **ზღვრული პროდუქტის ამონაგები.** ზღვრული პროდუქტის ამონაგები არის ის დამატებითი ამონაგები, რომელსაც ფირმა იღებს საწარმოო პროცესში დამატებითი ერთი ერთეული რესურსის ჩართვით. ფასის მიმღებ ფირმაში[14] $MRp_l = Pf_l$ და $MRP_k = Pf_k$.

ამრიგად, მოგების მაქსიმიზაცია ფირმისაგან მოითხოვს – ისეთი თანაბარი რაოდენობით დაიქირაოს რესურსები, სანამ ზღვრული ამონაგები მის საბაზრო ფასს გაუტოლდება. მიაქციეთ ყურადღება, რომ მოგების მაქსიმიზაციის ტოლობა 11.41, ასევე, დანახარჯების მინიმიზაციასაც მოიცავს, რადგან $RTS = f_l/f_k = w/v$.

მეორე რიგის პირობა

რადგან მოგების ფუნქცია ტოლობაში 11.40 დამოკიდებულია ორ ცვლადზე k და l, მეორე რიგის პირობა მოგების მაქსიმიზაციისათვის გარკვეულწილად უფრო რთულია, ვიდრე ერთი ცვლადის შემთხვევაში. მეორე თავში ვაჩვენეთ, რომ ნამდვილი მაქსიმიზაციისათვის მოგების ფუნქცია ჩაზნექილი უნდა იყოს. ეს კი

$$\pi_{kk} = f_{kk} < 0, \qquad \pi_{ll} = f_{ll} < 0, \qquad (11.42)$$

და

$$\pi_{kk}\pi_{ll} - \pi_{kl}^2 = f_{kk}f_{ll} - f_{kl}^2 = 0.$$

ამიტომ, მოგების ჩაზნექილობა მოითხოვს, რომ საწარმოო ფუნქციაც ჩაზნექილი იყოს. მიაქციეთ ყურადღება, რომ კლებადი ზღვრული მწარმოებლურობის არსებობა ნების-

---

შეიძლება ნარმოვიდგინოთ როგორც მუდმივი პარამეტრები. შედეგების განზოგადოება შესაძლებელია საკმაოდ ადვილად ამ შემთხვევაში, რადგან ფასები რაოდენობაზეა დამოკიდებული.

14 თუ ფირმა არ არის ფასის მიმღები პროდუქტების ბაზარზე. მაშინ მისი განსაზღვრება განზოგადოებულია ზღვრული ამონაგების ჩასმით ფასების ნაცვლად. ანუ $MRP_l = \partial R/\partial l = \partial R/\partial q \cdot \partial q/\partial l = MR \cdot MP_l$. იგივენაირად შეიძლება ჩავნეროთ კაპიტალის რესურსისათვის.

მიერი რესურსისათვის არ არის საკმარისი ზღვრული დანახარჯების გაზრდისათვის. გამოშვების გაფართოება, როგორც წესი მოითხოვს ფირმისაგან მეტი კაპიტალისა და სამუშაო ძალის გამოიყენებას. ამიტომ საჭიროა დავრწმუნდეთ, რომ კაპიტალის ზრდა არ გამოიწვევს სამუშაო ძალის ზღვრული მწარმოებლურობის ზრდას (და ამიტომ შეამცირებს ზღვრულ დანახარჯებს) საკმაო რაოდენობით. ტოლობის 11.42 მეორე ნახევარი მოითხოვს, რომ ასეთი ჯვარედინი მწარმოებლურობის ეფექტი შედარებით სუსტი იყოს, რათა გადაიფაროს რესურსების კლებადი ზღვრული მწარმოებლურობით. თუ ეს პირობები დაკმაყოფილებულია, მაშინ ზღვრული დანახარჯები გაიზრდება მოგების მაქსიმიზაციის k და l არჩევანით და პირველი რიგის პირობა ლოკალურ მაქსიმუმს მოგვცემს.

ჩასაჩრდილი მოთხოვნის ფუნქციები

ფაქტიურად, მოგების მაქსიმიზაციისათვის რესურსების დაქირავების პირველი რიგის პირობები შეიძლება ისე ვმართოთ, რომ მივიღოთ რესურსებზე მოთხოვნის ფუნქციები. ეს გვიჩვენებს, თუ როგორ არის დამოკიდებული რესურსების დაქირავება იმ ფასებზე, რომლის წინაშეც დგას ფირმა. ამ მოთხოვნის ფუნქციებს შემდეგნაირად აღვნიშნავთ:

$$\textbf{კაპიტალზე მოთხოვნა} = k(P, v, w),$$

და **(11.43)**

$$\textbf{შრომაზე მოთხოვნა} = l(P, v, w).$$

მიაქციეთ ყურადღება, რომ რესურსების მოთხოვნის კონცეფციისაგან განსხვავებით, რომელზეც თავში 10 ვისაუბრეთ, აღნიშნული მოთხოვნის ფუნქციები „დამოუკიდებელნი“ არიან – ანუ, იგი საშუალებას აძლევს ფირმას დააკორექტიროს გამოშვება ფასების ცვლილების მიხედვით. ამიტომ, მოთხოვნის ფუნქციები უფრო სრულ სურათს იძლევა იმის შესახებ, თუ როგორ გავლენას ახდენს ფასები რესურსების მოთხოვნაზე, ვიდრე დამოკიდებული მოთხოვნის ფუნქციები. უკვე წარმოვადგინეთ, რომ რესურსებზე მოთხოვნის ფუნქციები შეიძლება გამოვიყვანოთ მოგების ფუნქციიდან დიფერენცირებით; მაგალითში 11.5 ცხადად ვაჩვენეთ ეს პროცესი. პირველი, განვიხილავთ თუ რა გავლენას ახდენს რესურსებზე ფასების ცვლილება მათ მოთხოვნაზე. გამარტივებისათვის მხოლოდ სამუშაო ძალის მოთხოვნას დავაკვირდებით, მაგრამ ეს ანალიზი მართებულია ნებისმიერი სხვა სახის რესურსისათვის. ზოგადად, დავასკვნით, რომ ეს ეფექტი ცალსახაა ყველა შემთხვევისათვის – ანუ $\partial l/\partial w \leq 0$ და არ აქვს მნიშვნელობა რამდენი რესურსია ჩართული წარმოების პროცესში. გარკვეული ინტუიციური სიცხადის შესატანად რამდენიმე მარტივი მაგალითი განვიხილოთ.

ერთი რესურსის შემთხვევა

ერთი მიზეზი იმის მოლოდინისა, რომ $\partial l/\partial w$-ს უარყოფითი მნიშვნელობა ექნება ეფუძნება მოსაზრებას, რომ სამუშაო ძალის ზღვრული ფიზიკური პროდუქტი მცირდება, როდესაც წარმოების პროცესში ჩართული სამუშაო ძალის რაოდენობა იზრდება. w-ს შემცირება ნიშნავს, რომ საჭიროა მეტი სამუშაო ძალის დაქირავება, რათა შემდეგი ტოლობა შენარჩუნდეს: $w = P^*MP_l$. w-ის შემცირება MP_l-ის შემცირებასთან ერთად უნდა მოხდეს (რადგან P მუდმივია, როგორც ამას სხვა თანაბარ პირობებში დაშვება მოითხოვს) და ამის განხორციელება მხოლოდ l-ის ზრდითაა შესაძლებელი. ამ გარემოების ერთი რესურსთან კავშირის დასაბუთება შესაძლებელია მოგების მაქსიმიზაციის ტოლობის 11.41 გაწარმოებით:

$$dw = P \cdot \frac{\partial f_l}{\partial l} \cdot \frac{\partial l}{\partial w} \cdot dw$$
$$\frac{\partial \pi}{\partial l} = P\frac{\partial f}{\partial l} - w = 0. \qquad \textbf{(11.44)}$$

სადაც საბოლოო უტოლობა ძალაში რჩება, რადგან, სამუშაო ძალის ზღვრული მწარმოებლურობა კლებადია ($feel \leq 0$). უკვე ვაჩვენეთ, რომ ერთი რესურსის დროს, სხვა თანაბარ პირობებში, ხელფასის ზრდა გამოიწვევს დაქირავებული სამუშაო ძალის შემცირებას.

ორი რესურსის შემთხვევა

ორი ან მეტი რესურსის არსებობისას უფრო რთულ შემთხვევასთან გვაქვს საქმე. კლებადი ზღვრული ფიზიკური პროდუქტის დაშვება აქ არ არის მართებული. თუ w მცირდება, ადგილი ექნება არა მარტო l-ის ცვლილებას, არამედ ასევე k-ს ცვლილებასაც, იმის გამო, რომ ფაქტიურად მოხდა დანახარჯების მინიმიზაციის ახალი კომბინაციის არჩევა. როცა k იცვლება, მთლიანად f_{le} ფუნქცია იცვლება (სამუშაო ძალას ამ შემთხვევაში განსხვავებული კაპიტალი ესაჭიროება) და მარტივი დაშვება, რომელიც ცოტა ხნის წინ შემოგთავაზეთ, ამ შემთხვევაში ვერ გამოვიყენებთ. იმისათვის, რომ ილუსტრირება გავუკეთოთ $\partial l/\partial w$-ს უარყოფითი მნიშვნელობის აუცილებლობას, მივმართოთ გრაფიკულ გამოსახვას. უფრო ზუსტი მათემატიკური ანალიზი კი შემდეგ ნაწილში იქნება წარმოდგენილი.

ჩანაცვლების ეფექტი

გარკვეულწილად, ორ-რესურსიანი შემთხვევის ანალიზი პროდუქტის ფასის ცვლილების გამო ინდივიდუალური რეაქციის ანალიზის მსგავსია, რომელიც თავში 5 იყო

წარმოდგენილი. w-ს შემცირებისას l-ის ეფექტი შეიძლება ორ კომპონენტად დავყოთ. პირველ კომპონენტს ჩანაცვლების ეფექტს უწოდებენ. თუ q მუდმივია q_1-ზე, მაშინ ადგილი ექნება საწარმოო პროცესში l-ის k-თი ჩანაცვლების ტენდენციას. ეს ეფექტი წარმოდგენილია ნახაზზე 11.5 „ა“. რადგან q_1-ის წარმოების დანახარჯების მინიმიზაციის პირობა მოითხოვს, რომ $RTS = w/v$, w-ის შემცირება აუცილებლად მოითხოვს რესურსების A კომბინაციიდან B-ში გადასვლას. რადგან იზოკვანტი გვიჩვენებს კლებად RTS-ს, ნახაზიდან ნათელია, რომ ეს ჩანაცვლების ეფექტი საჭიროა უარყოფითი იყოს. w-ის შემცირება გამოიწვევს დაქირავებული სამუშაო ძალის ზრდას, თუ გამოშვება მუდმივია.

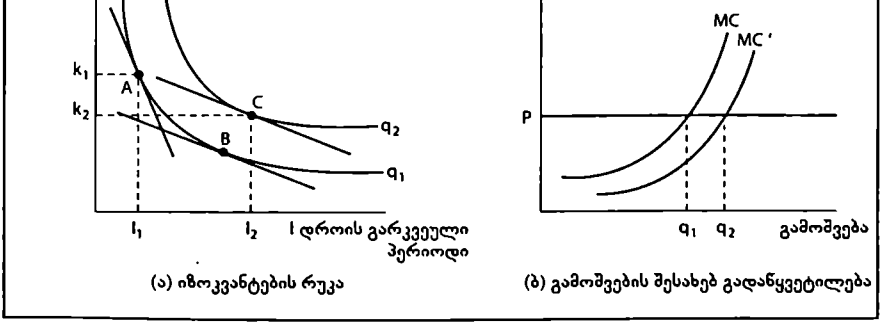
გამოშჯების ეფექტი

და მაინც, ალბათ არ არის მართებული გამოშვების დონის მუდმივად ჩათვლა. თუ დავუშვებთ, რომ გამოშვებაც იცვლება (გამოშვების ეფექტი), ადგილი აქვს იგივე ეფექტს, რაც გვქონდა ინდივიდუალური სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის ამოცანის დროს.

მომხმარებლებს შეზღუდული ბიუჯეტი აქვთ, მაგრამ ფირმებს არა. ფირმები აწარმოებენ იმდენს, რამდენის საშუალებასაც მოთხოვნა იძლევა. იმისათვის, რომ გამოვიკ-

ნახაზი 11.5 ფაქტორზე ფასის შემცირებით ჩანაცვლებისა და გამოშვების ეფექტები

როდესაც სამუშაო ძალის რესურსის ფასი მცირდება, ორი განსხვავებული ეფექტი იჩენს თავს. ერთ-ერთი მათგანი, ჩანაცვლების ეფექტი, გამოიწვევს მეტი სამუშაო ძალის შეძენას, თუ გამოშვება მუდმივია. ეს ნაჩვენებია A წერტილიდან B წერტილში მოძრაობით ნახაზზე (ა). B წერტილში დანახარჯების მინიმიზაციის პირობა ($RTS = w/v$) სრულდება ამ ახალი, დაბალი w-თვის. w/v-ის ცვლილება, ასევე. გადაანაცვლებს ფირმის გაფართოებისას და ზღვრული დანახარჯების მრუდს. ნორმალურ სიტუაციაში MC მრუდი გადაადგილდება ქვემოთ, w-ს შემცირების საპასუხოდ - როგორც ნახაზზეა (ბ)-შია ნაჩვენები, ახალი (MC') მრუდით არჩევანი შეჩერდება უფრო მაღალ (q^2) გამოშვებაზე. შესაბამისად, სამუშაო ძალის დაქირავება გაიზრდება (l2-მდე) გამოშვების ეფექტის გამო.



(ა) იზოკვანტების რუკა (ბ) გამოშვების შესახებ გადაწყვეტილება

ვლიოთ გამოშვებული რაოდენობა, უნდა გავაანალიზოთ ფირმის მოგების მაქსიმიზაციის გადაწყვეტილება. w-ს ცვლილება, რადგან იგი ფაქტიურად ცვლის ფარდობით რესურსზე ფასებს, გამოიწვევს ფირმის გაფართოების მრუდის გადაადგილებას. შესაბამისად, ფირმის ყველა მრუდი გადაადგილდება. შერჩეული იქნება გამოშვების გარკვეული დონე, რომელიც q_1-გან განსხვავდება. ნახაზი 11.5 ბ აჩვენებს, თუ რა შეიძლება ჩაითვალოს „ნორმალურ“ შემთხვევად, კერძოდ, როცა w-ის შემცირება MC-ს დაბლა გადაანაცვლებს MC' მდგომარეობაში, გამოშვება q_1-დან q_2-მდე იზრდება. მოგების მაქსიმიზაციის პირობა ($P = MC$) ამ შემთხვევაში დაკმაყოფილებულია უფრო მაღალი დონის გამოშვებისათვის. დავუბრუნდეთ ნახაზს 11.5ა. გამოშვების ზრდა გამოიწვევს l-ზე მოთხოვნის გაზრდას. ჩანაცვლებისა და გამოშვების ეფექტების ერთდროული მოქმედება ზრდის დაქირავებული სამუშაო ძალის რაოდენობას რეალური ხელფასების შემცირების საპასუხოდ.

ნახაზზე 11.5 მოცემული ანალიზი საშუალებას იძლევა დავასკვნათ, რომ წარმოებული პროდუქტის საბაზრო ფასი (ან ზღვრული ამონაგები) უცვლელი რჩება. ეს დასკვნა მართებულია მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ ფირმა ან დარგი სამუშაო ძალის ღირებულების შემცირების ფაზაშია. და მაინც, თუ შემცირება მთელ დარგს ეხება ალბათ უკეთესია მცირედად განსხვავებული ანალიზი გაკეთდეს. ამ შემთხვევაში ყველა ფირმის ზღვრული დანახარჯების მრუდი გადაინაცვლებს და ამიტომ დარგის მიწოდების მრუდი გარდუვალად გადაადგილდება. თუ დავუშვებთ, რომ გამოშვებაზე მოთხოვნა ქვემოთ მიმართულია ეს პროდუქტის ფასის შემცირებამდე მიგვიყვანს. დარგის და ტიპიური ფირმის გამოშვება გაიზრდება და (როგორც ადრე) საჭირო გახდება უფრო მეტი სამუშაო ძალის დაქირავება, მაგრამ ამ გამოშვების ეფექტის მიზეზი სხვაგვარია (იხ. ამოცანა 11.11).

ფასების ჯაჭვისებური ეფექტი

ჩვენ ვაჩვენეთ, რომ მარტივ შემთხვევებში $\partial l/\partial w$ უარყოფითია; ჩანაცვლებისა და გამოშვების ეფექტები იწვევს მეტი სამუშაო ძალის დაქირავებას, როცა ხელფასების განაკვეთი მცირდება. ნახაზიდან 11.5 ჩანს, რომ აქამდე არ გაგვიკეთებია არანაირი დასკვნა თუ როგორ რეაგირებს კაპიტალი ხელფასის ცვლილებაზე. ეს სწორედ იმის ნიშანია, რომ $\partial k/\partial W$ განუსაზღვრელია. მარტივ ორ-რესურსიან შემთხვევაში ხელფასის შემცირება გამოიწვევს იმას, რომ ნაკლები კაპიტალი იქნება გამოყენებული. მეორე მხრივ, გამოშვების ეფექტი გამოიწვევს კაპიტალზე მოთხოვნის ზრდას გამოშვების ზრდის შედეგად. ამიტომ ჩანაცვლებისა და გამოშვების ეფექტები ამ შემთხვევაში საწინააღმდეგო მიმართულებით იცვლება და ვერ გავაკეთებთ ცალსახა პროგნოზს – დადებითი თუ უარყოფითი იქნება $\partial k/\partial w$.

ჩანაცვლებისა და გამოშვების ეფექტების შეჯამება

ზემოთ წარმოდგენილი დისკუსია შემდეგ პრინციპებშია თავმოყრილი.

მაგიდიზაციის პრინციპი

ჩანაცვლებისა და გამოშვების ეფექტები რესურსების მოთხოვნისას. როდესაც რესურსების ფასი მცირდება, ქვემოთ წარმოდგენილი ორი ეფექტი იწვევს მოთხოვნილი რაოდენობის ზრდას:

1. *ჩანაცვლების ეფექტი* – იწვევს ნებისმიერი გამოშვების დონისას გამოყენებული რესურსების რაოდენობის ზრდას;
2. *დანახარჯების შემცირების* გამო პროდუქტის გაყიდვა იზრდება და ამიტომ იქმნება დამატებითი გამოშვების ეფექტი, რაც რესურსებზე მოთხოვნას ზრდის.

როდესაც რესურსებზე ფასები იზრდება ორივე ეფექტი – ჩანაცვლების და გამოშვების – იწვევს მოთხოვნილი რესურსების რაოდენობის შემცირებას.

აღნიშნული კონცეფციების უფრო ზუსტ აღწერას შემოგთავაზებთ მათემატიკური ანალიზის მეშვეობით.

მათემატიკური გადაწყვეტა

ჩანაცვლების და გამოშვების ეფექტის მათემატიკური ახსნა ეყრდნობა მეთოდს, რომელიც შევისწავლეთ სამომხმარებლო თეორიაში ფასების ცვლილების შესწავლისას. საბოლოო შედეგს წარმოადგენს სლუცკის მსგავსი ტოლობა, რომელიც გამოვიყვანეთ თავში 5. გიფენის პარადოქსის გამო წარმოშობილი ორაზროვნება აქ არ გვექნება.

დავიწყოთ იმისი გახსენებით, რომ ნებისმიერი რესურსის (ვთქვათ, სამუშაო ძალის) მოთხოვნის ორი კონცეფცია გვაქვს: (1) სამუშაო ძალაზე განპირობებული მოთხოვნა $l^c(v, w, q)$; და (2) სამუშაო ძალაზე დამოუკიდებელი მოთხოვნა $l(P, v, w)$. მოგების მაქსიმიზაციისთვის სამუშაო ძალის არჩევანისას ეს ორი კონცეფცია შეთანხმებულად ზემოქმედებს დაქირავებული სამუშაო ძალის მოთხოვნილ რაოდენობაზე. ასევე, ორი კონცეფცია არ ეწინააღმდეგება ერთმანეთს, როცა საუბარია გამოშვებულ რაოდენობაზე (რომელიც ყველა ფასის ფუნქციას წარმოადგენს):

$$l(P, v, w) = l^c(v, w, q) = l^c(v, w, q(P, v, w)) \qquad \textbf{(11.45)}$$

ამ გამოსახულების გაწარმოება ხელფასების მიმართ (და სხვა ფასების მუდმივად შენარჩუნებით) იქნება

$$\frac{\partial l(P,v,w)}{\partial w} = \frac{\partial l^c(v,w,q)}{\partial w} + \frac{\partial l^c(v,w,q)}{\partial q} \cdot \frac{\partial q(P,v,w)}{\partial w}. \qquad \textbf{(11.46)}$$

ამრიგად, ხელფასების ცვლილების ეფექტი მოთხოვნილ სამუშაო ძალაზე იქნება ორი კომპონენტის ჯამი: ჩანაცვლების ეფექტისა, რომელიც გამოშვებას მუდმივ დონეზე ინარჩუნებს; გამოშვების ეფექტისა, რომელიც ხელფასების ცვლილებაზე გამოშვებულ რაოდენობას ცვლის. პირველი ეფექტი ცხადია უარყოფითია – რადგან საწარმოო ფუნქცია კვაზი-ჩაზნექილია (ანუ ამოზნექილი იზოკვანტი აქვს), გამოშვების შესაბამისი სამუშაო ძალაზე მოთხოვნა უარყოფითად დახრილი უნდა იყოს. ნახაზი 11.5 ბ ინტუიციურ ილუსტრაციას უკეთებს, თუ რატომ არის გამოშვების ეფექტი ტოლობაში 11.46 უარყოფითი, მაგრამ ამას მტკიცებულებად ვერ ჩავთვლით. არსებობს ალბათობა, რომ რესურსი ნაკლებ მნიშვნელოვანია წარმოების პროცესში. თუმცა, ნაკლებმნიშვნელოვან რესურსებსაც უარყოფითი გამოშვების ეფექტი გააჩნიათ, მაგრამ უფრო განსხვავებული მიზეზების გამო, რომელსაც სქოლიოში განვმარტავთ.[15] ქვედა ზღვარი არის ის, რომ გიფენის პარადოქსი არ განხორციელდება ფირმის რესურსებზე მოთხოვნის თეორიის ფარგლებში; რესურსების მოთხოვნის ფუნქციები არა ორაზროვნად არიან ქვემოთ მიმართულნი. ამ შემთხვევაში მოგების მაქსიმიზაციის თეორია მეტ შეზღუდვებს აწესებს, ვიდრე სარგებლიანობის თეორია. მაგალითში 11.5 ვაჩვენეთ, თუ როგორ შეიძლება დაიშალოს რესურსებზე მოთხოვნა ჩანაცვლებისა და გამოშვების კომპონენტებად, ეს კი მოგვცემს იმის გააზრების საშუალებას, როგორ მოქმედებს რესურსებზე ფასების ცვლილება თავად ფირმაზე.

მაგალითი 11.5: რესურსების მოთხოვნის დაშლა ჩანაცვლებისა და გამოშვების კომპონენტებად

რესურსებზე მოთხოვნის შესწავლა საწარმოო ფუნქციით უნდა დავიწყოთ, რომელსაც ორი თვისება გააჩნია: (1) ფუნქციამ საშუალება მისცეს კაპიტალისა და სამუშაო ძალის ურთიერთჩანაცვლებას (რადგან ჩანაცვლება ამ პროცესის მნიშვნელოვანი ნაწილია); (2) წარმოების ფუნქცია უნდა აჩვენებდეს ზრდად ზღვრულ დანახარჯებს (ისე, რომ მოგების მაქსიმიზაციის მეორე რიგის პირობა იყოს დაკმაყოფილებული). ერთ-ერთი ფუნქცია, რომელიც ყველა ამ მოთხოვნას პასუხობს, არის ქობ-დაგლასის სამ რესურსიანი ფუნქცია, როცა ერთ-ერთი რესურსის სიდიდე არ იცვლება. დავუშვათ, $q = f(k, l, g) = k^{0.25}l^{0.25}g^{0.5}$, სადაც k და l კაპიტალისა და სამუშო ძალის რესურსებია, ხოლო g არის მესამე რესურსი (ქარხნის ზომა), რომელიც მუდმივად ნარჩუნდება $g = 16$ მნიშვნელობით. მოკლევადიანი პერიოდის საწარმოო ფუნქცია იქნება $q = 4k^{0.25}l^{0.25}$. დავუშვათ, ქარხანა ქირავდება r-ად კვადრატულ მეტრზე მოცემული პერიოდის განმავლობაში. სამუშაო ძალის მოთხოვნის შესასწავლად გვჭირდება როგორც მთლიანი დანახარჯების ფუნ-

15 სიტყვიერად, ნაკლებად მნიშვნელოვანი რესურსის ფასის ზრდა ამცირებს ზღვრულ დანახარჯებს და ზრდის გამოშვებას. როცა გამოშვება იზრდება, ნაკლებ აღნიშნულ რესურსს ქირაობენ. ამიტომ ფასის ზრდის პასუხად ვიღებთ მოთხოვნილი რაოდენობის შემცირებას. ფორმალური სახით

$$\text{დანახარჯის ეფექტი} = \frac{\partial l^c}{\partial q}\cdot\frac{\partial q}{\partial w} = \frac{\partial l^c}{\partial q}\cdot\frac{-\partial l}{\partial P} = -\left(\frac{\partial l^c}{\partial q}\right)^2\cdot\frac{\partial q}{\partial P}.$$

რადგან მოგების მაქსიმიზაციის მეორე რიგის პირობა $\partial q/\partial q > 0$, გამოშვების ეფექტი ნამდვილად უარყოფითია.

ქცია, ასევე, მოგების ფუნქცია, რომელიც საწარმოო ფუნქციიდან გამომდინარეობს. ამჯერად თავად ავტორი მოგაწვდით უკვე გამოთვლილ ფუნქციას.

$$C(v,w,r,q)=\frac{q^2v^{0.5}w^{0.5}}{8}+16r \qquad \textbf{(11.47)}$$

და

$$\prod(P, v, w, r) = 2P^2v^{-0.5}w^{-0.5} - 16r. \qquad \textbf{(11.48)}$$

როგორც მოსალოდნელი იყო, მუდმივი რესურსის (g) დანახარჯები მუდმივას სახით შევიდა ამ განტოლებებში და აღნიშნული დანახარჯები ძალიან მცირე როლს ითამაშებს ანალიზში.

ალტერნატიული შედეგები

სამუშაო ძალისა და მოთხოვნის ურთიერთდამოკიდებულებას ორივე ფუნქციიდან გამოვიყვანთ გაწარმოების მეშვეობით:

$$l^c(v,w,r,q)=\frac{\partial C}{\partial w}=\frac{q^2v^{0.5}w^{-0.5}}{16} \qquad \textbf{(11.49)}$$

და

$$l(P,v,w,r)=\frac{\partial \prod}{\partial w}=P^2v^{-0.5}w^{-1.5}. \qquad \textbf{(11.50)}$$

ფუნქცია უკვე გვკარნახობს, რომ ხელფასების ცვლილებას უფრო დიდი და მასშტაბური ეფექტი აქვს მთლიან სამუშაო ძალის მოთხოვნაზე, ვიდრე განპირობებული სამუშაო ძალის მოთხოვნაზე, რადგან w-ს ხარისხი უარყოფითია მთლიანი მოთხოვნის განტოლებაში. ანუ, გამოშვების ეფექტსაც შეიძლება ქონდეს გარკვეული გავლენა. ამის საილუსტრაციოთ ჩავსვათ რიცხვები.

რიცხვითი მაგალითი. დავუშვათ, რომ v = 3, w = 12, P = 60. მოდით პირველ რიგში გამოვთვალოთ რა გამოშვებას მივიღებთ ამ სიტუაციაში. ანუ გვჭირდება მიწოდების ფუნქცია:

$$q(P,v,w,r)=\frac{\partial \prod}{\partial P}=4Pv^{-0.5}w^{-0.5}. \qquad \textbf{(11.51)}$$

ამ ფუნქციით და ფასებით ფირმის მოგების მაქსიმიზაციის გამოშვების დონე იქნება q = 40. ამ ფასებითა და 40 გამოშვებით ორივე მოთხოვნის ფუნქცია გვიხსნის, რომ ფირმა დაიქირავებს l = 50, რადგანაც RTS არის k/l-ით მოცემული, ასევე, ვიცით, რომ $k/l = w/v$, ამ ფასების პირობებში k = 200.

დავუშვათ, ხელფასი იზრდება w = 27-მდე, მაგრამ სხვა ფასები უცვლელია. ფირმის მიწოდების ფუნქცია (ტოლობა 11.51) გვიჩვენებს, რომ გამოშვება q = 26.67. ხელფასების ზრდა გადაანაცვლებს ფირმის ზღვრული დანახარჯების მრუდს ზემოთ და მუდმივი გამოშვების ფასების პირობებში ფირმას აიძულებს ნაკლები გამოუშვას. აღ-

(გაგრძელება)

ანალიტიკური შეკითხვა

ნიშნული გამოშვების სამუშაო ძალის ან მოთხოვნის ფუნქცია შეიძლება გამოვიყენოთ და ვუჩვენოთ, რომ ფირმა დაიქირავებს $l = 14.8$. კაპიტალი შემცირდება $k = 133.3$-მდე, რადგან გამოშვება მნიშვნელოვნად შემცირდა.

შეგვიძლია სამუშაო ძალის დაქირავების შემცირება $l = 50$-დან $l = 14.8$-მდე დავშალოთ ჩანაცვლებისა და გამოშვების ეფექტებად განპირობებული მოთხოვნის ფუნქციის მეშვეობით. თუ ფირმა აგრძელებდა 40 ერთეულის გამოშვებას გაზრდილი ხელფასების დროსაც, განტოლება 11.49 გვიჩვენებს, რომ იგი გამოიყენებდა $l = 33.33$-ს. კაპიტალის გამოყენება გაიზრდებოდა $k = 300$-მდე. რადგან გამოშვებას მუდმივს ვინარჩუნებთ 40 ერთეულის დონეზე, ეს ცვლილებები წარმოადგენს ფირმის ჩანაცვლების ეფექტის შედეგს მაღალი ხელფასების საპასუხოდ.

მოგების მაქსიმიზაციის პირობის შენარჩუნებისათვის გამოშვება უნდა შემცირდეს, შესაბამისად მცირდება ორივე რესურსის მოხმარებაც. მიაქციეთ ყურადღება, რომ ამ მაგალითში ხელფასების მომატებამ არა მარტო სამუშაო ძალის მკვეთრი შემცირება გამოიწვია, არამედ კაპიტალის გამოყენებაც შემცირდა დიდი გამოშვების ეფექტის გამო.

შეკითხვა: რა გავლენას მოახდენს ამ მაგალითზე, თუ ყველა ფირმას ექნება ხელფასების ზრდა? ამ შემთხვევაში გამოთვლილი სამუშაო ძალისა და კაპიტალის შემცირება უფრო დიდი იქნება, ვიდრე უკვე განხილულ მაგალითში?

შეჯამება

ამ თავში შევისწავლეთ მოგების მაქსიმიზაციის შესახებ ფირმის მიწოდების გადაწყვეტილებები. მთავარი მიზანი იყო გვეჩვენებინა, თუ როგორ რეაგირებს ფირმა ბაზრიდან მიღებულ საფასო სიგნალებზე. ამ კითხვაზე საპასუხოდ რამდენიმე ანალიტიკური პასუხი შევიმუშავეთ.

- მოგების მაქსიმიზაციის მიზნით ფირმამ უნდა აირჩიოს ისეთი გამოშვების დონე რომლისთვისაც ზღვრული ამონაგები (ამონაგები მიღებული ერთი დამატებითი ერთეულის გაყიდვიდან) უდრის ზღვრულ დანახარჯებს (ერთი დამატებითი ერთეულის გამოშვებასთან დაკავშირებულ დანახარჯები).
- თუ ფირმა ფასის მიმღებია, მაშინ მისი გადაწყვეტილება გამოშვების სიდიდის თაობაზე ფასზე გავლენას ვერ ახდენს, ამიტომ ზღვრული ამონაგები ფასის ტოლია. თუ ფირმას დაღმავალი მოთხოვნის მრუდი აქვს, მაშინ მას კიდევ ერთი დამატებითი ერთეულის გაყიდვა დაბალ ფასად შეუძლია. ამ შემთხვევაში ზღვრული ამონაგები შეიძლება ფასთან შედარებით დაბალი იყოს, ან უარყოფითი.
- ზღვრული ამონაგები და მოთხოვნის საფასო ელასტიკურობა მოცემულია შემდეგი ფორმულით

$$MR = P\left(1 + \frac{1}{e_{q,p}}\right),$$

სადაც P არის ფირმის გამოშვების საბაზრო ფასი და $e_{q,p}$ მოთხოვნის საფასო ელასტიკურობა.

- ფასის მიმღები, მოგების მაქსიმიზაციაზე ორიენტირებული ფირმისათვის მიწოდების მრუდი მოცემულია მისი ზღვრული დანახარჯების მრუდის დადებითად დახრილი ნაწილით საშუალო ცვალებადი დანახარჯების მინიმუმის ზემოთ (AVC). თუ ფასი შემცირდება AVC-ს მინიმუმის ქვემოთ, ფირმის მოგების მაქსიმიზაციის არჩევანი იქნება წარმოების შეწყვეტა.
- ფირმის რეაქცია სხვადასხვა ფასის ცვლილებაზე შეიძლება შევისწავლოთ მისი მოგების ფუნქციის მეშვეობით, $\Pi(P, v, w)$. ეს ფუნქცია აჩვენებს იმ მაქსიმალურ მოგებას, რომელიც ფირმამ შეიძლება მიიღოს გამოშვების მოცემული ფასის, რესურსებზე ფასებისა და მისი წარმოების ტექნოლოგიის პირობებში. მოგების ფუნქციის შედეგად ვიღებთ განსაკუთრებით საჭირო კონვერტის შედეგებს. საბაზრო ფასის მიმართ გაწარმოებით ვიღებთ მიწოდების ფუნქციას, ხოლო ნებისმიერი რესურსის მიმართ გაწარმოებით ვიღებთ ამ რესურსზე მოთხოვნის ფუნქციას.
- მოკლევადიანი პერიოდის ცვლილებები საბაზრო ფასში იწვევს ფირმის მოკლევადიანი მოგებების ცვლილებებს. ეს შეიძლება გრაფიკულად გაიზომოს მწარმოებლის ნამეტის ცვლილებით. მოგების ფუნქციას გამოვიყენებთ მწარმოებლის ნამეტის ცვლილების გასაზომად.
- მოგების მაქსიმიზაციის თეორიის თანახმად. ფირმა ქირაობს რესურსებს იმ მომენტამდე სანამ ზღვრული ამონაგები ყოველი ერთეულის საბაზრო ფასის ტოლი გახდება. რესურსზე ფასის ზრდა ჩანაცვლებისა და გამოშვების ეფექტებს გააააქტიურებს, რაც ფირმას აიძულებს შეამციროს ამ რესურსის გამოყენება.

ამოცანები

11.1

გაზონების შეკრეჭის სერვისი ჯონის მცირე ბიზნესია. აღნიშნული ფირმა ფასის მიმღებია (ანუ $MR = P$). გაზონის გაკრეჭვის ფასი $20 უდრის ერთ აკრზე. ჯონის დანახარჯები მოცემულია შემდეგი ფორმულით

$$\textbf{მთლიანი ღირებულება} = 0.1q^2 + 10q + 50,$$

სადაც q = გასაკრეჭი აკრების რაოდენობაა, რომელსაც ჯონი ირჩევს.

ა. რამდენი აკრი უნდა გაკრიჭოს ჯონმა მოგების მაქსიმიზაციისათვის?
ბ. გამოიანგარიშეთ ჯონის მაქსიმალური დღიური მოგება.
გ. დახაზეთ მოთხოვნის მრუდი და დააწერეთ მიღებული შედეგები.

11.2

მოახდენს თუ არა გავლენას მოგების გადასახადი მოგების მაქსიმიზაციის რაოდენობაზე? რას იტყვით პროპორციული მოგების გადასახადზე რომელიც ყოველი ერთეულისათვის გამოითვლება? სამუშაო ძალის გადასახადზე?

11.3

ეს ამოცანა ეხება მოთხოვნისა და ზღვრული ამონაგების მრუდების ურთიერთდამოკიდებულებას

ა. აჩვენეთ, რომ წრფივი მოთხოვნის მრუდისათვის, ზღვრული ამონაგების მრუდი შუაზე ყოფს ვერტიკალურ ღერძსა და მოთხოვნის მრუდს შორის მანძილს.

ბ. აჩვენეთ, რომ ნებისმიერი წრფივი მოთხოვნის მრუდისთვის მოთხოვნის მრუდს და ზღვრულ ამონაგებს შორის ვერტიკალური დაშორება არის $-1/b$-ს ტოლი, სადაც $b(<0)$ არის მოთხოვნის მრუდის დახრილობა.

გ. აჩვენეთ, რომ $q = aPb$ ფორმის მუდმივი ელასტიკურობის მოთხოვნის მრუდისთვის ვერტიკალური მანძილი მოთხოვნასა და ზღვრული ამონაგების მრუდებს შორის არის მუდმივი ფარდობა მოთხოვნის მრუდის სიმაღლისა და მუდმივას შორის, რომელიც დამოკიდებულია მოთხოვნის ფასის ელასტიკურობაზე.

დ. აჩვენეთ, რომ ნებისმიერი ქვემოთ მიმართული მოთხოვნის მრუდისათვის ვერტიკალური მანძილი მოთხოვნისა და ზღვრული ამონაგების მრუდებს შორის ნებისმიერ წერტილში შეიძლება ვიპოვოთ მოთხოვნის მრუდის აღნიშნულ წერტილში მხების გამოყენებით და (ბ) ნაწილში აღწერილი პროცედურის მიხედვით.

ე. დახაზეთ ამოცანის (ა)-(გ) ნაწილების შედეგები.

11.4

კომპანია „უნივერსალ ვიჯეტი“ აწარმოებს მაღალი ხარისხის ვიჯეტებს ნევადაში განლაგებულ ქარხანაში და ყიდის მთელ მსოფლიოში. მთლიანი ვიჯეტების წარმოების დანახარჯების ფუნქცია მოცემულია შემდეგნაირად:

$$\textbf{მთლიანი ღირებულება} = 0.25q^2.$$

ვიჯეტებზე მოთხოვნა მხოლოდ ავსტრალიასა (სადაც მოთხოვნის მრუდი მოცემულია $q = 100 - 2P$) და ლაპლანდიაშია (სადაც მოთხოვნის მრუდი $q = 100 - 4P$). თუ „უნივერსალ ვიჯეტი“ შეძლებს ყოველ ბაზარზე მიწოდებული რაოდენობის კონტროლს, რამდენი ერთეული უნდა გაყიდოს ყოველ ბაზარზე მთლიანი მოგების მაქსიმიზაციისათვის? როგორი იქნება პროდუქტის ფასები ამ ბაზრებზე?

11.5

კალკულატორების აწყობის ბიზნესში მომუშავე ფირმის საწარმოო ფუნქცია მოცემულია შემდეგნაირად

$$q = 2\sqrt{l},$$

სადაც q აღნიშნავს აწყობილი კალკულატორების რაოდენობას და I აღნიშნავს სამუშაო ძალის რესურსის რაოდენობის საათებში. ფირმა ფასის მიმღებია – როგორც კალკულატორების ფასის (რომელიც P ფასით იყიდება), ასევე შრომის ბაზარზეც (რომელთა დაქირავება შესაძლებელია ხელფასის განაკვეთით w ერთ საათში).

ა. როგორი იქნება მთლიანი დანახარჯების ფუნქცია ამ კომპანიისათვის?
ბ. როგორი იქნება ამ ფირმის მოგების ფუნქცია?
გ. როგორი იქნება აწყობილი კალკულატორების მიწოდების ფუნქცია $[q(P,w)]$?
დ. როგორი იქნება სამუშაო ძალის რესურსზე ფირმის მოთხოვნის ფუნქცია $[l(P,w)]$?
ე. აღწერეთ ინტუიციურად თუ რატომ აქვთ ფუნქციებს აღნიშნული ფორმა.

11.6

მაღალი ხარისხის ხიზილალის ბაზარი ამინდზეა დამოკიდებული. თუ ამინდი კარგია, ბევრი მაღალი დონის მიღება გაიმართება და ერთი პაუნდი ხიზილალა $30 დოლარად გაიყიდება. ცუდ ამინდში იგი მხოლოდ $20 ღირს. წარმოებული ხიზილალა ერთ კვირაზე მეტ ხანს ვერ ძლებს. ხიზილალის მცირე მწარმოებელს აქვს დანახარჯების ფუნქცია, რომელიც შემდეგი ფორმულითაა მოცემული

$$C = 0.5q^2 + 5q + 100,$$

სადაც q ყოველკვირეული წარმოებაა. ფირმის გადაწყვეტილება წარმოების შესახებ (და ფასი) უნდა გაკეთდეს მანამ, სანამ ცნობილი გახდება ამინდი, ცნობილია, რომ კარგი და ცუდი ამინდი 0,5 ალბათობით არის მოსალოდნელი.

ა. რა რაოდენობის ხიზილალა უნდა აწარმოოს ფირმამ, რათა მისი მოგების მაქსიმიზაცია გახდეს შესაძლებელი?
ბ. ვთქვათ ფირმის მფლობელს აქვს შემდეგი სახის სარგებლიანობის ფუნქცია

$$\text{სარგებლიანობა} = \sqrt{\pi},$$

სადაც π არის ყოველკვირეული მოგება. რა სარგებლიანობას უნდა ველოდეთ გამოშვების სტრატეგიით, რომელიც (ა) ნაწილშია მოცემული?
გ. შეუძლია თუ არა ამ ფირმას მიიღოს უფრო მაღალი სარგებლიანობა (ა) და (ბ) ნაწილში მოცემული რაოდენობისაგან განსხვავებული წარმოებით? პასუხი ახსენით.
დ. ვთქვათ, ამ ფირმას შეუძლია ინინასწარმეტყველოს შემდეგი კვირის ფასი, მაგრამ ვერ ახდენს გავლენას ამ ფასსზე. რა სტრატეგიით არის შესაძლებელი მოგების მაქსიმიზაცია ამ შემთხვევაში? რა იქნება მოსალოდნელი მოგება?

11.7

მძიმე ტექნიკის სკოლა „აკმე“ სტუდენტებს ასწავლის სამშენებლო ტექნიკის მართვას. სტუდენტების რაოდენობა, რომელიც შეიძლება ერთ კვირაში სკოლამ გამოუშვას მოცემულია $q = 10\ mink, l)\gamma$, სადაც k არის ექსკავატორების რაოდენობა, რომელსაც ფირმა ქირაობს ყოველ კვირას; l არის ინსტრუქტორების რაოდენობა, რომელთა დაქირავება ხდება ყოველ კვირას; γ არის პარამეტრი, რომელიც აჩვენებს ამ საწარმოო ფუნქციის მასშტაბის ეფექტს.

ა. ახსენით რატომ ითხოვს მოგების მაქსიმიზაციის მოდელი ამ შემთხვევაში, რომ $0 < \gamma < 1$.

ბ. ვთქვათ = 0.5, დაითვალეთ ფირმის მთლიანი დანახარჯების ფუნქცია და მოგების ფუნქცია.

გ. ვთქვათ, $\upsilon = 1000$, $w = 500$, $P = 600$. რამდენ სტუდენტს მოემსახურება „აკმე“ და რა მოგებას მიიღებს იგი.

დ. თუ ფასი, რომლის გადახდისათვის მზად არიან სტუდენტები, მოიმატებს $P = 900$-მდე, როგორ შეიცვლება მოგება?

ე. დახაზეთ „აკმეს“ მიწოდების მრუდი სტუდენტებისათვის და აჩვენეთ, რომ შესაძლებელია ამ ნახაზზე დაიტანოთ (გ)-ში გამოთვლილი მოგების ზრდა.

11.8

როგორ გავლენას მოახდენს გამოშვების ფასის P ზრდა კაპიტალისა და სამუშაო ძალის მოთხოვნაზე?

ა. ახსენით გრაფიკულად პირობა: არცერთი რესურსი არ არის უმნიშვნელო, თითქოს ცხადია რომ P-ს ზრდამ არ უნდა შეამციროს ამ ფაქტორებზე მოთხოვნა.

ბ. აჩვენეთ, რომ, გრაფიკული წარმოდგენა, რომელიც (ა) ნაწილში გამოსახულია რესურსებზე მოთხოვნის ფუნქციებით, ქობ-დაგლასის ფუნქციიდან შეიძლება იქნას გამოყვანილი.

გ. გამოიყენეთ მოგების ფუნქცია და აჩვენეთ ერთ-ერთი ნაკლებმნიშვნელოვანი რესურსის არსებობისას რატომ არის რესურსების მოთხოვნაზე ფასის ეფექტი ორაზროვანი.

ანალიტიკური ამოცანები

11.9 CES მოგების ფუნქცია

CES საწარმოო ფუნქციით, რომელსაც $q = (k^p + l^p)^{\gamma/p}$ ფორმა აქვს, საკმაოდ დიდი ალგებრული გარდაქმნების შედეგად მივიღებთ მოგების ფუნქციას: $\prod(P, \upsilon, w) = KP^{\gamma/(1-\gamma)}(\upsilon^{1-\sigma} + w^{1-\sigma})^{\gamma/(1-\sigma)(\gamma-1)}$ სადაც $\sigma = 1/(1-p)$ და k არის მუდმივი.

ა. საკმაო ძალისხმევაა საჭირო იმის დასამტკიცებლად, რომ მოგების ფუნქცია აღნიშნულ სახეს იღებს. თუ სურვილი გაქვთ, რომ ეს დამტკიცება თქვენი ხელით გააკეთოთ, ალბათ აზრი აქვს დაიწყოთ *CES* დანახარჯების ფუნქციით მაგალითში 10.2.

ბ. ახსენით, რატომ აჩვენებს ეს მოგების ფუნქცია ფირმის ქმედების დასაბუთებულ ახსნას მხოლოდ $0 < \gamma < 1$ შემთხვევაში.

გ. ახსენით ჩანაცვლების ელასტიკურობის σ როლი მოგების ფუნქციაში.

დ. რა არის მიწოდების ფუნქცია ამ შემთხვევაში? როგორ განაპირობებს σ რესურსების ფასების ცვლილებისას ამ ფუნქციის მრუდის გადანაცვლების სიდიდეს?

ე. გამოიყვანეთ რესურსებზე მოთხოვნის ფუნქციები აღნიშნული შემთხვევისათვის. როგორ გავლენას ახდენს ამ ფუნქციებზე σ-ს ზომა?

11.10 კონვერტის ზოგიერთი შედეგი

იუნგის თეორემა შეიძლება გამოვიყენოთ კონვერტის შედეგებთან ერთად, რათა გარკვეული სასარგებლო დასკვნები გამოვიტანოთ.

ა. აჩვენეთ, რომ $\partial l(P, v, w)/\partial v = \partial k(P, v, w)/\partial w$. ინტერპრეტაცია გაუკეთეთ ამ შედეგს ჩანაცვლებისა და გამოშვების ეფექტების დახმარებით.

ბ. გამოიყენეთ (ა) -ში მიღებული შედეგები და აჩვენეთ როგორ გავლენას მოახდენს კაპიტალის რესურსზე სამუშაო ძალის გადასახადი.

გ. აჩვენეთ, რომ $\partial q/\partial w = -\partial l/\partial P$ და ინტერპრეტაცია გაუკეთეთ ამ შედეგს.

დ. გამოიყენეთ (გ)-ში მიღებული შედეგი, რათა ახსნათ როგორ გავლენას მოახდენს სამუშაო ძალის გადასახადი მიწოდებულ რაოდენობაზე.

11.11 მოთხოვნა ორი რესურსის დროს

ნებისმიერ რესურსზე მოთხოვნა დამოკიდებულია ამ რესურსის მეშვეობით წარმოებული პროდუქტის მოხოვნაზე. ეს შეიძლება ნაჩვენები იქნას რესურსებზე მთლიანი დარგის მოთხოვნის გამოყვანით. ამისათვის დავუშვათ, რომ დარგი აწარმოებს ჰომოგენურ პროდუქტს, Q, მუდმივი მასშტაბის ეფექტით მხოლოდ კაპიტალისა და სამუშაო ძალის გამოყენებით. Q-ს მოთხოვნის ფუნქცია არის $Q = D(P)$, სადაც P პროდუქტის საბაზრო ფასია. რადგან მუდმივი მასშტაბის ეფექტის დაშვებაზე ვეყრდნობით, $P = MC = AC$. ამ ამოცანის მსვლელობისას დავუშვათ $C(v, w, l)$ არის ერთეულის დანახარჯების ფუნქცია.

ა. ახსენით რატომ არის მოცემული დარგის მოთხოვნა კაპიტალსა და სამუშაო ძალაზე $K = QC_v$ და $L = QC_w$

ბ. აჩვენეთ, რომ

$$\frac{\partial K}{\partial v} = QC_{vv} + D'C_v^2 \quad \text{და} \quad \frac{\partial L}{\partial w} = QC_{w,w} + D'C_w^2.$$

გ. დაამტკიცეთ, რომ

$$C_{vv} = \frac{-w}{v} C_{vw}, \quad \text{და} \quad C_{ww} = \frac{-v}{w} C_{vw}.$$

დ. გამოიყენეთ (ბ) და (გ) ს შედეგები ჩანაცვლების ელასტიკურობასთან ერთად რომელიც მოცემულია შემდეგი სახით $\sigma = CC_{vw}/C_vC_w$ აჩვენეთ, რომ

$$\frac{\partial K}{\partial v} = \frac{wL}{Q} \cdot \frac{\sigma K}{vC} + \frac{D'K^2}{Q^2} \quad \text{და} \quad \frac{\partial L}{\partial w} = \frac{vK}{Q} \cdot \frac{\sigma L}{wC} + \frac{D'L^2}{Q^2}.$$

ე. გარდაქმენით (დ) ში მოცემული წარმოებულები ელასტიკურობად, რათა აჩვენოთ

$$e_{K,v} = -s_L\sigma + s_K e_{Q,P} \quad \text{და} \quad e_{L,w} = -s_K\sigma + s_L e_{Q,P},$$

სადაც $e_{Q,P}$ არის პროდუქტზე მოთხოვნის ფასის ელასტიკურობა.

ვ. განიხილეთ (ე) ში მიღებული შედეგების მნიშვნელობა ჩანაცვლებისა და გამოშვების ეფექტებზე, რომელზეც თავში 11 ვისაუბრეთ.

შენიშვნა: ეს საკითხი პირველად წამოჭრა და განიხილა ალფრედ მარშალმა. აქ მოყვანილი მტკიცებულება მოცემულია იმ სახით, როგორც ეს გამოქვეყნებული იყო D. Hamermesh, Labor Demand (Princeton, NJ: Princeton University Press, 1993).

11.12 რესურსების მოთხოვნაზე ჯვარედინი ფასის ეფექტი

ორი რესურსის პირობებში ჯვარედინი ფასის ეფექტი რესურსების მოთხოვნაზე შეიძლება ადვილად გამოვთვალოთ ამოცანაში 11.11 ნაჩვენები მექანიზმით.

ა. გაიმეორეთ ამოცანის 11.11 (ბ), (გ) და (დ)-ში მოცემული საფეხურები და აჩვენეთ, რომ

$$e_{K,w} = s_L(\sigma + e_{Q,P}) \quad \text{და} \quad e_{L,v} = s_K(\sigma + e_{Q,P}).$$

ბ. ინტუიციურად აღწერეთ რატომ გამოიყურება რესურსების თანაფარდობა მოთხოვნის ელასტიკურობაში განსხვავებულად ამოცანის 11.11 (ე) და (ა) ნაწილში.

გ. (ა)-ში გამოთვლილი გამოსახულება შეიძლება განზოგადოებული იყოს მრავალრესურსიანი შემთხვევისათვის $e_{x_i,w_j} = S_j(A_{i,j} + e_{Q,P})$, სადაც $A_{i,j}$ ალენის ჩანაცვლების ელასტიკურობაა რომელიც ამოცანაში 10.12 იყო მოყვანილი. ამოცანებში 10.11 და 10.12-ში ჩამოთვლილი მიზეზების გამო ეს მიდგომა რესურსების მოთხოვნისადმი მრავალრესურსიანი შემთხვევისას ნაკლებეფექტურია მორიშიმას ელასტიკურობასთან შედარებით. ერთი უცნაურობა მაინც უნდა აღინიშნოს, კერძოდ $i = j$-თვის ეს გამოსახულება $e_{L,w} = S_L(A_{L,L} + e_{Q,P})$ და თუ გადავალთ დასკვნაზე რომ $A_{L,L} = \sigma$ ორრესურსიან შემთხვევაში, მაშინ ეს ამოცანაში 11.11 ჩამოყალიბებულ შედეგს ეწინააღმდეგება. ეს პარადოქსი შეიძლება გადაიჭრას ამოცანიდან 10.12 განსაზღვრების გამოყენებით იმის დასამტკიცებლად, რომ ორი რესურსისას AL,L=(=SK/SL)AK,L=(-SK/SL) σ და ამრიგად, ეს წინააღმდეგობა გადაილახა.

დამატებითი საკითხავი

Ferguson, C. E. *The Neoclassical Theory of Production and Distribution.* Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1969.

მოთხოვნილი რესურსის გამოშვების ეფექტის სრული ანალიზი, ასევე, უჩვენებს თუ როგორ მოქმედებს ჩანაცვლების ეფექტი იმ შედეგებზე, რომელზეც ამ თავში იყო საუბარი.

Hicks, J. R. *Value and Capital,* 2nd ed. Oxford: Oxford University Press, 1947.

დანართში მოცემულია ინფორმაცია ფაქტორების ჩანაცვლებადობაზე.

Mas-Colell, A., M. D. Whinston, and J. R. Green. *Microeconomic Theory.* New York: Oxford University Press, 1995.

იძლევა ინფორმაციას წარმოების თეორიაში ვექტორული და მატრიცული სახით.

Samuelson, P. A. *Foundations of Economic Analysis.* Cambridge, MA: Harvard University Press, 1947.

საწარმოო ფუნქციის იდეის ადრეული განვითარება, ბაზრის წონასწორობა და მუდმივი მასშტაბის ეფექტი

Sydsaeter, K., A. Strom, and P. Berck. Economists' *Mathematical Manual,* 3rd ed. Berlin: Springer-Verlag, 2000.

თავი 25 იძლევა მოგებისა და მოთხოვნის ფაქტორების ფორმულებს.

Varian, H. R. *Microeconomic Analysis,* 3rd ed. New York: W. W. Norton, 1992.

მთლიანი თავი ეძღვნება მოგების ფუნქციას.

დანართები

მოგების ფუნქციის გამოყენება

თავში 11 წარმოგიდგინეთ მოგების ფუნქცია. ეს ფუნქცია აფიქსირებს ფირმის „ქვედა ზღვარს", რადგან იგი დამოკიდებულია გამოშვების და რესურსების ფასებზე. ამ დანართში ვაჩვენებთ, თუ როგორ შეიძლება გამოვიყენოთ მოგების ფუნქციის რამდენიმე თვისება მნიშვნელოვანი ემპირიული და თეორიული საკითხის გადასაწყვეტად.

E11.1 ამოზნექილობა და ფასების სტაბილიზაცია

მოგების ფუნქციის ამოზნექილობა გულისხმობს, რომ ფირმა უმეტეს შემთხვევებში ურჩევნია ჰქონდეს გამოშვების ცვალებადი ფასები, ვიდრე სტაბილური (საშუალო მნიშვნელობა, რომელიც ვთქვათ, სახელმწიფოს მიერ რეგულირდება). შედეგი ეკონომიკური პოლიტიკის საწინააღმდეგოდაა მიმართული უმეტეს ნაკლებ განვითარებულ ქვეყანაში, რომელთაც სურთ წარმოსახვითი კეთილდღეობის სურათი შექმნან სამომხმარებლო პროდუქტზე ფიქსირებული ფასების შენარჩუნებით. ამ პარადოქსს თან სდევს რამდენიმე ფაქტორი. პირველი, ბევრი სამომხმარებლო პროდუქტის ფასების „სტაბილიზაციის" გეგმა ფაქტიურად არის გეგმა, რომელიც ამ პროდუქტზე საშუალო ფასებს ზრდის. კარტელებს ეს ფაქტიურად თავიდანვე აქვთ გეგმაში. მეორე, ამოზნექილობის შედეგი ერთი ფასის მიმღებ ფირმას ახასიათებს. მთელი ბაზრის გადასახედიდან სტაბილური ან ცვალებადი ფასებით მიღებული მთლიანი ამონაგები პროდუქტზე მოთხოვნის სახეობაზე იქნება დამოკიდებული.[1] მესამე სირთულე, რომელიც ფასის განსაზღვრის დროს შეიძლება წარმოიშვას სტაბილიზაციის სქემის განხორციელების პროცესში არის ის, რომ აღნიშნული სქემა შეიძლება ძალიან რთული გამოდგეს. ბოლოს, ფასის სტაბილიზაციის სქემის მიზანი ზოგჯერ შეიძლება ფასის შემცირებისკენ იქნეს მიმართული (საბაზისო სამომხმარებლო პროდუქტებზე, მაგალითად, საკვებზე) და არა მეწარმეთა კეთილდღეობისაკენ. საწარმოო ფუნქციის ეს ფუნდამენტური თვისება გვეუბნება, რომ ძალიან ფრთხილად უნდა მოვეკიდოთ ფასის სტაბილიზაციის სქემებს, რათა მწარმოებლებისთვის სასურველი გრძელვადიანი ეფექტი მივიღოთ. დამატებითი ინფორმაციის მისაღებად შეგიძლიათ წაიკითხოთ Newbury and Stiglitz (1981).

E11.2 დაკავებაზე მწარმოებლის ნამეტი და მოკლევადიანი დანახარჯები

დაავადების შემთხვევებმა შეიძლება ძალიან დააზარალოს ბაზარი და მიგვიყვანოს მწარმოებელთა და მომხმარებელთა ნამეტის დიდ ზარალამდე მოკლევადიან პერიოდში. მეწარმეებისათვის ეს ზარალი შეიძლება გამოითვალოს მოგების დანაკარგებით, რომელიც გამოწვეულია პროდუქტთა ფასების მოკლევადიანი შემცირებით ან ზარალით, რომელიც რესურსებზე ფასების ზრდითაა გამოწვეული. ასეთი გაანგარიშებები შეგიძლიათ იხილოთ Harrington, Krupnick, and Spofford (1991) ნაშრომში, რომელშიც აღწერეს ლამბლიოზის გავრცელების შედეგები პენსილვანიაში 1983

1 კერძოდ, მოთხოვნის მუდმივი ელასტიკურობის ფუნქციისათვის, მთლიანი შემოსავლები ამოზნექილი ფასის ფუნქცია იქნება. თუ მოთხოვნა არაელასტიკურია, მაშინ მას ამოზნექილი ფორმა ექნება, ამრიგად, ელასტიკურ შემთხვევაში მეწარმეები უფრო მაღალ ამონაგებს მიიღებენ ცვალებადი ფასიდან, ვიდრე მის საშუალო მნიშვნელობაზე არსებული ფასიდან.

წელს. რა თქმა უნდა, ამ დროს ძირითადი ზარალი მომხმარებლებს მიადგათ, მაგრამ მათ, ასევე, დათვალეს ის საკმაოდ მნიშვნელოვანი ზარალი, რაც რესტორნებმა და ბარებმა განიცადეს. ეს ზარალი ორი კომპონენტისაგან შედგებოდა – შემცირებული ვაჭრობა, მაგრამ ამავე დროს უფრო მაღალფასიანი რესურსების გამოყენების აუცილებლობა (ბოთლის წყალი და სხვა). რაოდენობრივი გათვლები ეფუძნება მოგების ფუნქციის გაანგარიშებებს.

E11.3 მოგების ფუნქციები და მწარმოებლურობის გაზომვა

თავში 9 ვაჩვენეთ, რომ მწარმოებლურობის ზრდის მთავარი ფაქტორი, როგორც წესი, იზომება

$$G_A = G_q - s_k G_k - s_l G_l,$$

სადაც

$$G_x = \frac{dx/dt}{x} = \frac{d\ln x}{dt}$$

S_k და S_l არის კაპიტალისა და სამუშაო ძალის წილი მთლიან დანახარჯებში. ამ გაანგარიშების გაკეთების სირთულე ის არის, რომ იგი მოითხოვს რესურსების ცვლილების გათვალისწინებას – გაანგარიშება განსაკუთრებით რთულია კაპიტალისათვის. მოგების ფუნქცია ალტერნატიული გაანგარიშების ვერსიად გვევლინება და მისი მეშვეობით ირიბად შეიძლება გაიზომოს გამოყენებული რესურსები. ამ მიდგომის ლოგიკა რომ გავიაზროთ, წარმოვიდგინოთ $q = f(k, l, t)$ არის წარმოების ფუნქცია და გვინდა გავიგოთ როგორ შეიცვლება გამოშვება დროის პერიოდში, როცა რესურსების დონე ნარჩუნდება. ანუ გვინდა გავიგოთ $\partial(\ln q)/\partial t = ft/f$. მიაქციეთ ყურადღება წილობრივი დიფერენციალის გამოყენებას ამ გამოსახულებაში – ჩვენ გვინდა გავიგოთ f-ის პროპორციული ცვლილება დროის განმავლობაში, როცა სხვა რესურსები მუდმივი რჩება. თუ საწარმოო ფუნქციას გააჩნია მასშტაბიდან მუდმივი ეფექტი და ფირმა არის ფასის მიმღები, მაშინ შედარებით ადვილია[2] იმის ჩვენება, რომ წილობრივი წარმოებული არის მთლიანი მწარმოებლურობის ცვლილების ფაქტორი – ანუ $G_A = ft/f$, ახლა კი გავიხსენოთ მოგების ფუნქცია $\Pi(P, v, w, t)$. განსაზღვრების მიხედვით

$$\pi = Pq - vk - wl = Pf - vk - wl,$$

ან

$$\frac{\partial \ln \Pi}{\partial t} = \frac{Pf_t}{\Pi}$$

და ამიტომ

$$G_A = \frac{f_t}{f} = \frac{\Pi}{Pf} \cdot \frac{\partial \ln \Pi}{\partial t} = \frac{\Pi}{Pq} \cdot \frac{\partial \ln \Pi}{\partial t}. \qquad \text{(i)}$$

ამრიგად, ამ განსაკუთრებულ შემთხვევაში მწარმოებლურობის მთლიან ფაქტორში ცვლილება შეიძლება გამოვიყვანოთ მოგების წილის განსაზღვრით მთლიან ამონაგებში და მოგების ფუნქციის დროის მიხედვით წარმოებულით. ეს შედეგი შეიძლება განვაზოგადოდ მასშტაბიდან არამუდმივი ეფექტის შემთხვევებისა და იმ ფირმებისათვისაც, რომლებიც რამდენიმე პროდუქტს აწარმოებენ.

აუცილებელია აღვნიშნოთ მოგების ფუნქციის გამოყენების სამი მაგალითი. კარაგიანისმა და მერგოსმა (2000) გათვალეს მწარმოებლურობის მთლიანი ფაქტორის ზრდა აშშ სასოფლო-სამეურნეო დარგში ბოლო 50 წლის განმავლობაში მოგების ფუნქციის დახმარებით. ჰუანგი (2000) იგივე მიდგომას იყენებს, როცა შეისწავლის ტაივანის საბანკო სისტემას და აღმოაჩინა მნიშვნელოვან მწარმოებლურობის ზრდა, რისი აღმოჩენაც სხვა მეთოდებით ვერ მოხერხდებოდა. და ბოლოს კოელიმ და პერელმანმა (2000) გამოიყენეს მოდიფიცირებული მოგების ფუნქცია ევროპის რკინიგზის შედარებითი ეფექტიანობის გასაზომად.

---

2 დამტკიცება შესაძლებელია წარმოების ფუნქციის ლოგარითმული დიფერენცირებით დროის გათვალისწინებით. $\partial(\ln q)/\partial t = e_{q,l} G_l + e_{q,l} G_l + f_t/f$ და შემდეგ იმის დანახვით, რომ მუდმივი მასშტაბის ეფექტის და ფასის მიმღები ფირმის დროს $e_{q,k} = S_k$, $e_{q,l} = S_l$.

ალბათ გასაკვირი არც არის ის, რომ დაადგინეს გერმანიის რკინიგზა ყველაზე ეფექტიანია ევროპაში, იტალიაში კი ყველაზე ნაკლებეფექტიანი.

ლიტერატურა

Coelli, T., and S. Perelman. "*Technical Efficiency of European Railways: A Distance Function Approach.*" Applied Economics (December 2000): 1967–76.

Harrington, W. A., J. Krupnick, and W. O. Spofford. *Economics and Episodic Disease: The Benefits of Preventing a Giardiasis Outbreak.* Baltimore: Johns Hopkins University Press, 1991.

Huang, T. "Estimating X-Efficiency in Taiwanese Banking Using a Translog Shadow Profit Function." *Journal of Productivity Analysis* (November 2000): 225–45.

Karagiannis, G., and G. J. Mergos. "Total Factor Productivity Growth and Technical Change in a Profit Function Framework." *Journal of Productivity Analysis* (July 2000): 31–51.

Kumbhakar, S. "Productivity Measurement: *A Profit Function Approach.*" Applied Economics Letters (April 2002): 331–34.

Newbury, D. M. G., and J. E. Stiglitz. *The Theory of Commodity Price Stabilization.* Oxford: Oxford University Press, 1981.

კონკურენტული ბაზრები

თ ა ვ ი 12 ნაწილობრივი წონასწორობის კონკურენტული ბაზრის მოდელი

თ ა ვ ი 13 ზოგადი წონასწორობა და კეთილდღეობა

მეორე და მესამე ნაწილში ჩამოვაყალიბეთ მოდელები მაქსიმალური სარგებლიანობის მიმღები ინდივიდების პროდუქტზე, მოთხოვნის და მაქსიმალური მოგების მიმღები ფირმის მიერ პროდუქტის მიწოდების ასახსნელად. ამ ნაწილში ანალიზის ორივე მიმართულებას გავაერთიანებთ, რათა აღვწეროთ ფასების ჩამოყალიბების პროცესი. შემოვიფარგლებით ფასების ჩამოყალიბების მხოლოდ ერთი სპეციფიკური - სრულყოფილად კონკურენტული ბაზრის მოდელით. მოდელი ითვალისწინებს პროდუქტის მომხმარებელთა და მიმწოდებელთა საკმაოდ დიდ რაოდენობას ისე, რომ თითოეული მათგანი არის ფასის მიმღები. მეხუთე ნაწილში გავეცნობით ბოლოერთ მოდელს, რომელიც წარმოადგენს გამონაკლისს კონკურენტული ბაზრის მოდელის „ფასის მიღების" მკაცრი დაშვებიდან. ამ ნაწილში კი მთლიანად „ფასის მიმღების" ქცევას ვგულისხმობთ.

თავი 12 წარმოადგენს ფასის ჩამოყალიბების ნაწილობრივი წონასწორობის ნაცნობ მოდელს კონკურენტულ ბაზრებზე. მთავარი შედეგი არის მოთხოვნისა და მიწოდების მარშალისეული „ჯვარედინი" დიაგრამა, რომელიც პირველად აღვწერეთ პირველ თავში. ეს მოდელი აჩვენებს ფასის ფორმიოება „ნაწილობრივი" წონასწორობის სურათს, რადგან განიხილავს მხოლოდ ერთ ბაზარს.

თავის შემაჯამებელ ნაწილში ვაჩვენებთ ასეთი მოდელების გამოყენების რამდენიმე გზას. განაკუთრებით აღვნიშნავთ, თუ როგორ გამოიყენება კონკურენტული ბაზრის მოდელი საბაზრო წონასწორობის ცვლილებისას ბაზრის მონაწილეთა კეთილდღეობის შედეგების განსჯისათვის.

მიუხედავად იმისა, რომ ნაწილობრივი წონასწორობის კონკურენტული ბაზრის მოდელი მოიერხებულია ერთი ბაზრის დეტალურად შესასწავლად, იგი გამოუსადეგარია ბაზრებს შორის კავშირების გამოსაკვლევად. ბაზრებს შორის კავშირის ეფექტების დადგენა საჭიროებს „ზოგადი" წონასწორობის მოდელის შექმნას - ამ თემას განვიხილავთ **თავში 13**. ვაჩვენებთ, თუ როგორ შეიძლება მთლიანი ეკონომიკა განვიხილოთ, როგორც კონკურენტული ბაზრების ურთიერთდაკავშირებული სისტემა, რომელიც ერთდროულად ყველა ფასს განსაზღვრავს. ასევე, გამოვიკვლევთ, თუ როგორ შეისწავლება სხვადასხვა ეკონომიკურ პრობლემასთან დაკავშირებული კეთილდღეობის შედეგები ამ მოდელში.



12

ნაწილობრივი წონასწორობის კონკურენტული ბაზრის მოდელი

ამ თავში აღვწერთ სრულყოფილი კონკურენციის პირობებში ფასის ჩამოყალიბების ნაცნობ მოდელს, რომელიც მეცხრამეტე საუკუნის ბოლოს პირველად წარმოადგინა ალფრედ მარშალმა. წარმოდგენილი იქნება ერთ ბაზარზე მოთხოვნა-მიწოდების მექნიზმის საკმაოდ სრული ანალიზი. შესაძლებელია, ეს არის ფასების შესწავლის მიზნით ყველაზე უფრო ფართოდ გამოყენებული მოდელი.

საბაზრო მოთხოვნა

მეორე ნაწილში ვაჩვენეთ, როგორ ავაგოთ ინდივიდუალური მოთხოვნის ფუნქცია, რომელიც გვიჩვენებს მაქსიმალური სარგებლიანობის მიმღები ინდივიდის მიერ არჩეული პროდუქტის რაოდენობის ცვლილებებს საბაზრო ფასისა და სხვა ფაქტორების ცვლილებისას. ვიცით, რომ მხოლოდ ორი პროდუქტის (X და Y) შემთხვევაში ინდივიდის მოთხოვნის (მარშალისეული) ფუნქცია გამოსახულია შემდეგნაირად

$$\textbf{x პროდუქტზე მოთხოვნის რაოდენობა} = x(P_x, P_y, I). \qquad \textbf{(12.1)}$$

ახლა გვსურს ვაჩვენოთ, თუ როგორ შეიძლება მოთხოვნის ეს ფუნქციები შევკრიბოთ, რათა ავსახოთ ბაზარზე მყოფი ყველა ინდივიდის მოთხოვნა. თითოეული ინდივიდის x პროდუქტზე მოთხოვნის ფუნქცია აღვნიშნოთ $i(i = 1, n)$ ასოთი. მაშინ შეგვიძლია ბაზრის მთლიანი მოთხოვნა გამოვსახოთ შემდეგნაირად

$$\textbf{x პროდუქტზე საბაზრო მოთხოვნა} = \sum_{i=1}^{n} x_i,\left(p_x, p_y, I_i\right). \qquad \textbf{(12.2)}$$

ასეთი შეჯამების დროს გასათვალისწინებელია სამი მომენტი. პირველი, ჩვენ ვუშვებთ, რომ ორივე პროდუქტზე ბაზარზე მყოფი ყველა ინდივიდისთვის ერთნაირი ფასებია ანუ განტოლებაში 12.2 P_x და P_y წარმოადგენს ინდივიდის სპეციფიკური მახასიათებლებიდან დამოუკიდებელ სიდიდეებს. მეორე მხრივ, თითოეული ინდივიდის შემოსავალი

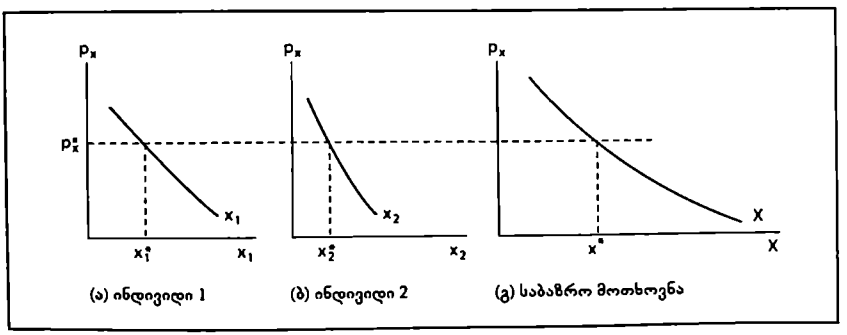
შედის ამ ინდივიდის სპეციფიკური მოთხოვნის ფუნქციაში. საბაზრო მოთხოვნა დამოკიდებულია არა მხოლოდ ბაზრის ყველა მონაწილის მთლიან შემოსავალზე, არამედ იმაზეც, თუ როგორაა მთლიანი შემოსავალი მომხმარებელთა შორის განაწილებული. ბოლოს, დააკვირდით, რომ საბაზრო მოთხოვნა აღვნიშნეთ X ასოთი, მალე ამ აღნიშვნის მოდიფიცირებას მოვახდენთ.

საბაზრო მოთხოვნის მრუდი

განტოლება 12.2 ცხადყოფს, რომ მოთხოვნილი პროდუქტის მთლიანი რაოდენობა დამოკიდებულია არა მხოლოდ მის ფასზე, არამედ სხვა პროდუქტის ფასსა და თითოეული ინდივიდის შემოსავალზე. X პროდუქტზე ბაზრის მოთხოვნის მრუდის ასაგებად ვუშვებთ, რომ P_x იცვლება, მაშინ, როცა თითოეული მომხმარებლის შემოსავალს და P_y-ს უცვლელად მივიჩნევთ. ნახაზზე 12.1 აგებულია ბაზრის მოთხოვნის მრუდი იმ შემთხვევისათვის, როცა ბაზარზე მხოლოდ ორი მომხმარებელია. x პროდუქტის თითოეული ჰოტენციური ფასისათვის საბაზრო მოთხოვნის მრუდზე X მთლიანი მოთხოვნის შესაბამისი წერტილი მიიღება თითოეული ინდივიდის მიერ მოთხოვნილი რაოდენობების შეკრებით. მაგალითად, p_x^* ფასის დროს პირველი ინდივიდის მოთხოვნაა x_1^* და მეორე ინდივიდის მოთხოვნაა x_2^*. ორ ინდივიდიან ბაზარზე მოთხოვნილი პროდუქტის მთლიანი რაოდენობა არის ამ ორი სიდიდის ჯამი ($X^* = x_1^* + x_2^*$). მაშასადამე, წერტილი p_x^*, X^* არის ბაზრის მოთხოვნის მრუდზე ერთი წერტილი X-თვის. მრუდის სხვა წერტილები აიგება იგივენაირად. ბაზრის მოთხოვნის მრუდი არის თითოეული ინდივიდის მოთხოვნის მრუდის „ჰორიზონტალური ჯამი".[1]

ნახაზი 12.1 ინდივიდუალური მოთხოვნის მრუდებიდან საბაზრო მოთხოვნის მრუდის აგება

ბაზრის მოთხოვნის მრუდი არის თითოეული ინდივიდის მოთხოვნის მრუდის „ჰორიზონტალური ჯამი". თითოეული ფასისათვის მოთხოვნილი პროდუქტის რაოდენობა არის თითოეული ინდივიდუალური მომხმარებლის მიერ მოთხოვნილი პროდუქტის რაოდენობათა ჯამი. მაგალითად, p_x^* ფასის დროს საბაზრო მოთხოვნა არის $x_1^* + x_2^* = X^*$.



1 კომპენსირებული მოთხოვნის მრუდები შესაძლებელია აიგოს ზუსტად ამგვარად კომპენსირებული ინდივიდუალური მოთხოვნების შეკრების გზით. ამდაგვარად კომპენსირებულჯ საბაზრო მოთხოვნის მრუდზე თითოეული ინდივიდის სარგებლიანობა მუდმივია.

საბაზრო მოთხოვნის მრუდის გადაადგილებები

საბაზრო მოთხოვნის მრუდი ასახავს დამოკიდებულებას X-სა და p_x-შორის, როცა ყველა სხვა დანარჩენი პირობები უცვლელია (ceteris paribus პირობა). უნდა გვახსოვდეს, რომ სინამდვილეში მრუდი არის ორგანზომილებიან სიბრტყეში მრავალცვლადიანი ფუნქციის წარმოდგენა. p_x-ის ცვლილება იწვევს გადაადგილებას მოცემული მრუდის გასწვრივ, მაგრამ X-ზე მოთხოვნის ნებისმიერი სხვა დეტერმინანტის ცვლილება გამოიწვევს მრუდის ახალ პოზიციაზე გადაადგილებას. მაგალითად, ზოგადად, შემოსავლის გაზრდა გამოიწვევს მოთხოვნის მრუდის ზემოთ გადაადგილებას (ვუშვებთ, რომ X არის ნორმალური პროდუქტი), რადგან თითოეული ინდივიდი აირჩევს უფრო მეტი X პროდუქტის შეძენას თითოეულ მოცემულ ფასად. p_y-ის ზრდა ზუსტად ასევე გამოიწვევს X პროდუქტზე მოთხოვნის ზემოთ გადაადგილებას, თუ X და Y პროდუქტს მომხმარებელი მიიჩნევს ურთიერთშემცვლელებად და X პროდუქტზე მოთხოვნის ქვემოთ გადაადგილებას, თუ X და Y პროდუქტები მიიჩნეულია ურთიერთშემავსებლად. ყველა ამ გადაადგილების აღსაწერად შესაძლოა საჭირო გახდეს დავუბრუნდეთ ბაზრის შემადგენელი ინდივიდუალური მოთხოვნის მრუდების შესწავლას განსაკუთრებით იმ შემთხვევაში, როცა შემოსავლის განაწილება იცვლება და, შესაბამისად, ზოგიერთის შემოსავალი იზრდება სხვათა შემოსავლის შემცირებისას. პირდაპირ განვაცხადოთ, რომ ეკონომისტები ჩვეულებრივად ტერმინს „მოთხოვნილი რაოდენობის ცვლილება“ იყენებენ p_x-ის ცვლილებით გამოწვეული გადაადგილების აღსაწერად უცვლელი მოთხოვნის მრუდის გასწვრივ. ამისაგან განსხვავებით, მოთხოვნის მრუდის პოზიციის ნებისმიერი ცვლილების აღსაწერად გამოიყენება ტერმინი „მოთხოვნის ცვლილება“.

მაგალითი 12.3 საბაზრო მოთხოვნის გადაადგილებები

ამ იდეების ილუსტრირება შესაძლებელია მარტივი წრფივი ფუნქციების ნაკრებით. დავუშვათ, პირველი ინდივიდის მოთხოვნა ფორთოხალზე (x დათვლილია, როგორც ათეულობით ერთეული წელიწადში) მოცემულია შემდეგი სახით[2]

$$x_1 = 10 - 2p_x + 0{,}1I_1 + 0{,}5p_y, \qquad \textbf{(12.3)}$$

სადაც

p_x = ფორთოხლის ფასი (დოლარებში ათეულზე)
I_1 = პირველი მომხმარებლის შემოსავალი (ათასი დოლარი)
P_y = გრეიფრუტის ფასი (ფორთოხლის შემცვლელი – დოლარებში ათეულზე)

(გაგრძელება)

2 ეს წრფივი ფორმა გამოიყენება აგრეგაციის ზოგიერთი საკითხის ილუსტრაციისათვის, თუმცა, ძნელია ამ ფორმის თეორიულად დასაბუთება. მაგალითად, 0-ის ტოლი ხარისხის მიხედვით ეს ფორმა არ არის ჰომოგენური ყველა ფასისა და შემოსავლის დროს.

მეორე ინდივიდის მოთხოვნა ფორთოხალზე მოცემულია განტოლებით

$$x_1 = 17 - p_x + 0{,}05I_2 + 0{,}5p_y. \qquad \textbf{(12.4)}$$

შესაბამისად, საბაზრო მოთხოვნის ფუნქცია ფორთოხალზე იქნება

$$X(p_x, p_y, I_1, I_2) = x_1 + x_2 = 27 - 3p_x + 0{,}1I_1 + 0{,}05I_2 + p_y \qquad \textbf{(12.5)}$$

ფორთოხლის ფასის წინ კოეფიციენტი ასახავს ორი ინდივიდის კოეფიციენტების ჯამს. ასევე წარმოდგენილია გრეიფუტის ფასის კოეფიციენტიც. ეს გარემოება ასახავს იმ დაშვებას, რომ ფორთოხლის და გრეიფუტის ბაზრებისთვის მოქმედებს ერთი ფასის კანონი. თუმცა, რადგან ინდივიდებს აქვთ შემოსავლის სხვადასხვა კოეფიციენტი, მოთხოვნის ფუნქცია დამოკიდებულია თითოეული ინდივიდის შემოსავალზე.

12.5 ნახაზზე განტოლების ასაგებად p_y, I_1 და I_2-ს მნიშვნელობები უნდა მივანიჭოთ (რადგან მოთხოვნის მრუდი ასახავს მხოლოდ ორგანზომილებიან დამოკიდებულებას x-სა და p_x-ს შორის). თუ $I_1 = 40$, $I_2 = 20$ და $p_y = 4$, მაშინ საბაზრო მოთხოვნის მრუდი მოცემულია შემდეგნაირად

$$X = 27 - 3p_x + 4 + 1 + 4 = 36 - 3p_x \qquad \textbf{(12.6)}$$

ეს გამოსახულება წარმოადგენს მარტივ წრფივ მრუდს. თუ გრეიფუტის ფასი გაიზრდებოდა $p_y = 6$-მდე, მაშინ უცვლელი შემოსავლის პირობებში მრუდი გადაადგილდებოდა ზემოთ შემდეგნაირად

$$X = 27 - 3p_x + 4 + 1 + 6 = 38 - 3p_x \qquad \textbf{(12.7)}$$

საშემოსავლო გადასახადი, რომელიც პირველი ინდივიდიდან 10 ათას დოლარს ამოიღებდა და გადაუნაწილებდა მეორე ინდივიდს, მოთხოვნის მრუდს ქვემოთ გადაადგილებდა, რადგან პირველ ინდივიდს ფორთოხალის შესყიდვაზე ახასიათებს შემოსავლის ცვლილების უფრო დიდი ზღვრული ეფექტი

$$X = 27 - 3p_x + 3 + 1{,}5 + 4 = 35{,}5 - 3p_x. \qquad \textbf{(12.8)}$$

ასეთი წრფივი მოთხოვნის შემთხვევაში ყველა ეს ცვლილება მოთხოვნის მრუდს გადაადგილებს პარალელურად, რადგან ეს ცვლილება გავლენას არ ახდენს არცერთი ინდივიდისათვის p_x-ის ინდივიდუალურ კოეფიციენტზე. ყველა შემთხვევაში p_x-ის გაზრდა 0,10-ით (ათი ცენტით) გამოიწვევდა 0,30-ით (ათეული წელიწადში) X-ის შემცირებას.

შეკითხვა: ასეთი წრფივი შემთხვევისათვის, როდის იქნებოდა შესაძლებელი საბაზრო მოთხოვნის მრუდის მთლიანი შემოსავლის ($I_1 + I_2$) წრფივი ფუნქციის სახით წარმოდგენა? ალტერნატივის სახით დავუშვათ, რომ ინდივიდებს აქვთ p_y-ის სხვადასხვა კოეფიციენტები. შეცვლიდა თუ არა ეს დაშვება ანალიზს ფუნდამენტურად?

განზოგადება

მიუხედავად იმისა, რომ ჩვენი ანალიზი იხილავს მხოლოდ ორ პროდუქტს და ორ ინდივიდს, ადვილად შესაძლებელია მისი განზოგადება. დავუშვათ, გვაქვს n რაოდენობის პროდუქტი (აღნიშნულია x_i, სადაც $i = 1, n$) და ფასები p_i, სადაც $i = 1, n$. ასევე, დავუშვათ, რომ საზოგადოებაში არის m რაოდენობის ინდივიდი. მაშინ j ინდივიდის მოთხოვნა i პროდუქტზე დამოკიდებული იქნება ყველა ფასზე და ამ ინდივიდის I_j შემოსავალზე. იგი შეგვიძლია აღვნიშნოთ შემდეგნაირად

$$x_{ij} = x_{ij}(p_1, \ldots, P_n, I_j), \tag{12.9}$$

სადაც $i = 1, n$ და $j = 1, m$.
ამ ინდივიდუალური მოთხოვნის ფუნქციების გამოყენებით საბაზრო მოთხოვნის კონცეფციის ჩამოყალიბება შესაძლებელია შემდეგი განსაზღვრების მიხედვით:

განსაზღვრება

საბაზრო მოთხოვნა. საბაზრო მოთხოვნის ფუნქცია მოცემულ (X_i) პროდუქტზე არის ამ პროდუქტზე თითოეული ინდივიდის მოთხოვნათა ჯამი.

$$X_i = \sum_{j=1}^{m} x_{i.j}\left(p_1, \ldots, p_n, I_j\right). \tag{12.10}$$

საბაზრო მოთხოვნის მრუდი X_i-ზე აგებულია მოთხოვნის ფუნქციიდან p_1-ის ცვლილებით X_i-ის სხვა დეტერმინანტების უცვლელობის პირობებში. ვითვალისწინებთ, რომ თითოეული ინდივიდის მოთხოვნის მრუდი დაღმავალია, ამიტომ საბაზრო მოთხოვნის მრუდიც დაღმავალია.

რა თქმა უნდა, ეს განსაზღვრება არის ჩვენს მიერ ადრე ჩატარებული ანალიზის მხოლოდ განზოგადება, მაგრამ სამი საკითხი იმსახურებს გამეორებას. პირველი, განტოლების 12.10 ფუნქციის სახით წარმოდგენა ცხადყოფს, რომ X_i-ზე მოთხოვნა დამოკიდებულია არა მხოლოდ p_i-ზე, არამედ ყველა სხვა დანარჩენ ფასზე. სხვა დანარჩენი ფასებიდან ერთ-ერთი ფასის შეცვლა მოთხოვნის მრუდს სხვა პოზიციაზე გადაადგილებს. მეორე, ფუნქციის სახით ჩანაწერი აჩვენებს, რომ X_i-ზე მოთხოვნა დამოკიდებულია ინდივიდებს შორის შემოსავლის მთლიან განაწილებაზე. მრავალ ეკონომიკურ ანალიზში ტრადიციულია მოცემული პროდუქტის მოთხოვნაზე აგრეგირებული მთლი-

ანი მსყიდველობითი უნარის ცვლილების ეფექტის განხილვა. ეს მეთოდი, შესაძლოა, მცდარ გამარტივებას წარმოადგენდეს, მთლიან მოთხოვნაზე ასეთი ცვლილების ფაქტობრივი ეფექტი მთელი სიზუსტით დამოკიდებულია შემოსავლის ცვლილების ინდივიდებს შორის განაწილებაზე. და ბოლოს, მართალია, ჩვენს მიერ გამოყენებულ ანალიზში გარკვეულწილად დაფარულია, მაგრამ უნდა გამოიკვეთოს პრეფერენციების ცვლილებების როლიც. ჩვენ ავაგეთ მოთხოვნის ფუნქცია იმ დაშვებით, რომ პრეფერენციები (იმ სახით, როგორც მოცემულია ინდიფერენტულობის მრუდების რუკაზე) ფიქსირებულია. თუ პრეფერენციები იცვლება, მაშინ შეიცვლება ინდივიდუალური და საბაზრო მოთხოვნის ფუნქციებიც. შესაბამისად, საბაზრო მოთხოვნის მრუდები, შესაძლოა, გადაადგილდეს პრეფერენციების ცვლილების შედეგად. თუმცა, მრავალ ეკონომიკურ ანალიზში დაშვებულია, რომ ასეთი ცვლილებები ისეთი ნელი ტემპით ხორციელდება, რომ შესაძლებელია მივიჩნიოთ უცვლელად სიტუაციის შეცდომით აღწერის გარეშე.

გამარტივებული ჩანაწერი

ამ წიგნში, შემდგომ, ხშირად განვიხილავთ მხოლოდ ერთ ბაზარს. აღნიშვნის გამარტივების მიზნით, ამ შემთხვევებში, ბაზარზე რომელიმე კონკრეტული პროდუქტის მოთხოვნის რაოდენობისა და ფასის აღსანიშნავად გამოვიყენებთ Q_D-ს და P-ს. როგორც ყოველთვის, სხვა თანაბარ პირობებში, ის ძალაშია $Q - P$ ურთიერთდამოკიდებულების დიაგრამაზე ასახვის დროს. თუ წინა ნაწილებში განხილული რომელიმე ერთი ფაქტორი (სხვა ფასები, ინდივიდების შემოსავალი და პრეფერენციები) იცვლება, $Q - P$ მოთხოვნის მრუდი გადაადგილდება. ასეთი შესაძლებლობა ყოველთვის უნდა გვახსოვდეს. თუმცა, როცა ამ ურთიერთდამოკიდებულებას განვიხილავთ ორი და მეტი პროდუქტის შემთხვევაში, უნდა დავუბრუნდეთ აღნიშვნის იმ გზას, რომელსაც აქამდე ვიყენებდით (ანუ აღვნიშნოთ პროდუქტი x-ით, y-ით ან x_i-ით).

საბაზრო მოთხოვნის ელასტიკურობა

საბაზრო მოთხოვნის ასეთ აღნიშვნასთან ერთად, ასევე, გამოვიყენებთ საბაზრო მოთხოვნის ფუნქციის საფასო ელასტიკურობის მოკლე ჩანაწერს:

$$\textbf{საბაზრო მოთხოვნის საფასო ელასტიკურობა} = e_{Q,P} = \frac{\partial Q_D(P, P', I)}{\partial P} \cdot \frac{P}{Q_D}, \quad \textbf{(12.11)}$$

ეს აღნიშვნა განკუთვნილია იმის შესახსენებლად, რომ Q გარდა ფასისა დამოკიდებულია ბევრ ფაქტორზე, მაგალითად, სხვა პროდუქტის (P') ფასზე და ყველა პოტენციური მყიდველის (I) შემოსავალზე. ეს სხვა ფაქტორები თავად საბაზრო მოთხოვნის მრუდის საფასო ელასტიკურობის გამოთვლის დროს მიჩნეულია უცვლელად.

როგორც აღნიშნულია თავში 5, ელასტიკურობა ზომავს პროდუქტის ფასის 1 პროცენტიან ცვლილებაზე მოთხოვნილი პროდუქტის რაოდენობის პროპორციულ ცვლილებას. საბაზრო მოთხოვნისთვისაც დამახასიათებელია, რომ მოთხოვნა ან ელასტიკურია ($e_{Q,P} < -1$) ან არა ($0 < e_{Q,P} < -1$). თავში 5 განხილული ბევრი სხვა კონცეფცია, როგორიცაა ჯვარედინი საფასო ელასტიკურობა ან შემოსავლის მიხედვით ელასტიკურობა, პირდაპირ ვრცელდება ბაზრის კონტექსტზეც.[3]

$$\textbf{საბაზრო მოთხოვნის საფასო ელასტიკურობა} = \frac{\partial Q_D(P,P',I)}{\partial P'} \cdot \frac{P'}{Q_D}; \tag{12.12}$$

$$\textbf{შემოსავლის მიხედვით საბაზრო მოთხოვნის ელასტიკურობა} = \frac{\partial Q_D(P,P',I)}{\partial I} \cdot \frac{I}{Q_D}.$$

საბაზრო მოთხოვნის შესახებ ამ დაშვებების გათვალისწინებით ვიწყებთ სრულყოფილად კონკურენტული ბაზრის მოდელში მიწოდებისა და საბაზრო წონასწორობის გაფართოებულ ანალიზს.

მიწოდების რეაგირების დროის ხანგრძლივობა

კონკურენტულ ბაზარზე ფასდადების ანალიზისას მნიშვნელოვანია მოთხოვნის პირობების ცვლილებაზე მიწოდების რეაგირების დროის ხანგრძლივობის შესახებ გადაწყვეტილების მიღება. თუ ჩვენ ვსაუბრობთ დროის ძალიან ხანმოკლე პერიოდის შესახებ, როცა ფაქტორების უმრავლესობა ფიქსირებულია, წონასწორული ფასის ჩამოყალიბება განსხვავებულია დროის გრძელვადიანი პერიოდისაგან, როცა შესაძლოა დარგში ახალი ფირმები შევიდნენ. ამ მიზეზის გამო, ტრადიციულად, ეკონომიკურ მეცნიერებაში განიხილავენ ფასდადებას სამ განსხვავებულ პერიოდში: (1) დროის ძალიან მოკლევადიან პერიოდს, (2) მოკლევადიან პერიოდს და (3) გრძელვადიან პერიოდს. მიუხედავად იმისა, რომ შეუძლებელია ამ ტერმინების ზუსტად ქრონოლოგიურად განსაზღვრა, არსებით განსხვავებას წარმოადგენს შესაძლებლად მიჩნეული მიწოდების რეაგირების ბუნება/თავისებურება. ძალიან მოკლევადიან პერიოდში მიწოდების რეაგირება არ არსებობს: მიწოდების რაოდენობა ფიქსირებულია და არ რეგირებს მოთხოვნის ცვლილებაზე. მოკლევადიან პერიოდში არსებულმა ფირმებმა, შესაძლოა, შეცვალონ მიწოდებული პროდუქტის რაოდენობა, მაგრამ დარგში ახალ ფირმებს შესვლა არ შეუძლიათ. გრძელვადიან პერიოდში ახალი ფირმები შედიან დარგში, რაც იწვევს მიწოდების მოქნილ რეაგირებას. ეს თავი განიხილავს თითოეულ ამ შესაძლებლობას.

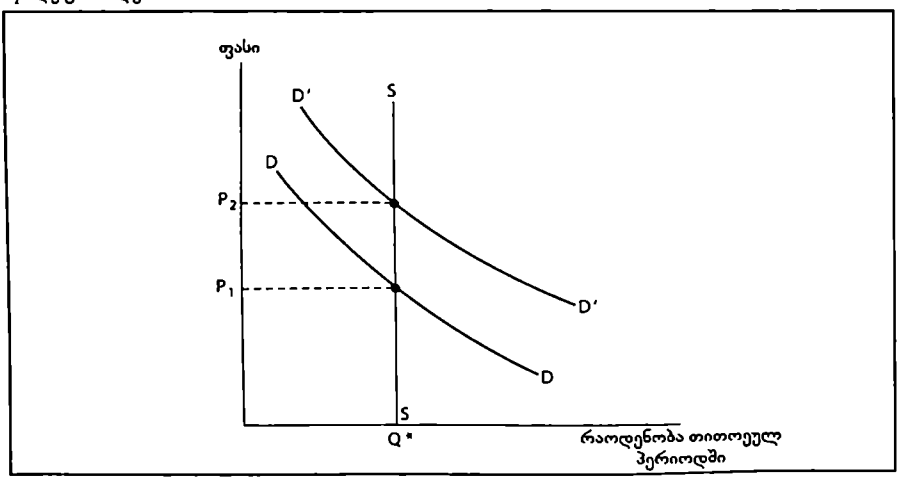
3 ბევრ გამოყენებით კვლევაში, საბაზრო მოთხოვნის მოდელი აგებულია „ერთი სული მოსახლე" ტერმინის გამოყენებით „ტიპური პიროვნების" აღსანიშნავად. ასეთ გამოყენებით კვლევებში ხშირად იყენებენ თავში 5 აღწერილ ელასტიკურობებს შორის ურთიერთდამოკიდებულებას. ასეთი აგრეგაცია მისაღებია თუ არა, მოკლედ განხილულია ამ თავის დამატებაში.

ფასდადება ძალიან მოკლევადიან პერიოდში

ძალიან მოკლევადიან პერიოდში ანუ საბაზრო პერიოდში მიწოდების რეაგირება არ არსებობს. პროდუქტი უკვე ბაზარზეა და უნდა გაიყიდოს ისე, როგორც ამას ბაზარი „აიტანს“. ამ შემთხვევაში ფასი წარმოადგენს მხოლოდ მოთხოვნის ნორმირების საშუალებას. ფასი ჩამოყალიბდება ისე, რომ გააწონასწოროს ბაზარი, რადგან მოცემულ პერიოდში მიწოდებული რაოდენობა უნდა გაიყიდოს. საბაზრო ფასი, შესაძლოა, მომავალში წარმოადგენდეს სიგნალს მწარმოებლებისათვის, მაგრამ იგი ამ ფუნქციას ვერ ასრულებს მიმდინარე პერიოდში, რადგან ამ დროს გამოშვება ფიქსირებულია. ასეთ სიტუაციას ასახავს ნახაზი 12.2. საბაზრო მოთხოვნა წარმოდგენილია D მრუდით. მიწოდება ფიქსირებულია Q^* დონეზე და ბაზრის გამაწონასწორებელი ფასი არის P_1. P_1 ფასის დროს მომხმარებლებს სურთ ყველაფრის შეძენა, რაც გატანილია ბაზარზე. გამყიდველებს სურთ Q^* რაოდენობა გაყიდონ და არ აწუხებთ ფასის საკითხი (დავუშვათ, რომ პროდუქტი არის მალფუჭებადი და გამოუსადეგარი გახდება, თუ არ გაიყიდა ძალიან სწრაფად). ამგვარად, P_1 და Q^* არის წონასწორული ფასი-რაოდენობის კომბინაცია. თუ მოთხოვნა გადაადგილდება D'-ის მიმართულებით, მაშინ წონასწორული ფასი P_2-მდე გაიზრდება, ხოლო Q^* დარჩება ფიქსირებული, რადგან შეუძლებელია მიწოდების მხრიდან რეაგირება. ამ შემთხვევაში მიწოდების მრუდი არის ვერტიკალური სწორი ხაზი Q^* გამოშვების დონეზე.

ნახაზი 12.2 ფასდადება ძალიან მოკლევადიან პერიოდში

როცა რაოდენობა ფიქსირებულია ძალიან მოკლევადიან პერიოდში, ფასი არის მხოლოდ მოთხოვნის ნორმირების საშუალება. როცა გამოშვება ფიქსირებულია Q^* დონეზე და D არის მოთხოვნის მრუდი, ბაზარზე ჩამოყალიბდება P_1 ფასი. ამ ფასად ინდივიდებს სურთ ზუსტად იმ რაოდენობის მოხმარება, რა რაოდენობაც არის ბაზარზე. თუ მოთხოვნა გადაადგილდება ზემოთ D'-კენ, წონასწორული ფასი ბაზარზე P_2-მდე გაიზრდება.



ბევრი ბაზრის გასაანალიზებლად ძალიან მოკლევადიანი პერიოდი ხშირად არ არის სასარგებლო. ასეთმა თეორიამ, შესაძლოა, ადექვატურად აღწეროს ზოგიერთი სიტუაცია, როცა პროდუქტი არის მალფუჭებადი ან უნდა გაიყიდოს მოცემულ დღეს, როგორც ეს ხდება აუქციონის შემთხვევაში. აუქციონების შესწავლა ნამდვილად ნათელს ფენს ინფორმაციულობის პრობლემებს, რომლებიც წარმოიქმნება წონასწორული ფასის ჩამოყალიბების დროს და რომლებსაც შევისწავლით თავში 18. მაგრამ აუქციონები უჩვეულოა იმ გაგებით, რომ მიწოდება ფიქსირებულია. ჩვეულებრივი შემთხვევები გულისხმობს ცვალებად მოთხოვნაზე მიწოდების გარკვეული ხარისხით რეაგირებას. დაშვებულია, რომ ფასის მომატებას მოყვება ბაზარზე დამატებითი რაოდენობის შეტანა. ამ პროცესს გამოვიკვლევთ მოცემული თავის დანარჩენ ნაწილში.

სანამ დავიწყებდეთ ანალიზს, უნდა აღვნიშნოთ, რომ მიწოდების რაოდენობის გაზრდა არ ხდება მხოლოდ გაზრდილი წამოების ხარჯზე. იმ სამყაროში, სადაც ზოგიერთი პროდუქტი ხანგრძლივად მოხმარებადია (ანუ უფრო დიდხანს ძლებს, ვიდრე დროის ერთი მოცემული პერიოდი), მიმდინარე პერიოდში ამ პროდუქტის მფლობელებმა, შესაძლოა, გაზრდილი რაოდენობით გაიტანონ ისინი ბაზარზე, თუ ფასი იზრდება. მაგალითად, მიუხედავად იმისა, რომ რემბრანტის ნახატების რაოდენობა ფიქსირებულია, ჩვენ არ მოვისურვებდით ამ ნახატების ბაზარზე მიწოდების მრუდის გამოსახვას ნახაზზე 12.2 ნაჩვენები ვერტიკალური ხაზით. როცა რემბრანტის ნახატების ფასი იზრდება, ინდივიდები და მუზეუმები უფრო მეტად მოისურვებენ მათ გაყიდვას. ბაზრის მოდელის მიხედვით რემბრანტის ნახატებზე მიწოდების მრუდს ექნება აღმავალი დახრილობა მიუხედავად იმისა, რომ არ ხდება მათი ახალი „წარმოება“. მსგავსი ანალიზი კეთდება ბევრი ხანგრძლივი მოხმარების პროდუქტის შემთხვევაში, მაგალითად, ანტიკური ნივთები, მეორადი ავტომობილები, ბეისბოლის ძველებური ბარათები, კორპორაციების ფასიანი ქაღალდები. ყველა აღნიშნული პროდუქტი არის ნომინალურად „ფიქსირებული“ რაოდენობით მიწოდებული. რადგან ჩვენ არ გვაინტერესებს იმ საკითხის გარკვევა, თუ როგორ არის ერთმანეთთან დაკავშირებული მოთხოვნა და წარმოება, ამიტომ აქ ასეთ შემთხვევებს არ განვიხილავთ. თუმცა, თავი 14 მოიცავს ხანგრძლივი მოხმარების პროდუქტთან დაკავშირებული საკითხების მოკლე ანალიზს.

ფასის განსაზღვრა მოკლევადიან პერიოდში

მოკლევადიანი პერიოდის ანალიზის დროს დარგში ფირმების რაოდენობა ფიქსირებულია. ფირმებს შეუძლიათ გამოშვების დონეების რეგულირება - ისინი აწარმოებენ ცვალებადი პირობების შესაბამისად. ფირმები ამას აკეთებენ ისეთი ფაქტორების რაოდენობის ცვლილებით, რომელიც შესაძლებელია მოკლევადიან პერიოდში. ჩვენ უნდა გამოვიკვლიოთ მიწოდების შესახებ ასეთი გადაწყვეტილებები. სანამ დავიწყებდეთ ანალიზს, უმჯობესია ჩამოვაყალიბოთ დაშვებები ასეთი კონკურენტული ბაზრის მოდელისთვის.

განსაზღვრება

სრულყოფილი კონკურენცია. სრულყოფილი კონკურენციის დარგი არის დარგი, რომელიც აკმაყოფილებს შემდეგ დაშვებებს:

1. ფირმათა დიდი რაოდენობის არსებობა. თითოეული მათგანი აწარმოებს ერთიდაიმავე ჰომოგენურ პროდუქტს.
2. თითოეული ფირმა ცდილობს მოგების მაქსიმიზაციას.
3. თითოეული ფირმა არის ფასის მიმღები. ფირმა მიიჩნევს, რომ მის ქმედებებს არანაირი ზეგავლენა არ აქვს საბაზრო ფასზე.
4. მიჩნეულია, რომ ფასები ცნობილია ბაზრის ყველა მონაწილისათვის.
5. ტრანზაქციები არის უდანახარჯო: გაცვლის დროს მყიდველები და გამყიდველები არ გაიღებენ ხარჯებს (ამ და წინა დაშვებების შესახებ უფრო მეტი მასალა იხილეთ თავში 18).

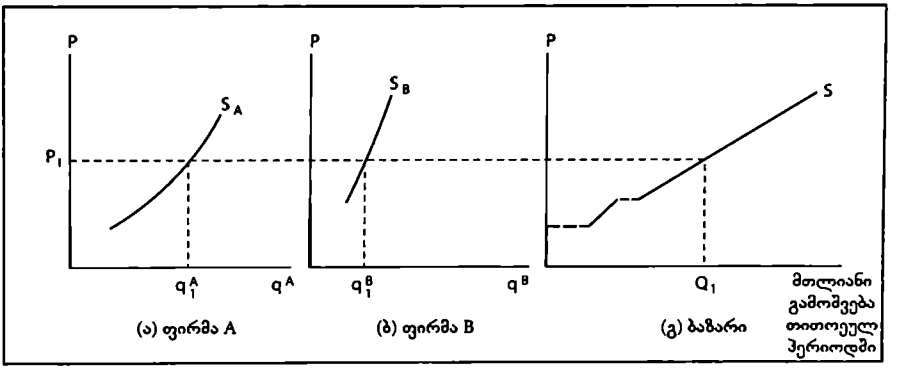
ამ დაშვებებს გამოვიყენებთ მოკლევადიან პერიოდში საფასო დისკრიმინაციის შესასწავლად.

საბაზრო მიწოდების მრუდი მოკლევადიან პერიოდში

თავში 11 ვაჩვენეთ, როგორ ავაგოთ მოკლევადიან პერიოდში მიწოდების მრუდი მაქსიმალური მოგების მიმღები ერთი ფირმისათვის. საბაზრო მიწოდების მრუდის აგებას ვიწყებთ იმის გათვალისწინებით, რომ მოკლევადიან პერიოდში ბაზარზე მთლიანი მიწოდება არის თითოეული ფირმის მიერ მიწოდებული რაოდენობების ჯამი. რადგან გამოშვების დონის ასარჩევად თითოეული ფირმა იყენებს ერთიდაიგივე საბაზრო ფასს, ყველა ფირმის მიერ ბაზარზე მიწოდებული მთლიანი რაოდენობა, ცხადია, დამოკიდებული იქნება ფასზე. ფასსა და რაოდენობას შორის ამ დამოკიდებულებას ეწოდება მოკლევადიანი პერიოდის საბაზრო მიწოდების მრუდი. ნახაზი 12.3 აჩვენებს მრუდის აგებას. სიმარტივისათვის დავუშვათ, რომ მხოლოდ ორი ფირმა არსებობს – ფირმა A და ფირმა B. ამ ფირმების მოკლევადიანი მიწოდების (ანუ ზღვრული დანახარჯის) მრუდები ნაჩვენებია ნახაზებზე 12.3 (ა) და 12.3 (ბ) . ნახაზზე 12.3 (გ) ნაჩვენები საბაზრო მიწოდების მრუდი არის ამ ორი მრუდის ჰორიზონტალური ჯამი. მაგალითად, P_1 ფასის დროს, A ფირმას სურს ბაზარზე q_1^A რაოდენობის, ხოლო B ფირმას სურს q_1^B რაოდენობის მიწოდება. მაშასადამე, ამ ფასის დროს ბაზარზე საერთო მიწოდება მოცემულია Q_1-ით, რომელიც ტოლია $q_1^A + q_1^B$. ნახაზზე დანარჩენი წერტილები აგებულია ანალოგიურად. რადგან თითოეული ფირმის მიწოდების მრუდს აქვს დადებითი დახრილობა, ბაზრის მიწოდებასაც ექნება დადებითი დახრილობა. დადებითი დახრილობა ასახავს იმ ფაქტს, რომ მოკლევადიანი ზღვრული დანახარჯები იზრდება, როცა ფირმა ცდილობს გამოშვების გაზრდას.

ნახაზი 12.3 მოკლევადიანი საბაზრო მიწოდების მრუდი

ორი ფირმის მიწოდების (ზღვრული დანახარჯის) მრუდები ნაჩვენებია ნახაზზე (ა) და (ბ). საბაზრო მიწოდების მრუდი (გ) არის ამ ორი მრუდის ჰორიზონტალური ჯამი. მაგალითად, მაგალითად, P_1 ფასის დროს, A ფირმა q_1^A რაოდენობას, ხოლო B ფირმა q_1^B რაოდენობას მიაწოდებს. საერთო საბაზრო მიწოდება მოცემულია ფორმულით $Q_1 = q_1^A + q_1^B$.



მოკლევადიანი საბაზრო მიწოდება

უფრო ზოგადად, თუ $q_i(P, v, w)$ წარმოადგენს მოკლევადიანი მიწოდების ფუნქციას დარგში არსებული n რაოდენობის თითოეული ფირმისათვის, მაშინ მოკლევადიანი საბაზრო მიწოდების ფუნქცია შეიძლება განვსაზღვროთ შემდეგნაირად:

მოკლევადიანი საბაზრო მიწოდების ფუნქცია. მოკლევადიანი საბაზრო მიწოდების ფუნქცია გვიჩვენებს ბაზარზე თითოეული ფირმის მიერ მიწოდებული პროდუქტის საერთო რაოდენობას: **განსაზღვრება**

$$Q_s(P,v,w) = \sum_{i=1}^{n} q_i(P,v,w). \qquad \textbf{(12.13)}$$

აღსანიშნავია დაშვება, რომ მოცემულ დარგში ფირმები დგანან ერთიდაიგივე საბაზრო ფასისა და ფაქტორებზე ერთიდაიგივე ფასების წინაშე.[4] მოკლევადიანი საბაზრო მიწოდების მრუდი გვიჩვენებს Q-ს და P-ს შორის დამოკიდებულებას ორგანზომილებიან სიბრტყეზე, როცა v და w (და თითოეული ფირმის ტექნოლოგია) უცვლელია. განმარტება გვიჩვენებს, რომ თუ v, w და თითოეული ფირმის ტექნოლოგია შეიცვლება, მაშინ მიწოდების მრუდი გადაინაცვლებს სხვა ადგილზე.

4 მოგვიანებით ამ თავში ვაჩვენებთ, როგორ შეიძლება ამ დაშვების უგულვებელყოფა.

მოკლევადიანი მიწოდების ელასტიკურობა

დარგში ფასების ზრდაზე ფირმების გამოშვების რეაგირების შესახებ მსჯელობის შეჯამება შესაძლებელია მოკლევადიანი მიწოდების ელასტიკურობის საშუალებით. ეს საზომი აჩვენებს, თუ როგორ შეესაბამება საერთო გამოშვების ცვლილება საბაზრო ფასის პროპორციულ ცვლილებას. თავში 5 წარმოდგენილი ელასტიკურობის კონცეფციის შესაბამისად, იგი შესაძლებელია განვსაზღვროთ შემდეგნაირად:

მოკლევადიანი მიწოდების ელასტიკურობა ($e_{S,P}$)

$$e_{S,P} = \frac{Q \text{ მიწოდების რაოდენობის პროცენტული ცვლილება}}{P \text{ ფასის პროცენტული ცვლილება}} = \frac{\partial Q_S}{\partial P} \cdot \frac{P}{Q_S}. \quad \textbf{(12.14)}$$

რადგან მიწოდებული რაოდენობა არის ფასის ზრდად ფუნქციაში ($\partial Q_s / \partial P > 0$), ამიტომ მიწოდების ელასტიკურობა არის დადებითი. $e_{S,P}$-ს მაღალი მნიშვნელობები ნიშნავს, რომ საბაზრო ფასის მცირეოდენი ცვლილებას მივყავართ ფირმების მიერ რეაგირების მხრივ შედარებით დიდ მიწოდებასთან, რადგან ზღვრული დანახარჯები მკვეთრად არ იზრდება და ფაქტორთა ფასების ურთიერთზემოქმედების ეფექტები მცირეა. ამისგან განსხვავებით, $e_{S,P}$-ს დაბალი მნიშვნელობები ნიშნავს, რომ საჭიროა ფასების დიდი ცვლილება, რათა ფირმებს გაუჩნდეთ გამოშვების დონის გაზრდის სტიმული. თუ ფირმები ყიდიან თავის პროდუქტს განსხვავებული ფასებით, მაშინ გვჭირდება თითოეული ფირმისათვის მიწოდების ელასტიკურობის გამოთვლა.

მაგალითი 11.2: მოკლევადიანი მიწოდების ფუნქცია

მაგალითში 11.3 გამოვთვალეთ ორი საწარმოო ფაქტორის მქონე ერთი ფირმისთვის ზოგადი მოკლევადიანი მიწოდების ფუნქცია, რომელიც მოცემული იყო ქობ-დაგლასის ფუნქციის სახით

$$q_i(P, v, w) = \left(\frac{w}{\beta}\right)^{-\beta/(1-\beta)} k_1^{\alpha/(1-\beta)} P^{\beta/(1-\beta)}. \quad \textbf{(12.15)}$$

დავუშვათ, $\alpha = \beta = 0{,}5$, $v = 3$, $w = 12$ და $k_1 = 80$, მაშინ მივიღებთ ერთი ფირმის მარტივ მიწოდების ფუნქციას

$$q_i(P, v, w = 12) = \frac{10P}{3}. \quad \textbf{(12.16)}$$

დავუშვათ, რომ ასეთი 100 იდენტური ფირმა არსებობს და თითოეული მათგანისთვის დამახასიათებელია როგორც წარმოების ფაქტორების, ასევე გამოშვებული პროდუქტის ერთიდაიგივე საბაზრო ფასი. ამ დაშვების გათვალისწინებით მოკლევადიანი საბაზრო მიწოდების ფუნქცია მოცემულია შემდეგნაირად

$$Q_S(P,v,w=12)=\sum_{i=1}^{100}q_i=\sum_{i=1}^{100}\frac{10P}{3}=\frac{1000P}{3}. \qquad \textbf{(12.17)}$$

მაგალითად, P = 12-ის ტოლი ფასის დროს მთლიანი საბაზრო მიწოდება იქნება 4000 და თითოეული ფირმა 40 ერთეულს მიაწოდებს. ამ შემთხვევაში, მოკლევადიანი მიწოდების ელასტიკურობა შეგვიძლია გამოვთვალოთ შემდეგნაირად:

$$e_{S,P}=\frac{\partial Q_S(P,v,w)}{\partial P}\cdot\frac{P}{Q_S}=\frac{1000}{3}\cdot\frac{P}{1000P/3}=1. \qquad \textbf{(12.18)}$$

ეს მოსალოდნელი იყო, რადგან მიწოდების ფუნქციაში P-ს აქვს ერთის ტოლი ხარისხის მაჩვენებელი.

***w*-ს ზრდის ეფექტი.** თუ ამ ბაზარზე მყოფი ყველა ფირმისათვის სამუშაო ძალის დასაქირავებლად ხელფასები იზრდება, მაშინ მოკლევადიანი მიწოდების მრუდი გადაადგილდება ახალ პოზიციაზე. გადაადგილების სიდიდის გამოსათვლელად დავუბრუნდეთ ერთი ფირმის მიწოდების ფუნქციას (განტოლება 12.15) და გამოვიყენოთ ახალი ხელფასის ოდენობა, მაგალითად, w = 15. თუ არცერთი სხვა პარამეტრი არ იცვლება (ფირმის საწარმოო ფუნქცია და კაპიტალის რაოდენობა მოკლევადიან პერიოდში), მაშინ მიწოდების ფუნქცია იქნება

$$q_i(P,v,w=15)=\frac{8P}{3} \qquad \textbf{(12.19)}$$

და საბაზრო მიწოდების ფუნქცია იქნება

$$Q_S(P,v,w=15)=\sum_{i=1}^{100}\frac{8P}{3}=\frac{800P}{3}. \qquad \textbf{(12.20)}$$

მაშასადამე, P = 12-ის ტოლი ფასის დროს ეს დარგი მიაწოდებს მხოლოდ Q_i = 3200 ერთეულს და თითოეული ფირმა q_i = 32 ერთეულს აწარმოებს. სხვა სიტყვებით, მიწოდება გადაადგილდა ზემოთ ხელფასის ზრდის გამო. აღსანიშნავია, რომ მიწოდების საფასო ელასტიკურობა არ შეცვლილა - ელასტიკურობა ისევ $e_{S,P}$ = 1-ის ტოლია.

შეკითხვა: როგორ შეიცვლებოდა ეს შედეგი საწარმოო ფუნქციაში სამუშაო ძალის წილის სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის (ანუ α და β-ს თვის)?

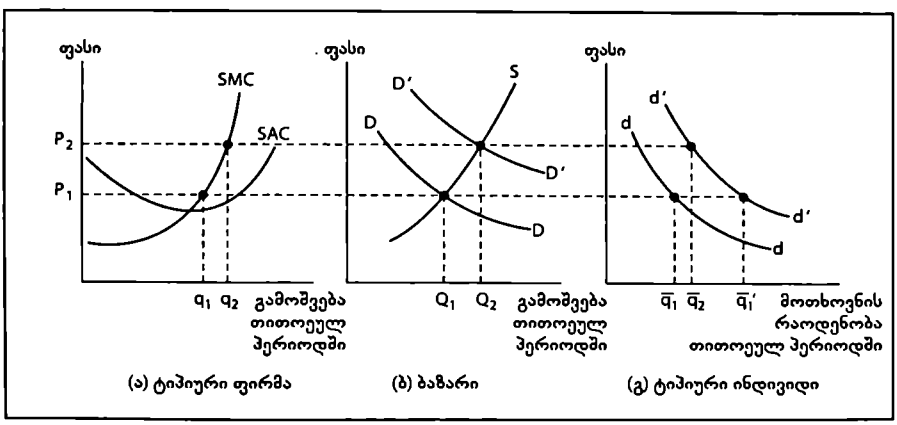
წონასწორული ფასის განსაზღვრა

ახლა, ბაზარზე წონასწორული ფასის ჩამოყალიბების დემონსტრირების მიზნით ერთად განვიხილოთ მოთხოვნისა და მიწოდების მრუდები. ნახაზი 12.4 გვიჩვენებს ამ პროცესს. პირველად დავაკვირდეთ 12.4 (ბ) დიაგრამას. ჩვენ ვხედავთ საბაზრო მოთხოვნის D

მრუდს (დროებით უგულვებელყავით D') და მოკლევადიანი მიწოდების S მრუდს. ორი მრუდი ერთმანეთს კვეთს P_1 ფასისა და Q_1 რაოდენობის დროს. ფასი-რაოდენობის ეს კომბინაცია ასახავს ინდივიდების მოთხოვნებისა და ფირმების დანახარჯების წონასწორობას. წონასწორობის P_1 ფასი ასრულებს ორ მნიშვნელოვან ფუნქციას. პირველი, როცა ეს ფასი მოქმედებს როგორც სიგნალი მწარმოებლებისათვის და აწვდის მათ ინფორმაციას რა რაოდენობით უნდა აწარმოონ პროდუქტი: მოგების მაქსიმიზაციის მიზნით ფირმებმა უნდა გამოუშვან ის რაოდენობა, რომლისთვისაც ზღვრული დანახარჯი არის P_1 ფასის ტოლი. მაშასადამე, მთლიანად გამოშვება იქნება Q_1. ფასის მეორე ფუნქცია არის მოთხოვნის ნორმირება. მოცემული P_1 ფასის დროს სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის მსურველი ინდივიდი მიიღებს გადაწყვეტილებას თავისი შეზრუდული შემოსავლის რა რაოდენობა გამოყოს კონკრეტული პროდუქტის შესაძენად.

ნახაზი 12.4 მრავალი ინდივიდისა და ფირმებს შორის ურთიერთქმედება განსაზღვრავს საბაზრო ფასს მოკლევადიან პერიოდში

საბაზრო მოთხოვნისა და საბაზრო მიწოდების მრუდებიდან თითოეული არის მრავალი კომპონენტის ჯამი. საბაზრო მოთხოვნის მრუდები ნაჩვენებია (ბ) დიაგრამაზე. მას შემდეგ, რაც ბაზარზე ფასი ჩამოყალიბდება, თითოეული ფირმა და თითოეული ინდივიდი მიიჩნევს მას ფიქსირებულ პარამეტრად თავიანთ გადაწყვეტილებებში. მიუხედავად იმისა, რომ თითოეული ფირმა და პიროვნება მნიშვნელოვანია ფასის განსაზღვრის დროს, მათი ურთიერთქმედება, როგორც მთლიანობა, არის ფასის ერთადერთი განმსაზღვრელი. ეს ნაჩვენებია ინდივიდების მოთხოვნის მრუდის გადაადგილებით d'-კენ. თუ მხოლოდ ერთი ინდივიდი რეაგირებს ასეთნაირად, საბაზრო ფასზე ეს გავლენას ვერ მოახდენს. თუმცა, თუ ყველა რეაგირებს მოთხოვნის გაზრდით, საბაზრო მოთხოვნა გადაადგილდება D'-კენ მოკლევადიან პერიოდში, ხოლო ფასი P_2-მდე გაიზრდება.



P_1 ფასის დროს მოთხოვნილი პროდუქტის მთლიანი რაოდენობა იქნება Q_1. ეს კი არის ზუსტად ის რაოდენობა, რომელიც იწარმოება. ამრიგად, წონასწორობას განვსაზღვრავთ შემდეგნაირად:

განსაზღვრება

წონასწორული ფასი. წონასწორული ფასი არის ფასი, რომლის დროსაც მითხოვნილი რაოდენობა არის მიწოდებული რაოდენობის ტოლი. ასეთი ფასის დროს არც მომხმარებლებს და არც მიმწოდებლებს არ აქვთ სტიმული შეცვალონ საკუთარი ეკონომიკური გადაწყვეტილებები. მათემატიკურად, წონასწორული P^* ფასი ამოხსნის შემდეგ განტოლებას

$$Q_D(P^*, P', I) = Q_S(P^*, v, w) \quad \textbf{(12.21)}$$

და უფრო მოკლედ

$$Q_D(P^*) = Q_S(P^*) \quad \textbf{(12.22)}$$

განტოლებაში 12.22 მოცემული განსაზღვრება ცხადყოფს, რომ წონასწორული ფასი დამოკიდებულია მრავალი ეგზოგენური ფაქტორის მნიშვნელობებზე, მაგალითად, შემოსავალზე, სხვა პროდუქტის ფასსა და ფირმების მიერ გამოყენებულ წარმოების ფაქტორებზე. როგორც შემდეგ ნაწილში ვნახავთ, რომელიმე ამ ფაქტორის ცვლილება, სავარაუდოდ, გამოიწვევს წონასწორული ფასის ცვლილებას, რათა მოთხოვნილი რაოდენობა მიწოდებულ რაოდენობას გაუტოლდეს.

ტიპური ფირმისა და ტიპური ინდივიდისთვის წონასწორული ფასი ნაჩვენებია, შესაბამისად, ნახაზზე 12.4 (ა) და 12.4 (გ). ტიპიური ფირმისათვის P_1 ფასი გამოიწვევს q_1 რაოდენობით პროდუქტის წარმოებას. ამ კონკრეტული ფასის დროს ფირმა იღებს მცირე მოგებას, რადგან მოკლევადიანი პერიოდის საშუალო მთლიანი დანახარჯი იფარება. ტიპური ინდივიდის მოთხოვნის d მრუდი (უგულვებელყავით d' დროებით) ნაჩვენებია ნახაზზე 12.4 (გ). P_1 ფასის დროს ინდივიდის მიერ მოთხოვნილია $\bar{q}_1$. თითოეული ინდივიდის მიერ P_1 ფასად მოთხოვნილი რაოდენობებისა და თითოეული ფირმის მიერ მიწოდებული რაოდენობების შეკრებით დავინახავთ, რომ ბაზარი წონასწორობაშია. საბაზრო მიწოდებისა და მოთხოვნის მრუდები წარმოადგენს მოხერხებულ საშუალებას ასეთი შეკრებისათვის.

ბაზრის რეაგირება მოთხოვნის გადაადგილებაზე

ნახაზზე 12.4 ნაჩვენები სამი დიაგრამა შესაძლებელია გამოვიყენოთ მოკლევადიან პერიოდში საბაზრო წონასწორობის შესახებ ორი მნიშვნელოვანი ფაქტის - ბაზარზე ინდივიდის „მნიშვნელობის" და მოკლევადიან პერიოდში მიწოდების რეაგირების ბუნების საჩვენებლად. დავუშვათ, ერთი ინდივიდის მოთხოვნის მრუდი გადაადგილდა ზემოთ d'-კენ, როგორც ეს ნაჩვენებია ნახაზზე 12.4 (გ). რადგან კონკურენტული ბაზრის მოდელი გულისხმობს, რომ ბაზარზე არსებობს მრავალი მყიდველი, პრაქტიკულად ამ გადაადგილებას არ ექნება არანაირი ზეგავლენა საბაზრო მოთხოვნის მრუდზე. შედეგად საბაზრო ფასი არ შეიცვლება d' მრუდისკენ გადაადგილების გამო ანუ ფასი ისევ P_1 იქნება. რა თქმა უნდა, ამ ფასად ის პიროვნება, რომლის მოთხოვნის მრუდი გადაადგილდა, ოდნავ უფრო მეტს ($\bar{q}_1$) მოიხმარს, როგორც ეს ნაჩვენებია ნახაზზე 12.4 (გ). ეს რაოდენობა არის ბაზრის მცირე ნაწილი.

თუ ბევრი ინდივიდის მოთხოვნის მრუდი გადაადგილდება ზემოთ, მაშინ საერთო საბაზრო მოთხოვნის მრუდიც, შესაძლოა, გადაადგილდეს. ნახაზი 12.4 (გ) გვიჩვენებს ახალ D' მოთხოვნის მრუდს. ახალი წონასწორობის წერტილია P_2, Q_2. ამ წერტილში მოთხოვნა-მიწოდების ბალანსი აღდგენილია. ფასი გაიზარდა P_1-დან P_2-მდე მოთხოვნის გადაადგილების საპასუხოდ. აღსანიშნავია, რომ ბაზარზე გაყიდული პროდუქტის რაოდენობაც Q_1-დან Q_2-მდე გაიზარდა. ფასის გაზრდას ორი ფუნქცია ჰქონდა: პირველი, როგორც დროის ძალიან მოკლევადიანი პერიოდის შემთხვევაში, მან მოახდინა მოთხოვნის ნორმირება. P_1 ფასის დროს ინდივიდის მოთხოვნა იყო $\overline{q}_1$, ხოლო P_2-ფასად კი ინდივიდის მოთხოვნაა $\overline{q}_2$. ფასის გაზრდამ, ასევე, შეასრულა სიგნალის ფუნქცია ტიპიური ფირმისათვის, რათა გაეზარდა წარმოება. ნახაზზე 12.4 ა ფირმის მაქსიმალური მოგების შესაბამისი მოცულობა გაიზარდა q_1-დან q_2-მდე ფასის ზრდის საპასუხოდ. სწორედ, ამას ვუწოდებთ მიწოდების რეაგირებას მოკლევადიან პერიოდში. საბაზრო ფასის ზრდა მოქმედებს როგორც წარმოების გაზრდის სტიმული. ფასის ზრდის შედეგად ფირმებს სურთ წარმოების გაზრდა (და უფრო მაღალი ზღვრული დანახარჯის ქონა). თუ ფასის გაზრდის ნებართვა არ ექნებოდათ (მაგალითად, იარსებებდა მთავრობის მიერ ფასის კონტროლი), მაშინ ფირმები არ გაზრდიდნენ გამოშვებას. ასეთ შემთხვევაში P_1 ფასის დროს ადგილი ექნებოდა ჭარბ მოთხოვნას პროდუქტზე. თუ საბაზრო ფასის გაზრდის ნებართვა იარსებებდა, მაშინ მოთხოვნა-მიწოდების ბალანსი ხელახლა აღდგებოდა ისე, რომ ბაზარზე არსებულ ფასად ფირმების მიერ წარმოებული რაოდენობა ინდივიდების მიერ მოთხოვნილი რაოდენობის ტოლი იქნებოდა. აღსანიშნავია, ასევე, რომ ახალი P_2 ფასის დროს ტიპურმა ფირმამ გაზარდა თავისი მოგება. მოკლევადიან პერიოდში ზრდადი მომგებიანობა მნიშვნელოვანია გრძელვადიან პერიოდში ფასდადებისთვის, რასაც ამ თავში მოგვიანებით, მსჯელობის დროს განვიხილავთ.

მიწოდების და მოთხოვნის მრუდების გადაადგილებები: გრაფიკული ანალიზი

წინა თავებში ჩამოვაყალიბეთ ბევრი არგუმენტი, რატომ შეიძლება მოთხოვნის ან მიწოდების მრუდის გადაადგილება. ეს მიზეზები მოკლედ შეჯამებულია ცხრილში 12.1. მართალია, ამ მიზეზთაგან უმრავლესობა იმსახურებს ოდნავ მეტ დამატებით ახსნას, მაგრამ აღსანიშნავია, რომ ფირმათა რიცხვის ცვლილება მოკლევადიან პერიოდში საბაზრო მოთხოვნის მრუდის გადაადგილებს (რადგან განტოლებაში 12.13 ჯამი მეტი იქნება ფირმების სხვადასხვა რაოდენობაზე). ეს დაკვირვება გვაძლევს მოკლევადიანი და გრძელვადიანი ანალიზის დაკავშირების საშუალებას.

როგორც ჩანს, ცხრილში 12.1 აღწერილი ცვლილებების სახეები მუდმივად გვხვდება რეალურ ბაზრებზე. როცა მიწოდების ან მოთხოვნის მრუდი გადაადგილდება, წონასწორული ფასი და რაოდენობა შეიცვლება. ამ ნაწილში გრაფიკულად გამოვიკვლევთ ასეთი ცვლილებების შედარებით მასშტაბებს. შემდეგ სექციაში შედეგებს მათემატიკურად წარმოვადგენთ.

ნახაზი 12.1 მოთხოვნის და მიწოდების მრუდების გადაადგილების მიზეზები

მოთხოვნის მრუდი გადაადგილდება, რადგან	მიწოდების მრუდი გადაადგილდება, რადგან
• იცვლება შემოსავალი	• იცვლება ფაქტორების ფასები
• იცვლება სუბსტიტუტების ან შემავსებლების ფასები	• იცვლება ტექნოლოგია
• იცვლება პრეფერენციები	• იცვლება მწარმოებელთა რაოდენობა

მიწოდების მრუდის გადაადგილებები: მოთხოვნის მრუდის ფორმის მნიშვნელობა

პირველად განვიხილოთ პროდუქტის მიწოდების მრუდი მოკლევადიან პერიოდში. მაგალითის 12.2 მსგავსად, ასეთი გადაადგილება შესაძლებელია გამოწვეული იყოს ფირმის მიერ პროდუქტის საწარმოებლად გამოყენებული ფაქტორების ფასების ზრდით. რაც არ უნდა იყოს გადაადგილების გამომწვევი მიზეზი, მნიშვნელოვანია აღინიშნოს, რომ P-ს და Q-ს წონასწორული დონე დამოკიდებული იქნება პროდუქტზე მოთხოვნის მრუდის ფორმაზე. ნახაზი 12.5 აჩვენებს ორ შესაძლო სიტუაციას. 12.5 (ა) ნახაზზე მოთხოვნის მრუდი არის უფრო მეტად ელასტიკური ანუ ფასის ცვლილება არსებით გავლენას ახდენს მოთხოვნილ რაოდენობაზე. ამ შემთხვევაში მიწოდების მრუდის გადაადგილება S-დან S'-მდე იწვევს ფასის ოდანვ გაზრდას (P-დან P'-მდე), მაშინ, როცა რაოდენობა მკვეთრად მცირდება (Q-დან Q'-მდე). იმის მაგივრად, რომ მოხდეს მთლიანად „გადართვა“ ფასის გაზრდაზე, ფირმის ფაქტორებზე დანახარჯების ზრდას თან ახლავს ძირითადად რაოდენობის შემცირება (თითოეული ფირმის ზღვრული დანახარჯის მრუდის ქვემოთ გადაადგილება) და ფასის ოდნავ მომატება.

საპირისპირო შემთხვევაა, როცა მოთხოვნის მრუდი არის არაელასტიკური. ნახაზზე 12.5 (ბ მიწოდების მრუდის გადაადგილება იწვევს წონასწორული ფასის მნიშვნელოვნად ზრდას, მაშინ, როცა რაოდენობა მცირედ შეიცვალა. ამის მიზეზი გახლავთ ის, რომ ფასის გაზრდისას ინდივიდები დიდად არ ამცირებენ მოთხოვნას. შედეგად, მიწოდების მრუდის ზემოთ გადაადგილება თითქმის მთლიანად „გადატანილია“ მყიდველებზე უფრო მაღალი ფასების სახით.

მოთხოვნის მრუდის გადაადგილება: მიწოდების მრუდის ფორმის მნიშვნელობა

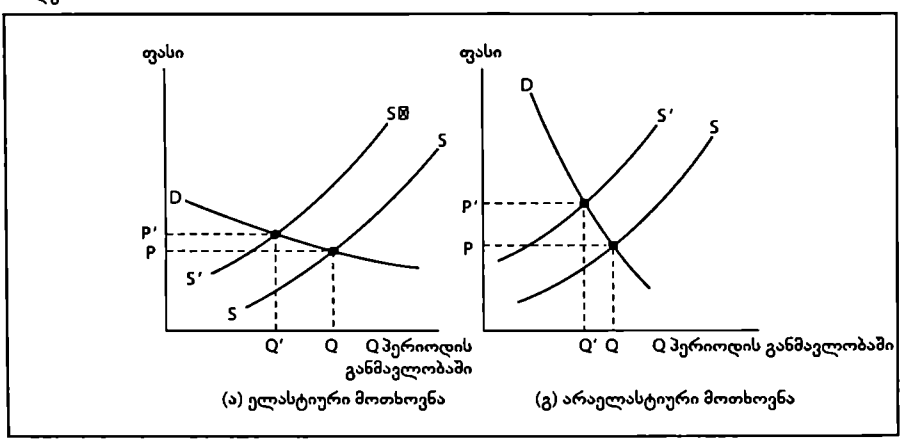
აღნიშნულის მსგავსად, მოთხოვნის მრუდის გადაადგილებას ექნება სხვადასხვაგვარი მნიშვნელობა P-ს და Q-თვის მოკლევადიანი პერიოდის მიწოდების მრუდის ფორმის მიხედვით. ნახაზზე 12.6 ნაჩვენებია ორი მაგალითი.

ნახაზზე 12.5 მოკლევადიანი მიწოდების მრუდის გადაადგილების ეფექტი დამოკიდებულია მოთხოვნის მრუდი ფორმაზე

ნახაზზე (ა) მიწოდების მრუდის ზემოთ გადაადგილება იწვევს ფასის ოდნავ გაზრდას, მაშინ, როცა რაოდენობა მკვეთრად მცირდება. ეს ელასტიკური მოთხოვნის მრუდის ფორმის შედეგია. ნახაზზე (ბ) მოთხოვნის მრუდი არის არაელასტიკური, ფასი რაოდენობის ოდნავ შემცირებასთან ერთად მნიშვნელოვნად იზრდება.

ნახაზი 12.5 მოკლევადიანი მიწოდების მრუდის გადაადგილების ეფექტი დამოკიდებულია მოთხოვნის მრუდი ფორმაზე

(ა) ნახაზზე მიწოდების მრუდის ზემოთ გადაადგილება იწვევს ფასის ოდნავ გაზრდას, მაშინ როცა რაოდენობა მკვეთრად მცირდება. ეს ელასტიკური მოთხოვნის მრუდის ფორმის შედეგია. ნახაზზე (ბ) მოთხოვნის მრუდი არის არაელასტიკური, ფასი რაოდენობის ოდნავ შემცირებასთან ერთად მნიშვნელოვნად იზრდება.

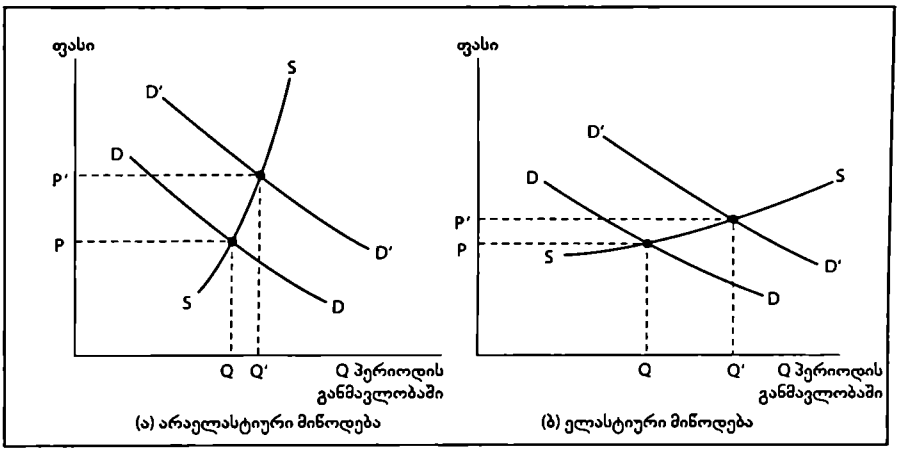


ნახაზზე 12.6 (ა) დიაგრამაზე მიწოდების მრუდი არის არაელასტიკური. ამ შემთხვევაში საბაზრო მოთხოვნის მრუდის ზემოთ გადაადგილება გამოიწვევს ფასის არსებითად გაზრდას. მეორე მხრივ, გაყიდული პროდუქტის რაოდენობა ოდნავ იზრდება. მოხდა შემდეგი: მოთხოვნის (და Q-ს) ზრდამ გამოიწვია ის, რომ ფირმების მკვეთრი დახრილობის მქონე ზღვრული დანახარჯის მრუდები ზემოთ გადაადგილდა. თანმხლები ფასის მკვეთრად გაზრდა ემსახურება მოთხოვნის ნორმირებას.

ნახაზი 12.6 ბ გვიჩვენებს შედარებით ელასტიკური მოკლევადიანი მიწოდების მრუდს. ასეთი მრუდი ახასიათებს იმ დარგებს, სადაც ზღვრული დანახარჯები მკვეთრად არ იზრდება გამოშვების გაზრდის შესაბამისად. ასეთ შემთხვევაში, მოთხოვნის ზრდა იწვევს Q-ს მნიშვნელოვან ზრდას. თუმცა, მიწოდების მრუდის ბუნების გამო, ამ

ნახაზი 12.6 მოთხოვნის მრუდის გადაადგილების ეფექტი დამოკიდებულია მოკლევადიანი მიწოდების მრუდზე

ნახაზზე (ა) მიწოდება არის არაელასტიკური, მოთხოვნის გადაადგილება ინვევს ფასის დიდად გაზრდას რაოდენობის მცირედ გაზრდასთან ერთად. ნახაზზე (ბ), მეორე მხრივ, მიწოდება არის ელასტიკური, მოთხოვნის გადაადგილების საპასუხოდ ფასი მხოლოდ ოდნავ იზრდება.



ზრდას თან არ ახლავს დანახარჯების მნიშვნელოვანი გაზრდა. შედეგად, ფასი ოდნავ იზრდება.

ეს მაგალითი კიდევ ერთხელ გვიჩვენებს მარშალის დაკვირვების შედეგებს, რომ მოთხოვნა და მიწოდება ერთდროულად განსაზღვრავს ფასს და რაოდენობას. გაიხსენეთ მის მიერ პირველ თავში მოყვანილი ანალოგია: როგორც შეუძლებელია იმის თქმა, თუ მაკრატელის რომელი წვერი ჭრის, ისევე შეუძლებელია ფასის მხოლოდ მოთხოვნის ან მიწოდების მახასიათებლად განხილვა. უფრო სავარაუდოა, რომ მოთხოვნის ან მიწოდების მრუდების გადაადგილებები დამოკიდებულია ორივე მრუდის ფორმაზე.

საბაზრო წონასწორობის მათემატიკური მოდელი

მოთხოვნა - მიწოდების პროცესის ზოგად მათემატიკურ მოდელს შეუძლია უფრო მეტად წარმოაჩინოს ცვალებადი წონასწორული ფასისა და რაოდენობის შედარებითი სტატიკა. დავუშვათ, მოთხოვნის ფუნქცია მოცემულია შემდეგნაირად

$$Q_D = D(P, \alpha), \tag{12.23}$$

სადაც α არის პარამეტრი, რომელიც მოთხოვნის მრუდის გადაადგილების საშუალებას გვაძლევს. ის შესაძლოა წარმოადგენდეს მომხმარებლის შემოსავალს, ცვალებად პრეფერენციებს ან სხვა პროდუქტთა ფასებს (ეს გავძლევს საშუალებას ერთმანეთს დავუკავშიროთ მიწოდება და მოთხოვნა სხვადასხვა ურთიერთდამოკიდებულ ბაზრებზე). ზოგადად ჩვენ ველით, რომ $\partial D/\partial P = D_p < 0$, მაგრამ $\partial D/\partial \alpha = D_\alpha$-ს შესაძლოა ქონდეს ნებისმიერი ნიშანი იმის მიხედვით, თუ ზუსტად რას ნიშნავს α პარამეტრი. იგივე პროცედურის გამოყენებით, შეგვიძლია დავწეროთ მიწოდების ფუნქცია შემდეგი სახით

$$Q_S = S(P, \beta), \tag{12.24}$$

სადაც β არის პარამეტრი, რომელიც გადაადგილებს მიწოდების მრუდს და შესაძლოა მოიცავდეს ისეთ ფაქტორებს, როგორიცაა ფაქტორთა ფასები, ტექნოლოგიური ცვლილებები, ან (მრავალპროდუქტიან ფირმისთვის) სხვა პოტენციური პროდუქტის ფასები. აქ $\partial S/\partial P = S_p > 0$, მაგრამ $\partial S/\partial \beta = S_\beta$-ს შესაძლოა ქონდეს ნებისმიერი ნიშანი. მოდელი მთავრდება იმ მოთხოვნით, რომ წონასწორობისას[5]

$$Q_D = Q_S. \tag{12.25}$$

წონასწორობის ამ მოდელის შედარებითი სტატიკის ანალიზის ჩასატარებლად ვწერთ მოთხოვნის და მიწოდების ფუნქციების მთლიან წარმოებულებს შემდეგი სახით

$$\begin{aligned} dQ_D &= D_p dP + D_\alpha d\alpha; \\ dQ_S &= S_p dP + S_\beta d\beta. \end{aligned} \tag{12.26}$$

რადგან წონასწორობის მიღწევა მოითხოვს

$$dQ_D = dQ_S, \tag{12.27}$$

შეგვიძლია წონასწორული ფასის ცვლილების ამ განტოლების ამოხსნა მოთხოვნის (α) და მიწოდების (β) გადაადგილების ნებისმიერი კომბინაციის დროს. მაგალითად, დავუშვათ, მოთხოვნის α პარამეტრი შეიცვალა და ამავე დროს β დარჩა უცვლელი. მაშინ წონასწორობის პირობის გამოყენებით გვექნება

$$D_p dP + D_\alpha d\alpha = S_p dP \tag{12.28}$$

5 შესაძლებელია მოდელის შემდგომი მოდიფიცირება, რათა ვაჩვენოთ თუ როგორ ნაწილდება წონასწორული მიწოდების რაოდენობა დარგში არსებულ ფირმებს შორის. მაგალითად, თუ დარგი შედგება n რაოდენობის იდენტური ფირმებისგან, მაშინ ერთი რომელიმე ფირმის გამოშვება იქნება $q = \frac{Q}{n}$. მოკლევადიან პერიოდში, როცა n ფიქსირებულია, ეს ბევრს არაფერს შესძენს ჩვენს ანალიზს, თუმცა, მოდელში უნდა განისაზვროს n, როგორც ამას მოგვიანებით ვაჩვენებთ.

ან უმნიშვნელო მანიპულაციის შედეგად მივიღებთ

$$\frac{\partial P}{\partial \alpha} = \frac{D_\alpha}{S_P - D_P}. \tag{12.29}$$

რადგან ამ გამოსახულების მნიშვნელი დადებითია, $\partial P/\partial \alpha$-ს ნიშანი ისეთივე იქნება, როგორიცაა D_α-ს ნიშანი. თუ α წარმოადგენს მომხმარებლის შემოსავალს (და თუ პროდუქტი ნორმალურია), მაშინ D_α იქნება დადებითი და შემოსავლის ზრდა გადაადგილებს მოთხოვნას ზემოთ. როგორც განტოლება 12.29 აჩვენებს, ეს გამოიწვევს წონასწორული ფასის გაზრდას-შედეგი ნაჩვენებია ნახაზზე 12.6.

ელასტიკურობის ინტერპრეტაცია

განტოლების 12.29 შემდგომ მათემატიკურ მანიპულაციას/გარდაქმნებს მივყავართ შედარებითი სტატიკის უფრო საჭირო შედეგებამდე. განტოლების ორივე მხარის α/P-ზე გამრავლება გვაძლევს

$$\begin{aligned} e_{P,\alpha} &= \frac{\partial P}{\partial \alpha} \cdot \frac{\alpha}{P} = \frac{D_\alpha}{S_P - D_P} \cdot \frac{\alpha}{P} \\ &= \frac{D_\alpha(\alpha / Q)}{(S_P - D_P) \cdot P / Q} = \frac{e_{Q,\alpha}}{e_{S,P} - e_{Q,P}}. \end{aligned} \tag{12.30}$$

რადგან ამ განტოლებაში აღნიშნული ყველა ელასტიკურობის სიდიდე ხელმისაწვდომია ემპირიული კვლევებიდან, ამიტომ ეს განტოლება შესაძლებელია მოსახერხებელი იყოს წონასწორული ფასის ცვლილებების ეფექტების დაახლოებითი სიზუსტით გასაზომად. მაგალითად, კვლავ დავუშვათ, რომ α წარმოადგენს მომხმარებლის შემოსავალს და გვაინტერესებს, ვთქვათ, ავტომობილების წონასწორულ ფასზე რა გავლენას მოახდენს შემოსავლის ზრდა. დავუშვათ, ემპირიული მონაცემებიდან ირკვევა, რომ $e_{Q,I} = e_{Q,\alpha} = 3{,}0$ და $e_{Q,P} = -1{,}2$ (ციფრები აღებულია ცხრილიდან 12.3). ასევე დავუშვათ, რომ $e_{S,P} = 1{,}0$. ამ ციფრების განტოლებაში 12.30 ჩასმით მივიღებთ

$$e_{P,\alpha} = \frac{e_{Q,\alpha}}{e_{S,P} - e_{Q,P}} = \frac{3{,}0}{1{,}0 - (-1{,}2)} = \frac{3{,}0}{2{,}2} = 1{,}36 \tag{12.31}$$

ელასტიკურობების ემპირიული გამოთვლები გვიჩვენებს, რომ მომხმარებლის შემოსავლის 1 პროცენტით ზრდა იწვევს ავტომობილების ფასის 1,36 პროცენტით გაზრდას. მიწოდების და მოთხოვნის სხვა ტიპის გადაადგილებების გამოთვლების მოდელირება შესაძლებელია განტოლებების 12.26 და 12.27 გარდაქმნებით და ემპირიულად გამოთვლილი აუცილებელი პარამეტრების მოპოვებით.

12.3 წონასწორობა მუდმივი ელასტიკურობის ფუნქციების დროს

მოთხოვნა-მიწოდების წონასწორობის უფრო სრული ანალიზის ჩატარება შესაძლებელია, თუ გამოვიყენებთ სპეციფიკურ ფუნქციურ ფორმებს. ამ მიზნით მუდმივი ელასტიკურობის ფუნქციები განსაკუთრებით მოსახერხებელია. დავუშვათ, მოთხოვნა ავტომობილებზე მოცემულია ფორმულით

$$Q_D(P, I) = 0{,}1P^{-1{,}2}I^3. \tag{12.32}$$

აქ ფასი (P) წარმოდგენილია დოლარებით, ასევეა I შემოსავალიც. ავტომობილების მიწოდების ფუნქცია არის

$$Q_S(P, w) = 6{,}400P^{0{,}5}, \tag{12.33}$$

სადაც w არის ავტომობილების საწარმოში მუშის საათობრივი ანაზღაურება. აღსანიშნავია, რომ აქ ნავარაუდევია ელასტიკურობები, რომლებიც ტექსტში ადრე იქნა გამოყენებული ($e_{Q,P} = -1{,}2$, $e_{Q,I} = 3{,}0$ და $e_{S,P} = 1$). თუ „ეგზოგენური“ ცვლადების მნიშვნელობები I და w არის შესაბამისად $20000 და $25, მაშინ მოთხოვნა-მიწოდების წონასწორობა მოითხოვს, რომ

$$\begin{aligned} Q_D(P, I) = 0{,}1P^{-1{,}2}I^3 &= (8 \times 10^{11})p^{-1{,}2} \\ &= Q_S = 6{,}400Pw^{-0{,}5} = 1{,}280\text{p} \end{aligned} \tag{12.34}$$

ან

$$P^{2{,}2} = (8 \times 10^{11})/1{,}280 = 6{,}25 \times 10^8$$

ან

$$\begin{aligned} P^* &= 9{,}957, \\ Q^* &= 1{,}280 \cdot P^* = 12{,}745{,}000. \end{aligned} \tag{12.35}$$

ამგვარად, ავტომობილების ბაზარზე საწყისი წონასწორობის ფასი არის დაახლოებით $10000 და დაახლოებით 13 მილიონი მანქანა იყიდება.

მოთხოვნის გადაადგილება. ოჯახის რეალური შემოსავლის 10 პროცენტიანი ზრდა სხვა ფაქტორების უცვლელობის პირობებში, მოთხოვნის ფუნქციას გადაადგილებს შემდეგნაირად

$$Q_D = (1{,}06 \times 10^{12})P^{-1{,}2} \tag{12.36}$$

და თუ გავაგრძელებთ იმგვარად როგორც აქამდე, მაშინ

$$P^{2,2} = (1{,}06 \times 10^{12})/1{,}280 = 8{,}32 \times 10^{8} \quad \textbf{(12.37)}$$

ან

$$P^* = 11{,}339,$$
$$Q^* = 14{,}514{,}000. \quad \textbf{(12.38)}$$

როგორც ადრე აღვნიშნეთ, რეალური შემოსავლის 10%-იანმა ზრდამ გამოიწვია ავტომობილების ფასების დაახლოებით 14%-იანი გაზრდა. ამ დროს გაყიდული ავტომობილების რაოდენობა დაახლოებით 1,77 მილიონამდე გაიზარდა.

მიწოდების გადაადგილება. ავტომობილების მიწოდების ეგზოგენური ფაქტორებით გადაადგილება, მაგალითად, მუშის ხელფასის ცვლილება, ასევე, საბაზრო წონასწორობაზე, ასევე, მოახდენს გავლენას. თუ ხელფასი გაიზრდებოდა საათში $25-დან $30-მდე, მაშინ მიწოდების ფუნქცია გადაადგილდებოდა შემდეგნაირად

$$Q_s(P, w) = 6{,}400P(30)^{-0.5} = 1{,}168P; \quad \textbf{(12.39)}$$

დავუბრუნდეთ საწყის მოთხოვნის ფუნქციას (როცა I = $20000) და მივიღებთ

$$P^{2,2} = (8 \times 10^{11})/1{,}168 = 6{,}85 \times 10^{8} \quad \textbf{(12.40)}$$

ან

$$P^* = 10{,}381,$$
$$Q^* = 12{,}125{,}000. \quad \textbf{(12.41)}$$

მაშასადამე, ხელფასის 20%-ით ზრდამ გამოიწვია ავტომობილების ფასის ზრდა 4,3%-ით და გაყიდვების შემცირება 600000 ერთეულზე მეტად. მრავალი სახის ბაზარზე ცვალებადი წონასწორობის გაანგარიშება შესაძლებელია შესაბამისი ელასტიკურობების ემპირიულ გამოთვლებთან ერთად ამ ზოგადი მეთოდის გამოყენებით.

შეკითხვა: შეესაბამება თუ არა მუშის ხელფასის ცვლილების შედეგები განტოლების 12.30 მსგავსი განტოლების გამოყენების შედეგებს?

გრძელვადიანი ანალიზი

თავში 10 ვნახეთ, რომ გრძელვადიან პერიოდში ფირმას შეუძლია მოახდინოს ყველა ფაქტორის ადაპტაცია ბაზრის პირობებთან, მაშინ, გრძელვადიან პერიოდის ანალიზისათვის უნდა გამოვიყენოთ ფირმის გრძელვადიანი დანახარჯების მრუდები. მაქსიმა-

ლური მოგების მსურველი ფირმა, რომელიც ფასის მიმღებია, აწარმოების გამოშვების ისეთ რაოდენობას, რომლისთვისაც ფასი გრძელვადიანი ზღვრული დანახარჯის (MC) ტოლია. თუმცა, გრძელვადიან პერიოდში უნდა გავითვალისწინოთ ფასზე მომქმედი მეორე, უფრო მნიშვნელოვანი ფაქტორი: სრულიად ახალი ფირმების შესვლა დარგში ან დარგიდან არსებული ფირმების გასვლა. მათემატიკურად ეს ნიშნავს, რომ დარგში ფირმათა რიცხვი n იცვლება ეკონომიკური სტიმულების პასუხად.

სრულყოფილი კონკურენციის მოდელი გულისხმობს, რომ არ არსებობს დარგში შესვლის და დარგიდან გასვლის განსაკუთრებული ხარჯები. შედეგად, ახალი ფირმები შედიან იმ დარგებში, სადაც (ეკონომიკური) მოგება არის დადებითი. ამის მსგავსად, ფირმები ტოვებენ იმ დარგებს, სადაც მოგება არის უარყოფითი. ახალი ფირმების დარგში შესვლა იწვევს მოკლევადიანი მიწოდების მრუდის გადაადგილებას ზემოთ, რადგან ახლა უფრო მეტი ფირმა აწარმოებს პროდუქტს, ვიდრე მანამდე. ასეთი გადაადგილება გამოიწვევს საბაზრო ფასის (და დარგის მოგების) შემცირებას. ეს პროცესი გაგრძელდება მანამ, სანამ დარგში შესვლის მსურველი ვერცერთი ფირმა ვეღარ მიიღებს მოგებას.[6] ამ წერტილში დარგში შესვლა შეწყდება და დარგში იქნება ფირმათა წონასწორული რაოდენობა. მსგავსი მსჯელობა შეიძლება იმ შემთხვევისათვის, როცა ფირმებს აქვთ ზარალი. ზოგიერთი ფირმა გადაწყვეტს დარგის დატოვებას. ეს გამოიწვევს მიწოდების მრუდის მარცხნივ გადაადგილებას. საბაზრო ფასი გაიზრდება და დარგში დარჩენილი ფირმებისათვის მომგებიანობა აღდგება.

წონასწორობის პირობები

ამ თავის მიზნებიდან გამომდინარე, დასაწყისშივე უნდა დავუშვათ, რომ დარგში ყველა ფირმას აქვს იდენტური დანახარჯის მრუდები. ეს ნიშნავს, რომ ვერცერთი ფირმა ვერ აკონტროლებს რომელიმე სპეციფიკურ რესურსებს ან ტექნოლოგიებს.[7] რადგან ყველა ფირმა იდენტურია, ამიტომ გრძელვადიანი წონასწორობის პირობა მოითხოვს, რომ თითოეული ფირმა იღებდეს ზუსტად ნულის ტოლ ეკონომიკურ მოგებას. გრაფიკულად გრძელვადიან პერიოდში წონასწორობის ფასი უნდა ჩამოყალიბდეს თითოეული ფირმის გრძელვადიანი მთლიანი საშუალო დანახარჯის მრუდის მინიმუმის წერტილში. მხოლოდ ამ წერტილში სრულდება წონასწორობის ორივე პირობა: $P = MC$ (რაც აუცილებელია მოგების მაქსიმიზაციისათვის) და $P = AC$ (რაც აუცილებელია ნულოვანი მოგებისათვის). მნიშვნელოვანია აღინიშნოს, რომ წონაწორობის ამ ორ პირობას სხვადასხვა სათავე აქვს. მოგების მაქსიმიზაცია არის ფირმის მიზანი. $P = MC$-ის

6 გახსოვდეთ, რომ აქ ვიყენებთ ეკონომისტების მიერ შექმნილ მოგების განსაზღვრებას. ეს მოგება არის მფლობელის ბიზნესიდან უკუგება, რომელიც აუცილებელია მისი ამ სფეროში დასარჩენად.

7 თუ ფირმებს აქვთ სხვადასხვა დანახარჯი, მაშინ ყველაზე უფრო დაბალი დანახარჯების ფირმას შეუძლია მიიღოს დადებითი გრძელვადიანი მოგება. ასეთი დამატებითი მოგება აისახება იმ რესურსის ფასში, რომელიც განაპირობებდა ფირმის დაბალ დანახარჯებს. ამ გაგებით იდენტური დანახარჯების არსებობის დაშვება ძალიან შემზღუდავი არ არის, რადგან ფირმის წარმოების ფაქტორების მოქმედი ბაზარი უზრუნველყოფს, რომ ეს საშუალო დანახარჯი (რომელიც მოიცავს ალტერნატიულ დანახარჯებს) ერთნაირი იყოს ყველა ფირმისათვის. იხ. აგრეთვე მოგვიანებით ამ თავში რიკარდოს რენტის შესახებ მსჯელობა.

წესი გამომდინარეობს იმ ბიჰევიორისტული დაშვებებიდან, რომელიც ჩვენ შემოვიღეთ ფირმების შესახებ და მოკლევადიან პერიოდში გამოშვების შესახებ გადაწყვეტილების მიღების წესის მსგავსია. ნულოვანი მოგების პირობა არ არის ფირმის მიზანი. ფირმას, ცხადია, ურჩევნია ქონდეს მაღალი დადებითი მოგება. თუმცა, ბაზარზე გრძელვადიანი ოპერირება ფირმებს აიძულებს მისაღებად მიიჩნიოს ნულოვანი მოგების დონე ($P = AC$), რადგან სხვა ფირმების აქვთ ბაზარზე შესვლის და ბაზრიდან გასვლის სურვილი ზენორმალური უკუგების მიღების შესაძლებლობის მიხედვით. მიუხედავად იმისა, რომ მოკლევადიან პერიოდში სრულყოფილად კონკურენტულ დარგში ფირმებს შეუძლიათ დადებითი ან უარყოფითი მოგების მიღება, გრძელვადიან პერიოდში მხოლოდ ნულოვანი მოგების დონე იარსებებს. მაშასადამე, შეგვიძლია შევაჯამოთ ჩვენი ანალიზი შემდეგი განსაზღვრების სახით.

გრძელვადიანი კონკურენტული წონასწორობა. სრულყოფილი კონკურენციის დარგი არის გრძელვადიან წონასწორობაში თუ არ არსებობს ფირმების დარგში შესვლის ან დარგიდან გასვლის სტიმულები. ეს მიიღწევა როცა (ა) ფირმათა რაოდენობა ისეთია, რომ $P = MC = AC$ და თითოეული ფირმა ოპერირებს/მუშაობს თავისი გრძელვადიანი საშუალო დანახარჯის მრუდის მინიმუმის წერტილში.

გრძელვადიანი წონასწორობა: მუდმივი დანახარჯების შემთხვევა

გრძელვადიანი პერიოდის დეტალური განხილვისათვის უნდა შემოვიღოთ დაშვება იმის შესახებ, თუ რა გავლენას ახდენს დარგში ახალი ფირმის შესვლა წარმოების ფაქტორების ფასებზე. ყველაზე უფრო მარტივი დაშვება, რომელიც შეგვიძლია შემოვიღოთ, არის შემდეგი დებულება – შესვლას არ აქვს გავლენა ამ წარმოების ფაქტორების ფასებზე ალბათ იმიტომ, რომ დარგი არის ამ ფაქტორების შედარებით მცირე დამქირავებელი სხვადახვა ფაქტორების ბაზრებზე. ასეთი დაშვების დროს, მნიშვნელობა არ აქვს რამდენი ფირმა შევა დარგში (ან გავა), ყველა ფირმას შენარჩუნებული ექნება დანახარჯების მრუდების იგივე ნაკრები, რაც თავიდანვე ჰქონდა. ფაქტორების მუდმივი ფასების შესახებ. ეს დაშვება შესაძლოა მყარი არ იყოს ბევრ მნიშვნელოვან შემთხვევაში, რომლებსაც განვიხილავთ შემდეგ სექციაში. თუმცა, ამ მომენტისთვის ჩვენ გვსურს გამოვიკვლიოთ წონასწორობის პირობები მუდმივი დანახარჯების მქონე დარგში.

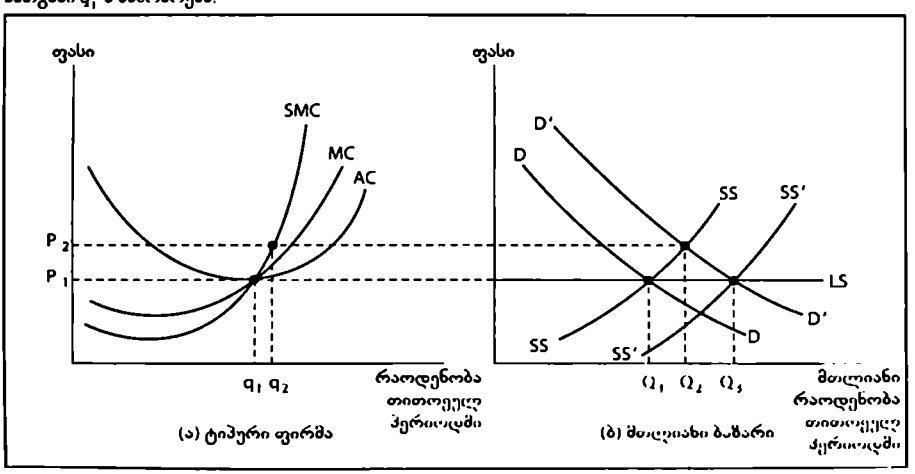
საწყისი წონასწორობა

ნახაზი 12.7 გვიჩვენებს დარგის გრძელვადიან წონასწორობას. მთლიანად ბაზრისათვის (ნახაზი 12.7 (ბ)) მოთხოვნის მრუდი მოცემულია D-ით და მოკლევადიანი მიწოდების მრუდი მოცემულია SS-ით. მაშასადამე, მოკლევადიანი წონასწორობის ფასი არის P_1. ტიპური ფირმა (ნახაზი 12.7 (ა)) აწარმოებს q_1 რაოდენობას, რადგან გამოშვების ამ

დონეზე ფასი მოკლევადიანი ზღვრული დანახარჯის (SMC) ტოლია. გარდა ამისა, P_1 ფასის დროს გამოშვების q_1 დონე არის ამავე დროს ფირმის გრძელვადიანი წონასწორობის მდგომარეობა. ფირმა ახდენს მოგების მაქსიმიზაციას, რადგან ფასი გრძელვადიანი ზღვრული დანახარჯის (MC) ტოლია. ნახაზი 12.7 (ა), ასევე, გვიჩვენებს გრძელვადიანი წონასწორობის მეორე თვისებას: ფასი გრძელვადიანი საშუალო დანახარჯების (AC) ტოლია. შედეგად, ეკონომიკური მოგება ნულოვანია და ფირმებისთვის არ არსებობს დარგში შესვლის ან დარგიდან გასვლის სტიმულები. მაშასადამე, ნახაზზე 12.7 ასახული ბაზარი არის როგორც მოკლევადიან, ასევე გრძელვადიან წონასწორობაში. ფირმები იმყოფებიან წონასწორობაში იმიტომ, რომ ისინი ახდენენ მოგების მაქსიმიზაციას და ფირმების რაოდენობა უცვლელია, რადგან ეკონომიკური მოგება ნულოვანია. ეს წონასწორობა გაგრძელდება მიწოდების ან მოთხოვნის პირობების შეცვლამდე.

ნახაზი 12.7 გრძელვადიანი წონასწორობა სრულყოფილად კონკურენტული დარგისთვის: მუდმივი დანახარჯების შემთხვევა

მოკლევადიან პერიოდში მოთხოვნის გაზრდა D-დან D'-მდე გამოიწვევს ფასის P_1-დან P_2-მდე გაზრდას. ეს მაღალი ფასი დარგში შექმნის მოგებას და ბაზარზე ახლი ფირმები შევლენ. თუ დავუშვებთ, რომ ამ ახალი ფირმების შესვლა გავლენას ვერ ახდენს დარგში ფირმების დანახარჯების მრუდებზე, მაშინ ახალი ფირმები გააგრძელებენ შესვლას მანამ, სანამ ფასი ისევ P_1-მდე არ შემცირდება. ამ ფასის დროს ეკონომიკური მოგება ნულოვანია. მაშასადამე, გრძელვადიანი მიწოდების მრუდი (LS) იქნება ჰორიზონტალური ხაზი P_1-თან. LS-ის გასწვრივ გამოშვება იზრდება ფირმების რაოდენობის ზრდის ხარჯზე და თითოეული მათგანი q_1-ს აწარმოებს.



ჩაგირება მოთხოვნის ზრდაზე

ახლა დავუშვათ, რომ საბაზრო მოთხოვნის მრუდი ნახაზზე 12.7 (ბ) გადაადგილდება ზემოთ D'-კენ. თუ SS არის დარგში მოკლევადიანი მიწოდების მრუდი, მაშინ მოკლე-

ვადიან პერიოდში ფასი იქნება P_2. მოკლევადიან პერიოდში ტიპური ფირმა აირჩევს აწარმოოს q_2 და მიიღებს მოგებას გამოშვების ამ დონეზე. გრძელვადიან პერიოდში ეს მოგება ბაზარზე მიიზიდავს ახალ ფირმებს. მუდმივი დანახარჯების გამო ახალი ფირმების შესვლა გავლენას ვერ ახდენს ფაქტორების ფასზე. ახალი ფირმები გააგრძელებენ ბაზარზე შესვლას მანამ, სანამ ფასი არ დაუბრუნდება იმ დონეს, როცა კვლავ აღარ იარსებებს წმინდა ეკონომიკური მოგება. მაშასადამე, ახალი ფირმების შესვლა გადაადგილებს მოკლევადიანი მიწოდების მრუდს SS'-კენ, სადაც წონასწორობის ფასი (P_1) თავიდან მიიღწევა. ამ ახალი გრძელვადიანი წონასწორობისას ფასი-გამოშვების კომბინაცია იქნება P_1 და Q_3. ტიპური ფირმა აწარმოებს ისევ q_1 დონეზე, თუმცა, ახლა უფრო მეტი ფირმაა, ვიდრე საწყის სიტუაციაში იყო.

წასასრულოდ ელასტიკური მიწოდება

ჩვენ ვაჩვენეთ, რომ მუდმივი დანახარჯების მქონე დარგში გრძელვადიანი მიწოდების მრუდი არის ჰორიზონტალური წრფე P_1 ფასის დონეზე. ნახაზზე 12.7 (ბ) ეს მრუდი აღნიშნულია LS-ით. მოთხოვნის ცვლილების მიუხედავად, წონასწორობის „ტყუპი“ პირობა – მოგების მაქსიმიზაცია და ნულოვანი გრძელვადიანი მოგება (თავისუფალი შესვლის გამო) – უზრუნველყოფს იმას, რომ გრძელვადიან პერიოდში არ იარსებებს P_1-ის გარდა სხვა ფასი.[8] ამ მიზეზის გამო P_1 შეიძლება მივიჩნიოთ ამ პროდუქტზე „ნორმალურ“ ფასად. როგორც შემდეგ სექციაში ვაჩვენებთ, თუ უგულვებელვყოფთ მუდმივი დანახარჯის არსებობის პირობას, მაშინ გრძელვადიან მიწოდების მრუდს აუცილებლად უსასრულოდ ელასტიკური მიწოდების ფორმა აღარ ექნება.

მაგალითი 12.4: უსასრულოდ ელასტიკური გრძელვადიანი მიწოდება

ველოსიპედის ხელნაკეთი ჩარჩოები მზადდება იდენტური ზომის ფირმების მიერ. მთლიანი (გრძელვადიანი) თვიური დანახარჯები ტიპური ფირმისთვის მოცემულია შემდეგნაირად

$$C(q) = q^3 - 20q^2 + 100q + 8{,}000, \qquad \textbf{(12.42)}$$

სადაც q არის ერთ თვეში წარმოებული ხელნაკეთი ჩარჩოების რაოდენობა. მოთხოვნა ველოსიპედის ჩარჩოებზე მოცემულია შემდეგნაირად

$$Q_D = 2{,}500 - 3P, \qquad \textbf{(12.43)}$$

(გაგრძელება)

8 წონასწორობის ეს პირობები არაზუსტად მიუთითებს სრულყოფილად კონკურენტულ ბაზრებზე გრძელვადიანი წონასწორობის „ეფექტიან“ ასპექტზე: პროდუქტი ინარმოება მინიმალური საშუალო დანახარჯით. შემდეგ თავში ეფექტიანობის შესახებ კიდევ ბევრი საუბარი გვაქვს.

ამოცანა 12.4 (გაგრძელება)

სადაც Q_D არის თვეში მოთხოვნილი პროდუქტის რაოდენობა და P არის ერთი ჩარჩოს ფასი. ამ ბაზარზე გრძელვადიანი წონასწორობის განსაზღვრისათვის უნდა ვიპოვოთ ტიპური ფირმის საშუალო დანახარჯების მრუდის მინიმუმის წერტილი. რადგან

$$AC = \frac{C(q)}{q} = q^2 - 20q + 100 + \frac{8,000}{q} \tag{12.44}$$

და

$$MC = \frac{\partial C(q)}{\partial q} = 3q^2 - 40q + 100 \tag{12.45}$$

და ვინაიდან ვიცით, რომ ეს მინიმუმი მიიღწევა, როცა $AC = MC$, შეგვიძლია ამოვხსნათ ამ გამოშვების დონისათვის

$$q^2 - 20q + 100 + \frac{8,000}{q} = 3q^2 - 40q + 100$$

ან

$$2q^2 - 20q = \frac{8,000}{q}, \tag{12.46}$$

რომლის ამონახსნია $q = 20$. თვეში 20 ერთეული გამოშვების დროს თითოეულ მწარმოებელს აქვს $500-ის ტოლი გრძელვადიანი საშუალო და ზღვრული დანახარები. ეს იქნება ველოსიპედის ჩარჩოების გრძელვადიანი წონასწორობის ფასი (ნებისმიერ ველოსიპედისტს შეუძლია შეაფასოს, რომ ხელნაკეთი ჩარჩოები ძვირფასია). P = $500-ის ტოლი ფასის დროს, როგორც განტოლება 12.43 გვიჩვენებს, Q_D = 1000. მაშასადამე, ფირმების წონასწორული რაოდენობაა 50. როცა ამ 50 ფირმიდან თითოეული მათგანი აწარმოებს 20 ჩარჩოს თვეში, მიწოდება ზუსტად აბალანსებს მოთხოვნას $500 ფასად. თუ, ამ ამოცანაში მოცემული მოთხოვნა გაიზრდება და გახდება

$$Q_D = 3,000 - 3P, \tag{12.47}$$

მაშინ უნდა ველოდეთ, რომ გრძელვადიანი გამოშვება და ჩარჩოების რიცხვი გაიზრდება. ვუშვებთ, რომ ჩარჩოების ბაზარზე შესვლა თავისუფალია და ასეთი შესვლა არ ზემოქმედებს ტიპური ველოსიპედის მწარმოებლის დანახარჯებზე, მაშინ, გრძელვადიანი წონასწორობის ფასი დარჩება $500 და თვეში მთლიანად მოთხოვნილი იქნება 1500 ჩარჩო. ამას დასჭირდება 75 ჩარჩოს მწარმოებელი, ამდენად, გაზრდილი მოთხოვნის საპასუხოდ ბაზარზე 25 ახალი ფირმა შევა.

შეკითხვა: სავარაუდოდ, გრძელვადიან პერიოდში ჩარჩოს მწარმოებლების შესვლა მოტივირებულია გაზრდილ მოთხოვნაზე რეაგირების შედეგად მოკლევადიან პერიოდში დარგის მომგებიანობით. დავუშვათ, თითოეული ფირმის მოკლევადიანი დანა-

ხარჯები მოცემულია ფორმულით $SC = 50q^2 - 1500q + 20000$. აჩვენეთ, რომ მოკლევადიანი მოგება ნულოვანია, როცა დარგი გრძელვადიან წონასწორობაშია. რამდენია დარგის მოკლევადიანი მოგება გაზრდილი მოთხოვნის პირობებში, თუ ფირმათა რაოდენობა რჩება ისევ 50?

ბრძელვადიანი მიწოდების მრუდის ფორმა

მოკლევადიანი პერიოდის შემთხვევისგან განსხვავებით, გრძელვადიანი პერიოდის ანალიზი არ არის დამოკიდებული (გრძელვადიანი) ზღვრული დანახარჯების მრუდის ფორმაზე. ნულოვანი მოგების პირობა უფრო მეტად ყურადღების ცენტრში აქცევს გრძელვადიანი საშუალო დანახარჯის მრუდის მინიმუმის წერტილს, როგორც გრძელვადიან პერიოდში ფასის ჩამოყალიბების ყველაზე რელევანტურ ფაქტორს. მუდმივი დანახარჯების შემთხვევაში ამ მინიმუმის წერტილის მდებარეობა არ იცვლება ახალი ფირმების დარგში შესვლისას. შედეგად, თუ წარმოების ფაქტორის ფასები არ იცვლება, მაშინ გრძელვადიან პერიოდში მხოლოდ ერთი ფასი იქნება იმის მიუხედავად, თუ როგორ იცვლება მოთხოვნა – გრძელვადიანი მიწოდების მრუდი ამ ფასთან ჰორიზონტალურია. ახალი ფირმები იწვევენ საშუალო დანახარჯების ზრდას, გრძელვადიანი მიწოდების მრუდს ექნება აღმავალი ფორმა და დადებითი დახრილობა. მეორე მხრივ, თუ შესვლა იწვევს საშუალო დანახარჯების შემცირებას, შესაძლებელია გრძელვადიანი მიწოდების მრუდი უარყოფითი დახრილობის იყოს. ახლა უნდა განვიხილოთ ეს შესაძლებლობები.

დარგი ზრდადი დანახარჯებით

დარგში ახალი ფირმების შესვლამ, შესაძლოა, გამოიწვიოს ყველა ფირმისათვის საშუალო დანახარჯების ზრდა რამდენიმე მიზეზის გამო. ახალი და ძველი ფირმები, შესაძლოა, კონკურენციას უწევდნენ ერთმანეთს შეზღუდული წარმოების ფაქტორების გამო და ამიტომ იწვევდნენ ფაქტორთა ფასების ზრდას. ახალმა ფირმებმა შესაძლოა გამოიწვიონ არსებულ ფირმებზე (და საკუთარ თავზე) წყლის ან ჰაერის დაბინძურების სახით „გარე დანახარჯების“ დაკისრება.

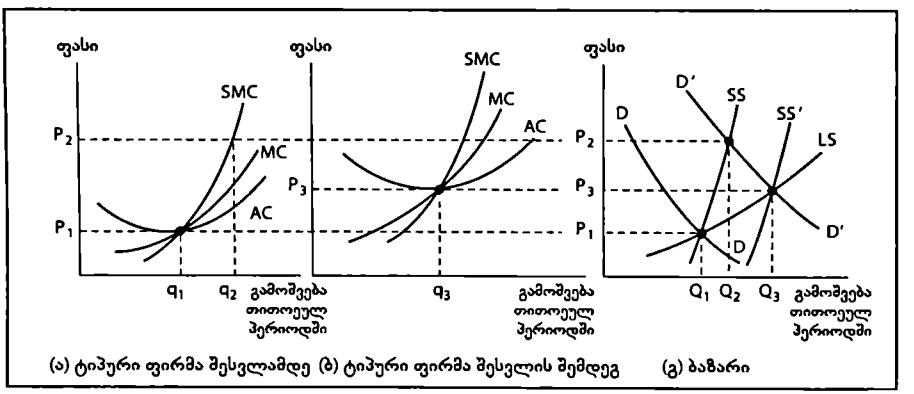
მათ შესაძლოა გაზარდონ მოთხოვნა გადასახადებით დაფინანსებულ სერვისებზე (პოლიციის ძალები, ჩამდინარე წყლების გამწმენდი ნაგებობები და ა.შ.) და საჭირო გადასახადები შესაძლოა აისახოს, როგორც გაზრდილი დანახარჯები ყველა ფირმისათვის. ნახაზი 12.8 გვიჩვენებს ორ საბაზრო წონასწორობას ასეთი ზრდადი დანახარჯების მქონე დარგში. საწყისი წონასწორობის ფასია P_1. ამ ფასად ტიპური ფირმა აწარმოებს q_1-ს და დარგის მთლიანი გამოშვებაა Q_1. ახლა დავუშვათ, რომ დარგის პროდუქტზე მოთხოვნის მრუდი გადაადგილდება ზემოთ D'-კენ. მოკლევადიან პერიოდში ფასი P_2-მდე გაიზრდება, რადგან ამ წერტილში D' და დარგის მოკლევადიანი მიწოდების მრუდი (SS) ერთმანეთს კვეთს. ამ ფასის დროს ტიპური ფირმა q_2-ს აწარმოებს და მიიღებს

მნიშვნელოვან მოგებას. შემდეგ ეს მოგება მიიზიდავს ბაზარზე შესვლის ახალ მსურველებს და გადაადგილებს მოკლევადიან მიწოდების მრუდს ზემოთ.

დავუშვათ, ახალი ფირმების შესვლა იწვევს დანახარჯების ზრდას ყველა ფირმისათ-

ნახაზი 12.8 ზრდადი დანახარჯების მქონე დარგს აქვს დადებითი დახრილობის გრძელვადიანი მიწოდების მრუდი

დასაწყისში საბაზრო წონასწორობაა P_1 და Q_1. მოთხოვნის ზრდა (D'-მდე) იწვევს მოკლევადიან პერიოდში ფასის გაზრდას P_2-მდე და ტიპური ფირმა მომგებიანად q_2-ს აწარმოებს. ეს მოგება დარგში ახალ ფირმებს იზიდავს. ახალი ფირმების შესვლა იწვევს ტიპური ფირმის დანახარჯების გაზრდას ნახაზზე (ბ) ნაჩვენებ დონეებამდე. მრუდების ამ ახალი ნაკრების დროს ბაზარზე წონასწორობა ხელახლა P_2, Q_2 წერტილში მყარდება. მოთხოვნის მრუდის მრავალი შესაძლო გადაადგილებების განხილვისა და შესაბამისი წონასწორობის წერტილების შეერთების შედეგად მიიღება აღმავალი გრძელვადიანი მიწოდების მრუდი (LS).



(ა) ტიპური ფირმა შესვლამდე (ბ) ტიპური ფირმა შესვლის შემდეგ (გ) ბაზარი

ვის. ახალი ფირმები, შესაძლოა, კონკურენციას უწევდნენ ერთმანეთს შეზღუდული რესურსების გამო და შედეგად ზრდიდნენ მათ ფასებს. ტიპური ფირმის დანახარჯების მრუდების ახალი (უფრო მაღალი) ნაკრები ნაჩვენებია ნახაზზე 12.8 (ბ). დარგში ახალი გრძელვადიანი წონასწორობის ფასი არის P_3 (აქ $P_3 = MC = AC$) და ამ ფასად მოთხოვნილია Q_3 რაოდენობა. ახლა გრძელვადიან მიწოდების მრუდზე ჩვენ გვაქვს ორი წერტილი (P_1, Q_1 და P_3, Q_3). ანალოგიურად, შესაძლებელია მრუდზე ყველა დანარჩენი წერტილის პოვნა მოთხოვნის მრუდის ყველა შესაძლო გადაადგილების შემთხვევაში. ეს გადაადგილებები გამოისახება გრძელვადიანი მიწოდების LS მრუდით. LS-ს აქვს დადებითი დახრილობა დარგში ზრდადი დანახარჯების გამო. აღსანიშნავია, რომ LS მრუდი უფრო ნაკლებად დახრილია (მეტად ელასტიკურია), ვიდრე მოკლევადიანი მიწოდების მრუდები. ეს მიუთითებს მიწოდების რეაგირების მეტ მოქნილობაზე, რომელიც შესაძლებელია გრძელვადიან პერიოდში. ამჯერადაც მრუდი არის აღმავალი და დადებითი დახრილობის. ამდენად, მოთხოვნის ზრდის დროს ფასი იზრდება. სავარაუდოდ, ეს სიტუაცია, საკმაოდ გავრცელებულია. მის შესახებ უფრო მეტს ვისაუბრებთ მომდევნო ნაწილებში.

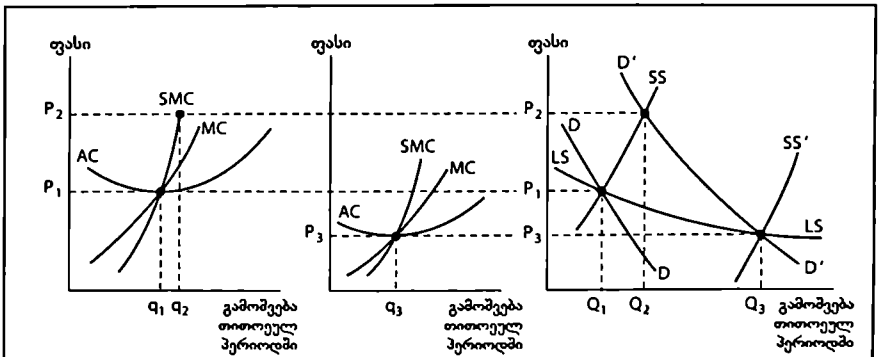
დარგი კლებადი დანახარჯებით

ყველა დარგს არ ახასიათებს მუდმივი ან ზრდადი დანახარჯები. ზოგიერთ შემთხვევაში ახალი ფირმების შესვლამ შეიძლება დარგში ყველა ფირმისთვის შეამციროს დანახარჯები. მაგალითად, ახალმა ფირმამ შესაძლოა შემოიყვანოს მანამდე არსებულზე უფრო მეტად დახელოვნებული მუშახელი და, შედეგად, შეამციროს ახალი მუშაკების დაქირავებასთან დაკავშირებული დანახარჯები. ამის მსგავსად, ახალი ფირმების შესვლამ შესაძლოა შექმნას ინდუსტრიალიზაციის „კრიტიკული მასა“, რომელიც უფრო ეფექტიანი სატრანსპორტო და კომუნიკაციის ქსელების განვითარების საშუალებას იძლევა. ნებისმიერი მიზეზით დანახარჯების შემცირების საბოლოო შედეგები ნაჩვენებია ნახაზის 12.9 სამ დიაგრამაზე.

ბაზრის საწყისი წონასწორობა ნაჩვენებია ნახაზზე 12.9 (გ) ფასი-რაოდენობის კომბინაციით P_1, Q_1. ამ ფასის დროს ტიპური ფირმა აწარმოებს q_1-ს და იღებს ზუსტად ნულოვან ეკონომიკურ მოგებას. ახლა დავუშვათ, რომ საბაზრო მოთხოვნა გადაადგილდება D'-ში. მოკლევადიან პერიოდში ფასი P_2-მდე გაიზრდება და ტიპური ფირმა q_2-ს აწარმოებს. ფასის ამ დონისათვის დადებითი მოგება მიიღება. ეს მოგება იწვევს ბაზარზე ახალი ფირმების შესვლას. თუ შესვლა იწვევს დანახარჯების შემცირებას, მაშინ ტიპიური ფირმის დანახარჯების მრუდების ახალი ნაკრები აიგება იმდაგვარად, როგორც ნაჩვენებია ნახაზზე 12.9 (ბ). ამჟამად, ახალი წონასწორობის ფასი არის P_3 და ამ ფასად მოთხოვნილი პროდუქტის რაოდენობაა Q_3.

ნახაზი 12.9 დარგს კლებადი დანახარჯებით აქვს უარყოფითი დახრილობის გრძელვადიანი მიწოდების მრუდი

ნახაზზე (გ) ბაზარი წონასწორობაშია P_1, Q_1 წერტილში. მოთხოვნის D'-მდე ზრდა იწვევს მოკლევადიან პერიოდში ფასის გაზრდას P_2-მდე და ტიპური ფირმა მომგებიანად q_2 რაოდენობას აწარმოებს. ეს მოგება დარგში მიიზიდავს ახალ ფირმებს. თუ ამ ახალი ფირმების შესვლა იწვევს ტიპური ფირმის დანახარჯების შემცირებას, მაშინ ახალი დანახარჯების მრუდთა ნაკრები იქნება ისეთი, როგორიც ნაჩვენებია ნახაზზე (ბ). მრუდების ახალი ნაკრების დროს ბაზრის წონასწორობა ხელახლა მყარდება P_3, Q_3 წერტილში. მოთხოვნის მრუდის მრავალი შესაძლო გადაადგილებების განხილვისა და შესაბამისი წონასწორობის წერტილების შეერთების შედეგად მიიღება აღმავალი გრძელვადიანი მიწოდების მრუდი (*LS*).



(ა) ტიპური ფირმა შესვლამდე (ბ) ტიპური ფირმა შესვლის შემდეგ (გ) ბაზარი

მოთხოვნის მრუდის ყველა შესაძლო გადაადგილებების ანალიზის შედეგად შესაძლებელია გრძელვადიანი მიწოდების მრუდი (*LS*) აგება. ამ მრუდს ექნება დადებითი დახრილობა დარგში კლებადი დანახარჯების გამო. მაშასადამე, როცა გამოშვება იზრდება, ფასი მცირდება. ეს არგუმენტი გამოყენებულია დამცავი/პროტექციონისტური ტარიფების გასამართლებლად, რათა დაიცვან ახალი დარგები უცხოური კონკურენციისგან. მიჩნეულია (ხანდახან მართებულად), რომ „ახლადწარმოშობილი" დარგების დაცვა მათ ზრდის საშუალებას და დაბალი მსოფლიო ფასებით კონკურენციის გაწევის შესაძლებლობას აძლევს.

გრძელვადიანი მიწოდების მრუდების კლასიფიკაცია

ჩვენ ვაჩვენეთ, რომ სრულყოფილი კონკურენციის დარგში გრძელვადიან მიწოდების მრუდს შესაძლოა ქონდეს სხვადასხვა ფორმა. მისი ფორმის მთავარი განმსაზღვრელია ის, თუ რა გავლენას ახდენს დარგში ფირმების შესვლა ყველა ფირმის დანახარჯზე. ქვემოთ მოცემული განსაზღვრება მოიცავს სხვადასხვა შესაძლებლობას.

განსაზღვრება **დარგი მუდმივი, ზრდადი და კლებადი დანახარჯებით.** დარგის მიწოდების მრუდს აქვს სამიდან ერთ-ერთი ფორმა.

მუდმივი დანახარჯი: შესვლა გავლენას არ ახდენს ფაქტორების ფასზე. გრძელვადიანი მიწოდების მრუდი ჰორიზონტალურია გრძელვადიანი წონასწორული ფასის დროს.

ზრდადი დანახარჯი: შესვლა გაზრდის ფაქტორებზე დანახარჯს. გრძელვადიანი მიწოდების მრუდი დადებითი დახრილობისაა.

კლებადი დანახარჯი: შესვლა ამცირებს ფაქტორებზე დანახარჯს. გრძელვადიანი მიწოდების მრუდი უარყოფითი დახრილობისაა.

ახლა ვაჩვენებთ, თუ როგორ შეიძლება გრძელვადიანი მიწოდების მრუდის რაოდენობრივად გამოსახვა.

მიწოდების გრძელვადიანი ელასტიკურობა

დარგის მიწოდების მრუდი მოიცავს ინფორმაციას ცვალებად ფასებთან, ფირმათა რაოდენობასთან და ფაქტორთა ფასების ცვლილებებთან მოგების მიღების შესაძლებლობების მიხედვით ფირმების ადაპტირების შესახებ. ამ ყველაფერზე მიწოდების რეაგირება შესაძლებელია შეჯამდეს ელასტიკურობის კონცეფციაში.

განსაზღვრება **მიწოდების გრძელვადიანი ელასტიკურობა.** მიწოდების გრძელვადიანი ელასტიკურობა $e_{LS,P}$ ასახავს გრძელვადიან პერიოდში გამოშვების პროპორციულ ცვლილებას პროდუქტის ფასის პროპორციული ცვლილების საპასუხოდ. მათემატიკურად

$$e_{LS,P} = \frac{Q\text{-ს პროცენტული ცვლილება}}{P\text{-ს პროცენტული ცვლილება}} = \frac{\partial Q_{LS}}{\partial P} \cdot \frac{P}{Q_{LS}} \qquad (12.48)$$

ამ ელასტიკურობის მნიშვნელობები შესაძლოა იყოს დადებითი ან უარყოფითი იმის მიხედვით, დარგისთვის ზრადი დანახარჯებია დამახასიათებელია თუ კლებადი. როგორც უკვე ვნახეთ, $e_{LS,P}$ უსასრულოა მუდმივი დანახარჯების შემთხვევაში, რადგან დარგის გაფართოება ან შემცირება შესაძლებელია პროდუქტის ფასზე რაიმე გავლენის მოხდენის გარეშე.

ემპირიული გამოთვლები

ცხადია, მნიშვნელოვანია გვქონდეს ემპირიული მონაცემებიდან კარგად გამოთვლილი გრძელვადიანი მიწოდების მრუდის ელასტიკურობების მონაცემები. ეს გვიჩვენებს, შესაძლებელია თუ არა წარმოების გაფართოება ფასის მხოლოდ უმნიშვნელოდ ზრდით (ანუ მიწოდება არის ფასის მიმართ ელასტიკური), თუ წარმოების გაფართოება შესაძლებელია ფასის მკვეთრი გაზრდით (ანუ მიწოდება არის ფასის მიმართ არაელ-

ცხრილი 12.2 გრძელვადიანი მიწოდების ელასტიკურობების ზოგიერთი მონაცემი

სასოფლო-სამეურნეო ფართობი	
სიმინდი	0.18
ბამბა	0.67
ხორბალი	0.93
ალუმინი	თითქმის უსასრულო
ქრომი	0–3.0
ნახშირი (მარაგები აღმოსავლეთით)	15.0 –30.0
ბუნებრივი გაზი (მარაგები აშშ-ში)	0.20
ნავთობი (მარაგები აშშ-ში)	0.76
ქალაქური საცხოვრებელი	
სიმჭიდროვე	5.3
ხარისხი	3.8

წყაროები: Agricultural acreage—M. Nerlove, "Estimates of the Elasticities of Supply of Selected Agricultural Commodities," *Journal of Farm Economics* 38 (May 1956): 496–509. Aluminum and chromium—estimated from U.S. Department of Interior, *Critical Materials Commodity Action Analysis* (Washington, DC: U.S. Government Printing Office, 1975). Coal—estimated from M. B. Zimmerman, "The Supply of Coal in the Long Run: The Case of Eastern Deep Coal," MIT Energy Laboratory Report No. MITEL 75–021 (September 1975). Natural gas—based on estimate for oil (see text) and J. D. Khazzoom, "The FPC Staff 's Econometric Model of Natural Gas Supply in the United States," *The Bell Journal of Economics and Management Science* (Spring 1971): 103–17. Oil—E. W. Erickson, S. W. Millsaps, and R. M. Spann, "Oil Supply and Tax Incentives," Brookings Papers on Economic Activity 2 (1974): 449–78. Urban housing—B. A. Smith, "The Supply of Urban Housing," *Journal of Political Economy* 40 (August 1976): 389–405.

ასტიკური). ასეთი ინფორმაცია შესაძლებელია გამოვიყენოთ გრძელვადიან პერიოდში ფასზე მოთხოვნის გადაადგილების სავარაუდო ეფექტების გამოსათვლელად და მიწოდების გაზრდის მიზნით შემოთავაზებული ალტერნატიული პოლიტიკური წინადადებების შესაფასებლად. ცხრილი 12.2 ასახავს გრძელვადიანი მიწოდების ელასტიკურობის სხვადასხვა მონაცემს. იგი ეხება ძირითადად (მაგრამ არა მხოლოდ) ბუნებრივ რესურსებს, ვინაიდან, ეკონომისტებმა დაუთმეს საგრძნობი ყურადღება ასეთი რესურსების ფასებზე მზარდი მოთხოვნის ზემოქმედებას.
როგორც ცხრილიდან ჩანს, ეს მონაცემები დიდად განსხვავებულია კონკრეტული რესურსის სივრცული და გეოლოგიური თვისებების მიხედვით. თუმცა, ყველა ეს მონაცემი გვიჩვენებს, რომ მიწოდება ფასზე დადებითად რეაგირებს.

გრძელვადიანი წონასწორობის შედარებითი სტატიკური ანალიზი

ამ თავში ზემოთ ვაჩვენეთ, თუ როგორ ჩამოვაყალიბოთ კონკურენტულ ბაზრებზე მოკლევადიანი წონასწორობის ცვლილების მარტივი შედარებითი სტატიკური ანალიზი. გრძელვადიანი მოთხოვნის და მიწოდების ელასტიკურობის მონაცემების გამოყენებით შესაძლებელია ზუსტად ასეთივე ანალიზის ჩატარება გრძელვადიან პერიოდში. მაგალითად, ჰიპოთეტური ავტო ბაზრის მოდელი მაგალითიდან 12.3 შესაძლოა გამოდგეს გრძელვადიანი ანალიზისთვის, თუმცა, შესაძლოა საჭირო გახდეს გარკვეული განსხვავებული ინტერპრეტირება. მოთხოვნისა და მიწოდების გამოყენებით მოდელებში ხშირად ნათელი არ არის ავტორის განზრახვა, თავის შედეგებში ასახოს გრძელვადიანი თუ მოკლევადიანი პერიოდი. ასევე საჭიროა გაირკვეს, როგორ არის ბაზარზე შესვლის საკითხი გადაწყვეტილი.

დარგის სტრუქტურა

კონკურენტულ ბაზარზე გრძელვადიანი წონასწორობის ცვლილების ერთი ასპექტი, რაც მარტივი მოთხოვნა-მიწოდების ანალიზით არ არის ცხადი, შეეხება იმას, თუ როგორ იცვლება ფირმათა რაოდენობა ბაზრის წონასწორობის ცვლილებისას. საჭიროა გარკვეული დამატებითი ანალიზი, რადგან, როგორც ამას ვნახავთ ნაწილში 5, ზოგიერთ შემთხვევაში ბაზრების ფუნქციონირებაზე ზეგავლენა შეიძლება მოახდინოს ფირმათა რიცხვმა და შესაძლებელია არსებობდეს საჯარო პოლიტიკის პირდაპირი ინტერესი დარგში შესვლის ან დარგიდან გასვლის თაობაზე. ამ სექციაში დეტალურად განვიხილავთ დარგში ფირმათა რიცხვის დეტერმინანტებს მუდმივი დანახარჯების შემთხვევაში. ასევე, მოკლედ შევეხებით ზრდადი დანახარჯების შემთხვევას და ამ თავის ზოგიერთი ამოცანა უფრო დეტალურად განიხილავს მას.

მოთხოვნის გადაადგილებები

მუდმივი დანახარჯების მქონე დარგში გრძელვადიანი მიწოდების მრუდი უსასრულოდ ელასტიკურია, ამიტომ საბაზრო მოთხოვნის მრუდის გადაადგილებების გაანალიზება განსაკუთრებით ადვილია. თუ დარგში საწყისი წონასწორობის შესაბამისი გამოშვება არის Q_0 და ფირმის გამოშვების რაოდენობა არის q^*, რომლის დროსაც ტიპური ფირმის გრძელვადიანი საშუალო დანახარჯი მინიმალურია, მაშინ საწყისი წონასწორობის შესაბამისი ფირმების რაოდენობა (n_0) მოცემულია შემდეგი ფორმულით

$$n_0 = \frac{Q_0}{q^*}. \tag{12.49}$$

მოთხოვნის მრუდის გადაადგილება, რომელიც იწვევს წონასწორული გამოშვების ცვლილებას გრძელვადიან პერიოდში Q_1-მდე, ფირმათა წონასწორულ რაოდენობას შემდეგი სახით შეცვლის

$$n_1 = \frac{Q_1}{q^*}, \tag{12.50}$$

ფირმათა რაოდენობის ცვლილება მოცემულია შემდეგი სახით

$$n_1 - n_0 = \frac{Q_1 - Q_0}{q^*}. \tag{12.51}$$

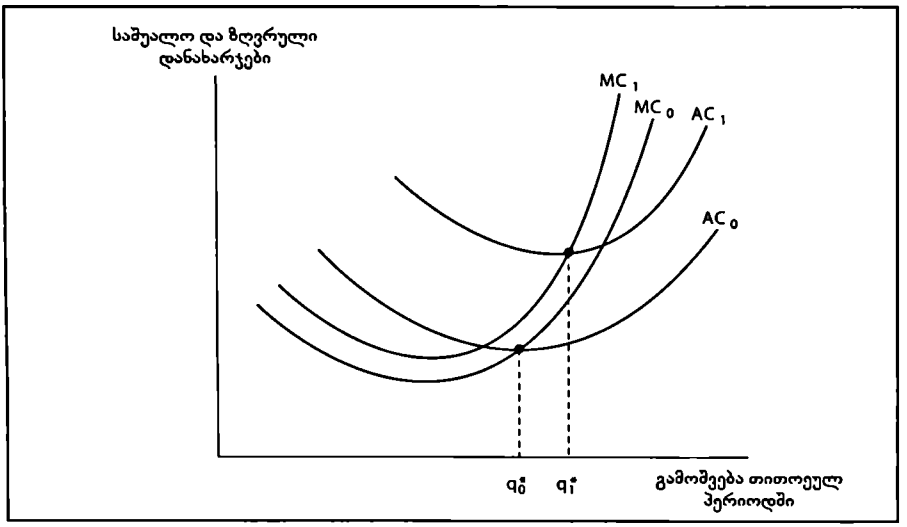
ეს ნიშნავს, რომ ფირმათა წონასწორული რაოდენობის ცვლილება მთლიანად განსაზღვრულია მოთხოვნის მრუდის გადაადგილების სიდიდით.

ცვლილებები წარმოების ფაქტორების დანახარჯებში

მუდმივი დანახარჯების მქონე დარგში მარტივ შემთხვევაშიც კი, წარმოების ფაქტორზე ფასის გაზრდის (ე.ი. უსასრულოდ ელასტიკური გრძელვადიანი მიწოდების მრუდის გადაადგილება ზემოთ) ეფექტის გაანალიზება შედარებით რთულია. ჯერ ერთი, დარგში გამოშვების რაოდენობის შემცირების გასაანგარიშებლად საჭიროა ვიცოდეთ ფაქტორზე ფასის ზრდით გამოწვეული მინიმალური საშუალო დანახარჯის ზრდის მასშტაბი და, ასევე, გრძელვადიანი პერიოდის წონასწორული ფასის ზრდა რა გავლენას ახდენს მოთხოვნის მთლიან რაოდენობაზე. ტიპური ფირმის საშუალო დანახარჯების ფუნქციისა და მოთხოვნის საფასო ელასტიკურობის ცოდნა მარტივი გზით ასეთი გაანგარიშების ჩატარების საშუალებას იძლევა. მაგრამ ფაქტორზე ფასის გაზრდამ ტიპური ფირმისათვის შესაძლოა შეცვალოს მინიმალური საშუალო დანახარჯის შესაბამისი გამოშვების დონე. ასეთი შესაძლებლობა ასახულია ნახაზზე 12.10. საშუალო და ზღვრული დანახარჯები ფაქტორზე ფასის გაზრდის გამო ზემოთ გადაადგილდა. რადგან საშუალო დანახარჯი გადაადგილდა ზემოთ შედარებით უფრო მეტად, ვიდრე ზღვრული დანახარჯი, ტიპიური ფირმის გამოშვების ოპტიმალური დონე q_0^*-დან q_1^*-მდე გაიზარდა.

ნახაზი 12.10 ფაქტორის ფასის ცვლილებამ შესაძლოა შეცვალოს ტიპური ფირმის გრძელვადიანი წონასწორული გამოშვება

ფაქტორზე ფასის გაზრდა გადაადგილებს საშუალო და ზღვრული დანახარჯების მრუდებს ზემოთ. ტიპური ფირმის ოპტიმალური გამოშვების დონეზე (q^*) ამ გადაადგილებების ზუსტი ზემოქმედება დამოკიდებულია ამ გადაადგილებების შედარებით სიდიდეებზე



დანახარჯების მრუდების გადაადგილებების სიდიდე საპირისპირო რომ ყოფილიყო, მაშინ ტიპური ფირმის გამოშვების ოპტიმალური დონე შემცირდებოდა.[9] ასეთი ცვლილებების ოპტიმალური მასშტაბის გათვალისწინებით განტოლება 12.51 შემდეგ სახეს მიიღებს

$$n_1 - n_0 = \frac{Q_1}{q_1^*} - \frac{Q_0}{q_0^*} \qquad \textbf{(12.52)}$$

და ჩნდება სხვადასხვა შესაძლებლობები.

---

9 მათემატიკური დასაბუთება მიმდინარეობს შემდეგნაირად: გამოშვების ოპტიმალური დონე q^* განისაზღვრება, როგორც

$$AC(v, w, q^*) = MC(v, w, q^*).$$

გამოსახულების ორივე მხარის, ვთქვათ, v-ს მიმართ გაწარმოებით, მივიღებთ, რომ

$$\frac{\partial AC}{\partial v} + \frac{\partial AC}{\partial q^*} \cdot \frac{\partial q^*}{dv} = \frac{\partial MC}{\partial v} + \frac{\partial MC}{\partial q^*} \cdot \frac{\partial q^*}{dv};$$

მაგრამ $\partial AC/\partial q^* = 0$, რადგან საშუალო დანახარჯები მინიმალურია. მოცემული გამოსახულების გარდაქმნით, მივიღებთ, რომ

$$\frac{\partial q^*}{dv} = \left(\frac{\partial MC}{\partial q^*}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{\partial AC}{\partial v} - \frac{\partial MC}{\partial v}\right).$$

რადგან მინიმალური AC-დროს $\partial MC/\partial q > 0$, ამიტომ, $\partial q^*/\partial v$ იქნება დადებითი ან უარყოფითი AC და MC მრუდების გადაადგილებების სიდიდის შესაბამისად.

თუ, $q_1^* \geq q_0^*$, მაშინ საბაზრო ფასის ზრდით გამოწვეული რაოდენობის შემცირება უეჭველად გამოიწვევს ფირმათა რაოდენობის შემცირებას. თუმცა, თუ $q_1^* < q_0^*$, მაშინ შედეგი განუსაზღვრელია. დარგში გამოშვება შემცირდება, მაგრამ, ასევე, შემცირდება ფირმათა ოპტიმალური ზომა. ასე რომ, ფირმათა რაოდენობაზე საბოლოო ზემოქმედება დამოკიდებულია ამ ცვლილებების შედარებით ზომებზე. როცა ფაქტორის ფასის გაზრდა იწვევს დარგის გამოშვების შემცირებას, ფირმათა რაოდენობის შემცირება ყველაზე უფრო სავარაუდო შედეგია, მაგრამ n-ის ზრდა არის, როგორც მინიმუმ, თეორიული შესაძლებლობა.

მაგალითი 12.5 ფაქტორის ზრდადი დანახარჯების დარგის სტრუქტურა

ველოსიპედის ჩარჩოების დამამზადებლების დანახარჯების ზრდა შეცვლის მაგალითში 12.4 აღწერილ წონასწორობას, მაგრამ ბაზრის სტრუქტურებზე ზუსტი ზემოქმედება დამოკიდებულია იმაზე, თუ როგორ იზრდება დანახარჯები. ფიქსირებულ დანახარჯების გაზრდის ეფექტი საკმაოდ ნათელია: გრძელვადიანი წონასწორული ფასი და ასევე, ტიპური ფირმის ზომაც იზრდება. ეს უკანასკნელი ეფექტი ჩნდება იმიტომ, რომ ფიქსირებული დანახარჯების ზრდა AC-ს გაზრდის და არა MC-ს. ასევე, $AC = MC$ წონასწორობის პირობის შესრულებისათვის გამოშვებაც (და MC) უნდა გაიზარდოს. მაგალითად, თუ მაღაზიის ქირის ზრდა იწვევს ველოსიპედის ჩარჩოების ტიპური დამამზადებლების დანახარჯების ზრდას შემდეგი სახით

$$C(q) = q^3 - 20q^2 + 100q + 11{,}616, \qquad \textbf{(12.53)}$$

მაშინ ადვილია ვაჩვენოთ, რომ $AC = MC$, როცა $q = 22$. მაშასადამე, ქირის გაზრდამ ველოსიპედის ჩარჩოების დამზადების ეფექტიანი მასშტაბი თვეში 2 ერთეულით გაზარდა. როცა $q = 22$, გრძელვადიანი საშუალო დანახარჯი და ზღვრული დანახარჯი ორივე 672-ის ტოლია და ეს არის ჩარჩოებზე გრძელვადიანი წონასწორული ფასი. ამ ფასის დროს

$$Q_D = 2{,}500 - 3P = 484, \qquad \textbf{(12.54)}$$

ამგვარად, ბაზარზე ადგილი მხოლოდ 22(= 484 ÷ 22) ფირმისთვის არსებობს. ფიქსირებული დანახარჯების გაზრდამ გამოიწვია არა მხოლოდ ფასის ზრდა, არამედ ჩარჩოების დამამზადებლების რაოდენობის მნიშვნელოვანი შემცირება (50-დან 22-მდე). სხვა ტიპის ფაქტორთა დნახარჯების ზრდას შესაძლოა უფრო კომპლექსური ეფექტები ჰქონდეს. სრული ანალიზი მოითხოვს ჩარჩოების დამამზადებლების საწარმოო ფუნქციისა და მათთან დაკავშირებულ ფაქტორთა არჩევანის გამოკვლევას. მიუხედავად ამისა, შეგვიძლია წარმოვადგინოთ მარტივი ილუსტრაცია იმ დაშვებით, რომ ზოგიერთ ცვალებად ფაქტორზე ფასის ზრდა იწვევს ტიპური ფირმის მთლიანი დანახარჯების ფუნქციის შემდეგი სახით ჩამოყალიბებას

(გაგრძელება)

$$C(q) = q^3 - 8q^2 + 100q + 4950. \quad \textbf{(12.55)}$$

ამ შემთხვევაში

$$MC = 3q^2 - 16q + 100 \text{ და } AC = q^2 - 8q + 100 + \frac{4950}{q}. \quad \textbf{(12.56)}$$

MC გავუტოლოთ AC-ს ($MC = AC$), მივიღებთ

$$2q^2 - 8q = \frac{4950}{q}, \quad \textbf{(12.57)}$$

რომლის ამონახსნია $q = 15$. მაშასადამე, მთლიანი დანახარჯის ფუნქციის ამ კონკრეტულმა ცვლილებამ ჩარჩოების მაღაზიების ოპტიმალური ზომა მნიშვნელოვნად შეამცირა. როცა $q = 15$, მაშინ განტოლება 12.56 გვიჩვენებს, რომ $MC = AC = 535$. ახალი გრძელვადიანი წონასწორობის ფასის დროს გვექნება

$$Q_D = 2500 - 3P = 985. \quad \textbf{(12.58)}$$

წონასწორობისას 895 ჩარჩო დამზადებულია დაახლოებით 60 ერთეული ფირმის მიერ (895 ÷ 15 = 59,67. ამოცანები ყოველთვის ზუსტად არ ამოიხსნება!). მიუხედავად იმისა, რომ დანახარჯების ზრდა განაპირობებს მაღალ ფასებს, ჩარჩოს დამამზადებლების წონასწორული რაოდენობა 50-დან 60-მდე იზრდება, ვინაიდან თითოეული ფირმის ზომა მცირდება.

შეკითხვა: როგორ განსხვავდებიან განტოლებიდან 12.55 მიღებული მთლიანი, ზღვრული და საშუალო დანახარჯების ფუნქციები მაგალითში 12.4 ნაჩვენები ფუნქციებიდან? არის თუ არა დანახარჯები თავდაპირველი დანახარჯების მრუდებზე ყოველთვის უფრო მაღალი (q-ს ყველა დონისათვის)? რატომ არის გრძელვადიანი წონასწორული ფასი უფრო მაღალი თავდაპირველი დანახარჯების მრუდების შემთხვევაში? (იხ. შენიშვნა 9 ფორმალური დისკუსიისათვის).

მწარმოებლის ნამეტი გრძელვადიან პერიოდში

თავში 11 აღვწერეთ მწარმოებლის ნამეტი მოკლევადიან პერიოდში, რომელიც წარმოადგენს ფირმის მფლობელების უკუგებას ნულოვანი გამოშვების დროს. ვაჩვენეთ, რომ იგი შედეგება მოკლევადიან პერიოდში მოგების და მოკლევადიანი პერიოდის ფიქსირებული დანახარჯების შეჯამებით. გრძელვადიანი წონასწორობისას მოგება არის ნულის ტოლი და ფიქსირებული დანახარჯები არ არის. ამგვარად, მოკლევა-

დიანი პერიოდის ნამეტები არ არსებობს. ფირმის მფლობელები ინდიფერენტულები არიან მოცემულ კონკრეტულ ბაზარზე დარჩენის მიმართ, რადგან მათ ნებისმიერ სხვა ბაზარზე შეუძლიათ ინვესტიციებზე იდენტური უკუგების მიღება. თუმცა, ფირმისათვის ფაქტორების მიმწოდებლები, შესაძლოა, არ იყვნენ ინდიფერენტულები მოცემულ კონკრეტულ დარგში გამოშვების დონის მიმართ. მუდმივი დანახარჯის შემთხვევაში, ნავარაუდევია, რომ ფაქტორების ფასები დამოუკიდებელია წარმოების დონისაგან იმ პირობით, რომ ფაქტორებისაგან შესაძლებელია იგივე უკუგების მიღება ფაქტორების ალტერნატიული გამოყენებისას. ზრდადი დანახარჯის შემთხვევაში კი დარგში შესვლა ფაქტორებზე ფასებს გაზრდის და ამ ფაქტორების მიმწოდებლების მდგომარეობა გაუმჯობესდება. ფასების ამ ეფექტების გათვალისწინებას მივყავართ მწარმოებლის ნამეტის ალტერნატიულ კონცეფციამდე.

მწარმოებლის ნამეტი. მწარმოებლის ნამეტი არის საბაზრო ფასის მიხედვით ტრანზაქციის შემთხვევაში მიღებული დამატებითი უკუგება, რომელიც აღემატება იმას, რა უკუგებასაც მწარმოებელი მიიღებდა თუ არაფერს აწარმოებდა. იგი ზომით წარმოდგენილია საბაზრო ფასის ქვემოთ და მიწოდების მრუდის ზემოთ მდებარე არეალით.

განსაზღვრება

მიუხედავად იმისა, რომ ეს იგივე განსაზღვრებაა, რაც იყო წარმოდგენილი თავში 11, ამჟამად, განსხვავებული კონტექსტი გვაქვს. ახლა „მწარმოებლის მიერ მიღებული დამატებითი უკუგება" ინტერპრეტირებულია, როგორც „საწარმოო ფაქტორის უფრო მაღალი ფასი". მოკლევადიანი პერიოდში მწარმოებლის ნამეტი ანუ საბაზრო ტრანზაქციით სარგებლის მიმღებები არიან ის ფირმები, რომლებსაც შეუძლიათ ფიქსირებული დანახარჯების დაფარვა და შეუძლიათ მათ ცვალებად დანახარჯებზე მეტი მოგების მიღება. გრძელვადიან პერიოდში მწარმოებლის ნამეტის შემთხვევაში უნდა დავუბრუნდეთ წარმოების ჯაჭვს, რათა დადგინდეს ვინ არიან საბაზრო გარიგებებიდან საბოლოო სარგებელის მიმღებნი.

შესაძლოა გასაკვირი იყოს ის, რომ გრძელვადიან პერიოდში მწარმოებლის ნამეტის ნახაზზე ჩვენება შესაძლებელია თითქმის იმდაგვარად, როგორც მოკლევადიან პერიოდში მწარმოებლის ნამეტი. იგი წარმოადგენს გრძელვადიანი პერიოდის მიწოდების მრუდის ზემოთ და წონასწორული საბაზრო ფასის ქვემოთ მდებარე არეალს. მუდმივი დანახარჯების შემთხვევაში გრძელვადიანი პერიოდის მიწოდება უსასრულოდ ელასტიკურია და არეალი ნულის ტოლია. ეს ნიშნავს, რომ ფაქტორიდან უკუგებები დამოკიდებულია წარმოების დონეზე. თუმცა, ზრდადი დანახარჯების დროს გრძელვადიან მიწოდებას აქვს დადებითი დახრილობა და დარგის გამოშვების ზრდასთან ერთად ფაქტორთა ფასები გაიზრდება. რადგან გრძელვადიანი მწარმოებლის ნამეტის ეს კონცეფცია გამოყენებითი ანალიზის დროს ფართოდ გამოიყენება (რასაც ამ თავში მოგვიანებით წარმოვადგენთ), ამიტომ ფორმალურ დებულებებს წარმოვადგენთ.

რიკარდოს რენტა

გრძელვადიანი მიწოდების მწარმოებლის ნამეტი შესაძლებელია ყველაზე უფრო მარტივად ვაჩვენოთ იმ სიტუაციით, რომელიც მეცხრამეტე საუკუნის დასაწყისში პირველად აღწერა დავიდ რიკარდომ.[10] დავუშვათ, არსებობს მიწის მრავალი ნაკვეთი, სადაც შესაძლებელია კონკრეტული სახეობის მარცვლეულის მოყვანა. მიწის ნაკვეთები იცვლება მეტად ნაყოფიერი მიწებიდან (დაბალი დანახარჯების წარმოება) ძალზედ უნაყოფო, მწირ მიწებამდე (მაღალი დანახარჯები). მარცვლეულის გრძელვადიანი მიწოდების მრუდი აიგება შემდეგნაირად: დაბალი ფასის შემთხვევაში მხოლოდ საუკეთესო მიწებია გამოყენებული. წარმოების პროცესში გამოშვების ზრდასთან ერთად უფრო მაღალი დანახრჯების მქონე მიწის ნაკვეთებია ჩართული, რადგან მაღალი ფასი მომგებიანს ხდის ამ მიწების გამოყენებას. გრძელვადიანი მიწოდების მრუდი დადებითი დახრილობისაა ნაკლებად ნაყოფიერ მიწებზე ზრდადი დანახარჯების გამო.

ამ შემთხვევაში საბაზრო წონასწორობა წარმოდგენილია ნახაზზე 12.11. P^* წონასწორული ფასის დროს დაბალი დანახარჯებისა და საშუალო დანახარების ფირმების მფლობელები იღებენ (გრძელვადიან) მოგებას. „ზღვრული ფირმა" ზუსტად ნულოვან ეკონომიკურ მოგებას იღებს. უფრო მაღალი დანახარჯების მქონე ფირმები რჩებიან ბაზრის მიღმა, რადგან მათ P^* ფასის დროს ექნებათ ზარალი. თუმცა, ინტრაზღვრული ფირმების მიერ მოგებების მიღება შესაძლებელია არსებობდეს გრძელვადიან პერიოდში, რადგან ისინი ასახავს უნიკალურ რესურსზე ანუ დაბალი დანახარჯების მქონე მიწებზე უკუგებას. ბაზარზე თავისუფალი შესვლა ამ მოგებებს გრძელვადიან პერიოდშიც კი ვერ შეამცირებს. ამ გრძელვადიანი მოგებების ჯამი არის გრძელვადიანი მწარმოებლის ნამეტი, როგორც ეს მოცემულია P^*EB არეალით ნახაზზე 12.11(დ). ამ არეალების ექვივალენტობა შესაძლებელია ვაჩვენოთ იმის გაცნობიერებით, რომ ნახაზზე (დ) მოცემულ მიწოდების მრუდზე თითოეული წერტილი ზოგიერთი ფირმის მინიმალურ საშუალო დანახარჯებს წარმოადგენს. თითოეული ამ ფირმისათვის $P - AC$ არის მოგება გამოშვების თითოეულ ერთეულზე. მთლიანი გრძელვადიანი მოგება შესაძლებელია გამოვითვალოთ გამოშვების ყველა ერთეულზე მოგების შეჯამებით.[11]

---

10 იხ. David Ricardo, The Principles of Political Economy and Taxation (1817; reprinted London: J. M Dent and Son, 1965), chap. 2 and chap. 32.

11 უფრო ფორმალურად, დავუშვათ, ფირმები ინდექსირებულია $i (i = 1, \ldots, n)$-ის მიხედვით დაბალი დანახარჯების მქონე ფირმიდან მაღალი დანახარჯების მქონე ფირმამდე და თითოეული ფირმა ანარმოებს q^*-ს. გრძელვადიანი წონასწორობისას გვექნება $Q^* = n^*q^*$ (სადაც n^* არის წონასწორული ფირმათა რაოდენობა და Q^* არის დარგის მთლიანი გამოშვება). დავუშვათ, ასევე, რომ მიწოდების ინვერსიული ფუნქცია (კონკურენტული ფასი, როგორც მიწოდებული რაოდენობის ფუნქცია) მოცემულია $P = P(Q)$-ით. რადგან ფირმები ინდექსირებულია, ბაზარზე ფასი განსაზღვრულია ყველაზე მაღალი დანახარჯების მქონე ფირმის მიერ: $P(iq^*) = AC_i$ და $P^* = P(Q^*) = P(n^*q^*)$. დავუშვათ, გრძელვადიანი წონასწორობის i ფირმის მიერ მიღებული მოგება მოცემულია შემდეგი სახით

$$\pi_i = (P^* - AC_i)q^*$$

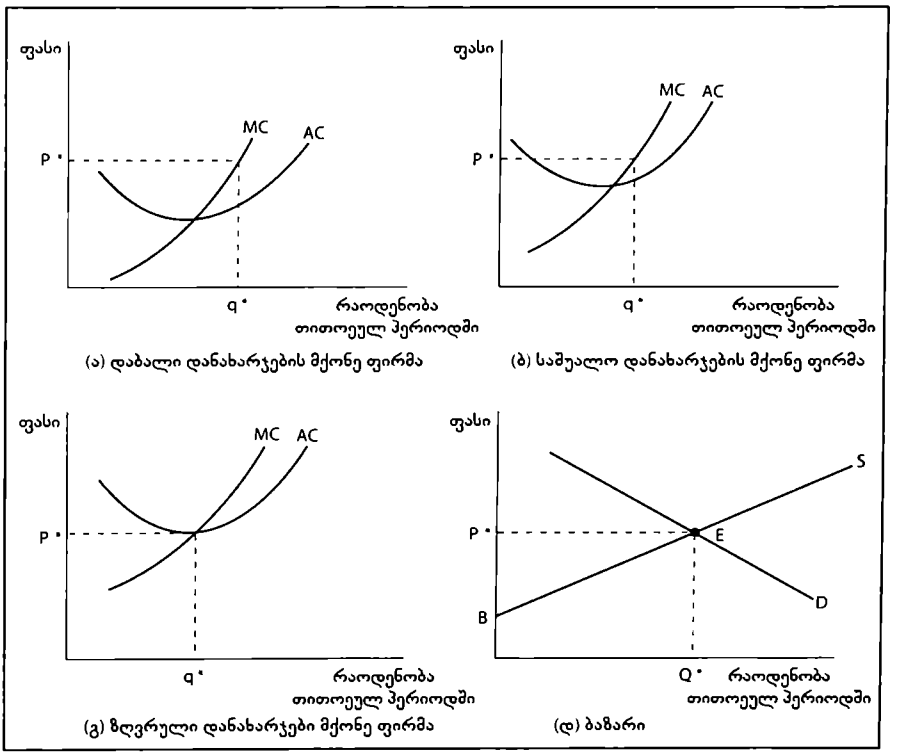
და მთლიანი მოგება მოცემული შემდეგნაირად

$$\pi = \int_0^{n^*} \pi_i di = \int_0^{n^*} (P^* - AC_i) q^* di$$

$$= \int_0^{n^*} \text{ùùüù} - \int_0^{n^*} \quad ,^{\cdot}$$

ნახაზი 12.11 რიკარდოს რენტა

დაბალი და საშუალო ხარჯების მქონე მიწის მეპატრონეები გრძელვადიან პერიოდში იღებენ მოგებას. გრძელვადიანი პერიოდის მწარმოებელთა ნამეტი წარმოადგენს ყველა ამ რენტის ჯამს ანუ P^*EB არეალს ნახაზზე (დ). ჩვეულებრივ, რიკარდოს რენტა კაპიტალიზებულია ფაქტორთა ფასებში.



ჩანცის კაპიტალიზაცია

ნახაზზე 12.11 გრძელვადიან პერიოდში მოგება დაბალი დანახარჯის ფირმისთვის ხშირად ასახულია მათ მფლობელობაში არსებული უნიკალური რესურსების ფასებში. მაგალითად, რიკარდოს მიერ ჩატარებული ანალიზის მიხედვით მოსალოდნელია,

$$= P^* n^* q^* - \int_0^{n^*} P(iq^*) q^* di$$
$$= P^* Q^* - \int_0^{Q^*} P(Q) dQ$$

რაც ნახაზზე 12.11 (დ) წარმოდგენილია გამუქებული არეალით.

რომ ნაყოფიერი მიწები უფრო მაღალ ფასად გაიყიდოს, ვიდრე ქვა-ღორღიანი მიწები. ვინაიდან, ასეთი ფასები ასახავს მომავალში მისაღები ყველა მოგების მიმდინარე ღირებულებას, ამბობენ, რომ ეს მოგება „კაპიტალიზებულია“ ფაქტორთა ფასებში. კაპიტალიზაციის მაგალითებს წარმოადგენს ისეთი განსხვავებული ფენომენები, როგორებიცაა მაღალი ფასები ლამაზ სახლებზე საგარეუბნო ტრანსპორტზე მოხერხებული მისასვლელით, როკ-მუსიკისა და სპორტის ვარსკვლავების კონტრაქტები და დაბალი ფასები ტოქსიკურ ნაგავსაყრელებთან ახლომდებარე მიწებზე. აღსანიშნავია, რომ ყველა ამ შემთხვევაში საბაზრო მოთხოვნა განსაზღვრავს რენტას. რენტა არ წარმოადგენს წარმოების ფაქტორის ტრადიციულ დანახარჯებს, რომელიც უარყოფილ შესაძლებლობებს ასახავს.

ფაქტორების მიწოდება და გრძელვადიანი ჰერიოდის მწარმოებლის ნამეტი

რიკარდოს რენტის მიღების შესაძლებლობას ქმნის დაბალი დანახარჯების მქონე მიწის შეზღუდული რაოდენობა. დაბალი დანახარჯების მქონე სასოფლო-სამეურნეო მიწების მიწოდება უსასრულოდ ელასტიკური რომ ყოფილიყო, მაშინ ასეთი რენტა არ იარსებებდა. უფრო ზოგადად, ნებისმიერი ფაქტორი, რომლის რაოდენობა „შეზღუდულია“ (იმ გაგებით, რომ მოცემულ დარგში მისი მიწოდების მრუდი დადებითი დახრილობისაა) მიიღებს რენტას უფრო მაღალი უკუგების სახით, ვიდრე მიიღებდა დარგში ნულოვანი გამოშვების დროს. ასეთ შემთხვევაში გამოშვების გაზრდა არა მხოლოდ ზრდის ფირმის დანახარჯებს (და, მაშასადამე, გამოშვებული პროდუქტის გასაყიდ ფასსაც), არამედ წარმოქმნის რენტას, რომელიც მიიღება წარმოების ფაქტორიდან. მსგავს რენტათა ჯამი იზომება გრძელვადიანი მიწოდების მრუდის ზემოთ და წონასწორული ფასის ქვემოთ არსებული არეალით. გრძელვადიანი მწარმოებლის ნამეტის ამ არეალის სიდიდის ცვლილება გამოხატავს დარგში ფაქტორიდან მიღებული რენტის ცვლილებას. მიუხედავად იმისა, რომ გრძელვადიანი მწარმოებლის ნამეტი საბაზრო მიწოდების მრუდის მეშვეობით იზომება, სინამდვილეში დარგის ფაქტორიდან ხდება ამ ნამეტის მიღება. გრძელვადიანი მწარმოებლის ნამეტის ცვლილებების ემპირიული გაზომვა ფართოდ გავრცელებულია გამოყენებითი კეთილდღეობის ანალიზში, რათა აღინიშნოს, თუ როგორ იქცევიან სხვადასხვა ფაქტორების მიმწოდებლები პირობების ცვლილებისას. რამდენიმე ასეთი ანალიზი ამ თავის დასკვნითი ნაწილშია წარმოდგენილი.

ეკონომიკური ეფექტიანობა და კეთილდღეობის ანალიზი

კონკურენტული ბაზრის გრძელვადიან წონასწორობას რესურსების „ეფექტიანად“ განაწილებლად, შესაძლოა, სასურველი თვისებები ჰქონდეს. თავში 13 უფრო მეტს

ვიტყვით ამ კონცეფციის შესახებ ზოგადი წონასწორობის კონტექსტში. აქ შეგვიძლია შემოგთავაზოთ ნაწილობრივი წონასწორობის მიხედვით აღწერა იმისა, თუ რატომაა შესაძლებელი შედეგების მიღება. გავიხსენოთ თავიდან 5, რომ მოთხოვნის მრუდის ქვემოთ და საბაზრო ფასის ზემოთ მდებარე არეალი წარმოადგენს მომხმარებლის ნამეტს- დამატებით სარგებლიანობას, რომელიც მომხმარებელმა მიიღო პროდუქტის საკუთარი ნებით, და არა ძალდატანებით, არჩევის გამო. ზუსტად ასევე, როგორც წინა ნაწილში აღვნიშნეთ, მწარმოებლის ნამეტი იზომება საბაზრო ფასის ქვემოთ და გრძელვადიანი მიწოდების მრუდის ზემოთ მდებარე არეალით, რომელიც ასახავს ფაქტორისგან მიღებულ დამატებით უკუგებას იმ შემთხვევისგან განსხვავებით, როცა არ არსებობს პროდუქტზე გარიგებები. ზოგადად, მოთხოვნის მრუდსა და მიწოდების მრუდს შორის არეალი ასახავს მომხმარებლისა და მწარმოებლის ნამეტთა ჯამს: ის ზომავს საბაზრო გარიგებების განხორციელების შესაძლებლობის გამო ბაზრის მონაწილეების მიერ მიღებულ მთლიან დამატებით ღირებულებას. ნათელია, რომ ეს მთლიანი არეალი მაქსიმალურია კონკურენტულ ბაზარზე წონასწორობისას.

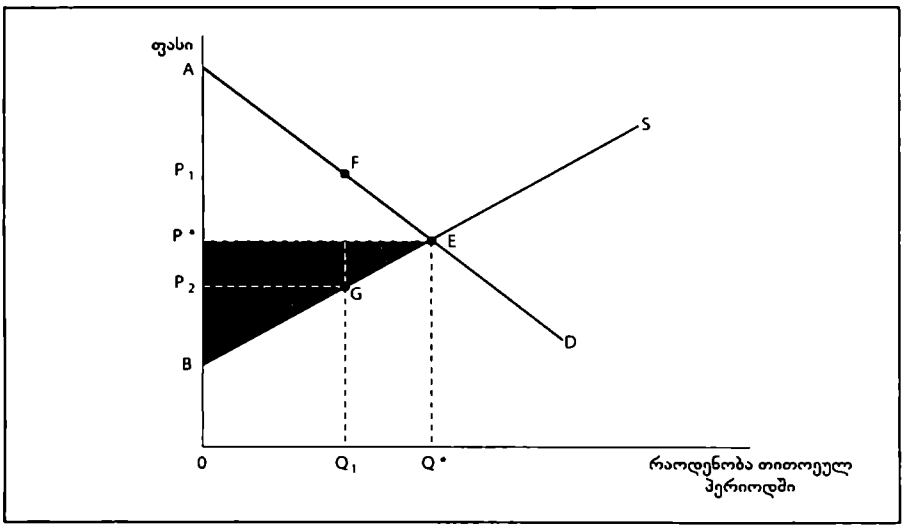
გრაფიკული დასაბუთება

ნახაზი 12.12 აჩვენებს გამარტივებულ დასაბუთებას. მოცემული (D) მრუდისა და (S) მრუდის შემთხვევაში მომხმარებლისა და მწარმოებლის ნამეტთა ჯამი პირველი წარმოებული ერთეულისათვის მოცემულია AB მონაკვეთით. მთლიანი ნამეტი აგრძელებს ზრდას დამატებითი ერთეული პროდუქტის წარმოების შესაბამისად კონკურენტული წონასწორობის Q^* დონემდე. გამომშვების ეს დონე მიიღწევა კონკურენტული P^* ფასის დონეზე. ნახაზზე მთლიანი სამომხმარებლო დანაზოგი წარმოდგენილია მკრთალად დაშტრიხული არეალით, ხოლო მწარმოებლის მთლიანი დანაზოგი მუქად დაშტრიხული არეალით. ნათელია, რომ Q^*-ზე ნაკლები გამოშვებისათვის (მაგალითად Q_1-თვის) მთლიანი ნამეტი შემცირდება. ასეთი არასწორი განაწილების ერთი შედეგი არის ის, რომ გამოშვების Q_1-ის დონეზე მომხმარებლები გამოშვების დამატებით ერთეულს P_1 ფასად შეაფასებენ, მაშინ, როცა საშუალო და ზღვრული დანახარჯებია P_2. რადგან $P_1 > P_2$, ამიტომ მთლიანი კეთილდღეობა, ცხადია, გაიზრდება კიდევ ერთი ერთეული პროდუქტის წარმოებით. P_1-დან P_2 -მდე ნებისმიერი ფასის დროს ამ დამატებითი ერთეულით ვაჭრობისას დადებული გარიგება ორივე მხარისათვის მომგებიანია.

მთლიანი კეთილდღეობის დანაკარგი, რომელიც ჩნდება გამოშვების Q_1 დონეზე მოცემულია FEG არეალით. ნამეტის განაწილება გამოშვების Q_1 დონეზე დამოკიდებულია იმ ზუსტ (არაწონასწორულ) ფასზე, რომელიც ჩამოყალიბდება ბაზარზე. P_1 ფასის დროს მომხმარებლის ნამეტი მნიშვნელოვნად შემცირდება AFP_1 არეალამდე. მწარმოებლები, შესაძლოა, მოგებულნი დარჩნენ, რადგან ამ დროს მწარმოებლის ნამეტი არის P_1FGB. საპირისპირო სიტუაციაა ისეთი დაბალი ფასის დროს როგორიცაა P_2. ამ დროს მწარმოებლების მდგომარეობა საწყის სიტუაციასთან შედარებით გაცილებით უარესია. ასე რომ, Q^*-ზე ნაკლები რაოდენობის პროდუქტის წარმოებით გამოწვეული

ნახაზი 12.12 კონკურენტული წონასწორობა და მომხმარებლის/მწარმოებლის ნამეტი

კონკურენტული წონასწორობისას (Q^*), მომხმარებლის ნამეტის (ღია ნაცრისფრად დაშტრიხული) და მწარმოებლის ნამეტის (მუქად დაშტრიხული) ჯამი მაქსიმალურია. $Q_1 < Q^*$ გამოშვების დონის პირობებში არსებობს მომხმარებლის და მწარმოებლის ნამეტის დანაკარგი, რომელიც მოცემულია FEG არეალით.



კეთილდღეობის დანაკარგის განაწილება დამოკიდებულია იმ ფასზე, რომლითაც გარიგება ხორციელდება. თუმცა, მთლიანი დანაკარგის სიდიდე, ბაზარზე ჩამოყალიბებული ფასის მიუხედავად, მოცემულია FEG არეალით.[12]

მათემატიკური დასაბუთება

მათემატიკურად ვირჩევთ Q-ს მაქსიმიზაციას.

$$\textbf{მომხმარებლის ნამეტი} + \textbf{მწარმოებლის ნამეტი} = \left[U(Q) - PQ\right] + \left[PQ - \int_0^Q P(Q)dQ\right]$$

$$= U(Q) - \int_0^Q P(Q)dQ, \qquad \textbf{(12.59)}$$

სადაც $U(Q)$ არის სარგებლიანობის ფუნქცია, რომელიც წარმოადგენს მომხმარებელს

12 ნათელია, რომ Q^* -ზე მეტად გამოშვების გაზრდა ასევე ამცირებს კეთილდღეობას.

და $P(Q)$ არის გრძელვადიანი მიწოდების დამოკიდებულება. გრძელვადიანი წონასწორობის პირობებში გრძელვადიანი მიწოდების მრუდის გასწვრივ $P(Q) = AC = MC$. განტოლების 12.59 მაქსიმიზაცია Q-ს მიხედვით გვაძლევს, რომ

$$U'(Q) = P(Q) = AC = MC. \qquad \textbf{(12.60)}$$

ამგვარად, მაქსიმიზაციას ადგილი აქვს მაშინ, როცა მომხმარებლისათვის Q-ს ზღვრული ღირებულება საბაზრო ფასის ტოლია. მაგრამ ეს სწორედ მოთხოვნა-მიწოდების კონკურენტული წონასწორობაა, რადგან მოთხოვნის მრუდი წარმოადგენს მომხმარებლის ზღვრულ შეფასებებს, ხოლო მიწოდების მრუდი ასახავს ზღვრულ (და გრძელვადიანი პერიოდის წონასწორობისას, საშუალო) დანახარჯებს.

გამოყენებითი კეთილდღეობის ანალიზი

დასკვნა იმის შესახებ, რომ კონკურენტული წონასწორობა ახდენს მომხმარებლისა და მწარმოებლის ნამეტთა ჯამის მაქსიმიზაციას, უფრო ზოგადად ასახავს ეკონომიკური ეფექტიანობის თეორემებს", რომლებსაც განვიხილავთ თავში 13. ამ თეორემებთან დაკავშირებული მთავარი განმარტებების განხილვას უფრო ფართოდ შემდგომ წარმოვადგენთ. აქ უფრო მეტად დაინტერესებული ვართ ვაჩვენოთ, თუ როგორ გამოიყენება კონკურენტული მოდელი ცვალებადი ეკონომიკური პირობების ბაზრის მონაწილეების კეთილდღეობაზე გავლენის შესასწავლად. ჩვეულებრივად, კეთილდღეობის ასეთი ცვლილებები იზომება მომხმარებლისა და მწარმოებლის ნამეტთა ცვლილებით.

მაგალითი 12.6 კეთილდღეობის დანაკარგის გამოთვლა

მომხმარებლისა და მწარმოებლის ნამეტის კონცეფციის გამოყენება შესაძლებელს ხდის ნებაყოფლობითი გარიგების შეზღუდვით გამოწვეული კეთილდღეობის დანაკარგის გამოთვლას. წრფივი მოთხოვნისა და მიწოდების მრუდების შემთხვევაში გამოთვლები განსაკუთრებით მარტივია, რადგან დანაკარგის ამსახველი არეალი ხშირად სამკუთხედია. მაგალითად, თუ მოთხოვნა მოცემულია შემდეგნაირად

$$Q_D = 10 - P \qquad \textbf{(12.61)}$$

და მიწოდება არის

$$Q_S = P - 2 \qquad \textbf{(12.62)}$$

მაშინ საბაზრო წონასწორობა $P^* = 6$ და $Q^* = 4$ წერტილში მყარდება. გამოშვების მოცულობის შეზღუდვა $\overline{Q} = 3$-მდე წარმოქმნის სხვაობას მწარმოებლის მიერ მოთხოვნილ თანხას ($P_S = 2 + \overline{Q} = 5$) და იმ თანხას შორის, რომლის გადახდის სურვილიც აქვთ მომხმარებლებს ($P_D = 10 - Q = 7$). გარიგების შეზღუდვით გამოწვეული კეთილდღეობის

(გაგრძელება)

დანაკარგი მოცემულია სამკუთხედით, რომლის ფუძე არის 2(= $P_D - P_S$ =7-5) და სიმაღლეა 1 (სხვაობა Q^* და $\overline{Q}$-ს შორის). მაშასადამე, კეთილდღეობის დანაკარგი ერთ ერთეულზე ერთი დოლარია, თუ P იზომება დოლარებში და Q იზომება ერთეულებით. უფრო ზოგადად, დანაკარგი გაიზომება იმ ერთეულებით, რომლითაც იზომება $P \cdot Q$.

გამოთვლები მუდმივი ელასტიკურობის მრუდების შემთხვევაში. უფრო რეალისტური შედეგების მიღებაა შესაძლებელი ეკონომეტრიკულ კვლევებზე დაყრდნობით მუდმივი ელასტიკურობის მოთხოვნისა და მიწოდების მრუდების გამოყენებით. მაგალითში 12.3 ჩვენ შევისწავლეთ ეს მოდელი აშშ-ს ავტომობილების ბაზრის შემთხვევაში. შეგვიძლია ამ მაგალითის გამარტივება იმ დაშვებით, რომ P იზომება დოლარებში (ათასი დოლარი), Q იზომება ერთეულებით (მილიონი ავტომობილი), მოთხოვნა მოცემულია შემდეგნაირად

$$Q_D = 200P^{-1,2} \qquad \textbf{(12.63)}$$

და მიწოდება არის

$$Q_S = 1,3P. \qquad \textbf{(12.64)}$$

წონასწორობა ბაზარზე მოცემულია P^* = 9,87; Q^*=12,8 მნიშვნელობებით. ახლა დავუშვათ, რომ სახელმწიფო ზღუდავს ავტომობილების გაყიდვას 11 (მილიონ)-მდე, რათა გააკონტროლოს მავნე გამონაბოლქვის რაოდენობა. ასეთი პოლიტიკის შედეგად კეთილდღეობის დანაკარგის გამოთვლა შესაძლებელია ზემოთ გამოყენებული „სამკუთხედის" მეთოდის საშუალებით.

როცა $\overline{Q}$ = 11, მაშინ $P_D = (11/200)^{-0.83}$ = 11,1 და P_S= 11/1,3 = 8,46. მაშასადამე, კეთილდღეობის დანაკარგის „სამკუთხედი" მოცემულია შემდეგნაირად $0,5(P_D - P_S)(Q^* - \overline{Q})$ = $0,5(11,1 - 8,46) \cdot (12,8 - 11)$ = 2,38. ამ შემთხვევაში ერთეული არის P-ს და Q-ს ნამრავლი: მილიარდი დოლარი. კეთილდღეობის დანაკარგის დაახლოებითი[13] მნიშვნელობა არის $2,4 მილიარდი, რომელიც შესაძლებელია შედარდეს მავნე გამონაბოლქვების კონტროლის მოსალოდნელ სარგებელთან.

დანაკარგის განაწილება. ავტომობილების შემთხვევაში კეთილდღეობის დანაკარგი დაახლოებით თანაბრადაა განაწილებული მომხმარებელსა და მწარმოებელს შორის. მომხმარებლის დანაკარგისათვის დაახლოებითი მნიშვნელობა მოცემულია შემდეგნაირად $0,5(P_D - P^*) \cdot (Q^* - \overline{Q})$ = $0,5(11,1 - 9,87)$ $(12,8 - 11)$ = 1,11, ხოლო მწარმოებლისათვის კი არის $0,5(9,87 - 8,46) \cdot (12,8 - 11)$ = 1,27. რადგან მოთხოვნის საფასო

13 დანაკარგის უფრო ზუსტი გამოთვლა შესაძლებელია $P_D - P_S$ ინტეგრალის გამოთვლით Q=11-დან Q=12,8-მდე მონაკვეთზე. ხარისხის მაჩვენებლიანი მოთხოვნისა და მიწოდების მრუდების შემთხვევაში ინტეგრალის გამოთვლა ხშირად ადვილია. მოცემულ შემთხვევაში დანაკარგის დაახლოებითი მნიშვნელობაა 2,28. ეს ნიშნავს, რომ „სამკუთხედის" მეთოდით დაახლოებითი მნიშვნელობის გამოთვლა ცუდი სულაც არ არის ფასის შედარებით დიდი ცვლილებების დროსაც კი. ამიტომ, ჩვენ შემდგომი ანალიზისას ძირითადად დაახლოებითი მნიშვნელობებით გამოთვლას გამოვიყენებთ.

ელასტიკურობა (აბსოლუტური მნიშვნელობა) ოდნავ მეტია, ვიდრე მიწოდების საფასო ელასტიკურობა, ამიტომ მომხმარებლებზე მოდის დანაკარგის ნახევარზე ოდნავ ნაკლები ოდენობა, ხოლო მწარმოებელზე კი ნახევარზე ოდნავ მეტი. უფრო მეტად ელასტიკური მოთხოვნის მრუდის შემთხვევაში, მომხმარებლებზე გადანაწილდებოდა დანაკარგის უფრო ნაკლები წილი.

შეკითხვა: რაოდენობრივი შეზღუდვებით გამოწვეული მთლიანი კეთილდღეობის დანაკარგის სიდიდე როგორ არის დამოკიდებული მოთხოვნისა და მიწოდების ელასტიკურობებზე? რა განსზღვრავს იმას, თუ როგორ გადანაწილდება დანაკარგი?

ფასის კონტროლი და დეფიციტი

ზოგჯერ მთავრობებს შეიძლება სურდეთ შეინარჩუნონ ფასები წონასწორულზე უფრო დაბალ დონეზე. მართალია, ასეთი პოლიტიკის გატარებას, შესაძლოა საფუძვლად ედოს კეთილშობილური მოტივები, მაგრამ ფასის კონტროლი ამახინჯებს გრძელვადიან მიწოდებას და იწვევს მომხმარებლისა და მწარმოებლის კეთილდღეობის დანაკარგებს. ასეთი შესაძლებლობის მარტივი ანალიზი ნაჩვენებია ნახაზით 12.13. თავიდან ბაზარი გრძელვადიან წონასწორობაშია E წერტილში P_1 ფასითა და Q_1 რაოდენობით. მოკლევადიან პერიოდში მოთხოვნის D -დან D'-მდე გაზრდა გამოიწვევს ფასის P_2-მდე გაზრდას და ეს ნაახალისებს ბაზარზე ახალი ფირმების შესვლას. იმ დაშვებით, რომ ბაზრისათვის დამახასიათებელია ზრდადი დანახარჯები (გამოსახული დადებითი დახრილობის მქონე LS მიწოდების მრუდით), გარკვეულწილად ბაზარზე ფირმათა შესვლის გამო ფასი მცირდება და საბოლოო ფასია P_3. თუ ფასის ეს ცვლილება არასასურველია მთავრობისათვის, მაშინ მთავრობას პრინციპში შეუძლია აღკვეთოს იგი სამართლებრივი იძულების გზით P_1 ფასის ზედა ზღვარის დაწესებით. ეს გამოიწვევს იმას, რომ ფირმები კვლავ გააგრძელებენ თავდაპირველი რაოდენობით გამოშვებას (Q), მაგრამ ახლა რადგან მომხმარებლებს P_1 ფასად Q_1 რაოდენობის ყიდვა სურთ, ადგილი ექნება $Q_1 - Q_1$ დეფიციტს.

კეთილდღეობის შეფასება

კეთილდღეობაზე ფასის კონტროლის გავლენის შედეგების შეფასება შესაძლებელია ფასის კონტროლის პირობებში მომხმარებლისა და მწარმოებლის ნამეტის სიდიდეების შედარებით ნამეტის იმ სიდიდეებთან, რომლებიც იქნებოდა ფასის კონტროლის გარეშე. პირველი, Q_1-ის მყიდველები იღებენ მომხმარებლის P_3CEP_1 ნამეტს, რადგან მათ შეუძლიათ ამ პროდუქტის ყიდვა უფრო დაბალ ფასად, ვიდრე გადაიხდიდნენ ფასის კონტროლამდე. ეს სარგებელი ასახავს ფასის კონტროლის გარეშე არსებულ მწარმოებლის ნამეტიდან წმინდა ტრანსფერს. რაც მიიღო მომხმარებელმა, ის დაკარგა მწარმოებელმა. მართალია, ეს ტრანსფერი არ წარმოადგენს მთლიანი კეთილდღეობის დანაკარგს, მაგრამ ის უეჭველად მოახდენს გავლენას ბაზრის მონაწილეების კეთილდღეობაზე.

მეორე, $AE'C$ არეალი წარმოადგენს მომხმარებლის დამატებით ნამეტს, რომელიც მიიღებოდა ფასის კონტროლის გარეშე. ამის მსგავსად, $CE'E$ წარმოადგენს მწარმოებლის დამატებით ნამეტს ფასის კონტროლამდე. ერთად ორივე ეს არეალი ($AE'E$) წარმოადგენს ორმხრივად მომგებიანი გარიგების მთლიან ღირებულებას, რომელიც აღარ არსებობს ფასების კონტროლის სამთავრობო პოლიტიკის შედეგად. მაშასადამე, იგი წარმოადგენს ამ პოლიტიკის წმინდა კეთილდღეობის დანახარჯს.

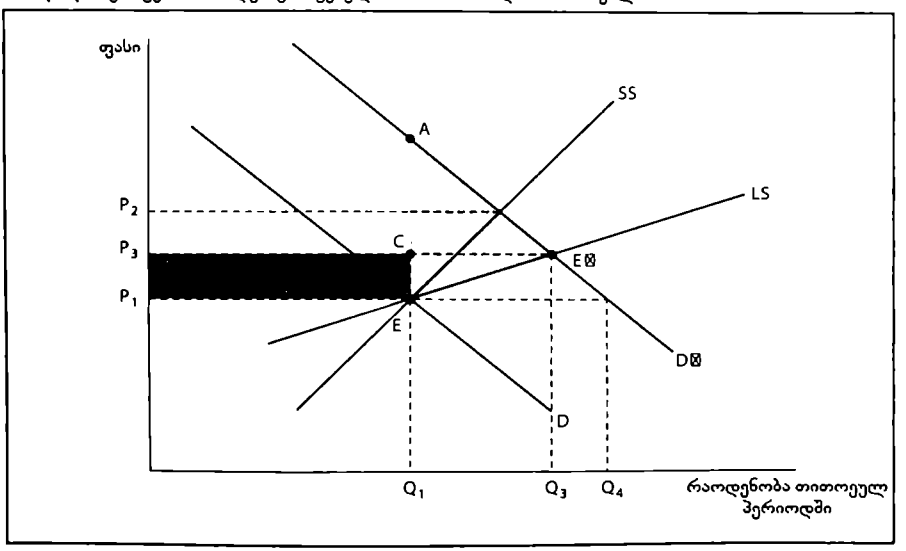
ქცევა არაწონასწორობის პირობებში

ნახაზზე 12.13 გამოსახული კეთილდღეობის ანალიზი ასევე გვიჩვენებს ქცევის ზოგიერთ სახეობას, რომელიც მოსალოდნელია ფასის კონტროლის პოლიტიკის შედეგად. დავუშვათ, დაკვირვებით დგინდება, რომ ბაზრის შედეგია

$$Q(P_1) = \min[Q_D(P_1), Q_S(P_1)]. \qquad \textbf{(12.65)}$$

ნახაზი 12.13 ფასთა კონტროლი და დეფიციტი

მოკლევადიან პერიოდში, როცა მრუდი გადაადგილდება D-დან D'-მდე ფასი P_3-მდე გაიზრდება. გრძელვადიან პერიოდში ფირმათა შესვლა გამოიწვევს P_2, Q_3 საბოლოო წონასწორობის ჩამოყალიბებას. კონტროლირებადი P_1 ფასი ხელს შეუშლის ასეთ ქმედებებს და გამოიწვევს $Q_4 - Q_1$ დეფიციტს. არაკონტროლირებადი ფასის გარეშე სიტუაციისგან განსხვავებით, ფასის კონტროლი ინვევს ნამეტის ტრანსფერს მწარმოებლებიდან მომხმარებლებისკენ (P_3CEP_1 არეალი) და არშემდგარი გარიგებებით გამოწვეულ წმინდა დანაკარგებს, რომლებიც მოცემულია ორი – $AE'C$ და $CE'E$ არეალით.



მიმწოდებლები ამ სიტუაციით კმაყოფილნი არიან, მომხმარებლები კი არა, რადგან ისინი იძულებულნი არიან შეეგუონ ჭარბი მოთხოვნის არსებობას. მათ აქვთ სტიმულები, მიანიშნონ მიმწოდებლებს თავისი უკმაყოფილება მაღალი ფასის შეთავაზებით. ასეთმა შეთავაზებამ შეიძლება „აცდუნოს" ნებადართულზე უფრო მაღალი ფასებით არალეგალური გარიგებების დასადებად არა მხოლოდ ბაზარზე უკვე მყოფ მწარმოებლები, არამედ, შესაძლოა, ნაახალისოს ახლად შესულებიც. ფასთა კონტროლის უმრავლეს შემთხვევაში სწორედ ასეთი სახის ქმედებებს მივყავართ „შავ" ბაზრამდე. მსგავსი გარიგებების მოდელირება ძნელია ორი მიზეზის გამო. პირველი, მათ უნდა მოიცვან „არა ფასის მიმღები" ქცევა, რადგან თითოეული ასეთი გარიგების დროს ფასი ინდივიდუალურად მოსალაპარაკებელია და არ დგინდება „ბაზრის" მიერ. მეორე, არაწონასწორული გარიგებები ხშირად მოიცავს არასრულყოფილ ინფორმაციას. ჩვეულებრივად, ბაზრის მონაწილეთა თითოეულ წყვილს არ ეცოდინება როგორ იქცევა სხვა წყვილი, თუმცა, ასეთმა ქმედებებმა, შესაძლოა, გავლენა მოახდინოს მათ კეთილდღეობაზე ხელმისაწვდომი შესაძლებლობების ცვლილების გამო. არაწონასწორული ქცევის მოდელირებაში გარკვეული პროგრესი მიღწეულია თამაშთა თეორიის ტექნიკის გამოყენებით (იხ.თავი 18). თუმცა, მიღებული არ არის რაიმე განსხვავებული ზოგადი შედეგი ნათელი ზოგადი პროგნოზისაგან, რომ ასეთი გარიგებები დაიდება ფასის ზედა ზღვარზე უფრო მაღალი ფასით. შავი ბაზრის გარიგებების სახეები დამოკიდებულია სიტუაციის სპეციფიკურ ინსტიტუციურ დეტალებზე.

ბაღასახაღების ზემოქმედების ანალიზი

კონკურენტული ბაზრების ნაწილობრივი წონასწორობის მოდელი ფართოდ გამოიყენება გადასახადების ეფექტების შესასწავლად. როგორც ამას აღვნიშნავთ მოგვიანებით, ასეთი გამოყენებითი კვლევები შეზღუდულია გაანალიზოს მრავალი ბაზრის მომცველი გადასახადების ეფექტები, თუმცა ისინი გვაძლევენ მნიშვნელოვან თვალსაზრისებს ბევრ საკითხზე.

მათემატიკური მოდელი

ერთეულზე დაწესებული გადასახადის შესწავლა წინა თავებში წარმოდგენილი მოთხოვნისა და მოწოდების მათემატიკური მოდელის გამოყენებით ყველაზე უფრო ადვილადაა შესაძლებელი. თუმცა, ახლა გვჭირდება ერთმანეთისგან განვასხვავოთ მომხმარებლის მიერ გადახდილი ფასი P_D, და მწარმოებლის მიერ მიღებული ფასი P_S, რადგან რაოდენობრივი გადასახადი არის (t) „სოლივით ჩამაგრებული" ამ ორ სიდიდეს შორის:

$$P_D - P_S = t. \qquad \textbf{(12.66)}$$

ფასის მცირე ცვლილებების მიხედვით შესაძლებელია შევისწავლოთ შემდეგი

$$dP_D - dP_S = dt. \tag{12.67}$$

ბაზარზე წონასწორობის მიღწევა მოითხოვს, რომ

$$dQ_D = dQ_S$$

ან

$$D_p dP_D = S_p dP_S \tag{12.68}$$

სადაც D_p და S_p შესაბამისად არის მოთხოვნისა და მიწოდების ფუნქციების წარმოებულები ფასის მიხედვით. P_D-ზე გადასახადის ეფექტის განსაზღვრისათვის შეგვიძლია გამოვიყენოთ განტოლებები 12.67 და 12.68

$$D_p dP_D = S_p dP_S = S_p(dP_D - dt) \tag{12.69}$$

მაშასადამე

$$\frac{dP_D}{dt} = \frac{S_p}{S_p - D_p} = \frac{e_S}{e_S - e_D}, \tag{12.70}$$

სადაც e_S და e_D წარმოადგენს მიწოდებისა და მოთხოვნის საფასო ელასტიკურობებს და საბოლოო განტოლება მიღებულია მრიცხველისა და მნიშვნელის P/Q-ზე გამრავლებით. მიწოდების ფასის ცვლილებაზე იგივე გარდაქმნების ნაკრების გამოყენებით, მივიღებთ

$$\frac{dP_S}{dt} = \frac{e_D}{e_S - e_D}. \tag{12.71}$$

რადგან $e_D \le 0$ და $e_S \le 0$, ამ გამოთვლებს აქვთ ცხადი შედეგი

$$\frac{dP_D}{dt} \ge 0,$$
$$\frac{dP_S}{dt} \le 0. \tag{12.72}$$

თუ $e_D = 0$ (მოთხოვნა არის სრულიად არაელასტიკური), მაშინ $dP_D/dt = 1$ და რაოდენობრივი გადასახადი მთლიანად მომხმარებლების მიერ გადაიხდება. სხვაგვარად, თუ $e_D = -\infty$, მაშინ $dP_S/dt = -1$ და გადასახადი მთლიანად მწარმოებლის მიერ გადაიხდება . უფრო ზოგადად, განტოლების 12.71 გაყოფით განტოლებაზე 12.70 მივიღებთ

$$-\frac{dP_S/dt}{dP_D/dt} = -\frac{e_D}{e_S}, \tag{12.73}$$

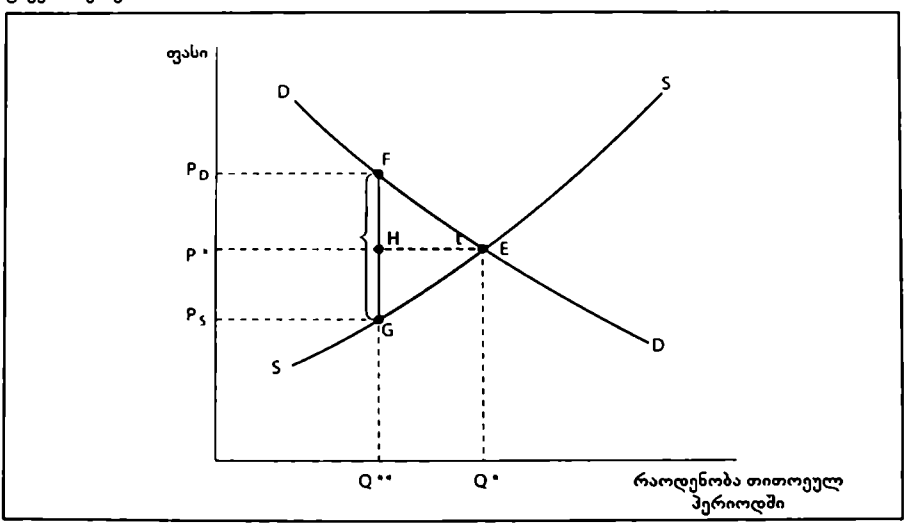
რაც გვიჩვენებს, რომ ნაკლები ელასტიკურობის მქონე აგენტი გადასახადის შემოღებით გამოწვეულ ფასის ცვლილების შედეგებს თავის თავზე იღებს.

კეთილდღეობის ანალიზი

ნახაზი 12.14 საშუალებას გვაძლევს გადასახადის ზემოქმედების საკითხზე ჩავატაროთ გამარტივებული კეთილდღეობის ანალიზი. რაოდენობრივი გადასახადის t-დაწესება წარმოქმნის ვერტიკალურ მონაკვეთს მიწოდებისა და მოთხოვნის მრუდებს შორის და გაყიდული პროდუქტის რაოდენობა Q^{**}-მდე მცირდება. მომხმარებლებს ექნებათ ნამეტის დანაკარგი, რომელიც მოცემულია P_DFEP არეალით, საიდანაც P_DFHP^* გადაეცემა მთავრობას, როგორც მთლიანი საგადასახადო შემოსავლების ნაწილი. მთლიანი საგადასახადო შემოსავლების დანარჩენი ნაწილი P^*HGP_S მწარმოებლის მიერ გადაიხდება, ხოლო მწარმოებლის ნამეტის დანაკარგი P^*EGP_S არეალით განისაზღვრება. აღსანიშნავია, რომ მომხმარებლისა და მწარმოებლის ერთობლივი ნამეტის შემცირება მთლიან საგადასახადო შემოსვლებს FEG არეალით აჭარბებს. იგი წარმოადგენს „წმინდა დანაკარგს", რომელიც წარმოიქმნება იმის გამო, რომ ორმხრივად მომგებიანი ზოგიერთი გარიგება გადასახადის დაწესების გამო აღარ შედგა.

ნახაზი 12.14 გადასახადის ზემოქმედების ანალიზი

სპეციფიკური გადასახადის t-ს დაწესება პროდუქტს ერთეულზე ნარმოქმნის მონაკვეთს მომხმარებლის მიერ გადახდილ (P_D) ფასსა და მწარმოებლის მიერ მიღებულ (P_S) ფასს შორის. მოშხმარებლისა და მწარმოებლის მიერ გადახდილი გადასახადის სიდიდე დამოკიდებულია მოთხოვნისა და მიწოდების ელასტიკურობებზე.



ზოგადად, ნახაზზე 12.14 მოცემული სხვადასხვა არეალების ზომებზე გავლენას ახდენს საფასო ელასტიკურობები. გადასახადიდან მწარმოებლის წილის საბოლოო ზემოქმედების განსაზღვრა მოითხოვს ფაქტორთა ბაზრების ანალიზს. გადასახადის სიმძიმე აისახება იმ ფაქტორის რენტის შემცირებით, რომელსაც ახასიათებს შედარებით არაელასტიკური მიწოდება. უფრო ზოგადად, გადასახადის ზემოქმედების საკითხის სრული ანალიზი მოითხოვს ზოგადი წონასწორობის მოდელს, რომელსაც შეუძლია ერთდროულად ბევრი ბაზრის განხილვა. ასეთ მოდელებს შემდეგ თავში განვიხილავთ.

წმინდა დანაკარგი და ელასტიკურობა

ყველა არაფიქსირებული გადასახადი წარმოქმნის წმინდა დანაკარგებს, რადგან ისინი ცვლიან ეკონომიკური აგენტების ქცევას. ასეთი დანაკარგების სიდიდე დამოკიდებულია ბაზარზე მოთხოვნისა და მიწოდების ელასტიკურობაზე. წმინდა დანაკარგის წრფივი აპროქსიმაცია გადასახადის მცირე dt ცვლილების დროს მოცემულია შემდეგნაირად

$$DW = -0{,}5(dt)(dQ). \tag{12.74}$$

ელასტიკურობის განმარტებიდან ვიცით, რომ

$$dQ = e_D dP_D \cdot \frac{Q_0}{P_0}, \tag{12.75}$$

სადაც P_0 და Q_0 არის შესაბამისად გადასახადის დაწესებამდე არსებული ფასისა და რაოდენობის მნიშვნელობები. განტოლებების 12.75 და 12.70 გაერთიანებით მივიღებთ

$$dQ = e_D \frac{e_S}{e_S - e_D} dt \cdot \frac{Q_0}{P_0}, \tag{12.76}$$

ხოლო განტოლებაში 12.74 ჩასმა გვაძლევს დანაკარგის საბოლოო გამოსახულებას

$$DW = -0{,}5\left(\frac{dt}{P_0}\right)^2 \frac{e_D e_S}{e_S - e_D} P_0 Q_0. \tag{12.77}$$

ცხადია, წმინდა დანაკარგი ნულის ტოლია იმ შემთხვევაში, როცა e_D ან e_S არის ნული, რადგან გადასახადი არ ცვლის ბაზარზე გაყიდული პროდუქტის რაოდენობას. უფრო ზოგადად, წმინდა დანაკარგი მცირეა იმ სიტუაციებში, როცა e_D ან e_S მცირეა. პრინციპში, განტოლება 12.77 შესაძლებელია გამოვიყენოთ წმინდა დანაკარგის სიდიდის შესაფასებლად, რომელიც თან ახლავს ნებისმიერ რთულ საგადასახადო სისტემას. ამ ინფორმაციის საფუძველზე შესაძლოა ჩამოყალიბდეს რამდენიმე თვალსაზრისი საგადასახადო სისტემი მოწყობის შესახებ, რათა საჭირო რაოდენობით საგადასახადო შემოსვლების შეგროვებისას „ჭარბი საგადასახადო ტვირთის“ მინიმიზაცია მოხდეს (იხ.

ამოცანა 12.9 და 12.10). აღსანიშნავია, ასევე, რომ DW გადასახადის განაკვეთის კვადრატის პროპორციულია-ზღვრული ჭარბი საგადასახდო სიმძიმე იზრდება გადასახადის განაკვეთთან ერთად.

ტრანზაქციის დანახარჯები

მართალია, ჩვენი მსჯელობა გადასახადის ზემოქმედების თეორიის მიხედვით წარიმართა, მაგრამ მყიდველებისა და გამყიდველების ფასებს შორის სხვაობის მონაკვეთზე დაფუძნებულ მოდელებს ეკონომიკაში მრავალი სხვა გამოყენებაც აქვთ. ალბათ, ყველაზე მეტად გავრცელებული მათ შორის არის საბაზრო ტრანზაქციის დანახარჯი. ზოგიერთ შემთხვევაში ეს დანახარჯები აშკარაა. მაგალითად, უძრავ ქონებასთან დაკავშირებული ტრანზაქციები ხორციელდება მესამე მხარის-ბროკერის მეშვეობით, რომელიც საფასურს იღებს მყიდველისა და გამყიდველის ერთმანეთთან დაკავშირებისათვის. მსგავსი ტრანზაქციის აშკარა საფასური არსებობს აქციებით და ობლიგაციებით, ნავებით და თვითმფრინავებით, განსაკუთრებით აუქციონზე გასაყიდ პროდუქტით ვაჭრობის შემთხვევაში. ყველა ამ შემთხვევებში, მყიდველები და გამყიდველები მზად არიან გადაუხადონ ცხადი საფასური აგენტს თუ ბროკერს, ვინც გარიგების დადებაში ეხმარებათ. სხვა შემთხვევებში ტრანზაქციის დანახარჯები, შესაძლოა, დიდწილად ფარული იყოს. მაგალითად, ინდივიდი, რომელიც ცდილობს შეიძინოს მეორადი ავტომობილი, მნიშვნელოვან დროს და ენერგიას დახარჯავს სარეკლამო განცხადებების კითხვასა და ავტომობილის შემოწმებაში. ეს ქმედებები შეადგენს ტრანზაქციის ფარულ დანახარჯებს.

მაგალითი 12.7 ჭარბი საგადასახადო ტვირთი

მაგალითში 12.6 ჩვენ გამოვიკვლიეთ მომხმარებლისა და მწარმოებლის ნამეტის დანაკარგი, რომელიც იარსებებს, თუ ავტომობილების გაყიდვა 12,8 მლნ წონასწორულ დონიდან 11 მლნ-მდე შემცირდებოდა. ავტომობილებზე $2640 ის ტოლი (ე.ი. 2,64 ათასი დოლარი) გადასახადის შემოღებით მიიღწეოდა გაყიდვების ასეთი შემცირება, რადგან იგი შექმნიდა მოთხოვნის ფასსა და მიწოდების ფასს შორის სხვაობის იმ მონაკვეთს, რომელიც ადრე განვსაზღვრეთ. რადგან, მაგალითში 12.6 დავუშვით, რომ $e_D = -1,2$ და $e_S = 1,0$ და ავტომობილების შეძენაზე თავდაპირველი დანახარჯები დაახლოებით $126 (მილიარდს) შეადგენდა, მაშინ განტოლება 12.77 თანახმად ავტომობილებზე დაწესებული გადასახადიდან ჭარბი საგადასახადო ტვირთი იქნება

$$DW = -0,5\left(\frac{2,64}{9,87}\right)^2 \cdot \left(\frac{1,2}{2,2}\right) \cdot 126 = 2,46 \qquad \textbf{(12.78)}$$

2,46 მილიარდი დოლარის ეს დანაკარგი დაახლოებით იმდენივეა, რამდენიც მავნე გამონაბოლქვის კონტროლით წარმოქმნილი დანაკარგი, რომელიც ვიანგარიშეთ მა- *(გაგრძელება)*

მაგალითი 12.6 ბაზრის მოსმენა

გალითში 12.6. იგი შეიძლება შევადაროთ მთლიანად ჯამურ გადასახადებს, რომელიც ამ შემთხვევაში არის $29 მილიარდი ($2,640 თითოეულ ავტომობილზე გადამრავლებული გადასახადის დაწესების შემდეგ მიღწეული წონასწორობის პირობებში 11 მილიონ ავტომობილზე). ამრიგად, წმინდა დანაკარგი მთლიანი საგადასახადო შემოსავლების დაახლოებით 8 პროცენტის ტოლია.

ზღვრული საგადასახადო ტვირთი. ავტომობილებზე დაწესებული გადასახადის უმცირესი გაზრდა უფრო მეტ დანახარჯებს იწვევს ჭარბი საგადასახდო ტვირთის მიხედვით. დავუშვათ, მთავრობამ გადაწყვიტა „დაამრგვალოს" გადასახადის სიდიდე და იგი თითოეულ ავტომობილზე $3000-მდე გაზარდოს. ასეთ შემთხვევაში ავტომობილების გაყიდვები დაახლოებით 10,7-მდე (მილიონამდე) შემცირდებოდა. შეგროვებული გადასახადი იქნებოდა $32,1 მილიარდის ტოლი ე.ი. $3,1 მილიარდით მეტი, ვიდრე წინა შემთხვევაში გამოვთვალეთ. განტოლება 12,78 შესაძლებელია გამოვიყენოთ იმის საჩვენებლად, რომ ახლა წმინდა დანაკარგები $3,17 მილიარდის ტოლია, ე.ი. $0,71 მილიარდით მეტი, ვიდრე უფრო დაბალი გადასახადების დროს წარმოქმნილი დანაკარგები. მაშასადამე, დამატებითი წმინდა დანაკარგი დამატებით შეგროვებული საგადასაახდო შემოსავლების დაახლოებით 23%-ს (0,72/3,1) ტოლია. ამგვარად, ზღვრული და საშუალო ჭარბი საგადასახადო ტვირთის გამოთვლები შესაძლოა ერთმანეთისაგან მნიშვნელოვნად განსხვავდებოდეს.

შეკითხვა: შეგიძლიათ ინტუიციურად ახსნათ, რატომ აჭარბებს გადასახადის ზღვრული ტვირთი საშუალო ტვირთს? გადასახადის ზღვრული ტვირთი რა პირობებში იქნება მეტი დამატებით მიღებულ საგადასახდო შემოსავლებზე?

პროდუქტის ერთეულზე ტრანზაქციული დანახარჯების მიხედვით (მაგალითად, როგორიცაა უძრავი ქონება, ფასიანი ქაღალდები და აუქციონის მაგალითები) ჩვენი ზემოთ აღნიშნული დაბეგვრის მაგალითი სრულიად გამოსადეგია. მყიდველებისა და გამყიდველების თვალსაზრისით სულერთია t წარმოადგენს რაოდენობის გადასახადს, თუ ტრანზაქციის საფასურს თითოეულ ერთეულზე, რადგან ბაზარზე საფასურის ზემოქმედების ანალიზი იგივეა. ეს ნიშნავს, რომ საფასური განაწილებულია მყიდველსა და გამყიდველს შორის კონკრეტული ელასტიკურობების შესაბამისად. გაყიდვების მოცულობა ნაკლები იქნება, ვიდრე ასეთი საფასურის არ არსებობის შემთხვევაში იქნებოდა. სხვაგვარი ანალიზი ჩატარდება, თუ ტრანზაქციის დანახარჯები იქნებოდა ფიქსირებული თანხა თითოეულ ტრანზაქციაზე. ასეთ შემთხვევაში ინდივიდები მოინდომებდნენ განხორციელებული ტრანზაქციების რაოდენობის შემცირებას, მაგრამ საფასურის არსებობა გავლენას არ მოახდენდა თავად მოთხოვნა-მიწოდების წონასწორობაზე. მაგალითად, სუპერმარკეტში ავტომობილით გამგზავრების დანახარჯი არის

ძირითადად სურსათის ყიდვაზე ფიქსირებული ტრანზაქცია. ასეთი საფასურის არსებობამ შესაძლოა, მნიშვნელოვანი გავლენა არ მოახდინოს სურსათის ფასებსა ან მოხმარებული პროდუქტის რაოდენობაზე (თუ არ წაახალისებს ადამიანებს, თავად აწარმოონ პროდუქტები). ეს საფასური გამოიწვევს იმას, რომ ადამიანები საყიდლებზე უფრო ნაკლები სიხშირით გაემგზავრებიან, თითოეული გამგზავრების დროს დიდი რაოდენობის პროდუქტს შეიძენენ და საკუთარ სახლებში საკვების უფრო დიდ მარაგებს შექმნიან, ვიდრე ასეთი საფასურის არ არსებობის შემთხვევაში.

ობიექტები ტრანზაქციის ატრიბუტებზე

უფრო ზოგადად, გადასახადები ან ტრანზაქციული დანახარჯები შესაძლოა ტრანზაქციის ზოგიერთ ატრიბუტზე გავლენას ახდენდეს უფრო მეტად, ზოგიერთზე კი ნაკლებად. ჩვენს ფორმალურ მოდელში დავუშვით, რომ ასეთი დანახარჯები ეფუძნება გაყიდული პროდუქტის ფიზიკურ რაოდენობას. დანახარჯების მინიმიზაციის სურვილმა მომხმარებლები და მიმწოდებლები მიიყვანა გაყიდვების რაოდენობის შემცირებამდე. როცა ტრანზაქცია მოიცავს რამდენიმე ასპექტს (მაგალითად, ხარისხი, რისკი ან დრო), გადასახადები ან ტრანზაქციული დანახარჯები შესაძლოა ზემოქმედებდეს რამდენიმე ან ყველა ამ ასპექტზე იმ ზუსტ საფუძველზე დაყრდნობით, რომლის მიხედვითაც დანახარჯებია შეფასებული. მაგალითად, რაოდენობაზე დაწესებულმა გადასახადმა შესაძლოა გამოიწვიოს ფირმების მხრიდან ხარისხის გაუმჯობესება ან ინფორმაციის ტრანზაქციულმა დანახარჯებმა შესაძლოა წაახალისოს ფირმები აწარმოონ უფრო ნაკლებად სარისკო, სტანდარტიზებული პროდუქტი. ამის მსგავსად, ტრანზაქციის ერთეულზე დანახარჯმა (სუპერმარკეტში გამგზავრების დანახარჯმა) შესაძლოა გამოიწვიოს ნაკლები რაოდენობის, მაგრამ უფრო დიდი ტრანზაქციები (და დიდი მარაგების შექმნა). ასეთი სხვადასხვა შენაცვლების არსებობა, ცხადია, დამოკიდებულია ტრანზაქციის კონკრეტულ პირობებზე. მომდევნო თავებში ჩვენ შევისწავლით ტრანზაქციის ატრიბუტების ხარჯებით გამოწვეული ცვლილებების სხვადასხვა მაგალითებს.[14]

საერთაშორისო ვაჭრობა

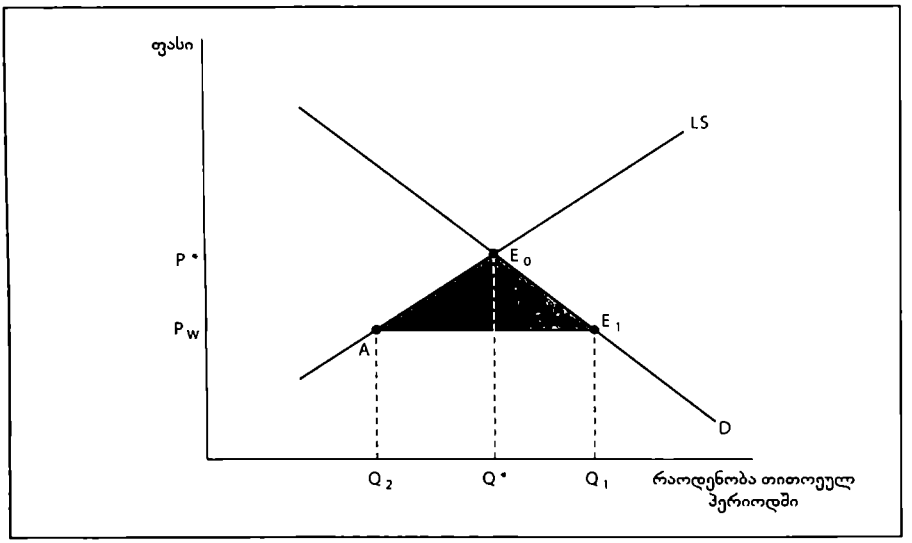
საერთაშორისო ვაჭრობაში პროდუქტს ნაკადების მოძრაობის შეზღუდვებს ისეთივე ეფექტები ახასიათებს, რომლებიც სწორედ ახლა განვიხილეთ გადასახადების შემთხვევაში. თავისუფალი ვაჭრობის შეზღუდვებმა შესაძლოა გამოიწვიოს ორმხრივად სასარგებლო ტრანზაქციების შემცირება და სხვადასხვა მონაწილეებს შორის განსხვა-

14 ანალიზი არ ითვალისწინებს ბროკერებიდან მიღებულ სარგებელს. რამდენადაც ასეთი სერვისი ფასიულია მონაწილეებისათვის, ამ ღირებულების ასახვისათვის მოთხოვნისა და მიწოდების მრუდები გადაადგილდება ზემოთ. ასე, რომ ვაჭრობა შესაძლოა გაფართოვდეს ტრანზაქციის ხელისშემწყობი სერვისების არსებობის შემთხვევაში მიუხედავად იმისა, რომ ასეთი სერვისის დანახარჯები კვლავ ნარმოქმნიან გამყიდველების ფასსა და მყიდველების ფასს შორის არსებულ მონაკვეთს.

ვებული ტრანსფერი. ამგვარად, მოთხოვნის და მიწოდების კონკურენტული მოდელი ხშირად გამოიყენება ამ ეფექტების შესასწავლად.

ნახაზი 12.15 საერთაშორისო ვაჭრობა ბრდის მთლიან კეთილდღეობას

საერთაშორისო ვაჭრობა ამცირებს ფასს P^*-დან P_W-მდე, რომლის დროსაც ადგილობრივი მწარმოებლები მიაწოდებენ Q_2 რაოდენობას და მომხმარებლები ყიდულობენ Q_1 რაოდენობას. იმპორტი არის $Q_1 - Q_2$. დაბალი ფასი იწვევს ტრანსფერს ადგილობრივი მწარმოებლებიდან მომხმარებლებისკენ (ღია ნაცრისფრად დაჩრდილული არეალი) და მომხმარებლის ნამეტის წმინდა მატებას (მუქი ნაცრისფრად დაჩრდილული არეალი)



საჩაგბეი საერთაშორისო ვაჭრობიდან

ნახაზი 12.15 გვიჩვენებს კონკრეტულ პროდუქტზე ადგილობრივი მოთხოვნისა და მიწოდების მრუდებს, მაგალითად, ფეხსაცმელებზე. საერთაშორისო ვაჭრობის არ არსებობის პირობებში ფეხსაცმელების ადგილობრივი წონასწორული ფასი იქნება P^* და რაოდენობა Q^*. მიუხედავად იმისა, რომ ეს წონასწორობა მოიცავს ორმხრივად სასარგებლო ტრანზაქციების მაქსიმალურ რაოდენობას ფეხსაცმელების ადგილობრივ მწარმოებლებსა და მომხმარებლებს შორის, საერთაშორისო ვაჭრობის დაწყება ქმნის სხვა დამატებით შესაძლებლობებს. თუ ფეხსაცმელების მსოფლიო ფასი P_W ნაკლებია არსებულ ადგილობრივ P^* ფასზე, მაშინ საერთაშორისო ვაჭრობის დაწყება გამოიწვევს ფასის შემცირებას მსოფლიო ფასის დონემდე.[15] ფასის ეს შემცირება მოახდენს

15 ამ თემის კლასიკური ანალიზი იხ. Y. Barzel, "An Alternative Approach to the Analysis of Taxation," Journal of Political Economy (December 1976): 1177–97.

მოთხოვნის Q_1-მდე გაზრდას, მაშინ როცა ადგილობრივი მიწოდების რაოდენობა Q_2-მდე შემცირდება. იმპორტირებული ფეხსაცმელების რაოდენობა იქნება $Q_1 - Q_2$. ამგვარად, რასაც ადგილობრივი მიმწოდებლები არ მიაწვდიან მსოფლიო ფასად, ის მიწოდებულია უცხოური წყაროებიდან.

საბაზრო წონასწორობის გადაადგილება E_0-დან E_1-ში იწვევს მომხმარებლის ნამეტის მკვეთრ ზრდას, რომელიც გამოსახულია $P^*E_0E_1P_W$ არეალით. ამ ნაზრდის ერთი ნაწილი ასახავს ტრანსფერს ადგილობრივი ფეხსაცმელების მწარმოებლებიდან ($P^*E_0AP_W$) და მეორე ნაწილი წარმოადგენს კეთილდღეობის უეჭველ მატებას (E_0E_1A). მომხმარებლის ნამეტის ზრდის წყარო ამ შემთხვევაში აშკარაა: ფეხსაცმელებს მომხმარებლები ბაზარზე ყიდულობენ მანამდე არსებულ ფასზე უფრო დაბალ ფასად. როგორც გადასახადების შემთხვევის ანალიზში ვაჩვენეთ, მწარმოებლის ნამეტის დანაკარგი წარმოიქმნება წარმოების იმ ფაქტორიდან, რომელიც გრძელვადიანი მიწოდების მრუდის დადებით დახრილობას განაპირობებს. მაგალითად, თუ ფეხსაცმლის ადგილობრივ ინდუსტრიას ახასიათებს ზრდადი დანახარჯები იმის გამო, რომ ფეხსაცმლის ოსტატების ხელფასები იზრდება დარგში გამოშვების ზრდასთან ერთად, მაშინ საერთაშორისო ვაჭრობის შედეგად გამოშვების Q^*-დან Q_2-მდე შემცირება საპირისპიროდ შეცვლის ვითარებას და გამოიწვევს ფეხსაცმლის ოსტატების ხელფასების შემცირებას.

ტარიფებით დაცვა და საჯაჭვო ჰოლიტიკა

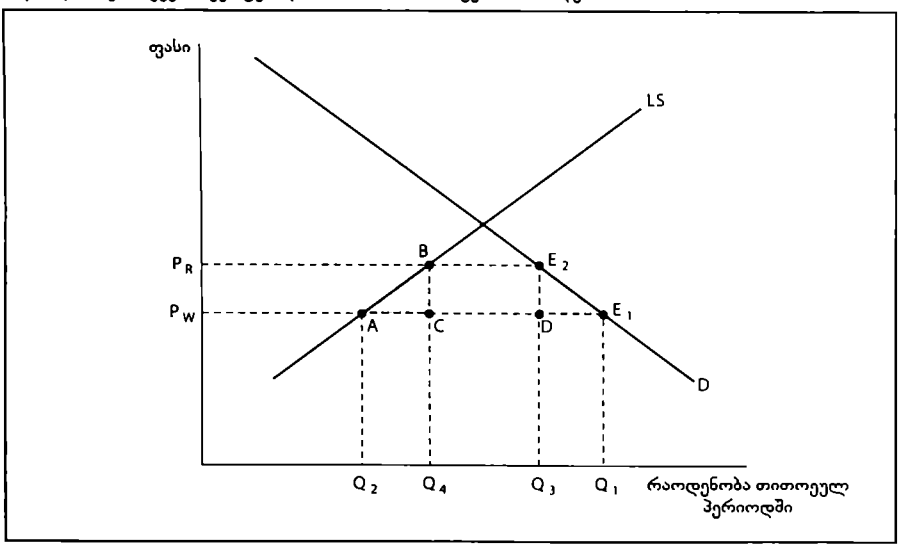
ნაკლებად მოსალოდნელია, რომ ფეხსაცმელების ოსტატებისთვის მისაღები იყოს მათი ხელფასების შემცირება იმპორტის გამო. სანაცვლოდ, ისინი მთავრობას მოთხოვენ იმპორტირებული ფეხსაცმელების ნაკადისაგან დაცვას. მწარმოებლის ნამეტის შემცირება შეეხება შედარებით მცირე რაოდენობის ინდივიდებს, მაშინ, როცა ვაჭრობიდან მომხმარებლის ნამეტის ზრდა განაწილებულია ფეხსაცმელების მრავალ მყიდველს შორის. ფეხსაცმელების მწარმოებლებს, შესაძლოა, იმპორტის წინააღმდეგ ოპოზიციის ორგანიზების უფრო მეტი სტიმული ჰქონდეთ, ვიდრე მომხმარებლებს ექნებოდათ ღია ვაჭრობის შესანარჩუნებლად. ამის შედეგად, შესაძლოა, შემოღებულ იქნეს პროტექციონისტური ღონისძიებები.

ისტორიულად, ყველაზე მნიშვნელოვანი პროტექციონისტური ღონისძიებები იყო ტარიფები - იმპორტირებულ პროდუქტზე გადასახადები. ასეთი გადასახადის ეფექტები ნაჩვენებია ნახაზზე 12. 16. ახლა შედარებას ვიწყებთ თავისუფალი ვაჭრობის შესაბამისი E_1 წონასწორობიდან. ადგილობრივი მყიდველებისათვის ფეხსაცმლის ერთეულზე t-ს ტოლი ტარიფის დაწესება ზრდის ფაქტობრივ ფასს $P_W + t = P_K$-მდე. ფასის აღნიშნული ზრდა იწვევს მოთხოვნილი რაოდენობის Q_1-დან Q_3-მდე შემცირებას, მაშინ როცა ადგილობრივი წარმოება Q_2-დან Q_4-მდე გაიზრდება. ფეხსაცმელების მთლიანი იმპორტი მცირდება $Q_1 - Q_2$-დან $Q_3 - Q_4$-მდე, რადგან ახლა იმპორტირებული ფეხსაცმელის თითოეულ წყვილზე დაწესებულია ტარიფი. ტარიფიდან მიღებული მთლიანი ამონაგები $t(Q_3 - Q_4)$ მოცემულია BE_2DC არეალით.

იმპორტირებულ პროდუქტზე ტარიფის დაწესება წარმოქმნის კეთილდღეობის სხვადასხვა ეფექტებს. მთლიანი სამომხმარებლო ნამეტი $P_R E_2 E_1 P_W$ არეალით მცირდება. როგორც უკვე ვნახეთ, ამ არეალის ნაწილი ტარიფიდან მიღებულ ამონაგებში და ნაწილი ადგილობრივი მიმწოდებლების გაზრდილ ნამეტში ($P_R BAP_W$ არეალი) გადადის. ორი სამკუთხედი – BCA და $E_2 E_1 D$ წარმოადგენს მომხმარებლის ნამეტის დანაკარგს, რომელიც არავის არ მიუღია. ეს არის ტარიფიდან წმინდა დანაკარგი და ნებისმიერი გადასახადის დაწესებით გამოწვეული ჭარბ საგადასახადო ტვირთს შეესაბამება.

ნახაზი 12.16 ტარიფის ეფექტები

t-ს ტოლი ტარიფის დაწესება ზრდის ფასს $P_W + t = P_R$-მდე. ეს წარმოქმნის ტარიფიდან მიღებულ ამონაგებს (BE_1DC არეალი), ტრანსფერს მომხმარებლებიდან მწარმოებლებისკენ ($P_R BAP_W$ არეალი) და წმინდა დანაკარგების აღმნიშვნელ ორ სამკუთხედს (დაჩრდილული). ქვოტების დაწესებას აქვს მსგავსი ეფექტი. ოღონდ ამ შემთხვევაში ქვოტებიდან არანაირი ამონაგები არ მიიღება.



ყველა ეს არეალი შესაძლებელია გაიზომოს, თუ მოიპოვება ადგილობრივი მიწოდების ელასტიკურობისა და იმპორტირებულ პროდუქტზე მოთხოვნის ელასტიკურობის კარგი ემპირიული მონაცემები, როგორც ამას ახლა ვაჩვენებთ.

წმინდა დანაკარგების რაოდენობრივი გამოთვლები

ნახაზზე 12.6 გამოსახული კეთილდღეობის დანაკარგის სამკუთხედების სიდიდის გამოთვლა ადვილად შესაძლებელია. თუ $P_K = (1 + t)P_W$, მაშინ ამ ფასის ზრდით გამოწვეული მოთხოვნილი რაოდენობის პროპორციული ცვლილება მოცემულია შემდეგნაირად

$$\frac{Q_1 - Q_1}{Q_1} = \frac{P_K - P_W}{P_W} \cdot e_D = te_D, \tag{12.79}$$

და E_2E_1D სამკუთხედის არეალი მოცემულია შემდეგი სახით

$$DW_1 = 0{,}5(P_K - P_W)(Q_1 - Q_4) = -0{,}5t^2e_DP_WQ_1. \tag{12.80}$$

ანალოგიურად, BCA სამკუთხედით წარმოდგენილი მომხმარებლის ნამეტის დანაკარგი მოცემულია შემდეგი სახით

$$DW_2 = 0{,}5(P_K - P_W)(Q_4 - Q_2) = 0{,}5t^2e_DP_WQ_2. \tag{12.81}$$

აღსანიშნავია, რომ DW_1-ს და DW_2-ს მნიშვნელობები წარმოადგენს t ტარიფის განაკვეთის ამოზნექილ ფუნქციებს და თითოეული მათგანი დამოკიდებულია მთლიანი ამონაგების საწყის მნიშვნელობაზე. თავდაპირველად, როცა იმპორტი წარმოადგენს ადგილობრივი ბაზრის დიდ ნაწილს და როცა e_D და e_S ერთნაირი სიდიდისაა (აბსოლუტური მნიშვნელობებით), მაშინ ზოგადად DW_1 ორ წმინდა დანაკარგზე მეტია. ეს დანაკარგები შესაძლოა მეტი იყოს მწარმოებლების მიერ მიღებულ მთლიან ტრანსფერთან შედარებით (P_KBAP_W არეალი), რაც შესაბამისად იწვევს წარმოქმნილ სარგებელის სიდიდესთან შედარებით ზოგიერთი ტარიფის „დანახარჯების" უფრო მეტად ზრდას.

საჯაჭვო პროტექციონიზმის სხვა სახეობები

ვაჭრობის შეზღუდვის მრავალი სხვა სახეობა შესაძლებელია ვაჩვენოთ ნახაზზე 12.16 ჩვენს მიერ უკვე აღწერილი ტარიფის მოდელის მეშვეობით. ქვოტას, რომელიც ზღუდავს იმპორტს $Q_3 - Q_4$-მდე, ექნება აღნიშნულ ნახაზზე წარმოდგენილი მსგავსი ეფექტი: საბაზრო ფასი P_K-მდე გაიზრდება, წარმოიქმნება მომხმარებლებიდან ადგილობრივი მწარმოებლებისთვის გადაცემული მნიშვნელოვანი ტრანსფერი (P_KBAP_W) და ადგილი ექნება BCA და E_2E_1D სამკუთხედებით გამოსახულ წმინდა დანაკარგებს. თუმცა, ქვოტის შემთხვევაში არ იარსებებს მთავრობის მიერ მიღებული რაიმე შემოსავალი ე.ი. მომხმარებლის ნამეტის BE_2DC არეალით გამოსახული დანაკარგი სადმე უნდა აისახოს. იგი, შესაძლოა, მიიღოს საიმპორტო ლიცენზიების მფლობელმა ან უცხოელმა

მწარმოებელმა იმის მიხედვით, თუ როგორია ლიცენზიის გაცემის წესი. არარაოდენობრივი შეზღუდვები, მაგალითად, ინსპექტირება და ტესტირების მოთხოვნები, ასევე, წარმოქმნიან დანახარჯებს და შეფერხებებს, რაც შესაძლებელია განვიხილოთ, როგორც იმპორტზე „ფარული“ ტარიფები. შესაძლებელია ნახაზის 12.16 ადვილად ადაპტირება, რათა ვაჩვენოთ ამ სავაჭრო შეზღუდვების ეფექტები.

12.8 ვაჭრობის ტარიფები

საერთაშორისო სავაჭრო პოლიტიკის ეს სხვადასხვა ასპექტები შესაძლებელია ვაჩვენოთ ჩვენი ავტომობილების ბაზრის გამარტივებული მოდელის მეშვეობით. ადრე აღვნიშნეთ, რომ თუ მოთხოვნის ფუნქციაა

$$Q_D = 200P^{-1,2} \qquad \textbf{(12.82)}$$

და მიწოდების ფუნქციაა

$$Q_S = 1,3p, \qquad \textbf{(12.83)}$$

მაშინ ადგილობრივი ბაზრის გრძელვადიანი წონასწორობა იქნება

$$P^* = 9,87,$$
$$Q^* = 12,8. \qquad \textbf{(12.84)}$$

ავტომობილები მსოფლიო ფასად (9 ათას დოლარად) ხელმისაწვდომი რომ ყოფილიყო, მაშინ მოთხოვნა $Q_D = 14,3$-მდე გაიზრდებოდა და ადგილობრივი მიწოდება $Q_S = 11,7$-მდე შემცირდებოდა. იმპორტი 2,6 (მილიონ) ავტომობილს შეადგენდა. როგორც ნაჩვენებია ნახაზზე 12.15, მომხმარებლები მიიღებდნენ მნიშვნელოვან სარგებელს იმპორტიდან (მომხმარებლების ნამეტი გაიზრდებოდა დაახლოებით 11,8 მილიარდ დოლარამდე). თუმცა, სარგებელის მნიშვნელოვანი ნაწილი (10,7 მილიარდი) იქნებოდა მომხმარებლებიდან მწარმოებლებისადმი გადაცემული ტრანსფერი.

ტარიფის ეფექტები. თუ ადგილობრივი მწარმოებლების ზეწოლა აიძულებს მთავრობას დააწესოს, მაგალითად $500-ის ტოლი ტარიფი, მაშინ ავტომობილების მსოფლიო ფასი 9,5 ათას დოლარამდე გაიზრდება, მოთხოვნილი რაოდენობა 13,4-მდე შემცირდება და ადგილობრივი მიწოდება 12,4-მდე გაიზრდება. იმპორტი 1,0 მილიონ ავტომობილამდე შემცირდება. ამ ცვლილებების კეთილდღეობის ეფექტები შესაძლებელია გამოვთვალოთ პირდაპირ ან დაახლოებით განტოლებების 12.80 და 12.81 მეშვეობით. DW_1-ის პირდაპირი გამოთვლის შედაგად ვიღებთ[16]

16 ჩვენს ანალიზში ვუშვებთ, რომ მსოფლიო ბაზარზე ეს ქვეყანა არის ფასის მიმღები და შეუძლია იმპორტის სასურველი რაოდენობის ყიდვა P_W-ზე გავლენის მოხდენის გარეშე. იმპორტზე დადებითი დახრილობის მქონე მიწოდების მრუდის ანალიზისთვის იხ. ამოცანა 12.11.

$$DW_1 = 0,5(0,5)(14,3 - 13,4) = 0,225. \quad \textbf{(12.85)}$$

DW_2-ის გამოთვლით გვექნება

$$DW_2 = 0,5(0,5)(12,4 - 11,7) = 0,175. \quad \textbf{(12.86)}$$

მაშასადამე, ტარიფიდან მთლიანი წმინდა დანაკარგი (0,4 მილიარდი დოლარი) დაახლოებით ტარიფიდან მიღებული მთლიანი ამონაგების (0,5 მილიარდი დოლარი) ტოლია.

ქვოტის ეფექტები. ავტომობილებზე 1 მილიონის ტოლი ქვოტის დაწესებას ექნებოდა $500-ის ტოლი ტარიფის დაწესების მსგავსი ეფექტები. წონასწორული ფასი $500-ით გაიზრდებოდა და წარმოიქმნებოდა მომხმარებლებიდან ადგილობრივი მწარმოებლებისთვის გადაცემული დიდი ტრანსფერი. $0,4 მილიარდის ტოლი წმინდა დანაკარგებიც იგივე იქნებოდა. თუმცა, ახლა არ იარსებებდა ტარიფიდან მიღებული ამონაგები. მომხმარებლების ნამეტის $0,5 მილიარდის ტოლი დანაკარგი ტრანსფერის სახით გადაეცემოდა ნებისმიერს, ვინც მიიღებდა ავტომობილების იმპორტირების უფლებას. რადგან ავტომობილის იმპორტირების უფლება $500 ღირს, სავარაუდოდ, იარსებებდა ასეთი უფლების მიღების დიდი ინტერესი.

შეკითხვა: რა არის ტარიფის ან ქვოტის შედეგად მომხმარებლებიდან მწარმოებლისთვის გადაცემული მთლიანი ტრანსფერი ამ ამოცანაში? საბოლოოდ ვინ მიიღებდა ამ ტრანსფერს?

შეჯამება

ამ თავში ჩამოვაყალიბეთ ერთ კონკურენტულ ბაზარზე წონასწორული ფასის განსაზღვრის დეტალური მოდელი. ეს მოდელი პირველად სრულოფილად აღწერილ იქნა ალფრედ მარშალის მიერ მეცხრამეტე საუკუნის მეორე ნახევარში. იგი მიკროეკონომიკის კომპონენტებიდან ერთადერთ ყველაზე უფრო მნიშვნელოვან კომპონენტად რჩება. ჩვენს მიერ განხილული ამ მოდელის ზოგიერთი ნიშან-თვისება შესაძლებელია ჩამოვთვალოთ შემდეგნაირად:

- მოკლევადიან პერიოდში წონასწორული ფასი განისაზღვრება იმით, თუ რა ფასის გადახდა სურთ მომხმარებლებს (მოთხოვნა) და რა პროდუქტის წარმოება სურთ არსებულ ფირმებს (მიწოდება). შესაბამისი გადაწყვეტილებების მიღებისას მომხმარებლები და მიმწოდებლები მოქმედებენ როგორც ფასის მიმღებები.
- გრძელვადიან პერიოდში ფირმათა რიცხვი შესაძლოა იცვლებოდეს მოგების მიღების

შესაძლებლობების მიხედვით. თუ ბაზარზე შესვლა თავისუფალია, მაშინ გრძელვადიან პერიოდში ფირმები მიიღებენ ნულოვან მოგებას. რადგან ფირმები, ამავე დროს, მაქსიმალურ მოგებას იღებენ, ამიტომ გრძელვადიანი წონასწორობის პირობა არის $P = MC = AC$.

- გრძელვადიანი მიწოდების მრუდის ფორმა დამოკიდებულია იმაზე, თუ რა გავლენას ახდენს ბაზარზე ახალი ფირმების შესვლა საწარმოო ფაქტორების ფასებზე. თუ შესვლას არანაირი გავლენა არ აქვს საწარმოო ფაქტორის ფასზე, მაშინ გრძელვადიანი მიწოდების მრუდი იქნება ჰორიზონტალური (უსასრულოდ ელასტიკური). თუ შესვლა იწვევს საწარმოო ფაქტორის ფასის გაზრდას, მაშინ გრძელვადიან მიწოდების მრუდს ექნება დადებითი დახრილობა.
- თუ გძელვადიანი პერიოდის წონასწორობის ცვლილებები საწარმოო ფაქტორების ფასებზე ახდენს გავლენას, მაშინ იგი გავლენას მოახდენს ამ ფაქტორის მიმწოდებლების კეთილდღეობაზე. კეთილდღეობის ეს ცვლილებები შესაძლებელია გავზომოთ გრძელვადიანი პერიოდის მწარმოებელთა ნამეტით.
- მომხმარებლისა და მწარმოებლის ნამეტის წყვილი კონცეფციები კარგი საშუალებაა ბაზრის მონაწილეებზე სხვადასხვა ეკონომიკური ცვლილებების კეთილდღეობის ეფექტების შესაფასებლად. მომხმარებლის ნამეტის ცვლილებები წარმოადგენს მომხმარებლის სარგელიანობის ცვლილებების ფულად ღირებულებას. მწარმოებლის ნამეტის არსი წარმოადგენს საწარმოო ფაქტორებიდან მიღებული ფულადი უკუგების ცვლილებებს.
- კონკურენტული მოდელის გამოყენება შესაძლებელია სხვადასხვა ეკონომიკური პოლიტიკის გავლენის შესასაწვლად. მაგალითად, იგი შესაძლებელია გამოვიყენოთ ფასების კონტროლთან დაკავშირებული დანაკარგებისა და ტრანსფერების საჩვენებლად.
- კონკურენტული მოდელი ასევე შეიძლება გამოვიყენოთ დაბეგვრის შესასწავლად. იგი აჩვენებს გადასახადის ზეგავლენას (ვის ეკისრება გადასახადის სიმძიმე ფაქტიურად) და დაბეგვრასთან დაკავშირებულ კეთილდღეობის დანაკარგებს (ჭარბი ტვირთი). ანალოგიური დასკვნების გაკეთება შეიძლება, თუ კონკურენტულ მოდელს გამოვიყენებთ ტრანზაქციული დანახარჯების შესასწავლად.
- კონკურენტული მოდელის მეშვეობით საერთაშორისო სავაჭრო ურთიერთობების შესწავლა მის ბოლო მნიშვნელოვან გამოყენებას წარმოადგენს. მოდელს შეუძლია დაგვეხმაროს, დავადგინოთ საერთაშორისო ვაჭრობით მოგებულები და დაზარალებულები. მისი გამოყენება შესაძლებელია სავაჭრო შეზღუდვების შედეგების შესასწავლად.

ამოცანები

12.1

დავუშვათ, სრულყოფილად კონკურენტულ დარგში არის 10 იდენტური ფირმა. თითოეულ ფირმას აქვს შემდეგი ფორმის მოკლევადიანი მთლიანი დანახარჯების ფუნქცია

$$C(q) = \frac{1}{300}q^3 + 0{,}2q^2 + 4q + 10.$$

ა. გამოთვალეთ q-თვის ფირმის მოკლევადიანი მიწოდების მრუდი როგორც P საბაზრო ფასის ფუნქცია.

ბ. დავუშვათ, არ არსებობს დარგში ფირმების დანახარჯებს შორის ურთიერთკავშირის ეფექტი. გამოთვალეთ დარგის მოკლევადიანი მიწოდების მრუდი.

გ. დავუშვათ, საბაზრო მოთხოვნა მოცემულია ფორმულით $Q = -200P + 8000$. რა იქნება მოკლევადიანი წონასწორობის ფასი-რაოდენობის კომბინაცია?

12.2

დავუშვათ, 1000 იდენტური ფირმა ბრილიანტებს აწარმოებს. თითოეული ფირმის მთლიანი დანახარჯების ფუნქცია არის

$$C(q, w) = q^2 + wq,$$

სადაც, q არის ფირმის გამოშვების დონე და w არის ბრილიანტების მომპოვებლების ხელფასის განაკვეთი.

ა. თუ $w = 10$, რა იქნება ფირმის მოკლევადიანი მიწოდების მრუდი? დარგის მიწოდების მრუდი? რამდენი ბრილიანტი იწარმოება თითოეულზე, თუ ფასი 20-ის ტოლია? რამდენით მეტი ბრილიანტი იწარმოება, თუ ფასი 21-ის ტოლია?

ბ. დავუშვათ, ბრილიანტების მომპოვებლების ხელფასის განაკვეთი დამოკიდებულია წარმოებული ბრილიანტების მთლიან რაოდენობაზე და ეს დამოკიდებულება გამოსახულია შემდეგნაირად

$$w = 0{,}002,$$

სადაც Q აღნიშნავს დარგის გამოშვებას, რომელიც ტიპური ფირმის გამოშვებაზე 1000-ჯერ მეტია.

მოცემულ შემთხვევისთვის აჩვენეთ, რომ ფირმის ზღვრული დანახარჯების (და მოკლევადიანი მიწოდების) მრუდი დამოკიდებულია Q-ზე. რა იქნება დარგის მიწოდების მრუდი? რამდენი იწარმოება, თუ ფასი 20-ის ტოლია? რამდენით მეტი იწარმოება, თუ ფასი 21-ის ტოლია? როგორია თქვენი დასკვნა მოკლევადიანი მიწოდების მრუდის ფორმის შესახებ?

12.3

სრულყოფილი კონკურენციის ბაზარზე არის 1000 ფირმა. უახლოეს მოკლევადიან პერიოდში თითოეულ ფირმას აქვს ფიქსირებული 100 ერთეული გამოშვება. საბაზრო მოთხოვნის მრუდი მოცემულია შემდეგნაირად

$$Q = 160{,}000 - 10{,}000P.$$

ა. გამოთვალეთ წონასწორული ფასი ძალიან მოკლევადიან პერიოდში.

ბ. გაიანგარიშეთ დარგის ნებისმიერი ფირმისათვის მოთხოვნის მრუდის სკალა.

გ. რა იქნება წონასწორული ფასი, თუ ერთერთი გამყიდველი გადაწყვეტს არ გაყიდოს არაფერი ან გაყიდოს 20 ერთეული?

დ. საწყისი წონასწორობის წერტილში, გაიანგარიშეთ თითოეული ფირმისათვის მოთხოვნის მრუდის ელასტიკურობა და დარგში მოთხოვნის მრუდის ელასტიკურობა.

დავუშვათ, მოკლევადიან პერიოდში, თითოეული ფირმას აქვს მიწოდების მრუდი, რომელიც გვიჩვენებს ფირმის მიერ მიწოდებულ რაოდენობას (q_i) როგორც საბაზრო ფასის ფუნქციას. ამ მიწოდების მრუდის სპეციფიკური ფორმა მოცემულია შემდეგნაირად

$$q_i = -200 + 50P.$$

გამოიყენეთ მოკლევადიანი მიწოდების ეს საპასუხო ქმედება და გაეცით შესწორებული პასუხები ა)-დ) კითხვებზე.

12.4

დავუშვათ, არსებობს სრულყოფილი კონკურენციის დარგში ბევრი პოტენციური შემსვლელი ფირმა. თითოეულ ფირმას აქვს იდენტური დანახარჯების სტრუქტურა და გრძელვადიანი საშუალო დანახარჯის მინიმუმი მიიღწევა 20 ერთეული ($q_i = 20$) პროდუქტის გამოშვებისას. ერთეულზე მინიმალური საშუალო დანახარჯი არის $10. მთლიანი საბაზრო მოთხოვნა მოცემულია განტოლებით

$$Q = 1{,}500 - 50P.$$

ა. როგორი არის დარგის გრძელვადიანი მიწოდების სკალა?

ბ. რა არის გრძელვადიანი წონასწორობის ფასი (P^*) ? რა არის დარგის მთლიანი გამოშვება (Q^*)? თითოეული ფირმის გამოშვება (q^*)? ფირმათა რაოდენობა? თითოეული ფირმის მოგება?

გ. თითოეული ფირმის გრძელვადიანი წონასწორული გამოშვების შესაბამისი მოკლევადიანი მთლიანი დანახარჯის ფუნქცია მოცემულია განტოლებით

$$C(q) = 0{,}5q^2 - 10q + 200.$$

გამოთვალეთ მოკლევადიანი საშუალო და ზღვრული დანახარჯების ფუნქციები. გამოშვების რა დონისთვის აღწევს მოკლევადიანი საშუალო დანახარჯი მინიმუმს?

დ. გამოთვალეთ მოკლევადიანი მიწოდების ფუნქცია თითოეული ფირმისთვის და დარგის მოკლევადიანი მიწოდების ფუნქცია.

ე. დავუშვათ, საბაზრო მოთხოვნის მრუდი გადაადგილდება ზემოთ და იგი შემდეგი სახისაა $Q = 2,000 - 50P$. გამოიყენეთ ეს ახალი მოთხოვნის მრუდი და უპასუხეთ (ბ) ნაწილის კითხვებს ძალიან მოკლევადიანი პერიოდისათვის, როცა ფირმებს არ შეუძლიათ გამოშვების რაოდენობის შეცვლა.

ვ. გამოიყენეთ დარგის მოკლევადიანი მიწოდების ფუნქცია და თავიდან გამოთვალეთ (ბ) ნაწილის პასუხები მოკლევადიანი პერიოდისთვის.

ვ. როგორია ახალი გრძელვადიანი წონასწორობა დარგში?

12.5

დავუშვათ, მოთხოვნის მრუდი საყრდენებზე მოცემულია ფორმულით

$$Q = 1,500 - 50P.$$

და კონკურენტულ დარგში გრძელვადიანი მთლიანი დანახარჯები თითოეული ფირმისათვის არის

$$C(q) = 0,5q^2 - 10q.$$

საყრდენების შესაქმნელად საჭირო მეწარმეობის უნარი შეზღუდულია. მეწარმეობის უნარის მიწოდების მრუდი მოცემულია შემდეგნაირად

$$Q_S = 0,25w$$

სადაც w არის გადახდილი წლიური ხელფასი.

დავუშვათ, საყრდენების დამამზადებელ თითოეულ ფირმას ჭირდება ერთი (და მხოლოდ ერთი) მეწარმე (ე.ი. დაქირავებული მეწარმეების რაოდენობა ფირმების რაოდენობის ტოლია). გრძელვადიანი მთლიანი დანახარჯები თითოეული ფირმისათვის მოცემულია შემდეგი სახით

$$C(q, w) = 0,5q^2 - 10q + w.$$

ა. რამდენია წარმოებული საყრდენების გრძელვადიანი წონასწორული რაოდენობა? თითოეული ფირმის მიერ რამდენი საყრდენი იწარმოება? რა არის საყრდენების გრძელვადიანი წონასწორული ფასი? რამდენი ფირმა იქნება ბაზარზე? რამდენ მეწარმეს დაიქირავებენ და რა იქნება მათი ხელფასი?

ბ. დავუშვათ, საყრდენებზე მოთხოვნა ზემოთ შემდეგნაირად გადაადგილდება

$$Q = 2,428 - 50P.$$

როგორ უპასუხებდით ამ შემთხვევაში (ა) ნაწილში დასმულ შეკითხვებს?

გ. რადგან საყრდენების მკეთებელი მეწარმეები მიზეზია იმისა, რომ ამ ამოცანაში გრძელავდიანი მიწოდების მრუდი არის დადებითი დახრილობის, ამიტომ ისინი მიიღებენ დარგის გამოშვების გაზრდით წარმოქნილ მთლიან რენტას. გამოთვალეთ გაზრდილი რენტის სხვაობა ა) და ბ) ნაწილებს შორის. აჩვენეთ, რომ მისი ღირებულება საყრდენების მიწოდების მრუდის გასწვრივ გამოთვლილი გრძელვადიანი მწარმოებლის ნამეტის ცვლილების ტოლია.

12.6

დავუშვათ, ხელნაკეთი საბურნუთე ყუთების დარგი 100 იდენტური ფირმისაგან შედგება. თითოეულს გააჩნია შემდეგი მოკლევადიანი მთლიანი დანახარჯი

$$STC = 0,5q^2 + 10q + 5$$

და მოკლევადიანი ზღვრული დანახარჯი

$$SMC = q + 10,$$

სადაც q წარმოადგენს ერთ დღეში წარმოებული საბურნუთე ყუთების გამოშვებას.

ა. რა არის მოკლევადიანი მიწოდების მრუდი საბურნუთე ყუთების დამამზადებელი თითოეული ფირმისათვის? რა არის მოკლევადიანი მიწოდების მრუდი მთლიანად ბაზრისათვის?

ბ. დავუშვათ, საბურნუთე ყუთებზე მოთხოვნის მრუდი მოცემულია შემდეგი სახით

$$Q = 1,100 - 50P.$$

რა იქნება წონასწორობა ამ ბაზარზე? თითოეული ფირმის მთლიანი მოკლევადიანი მოგება?

გ. მოცემულ შემთხვევაში ააგეთ საბაზრო წონასწორობის გრაფიკი და გამოთვალეთ მოკლევადიან პერიოდში მთლიანი მწარმოებლის ნამეტი.

დ. აჩვენეთ, რომ (გ) ნაწილში გამოთვლილი მთლიანი მწარმოებლის ნამეტი დარგის მოგების და დარგის მოკლევადიანი ფიქსირებული დანახარჯების ჯამის ტოლია.

ე. დავუშვათ, მთავრობამ საბურნუთე ყუთებზე $3 გადასახადი დააწესა. როგორ შეცვლიდა ეს გადასახადი საბაზრო წონაწორობას?

ვ. როგორ განაწილდებოდა ამ გადასახდის სიმძიმე საბურნუთე ყუთების მყიდველებსა და გამყიდველებს შორის?

ზ. გამოთვალეთ საბურნუთე ყუთებზე გადასახადის დაწესების შედეგად მწარმოებლის ნამეტის მთლიანი დანაკარგი. აჩვენეთ, რომ ეს დანაკარგი საბურნუთე ყუ-

თების ინდუსტრიის მთლიანი მოკლევადიანი მოგების ტოლია. რატომ არ მონაწილეობს ფიქსირებული დანახარჯები მოკლევადიან პერიოდში მწარმოებლის ნამეტის ცვლილებების გამოთვლაში?

12.7

სრულყოფილად კონკურენტული ვიდეოფილმების ასლების დამამზადებელი ინდუსტრია შედგება მრავალი ფირმისაგან, რომელსაც შეუძლია დაამზადოს დღეში ხუთი ვიდეოფილმის ასლი ერთეულზე $10-ის ტოლი საშუალო დანახარჯით. თითოეულმა ფირმამ ფილმების სტუდიას ასევე უნდა გადაუხადოს სალიცენზიო გადასახადი. ერთეულ ფილმზე სალიცენზიო მოსაკრებლის განაკვეთი (r) წარმოადგენს დარგის მთლიანი გამოშვების (Q) ზრდად ფუნქციას:

$$r = 0{,}002Q.$$

მოთხოვნა მოცემულია შემდეგი სახით

$$Q = 1{,}050 - 50P.$$

ა. დავუშვათ, დარგი იმყოფება გრძელვადიან წონასწორობაში. რა იქნება ფილმების ასლების წონასწორული ფასი და რაოდენობა? რამდენი ფირმაა ბაზარზე? რამდენია ერთ ფილმზე სალიცენზიო მოსაკრებლის განაკვეთი?

ბ. დავუშვათ, მოთხოვნა ფილმების ასლებზე გაიზარდა და იგი გახდა

$$Q = 1{,}600 - 50P.$$

ამ შემთხვევაში, განსაზღვრეთ ფილმების ასლების წონასწორული ფასი და რაოდენობა? რამდენი ფირმა იქნება ბაზარზე? რა იქნება ერთ ფილმზე სალიცენზიო მოსაკრებლის განაკვეთი?

გ. ააგეთ ვიდეოფილმების ასლების ბაზრის მოცემული გრძელვადიანი წონასწორობის ნახაზი და გამოთვალეთ მწარმოებლის ნამეტის ზრდა (ა) და (ბ) ნაწილებში აღწერილ სიტუაციებს შორის.

დ. აჩვენეთ, რომ მწარმოებლის ნამეტის ზრდა სალიცენზიო გადასახადის ზრდის ტოლია, რომელიც გადაიხდება Q-ს (ბ) ნაწილში აღნიშნული დონიდან (გ) ნაწილში აღნიშნულ დონემდე გაზრდის გამო.

ე. დავუშვათ, მთავრობამ ასლების დამამზადებელ ინდუსტრიაში თითოეულ ვიდეოფილმზე $5,50 გადასახადი დააწესა. დავუშვათ, რომ ვიდეოფილმების ასლებზე მოთხოვნა არის იგივე, რაც მოცემულია (ა) ნაწილში. როგორ შეცვლიდა ეს გადასახადი საბაზრო წონაწორობას?

ვ. როგორ განაწილდებოდა ამ გადასახადის სიმძიმე მომხმარებლებსა და მწარმოებლებს შორის? როგორია მომხმარებლისა და მწარმოებლის ნამეტის დანაკარგი?

ზ. აჩვენეთ, რომ ამ გადასახადის შედეგად მწარმოებლის ნამეტის დანაკარგი მთლიანად ფილმების სტუდიის დანაკარგს წარმოადგენს. ახსენით ინტუიციურად თქვენი პასუხი.

12.8

ადგილობრივი მოთხოვნა პორტატულ რადიოებზე მოცემულია შემდეგი სახით

$$Q = 5{,}000 - 100P,$$

სადაც ფასი (P) გამოსახულია დოლარებში და რაოდენობა Q გამოსახავს ათას რადიოს წელიწადში. რადიოების ადგილობრივი მიწოდების მრუდი მოცემულია შემდეგი სახით

$$Q = 150P.$$

ა. როგორია პორტატული რადიოების ადგილობრივ ბაზარზე წონასწორობა?

ბ. დავუშვათ, პორტატული რადიოების იმპორტირება შესაძლებელია თითოეულ რადიოზე $10-ის ტოლ მსოფლიო ფასად. ვაჭრობა რომ შეუზღუდავი იყოს, რა იქნებოდა ბაზრის ახალი წონასწორობა? რამდენი პორტატული რადიო იქნებოდა იმპორტირებული?

გ. თუ პორტატული რადიოების ადგილობრივი მწარმოებლები წარმატებით მიაღწევენ იმას, რომ $5 გადასახადი დაწესდება, როგორ შეიცვლება საბაზრო წონასწორობა? რამდენია ტარიფით მიღებული შემოსავალი? ტრანსფერის სახით რა რაოდენობის მომხმარებლის ნამეტი გადაეცემა ადგილობრივ მწარმოებლებს? რამდენია ტარიფით გამოწვეული წმინდა დანაკარგი?

დ. როგორ შეიცვლება (გ) ნაწილში მიღებული შედეგები, თუ მთავრობა მიაღწევდა შეთანხმებას უცხოელ მიმწოდებლებთან, „ნებაყოფლობით“ შეეზღუდათ მათ მიერ ექსპორტირებული პორტატული რადიოების რაოდენობა წელიწადში 1250000-მდე? ახსენით, რითი განსხვავდება ეს შემთხვევა ტარიფების შემთხვევისაგან.

ანალიტიკური ამოცანები

12.9 ღირებულებითი გადასახადი

ამ თავში გადასახადების ანალიზის დროს განვიხილეთ პროდუქტის ერთეულზე გადასახადი. ეს არის ბაზარზე გაყიდულ პროდუქტის ერთეულზე დაწესებული ფიქსირებული თანხა. მსგავსი ანალიზი სამართლიანია ღირებულების მიხედვით გადასახადის შემთხვევაში. ადვალური გადასახადი არის გადასახადი ტრანზაქციის ღირებულებაზე (რაოდენობრივად იგივეა, რაც ფასის პროპორციული გადასახადი). დავუშვათ, მოცემულია ადვალური გადასახადის t განაკვეთი (5%-ის ტოლი გადასახადისთვის $t = 0{,}05$). სხვაობა მომხმარებლების მიერ გადახდილ ფასსა და მიმწოდებლების მიერ მიღებულ ფასს შორის არის $P_D = (1 + t)P_S$.

ა. აჩვენეთ, რომ ღირებულებითი გადასახადის შემთხვევაში გვექნება

$$\frac{d\ln P_D}{dt} = \frac{e_s}{e_s - e_D} \quad \text{ან} \quad \frac{d\ln Ps}{dt} = \frac{e_D}{e_S - e_D}$$

ბ. აჩვენეთ, რომ მცირე გადასახადის ჭარბი ტვირთი/სიმძიმე არის

$$DW = -0{,}5\frac{e_S e_D}{e_S - e_D} t^2 P_o Q_o.$$

გ. შეადარეთ ეს შედეგები პროდუქტის ერთეულზე გადასახადის დაწესების შედეგებს, რომელიც ამ თავში განვიხილეთ.

12.10 რამსეის ფორმულა ოპტიმალური დაბეგვრისთვის

საუკუნეების განმავლობაში ოპტიმალური გადასახადების პოლიტიკის შემუშავება სახარო ფინანსების მთავარ საკითხს წარმოადგენს.[18] შესაძლოა, ოპტიმალური გადასახადების თეორიაში ყველაზე ცნობილი შედეგები ეკუთვნის ინგლისელ ეკონომისტს ფრენკ რამსეის. მან შექმნა მინიმალური წმინდა დანაკარგებით მოცემული რაოდენობის საგადასახადო შემოსავლების მიღების მიზნით საგადასახადო სისტემის მოწყობის კონცეფცია.[19] უფრო კონკრეტულად, დავუშვათ, რომ n რაოდენობის პროდუქტი (x_i პროდუქტით p_i ფასით) უნდა დაიბეგროს სამართლიანი გადასახადით (იხ. ამოცანა 12.9), რომლის განაკვეთები მოცემულია შემდეგნაირად $t_i (i = 1, n)$. მაშასადამე, მთლიანი საგადასახდო შემოსავლები მოცემულია ფორმულით $T = \sum_{i=1}^{n} t_i p_i x_i$. რამსეის პრობლემა მდგომარეობს შემდეგში: ფიქსირებული T-თვის უნდა შეირჩეს ისეთი საგადასახადო განაკვეთი, რომელიც მთლიან წმინდა დანაკარგების $DW = \sum_{i=1}^{n} DW(t_i)$ მინიმიზაციას ახდენს.

ა. ლაგრანჟის მულტიპლიკატორის მეთოდის გამოყენებით აჩვენეთ, რომ რამსეის პრობლემის გადასაწყვეტად საჭიროა $t_i = \lambda(1/e_S - 1/e_D)$, სადაც λ არის ლაგრანჟის მულტიპლიკატორი საგადასახადო შეზღუდვისთვის.

ბ. ინტუიციურად განმარტეთ რამსეის შედეგები.

გ. აღწერეთ ოპტიმალური დაბეგვრის საკითხისადმი რამსეის მიდგომის ნაკლოვანებები.

12.11 საერთაშორისო ვაჭრობა დიდი ქვეყნის შემთხვევაში

ტარიფების შესახებ ჩვენს მიერ ჩატარებულ ანალიზში ვგულისხმობდით, რომ მოცემული ქვეყნის შემთხვევაში იმპორტზე არსებობდა სრულიად ელასტიკური მიწოდების მრუდი. ახლა დავუშვათ, რომ მოცემული ქვეყნის შემთხვევაში იმპორტზე არსებობს

18 მე-17 საუკუნეში საფრანგეთის ფინანსთა მინისტრმა ჟან-ბაპტისტ კოლბერმა გამოთქვა ეს პრობლემა ღირსშესანიშნავი ნინადადებით - „დაბეგვრის ხელოვნება წარმოადგენს ბატის გაპუტვას ისე, რომ ბუმბულის მაქსიმალური რაოდენობა ყოყინის უმცირესი რაოდენობით მივიღოთ".

19 იხ. F. Ramsey, "A Contribution to the Theory of Taxation," Economic Journal (March 1927): 47–61.

დადებითი დახრილობის მიწოდების მრუდი.

ა. ნახაზზე აჩვენეთ, როგორ განისაზღვრება იმპორტის დონე.

ბ. გამოიყენეთ თქვენი ნახაზი (ა) ნაწილიდან და აჩვენეთ ტარიფის ეფექტი.

გ. ყურადღებით განსაზღვრეთ (ბ) ნაწილში აღწერილი ტარიფის შედეგად მომხარებლისა და მწარმოებლის ნამეტის ცვლილებების წყაროები.

დ. აჩვენეთ, რომ ტარიფით გამოწვეული წმინდა დანაკარგები ამ შემთხვევაში დამოკიდებულია იქნება მოთხოვნის ელასტიკურობაზე, ასევე, ადგილობრივი და იმპორტირებული პროდუქტის მიწოდების ელასტიკურობებზე.

დამატებითი საკითხავი

Arnott, R. "Time for Revision on Rent Control?" Journal of Economic Perspectives (Winter 1995): 99–120.

წარმოდგენილია რენტის კონტროლის „რბილი" პოლიტიკის შეფასება და დასაბუთება.

deMelo, J., and D. G. Tarr. "The Welfare Costs of U.S. Quotas in Textiles, Steel, and Autos." Review of Economics and Statistics (August 1990): 489–97.

ზოგადი წონასწორობის კონტექსტში ქვოტის საკითხის კარგი გამოკვლევა. ცხადყოფს, რომ შესწავლილ ქვოტებს აქვს იგივე რაოდენობრივი ეფექტები, რაც 20%-იან სატარიფო განაკვეთებს.

Knight, F. H. Risk, Uncertainty and Profit. Boston: Houghton Mifflin, 1921, chaps. 5 and 6.

გრძელვადიან პერიოდში დარგის მოტივირებისთვის ეკონომიკური მოვლენების რიცხის კლასიკური სახით წარმოდგენა.

Marshall, A. Principles of Economics, 8th ed. New York: Crowell-Collier and Macmillan, 1920, book 5, chaps. 1, 2, and 3.

მოთხოვნა-მიწოდების მექანიზმის კლასიკური სახით ჩამოყალიბება.

Mas-Colell, A., M. D. Whinston, and J. R. Green. Microeconomic Theory. New York: Oxford University Press, 1995, chap. 10.

წარმოადგენს კომპაქტურ ანალიზს მაღალი დონის თეორიულ სიზუსტით. წარმოდგენილია იმ სიტუაციების კარგი განხილვა, როცა კონკურენტული ბაზრები ვერ აღწევენ წონასწორობას.

Reynolds, L. G. "Cut-Throat Competition." American Economic Review 30 (December 1940): 736–47.

დარგში „ზედმეტად ბევრი" კონკურენციის არსებობის დებულების კრიტიკა.

Robinson, J. "What Is Perfect Competition?" Quarterly Journal of Economics 49 (1934): 104–20.

სრულყოფილი კონკურენციის დებულებების კრიტიკული განხილვა.

Salanie, B. The Economics of Taxation. Cambridge, MA: MIT Press, 2003.

წარმოადგენს დაბეგვრის მრავალი საკითხის კომპაქტურ შესწავლას. აღწერს გადასახადის ზემოქმედების რაოდენიმე მარტივ მოდელს და წარმოადგენს დაბეგვრის ზოგადი წონასწორობის ზოგიერთი მოდელს.

Stigler, G. J. "Perfect Competition, Historically Contemplated." Journal of Political Economy 65 (1957): 1–17.

კონკურენციის მოდელის ისტორიული წარმოშობის შესანიშნავი განხილვა.

Varian, H. R. Microeconomic Analysis, 3rd ed. New York: W. W. Norton, 1992, chap. 13.

ამ თავში წარმოდგენილი მრავალი საკითხის მოკლე, მაგრამ შესასწავლად გამოსადეგი გადმოცემა. ხაზგასმულია ბაზარზე შესვლის მნიშვნელობა, თუმცა გრძელვადიანი მიწოდების მრუდის არსი ბუნდოვანია.

დანართები

მოთხოვნის აგრეგირება (გაერთიანება) და გამოთვლა

თავის 4-დან 6-ს ჩათვლით ვაჩვენეთ, რომ სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის დებულება გულისხმობს ინდივიდუალური მოთხოვნის ფუნქციის რამდენიმე თვისებას:

- ფუნქცია არის უწყვეტი;
- ფუნქცია ყველა ფასისა და შემოსავლის დროს არის ჰომოგენური ნულოვანი ხარისხის მაჩვენებლით;
- შემოსავლით კომპენსირებული შენაცვლების ეფექტები არის უარყოფითი;
- ჯვარედინი საფასო შენაცვლების ეფექტები არის სიმეტრიული.

ამ დამატებაში შევისწავლით, თუ რამდენად ახასიათებს აღნიშნული თვისებები აგრეგირებულ საბაზრო მოთხოვნის ფუნქციას და რა შეზღუდვები უნდა დაწესდეს (საერთოდ თუ უნდა დაწესდეს) ასეთი ფუნქციისათვის. დამატებით ვაჩვენებთ სხვა საკითხებს, რომლებიც ჩნდება აგრეგირებულ საბაზრო მოთხოვნის ფუნქციის გამოთვლისას და, ასევე, წარმოვადგენთ მოცემულ გამოთვლების ზოგიერთ შედეგს.

E12.1 უწყვეტობა

ინდივიდუალური მოთხოვნის ფუნქციის უწყვეტობა ერთმნიშვნელოვნად გულისხმობს საბაზრო მოთხოვნის ფუნქციის უწყვეტობას, მაგრამ შესაძლებელია არსებობდეს შემთხვევები, როცა საბაზრო მოთხოვნის ფუნქციები უწყვეტია, ხოლო ინდივიდუალური მოთხოვნის ფუნქციები-არა. წარმოიდგინეთ შემთხვევა, პროდუქტი, მაგალითად ავტომობილები, უნდა ვიყიდოთ დიდი დისკრეტული ერთეულების სახით. ამ შემთხვევაში ინდივიდუალური მოთხოვნა არ იქნება უწყვეტი, მაგარმ ბევრი ადამიანის გაერთიანებული მოთხოვნა (დაახლოებით) უწყვეტია.

E12.2 ჰომოგენურობა და შემოსავლის აგრეგირება (გაერთიანება)

რადგან თითოეული ინდივიდუალური მოთხოვნის ფუნქცია ჰომოგენურია ნულოვანი ხარისხით ყველა ფასისა და შემოსავლებისთვის, საბაზრო მოთხოვნის ფუნქციებიც ჰომოგენურია ნულოვანი ხარისხით ყველა ფასისა და ინდივიდუალური შემოსავლებისთვის. თუმცა, აუცილებლი არ არის საბაზრო მოთხოვნის ფუნქციები იყოს ჰომოგენური ნულოვანი ხარისხით ყველა ფასისა და მთლიანი შემოსავლისთვის.

წარმოვადგინოთ, როდის არის მოთხოვნის ფუნქცია დამოკიდებული მხოლოდ მთლიან შემოსავალზე. დავუშვათ, i ინდივიდის მოთხოვნა X-ზე მოცემულია შემდეგი სახით

$$x_i = a_i(P) + b(P)y_i, \quad i = 1, n, \qquad \text{(i)}$$

სადაც P არის ყველა საბაზრო ფასის ვექტორი, $a_i(P)$ არის ინდივიდუალური სპეციფიკური ფასის ეფექტების ნაკრები და $b(P)y_i$ არის დახარჯვისადმი ზღვრული მიდრეკილების ფუნქცია, რომელიც ყველა ინდივიდისათვის ერთნაირია (თუმცა, ამ პარამეტრის მნიშვნელობები შესაძლოა დამოკიდებული იყოს საბაზრო ფასებზე). ასეთ შემთხვევაში საბაზრო მოთხოვნის ფუნქცია დამოკიდებულია P-სა და მთლიან შემოსავალზე

$$\Upsilon = \sum_{i=1}^{n} y_i. \qquad \text{(ii)}$$

ეს გვიჩვენებს, რომ საბაზრო მოთხოვნა ასახავს ერთი „ტიპური“ ინდივიდუალური მომხმარებლის ქცევას. გორმანი (1959) მიუთითებს, რომ ეს არის მოთხოვნის ფუნქციის ყველაზე ზოგადი ფორმა, რომლითაც შესაძლებელია ამ ტიპური მომხმარებელის წარმოდგენა.

E12.3 ჯჯარჯინი ტიპობის შეზღუდვები

დავუშვათ, ტიპური ინდივიდი ყიდულობს k საგნებს და თითოეულ მათგანზე დანახარჯები მოცემულია შემდეგი სახით

$$p_j x_j = \sum_{i=1}^{k} a_{ij} p_i + b_j y, j = 1, k. \qquad \text{(iii)}$$

თუ დანახარჯები მოცემულ k საგნებზე ამოწურავს მთლიან შემოსავლებს ანუ

$$\sum_{i=1}^{k} p_j x_j = y, \qquad \text{(iv)}$$

მაშინ ყველა საგნის შემთხვევაში შეჯამებით მივიღებთ, რომ

$$\sum_{i=1}^{k} a_{ij} = 0 \text{ ყველა } i\text{-თვის} \qquad \text{(v)}$$

ასევე, თითოეული პიროვნებისთვის მივიღებთ, რომ

$$\sum_{i=1}^{k} b_j = 1. \qquad \text{(vi)}$$

ეს ნიშნავს, რომ მკვლევარებს ზოგადად დამოუკიდებლად არ შეუძლიათ გამოთვალონ დანახარჯების ფუნქციები k საგნებზე. არამედ, მხედველობაშია მისაღები სხვადასხვა პროდუქტზე დანახარჯების ფუნქციებს შორის ურთიერთკავშირები.

E12.4 ჯკონომეტრიკული პრაქტიკა

ეკონომეტრიკოსების რეალურ პრაქტიკულ საქმიანობაში ამ თეორიული პრობლემების ასახვის ხარისხი მნიშვნელოვნად განსხვავებულია. ყველაზე უფრო მარტივი შემთხვევისთვის iii განტოლების მსგავსი განტოლება შესაძლებელია პირდაპირ გამოვთვალოთ ჩვეულებრივი უმცირეს კვადრატთა (OLS) მეთოდით და მცირეოდენი ყურადღება დავუთმოთ იმ შემთხვევებს, როცა თეორიული დაშვებები ირღვევა. ამ განტოლებიდან სხვადასხვა ელასტიკურობების გამოთვლა პირდაპირ შესაძლებელია, თუმცა, რადგან გამოყენებულია წრფივი ფორმა, ისინი p_i-ის ან y-ის ცვლილებისას უცვლელი ვერ იქნება. iii განტოლების ფორმულირება მუდმივი ელასტიკურობის შემთხვევაში არის

ცხრილი 12.3 მოთხოვნის საფასო და შემოსავლის მიხედვით ელასტიკურობების მაგალითები

	საფასო ელასტიკურობა	შემოსავლის მიხედვით ელასტიკურობა
საკვები	− 0.21	+ 0.28
სამედიცინო მომსახურება	− 0.18	+ 0.22
საცხოვრებელი		
დაქირავება	− 0.18	+ 1.00
მფლობელობა	− 1.20	+ 1.20

ელექტროენერგია	− 1.14	+ 0.61
ავტომობილები	− 1.20	+ 3.00
საწვავი	− 0.55	+ 1.60
ლუდი	− 0.26	+ 0.38
ღვინო	− 0.88	+ 0.97
მარიხუანა	− 1.50	0.00
სიგარეტი	− 0.35	+ 0.50
აბორტები	− 0.81	+ 0.79
ტრანსატლანტიკური მგზავრობა თვითმფრინავით	− 1.30	+ 1.40
იმპორტი	− 0.58	+ 2.73
ფული	− 0.40	+ 1.00

წყაროები: Food: H. Wold and L. Jureen, Demand Analysis (New York: John Wiley & Sons, 1953): 203. Medical services: income elasticity from R. Andersen and L. Benham, "Factors Affecting the Relationship between Family Income and Medical Care Consumption," in Herbert Klarman, Ed., Empirical Studies in Health Economics (Baltimore: Johns Hopkins University Press, 1970); price elasticity from W. C. Manning et al., "Health Insurance and the Demand for Medical Care: Evidence from a Randomized Experiment," American Economic Review (June 1987): 251–77. Housing: income elasticities from F. de Leeuw, "The Demand for Housing," Review for Economics and Statistics (February 1971); price elasticities from H. S. Houthakker and L. D. Taylor, Consumer Demand in the United States (Cambridge, MA: Harvard University Press, 1970): 166–67. Electricity: R. F. Halvorsen, "Residential Demand for Electricity," unpublished Ph.D. dissertation, Harvard University, December 1972. Automobiles: Gregory C. Chow, Demand for Automobiles in the United States (Amsterdam: North Holland, 1957). Gasoline: C. Dahl, "Gasoline Demand Survey," Energy Journal 7 (1986): 67–82. Beer and wine: J. A. Johnson, E. H. Oksanen, M. R. Veall, and D. Fritz, "Short-Run and Long-Run Elasticities for Canadian Consumption of Alcoholic Beverages," Review of Economics and Statistics (February 1992): 64–74. Marijuana: T. C. Misket and F. Vakil, "Some Estimate of Price and Expenditure Elasticities among UCLA Students," Review of Economics and Statistics (November 1972): 474–75. Cigarettes: F. Chalemaker, "Rational Addictive Behavior and Cigarette Smoking," Journal of Political Economy (August 1991): 722–42. Abortions: M. H. Medoff, "An Economic Analysis of the Demand for Abortions," Economic Inquiry (April 1988): 253–59. Transatlantic air travel· J. M. Cigliano, "Price and Income Elasticities for Airline Travel," Business Economics (September 1980): 17–21. Imports: M. D. Chinn, "Beware of Econometricians Bearing Estimates," Journal of Policy Analysis and Management (Fall 1991): 546–67. Money: D. L. Hoffman and R. H. Rasche, "Long-Run Income and Interest Elasticities of Money Demand in the United States," Review of Economics and Statistics (November 1991): 665–74.
NOTE: Price elasticity refers to interest rate elasticity.

$$\ln(p_j x_j) = \sum_{i=1}^{k} a_{ij} \ln(p_i) + b_j \ln y, j = 1,k, \quad \text{(vii)}$$

სადაც ფასი და შემოსავლის ელასტიკურობები პირდაპირ მოცემულია, როგორც

$$\begin{aligned} e_{x_j,p_j} &= a_{ij} - 1, \\ e_{x_j,p_j} &= a_{ij} \quad (i \neq j), \\ e_{x_j,y} &= b_j. \end{aligned} \quad \text{(viii)}$$

თუმცა, უნდა შევნიშნოთ, რომ აქ ყურადღება არ არის გამახვილებული გაერთიანებული შემოსავლის გამოყენებით ან შესაძლო ჯვარედინი განტოლების შეზღუდვის პირობების უგულვებელყოფით წარმოქმნილ შეცდომებზე, როგორც ეს მოცემულია განტოლებებში v და vi. ასევე, დამატებითი შეზღუდვები მოქმედებს თითოეული მოთხოვნის ფუნქციის ჰომოგენურობის გამო $(\sum_{i=1}^{k} a_{ij} + b_j = -1)$. თუმცა, ეს შეზღუდვებიც ხშირად უგულვებელყო-

ფილია მარტივი ეკონომეტრიკული გამოთვლების დროს.

გაერთიანებული მოთხოვნის განტოლებების უფრო კომპლექსური კვლევებით ცდილობენ დაძლიაონ ეს პრობლემები, გაითვალისწინონ პოტენციური შემოსავლის განაწილების ეფექტები და გამოთვალონ მოთხოვნის განტოლებათა მთელი სისტემები. თეილი (Theil) (1971, 1975) გვთავაზობს კარგ შესავალს ზოგიერთ გამოყენებულ პროცედურებში.

ეკონომეტრიკული შედეგები

ცხრილი 12.3 გვიჩვენებს საფასო და შემოსავლის მიხედვით ელასტიკურობების ზოგიერთ ეკონომეტრიკულ გამოთვლებს, რომლებიც აღებულია სხვადასხვა წყაროებიდან. უნდა განვიხილოთ ამ გამოთვლების პირველწყაროები, რათა განისაზღვროს, ავტორების მიერ ზემოთ აღნიშნულ თეორიულ პრობლემებს რამდენად დიდი ყურადღება აქვს დათმობილი. ზოგადად, ეს გამოთვლები საკმაოდ კარგად შეესაბამება ინტუიციას-მაგალითად, ტრანსატლანტიკური მგზავრობის ავიაბილეთის საფასო ელასტიკურობა მაღალია, ვიდრე მოთხოვნა სამედიცინო მომსახურებაზე. შესაძლოა, ოდნავ მოულოდნელია მაღალი საფასო და შემოსავლის მიხედვით ელასტიკურობები საცხოვრებლებზე, რომლებშიც მესაკუთრეები ცხოვრობენ, რადგან საცხოვრებელი ადგილი ყოველდღიურ საუბრებში ხშირად განიხილება, როგორც აუცილებლობა. ავტომობილებზე შემოსავლის მიხედვით მოთხოვნის ძალიან მაღალი ელასტიკურობა შესაძლებელია ასახავდეს მოთხოვნილ რაოდენობასაც და ხარისხსაც. მაგრამ იგი ნამდვილად გვიჩვენებს, თუ რატომ არის მეტად მგრძნობიარე ავტომობილების ინდუსტრია ბიზნესის ციკლების მიმართ.

ლიტერატურა

Gorman, W. M. "Separable Utility and Aggregation." *Econometrica* (November 1959): 469–81.

Theil, H. *Principles of Econometrics*. New York: John Wiley& Sons, 1971, pp. 326–46.

———. *Theory and Measurement of Consumer Demand*, vol. 1. Amsterdam: North-Holland, 1975, chaps. 5 and 6.



13

ზოგადი წონასწორობა და კეთილდღეობა

სრულყოფილი კონკურენციის ნაწილობრივი წონასწორობის მოდელები, რომლებიც თავში 12 იყო წარმოდგენილი, აშკარად შეუსაბამოა ყველა იმ ეფექტების აღსაწერად, რომლებიც წარმოიქმნება მაშინ, როცა ერთ ბაზარზე მიმდინარე ცვლილებებს სხვა ბაზრებზე აქვთ გავლენა. ისინი ასევე, შეუსაბამოა კეთილდღეობაზე ზოგადი დასკვნების გამოსატანად, თუ რამდენად კარგად ფუნქციონირებს საბაზრო ეკონომიკა. ამის ნაცვლად ნამდვილად საჭიროა ეკონომიკური მოდელი, რომელიც ერთდროულად ბევრი ბაზრის დანახვის საშუალებას მოგვცემს. ამ თავში ასეთი მოდელების რამდენიმე მარტივ ვერსიას ჩამოვაყალიბებთ. თავის დამატებები გვიჩვენებს, თუ როგორ გამოიყენება ზოგადი წონასწორობის მოდელები რეალურ ვითარებაში.

სრულყოფილად კონკურენტული ფასის სისტემა

მოდელი, რომელსაც ამ თავში ჩამოვაყალიბებთ, ძირითადად არის თავში 12 წარმოდგენილი მიწოდება-მოთხოვნის მექანიზმის ახსნა. დაშვებულია, რომ ყველა ბაზარი თავში 12 აღწერილი ბაზარის მსგავსია და ასეთი ბაზრების ერთობლიობას ვუწოდებთ სრულყოფილად კონკურენტული ფასის სისტემას. იგულისხმება, რომ ამ მარტივ ეკონომიკაში არსებობს ჰომოგენური (ერთგვარი) პროდუქტის დიდი რაოდენობა. პროდუქტების ამ სიაში მხოლოდ სამომხმარებლო პროდუქტი არ შედის, არამედ იგი მოიცავს საწარმოო ფაქტორებსაც. თითოეულ ამ პროდუქტს აქვს წონასწორული ფასი, რომელიც ჩამოყალიბებულია მიწოდების და მოთხოვნის მოქმედების შედეგად.[1] ფასების ამ ერთობლიობის დროს თითოეული ბაზარი წონასწორებაშია იმ გაგებით, რომ მწარმოებლებს სურთ მიაწოდონ ის რაოდენობა, რაც მოთხოვნილია და მომხმარებლები მოითხოვენ იმ რაოდენობას, რაც მიწოდებულია. ასევე ვუშვებთ, რომ არ არსებობს ტრანზაქციის ან ტრანსპორტირების დანახარჯები და ორივე მხარეს – ინდივიდებს და ფირმებს ბაზარზე არსებული ფასების შესახებ სრული ცოდნა გააჩნიათ.

1 ბაზრების ამ ურთიერთქმედების ერთ ასპექტს დასანყისშივე ნათელი უნდა მოეფინოს. სრულად კონკურენტული ბაზარი განსაზღვრავს მხოლოდ ფარდობით (და არა აბსოლუტურ) ფასებს. ამ თავში ვსაუბრობთ მხოლოდ ფარდობითი ფასების შესახებ. მნიშვნელობა არ აქვს, ფასები ვაშლსა და ფორთოხალზე იქნება შესაბამისად, $0.10 და $0.20, თუ $10 და $20. ორივე შემთხვევაში მნიშვნელოვანია ის, რომ ბაზარზე ორი ვაშლი შესაძლებელია გაიცვალოს ერთ ფორთოხალზე.

ერთი ფასის კანონი

რადგან ვგულისხმობთ ტრანზაქციის ნულოვან დანახარჯებს და სრულყოფილ ინფორმაციას, თითოეული პროდუქტი ექვემდებარება ერთი ფასის კანონს: ჰომოგენური პროდუქტი იყიდება ერთი და იგივე ფასად იმისგან დამოუკიდებლად, თუ ვინ ყიდულობს ან რომელი ფირმა ყიდის მას. თუ ერთი პროდუქტი გაიყიდებოდა ორ სხვადასხვა ფასად, მაშინ მომხმარებლები შეიძენდნენ პროდუქტს იქ, სადაც ის იაფად იყიდებოდა, ხოლო ფირმები შეეცდებოდნენ გაეყიდათ მთლიანი პროდუქტი იქ, სადაც იგი შედარებით ძვირი ღირდა. ეს ქმედებები თავის მხრივ გამოიწვევდა პროდუქტის ფასის გათანაბრების ტენდენციას. აქედან გამომდინარე, სრულყოფილად კონკურენტულ ბაზარზე თითოეულ პროდუქტს მხოლოდ ერთი ფასი უნდა ჰქონდეს. სწორედ ამის გამო ჩვენ შეგვიძლია ეჭვის გარეშე ვისაუბროთ პროდუქტის ფასის შესახებ.

დაშვებები ქცევის შესახებ

სრულყოფილად კონკურენტული ბაზრის მოდელი გულისხმობს, რომ ადამიანები და ფირმები ფასებზე სპეციფიკურად რეაგირებენ.

1. დაშვებულია, რომ ადამიანთა დიდი რაოდენობა ყიდულობს ერთ პროდუქტს. თითოეული ინდივიდი ყველა ფასს იღებს, როგორც მოცემულს და იქცევა ისე, რომ მოცემული ფასების და საბიუჯეტო შეზღუდვის პირობებში სარგებლიანობის მაქსიმიზაციას მიაღწიოს. შესაძლოა, ადამიანები იყვნენ საწარმოო ფაქტორების მიმწოდებლები (მაგალითად, შრომის) და ასეთი გადაწყვეტილებების დროსაც ისინი ფასებს განიხილავენ როგორც მოცემულს.[2]
2. დაშვებულია, რომ ფირმათა დიდი რაოდენობა აწარმოებს თითოეულ პროდუქტს და თითოეული ფირმა პროდუქტის მთლიანი გამოშვების მხოლოდ მცირე ნაწილს აწარმოებს. იგულისხმება, რომ წარმოების ფაქტორების შერჩევისა და გამოშვების რაოდენობის შესახებ გადაწყვეტილებების მიღებისას ფირმები ფუნქციონირებენ ისე, რომ მოახდინონ მოგების მაქსიმიზაცია. მოგების მაქსიმიზაციის შესაბამისი გადაწყვეტილებების მიღებისას ფირმები განიხილავენ ფასებს როგორც მოცემულს.

ეს სხვადასხვა დაშვებები ნაცნობია, რადგან ისინი აქამდეც განიხილებოდა ამ წიგნში. ამჟამად, ჩვენი მიზანია ვაჩვენოთ, როგორ ფუნქციონირებს მთლიანი ეკონომიკური სისტემა, როცა ყველა ბაზარი ფუნქციონირებს ამ დაშვებების მიხედვით.

2 რადგან ერთი ფასი წარმოადგენს ხელფასს, ამიტომ შესაბამისი საბიუჯეტო შეზღუდვა რეალურად იქნება დროითი შეზღუდვა. განსხილველად იხ. თავი 16.

ზოგადი წონასწორობის მარტივი ბრაფიკული მოდელი ორი პროდუქტით

ანალიზი დავიწყოთ ზოგადი წონასწორობის მარტივი გრაფიკული მოდელით, რომელშიც წარმოდგენილია მხოლოდ ორ პროდუქტი. ისინი აღვნიშნოთ x-ით და y-ით. მოცემული მოდელი ძალიან გამოსადეგია, იმიტომ რომ იგი შეიცავს ეკონომიკის ზოგადი წონასწორობის ბევრად უფრო რთული მოდელის მრავალ ნიშანს.

ზოგადი წონასწორობის მოთხოვნა

საბოლოოდ ეკონომიკაში მოთხოვნის სახე განისაზღვრება ინდივიდების პრეფერენციებით. ჩვენი მარტივი მოდელისთვის ვუშვებთ, რომ ინდივიდებს აქვთ იდენტური პრეფერენციები, რომელიც შესაძლებელია გამოიხატოს განურჩევლობის მრუდთა რუკით[3]. ეს რუკა განსაზღვრულია ორი პროდუქტის – x-ის და y-ის რაოდენობების მიხედვით. ჩვენი მიზნებისთვის ასეთი მიდგომის სარგებლობა გამოიხატება იმით, რომ განურჩევლობის მრუდთა რუკა (რომელიც თავებში 3-6 გამოყენებული რუკის იდენტურია) გვიჩვენებს ინდივიდების მიერ ორი პროდუქტის შემცველი სამომხმარებლო კალათების რანჟირებას. ეს რანჟირება ზუსტად წარმოადგენს იმას, რასაც ზოგადი წონასწორობის კონტექსტში „მოთხოვნაში" ვგულისხმობთ. რა თქმა უნდა, თუ არ გვეცოდინება მომხმარებლების საბიუჯეტო შეზღუდვები, არ შეგვეძლება რეალურად ვაჩვენოთ, რომელი სამომხმარებლო კალათა იქნება არჩეული. რადგან შემოსავალი მიიღება საწარმოო პროცესისთვის ინდივიდების მიერ შრომის, კაპიტალის და სხვა რესურსების მიწოდებით, ამიტომ ეს ჩვენება უნდა გადავდოთ მანამდე, სანამ მოდელში არ განვიხილავთ საწარმოო ძალებს და მიწოდებას.

ზოგადი წონასწორობის მიწოდება

ორი პროდუქტის შემთხვევაში ამ მოდელში ზოგადი წონასწორობის მიწოდების ცნების ჩამოყალიბება გარკვეულ წილად უფრო რთული პროცესია, ვიდრე ბაზრის მოთხოვნის აღწერა, რადგან აქამდე არ განხილულა წარმოება და მიწოდება ორი პროდუქტისთვის ერთდროულად. ჩვენი მიდგომაა, ამ მიზნისთვის გამოვიყენოთ უკვე ნაცნობი საწარმოო შესაძლებლობების მრუდი (იხ. თავი 1). მრუდის აგების მეთოდის დეტალური განხილვის მეშვეობით შესაძლებელია ამ კონსტრუქციის გამოყენება იმის შესასწავლად, თუ როგორ არის დაკავშირებული ერთმანეთთან წარმოებული პროდუქტის და საწარმოო ფაქტორების ბაზრები.

---

3 გარკვეული ტექნიკური პრობლემები არსებობს, როცა ერთი ინდიფერენტულობის მრუდის რუკა გამოიყენება ინდივიდების მთელი ადგილობრივი თემის პრეფერენციების გამოსახატავად. ამ შემთხვევაში შენაცვლების ზღვრული ნორმა (ე.ი. მთელი ადგილობრივი თემის განურჩევლობის მრუდის დახრილობა) დამოკიდებულია იმაზე, ინდივიდებს შორის როგორ არის განაწილებული ხელმისაწვდომი პროდუქტები. y-ის მთლიანი რაოდენობის ზრდა, რომელიც საჭიროა x-ის ერთი ერთეულით შემცირების საკომპენსაციოდ, დამოკიდებული იქნება იმაზე, თუ რომელმა კონკრეტულმა ინდივიდმა(ინდივიდებმა) გაიღო x. ამ საკითხს აქ დეტალურად არ განვიხილავთ, თუმცა, იგი ფართოდ არის გაშუქებული საერთაშორისო ვაჭრობის შესახებ ლიტერატურაში.

ეჯვორთის ყუთის დიაგრამა წარმოებისათვის

საწარმოო შესაძლებლობების მრუდის აგება ორი წარმოებული პროდუქტისთვის (x და y) იწყება დაშვებით, რომ ამ ორი პროდუქტის წარმოებისათვის გამოყოფილი კაპიტალისა და შრომის რაოდენობა ფიქსირებულია. ამ საწარმოო ფაქტორების შესაძლო განაწილებები შესაძლებელია ვაჩვენოთ ეჯვორთის ყუთის დიაგრამით, რომლის განზომილებებია არსებული კაპიტალისა და შრომის მთლიანი რაოდენობები.

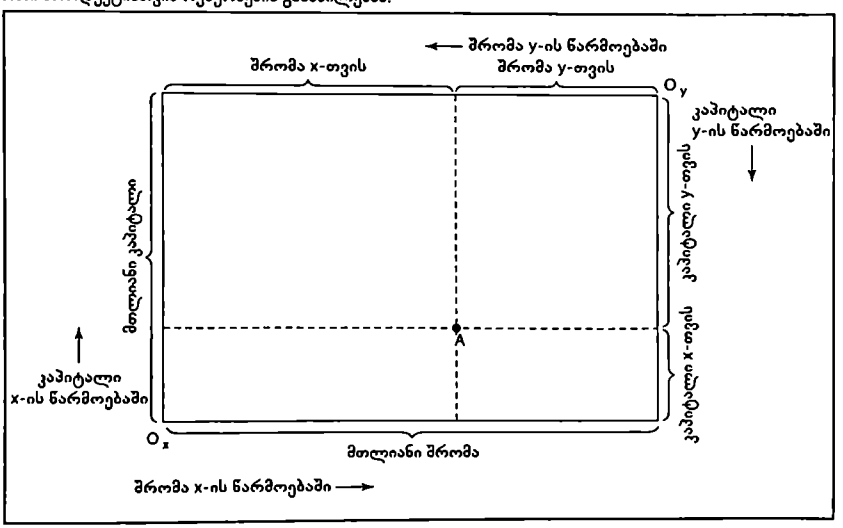
ნახაზზე 13.1 ყუთის სიგრძე გვიჩვენებს მთლიან შრომა-საათებს და ყუთის სიმაღლე გვიჩვენებს მთლიან კაპიტალ-საათებს. ყუთის ქვედა მარცხენა კუთხე აღნიშნავს „სათავეს“ x პროდუქტის წარმოებისათვის საჭირო კაპიტალისა და შრომის გასაზომად. ყუთის ზედა მარჯვენა კუთხე აღნიშნავს „სათავეს“ y პროდუქტის საწარმოებლად საჭირო რესურსებისათვის.

ეფექტიანი განაწილება (აღოკაცია)

ნახაზზე 13.1 ნაჩვენები მრავალი განაწილება ტექნიკურად არაეფექტიანია იმ აზრით, რომ შესაძლებელია უფრო მეტი x-სა და y-ის წარმოება კაპიტალისა და შრომის მცირედი ცვლილებით. ჩვენს მოდელში მივიჩნევთ, რომ კონკურენტულ ბაზრებს არ ახ-

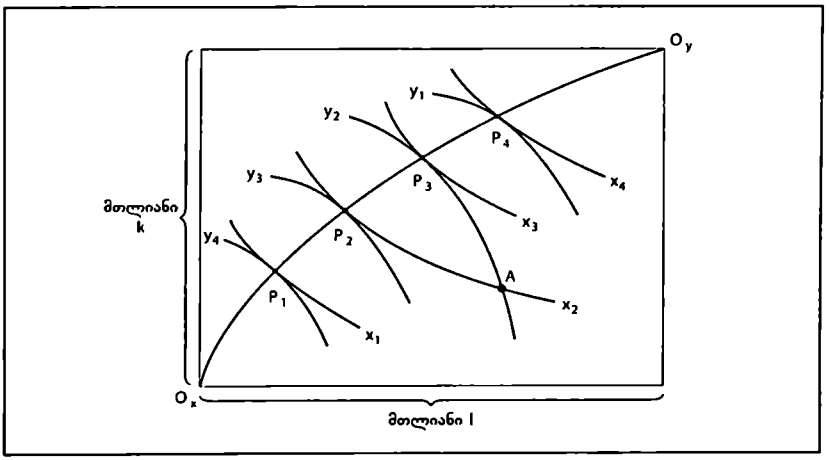
ნახაზი 13.1 ეჯვორთის ყუთის დიაგრამის აგება წარმოებისათვის

ამ დიაგრამის განზომილებები წარმოდგენილია არსებული შრომისა და კაპიტალის მთლიანი რაოდენობებით. ფაქტორების რაოდენობა, რომელიც განკუთვნილია x-ის წარმოებისათვის, გადაზომილია O_x სათავიდან. ფაქტორების რაოდენობა, რომელიც განკუთვნილია y-ს წარმოებისათვის, გადაზომილია O_y სათავიდან. ყუთში ნებისმიერი წერტილი წარმოადგენს არსებული ფაქტორების სრული გამოყენებით ორი პროდუქტისთვის რესურსების განაწილებას.



ნახაზი 13.2 ეჯვორთის ყუთის დიაგრამა წარმოების ეფექტიანობისათვის

ნახაზზე 13.1 დიაგრამა ამატებს იზოკვანტებს x-ს და y-თვის. ის გვიჩვენებს ორი პროდუქტის გამოშვებებს შორის k-ს და l-ის ფიქსირებული რაოდენობების განაწილების ტექნიკურად ეფექტიან გზებს. O_x-ს და O_y-ის შემაერთებელი ხაზი არის ამ ეფექტიანი წერტილების ერთობლიობა. ამ ხაზის გასწვრივ RTS (l-ის k-სთვის) x პროდუქტის წარმოებაში ტოლია RTS-ის y პროდუქტის წარმოებაში.



ასიათებს საწარმოო ფაქტორების მსგავსი არაეფექტიანი არჩევანი (რასაც გარკვეული მიზეზების გამო მოგვიანებით უფრო დეტალურად გამოვიკვლევთ ამ თავში).

გვსურს ვიპოვოთ ეფექტიანი განაწილებები ნახაზზე 13.1, რადგან ისინი ამ მოდელში გვიჩვენებენ წარმოების ფაქტობრივ შედეგებს. ამისათვის პროდუქტებისთვის შემოვიტანთ იზოქვანტების რუკებს x-ს (O_x-ს ვიყენებთ სათავედ) და y-ს (O_y-ს ვიყენებთ სათავედ), როგორც ეს ნაჩვენებია ნახაზზე 13.2. ნახაზიდან ჩანს, რომ შემთხვევით შერჩეული A განაწილება არაეფექტიანია. შრომისა და კაპიტალის ახალი გადანაწილებით შესაძლებელია x_2-ზე მეტი x-ის და y_2-ზე მეტი y-ის წარმოება.

ნახაზზე 13.2 ეფექტიანი განაწილებებია P_1, P_2, P_3 და P_4, სადაც იზოკვანტები ერთმანეთს ეხებიან. ყუთის ნებისმიერ სხვა წერტილში ორი პროდუქტის იზოკვანტები ერთმანეთს გადაკვეთენ და ამ შემთხვევებშიც შეგვიძლია ვაჩვენოთ არაეფექტიანობა, როგორც ეს გავაკეთეთ A წერტილის შემთხვევაში. თუმცა, იზოკვანტების შეხების წერტილებში ასეთი არაბუნდოვანი გაუმჯობესება შეუძლებელია მოხდეს. მაგალითად, P_2-დან P_3 წერტილში გადასვლისას, უფრო მეტი x იწარმოება, მაგრამ უფრო ნაკლები y-ის გამოშვების ხარჯზე. მაშასადამე, P_3 არ არის „უფრო ეფექტიანი“, ვიდრე P_2 – ორივე ეს წერტილი არის ეფექტიანი. x და y პროდუქტების იზოკვანტების შეხება ნიშნავს მათი დახრილობების ტოლობას. ეს ნიშნავს, რომ x და y პროდუქტების წარმოებაში კაპიტალის შრომით შენაცვლების ნორმა RTS ტოლია. მოგვიანებით ვაჩვენებთ, სა-

წარმოო ფაქტორთა კონკურენტული ბაზრები როგორ უბიძგებს ფირმებს ფაქტორების ასეთი ეფექტიანი არჩევანის გაკეთებისაკენ.

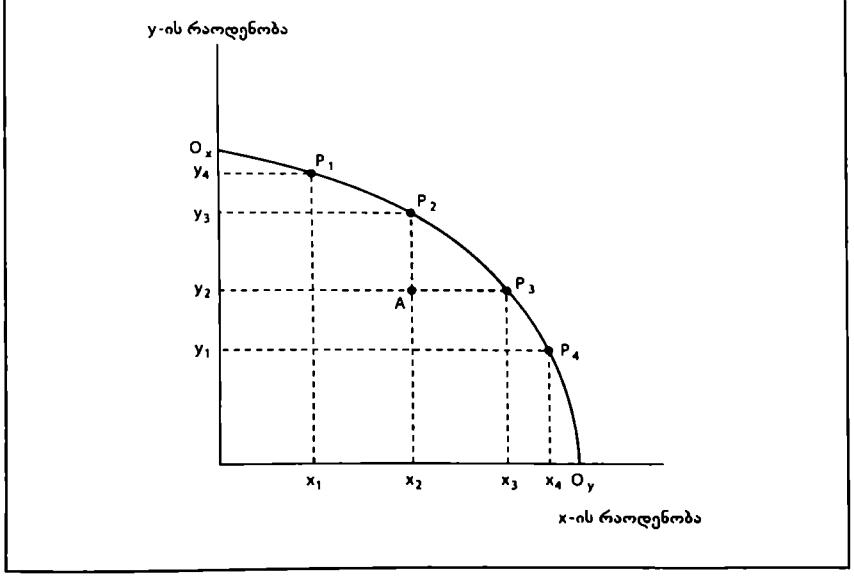
O_x-სა და O_y-ს შემაერთებელი მრუდი, რომელიც მოიცავს იზოკვანტების შეხების ყველა ასეთ წერტილებს, შრომისა და კაპიტალის ყველა ეფექტიან განაწილებას გვიჩვენებს. ამ მრუდიდან განსხავებული წერტილები არის არაეფექტიანი იმ აზრით, რომ გამოშვების არაბუნდოვანი გაზრდა შესაძლებელია მივიღოთ ორ პროდუქტს შორის ფაქტორების სხვა კომბინაციით განაწილებით.$O_x O_y$ მრუდზე ყველა წერტილი არის ეფექტიანი განაწილებები, თუმცა, უფრო მეტი x-ს წარმოება შესაძლებელია მხოლოდ y-ის გამოშვების შემცირების ხარჯზე და პირიქით.

საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარი

ნახაზზე 13.2 ეფექტიანობის მონაკვეთი გვიჩვენებს y-ის მაქსიმალურ გამოშვებას, რომელიც შესაძლებელია ვაწარმოოთ x-ის ნებისმიერი წინასწარ განსაზღვრული გამოშვების დროს. ჩვენ შეგვიძლია ამ ინფორმაციის გამოყენება საწარმოო შესაძლებლო-

ნახაზი 13.3 საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარი

საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარი გვიჩვენებს x-ის და y-ის იმ ალტერნატიულ კომბინაციებს, რომელთა ეფექტიანად წარმოება შეუძლება ფირმას ფიქსირებული რესურსებით. მრუდის მიღება შეიძლება ნახაზიდან 13.2 x და y პროდუქტების წარმოებებს შორის რესურსების ცვლილებით. ასევე, ეფექტიანობისათვის პირობების შექმნით. საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვრის უარყოფით დახრილობას ეწოდება პროდუქტის ტრანსფორმაციის ნორმა (*RPT*).



ბათა საზღვრის ასაგებად, რომელიც გვიჩვენებს x-ის და y-ის ალტერნატიულ გამოშვებებს, რომელთა წარმოება შესაძლებელია შრომისა და კაპიტალის ფიქსირებული რესურსებით.

ნახაზზე 13.3 წერტილები $O_I O_{II}$ მრუდზე აღებულია ნახაზიდან 13.2 და გადატანილია დიაგრამაზე, რომლის ღერძებიც არის x და y პროდუქტები. მაგალითად, O_I წერტილში არანაირი რესურსი არ გამოიყენება x-ის წარმოებისათვის. შედეგად, y-ის გამოშვება არსებული რესურსების პირობებში მაქსიმალურია. x-ის წარმოება O_{II} წერტილში მაქსიმალურია. სხვა წერტილები საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარზე (მაგალითად, P_1, P_2, P_3 და P_4) მიღებულია ამავე გზით ეფექტიანობის მონაკვეთიდან. მაშასადამე, ვღებულობთ შემდეგ განსაზღვრებას:

საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარი. საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარი გვიჩვენებს ორი პროდუქტის ალტერნატიულ კომბინაციებს, რომელთა წარმოება შესაძლებელია ფიქსირებული რესურსებით, თუ ეს რესურსები ეფექტიანად გამოიყენება. **განსაზღვრება**

პროდუქტის ტრანსფორმაციის ნორმა

საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვრის დახრილობა გვიჩვენებს, თუ როგორ შეიძლება x გამოშვების შენაცვლება y გამოშვებით მაშინ, როცა რესურსების მთლიანი რაოდენობა უცვლელია. მაგალითად, საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარზე O_I-ის მახლობლად მდებარე წერტილებში დახრილობა არის მცირე უარყოფითი რიცხვი, ვთქვათ, $-1/4$. ეს ნიშნავს, რომ y-ის გამოშვების 1 ერთეულით შემცირებისას, x-ის გამოშვება შესაძლებელია 4 ერთეულით გაიზარდოს. მეორე მხრივ, O_{II}-ის მახლობლად დახრილობა არის დიდი უარყოფითი რიცხვი, ვთქვათ, -5. ეს ნიშნავს, რომ y-ის გამოშვება უნდა შემცირდეს 5 ერთეულით, რათა შესაძლებელი გახდეს 1 ერთეულით მეტი x-ის გამოშვება. საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარი ნათლად აჩვენებს იმ შესაძლებლობებს, რომლებიც არსებობს წარმოებაში y-ის x-ზე გასაცვლელად. ამ უარყოფით დახრილობას პროდუქტის ტრანსფორმაციის ნორმა (*Rate of Product Transformation, RPT*) ეწოდება.

პროდუქტის ტრანსფორმაციის ნორმა. პროდუქტის ტრანსფორმაციის ნორმა (RPT) ორ პროდუქტს შორის არის ამ ორი პროდუქტის საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვრის უარყოფითი დახრილობა. მათემატიკურად, **განსაზღვრება**

$$RPT(x\text{-ის } y\text{-ით}) = -[\textbf{საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვრის დახრილობა}]$$

$$= -\frac{dy}{dx} \quad (O_x,\ O_y \text{ გასწვრივ}) \qquad \textbf{(13.1)}$$

RPT აღნიშნავს, თუ როგორ შეიძლება ტექნიკურად x გაიცვალოს y-ზე მაშინ, როცა არსებული საწარმოო ფაქტორების ეფექტიანად გამოყენება შენარჩუნებულია.

საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვრის ფორმა

ნახაზზე 13.3 წარმოდგენილი საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარი გვიჩვენებს ზრდად *RPT*-ს. O_x-თან ახლოს მდებარე წერტილის შესაბამის გამოშვების დონეზე შედარებით მცირე რაოდენობის y-ზე უარის თქმა ხდება დამატებითი ერთეული x-ის მისაღებად ($-d_y/d_x$ არის მცირე). მეორე მხრივ, O_y-თან ახლოს დამატებითი ერთეული x-ის მიღება შესაძლებელია y-ის გამოშვების მნიშვნელოვანი შემცირებით ($-d_y/d_x$ არის დიდი). ამ ნაწილში ვაჩვენებთ, თუ რატომ შეიძლება გამოვიყენოთ წარმოების უმრავლეს შემთხვევებისათვის ჩაზნექილი (concave) საწარმოო შესაძლებლობების საზღვრის მოცემული ფორმა.

ანალიზის პირველი ნაბიჯი არის იმის გაცნობიერება, რომ RPT_x-ის ზღვრული დანახარჯის (MC_x) y-ის ზღვრულ დანახარჯთან (MC_y) ფარდობის ტოლია. ინტუიციურად ეს შედეგი ცხადია. მაგალითად, დავუშვათ, რომ x და y იწარმოება მხოლოდ შრომის მეშვეობით. თუ დამატებითი x-ის წარმოებისათვის საჭიროა შრომის ორი საათი, მაშინ შეგვიძლია ვთქვათ, რომ MC_x 2-ის ტოლია. ანალოგიურად, თუ დამატებითი y-ის წარმოებისათვის საჭიროა შრომის მხოლოდ ერთი საათი, მაშინ MC_y 1-ის ტოლია. ამ სიტუაციაში ნათელია, რომ *RPT* არის 2: ორ ერთეულ y-ზე უარს ამბობენ, რათა საკმარისი შრომა გამოიყენონ x-ის ერთი ერთეულით გაზრდისათვის. მაშასადამე, *RPT* მართლაც ორი პროდუქტის ზღვრული დანახარჯების თანაფარდობის ტოლია.

უფრო ზოგადად, დავუშვათ, რომ ნებისმიერი სხვადასხვა პროდუქტების კომბინაციის დანახარჯები (ვთქვათ, რესურსების მიმწოდებლების) აღნიშნულია $C(x, y)$-ით. საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვრის გასწვრივ $C(x, y)$ მუდმივი იქნება, რადგან რესურსების მიწოდება ფიქსირებულია. მაშასადამე, საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვრის გასწვრივ x-ის და y-ის ცვლილებისას შეგვიძლია დავწეროთ დანახარჯის ფუნქციის მთლიანი დიფერენციალი:

$$\partial C = \frac{\partial C}{\partial x} \cdot \partial x + \frac{\partial C}{\partial x} \cdot \partial y = 0. \qquad \textbf{(13.2)}$$

განტოლების 13.2 გარდაქმნით მივიღებთ, რომ

$$RPT = -\frac{dy}{dx} (O_x, O_y\text{-ის გასწვრივ}) = \frac{\partial C / \partial x}{\partial C / \partial y} = \frac{MC_x}{MC_y}. \qquad \textbf{(13.3)}$$

სწორედ, ამის ჩვენება გვსურდა: *RPT* არის ორი პროდუქტის ფარდობითი ზღვრული დანახარჯი (relative marginal cost).

განვიხილოთ მიზეზები, თუ რატომ იზრდება *RPT* საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვრის გასწვრივ საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით გადაადგილებისას. ამ-

ისათვის შეგვიძლია ვაჩვენოთ, თუ რატომ უნდა გაიზარდოს MC_x-ის MC_y-თან შეფარდება, როცა x-ის გამოშვება იზრდება და y-ის გამოშვება მცირდება. პირველად, წარმოვადგენთ ორ მარტივ არგუმენტს, რომელიც გამოდგება მხოლოდ ორი სპეციალური შემთხვევისთვის, შემდეგ უფრო რთულ, ზოგად არგუმენტს წარმოვადგენთ.

კლებადი აკაგება

საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვრის ჩაზნექილი ფორმის ასახსნელად ყველაზე უფრო გავრცელებული დასაბუთებას წარმოადგენს დაშვება, რომ ორივე პროდუქტი იწარმოება კლებადი უკუგების პირობებში. მაშასადამე, x-ის გამოშვების გაზრდა მის ზღვრულ დანახარჯს გაზრდის მაშინ, როცა y-ის გამოშვების შემცირება მის ზღვრულ დანახარჯს შეამცირებს. განტოლება 13.3 გვიჩვენებს, რომ RPT საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვრის გასწვრივ O_x-დან O_y-ისკენ გადაადგილებისას გაიზრდება. ასეთი ახსნის პრობლემურობა მდგომარეობს იმაში, რომ ის გამოიყენება მხოლოდ იმ შემთხვევებში, როცა ორივე პროდუქტისთვის დამახასიათებელია მასშტაბიდან კლებადი უკუგება. ეს დაშვება განსხვავდება იმ თეორიული არგუმენტებისგან, რომლებიც უპირატესობას ანიჭებენ მასშტაბიდან მუდმივი ან თუნდაც მზარდი უკუგების დაშვებას, როგორც ეს არაერთხელ ნახსენებია ამ წიგნში.

სპეციალური ფაქტორები

თუ ზოგიერთი ფაქტორი უფრო x-ის წარმოებას „შეესაბამება“, ვიდრე y-ის წარმოებას (და პირიქით), მაშინ შესაძლებელია აიხსნას საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვრის ჩაზნექილი ფორმა. ამ შემთხვევაში x-ის გამოშვების გაზრდა მოითხოვდა x-ის წარმოებისათვის სულ უფრო მეტი რაოდენობით ნაკლებად „შესაბამისი“ ფაქტორის გამოყენებას. ამიტომ x-ის წარმოების ზღვრული დანახარჯი გაიზრდებოდა. მეორე მხრივ, y-ის წარმოების ზღვრული დანახარჯი შემცირდებოდა, რადგან მცირე რაოდენობით y-ის წარმოება შესაძლებლობას შექმნიდა, მხოლოდ y-ის წარმოებისათვის უფრო მეტად „შესაბამისი“ ფაქტორები გამოეყენებინათ. მაგალითად, ასეთი არგუმენტი შეიძლება გამოვიყენოთ ფერმერისთვის, რომელსაც მოჰყავს სხვადასხვა სახეობის მარცვლეული სხვადასხვა ტიპის მიწებზე. ნებისმიერი სახეობის მარცვლეულის გაზრდისას ფერმერი იძულებულია მოიყვანოს ეს მარცვლეული ნაკლებად „შესაბამის“ მიწის ნაკვეთზე. ასეთი ტიპის სპეციალური ფაქტორის შესახებ დაშვებას აქვს რეალური ცხოვრების მრავალი ფენომენის ასახსნელად დიდი მნიშვნელობა, თუმცა, ეს დაშვება განსხვავებულია ჰომოგენური წარმოების ფაქტორების შესახებ ზოგადი დაშვებისაგან. ასე რომ, იგი ვერ გამოდგება ჩაზნექილობის საფუძვლიანად ასახსნელად.

ფაქტორთა განსხვავებული ინტენსიფიკაცია

ფაქტორები რომ იყოს ჰომოგენური და საწარმოო ფუნქციებისთვის დამახასიათებელი იყოს მასშტაბიდან მუდმივი უკუგება, საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარი მაინც იქნება ჩაზნექილი, თუ x და y პროდუქტების წარმოებისათვის ფაქტორები სხვადასხვა პროპორციებით გამოიყენება.[4] მაგალითად, ნახაზზე 13.2 საწარმოო ყუთის დიაგრამაზე x პროდუქტი კაპიტალინტენსიურია y პროდუქტთან შედარებით. ეს ნიშნავს, რომ $O_x O_y$ კონტრაქტის მრუდის გასწვრივ k-ს l-თან თანაფარდობა x -ის წარმოებაში აჭარბებს k-ს l-თან თანაფარდობას y-ის წარმოებაში: მოხრილი $O_x O_y$ მრუდი არის ყოველთვის ეჯვორთის ყუთის მთავარი დიაგონალის ზევით. მეორე მხრივ, თუ y პროდუქტი შედარებით კაპიტალტევადია, მაშინ $O_x O_y$ კონტრაქტის მრუდი მოხრილი და მოთავსებული იქნებოდა მთავარი დიაგონალის ქვევით. აქ არ მოვიტანთ იმის ფორმალურ დასაბუთებას, რომ ფაქტორთა არათანაბარი ინტენსივობა იწვევს ჩაზნექილ საწარმოო შესაძლებლობათა მრუდს. შესაძლებელია ინტუიციურად ავხსნათ, რატომ ხდება ასე. ნახაზზე 13.3 განიხილეთ ორი ნებისმიერი წერტილი $O_x O_y$ საზღვრის მრუდზე, ვთქვათ, P_1 (კოორდინატებით x_1, y_1) და P_4 (კოორდინატებით x_4, y_4). P_1-სა და P_4-ს შორის პროდუქტების კომბინაციის წარმოების ერთ-ერთი გზაა პროდუქტების გამოშვება შემდეგი კომბინაციით

$$\frac{x_1 + x_4}{2}, \frac{y_1 + y_4}{2}.$$

მასშტაბიდან მუდმივი უკუგების დაშვების გამო ეს კომბიანცია მიღწევადია და სრულად გამოიყენებდა წარმოების ორივე ფაქტორს. იგი მოთავსდებოდა P_1 და P_4-ის შემართებელი ხაზის შუაწერტილში. მიუხედავად იმისა, რომ ასეთი წერტილი მიღწევადია, ის არ არის ეფექტიანი. ამის დანახვა შესაძლებელია ნახაზზე 13.2 ყუთის დიაგრამაზე P_1 და P_4 წერტილების გამოკვლევით. კონტრაქტის მრუდის მოხრილი ფორმის გამო P_1 და P_4 წერტილების შორის შუაწერტილში წარმოება კონტრაქტის მრუდის გარეთ იქნებოდა: P_2-ის მსგავს წერტილში წარმოება უფრო მეტ ორივე საქონელს უზრუნველყოფდა. მაშასადამე, საწარმოო შესაძლებლობათა მრუდი ნახაზზე 13.3 უნდა „იმყოფებოდეს" P_1P_4 სწორი ხაზის გარეთ. ასეთი დასაბუთება შესაძლებელია ჩამოყალიბდეს ნებისმიერი ორი წერტილისათვის $O_x O_y$ მრუდზე. დავასაბუთეთ, რომ საწარმოო შეესაძლებლობათა მრუდი ჩაზნექილი უნდა იყოს. ეს ნიშნავს, რომ RPT' იზრდება, როცა X პროდუქტის გამოშვება იზრდება. როცა წარმოება გადანაწილებულია ჩრდილო-აღმოსავლეთის მიმართულებით $O_x O_y$ კონტრაქტის მრუდზე (ნახაზზე 13.3), კაპიტალი-შრომის თანაფარდობა მცირდება ორივე, x და y, პროდუქტების წარმოებაში.

4 ოპტიმალური განაწილების/ალოკაციის დროს, თუ ჰომოგენურ ფაქტორებთან და მასშტაბიდან მუდმივ უკუგებასთან ერთად თითოეული პროდუქტი ასევე გამოიყენებდა k) და l ს ერთნაირი პროპორციებით, მაშინ საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარი იქნებოდა სწორი ხაზი.

რადგან x პროდუქტი კაპიტალტევადია, ამიტომ ცვლილება MC_x-ს გაზრდის . მეორე მხრივ, რადგან y პროდუქტი შრომატევადია, MC_y მცირდება. მაშასადამე, x-ის ფარდობითი ზღვრული დანახარჯი მცირდება (როგორც წარმოდგენილია RPT-ს მეშვეობით).

ალტერნატიული დანახარჯი და მიწოდება

საწარმოო შესაძლებლობათა მრუდი გვიჩვენებს, რომ არსებობს ორი პროდუქტის მრავალი ეფექტიანი შესაძლებელი კომბინაცია და რომელიმე პროდუქტის ერთი დამატებითი ერთეულის წარმოება გვაიძულებს მეორე პროდუქტის გარკვეული რაოდენობით შემცირებას. სწორედ, ამას გულისხმობენ ეკონომისტები ტერმინში „ალტერნატიული დანახარჯი". მაშასადამე დამატებითი ერთეული x-ის წარმოების დანახარჯი საუკეთესოდ იზომება RPT (x-ის y-ის მიმართ) საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვრზე მდებარე გარკვეულ წერტილში. ის ფაქტი, რომ დანახარჯი იზრდება დამატებითი x-ის წარმოებისას, წარმოადგენს მიწოდების ფორმულირებას ზოგადი წონასწორობის კონტექსტში.

მაგალითი: ორი საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვრის გამოყენება

ამ მაგალითით ჩვენ დავინახავთ საწარმოო ფუნქციის ორ ნიშანს, რომლებიც, შესაძლოა, იწვევდეს საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვრის ჩაზნექილობას.

კლებადი უკუგება. დავუშვათ, რომ ორივე (x და y) პროდუქტის წარმოება დამოკიდებულია მხოლოდ შრომაზე. ამ პროდუქტებისთვის საწარმოო ფუნქციებია:

$$x = f(l_x) = l_x^{0.5}.$$
$$y = f(l_y) = l_y^{0.5}. \qquad \textbf{(13.4)}$$

მაშასადამე, თითოეული ამ პროდუქტის წარმოებისათვის დამახასიათებელია მასშტაბიდან კლებადი უკუგება. თუ შრომის მთლიანი მიწოდება შეზღუდულია შემდეგი სახით

$$l_x + l_y = 100, \qquad \textbf{(13.5)}$$

მაშინ მარტივი შენაცვლება გვიჩვენებს, რომ საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარი მოცემულია შემდეგნაირად

$$x^2 + y^2 = 100, \text{ როცა } x, y \geq 0 \qquad \textbf{(13.6)}$$

ამ შემთხვევაში საზღვარი არის მეოთხედი წრე და ჩაზნექილი. RPT გამოთვლა შესაძლებელია, თუ საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვრიდან მივიღებთ მთლიან დიფერენციალს:

(გაგრძელება)

$$2xdx + 2ydy = 0 \quad \text{ან} \quad RPT = \frac{-dy}{dx} = \frac{-(-2x)}{2y} = \frac{x}{y}. \tag{13.7}$$

ეს დახრილობა იზრდება x-ის გამოშვების გაზრდისას. ჩაზნექილობის რიცხობრივი ილუსტრირება დავიწყოთ იმის აღნიშვნით, რომ წერტილები (10, 0) და (0,10)-ორივე მდებარეობს საზღვარზე. ამ ორი წერტილის შემაერთებელი სწორი ხაზი მოიცავს წერტილს (5,5), რომელიც მდებარეობს საზღვრის ქვევით. თუ შრომის თანაბარი რაოდენობა დაეთმობა ორივე პროდუქტის წარმოებას, მაშინ გამოშვება იქნება $x = y = \sqrt{50}$, რაც ორივე პროდუქტის უფრო მეტი რაოდენობაა, ვიდრე შუაწერტილის შემთხვევაში.

ფაქტორთა ინტენსივობა. იმის საჩვენებლად, თუ როგორ წარმოქმნის ფაქტორთა ინტენსივობის სხვადასხვაობა ჩაზნექილ საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარს, დავუშვათ, რომ ორივე პროდუქტი იწარმოება მასშტაბიდან მუდმივი უკუგების პირობებში, მაგრამ ქობ-დაგლასის ორი განსხვავებული საწარმოო ფუნქციის მიხედვით:

$$\begin{aligned} x &= f(k, l) = k_x^{0.5} l_x^{0.5}. \\ y &= g(k, l) = k_x^{0.5} l_x^{0.5}. \end{aligned} \tag{13.8}$$

დავუშვათ, რომ მთლიანი კაპიტალი და შრომა შეზღუდულია შემდეგი სახით:

$$k_x + k_y = 100, \; l_x + l_y = 100. \tag{13.9}$$

ადვილია ვაჩვენოთ, რომ

$$RTS_x = \frac{k_x}{l_x} = K_x, \qquad RTS_y = \frac{3k_y}{l_y} = 3K_y, \tag{13.10}$$

სადაც $K_i = k_i/l_i$. საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარზე მდებარეობა მოითხოვს, რომ $RTS_x = RTS_y$ ან $K_x = 3K_y$. მაშასადამე, როგორიც არ უნდა იყოს წარმოებაში მთლიანი რესურსების განაწილება, საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარზე მდებარეობა მოითხოვს, რომ x იყოს კაპიტალტევადი პროდუქტი (რადგან გარკვეული აზრით, კაპიტალი უფრო პროდუქტიულია x-ის, ვიდრე y-ის წარმოებაში). კაპიტალისა და შრომის თანაფარდობა ორი პროდუქტის წარმოებისას, ასევე, შეზღუდულია არსებული რესურსებით:

$$\frac{k_x + k_y}{l_x + l_y} = \frac{k_x}{l_x + l_y} + \frac{k_y}{l_x + l_y} = \alpha K_x + (1 - \alpha) k_y = \frac{100}{100} = 1, \tag{13.11}$$

სადაც $\alpha = l_x/(l_x + l_y)$ – ე.ი. α არის x პროდუქტის წარმოებისათვის გამოყენებული მთლიანი შრომის წილი. პირობის $K_x = 3K_y$ გამოყენებით შეგვიძლია ვიპოვოთ რესურსების

თანაფარდობა ორი პროდუქტისათვის შრომის საერთო განაწილებაში:

$$K_y = \frac{1}{1+2\alpha}, \qquad K_x = \frac{3}{1+2\alpha}. \tag{13.12}$$

ახლა შეგვიძლია განვმარტოთ საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარი x პროდუქტის წარმოებისათვის განკუთვნილი შრომის წილი მიხედვით:

$$x = K_x^{0.5} l_x = K_x^{0.5}\alpha(100) = 100\alpha\left(\frac{3}{1+2\alpha}\right)^{0.5},$$

$$y = K_y^{0.25} l_y = K_y^{0.25}(1-\alpha)(100) = 100(1-\alpha)\left(\frac{1}{1+2\alpha}\right)^{0.25} \tag{13.13}$$

შეგვიძლია განვაგრძოთ ალგებრის გამოყენება α სიდიდის გამორიცხვით, რათა მივიღოთ საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვრის ფუნქციური ფორმა, რომელიც შეიცავს მხოლოდ x-ს და y-ს. შეგვიძლია ვაჩვენოთ ჩაზნექილობა იმით, რაც უკვე გვაქვს. პირველი, აღსანიშნავია, რომ თუ $\alpha = 0$ (x პროდუქტის წარმოებისათვის შრომა და კაპიტალი საერთოდ არ გამოიყოფა), მაშინ $x = 0$, $y = 100$. როცა $\alpha = 1$, მაშინ $x = 100$, $y = 100$. მაშასადამე, წრფივი საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარი მოიცავს წერტილს (50,50). მაგრამ მაგალითად, თუ $\alpha = 0{,}39$, მაშინ

$$x = 100\alpha\left(\frac{3}{1+2\alpha}\right)^{0.5} = 39\left(\frac{3}{1{,}78}\right)^{0.5} = 50.6,$$

$$y = 100(1-\alpha)\left(\frac{1}{1+2\alpha}\right)^{0.25} = 61\left(\frac{1}{1{,}78}\right)^{0.25} = 52.8. \tag{13.14}$$

ეს გვიჩვენებს, რომ ფაქტობრივი საზღვარი გადის წრფივი საზღვრის ზემოთ. საჭიროა კიდევ ერთხელ აღვნიშნოთ, რომ ამ მაგალითში ისინი იწარმოება მასშტაბიდან მუდმივი უკუგების პირობებში და ორივე პროდუქტი სრულად ჰომოგენურია. ამ პროდუქტების წარმოებაში მხოლოდ ფაქტორთა ინტენსივობაა სხვადასხვა, რაც იწვევს ჩაზნექილ საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარს.

შეკითხვა: ამ მაგალითში არსებული შრომის მთლიანი რაოდენობის ზრდა როგორ გადაადგილებდა საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარს?

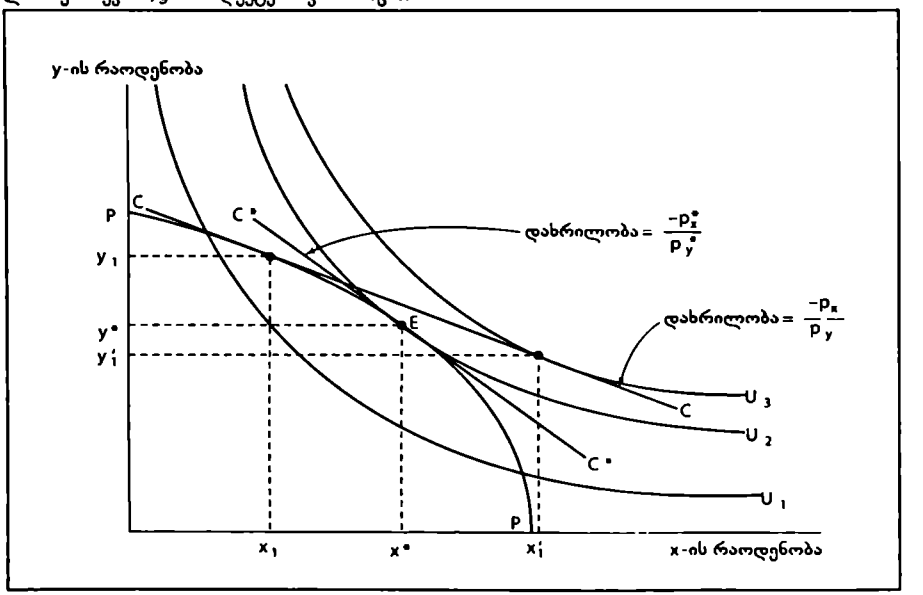
წონასწორული ფასის განსაზღვრა

მარტივ ორპროდუქტიან ეკონომიკაში მოთხოვნისა და მიწოდების ცნებების გათვალისწინებით შეგვიძლია ვაჩვენოთ, თუ როგორ განისაზღვრება წონასწორული ფასები. ნახაზი 13.4 გვიჩვენებს *PP* საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარს მოცემული ეკონომ-

იკისთვის. განურჩევლობის მრუდთა ნაკრები წარმოადგენს ინდივიდების პრეფერენციებს ამ პროდუქტების მიმართ. განვიხილოთ ფასთა თანაფარდობა P_x/P_y. ფასთა ამ თანაფარდობის დროს ფირმები აირჩევენ აწარმოონ გამოშვების x_1, y_1 კომბინაცია. მოგების მაქსიმიზაციის მსურველი ფირმები PP-ზე უფრო მომგებიან წერტილს აირჩევენ.

ნახაზი 13.4 წონასწორული ფასის განსაზღვრა

P_x/P_y ფასთა თანაფარდობის დროს ფირმები x_1, y_1-ს აწარმოებენ. საზოგადოების საბიუჯეტო შეზღუდვა მოცემულია C წრფით. ამ საბიუჯეტო შეზღუდვის დროს ინდივიდების მოთხოვნაა x_1' და y_1'. ეს ნიშნავს, რომ არსებობს ჭარბი მოთხოვნა x პროდუქტზე და y პროდუქტის ჭარბი მიწოდება. ბაზრის სამუშაო ძალები შეცვლის პროდუქტების ფასებს წონასწორული დონის (P_x^*, P_y^*) შესაბამისად. ამ ფასების დროს საზოგადოების საბიუჯეტო შეზღუდვა მოცემულია C^* წრფით, ხოლო მოთხოვნა და მიწოდება გაწონასწორებულია. შეირჩევა x^*, y^* პროდუქტების კომბინაცია.



x_1, y_1 კომბინაციის დროს ორი პროდუქტის ფასთა თანაფარდობა P_x/P_y ამ პროდუქტების ზღვრული დანახარჯების თანაფარდობის (RPT) ტოლია. მაშასადამე, ამ წერტილში ხდება მოგების მაქსიმიზაცია. მეორე მხრივ, საბიუჯეტო შეზღუდვის (C წრფე) პირობებში[5] ინდივიდების მოთხოვნაა x_1', y_1'. შედეგად, ამ ფასების დროს ადგილი აქვს

5 მნიშვნელოვანია აიხსნას, თუ რატომ აქვს საბიუჯეტო შეზღუდვას ასეთი მდებარეობა. რადგან P_x და P_y მოცემულია, ამიტომ მთლიანი პროდუქციის ღირებულებაა $P_x \cdot x_1 + P_y \cdot y_1$. ეს არის ნახაზზე 13.4 ნარმოდგენილი მარტივი ეკონომიკის „მშპ"-ს ღირებულება. მაშასადამე, ეს ამავე დროს არის ამ საზოგადოების ნეკრების მთლიანი შემოსავალი. ესე იგი საზოგადოების

x პროდუქტზე ჭარბ მოთხოვნას (ინდივიდებს სურთ უფრო მეტი, ვიდრე იწარმოება) და y პროდუქტის ჭარბ მიწოდებას. საბაზრო ძალების მოქმედება გამოიწვევს P_x-ის გაზრდას და P_y-ის შემცირებას. ფასთა თანაფარდობა P_x/P_y გაიზრდება. ფასთა თანაფარდობის წრფე იქნება უფრო მეტად დახრილი. ფირმები ფასის ამ ცვლილებებზე მოახდენენ რეაგირებას საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვრის მრუდზე საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით გადაადგილებით. ეს ნიშნავს, რომ ფირმები x-ის წარმოებას გაზრდიან და y პროდუქტის წარმოებას შეამცირებენ. ანალოგიურად, ინდივიდები ფასის ამ ცვლილებებზე რეაგირებას მოახდენენ და სამომხმარებლო არჩევანის დროს y პროდუქტს x პროდუქტით ჩაანაცვლებენ. შემდგომში ფირმების და მომხარებლების ეს ქმედებები ხელს შეუწყობენ x პროდუქტზე ფასის ცვლილებით გამოწვეულ ჭარბი მოთხოვნისა და y პროდუქტის ჭარბი მიწოდების აღმოფხვრას.

P_x^*/P_y^* ფასთა თანაფარდობის დროს წონასწორობა x^*, y^* წერტილში მიიღწევა. ფასთა ამ თანაფარდობისას[6] მოთხოვნა და მიწოდება x და y პროდუქტებზე გაწონასწორებულია. მოცემული P_x და P_y ფასების დროს მოგების მაქსიმიზაციის მიზნით ფირმები x^*-ს და y^*-ს აწარმოებენ. ანალოგიურად, მოცემული C^* საბიუჯეტო შეზღუდვის დროს ინდივიდების მოთხოვნაა x^* და y^*. ფასების სისტემის მოქმედებამ გააწონასწორა ბაზრები x და y პროდუქტებზე ერთდროულად. ამიტომ ეს ნახაზი წარმოადგენს ურთიერთდაკავშირებულ ორ ბაზარზე მიმდინარე მოთხოვნა-მიწოდების პროცესების „ზოგადი წონასწორობის" სურათს. აღნიშნულის გამო შემდგომი ანალიზისას ხშირად გამოვიყენებთ ამ ნახაზს.

შეღარებითი სტატიკური ანალიზი

ნაწილობრივი წონასწორობის ანალიზის დროს ნახაზზე 13.4 წარმოდგენილი წონასწორული P_x^*/P_y^* ფასთა თანაფარდობა იარსებებს მანამ, სანამ პრეფერენციები ან საწარმოო ტექნოლოგიები არ შეიცვლება. კონკურენტულ პირობებში განსაზღვრული ფასთა ეს თანაფარდობა ასახავს ამ ორ მნიშვნელოვან ეკონომიკურ ძალას. თუ პრეფერენციები შეიცვლებოდა, ვთქვათ, x პროდუქტის სასარგებლოდ, მაშინ P_x/P_y გაიზრდებოდა და საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვრის მრუდზე საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით გადაადგილებით ახალი წონასწორობა ჩამოყალიბდებოდა. შეცვლილი პრეფერენციების საპასუხოდ უფრო მეტი x და ნაკლები y იწარმოება. ანალოგიურად, როგორც ეს ნაჩვენებია ნახაზზე 13.5, x პროდუქტის წარმოებაში ტექნოლოგიური პროგრესი საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვრის მრუდს გადაადგილებს ზემოთ. ეს გამოიწვევს x პროდუქტზე ფარდობითი ფასის შემცირებას და x-ის მოხმარების რაოდენობის გაზრდას (დავუშვათ, რომ x ნორმალური პროდუქტია). ნახაზზე 13.5

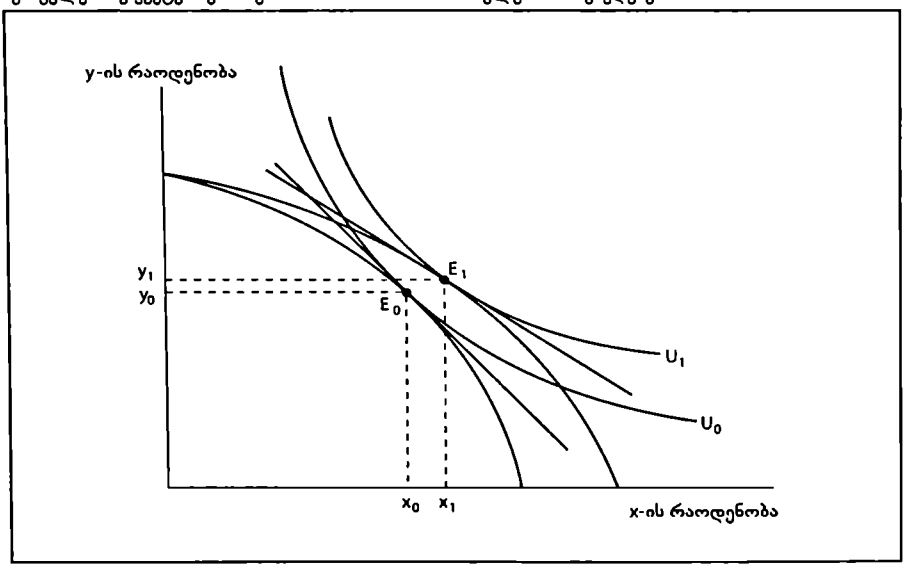
საბიუჯეტო შეზღუდვა გადის x_1, y_1-ზე და აქვს P_x/P_y დახრილობა. ზუსტად ეს ნახაზზე წარმოდგენილია C საბიუჯეტო შეზღუდვით.

6 კვლავ უნდა აღინიშნოს, რომ კონკურენტული ბაზრები განსაზღვრავს მხოლოდ წონასწორულ ფარდობით ფასებს. აბსოლუტური ფასების დონის განსაზღვრისთვის ამ ბარტერულ მოდელში საჭიროა ფულის შემოტანა.

ჩანს, რომ ტექნიკური გაუმჯობესებით მიღებული შემოსავლის ეფექტის შედეგად y-ის მოხამრების რაოდენობაც იზრდება. თუ შემოსავლის ეფექტი დომინანტური იქნებოდა, მაშინ ამ შედეგს ოდნავ სხვაგვარად წარმოდგენილი ნახაზი საპირისპირო მიმართულებით შეცვლიდა. მაგალითი 13.2 რამდენიმე ასეთ ეფექტს განიხილავს.

ნახაზი 13.5 ტექნიკური პროგრესის ეფექტები x პროდუქტის წარმოებაში

ტექნიკური გაუმჯობესება, რომელიც x პროდუქტის წარმოების ზღვრულ დანახარჯებს ამცირებს, საწარმოთა შესაძლებლობების საზღვარს გადაადგილებს. ზოგადად, ეს ქმნის შემოსავალისა და შენაცვლების ეფექტებს, რაც იწვევს გამომვებული x პროდუქტის რაოდენობის გაზრდას (დავუშვათ, რომ x ნორმალური პროდუქტია). y-ის წარმოებაზე ზემოქედების მქონე ეფექტები ბუნდოვანია, რადგან შემოსავლისა და შენაცვლების ეფექტები ურთიერთსაპირისპირო მიმართულებით მოქმედებენ.



მაგალითი 13.2 შედარებითი სტატიკა ზოგადი წონასწორობის მოდელში

ზოგადი წონასწორობის მოდელის ფუნქციონირების გამოკვლევა დავიწყოთ მარტივი მაგალითით, რომელიც ეყრდნობა საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარს მაგალითიდან 13.1. იმ მაგალითში დავუშვით, რომ ორივე პროდუქტის წარმოება ხასიათდებოდა მასშტაბიდან კლებადი უკუგებით ($x = l_x^{0.5}$, $y = l_y^{0.5}$) და მთლიანი შრომის რაოდენობა მოცემული იყო ფორმულით $l_x + l_y = 100$. შესაბამისი საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარი მოცემული იყო შემდეგნაირად $x^2 + y^2 = 100$ და $RPT = x/y$. ამ მოდელის

დასრულების მიზნით, დავუშვათ, რომ ტიპიური ინდივიდის სარგებლიანობის ფუნქცია მოცემულია შემდეგი სახით $U(x, y) = x^{0.5}y^{0.5}$. ამდაგვარად, მოთხოვნის ფუნქციები ორ პროდუქტზე შემდეგი სახისაა:

$$x = x(p_x, p_y, I) = \frac{0{,}5I}{p_x},$$
$$y = y(p_x, p_y, I) = \frac{0{,}5I}{p_y}. \qquad \textbf{(13.15)}$$

წონასწორობა საბაზისო შემთხვევისთვის. მოგების მაქსიმიზაცია ითხოვს, რომ $P_x/P_y = MC_x/MC_y = RPT = x/y$ და სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის შესაბამისი მოთხოვნა საჭიროებს, რომ $P_x/P_y = y/x$. ამდაგვარად, წონასწორობა მოითხოვს, რომ $x/y = y/x$ ან $x = y$. შედეგის ჩასმა საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვრის განტოლებაში გვიჩვენებს, რომ

$$x^e = y^e = \sqrt{50} = 7{,}07 \quad \text{და} \quad \frac{p_x}{p_y} = 1. \qquad \textbf{(13.16)}$$

ეს არის წონასწორობა საბაზისო შემთხვევისთვის ამ მოდელში.

საბიუჯეტო შეზღუდვა. ამ მაგალითში ინდივიდების საბიუჯეტო შეზღუდვა ნათლად არ ჩანს. ამიტომ მეტი სიცხადისთვის შესაძლოა სასარგებლო იყოს მისი განხილვა. მოდელში აბსოლუტური ფასების გარკვეულწილად შემოტანის მიზნით ყველა ფასი განვიხილოთ w სახელფასო განაკვეთის/შრომის ფასის სახით. თუ შრომის მთლიანი მიწოდება არის 100, მაშინ შრომის მთლიანი შემოსავალია $100w$. წარმოებისათვის დამახასიათებელია კლებადი უკუგება, ასევე, თითოეული ფირმა იღებს მოგებას. მაგალითად, x ფირმისათვის მთლიანი დანახარჯების ფუნქცია იქნება $C(w, x) = wl_x = wx^2$, ე.ი. $p_x = MC_x = 2wx = 2w\sqrt{50}$. მაშასადამე $\pi x = (p_x - AC_x)x = (p_x - w_x)x = wx^2 = 50w$. მსგავსი გამოთვლები გვიჩვენებს, რომ მოგება ფირმა y-თვის ასევე, მოცემულია $50w$-ით. ვინაიდან ზოგადი წონასწორობის მოდელები შესაბამისობაში უნდა იყოს ეროვნული შემოსავლის მონაცემებთან, ამიტომ ვუშვებთ, რომ მომხმარებლები ამავე დროს ამ ორი ფირმის აქციათა მფლობელებიც არიან და მოცემულ მოგებებს განვიხილავთ როგორც ამ მომხმარებლების დასახარჯად განკუთვნილ შემოსავლების ნაწილს. მაშასადამე, მომხმარებელთა მთლიანი შემოსავალი არის

$$\text{მთლიანი შემოსავალი} = \text{შრომის შემოსავალი} + \text{მოგება}$$
$$= 100w + 2(50w) = 200w. \qquad \textbf{(13.17)}$$

ეს შემოსავალი საშუალებას აძლევს მომხმარებელს დახარჯოს თითოეულ პროდუქტზე $100w$ და შეიძინოს $\sqrt{50}$ ერთეული $2w\sqrt{50}$ ფასად. მაშასადამე მოდელი გამართულია.

(გაგრძელება)

მიწოდების გადაადგილებები. მოცემული საბაზისო შემთხვევის წონასწორობის დარღვევის მხოლოდ ორი გზა არსებობს: (1) „მიწოდების“ ცვლილებები ანუ იმ ტექნოლოგიების ცვლილებები, რომლებსაც ეფუძნება მოცემული ეკონომიკა და (2) „მოთხოვნის“ ცვლილებები ანუ პრეფერენციების ცვლილებები. პირველ რიგში განვიხილოთ ტექნოლოგიების ცვლილებები. დავუშვათ, რომ x პროდუქტის წარმოებაში ადგილი აქვს ტექნიკურ გაუმჯობესებას და საწარმოო ფუნქცია არის $x = 2l_x^{0.5}$. საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარი მოცემულია შემდეგი სახით $x^2/4 + y^2 = 100$ და $RPT = x/4y$. განვაგრძოთ და ამ მოდელში ვიპოვოთ წონასწორობა:

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{x}{4y} \text{ (მიწოდება)},$$
$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{y}{x} \text{ (მოთხოვნა)}. \qquad \textbf{(13.18)}$$

მაშასადამე $x^2 = 4y^2$, წონასწორობა არის

$$x^* = 2\sqrt{50},\ y^* = \sqrt{50} \quad \text{და} \quad \frac{p_x}{p_y} = \frac{1}{2}. \qquad \textbf{(13.19)}$$

x პროდუქტის წარმოებაში ტექნიკურმა გაუმჯობესებამ გამოიწვია მისი ფარდობითი ფასის შემცირება და მოცემული პროდუქტის მოხმარების გაზრდა. როგორც ქობ-დაგლასის სარგებლიანობის ბევრ მაგალითში, აქაც ფასის შემცირებით გამოწვეული შემოსავლის და ჩანაცვლების ეფექტები y პროდუქტის მოთხოვნაზე ურთიერთგადამფარავია. ტექნიკური გაუმჯობესება მომხმარებლების მდგომარეობას აშკარად აუმჯობესებს. თავდაპირველად სარგებლიანობა მოცემული იყო შემდეგი სახით: $U(x, y) = x^{0.5}y^{0.5} = \sqrt{50} = 7{,}07$. ამჟამად ის გაიზარდა და არის $U(x, y) = x^{0.5}y^{0.5} = (2\sqrt{50})^{0.5} = (\sqrt{50})^{0.5} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{50} = 10$. ტექნიკურმა ცვლილებამ მომხმარებლის კეთილდღეობა მნიშვნელოვნად გაზარდა.

მოთხოვნის გადაადგილება. თუ მომხმარებლის პრეფერენციები შეიცვლებოდა y პროდუქტის სასარგებლოდ ისე, რომ $U(x, y) = x^{0.1}y^{0.9}$, მაშინ მოცემულ პროდუქტებზე მოთხოვნის ფუნქციები მოცემულია შემდეგი სახით: $x = 0.1I/p_x$ და $y = 0.9I/P_y$. მოთხოვნის წონასწორობა მოითხოვს, რომ $p_x/p_y = y/9x$. ზოგადი წონასწორობის მისაღწევად დავუბრუნდეთ თავდაპირველ საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარს და მივიღებთ, რომ

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{x}{y} \text{ (მიწოდება)},$$
$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{y}{9x} \text{ (მოთხოვნა)}. \qquad \textbf{(13.20)}$$

მაშასადამე, $9x^2 = y^2$ და წონასწორობა მოცემულია შემდეგი სახით

$$x^* = \sqrt{10},\ y^* = 3\sqrt{10} \quad \text{და} \quad \frac{p_x}{p_y} = \frac{1}{3} \tag{13.21}$$

ამგვარად, x პროდუქტზე მოთხოვნის შემცირებამ მისი ფარდობითი ფასი მნიშვნელოვნად შეამცირა. დააკვირდით, რომ ამ შემთხვევაში არ შეგვიძლია კეთილდღეობის შედარება წინა შემთხვევებთან, რადგან სარგებლიანობის ფუნქცია შეიცვალა.

შეკითხვა: როგორია საბიუჯეტო შეზღუდვები ამ ორ ალტერნატიულ შემთხვევაში? თითოეულ შემთხვევაში როგორ არის განაწილებული შემოსავალი ხელფასსა და მოგებას შორის? განსხვავებები ახსენით ინტუიციურად.

ზოგადი წონასწორობის მოდელირება და ფაქტორთა ფასები

ზოგადი წონასწორობის ეს ძალიან მარტივი მოდელი აძლიერებს მარშალის დასკვნებს ფასის განსაზღვრის პროცესში ორივე მხარის – მიწოდების და მოთხოვნის ძალების მნიშვნელობის შესახებ. მუდმივად მხოლოდ ერთი პროდუქტის ბაზარზე დაკვირვების ნაცვლად, ყველა პროდუქტის ბაზრებს შორის ცხადი კავშირების განსაზღვრით ზოგადი წონასწორობის მოდელი საბაზრო ურთიერთობების უფრო კომპლექსური საკითხების შესწავლის საშუალებას იძლევა. ამასთანავე, ზოგადი წონასწორობის მოდელირება პროდუქტების და ფაქტორთა ბაზრებს შორის კავშირების შესწავლის საშუალებასაც იძლევა. ამის ილუსტრირება შეგვიძლია მნიშვნელოვანი ისტორიული შემთხვევის მაგალითზე.

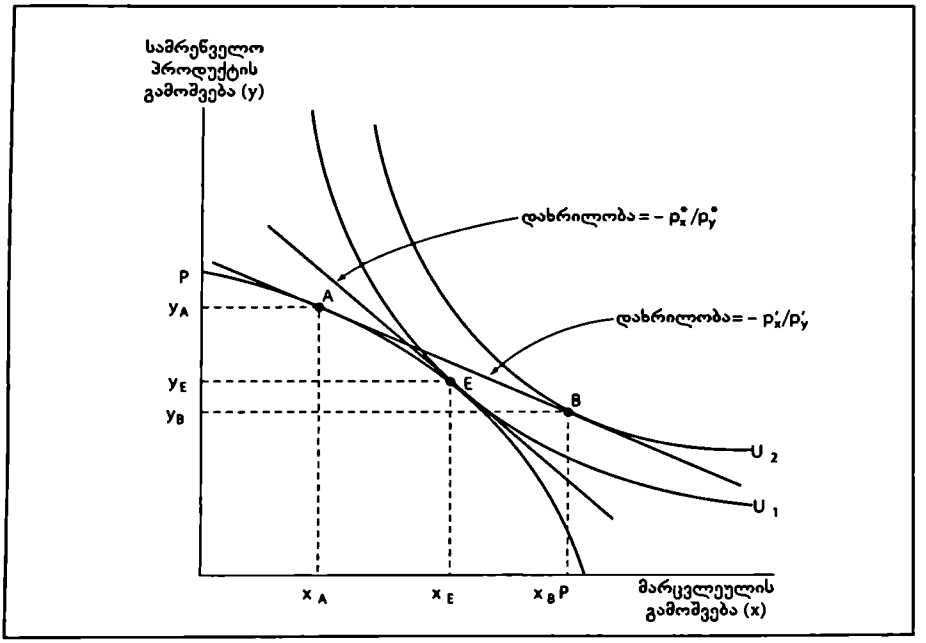
დებატები სიმინდის კანონებზე

ნაპოლეონთან ომების შემდეგ ბრიტანეთის მთავრობამ მარცვლეულის იმპორტზე მაღალი ტარიფები დააწესა. 1829-1845 წლებში სიმინდის კანონების ეფექტების შესახებ დებატები დომინირებდა ეკონომისტების ანალიტიკურ ნაშრომებში. დებატების ძირითადი ფოკუსს წარმოადგენდა საკითხი, თუ რა გავლენას მოახდენდა ტარიფის გაუქმება ფაქტორთა ფასებზე. როგორც ვნახავთ, აღნიშნული საკითხი დღესაც აქტუალურია.

ნახაზზე 13.6 გამოსახული საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარი გვიჩვენებს მარცვლეულის (x) და სამრეწველო პროდუქტის (y) იმ კომბინაციებს, რომელთა წარმოება შესაძლებელია ბრიტანული საწარმოო ფაქტორებით. დავუშვათ (გარკვეულწილად რეალობის საწინააღმდეგოდ), რომ სიმინდის კანონებმა მთლიანად გააუქმა ვაჭრობა, საბაზრო წონასწორობა *ის* წერტილში იქნება ადგილობრივ ფასთა თანაფარდობით p_x^*/p_y^*. ტარიფის გაუქმება ფასთა ამ თანაფარდობას p_x/p_y-მდე შეამცირებს.

ნახაზი 13.6 სიმინდის კანონებზე დებატების ანალიზი

მარცვლეულზე სატარიფო ბარიერების შემცირება გამოიწვევს წარმოების E წერტილიდან A წერტილში გადაადგილებას. მოხმარება E წერტილიდან B წერტილში გადაადგილდება. თუ მარცვლეულის წარმოება შედარებით კაპიტალტევადია, მაშინ ამ გადაადგილების შედეგად კაპიტალის ფარდობითი ფასი დაეცემა.



შექმნილი ახალი თანაფარდობით ბრიტანეთი A კომბინაციას აწარმოებს და B კომბინაციას მოიხმარს. მარცვლეულის იმპორტი ტოლია $x_B - x_A$. იგი ფინანსდება სამრეწველო პროდუქტის ექსპორტით, რომელიც $y_B - y_A$-ის ტოლია. ტიპური ბრიტანელი მომხმარებლის ზოგადი სარგებლიანობა ვაჭრობის დაწყებით გაიზრდებოდა. მაშასადამე, საწარმოო შესაძლებლობათა დიაგრამის გამოყენება გვიჩვენებს ორივე პროდუქტის წარმოებაზე ტარიფების გაუქმების შედეგებს.

ვაჭრობა და ფაქტორთა ფასები

საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვრის (ნახაზი 13.3) საფუძვლია ეჯვორთის წარმოების ყუთის დიაგრამა (ნახაზი 13.2), რომლითაც შესაძლებელია ფაქტორთა ფასებზე ტარიფების შემცირების გავლენის ანალიზი. ნახაზზე 13.6 E წერტილიდან A წერტილში გადაადგილება ნახაზზე 13.2 P_3-დან P_1-ში გადაადგილების ანალოგიურია. ნახაზზე 13.2 x პროდუქტის წარმოება მცირდება და y პროდუქტის წარმოება იზრდება.

ეს ნახაზი ასევე. გვიჩვენებს შრომისა და კაპიტალის გადანაწილებას, რომელიც გამოწვეულია მოცემული გადაადგილებით. თუ დავუშვებთ, რომ მარცვლეულის წარმოება შედარებით კაპიტალინტენსიურია, მაშინ P_3-დან P_1-ში გადაადგილება გამოიწვევს ორივე დარგში k-ს l-თან თანაფარდობის გაზრდას[7]. ეს, თავის მხრივ, გამოიწვევს კაპიტალის ფარდობითი ფასის შემცირებას (და შრომის ფარდობითი ფასის გაზრდას). მაშასადამე, ვასკვნით, რომ სიმინდის კანონების გაუქმება კაპიტალის მფლობელებისთვის (ანუ მიწის მესაკუთრეებისათვის) ზიანის მიმყენებელი, ხოლო მუშახელისთვის დახმარების გამწევი იქნება. გასაკვირი არ არის, რომ მიწის მესაკუთრეთა ინტერესები ეწინააღმდეგებოდა ამ კანონების გაუქმებას.

საჯაჭრო პოლიტიკის პოლიტიკური მხარდაჭერა

ის ფაქტი, რომ სავაჭრო პოლიტიკამ შესაძლოა გავლენა მოახდინოს წარმოების სხვადასხვა ფაქტორის ფარდობით შემოსავლებზე, რჩება სავაჭრო პოლიტიკის შესახებ პოლიტიკურ დებატებზე მნიშვნელოვანი გავლენის მომხდენ გარემოებად. მაგალითად, აშშ-ში ექსპორტი ხასიათდება კვალიფიციური შრომის ინტენსიობით, ხოლო იმპორტი ხასიათდება არაკვალიფიციური შრომის ინტენსიობით. სიმინდის კანონების განხილვის ანალოგიური ანალიზით შეგვიძლია ვივარაუდოთ, რომ თავისუფალი ვაჭრობის პოლიტიკის მიმართულებით შემდგომი მსვლელობა გამოიწვევს კვალიფიციური მუშახელის ხელფასების შეფარდებით გაზრდას და არაკვალიფიციური მუშახელის ხელფასების შეფარდებით შემცირებას. აქედან გამომდინარე, გასაკვირი არ არის რომ კვალიფიციური შრომის (მაგ. მემანქანეები, ავიაციის მუშები) წარმომადგენელ პროფკავშირებს ურჩევნიათ თავისუფალი ვაჭრობა, ხოლო არაკვალიფიციური შრომის (მაგ. ფეხსაცმლის, ტანსაცმლის წარმოებაში და მათთან დაკავშირებულ დარგებში) წარმომადგენელი პროფკავშირები თავისუფალი ვაჭრობის წინააღმდეგ გამოდიან[8].

ზოგადი წონასწორობის ფასების არსებობა

აქამდე მეტ-ნაკლებად ვვარაუდობდით, რომ კონკურენტულ ბაზრებს შეუძლია მიაღწიოს წონასწორობას, სადაც მიწოდების და მოთხოვნის ძალები დაბალანსებულია ერთდროულად ყველა ბაზარზე. მაგრამ, ჩვენს მიერ გაკეთებული დაშვებების პირობებში ასეთი ერთდროული გადაწყვეტა ვერ იქნება უზრუნველყოფილი. ლეონ ვალრასის მიერ მეცხრამეტე საუკუნეში ჩატარებული კვლევებიდან დაწყებული ეკონომისტები იყენებენ სულ უფრო დახვეწილ ინსტრუმენტებს, რათა დაადგინონ არსებობს თუ არა ფასთა სიმრავლე, რომელიც ანონასწორებს ყველა ბაზარს და თუ არსებობს, როგორ

7 სიმინდის კანონების შესახებ დებატებში ყურადღების ცენტრში იყო მინის და შრომის ფაქტორები.

8 აღმოჩენას, რომ ვაჭრობის დაწყება გაზრდის უხვად არსებული ფაქტორის ფარდობით ფასს ეწოდება სტოლპერ-სამუელსონის თეორემა იმ ეკონომისტების საპატივცემულოდ, რომლებმაც იგი ზედმინევნით ზუსტად დაასაბუთეს 1950-იან წლებში.

შეიძლება ფასების ამ სიმრავლის პოვნა. ამ განყოფილებაში ჩვენ განვიხილავთ ამ საკითხის ზოგიერთ ასპექტს.

მარტივი მათემატიკური მოდელი

ვალრასის პრობლემის თანამედროვე გადაწყვეტის არსებითი ასპექტები შეიძლება ნაჩვენები იქნეს შემთხვევისთვის, როცა წარმოებას არ აქვს ადგილი. წარმოვიდგინოთ, რომ არსებობს n პროდუქტი (აბსოლუტურად უცვლელი მიწოდება) ეკონომიკაში და ეს პროდუქტი გარკვეული გზით განაწილებულია ინდივიდებს შორის საზოგადოებაში. ვთქვათ, S_i (i = 1, ..., n) არის i პროდუქტის მთლიანი შესაძლო მიწოდება და p_i (i = 1, ..., n) არის i საქონლის ფასი. მთლიანი მოთხოვნა i პროდუქტზე დამოკიდებულია ყველა ფასზე და ეს ფუნქცია წარმოადგენს i პროდუქტზე ინდივიდების მოთხოვნების ფუნქციების ჯამს. მთლიანი მოთხოვნის ეს ფუნქცია აღინიშნება შემდეგნაირად:

$$D_i(p_1, ..., p_n),$$

სადაც, i = 1, ..., n.

რადგანაც ჩვენ გვაინტერესებს ფასების სრული სიმრავლე p_1, ..., p_n, მოსახერხებელი იქნება თუ ამ სიმრავლეს აღვნიშნავთ P-თი. შედეგად, მოთხოვნის ფუნქცია შეიძლება ჩაიწეროს ასე:

$$D_i(P).$$

ვალრასის პრობლემა ფორმალურად შეიძლება ასე გამოითქვას: არსებობს თუ არა წონასწორული ფასების სიმრავლე (P^*), რომლისთვისაც i-ს ყველა მნიშვნელობისთვის

$$D_i(P^*) = S_i?$$

ვალრასის მიერ დასმული შეკითხვაა: არსებობს თუ არა ფასების ისეთი სიმრავლე, რომლისთვისაც მიწოდება მოთხოვნას ერთდროულად ყველა ბაზარზე უტოლდება?

ჭარბი მოთხოვნის ფუნქციები

შემდგომში, უფრო მოსახერხებელი იქნება ფასების ნებისმიერი სიმრავლის (P) პირობებში i პროდუქტზე არსებული ჭარბი მოთხოვნის ფუნქციებზე მუშაობა, რომლებიც განსაზღვრულია შემდეგნაირად:[9]

9 თუმცა, ჩვენ არ გავაკეთებთ ასე, მიწოდების ქცევა აქ შეიძლება წარმოდგენილი იქნეს, როგორც P-ზე დამოკიდებული S_i-ის ქცევა

$$ED_i(P) = S_i(P) - S_i, \qquad i = 1, n \tag{13.23}$$

ამ ჩანაწერის გამოყენებით წონასწორობის პირობები შეიძლება გადაიწეროს ასე:

$$ED_i(P^*) = D_i(P^*) - S_i = 0, \qquad i = 1, n \tag{13.24}$$

ამ პირობების თანახმად წონასწორობის ფასების პირობებში ჭარბი მოთხოვნა უნდა იყოს ნულის ტოლი ყველა ბაზარზე.[10]

ვალრასმა აღნიშნა 13.24 განტოლების სისტემის რამდენიმე საინტერესო მახასიათებელი. პირველი, როგორც უკვე იქნა ნაჩვენები, მოთხოვნის ფუნქციები (და მაშასადამე, ჭარბი მოთხოვნის ფუნქციები) არის ნული ხარისხით ჰომოგენური. თუ ყველა ფასი გაორმაგდებოდა (შრომის ანაზრაურების ჩათვლით), მოთხოვნის მოცულობა თითოეულ პროდუქტზე დარჩებოდა უცვლელი. აქედან გამომდინარე, ჩვენ შეგვიძლია მხოლოდ ვივარაუდოთ წონასწორული შედარებითი ფასების ჩამოყალიბება ვალრასის ტიპის მოდელში. ვალრასის მეორე დაშვება იყო ის, რომ მოთხოვნის ფუნქციები (და მაშასადამე, ჭარბი მოთხოვნის ფუნქციები) არის უწყვეტი: თუ ფასების მცირედი ცვლილებით მოთხოვნის მოცულობებიც ასევე ოდნავ შეიცვლებოდა, ჰომოგენურობისა და უწყვეტობის შესახებ დაშვებები მომხმარებლის ქცევის თეორიის პირდაპირი შედეგებია, რომელიც შევისწავლეთ მეორე ნაწილში.

ჯაჭრასის კანონი

საბოლოო დაკვირვება, რომელიც განახორციელა ვალრასმა არის ის, რომ n ჭარბი მოთხოვნის ფუნქციები არ არიან ერთმანეთისგან დამოუკიდებლები. განტოლებები დაკავშირებულია ერთმანეთთან შემდეგი ფორმულით:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i \cdot ED_i(P) = 0 \tag{13.25}$$

13.25 განტოლებას, როგორც წესი, უწოდებენ ვალრასის კანონს. განტოლება აღნიშნავს, რომ ჭარბი მოთხოვნის „მთლიანი მნიშვნელობა" ნულის ტოლია ფასების ნებისმიერი სიმრავლის შემთხვევაში. აქ არ შეიძლება არსებობდეს არც ჭარბი მოთხოვნა და არც ჭარბი მიწოდება. ვალრასის კანონის დამტკიცება მარტივია, თუმცა, საჭიროა გავეცნოთ ზოგიერთ დიდ და რთულ აღნიშვნას. მტკიცება ეყრდნობა იმ ფაქტს, რომ თითოეული ინდივიდი ეკონომიკაში აწყდება საბიუჯეტო შეზღუდვას. მტკიცების მარტივი მაგალითი მოცემულია შენიშვნებში;[11] ამ მტკიცების განზოგადება მკითხველისთვის მიგვინდვია.

---

10 წონასწორობის ეს პირობა შემდგომში მცირედ იქნება შესწორებული, რათა გაითვალისწინოს პროდუქტი, რომლის წონასწორული ფასიც ნულის ტოლია

11 დავუშვათ, რომ საზოგადოებაში არსებობს ორი A და B პროდუქტი და ორი ინდივიდი – სმიტი და ჯონსი. D_A^S, D_B^S, S_A^S, და S_B^S იყოს სმიტის მოთხოვნები და მიწოდებები A და B პროდუქტისთვის და გამოვიყენოთ მსგავსი აღნიშვნა ჯონსის მოთხოვნებისა და მიწოდებებისთვის. სმიტის საბიუჯეტო შეზღუდვა უნდა ჩაიწეროს შემდეგნაირად:

აღსანიშნავია, რომ ვალრასის კანონი ვრცელდება არა მხოლოდ წონასწორულ ფასებზე, არამედ ფასების ნებისმიერ სიმრავლეზე. როგორც ჩანს, ეს კანონი ტრივიალურად მიესადაგება წონასწორული ფასების სიმრავლეს, რადგანაც ჭარბი მოთხოვნის თითოეული ფუნქცია 0-ის ტოლი იქნება ფასების ამ სიმრავლის პირობებში. ვალრასის კანონი გვიჩვენებს, რომ წონასწორობის პირობები n ბაზრებზე არ არის დამოუკიდებელი. ჩვენ არ გვაქვს n დამოუკიდებელი განტოლებები n უცნობებით (n ფასები). განტოლება 13.24 წარმოადგენს მხოლოდ $(n-1)$ დამოუკიდებელ განტოლებებს და ამიტომ, შეგვიძლია მხოლოდ იმედი ვიქონიოთ, რომ განვსაზღვრავთ $(n-1)$ ფასებს. თუმცა, ეს მოსალოდნელი იყო მოთხოვნის ფუნქციების ჰომოგენურობის გათვალისწინებით. შეიძლება განვსაზღვროთ მხოლოდ წონასწორობის ფარდობითი ფასები; ეს მოდელი არ გვაძლევს აბსოლუტური ფასების დადგენის საშუალებას.

წონასწორული ფასების არსებობის ჯაჭვასის დამტკიცება

ჭარბი მოთხოვნის განტოლებათა სისტემის ამ მახასიათებლების გაცნობიერების შემდეგ ვალრასი დაუბრუნდა წონასწორული (ფარდობითი) ფასების არსებობის საკითხს. ის ცდილობდა დაემტკიცებინა, რომ 13.24 განტოლების n წონასწორობის პირობები იყო საკმარისი ამ სიტუაციაში, იმაში დასარწმუნებლად, რომ ფასების ასეთი სიმრავლე რეალურად არსებობდა და ამრიგად, გაცვლის მოდელს გააჩნდა შეთავსებადი თეორიული სტრუქტურა. წონასწორობის ფასების არსებობის პირველი ნიშანი მოცემულია განტოლებებისა და უცნობების მარტივი გამოთვლით. საბაზრო წონასწორობის პირობები გვაძლევს $(n-1)$ დამოუკიდებელ განტოლებებს $(n-1)$ უცნობი ფარდობითი ფასებით. მაშასადამე, წრფივი განტოლებების სისტემის ამოხსნის ელემენტარული ალგებრის თანახმად წონასწორული ამოხსნა შეიძლება არსებობდეს.

სამწუხაროდ, როგორც ვალრასმა გააცნობიერა, წონასწორობის ფასების პოვნა არც ისე მარტივია, როგორც განტოლებებისა და უცნობების ამოხსნა. პირველი, განტოლებები არ არის აუცილებლად წრფივი. ამიტომ, წრფივი განტოლებების სისტემის ამოსახსნელად საჭირო სტანდარტული პირობები ამ შემთხვევაში არ გამოდგება. მე-

---

$$p_A D_A^s + p_B D_B^s = p_A S_A^s + p_B S_B^s$$

ან

$$p_A(D_A^s - S_A^s) + p_B(D_B^s - S_B^s) = 0$$

ან

$$p_A ED_A^s + p_B ED_B^s = 0$$

სადაც, ED_A^s და ED_B^s წარმოადგენს სმიტის ჭარბ მოთხოვნას შესაბამისად A და B პროდუქტისთვის. მსგავსი საბოუჯეტო შეზღუდვის წინაშე დგას ჯონსიც:

$$p_A ED_A^J + p_B ED_B^J = 0$$

აქედან გამომდინარე, თუ ED_A და ED_B გამოხატავს მთლიან ჭარბ მოთხოვნებს A და B პროდუქტისთვის, მივიღებთ

$$p_A(ED_A^s + ED_A^J) + p_B(ED_B^s + ED_B^J) = p_A ED_A + p_B ED_B = 0$$

ეს არის ვალრასის კანონი ზუსტად ისე, როგორც ის ჩანს 13.25 განტოლებაში

ორე, პრობლემის ეკონომიკური კონტექსტიდან გამომდინარე ნათელია, რომ წონასწორობის ფასები უნდა იყოს არაუარყოფითი. უარყოფით ფასს არ აქვს მნიშვნელობა ამ პრობლემის კონტექსტში. ამ დაბრკოლებების დასაძლევად ვალრასმა განავითარა მტკიცება, რომელიც მოიცავდა წონასწორული ფასების პოვნას მიმდევრობითი აპროქსიმაციის/მიახლოების სერიებით. ამ მტკიცების დეტალებში წარმოდგენის გარეშე საჭიროა ვნახოთ თუ როგორ მიუდგა ის პრობლემას.

დავიწყოთ ზოგიერთი საწყისი, შემთხვევითი ფასების სიმრავლით. სხვა ($n - 1$) ფასების მუდმივობის პირობებში, ვიპოვოთ წონასწორული ფასი ბაზარზე პროდუქტისთვის „1“. ვუწოდოთ წონასწორობის ამ „დროებით“ ფასს p_1'. ახლა კი p_1' და სხვა ($n - 2$) ფასების მუდმივობის პირობებში ვიპოვოთ წონასწორობის ფასი ბაზარზე პროდუქტისთვის „2“. ვუწოდოთ ამ ფასს p_2'. შევნიშნოთ, რომ საწყისი პოზიციიდან p_2-ის გადაადგილებით p_2'-მდე, დასაწყისში გაანგარიშებული ფასი ბაზრისთვის „1“ აღარ იქნება წონასწორული ფასი, რადგანაც პროდუქტი „1“ შეიძლება იყოს პროდუქტის „2“ შემცვლელი ან შემავსებელი. ეს გამოხატავს იმას, რომ განტოლებათა სისტემა ნამდვილად ერთდროულია. p_1' და p_2' დროებითი ფასების გამოყენებით ვიპოვოთ p_3'. დამტკიცების პროცესი მიმდინარეობს იმავე გზით, ვიდრე დროებითი შედარებითი ფასების სრული სიმრავლე არ იქნება გაანგარიშებული.

ვალრასის მტკიცების მეორე ვერსიაში, p_2', ..., p_n' არის მუდმივი მაშინ, როცა წონასწორობის ახალი ფასი გაიანგარიშება პირველი პროდუქტისთვის. ვუწოდოთ ამ ახალ დროებით ფასს p_1''. თუ პროცესს ზემოაღნიშნული გზით გავაგრძელებთ, შესაძლებელი იქნება დროებითი შედარებითი ფასების ახალი სიმრავლის (p_1'', ..., p_n'') გაანგარიშება. დამტკიცების ეს პროცესი მეორდება ამ გზით, ვიდრე არ იქნება მიღწეული წონასწორული ფასების სიმრავლესთან გონივრული მიახლოება.

ვალრასის დამტკიცების მნიშვნელობას განაპირობებს წონასწორული ფასის პოვნის პრობლემის ერთდროული ხასიათის ჩვენების შესაძლებლობა. მიუხედავად ამისა, ის, როგორც წესი, დღესდღეობით არ გამოიყენება. თანამედროვე ნაშრომებში წონასწორობის ფასების არსებობის საჩვენებლად გამოყენებულია უმაღლესი მათემატიკის შედარებით მარტივი ინსტრუმენტები. დამტკიცების ასეთი პროცესის საჩვენებლად უმაღლესი მათემატიკის ერთი თეორემა უნდა იქნეს აღწერილი.

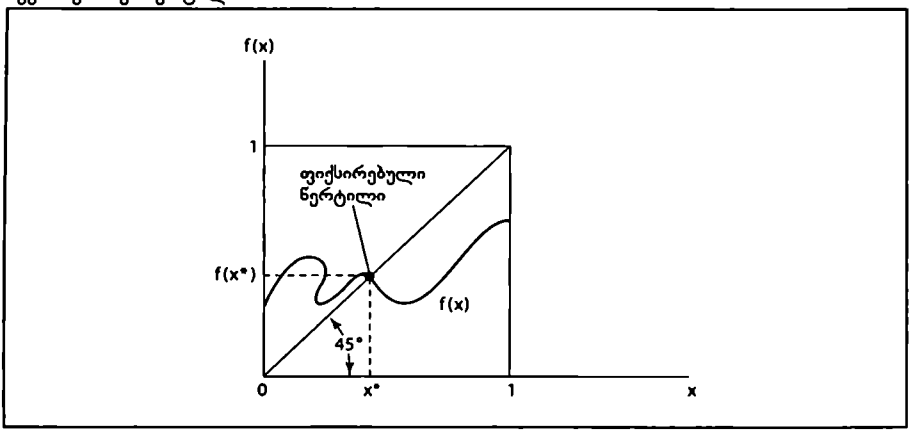
ბრაუერის უძრავი წერტილის თეორემა

რადგანაც ეს ნაწილი წმინდად მათემატიკურია, უმჯობესი იქნება დავიწყოთ პირდაპირ ბრაუერის თეორემის ჩამოყალიბებით:

> დახურული, შემოსაზღვრული, ამოზნექილი სიმრავლის ნებისმიერ უწყვეტ [$F(X)$] გამოსახვას თავის თავში გააჩნია მინიმუმ ერთი უძრავი წერტილი (X^*), რომლისთვისაც $F(X^*) = X^*$.

ნახაზი 13.7 ბრაუერის უძრავი წერტილის გრაფიკული გამოსახულება

რადგანაც ნებისმიერმა უწყვეტმა ფუნქციამ უნდა გადაკვეთოს 45°-იანი წრფე სადღაც ერთეულ კვადრატზე, ამ ფუნქციას უნდა ჰქონდეს წერტილი, რომლისთვისაც $f(x^*) = x^*$. ამ წერტილს ჰქვია „უძრავი წერტილი".



სანამ სიტყვა-სიტყვით გავაანალიზებთ ამ თეორემას, შესაძლოა, მაგალითი დაგვეხმაროს ტერმინოლოგიის გაგებაში. დავუშვათ, რომ $f(x)$ [0,1] ინტერვალზე განსაზღვრული უწყვეტი ფუნქციაა და $f(x)$ იღებს მნიშვნელობებს ასევე [0,1] ინტერვალზე. ამ შემთხვევაში ეს ფუნქცია ემორჩილება ბრაუერის თეორემის პირობებს; ეს უნდა იყოს შემთხვევა, როდესაც არსებობს რომელიმე ისეთი x^*, რომლისთვისაც $f(x^*) = x^*$. ეს ფაქტი ნაჩვენებია ნახაზზე 13.7. ამ გრაფიკიდან ნათელია, რომ ნებისმიერმა ფუნქციამ, რამდენადაც ის არის უწყვეტი (რამდენადაც მას არ გააჩნია „წყვეტა"), უნდა გადაკვეთოს 45°-იანი წრფე რომელიმე წერტილში. გადაკვეთის ეს წერტილი არის უძრავი წერტილი, რადგანაც f გამოსახავს ამ (x^*) წერტილს თავის თავში.

ამ თეორემის უფრო ზოგადი მნიშვნელობის შესასწავლად უნდა განვსაზღვროთ ტერმინები: გამოსახვა (mapping), დახურული, შემოსაზღვრული და ამოზნექილი. ამ ტერმინების განსაზღვრებები წარმოდგენილი იქნება ინტუიციური და არამკაცრი გზით, რადგან მათემატიკური სიმკაცრის დანახარჯები დიდად აღემატება მის შესაძლო სარგებელს ამ წიგნის მიზნებისთვის.

გამოსახვა არის წესი, რომელიც ერთი სიმრავლის რომელიმე წერტილს აკავშირებს სხვა (ან იმავე) სიმრავლის მეორე წერტილთან. ყველაზე ხშირად გვხვდება გამოსახვა, რომელიც აკავშირებს n განზომილებიანი სივრციდან ერთ წერტილს n განზომილებიანი სივრცის სხვა წერტილთან. დავუშვათ, რომ F არის გამოსახვა, რომელიც უნდა შევისწავლოთ, ხოლო X არის წერტილი, რომლისთვისაც განისაზღვრება გამოსახვა. გამოსახვა აკავშირებს X-ს სხვა რომელიმე $Y = F(X)$ წერტილთან. თუ გამოსახვა

განისაზღვრება n განზომილებიანი (S) სივრცის ქვესიმრავლით და თუ ყველა წერტილი S-ზე დაკავშირებულია (F წესის მიხედვით) S-ზე სხვა წერტილთან, მაშინ შეგვიძლია ვთქვათ, რომ გამოსახვა S-ს თავის თავში გამოსახავს. ნახაზზე 13.7 f ფუნქცია გამოსახავს ერთეულოვან ინტერვალს თავის თავში. გამოსახვა არის უწყვეტი თუ ერთმანეთთან ახლოს მყოფი წერტილები გამოსახულია სხვა წერტილებში, რომლებიც „ახლოა" ერთმანეთთან.

ბრაუერის უძრავი წერტილის თეორემა გამოსახვას განიხილავს, როგორც განსაზღვრულს გარკვეული სახის სიმრავლეებზე. ეს სიმრავლეები უნდა იყოს დახურული, შემოსაზღვრული და ამოზნექილი. შესაძლოა, უმარტივესი გზა ამ სიმრავლეების აღსანერად არის იმის თქმა, რომ ისინი გვანან საპნის ბუშტებს (მათი n განზომილებიანი ანალოგები არიან). ისინი არიან დახურული იმ აზრით, რომ გააჩნიათ საზღვრები; სიმრავლეები არის შემოსაზღვრული იმიტომ, რომ არც ერთი მათი განზომილება არ არის უსასრულოდ დიდი; არის ამოზნექილი იმიტომ, რომ არ გააჩნიათ ჩაღრმავებები. ამ სიმრავლეების თვისებების ტექნიკური აღწერა შეიძლება შეგვხვდეს ტოპოლოგიის ნებისმიერ ელემენტარულ წიგნში.[12] თუმცა, ჩვენი მიზნებისთვის საჭიროა მხოლოდ იმის გაცნობიერება, რომ ბრაუერის თეორემის მიზანია გამოვიყენოთ სათანადო ფორმის სიმრავლის გარკვეული ტიპების მიმართ. მაშასადამე, იმისათვის, რომ გამოვიყენოთ თეორემა წონასწორული ფასების არსებობის დასამტკიცებლად, პირველ რიგში, უნდა აღვწეროთ წერტილების სიმრავლე, რომელსაც გააჩნია ეს სასურველი თვისებები.

წონასწორული ფასების არსებობის დამტკიცება

ბრაუერის თეორემის გამოყენების პროცესში ახლახანს განვითარებული გაცვლის მოდელის მიმართ, გადამწყვეტია ფასების „ნორმალიზებისთვის" შესაფერისი გზის შერჩევა. რადგანაც, მხოლოდ შედარებით ფასებს აქვს მნიშვნელობა გაცვლის მოდელში, მოსახერხებელი იქნება თუ დავუშვებთ, რომ ფასები ისეა განსაზღვრული, რომ ყველა ფასის ჯამი არის 1-ის ტოლი. მათემატიკურად, ფასების ნებისმიერი $(p_1, ..., p_n)$ შემთხვევითი სიმრავლისთვის, ჩვენ შეგვიძლია განვიხილოთ ნორმალიზებული ფასები შემდეგი ფორმით:[13]

$$p_i^{\cdot} = \frac{p_i}{\sum_{i=1}^{n} p_i} \qquad \textbf{(13.26)}$$

ეს ახალი ფასები შეინარჩუნებენ საკუთარ საწყის მნიშვნელობებს ($p_i'/p_j' = p_i/p_j$) და მათი ჯამი იქნება 1-ის ტოლი:

12 ზოგადი წონასწორობის თეორიაში გამოყენებული მათემატიკის განვითარებისთვის იხილეთ შენიშვნები ამ თავის ბოლოს.

13 საჭიროა ერთი დამატებითი დაშვება: ერთ-ერთი ფასი მაინც არ არის ნულის ტოლი. ეკონომიკურად ეს ნიშნავს, რომ ერთი რესურსი მაინც არის შეზღუდული. ამ დაშვების გარეშე, ფასების ნორმალიზაცია არ იქნებოდა შესაძლებელი – ეკონომიკის სწავლა ამ შემთხვევაში არ იქნებოდა საჭირო, რადგან საზოგადოებაში არ იარსებებდა შეზღუდულობის ეკონომიკური პრობლემა.

$$\sum_{i=1}^{n} p_i^{'} = 1 \qquad \textbf{(13.27)}$$

ჭარბი მოთხოვნის ფუნქციების ნული ხარისხით ჰომოგენურობის გამო ასეთი სახის ნორმალიზაცია ყოველთვის შესაძლებელია. ამიტომ, შემდგომი მტკიცებისთვის ჩვენ დავუშვებთ, რომ ფასების შესაძლებელი სიმრავლე (S) შედგება n არაუარყოფითი რიცხვების ყველა შესაძლო კომბინაციისგან, რომელთა ჯამიც 1-ის ტოლია. თავიდან რომ ავიცილოთ რთული აღნიშვნა, ჩავსვავთ სპეციალურ სიმბოლოებს, რომელსაც ვიყენებთ ასეთი ფასებისთვის.

ფასების ამ S სიმრავლესთან მიმართებით შეგვიძლია გამოვიყენოთ ბრაუერის თეორემა. S სიმრავლე არის დახურული, შემოსაზღვრული და ამოზნექილი.[14] იმისათვის, რომ გამოვიყენოთ ბრაუერის თეორემა, ჩვენ განვსაზღვრავთ უწყვეტ S-ის უწყვეტ გამოსახვას თავის თავში. გამოსახვის გონივრული არჩევით შეგვიძლია ვაჩვენოთ, რომ თეორემის მიერ ნაკარნახევი უძრავი წერტილი რეალურად არის წონასწორული ფარდობითი ფასების სიმრავლე.

თავისუფალი პროდუქტი

დამტკიცების დეტალების დემონსტრირებამდე ჩვენ ხელახლა უნდა განვსაზღვროთ თუ რას ვგულისხმობთ ტერმინში - „წონასწორული ფასების სიმრავლე". წონასწორობისთვის არ არის საჭირო, რომ ჭარბი მოთხოვნა იყოს ზუსტად 0-ის ტოლი ყველა ბაზარზე. შეიძლება არსებობდეს პროდუქტი, რომლისთვისაც ბაზრები წონასწორობაშია, მაგრამ რომლისთვისაც მიწოდების შესაძლებელი მოცულობა აჭარბებს მოთხოვნას; ამ შემთხვევისთვის არსებობს უარყოფითი ჭარბი მოთხოვნა. ამ შემთხვევის არსებობისთვის საჭიროა, რომ ამ კონკრეტული პროდუქტის ფასი იყოს 0-ის ტოლი. ამიტომ, განტოლების 13.24 წონასწორობის პირობები ისე უნდა გადაიწეროს, რომ გაითვალისწინოს ასეთი თავისუფალი პროდუქტი:

$$\begin{aligned} ED_i(P^*) &= 0 \qquad p_i^* > 0 \\ ED_i(P^*) &\le 0 \qquad p_i^* = 0 \end{aligned} \qquad \textbf{(13.28)}$$

შევნიშნოთ, რომ წონასწორული ფასების ასეთი სიმრავლე კვლავაც ემორჩილება ვალრასის კანონს.

14 ორ განზომილებაში სიმრავლე იქნებოდა უბრალოდ (0, 1) და (1, 0) კოორდინატების შემაერთებელი სწორი ხაზი. სამ განზომილებაში სიმრავლე იქნებოდა სამკუთხედის ფორმის ფიგურა წვეროების კოორდინატებით (0, 0, 1), (0, 1, 0) და (1, 0, 0). ცხადია, რომ თითოეული ეს სიმრავლე დახურული, შემოსაზღვრული და ამოზნექილია.

ფასების სიმჭიდროს თავის თავში გამოსახვა

წონასწორობის ამ განსაზღვრების გამოყენებით და იმის შეხსენებით, რომ ფასების ნორმალიზება მოხდა ისე, რომ მათი ჯამი 1-ის ტოლია, ავაგოთ უწყვეტი ფუნქცია, რომელიც ფასების ერთ სიმრავლეს გარდაქმნის მეორედ. ფუნქცია დაეფუძნება ვალრასის იდეას - იმისათვის, რომ მივაღწიოთ წონასწორობას, პროდუქტის ფასი ჭარბი მოთხოვნის პირობებში უნდა გაიზარდოს, მაშინ, როცა პროდუქტის ფასები ჭარბი მიწოდების პირობებში უნდა შემცირდეს. აქედან გამომდინარე, ჩვენ განვსაზღვრავთ გამოსახვას $F(P)$-ს ნებისმიერი (ნორმალიზებული) ფასების P სიმრავლისთვის, სადაც $F(P)$-ს i-ური კომპონენტი, აღნიშნული $F^i(P)$-ით, ყველა i-სთვის მოცემულია შემდეგნაირად:

$$F^i(P) = p_i + ED_i(P). \qquad \textbf{(13.29)}$$

ამის შემდეგ გამოსახვა ასრულებს ფასების ზრდის და კლების საჭირო ამოცანას. თუ p_i-ზე i პროდუქტზე ჭარბი მოთხოვნაა $[ED_i(P) > 0]$, მაშინ p_i ფასი იზრდება; თუ ჭარბი მოთხოვნა უარყოფითია, p_i მცირდება. რადგანაც ვუშვებთ, რომ ჭარბი მოთხოვნის ფუნქცია არის უწყვეტი, ეს გამოსახვა ასევე იქნება უწყვეტი. განტოლების 13.29 გამოსახვასთან დაკავშირებით ორი პრობლემა რჩება. არ არსებობს გარანტია, რომ ახალი ფასები იქნება არაუარყოფითი. მაშასადამე, გამოსახვა მცირედ უნდა იქნეს მოდიფიცირებული და ყველა i-სთვის მივიღებთ:

$$F^i(P) = \max[p_i + ED_i(P), 0]. \qquad \textbf{(13.29)}$$

განტოლების 13.30 გამოსახვა ასევე უწყვეტია.

განტოლების 13.30 გამოსახვასთან დაკავშირებული მეორე პრობლემაა ის, რომ ხელახლა გაანგარიშებული ფასები არ არის აუცილებლად ნორმალიზებული; მათი ჯამი არ იქნება ერთის ტოლი. თუმცა, აღვილია მათი ნორმალიზება ისე, რომ მათი ჯამი გაუტოლდეს 1-ს.[15] იმისათვის, რომ თავიდან ავიცილოთ ახალი აღნიშვნის შემოღება დავუშვათ, რომ ეს ნორმალიზება მიღწეულია და შესაბამისად

$$\sum_{i=1}^{n} F^i(P) = 1. \qquad \textbf{(13.31)}$$

---

15 ამ ნორმალიზაციის მისაღწევად პირველად უნდა ვაჩვენოთ, რომ ყველა გარდაქმნილი ფასი არ იქნება ნულის ტოლი: საჭიროა ვაჩვენოთ, რომ $p_i + ED_i(P) > 0$ ზოგიერთი i-თვის. ეს შეიძლება დამტკიცდეს საწინააღმდეგოს დაშვებით. დავუშვათ, რომ $p_i + ED_i(P) \leq 0$ ყველა i-თვის. ამ გამოსახულების გამრავლებით p_i-ზე და დაჯამებით i-ს ყველა მნიშვნელობისთვის, მივიღებთ:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i^2 + \sum_{i=1}^{n} p_i ED_i(P) \leq 0$$

მაგრამ ვალრასის კანონის თანახმად

$$\sum_{i=1}^{n} p_i ED_i = 0$$

აქედან გამომდინარე,

$$\sum_{i=1}^{n} p_i^2 \leq 0$$

და ეს გულისხმობს, რომ $p_i = 0$ ყველა i-თვის. თუმცა, ჩვენ უკვე გამოვრიცხეთ ეს სიტუაცია (იხ. შენიშვნა 13) და ამგვარად, დავამტკიცეთ, რომ გარდაქმნილი ფასებიდან ერთი მაინც უნდა იყოს დადებითი.

ბრაუერის თეორემის გამოყენება

ამ ნორმალიზაციით F აკმაყოფილებს ბრაუერის უძრავი წეტილის თეორემის პირობებს. ის არის S სიმრავლის უწყვეტი გამოსახვა თავის თავში. აქედან გამომდინარე, არსებობს წერტილი (P^*), რომელიც გამოსახულია თავის თავში. ამ წერტილში ყველა i-სთვის

$$p_i^* = \max[p_i^* + ED_i(P^*), 0] \tag{13.32}$$

ეს განტოლება აღნიშნავს, რომ P^* არის წონასწორული ფასების სიმრავლე:

$$p_i^* = p_i^* + ED_i(P^*)$$

ან

$$ED_i(P^*) = 0; \tag{13.33}$$

და p_i^* = 0-თვის იქნება

$$p_i^* + ED_i(P^*) \le 0$$

ან

$$ED_i(P^*) \le 0; \tag{13.34}$$

მაშასადამე, ჩვენ ვაჩვენეთ, რომ ჭარბი მოთხოვნის ფუნქციების სიმრავლეს რეალურად გააჩნია წონასწორული ამოხსნა, რომელიც მოიცავს არაუარყოფით ფასებს. მარტივი გაცვლის ეს მოდელი, რომელიც აქ განვავითარეთ, იმასთან თავსებადია, რომ საბაზრო მიწოდების და მოთხოვნის ფუნქციებს აუცილებლად აქვთ გადაწყვეტა. მოთხოვნის ფუნქციების ჰომოგენურობისა და უწყვეტობის თვისებები და ვალრასის კანონის შესაძლებლობა ერთმანეთთან დააკავშიროს მიწოდება და მოთხოვნა, ერთობლივად განსაზღვრავენ ამ შედეგს.

განზოგადებები

ეს მტკიცება შედარებით ძველია ზოგადი წონასწორობის თეორიაში, მაგრამ ის გამოხატავს ამ სფეროში არსებული უფრო ახალი ლიტერატურის ბევრ მახასიათებელს. კერძოდ, თანამედროვე პირობებში პრაქტიკულად ყველა მტკიცება იყენებს ვალრასის კანონს და ეყრდნობა უძრავი წერტილის თეორემის რომელიმე ტიპს. უახლესი ნაშრომები ფოკუსირდება იმ გზებზე, რომლითაც ზოგადი წონასწორობის ფასების არსებობის დამტკიცება შეიძლება განზოგადდეს სიტუაციებზე, რომლებიც მოიცავს უფრო კომპლექსურ დაშვებებს მიწოდების შესახებ და იმაზე, თუ რეალურად როგორ შეიძლება გამოითვალოს წონასწორული ფასები. ამ წიგნის მომდევნო თავებში ჩვენ განვიხილავთ რამდენიმე ალტერნატიულ დაშვებას მიწოდების შესახებ, როგორიცაა არ-

ასრულყოფილი კონკურენციის შემთხვევები და „საზოგადოებრივი დოვლათის“ (რომელსაც განვსაზღვრავთ მოგვიანებით ამ თავში) მიერ გამოწვეული პრობლემები. მომდევნო განყოფილებაში ვაჩვენებთ თუ როგორ ხდება უძრავი წერტილის თეორემაზე დაფუძნებული ზოგადი წონასწორობის გამოყენებითი მოდელების აგება.

დამატებითი 13.3 ზოგადი წონასწორობა სამი პროდუქტისთვის

ოზის (Oz) ეკონომიკა შედგება მხოლოდ სამი ძვირფასი ლითონისგან: 1) ვერცხლი, 2) ოქრო და 3) პლატინა. ხელმისაწვდომია თითოეული ლითონის 10 (ათასი) უნცია. ქვემოთ მოცემულია მოთხოვნა ოქროსა და პლატინაზე შესაბამისად:

$$D_2 = -2\frac{p_2}{p_1} + \frac{p_3}{p_1} + 11 \quad \text{ან}$$
$$D_3 = -\frac{p_2}{p_1} - 2\frac{p_3}{p_1} + 18. \tag{13.35}$$

შევნიშნოთ, რომ მოთხოვნა ოქროსა და პლატინაზე დამოკიდებულია ორი პროდუქტის შედარებით ფასებზე და მოთხოვნის ეს ფუნქციები ნული ხარისხით ჰომოგენურია ყველა ფასის პირობებში. შევნიშნოთ ასევე, რომ მოთხოვნის ფუნქცია ვერცხლისთვის არ ჩაგვიწერია, მაგრამ როგორც ვნახავთ, ის შეიძლება მივიღოთ ვალრასის კანონიდან.

ოქროსა და პლატინის ბაზარზე წონასწორობის მისაღწევად საჭიროა, რომ მოთხოვნა უტოლდებოდეს მიწოდებას ერთდროულად ორივე ბაზარზე:

$$2\frac{p_2}{p_1} + \frac{p_3}{p_1} + 11 = 10,$$
$$-\frac{p_2}{p_1} - 2\frac{p_3}{p_1} + 18 = 10. \tag{13.36}$$

ერთდროულ განტოლებათა ეს სისტემა შეიძლება ამოიხსნას მარტივად:

$$\frac{p_2}{p_1} = 2, \frac{p_3}{p_1} = 3. \tag{13.37}$$

მაშასადამე, წონასწორობაში ოქროს ფასი იქნება ვერცხლის ფასზე ორჯერ მეტი, ხოლო პლატინის ფასი ვერცხლის ფასზე სამჯერ მეტი. პლატინის ფასი ოქროს ფასზე 1,5-ჯერ მეტი იქნება.

ვალრასის კანონი და მოთხოვნა ვერცხლზე. ვინაიდან, ამ ეკონომიკაში ვალრასის კანონი ძალაში უნდა იყოს, ცხადია, რომ

$$p_1 ED_1 = -p_2 ED_2 - p_3 ED_3. \tag{13.38}$$

(გაგრძელება)

განტოლებების 13.36 ამოხსნით ჭარბი მოთხოვნების მიმართ (უცვლელი მიწოდებების მარცხენა მხარეს გადატანით) და ვალრასის კანონში შეტანით მივიღებთ:

$$p_1 ED_1 = 2\frac{p_2^2}{p_1} - \frac{p_2 p_3}{p_1} - p_2 + \frac{p_2 p_3}{p_1} + 2\frac{p_3^2}{p_1} - 8p_3 \qquad \textbf{(13.39)}$$

ან

$$ED_1 = 2\frac{p_2^2}{p_1^2} + 2\frac{p_3^2}{p_1^2} - \frac{p_2}{p_1} - 8\frac{p_3}{p_1}. \qquad \textbf{(13.40)}$$

როგორც მოსალოდნელი იყო, ეს ფუნქცია ნული ხარისხით ჰომოგენურია შედარებითი ფასების პირობებში და ვერცხლის ბაზარი ასევე წონასწორობაშია ($ED_1 = 0$) უკვე გამოთვლილი შედარებითი ფასების პირობებში (ეს თავად შეამოწმეთ!).

ცვლილება მიწოდებაში. თუ ოქროს მიწოდება შემცირდება 7-მდე და პლატინის მიწოდება გაიზრდება 11-მდე, უნდა ველოდოთ, რომ შედარებითი ფასები შეიცვლება. მოსალოდნელია, რომ ოქროს შედარებითი ფასი გაიზრდება. ამის მსგავსად, ვინაიდან ოქროს ფასის ზრდა შეამცირებს მოთხოვნას პლატინაზე და პლატინის მიწოდება გაიზარდა, პლატინის შედარებითი ფასი უნდა დაეცეს. მაგრამ ეს შეამცირებს მოთხოვნას ოქროზე. საბოლოო შედეგი ბუნდოვანია - ცხადია, ქვემოთ მოცემული განტოლებების ერთობლივი ამოხსნაა საჭირო. შემდეგი განტოლებების

$$\begin{aligned} -2\frac{p_2}{p_1} + \frac{p_3}{p_1} + 11 &= 7 \quad \text{და} \\ -\frac{p_2}{p_1} - 2\frac{p_3}{p_1} + 18 &= 11 \end{aligned} \qquad \textbf{(13.41)}$$

ამონახსნებია:

$$\frac{p_2}{p_1} = 3, \frac{p_3}{p_1} = 2. \qquad \textbf{(13.42)}$$

მაშასადამე, ოქროს ფასი იზრდება ვერცხლის და პლატინის ფასთან შედარებით და პლატინის ფასი ეცემა ვერცხლის ფასთან შედარებით. ყველა ამ ეფექტის მიღება შეიძლება მხოლოდ ერთდროულ მოდელში.

შეკითხვა: არის თუ არა ვერცხლის ბაზარი ისევ წონასწორობაში ოქროს და პლატინის ახალი მიწოდების პირობებში?

ზოგადი წონასწორობის მოდელები

ზოგადი წონასწორობის მოდელირების განვითარებაში ბოლო წლებში ორი მნიშვნელოვანი წინსვლა დაფიქსირდა. პირველი, ეკონომიკური წონასწორობის თეორია განზოგადდა და მოიცვა ეკონომიკის პრაქტიკაში არსებული ბევრი მახასიათებელი, როგორებიცაა: არასრულყოფილი კონკურენცია, გარემო ფაქტორები და კომპლექსური საგადასახადო სისტემები. მეორე, კომპიუტერული შესაძლებლობების გაფართოებამ სხვადასხვა კომპიუტერულ პროგრამებთან (განსაკუთრებით მოდელის „ამომხსნელი" პროგრამები) ერთად შესაძლებელი გახადა ისეთი მოდელების შესწავლა, რომლებსაც შეუძლია მოიცვას ფაქტიურად ნებისმიერი სასურველი რაოდენობის პროდუქტი ან საოჯახო მეურნეობა. ამ განყოფილებაში ჩვენ მოკლედ მიმოვიხილავთ ამ მოდელების ზოგიერთ კონცეპტუალურ ასპექტს[16]. ამ თავის დამატება განიხილავს მოცემული მოდელების რამდენიმე მნიშვნელოვან გამოყენებას.

ზოგადი წონასწორობის მოდელების სტრუქტურა

ზოგადი წონასწორობის ნებისმიერი მოდელის აღწერა იწყება პროდუქტის იმ რაოდენობის განსაზღვრით, რომელიც ჩართულია მოდელში. ეს პროდუქტი მოიცავს როგორც საბოლოო მოხმარების, ასევე შუალედურ პროდუქტებს, რომლებიც გამოიყენება სხვა პროდუქტების წარმოების პროცესში (მაგალითად, კაპიტალური აღჭურვილობა), წარმოების ფაქტორებს, როგორებიცაა შრომა და ბუნებრივი რესურსები. იგი მოიცავს ასევე, პროდუქტს, რომელსაც სახელმწიფო აწარმოებს (საზოგადოებრივი პროდუქტი). ამის შემდეგ, მოდელის მიზანია წონასწორობის ფასების პოვნა ყველა ამ პროდუქტისთვის და იმის შესწავლა თუ როგორ იცვლება ეს ფასები პირობების ცვლილების შესაბამისად.

ზოგიერთი პროდუქტი ზოგადი წონასწორობის მოდელში ფირმების მიერ იწარმოება. წარმოების ტექნოლოგია უნდა განისაზღვრება საწარმოო ფუნქციებით. ასეთი განსაზღვრა ყველაზე ხშირად *CES* საწარმოო ფუნქციების ტიპების გამოყენებით მიმდინარეობს, რომელიც ვისწავლეთ თავებში 9 და 10. მათ შეუძლიათ მოგვცენ ზოგიერთი მნიშვნელოვანი ხედვა იმ გზების შესახებ, რომლითაც ხდება საწარმოო ფაქტორების შენაცვლება ცვალებადი ფასების საპირისპიროდ. ზოგადად, იგულისხმება, რომ ფირმები თავიანთი მოგების მაქსიმიზაციას ახდენენ მოცემული საწარმოო ფუნქციებისა და წარმოებისთვის საჭირო რესურსებისა და გამოშვების მოცემული ფასების პირობებში.

ზოგადი წონასწორობის მოდელებში მოთხოვნა ნაჩვენებია სხვადასხვა ტიპის საოჯახო მეურნეობებისთვის სარგებლიანობის ფუნქციების განსაზღვრით. სარგებლიანობა გამოიხატება, როგორც მოხმარებული პროდუქტებისა და იმ საწარმოო ფაქტორების ფუნქცია, რომლებიც არ მიეწოდება ბაზარს (მაგალითად, შრომა, რომელიც

16 ეს ნაწილი ეყრდნობა Walter Nickolson and Frank Westhoff, "General Equilibrium Models: Imroving the Microeconomics Classroom", Working Paper, Department of Economics, Amherst College, 2007.

არ მიწოდება ბაზარს, მოიხმარება, როგორც თავისუფალი დრო). იგულისხმება, რომ საოჯახო მეურნეობები ახდენენ სარგებლიანობის მაქსიმიზაციას. მათი შემოსავლები განისაზღვრება იმ საწარმოო ფაქტორების რაოდენობით, რომლებსაც ისინი ბაზარზე ყიდიან და იმ გადასახადების წმინდა შედეგით, რომელსაც ისინი იხდიან ან ტრანსფერტებით, რომელსაც იღებენ.

ბოლოს, ზოგადი წონასწორობის სრულმა მოდელმა უნდა განსაზღვროს მთავრობის მოქმედება. თუ მოდელში არის გადასახადები, უნდა მოხდეს იმის მოდელირება, თუ როგორ დაიხარჯება ეს გადასახადები ტრანსფერტებზე ან საზოგადოებრივ პროდუქტზე (რომელსაც მოაქვს სარგებლობა მომხმარებლისთვის). თუ მთავრობისთვის დაშვებულია სესხის აღება, მაშინ ობლიგაციების ბაზარი უნდა იყოს ნათლად მოდელირებული. ამდენად, მოდელი სრულად უნდა ასახავდეს რესურსების ნაკადს და შემოსავლის გამოყენებას, რომელიც ახასიათებს ეკონომიკას, რომლის მოდელირებაც ხდება.

ზოგადი წონასწორობის მოდელების ამოხსნა

როდესაც ტექნოლოგია (მიწოდება) და პრეფერენციები (მოთხოვნა) განსაზღვრულია, მაშინ წონასწორობის ფასებისა და რაოდენობების საპოვნელად ზოგადი წონასწორობის მოდელი უნდა ამოიხსნას. თემის წინა ნაწილში მოყვანილი მტკიცებულება აჩვენებს, რომ საზოგადოდ, ასეთ მოდელს გააჩნია ამოხსნა, მაგრამ, რეალურად, ამ ამოხსნის პოვნა ზოგჯერ ძნელია, განსაკუთრებით მაშინ, როცა პროდუქტის და საოჯახო მეურნეობების რიცხვი დიდია. ზოგადი წონასწორობის მოდელები, როგორც წესი, იხსნება კომპიუტერებში ალგორითმის მოდიფიცირებით, რომელიც 1970-იან წლებში პირველად ჰერბერტ სკარფმა განავითარა.[17] ეს ალგორითმი (ან მისი უფრო თანამედროვე ვერსიები) ცდილობს იპოვოს ბაზრის წონასწორობა იმ გზის იმიტირებით, რომლითაც ბაზარი მუშაობს; ანუ საწყისი ამოხსნა განსაზღვრულია და ამის შემდეგ ბაზრებზე, სადაც ჭარბი მოთხოვნაა ფასები იზრდება და მცირდება ბაზრებზე, სადაც ჭარბი მიწოდებაა. ასე გრძელდება მანამ, სანამ არ იქნება მიღწეული წონასწორობა, რომლის დროსაც ყველა ჭარბი მოთხოვნა ნულის ტოლია. ზოგჯერ, ადგილი აქვს მრავალ წონასწორობას, მაგრამ, როგორც წესი, ეკონომიკურ მოდელებს გააჩნია საკმარისი კურვატურა?(curvature) ძირითად წარმოებასა და სარგებლიანობის ფუნქციებში ისე, რომ სკარფის ალგორითმის მიერ ნაპოვნი წონასწორობა იქნება ერთადერთი.

ზოგადი წონასწორობის მოდელების ეკონომიკური გაგება

ზოგადი წონასწორობის მოდელები გვთავაზობს ხედვებს იმის შესახებ თუ როგორ მუშაობს ეკონომიკა, რისი მიღებაც შეუძლებელია თავში 12 შესწავლილი ნაწილობრივი

17 Herbert Scarf with Terje Hansen, *On the Computation of Economic Equilibria* (New Haven, CT: Yale University Press, 1973)

წონასწორობის მოდელების ტიპებიდან. მათგან ყველაზე მნიშვნელოვანია შემდეგი: ეკონომიკურ მოდელებში ყველა ფასი არის ენდოგენურია. მოდელების ეგზოგენური ელემენტებია პრეფერენციები და საწარმოო ტექნოლოგიები:

- ყველა ფირმა და საწარმოო ფაქტორი საოჯახო მეურნეობების საკუთრებაშია. საბოლოოდ, ყველა შემოსავალი საოჯახო მეურნეობებში მიდის;
- ნებისმიერი მოდელი, რომელიც მოიცავს სახელმწიფო სექტორს, არასრულია, თუ ის არ აკონკრეტებს როგორ ხდება საგადასახადო შემოსავლების გამოყენება;
- ნებისმიერი პოლიტიკის შეფასების დედააზრი არის საოჯახო მეურენობების სარგებლიანობა. ფირმები და სახელმწიფო, საბოლოო ანგარიშში, მხოლოდ შუამავლებია.
- ყველა გადასახადი, გარკვეული ზომით, ეკონომიკურ გადაწყვეტილებებს ამახინჯებს. მისგან გამოწვეული კეთილდღეობის დანაკარგები ყოველთვის უნდა შეუდარდეს ასეთი გადასახადების სარგებლიანობას (საზოგადოებრივი პროდუქტის წარმოების ან თანასწორობის გასაუმჯობესებლად განხორციელებული ტრანსფერტების თვალსაზრისით).

ზოგიერთი ეს ხედვა ქვემოთ მოცემულ ორ მაგალითშია ასახული. განხილული თემის უფრო სრულყოფილად გაგებისთვის, საჭიროების შემთხვევაში, შემდგომ თავებში დავუბრუნდებით ზოგადი წონასწორობის მოდელირებას.

მაგალითი 13.4: ზოგადი წონასწორობის მარტივი მოდელი

განვიხილოთ ზოგადი წონასწორობის მარტივი მოდელი მხოლოდ ორი საოჯახო მეურნეობით, ორი სამომხმარებლო პროდუქტითა (x და y) და წარმოების ორი ფაქტორით (კაპიტალი k და შრომა l). თითოეულ საოჯახო მეურნეობას გააჩნია კაპიტალი და შრომითი რესურსი და შეუძლია აირჩიოს, მას გაყიდის ბაზარზე თუ თავისთვის დაიტოვებს. ეს მოცემულობა, შესაბამისად, აღნიშნულია $\bar{k}_1$, $\bar{l}_1$ და $\bar{k}_2$, $\bar{l}_2$-ით. საოჯახო მეურნეობები იღებენ სარგებლიანობას სამომხმარებლო პროდუქტისგან, რომელსაც ისინი იძენენ და შრომის იმ რაოდენობიდან, რომელსაც ისინი არ ყიდიან ბაზარზე (ანუ თავისუფალი დრო = $\bar{l}_i - l_i$). საოჯახო მეურნეობებს გააჩნიათ კობი-დუგლასის მარტივი სარგებლიანობის ფუნქციები:

$$U_1 = x_1^{0.5} y_1^{0.3} (\bar{l}_1 - l_1)^{0.2}, \qquad U_2 = x_2^{0.4} y_2^{0.4} (\bar{l}_2 - l_2)^{0.2}. \tag{13.43}$$

ამრიგად, შინამეურნეობა 1-ს აქვს შედარებით დიდი პრეფერენცია x პროდუქტის მიმართ, ვიდრე საოჯახო მეურნეობა 2-ს. შევნიშნოთ, რომ სარგებლიანობის ამ ფუნქციებში კაპიტალი პირდაპირ არ შედის. მაშასადამე, თითოეული საოჯახო მეურნეობა ბაზარზე მის საკუთრებაში არსებულ მთელ კაპიტალს გამოიტანს. საოჯახო მეურნეობები შეინარჩუნებენ შრომითი რესურსების ნაწილს, რადგანაც თავისუფალი დრო პირდაპირ უზრუნველყოფს სარგებლიანობას.

(გაგრძელება)

x და y პროდუქტების წარმოება ხასიათდება კობ-დუგლასის მარტივი ტექნოლოგიებით:

$$x = k_x^{0.2} l_x^{0.8}, \qquad y = k_y^{0.8} l_y^{0.2}. \tag{13.44}$$

ამრიგად, ამ მაგალითში x-ის წარმოება შედარებით შრომაინტენსიურია მაშინ, როცა y-ის წარმოება შედარებით კაპიტალინტენსიურია.

ეს მოდელი რომ დავასრულოთ უნდა დავაკონკრეტოთ კაპიტალის და შრომის საწყისი მოცულობები. დავუშვათ, რომ

$$\bar{k}_1 = 40, \bar{l}_1 = 24 \quad \text{და} \quad \bar{k}_2 = 10, \bar{l}_2 = 24. \tag{13.45}$$

მიუხედავად იმისა, რომ საოჯახო მეურნეობებს გააჩნიათ შრომითი რესურსის თანაბარი რაოდენობა (24 „საათი"), საოჯახო მეურნეობა 1-ს გააჩნია უფრო მეტი კაპიტალი, ვიდრე საოჯახო მეურნეობა 2-ს.

საბაზისო დონის სიმულაცია. განტოლებები 13.43-13.45 განსაზღვრავს ზოგადი წონასწორობის სრულ მოდელს მთავრობის არარსებობის პირობებში. ამ მოდელის ამოხსნა შედგება ოთხი წონასწორული ფასისგან (x, y, k და l-თვის), რომლითაც საოჯახო მეურნეობებისარგებლიანობის მაქსიმიზაციას და ფირმები მოგების მაქსიმიზაციას ახდენენ.[18] რადგან ზოგადი წონასწორობის ნებისმიერ მოდელს შეუძლია მხოლოდ შედარებითი ფასები გაიანგარიშოს, ამიტომ შეგვიძლია შემოვიტანოთ ფასების ნორმალიზაციის სქემა. უნდა დავუშვათ, რომ ფასების ჯამი ყოველთვის ერთის ტოლია.

$$p_x + p_y + p_k + p_l = 1. \tag{13.46}$$

ამ ფასების მიმართ ამოხსნა[19] გვაძლევს

$$p_x = 0.363, p_y = 0.253, p_k = 0.136, p_l = 0.248. \tag{13.47}$$

მოცემული ფასების პირობებში x-ის მთლიანი წარმოება არის 23.7 და y-ის წარმოება არის 25.1. სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის არჩევანი საოჯახო მეურნეობა 1-თვის არის

$$x_1 = 15.7, y_1 = 8.1, \bar{l}_1 - l_1 = 24 - 14.8 = 9.2, U_1 = 13.5. \tag{13.48}$$

18 რადგან ფირმების სანარმოო ფუნქციები მასშტაბის მუდმივი უკუგებით ხასიათდება, თითოეული წონასწორობის პირობებში გამოიმუშავებს ნულოვან მოგებას. ამრიგად, ამ მოდელში საჭირო არ არის ფირმის კუთვნილების დაკონკრეტება.

19 კომპიუტერული პროგრამა, რომელიც გამოიყენება ამ ამოხსნაში ხელმისაწვდომია ვებ-გვერდზე - http://www.amherst.edu/%EF%BD%9Efwesthoff/compequ/FixedPointsCompEquApplet.html

საოჯახო მეურნეობა 2-თვის ეს არჩევანია

$$x_2 = 8.1,\ y_2 = 11.6,\ \bar{l}_2 - l_2 = 24 - 18.1 = 5.9,\ U_2 = 8.75. \qquad \textbf{(13.49)}$$

დავაკვირდეთ, რომ საოჯახო მეურნეობა 1 მოიხმარს x პროდუქტს საკმაოდ მცირე რაოდენობით, მაგრამ უზრუნველყოფს შრომის უფრო მცირე რაოდენობით მიწოდებას, ვიდრე საოჯახო მეურნეობა 2. ეს ასახავს საოჯახო მეურნეობა 1-ის კაპიტალის უფრო დიდ წვლილს ამ საბაზისო დონის სიმულაციაში. შემდგომში ამ საბაზისო შემთხვევას ზოგიერთ სიმულაციაში დავუბრუნდებით.

შეკითხვა: როგორ აჩვენებდით, რომ თითოეული საოჯახო მეურნეობა ემორჩილება მისი ბიუჯეტის შეზღუდულობას ამ სიმულაციაში? გამოხატავს თუ არა თითოეული საოჯახო მეურნეობის საბიუჯეტო განაწილება საბიუჯეტო წილებს, რაც მისი სარგებლიანობის ფუნქციის ფორმით იგულისხმება?

გადასახადის ეფექტი საგადასახადო შემოსავლებზე

თავში 12 ვაჩვენეთ, რომ გადასახადების დაწესებამ გადასახადების მასტიმულირებელი ეფექტებიდან გამომდინარე საგადასახადო შემოსავლების გარდა შეიძლება ზედმეტი ტვირთი შექმნას. ამ ეფექტის შესახებ ზოგადი წონასწორობის მოდელის საშუალებით შეგვიძლია გაცილებით მეტი წარმოვადგინოთ. უფრო ზუსტად, დავუშვათ, რომ მთავრობა, მაგალითში 13.4 მოყვანილ ეკონომიკაში, x პროდუქტზე 0.4-ის ტოლ დამატებული ღირებულების გადასახადს აწესებს. ეს გამოიწვევს განსხვავებას მყიდველების მიერ x პროდუქტში გადახდილ თანხასა (p_x) და იმ ფასს შორის, რომელსაც მიმწოდებლები იღებენ თავიანთი პროდუქტის სანაცვლოდ ($p_x' = (1 - t)\ p_x = 0.6p_x$). მოდელის სრულყოფისათვის დავაკონკრეტოთ როგორ გამოიყენება ამ გადასახადიდან მიღებული შემოსავლები. სიმარტივისთვის, დავუშვათ, რომ ეს შემოსავლები დაუბრუნდა საოჯახო მეურნეობებს და მათზე თანაბრად განაწილდა. ყველა სხვა ასპექტით ეკონომიკა რჩება ისეთივე, როგორიც აღწერილია მაგალითში 13.4.

მოდელის ამოხსნა წონასწორობის ახალი ფასების მიმართ გვაძლევს:

$$p_x = 0.472,\ p_y = 0.218,\ p_k = 0.121,\ p_l = 0.188. \qquad \textbf{(13.50)}$$

ასეთი ფასების პირობებში x-ის მთლიანი გამოშვებაა 17.9, ხოლო y-ის - 28.8. შედეგად, განხორციელდა რესურსების მნიშვნელოვანი გადანაწილება y პროდუქტის წარმოების მიმართულებით. მიუხედავად იმისა, რომ მაგალითში 13.4 x-ის შედარებითი ფასი ($= p_x/(p_y = 0.472/0.218 \approx 2.17$)) მომხმარებლებისთვის მის საწყის მნიშვნელობასთან შედარებით (1.43) მნიშვნელოვნად გაიზარდა, ფასების თანაფარდობა ფირმებისთვის ($0.6p_x/(p_y = 1.30$)) მის საწყის მნიშვნელობასთან შედარებით შემცირდა. ნაწილობრივი წონასწორობის ანალიზის საფუძველზე ზოგიერთმა შეიძლება იფიქროს, რომ მომ-

(გაგრძელება)

მაგალითი ხელფასების ზრდის შესახებ

ხმარებლები მოითხოვენ x პროდუქტის უფრო მცირე რაოდენობას და ამის მსგავსად, ფირმები ამ პროდუქტის წარმოებას შეამცირებენ. თუმცა, ნაწილობრივი წონასწორობის ანალიზი არ მოგვცემდა საშუალებას გვევარაუდა y პროდუქტის გაზრდილი წარმოება (რაც გამომდინარეობს იქიდან, რომ y პროდუქტის შედარებითი ფასი დაეცა მომხმარებლებისთვის, მაგრამ ფირმებისთვის გაიზარდა) და საწარმოო ფაქტორების ფარდობითი ფასების შემცირება (რადგანაც შემცირებულია მთლიანი წარმოება). ყველა ამ ეფექტის უფრო სრულყოფილი სურათი შეგვიძლია დავინახოთ ორი საოჯახო მეურნეობის საბოლოო წონასწორობის პოზიციებზე დაკვირვებით. გადასახადის შემდგომი განაწილება საოჯახო მეურნეობა 1-სთვის არის

$$x_1 = 11.6,\ y_1 = 15.2,\ \bar{l}_1 - l_1 = 11.8,\ U_1 = 12.7. \qquad \textbf{(13.51)}$$

საოჯახო მეურნეობა 2-სთვის არის

$$x_2 = 6.3,\ y_2 = 13.6,\ \bar{l}_2 - l_2 = 7.9,\ U_2 = 8.96. \qquad \textbf{(13.52)}$$

ამრიგად, გადასახადის შემოღებამ მნიშვნელოვნად გააუარესა საოჯახო მეურნეობა 1-ის მდგომარეობა: სარგებლიანობა 13.5-დან 12.7-მდე დაეცა. ამ გადასახადით ან ტრანსფერის სქემით საოჯახო მეურნეობა 2-ის მდგომარეობა უმნიშვნელოდ გაუმჯობესდა, უპირველეს ყოვლისა, გამომდინარე იქიდან, რომ ის იღებს საგადასახადო შემოსავლის შედარებით დიდ წილს, რომელიც ძირითადად საოჯახო მეურნეობა 1-სგან მომდინარეობს. მიუხედავად იმისა, რომ მთლიანი სარგებლიანობა შემცირდა (როგორც ნავარაუდევი იყო ჭარბი ტვირთის ნაწილობრივი წონასწორობის მარტივი ანალიზით), ზოგადი წონასწორობის ანალიზი გვაძლევს გადასახადის განაწილების შედეგების უფრო სრულყოფილ სურათს. ასევე შევნიშნოთ, რომ შრომის მიწოდების მთლიანი რაოდენობა გადასახადის შედეგად ეცემა: თავისუფალი დრო 15.1-დან (საათები) 19.7-მდე იზრდება. მაშასადამე, x პროდუქტზე გადასახადის დაწესებას ჰქონდა უფრო მნიშვნელოვანი შრომის მიწოდების ეფექტი, რაც საერთოდ უხილავია ნაწილობრივი წონასწორობის მოდელში.

შეკითხვა: შესაძლებელია თუ არა (მაგალითთან 13.4 შედარებით) გადასახადის დაწესების ამ სცენარში ორივე შინამეურნეობის მდგომარეობის გაუმჯობესება საგადასახადო შემოსავლების განსხვავებული გადანაწილებით?

კეთილდღეობის ეკონომიკა

მიუხედავად იმისა, რომ ბევრი აცნობიერებს კონკურენტული ფასების სისტემის წონასწორულ თვისებებს (ფასები, როგორც წესი, მნიშვნელოვნად არ მერყეობს ყოველდღიურად), ისინი ვერ ხედავენ რესურსების განაწილების ზოგად სურათს. კონკურენტული მოდელის მიერ აღწერილი კავშირები იმდენად რთულია, რომ ძნელია იმის დაჯერება, რომ ამ ქაოსისგან რაიმე სასურველი შედეგი მიიღება. ეს შეხედულება განაპირობებს შემდეგ მოსაზრებას: რადგან საბაზრო ძალების შედეგები არის ქაოტური, საზოგადოებას შეუძლია უფრო მეტის მიღწევა დაგეგმვით.

სმიტის უხილავი ხელის ჰიპოთეზა

გენიალურმა ადამ სმიტმა გაილაშქრა ამ მოსაზრების წინააღმდეგ, რომელიც სავარაუდოდ, მეთვრამეტე საუკუნეში იყო გაბატონებული. სმიტისთვის კონკურენტული ბაზრის სისტემა ქაოსის აბსოლუტურად საპირისპირო იყო. სმიტის აზრით, კონკურენტული ბაზრის სისტემა ქმნის „უხილავ ხელს“, რომლის ძალითაც რესურსები პოულობენ გზას იქითკენ, სადაც ისინი ყველაზე მეტად ფასობს, რითიც გაიზრდება საზოგადოების „კეთილდღეობა“. იგი თვლიდა, რომ ინდივიდებისა და ფირმების პირადი ინტერესი (შესაძლოა საკვირველია, მაგრამ) სასურველ სოციალურ შედეგს მოიტანს.

სმიტის შეხედულებებმა საფუძველი დაუდო თანამედროვე კეთილდღეობის ეკონომიკას. კერძოდ, მისი ფართოდ ცნობილი ტერმინი - „უხილავი ხელი“ - გახდა მამოძრავებელი იმისა, რასაც დღეს კეთილდღეობის ეკონომიკის პირველი თეორემა ეწოდება და რომლის თანახმადაც, არსებობს მჭიდრო კავშირი რესურსების ეფექტიან განაწილებასა და რესურსებზე კონკურენტული ფასების არსებობას შორის. აქ გამოვიკვლევთ ამ კავშირის ზოგიერთ დეტალს. დავიწყებთ წარმოების ფაქტორების და გამოშვების არჩევანის ეკონომიკური ეფექტიანობის განსაზღვრით. ჩვენი განსაზღვრებები, რომელიც ეფუძნება მეცხრამეტე საუკუნის ეკონომისტის ვილფრედო პარეტოს შრომებს, უკვე იყო მოკლედ აღწერილი თავში 12. ამჯერად ჩვენი მიზანია, ერთად განვიხილოთ ეს განსაზღვრებები და ვაჩვენოთ რესურსების კონკურენტულ განაწილებასთან მათი კავშირი.

პარეტო ეფექტიანობა

დავიწყოთ ეკონომიკური ეფექტიანობის პარეტოსეული განსაზღვრებით.

განსაზღვრება

პარეტო ეფექტიანი განაწილება. რესურსების განაწილება პარეტო ეფექტიანია თუ შეუძლებელია (შემდგომი გადანაწილების გზით) ერთი ადამიანის კეთილდღეობის გაუმჯობესება მეორეს კეთილდღეობის გაუარესების გარეშე.

ამრიგად, პარეტოს განსაზღვრების თანახმად ცალკეული განაწილებები არის „არაეფექტიანი“, თუ შესაძლებელია შემდგომი გაუმჯობესებები. შევნიშნოთ, რომ განსაზღვრებას არ ესაჭიროება სარგებლიანობის ინტერპერსონალური შედარებები; „გაუმჯობესებები“ განისაზღვრება თვით ინდივიდების მიერ.

ეფექტიანობა წარმოებაში

ეკონომიკა ეფექტიანია წარმოებისას, თუ ის იმყოფება მის საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარზე. ფორმალურად, შეგვიძლია გამოვიყენოთ პარეტოს ტერმინოლოგია, რომ განვსაზღვროთ საწარმოო ეფექტიანობა:

განსაზღვრება

საწარმოო ეფექტიანობა. რესურსების განაწილება ეფექტიანია წარმოებისას (ან „ტექნიკურად ეფექტიანია“), თუ შემდგომი გადანაწილების გზით შეუძლებელია ერთი პროდუქტის უფრო მეტი რაოდენობით წარმოება სხვა პროდუქტის გამოშვების აუცილებელი შემცირების გარეშე.

ამ განსაზღვრების გაგება შეიძლება ყველაზე მარტივი იყოს მისი შებრუნებული განსაზღვრების გააზრებით - განაწილება არაეფექტიანია, თუ შესაძლებელია არსებული რესურსების გადაადგილება მცირედით და ერთი პროდუქტის დამატებითი რაოდენობის მიღება სხვა პროდუქტების გამოშვების შემცირების გარეშე. ტექნიკურად ეფექტიანი განაწილებებით ასეთი აშკარა გაუმჯობესებების მიღწევა შეუძლებელია. არჩევანი გამოშვებებს შორის, რომელიც გამოწვეულია საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარზე მოძრაობებით, საზღვრზე არსებული ყველა განაწილების ტექნიკურად ეფექტიან ბუნებას გამოხატავს.

ტექნიკური ეფექტიანობა არის პარეტო ეფექტიანობის აუცილებელი წინაპირობა. დავუშვათ, რესურსები განაწილებულია ისე, რომ წარმოება იყო არაეფექტიანია; ანუ წარმოება საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვრის შიგნით რომელიმე წერტილზეა. ამ შემთხვევაში შესაძლებელია მინიმუმ ერთი პროდუქტის უფრო მეტი რაოდენობით წარმოება სხვა პროდუქტების გამოშვების შემცირების გარეშე. ეს გაზრდილი გამოშვება შეიძლება შეხვდეს რომელიმე იღბლიან ადამიანს, რაც მის მდგომარეობას გააუმჯობესებდა (და არავის მდგომარეობა არ გაუარესდებოდა). მაშასადამე, არაეფექტიანობა წარმოებისას, ასევე, პარეტო არაეფექტიანობაა. თუმცა, როგორც ვნახავთ მომდევნო განყოფილებაში, ტექნიკური ეფექტიანობა პარეტო ეფექტიანობის მიღწევის გარანტიას არ იძლევა. ეკონომიკა შეიძლება იყოს ეფექტიანი არასწორი პროდუქტის წარმოების პირობებში - მაგალითად, როდესაც არსებული რესურსების მთელი რაოდენობა გამოიყენება მარცხენა ფეხსაცმლის წარმოებაში. ეს ამ რესურსების ტექნიკურად ეფექტიანი გამოყენებაა, მაგრამ ნამდვილად შესაძლებელია ზოგიერთი პარეტო გაუმჯობესების პოვნა, რომელშიც ყველას მდგომარეობა გაუმჯობესდება.

ფირმებს შორის რესურსების ეფექტიანი განაწილება

ტექნიკური ეფექტიანობის მისაღწევად რესურსები სწორად უნდა განაწილდეს ფირმებს შორის. ინტუიციურად, რესურსები განაწილებულია იმ ფირმების სასარგებლოდ, რომელთაც მათი უკეთ გამოყენება შეუძლიათ. უფრო ზუსტად, ეფექტიანი განაწილების პირობა არის ის, რომ გარკვეული პროდუქტის წარმოებაში გამოყენებული ნებისმიერი რესურსის ზღვრული ფიზიკური პროდუქტი უნდა იყოს იგივე იმისგან დამოუკიდებლად, თუ რომელი ფირმა აწარმოებს ამ პროდუქტს.

ამ წესის მათემატიკური დამტკიცება მარტივია. დავუშვათ, რომ არსებობს ორი ფირმა, რომელიც აწარმოებს ერთიდაიგივე x პროდუქტს და მათი საწარმოო ფუნქციებია $f_1(k_1, l_1)$ და $f_2(k_2, l_2)$. ასევე, დავუშვათ, რომ კაპიტალის და შრომის მთლიანი მიწოდებები მოცემულია $\bar{k}$ და $\bar{l}$-ით. განაწილების პრობლემა ამ შემთხვევაში იქნება შემდეგი გამოსახულების მაქსიმიზაცია

$$x = f_1(k_1, l_1) + f_2(k_2, l_2), \tag{13.53}$$

შემდეგი შემზღუდავი პირობებით:

$$\begin{aligned} k_1 + k_2 &= \bar{k}, \\ l_1 + l_2 &= \bar{l} \end{aligned} \tag{13.54}$$

განტოლებაში 13.53 შეზღუდვების შეტანით მაქსიმიზაციის პრობლემა გახდება:

$$x = f_1(k_1, l_1) + f_2(\bar{k} - k_1, \bar{l} - l_1). \tag{13.55}$$

პირველი რიგის პირობები მაქსიმუმისთვის არის

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial k_1} &= \frac{df_1}{\partial k_1} + \frac{df_2}{\partial k_1} = \frac{df_1}{\partial k_1} - \frac{df_2}{\partial k_2} = 0 \quad \text{და} \\ \frac{\partial x}{\partial l_1} &= \frac{df_1}{\partial l_1} + \frac{df_2}{\partial l_1} = \frac{df_1}{\partial l_1} - \frac{df_2}{\partial l_2} = 0 \end{aligned} \tag{13.56}$$

ან

$$\frac{df_1}{\partial k_1} = \frac{df_2}{\partial k_2} \quad \text{და} \quad \frac{df_1}{\partial l_1} = \frac{df_2}{\partial l_2}, \tag{13.57}$$

რის დამტკიცებაც გვსურდა.

ამოცანა 13.6 ეფექტიანად განაწილებული შრომიდან მიღებული სარგებელი

იმისათვის, რომ შევაფასოთ რესურსების ეფექტიანი განაწილებიდან მიღებული გამოშვების რაოდენობრივი სარგებელი, დავუშვათ, რომ ბრინჯის მწარმოებელ ორ ფერმას აქვს მარტივი ფორმის საწარმოო ფუნქციები

$$q = k^{1/4}l^{3/4}, \tag{13.58}$$

მაგრამ ერთი ფერმა უფრო მექანიზებულია, ვიდრე მეორე. თუ კაპიტალი პირველი ფერმისთვის არის $k_1 = 16$, ხოლო მეორესთვის – $k_2 = 625$, მაშინ

$$\begin{aligned} q_1 &= 2l_1^{3/4}, \\ q_2 &= 5l_2^{3/4}. \end{aligned} \tag{13.59}$$

თუ შრომის მიწოდების მთლიანი მოცულობა არის 100, შრომის თანაბარი განაწილება ამ ორ ფერმაზე მოგვცემს ბრინჯის მთლიან გამოშვებას

$$Q = q_1 + q_2 = 2(50)^{3/4} + 5(50)^{3/4} = 131.6. \tag{13.60}$$

ეფექტიანი განაწილების პოვნა შესაძლებელია ზღვრული მწარმოებლურობების გატოლებით:

$$\frac{\partial q_1}{\partial l_1} = \left(\frac{3}{2}\right)l_1^{-1/4} = \frac{\partial q_2}{\partial l_2} = \frac{15}{4}l_2^{-1/4}. \tag{13.61}$$

აქედან გამომდინარე, ეფექტიანობისთვის, შრომა ისე უნდა იქნეს განაწილებული, რომ

$$l_1 = \left(\frac{5}{2}\right)^{-4} l_2 = 0{,}0256l_2. \tag{13.62}$$

ფერმა 2-ის კაპიტალიზაციის უფრო მაღალი დონის პირობებში, პრაქტიკულად შრომის მთელი რესურსი მას უნდა მოხმარდეს. შრომის 100 ერთეულიდან 97.4 ერთეული ფერმა 2-ზე უნდა გადანაწილდეს და მხოლოდ 2.6 ერთეული ფერმა 1-ს რჩება. ამ შემთხვევაში მთლიანი ამონაგები იქნება

$$Q = q_1 + q_2 = 2(2.6)^{3/4} + 5(97.4)^{3/4} = 159.1. \tag{13.63}$$

ეს არის 20%-ით მეტი, ვიდრე ბრინჯის წარმოება თანაბარი განაწილების პირობებში.

შეკითხვა: წარმოვიდგინოთ, რომ კაპიტალი არ არის ფიქსირებული ამ ამოცანაში. როგორ უნდა განაწილდეს კაპიტალი და შრომა ორ ფერმას შორის?

საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვრის მიღწევა

მიუხედავად იმისა, რომ ზღვრული მწარმოებლურობების ტოლობა უზრუნველყოფს ნებისმიერი პროდუქტის მწარმოებელ ფირმებს შორის რესურსების ეფექტიან განაწილებას, აღნიშნული პირობა არ არის საკმარისი იმის უზრუნველსაყოფად, რომ განსხვავებული პროდუქტების მწარმოებელ ფირმებს შორის საწარმოო ფაქტორები განაწილებული იყოს ეფექტიანად. როგორც ამ თავში ზემოთ აღვნიშნეთ (ნახაზი 13.2), ასეთი ეფექტიანობის პირობებია ის, რომ წარმოების ფაქტორებს შორის ტექნიკური შენაცვლების ნორმები თითოეული პროდუქტის წარმოებაში უნდა იყოს იგივე რათა წარმოება საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარზე იყოს. განვიხილოთ უფრო ფორმალური მტკიცება. დავუშვათ, რომ კაპიტალის და შრომის გამოყენებით მხოლოდ ორი პროდუქტი (x და y) იწარმოება. რადგანაც უკვე განვიხილეთ რესურსების განაწილება ფირმებს შორის, რომლებიც ერთიდაიმავე პროდუქტს ანარმოებენ, აქ დავუშვებთ, რომ თითოეულ პროდუქტს მხოლოდ ერთი ფირმა აწარმოებს. საწარმოო ფუნქცია x-სთვის არის $x = f(k_x, l_x)$, ხოლო y-სთვის – $y = g(k_y, l_y)$. საწარმოო ფაქტორების ხელმისაწვდომობის შეზღუდულობაა $\bar{k} = k_x + k_y$ და $\bar{l} = l_x + l_y$. ტექნიკური ეფექტიანობის მიღწევის პრობლემაა x-ის მნიშვნელობის მაქსიმიზაცია y-ის ნებისმიერი კონკრეტული მნიშვნელობისთვის, ვთქვათ, $\bar{y}$. ლაგრანჟის ფორმულა ამ პრობლემისთვის გვაძლევს

$$\mathcal{L} = f(k_x, l_x) + \lambda[g(\bar{k} - k_x, \bar{l} - l_x) - \bar{y}]. \qquad \textbf{(13.64)}$$

პირველი რიგის პირობები მაქსიმუმისთვის არის

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_x} &= f_1 - \lambda g_1 = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial l_x} &= f_2 - \lambda g_2 = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= g\left(\bar{k} - k_x, \bar{l} - l_x\right) - \bar{y} = 0. \end{aligned} \qquad \textbf{(13.65)}$$

პირველი ორი განტოლების გაყოფა გვაძლევს საჭირო შედეგს:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{g_1}{g_2}. \qquad \textbf{(13.66)}$$

მაშასადამე, ბევრი ფირმის და რამოდენიმე გამოშვების შემთხვევაში განტოლებებში 13.57-სა და 13.66-ში დაკონკრეტებული პირობები იძლევა იმის გარანტიას, რომ წარმოებას ადგილი აქვს საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარზე; ანუ წარმოება იქნება ტექნიკურად ეფექტიანი.

ბამოშვების კომბინაციის ეფექტიანობა

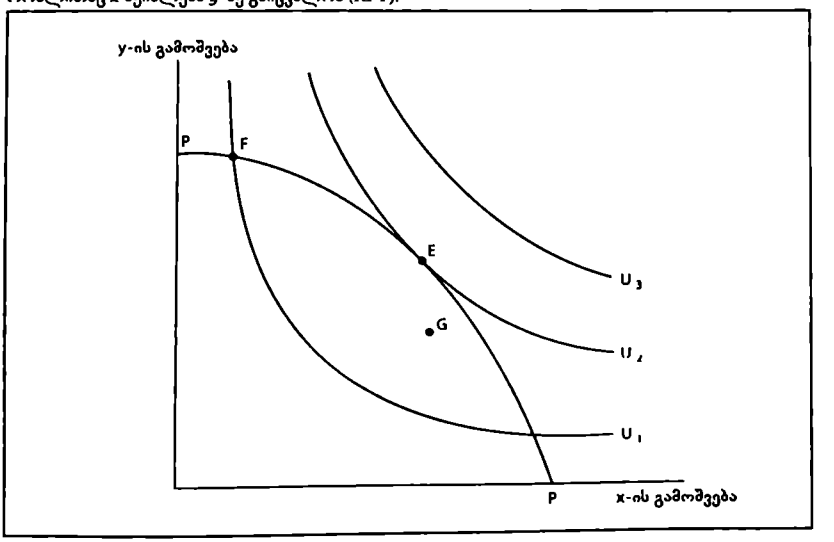
ტექნიკურმა ეფექტიანობამ აუცილებელი არ არის განაპირობოს საერთო პარეტო ოპტიმალურობა. მოთხოვნა ანალიზში აუცილებლად უნდა შემოვიტანოთ. ეკონომიკისთვის ძალიან მცირე სარგებელი ექნება იო-იო სათამაშოებისა და ქსილოფონების ეფექტიან წარმოებას, თუ ეს პროდუქტები არავის დასჭირდება. პარეტო ეფექტიანობის მისაღწევად გვჭრდება რაიმე გზა, რომლითაც ერთმანეთთან დავაკავშირებთ ინდივიდების უპირატესობებსა და საწარმოო შესაძლებლობებს. საჭირო პროდუქტების წარმოების პირობა არის ის, რომ შენაცვლების ზღვრული ნორმა (MRS) ნებისმიერი ორი პროდუქტისთვის უნდა უდრიდეს მოცემული პროდუქტების პროდუქტის ტრანსფორმაციის ნორმას (RPT). მარტივად რომ ვთქვათ, მომხმარებლის პრეფერენციებში ორ პროდუქტს შორის არჩევანის ფსიქოლოგიური ნორმა უნდა უდრიდეს ნორმას, რომლითაც წარმოებაში შეიძლება ისინი გაიცვალოს.

დამტკიცება გრაფიკულად

ნახაზი 13.8 ასახავს ძალიან მარტივი შემთხვევისთვის პროდუქტების კომბინაციის ეფექტიანობისთვის საჭირო მოთხოვნებს ერთი ინდივიდისგან შემდგარი ეკონომიკის-

ნახაზი 13.8 პროდუქტების კომბინაციის ეფექტიანობა რობინზონ კრუზოს ეკონომიკაში

ერთი ადამიანისგან შემდგარ ეკონომიკაში PP მრუდი წარმოადგენს x-ის და y-ის წარმოების შესაძლო კომბინაციებს. წარმოების თვალსაზრისით PP-ზე არსებული ყველა წერტილი ეფექტიანია. მიუხედავად ამისა, მხოლოდ E წერტილით გამოხატულ x-ის და y-ის წარმოების კომბინაციას მოაქვს მაქსიმალური სარგებლობა ინდივიდისთვის. E წერტილზე ინდივიდის MRS უდრის ნორმას, რომლითაც x შეიძლება y-ზე გაიცვალოს (RPT).



თვის. ის უშვებს, რომ ერთი ინდივიდი ამ ეკონომიკაში (რობინზონ კრუზო?) აწარმოებს მხოლოდ ორ პროდუქტს (x და y). (ეს ანალიზი შეიძლება გამოვიყენოთ ეკონომიკაში, სადაც იდენტური პრეფერენციების მქონე ბევრი ინდივიდია). x-სა და y-ის წარმოების შესაძლო კომბინაციები მოცემულია საწარმოო შესაძლებლობათა PP საზღვრით. PP-ზე ნებისმიერი წერტილი ტექნიკური ეფექტიანობის წერტილს წარმოადგენს. ინდივიდის განურჩევლობის მრუდების რუკის ნახაზზე 13.8, ვხედავთ, რომ მაქსიმალურ სარგებლიანობას PP-ს მხოლოდ ერთი წერტილი უზრუნველყოფს.

ვხედავთ, რომ PP-ს მხოლოდ ერთი წერტილი უზრუნველყოფს მაქსიმალურ სარგებლიანობას. მაქსიმალური სარგებლიანობის ეს წერტილი არის E, სადაც PP ეხება ინდივიდის განურჩევლობის ყველაზე მაღლა მდებარე U_2 მრუდს. შეხების ამ წერტილზე, ინდივიდის MRS (x-ისა y-თან) უდრის ტექნიკურ RPT-ს (x-ისა y-თან); ამრიგად, ეს არის მთლიანი ეფექტიანობისთვის საჭირო პირობა. შევნიშნოთ, რომ E წერტილი უპირატესია ყველა სხვა წერტილზე, რომლებიც ეფექტიანია წარმოების თვალსაზრისით. რეალურად, ყველა სხვა წერტილისთვის, როგორიცაა F, PP მრუდზე, არსებობს წერტილები, რომლებიც არაეფექტიანია, მაგრამ უპირატესია F-თან შედარებით. ნახაზზე 13.8 „არაეფექტიანი“ G წერტილი უპირატესია „ეფექტიან“ F წერტილთან შედარებით. ინდივიდის გადმოსახედიდან უკეთესია აწარმოოს არაეფექტიანად, ვიდრე იძულებული გახდეს პროდუქტების „არასწორი“ კომბინაცია ეფექტიანად აწარმოოს. E წერტილი (რომელზეც ეფექტიანია წარმოება) აღემატება ნებისმიერ მსგავს „მეორე საუკეთესო“ გადაწყვეტილებას.

მათემატიკური დამტკიცება

შედეგის მათემატიკურად ჩვენებისთვის, კვლავ დავუშვათ, რომ საზოგადოებაში არსებობს მხოლოდ ორი პროდუქტი (x და y) და მხოლოდ ერთი ინდივიდი (ისევ რობინზონ კრუზო), რომლის სარგებლიანობის ფუნქციაა $U(x, y)$. ასევე, დავუშვათ, რომ საზოგადოების საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარი არის $T(x, y) = 0$. რობინზონის პრობლემაა სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია წარმოების მოცემული შეზღუდულობის პირობებში. ლაგრანჟის გამოსახულება ამ პრობლემისთვის გვაძლევს

$$\mathcal{L} = U(x, y) + \lambda[T(x, y)]. \tag{13.67}$$

პირველი რიგის პირობები შიდა მაქსიმუმისთვის არის

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} &= \frac{\partial U}{\partial x} + \lambda \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} &= \frac{\partial U}{\partial y} + \lambda \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= T(x, y) = 0.
\end{aligned} \tag{13.68}$$

ამ განტოლებებიდან პირველი ორის გაერთიანებით მივიღებთ

$$\frac{\partial U / \partial x}{\partial U / \partial y} = \frac{\partial T / \partial x}{\partial x / \partial y} \tag{13.69}$$

ან

$$MRS(x\text{-ის } y\text{-თან}) = -\frac{\partial y}{\partial x}(\text{T-ს გასწვრივ}) = \text{RPT}(x\text{-ის } y\text{-თან}). \tag{13.70}$$

როგორც ნახაზზე 13.8 წარმოვადგინეთ, რესურსები განაწილებულია პარეტო ეფექტიანად მხოლოდ მაშინ, როცა მხედველობაში მიიღება ინდივიდების პრეფერენციები. პრეფერენციებთან კავშირის გარეშე, რესურსების გადანაწილების გზით შესაძლებელია მინიმუმ ერთი ინდივიდის სარგებლიანობის გაზრდა სხვების სარგებლიანობის შემცირების გარეშე.

ქონკურენტული ფასები და ეფექტიანობა: კეთილდღეობის ეკონომიკის პირველი თეორემა

სრულყოფილ კონკურენციასა და რესურსების ეფექტიან განაწილებას შორის კავშირის არსი მარტივად შეგვიძლია შევაჯამოთ. რესურსების პარეტო ეფექტიანი განაწილებისთვის საჭიროა, რომ (გარდა იმ შემთხვევებისა, როდესაც ადგილი აქვს კუთხურ გადაწყვეტილებას) შენაცვლების ნორმა ნებისმიერ ორ პროდუქტს, ვთქვათ, x-სა და y-ს, შორის იყოს იგივე ყველა ეკონომიკური აგენტისთვის. სრულყოფილი კონკურენციის ეკონომიკაში, x-ის ფასის შეფარდება y-ის ფასთან უზრუნველყოფს შენაცვლების საერთო ნორმას ყველა აგენტისთვის. რადგან ფასები განიხილება, როგორც ფიქსირებული პარამეტრები, როგორც ინდივიდების სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის, ასევე, ფირმების მოგების მაქსიმიზაციის გადაწყვეტილებებში, x-სა და y-ს შორის შენაცვლების ყველა ნორმა გაუტოლდება ნორმას, რომლითაც x და y შეიძლება გაიცვალოს ბაზარზე (p_x/p_y). რადგანაც ყველა აგენტისთვის ფასები ერთიდაიგივეა, შენაცვლების ყველა ნორმა ტოლია და მიღწეულია ეფექტიანი განაწილება. ეს არის კეთილდღეობის ეკონომიკის პირველი თეორემა.

ეფექტიანობა წარმოებაში

იმისათვის, რომ დავინახოთ, თუ როგორ აღწევენ კონკურენტული ბაზრები ტექნიკურ ეფექტიანობას, თავდაპირველად გავიაზროთ, რომ საჭიროა ყველა ფირმას, რომელიც აწარმოებს გარკვეულ პროდუქტს, ვთქვათ, x-ს, ჰქონდეს იდენტური შრომის ზღვრული მწარმოებლურობა x-ის წარმოებაში. თავში 11 ვაჩვენეთ, რომ მოგების მაქსიმიზაციის მსურველი ფირმა დაიქირავებს წარმოების ფაქტორის (ვთქვათ, შრომის) დამატებით ერთეულს იმ წერტილამდე, რომელზეც მისი ზღვრული ამონაგები რესურ-

სის დაქირავების ზღვრულ დანახარჯს უტოლდება. თუ p_x-ით გამოვხატავთ გაყიდული პროდუქტის ფასს და f^1-ით და f^2-ით აღვნიშნავთ ორი ფირმის საწარმოო ფუნქციებს, რომლებიც აწარმოებენ x პროდუქტს, მაშინ მოგების მაქსიმიზაციისთვის საჭიროა, რომ

$$\begin{aligned} p_x f_l^1 &= w, \\ p_x f_l^2 &= w. \end{aligned} \tag{13.71}$$

რადგან x-ის ფასი და კონკურენტული სახელფასო განაკვეთი ორივე ფირმისთვის ერთიდაიგივეა, ეს განტოლებები გულისხმობს, რომ

$$f_l^1 = f_l^2. \tag{13.72}$$

შედეგად, ყველა ფირმას ექნება ერთნაირი შრომის ზღვრული მწარმოებლურობა x-ის წარმოებაში. ბაზარი თითოეული რესურსის ფირმებს შორის ეფექტიანი განაწილების მხრივ აღწევს წარმატებას.

საწარმოო ფაქტორების კონკურენტული ბაზრები ფირმების მიერ ასევე უზრუნველყოფს საწარმოო ფაქტორების ეფექტიან მოხმარებას, რომლებიც აწარმოებენ განსხვავებულ პროდუქტს. თავში 10 ვნახეთ, რომ ნებისმიერი ფირმა მოახდენს დანახარჯების მინიმიზაციას საწარმოო ფაქტორების ისეთი კომბინაციის არჩევით, რომლისთვისაც ზღვრული პროდუქტების თანაფარდობა (ანუ ტექნიკური შენაცვლების ნორმა) საწარმოო ფაქტორების ფასებს უდრის. ამიტომ წინა აღნიშვნის გამოყენებით

$$\frac{v}{w} = \frac{f_1}{f_2} \quad \text{და} \quad \frac{v}{w} = \frac{g_1}{g_2}. \tag{13.73}$$

რადაგან კონკურენტული ბაზრები უზრუნველყოფს იმას, რომ საწარმოო ფაქტორები ემორჩილება ერთი ფასის კანონს, დანახარჯების მინიმიზაციის ეს პირობები მიგვიყვანს ტექნიკური შენაცვლების ნორმების ტოლობამდე, რასაც მოითხოვდა განტოლება 13.66. შევნიშნოთ, რომ როგორც ერთიდაიგივე პროდუქტის მწარმოებელ ფირმებს შორის რესურსების განაწილების შემთხვევაში, არც ერთ ფირმას არ სჭირდება იმის ცოდნა, თუ რას აკეთებს სხვა ფირმა. რესურსების კონკურენტული ფასები ასახავს ტექნიკური ეფექტიანობის მიღწევისთვის საჭირო ყველა ინფორმაციას.

პროდუქტთა ნაკრების ეფექტიანობა

ასევე მარტივია იმის დამტკიცება, რომ სრულყოფილი კონკურენციის ბაზრებს მივყავართ წარმოებასა და პრეფერენციებს შორის კავშირის ეფექტიანობამდე. რადგან მომხმარებლებისთვის დაწესებულ ფასთა თანაფარდობა იგივეა, რაც ბაზრის მიერ განპირობებული თანაფარდობა ფირმებისთვის, ყველა ინდივიდისთვის საერთო MRS ყველა ფირმისთვის საერთო RPT-ს იდენტურია. ეს ჭეშმარიტია პროდუქტის ნებისმიერი წყვილისთვის. შედეგად, იწარმოება პროდუქტთა ეფექტიანი ნაკრები. კვლავ შევ-

ნიშნოთ საბაზრო ფასების ორი მნიშვნელოვანი ფუნქცია. პირველი, ისინი უზრუნველყოფს, რომ მიწოდება და მოთხოვნა იქნება ტოლია ყველა პროდუქტისთვის. თუ პროდუქტი განსაკუთრებით დიდი რაოდენობით იწარმოება, ბაზარი რეაგირებას მოახდენს (მისი ფასი დაეცემა), რაც პროდუქტის წარმოებას შეამცირებს და გადაადგილებს რესურსებს სხვა მიმართულებით. მაშასადამე, მიწოდების და მოთხოვნის გაწონასწორება ბაზარზე უზრუნველყოფს იმას, რომ ადგილი არ ექნება ჭარბ მოთხოვნასა და ჭარბ მიწოდებას. მეორე, წონასწორული ფასები უზრუნველყოფს ფირმებისა და ინდივიდებისთვის საბაზრო გაცვლის ნორმებს, როგორც პარამეტრებს, რომელსაც გამოიყენებენ თავიანთ გადაწყვეტილებებში. რადგან გაცვლის ეს ნორმები იდენტურია ფირმებისა და ინდივიდებისთვის, ამიტომ მიიღწევა ეფექტიანობა.

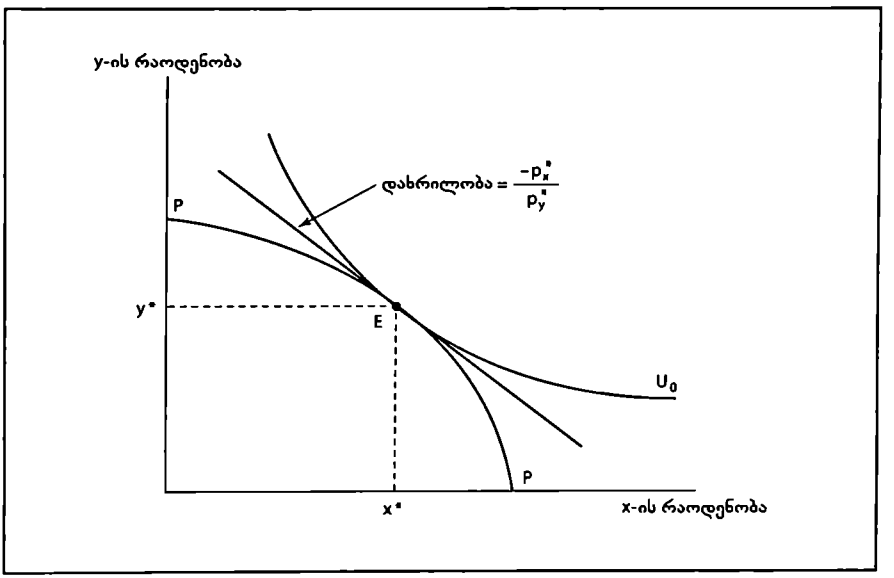
დამტკიცება ნახაზზე

ამ თავში ზემოთ განხილული ზოგადი წონასწორობის მოდელირება იძლევა ზუსტად იმ საჭირო ინსტრუმენტებს, რომლითაც შეიძლება ეს შედეგი ვაჩვენოთ ნახაზზე. ნახაზი 13.9 იმეორებს ნახაზს 13.4, მაგრამ ამჯერად უფრო მეტად გვაინტერესებს ნახაზზე ნაჩვენები ზოგადი წონასწორობის გადაწყვეტილების ეფექტიანობის თვისებები. საწარმოო შესაძლებლობათა მოცემული PP საზღვრისა და განურჩევლობის მრუდების მიერ ნაჩვენები პრეფერენციების პირობებში ცხადია, რომ x^*, y^* წარმოადგენს გამოშვების ეფექტიან მიქსს (შეადარეთ ეს ნახაზი ნახაზს 13.8). შესაძლოა, x^*, y^* გადაწყვეტილება მიღებული ყოფილიყო ცენტრალიზებულ გეგმიან ეკონომიკაში, თუ მგეგმავებს ექნებოდათ ადეკვატური ინფორმაცია საწარმოო შესაძლებლობებისა და ინდივიდების პრეფერენციების შესახებ. ამის გარდა, კონკურენტული ბაზრების, ფირმებისა და ინდივიდების პირადი ინტერესები ასევე მიგვიყვანს ასეთ განაწილებამდე. ამ მოდელში მხოლოდ ფასთა p_x^*/p_y^* თანაფარდობის პირობებშია მიწოდება და მოთხოვნა წონასწორობაში და წონასწორობას ადგილი ექნება პროდუქტის ეფექტიანი კომბინაციის (E) პირობებში. სმიტის უხილავი ხელი უზრუნველყოფს არა მარტო ტექნიკურად ეფექტიან წარმოებას (როდესაც გამოშვების კომბინაციები განთავსებულია საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარზე), არამედ ასევე უზრუნველყოფს, რომ მიწოდებისა და მოთხოვნის ძალებს მივყავართ გამოშვების პარეტო ეფექტიან კომბინაციამდე. იმავე დასკვნას იძლევა წონასწორობის კონკურენტული ფასების განსაზღვრის უფრო კომპლექსური მოდელები.[20] ეს არის კეთილდღეობის ეკონომიკის პირველი თეორემა.

20 იხ., მაგალითად, K. J. Arrow and F. H. Hahn, General Competitive Analysis (San Francisco: Holden-Day, 1971), თავები 4 და 5.

ნახაზი 13.9 კონკურენტული წონასწორობა და გამოშვების კომბინაციის ეფექტიანობა

თუმცა გამოშვების ყველა კომბინაცია *PP*-ზე ტექნიკურად ეფექტიანია, მაგრამ მხოლოდ x^*, y^* კომბინაცია არის პარეტო ოპტიმალური. წონასწორობის კონკურენტული ფასების თანაფარდობა p_x^*/p_y^* ამ ეკონომიკას პარეტო ეფექტიან გადაწყვეტილებამდე მიიყვანს.



მაგალითი 13.7 ეფექტიანობა და ტრანსფორმაცია

კონკურენტული ფასწარმოქმნის ეფექტიანობა შეგვიძლია ვაჩვენოთ მაგალითში 13.2 განხილული ზოგადი წონასწორობის მარტივი მოდელებით. მაგალითში თითოეული განაწილება ეფექტიანია მოცემული პრეფერენციებისა და საწარმოო ტექნოლოგიების პირობებში. თითოეულ შემთხვევაში სარგებლიანობა იმდენად მაღალია, რამდენადაც შესაძლებელია საწარმოო შესაძლებლობათა მოცემული საზღვრის პირობებში.

საბაზისო განაწილება ($x^* = y^* = \sqrt{50}$) ტექნიკურად შესაძლებელია მაგალითში 13.2 ნაჩვენებ ორივე სხვა შემთხვევაში, მაგრამ ეს არ არის რესურსების საუკეთესო გამოყენება. სიტუაციაში, როცა ადგილი აქვს ტექნიკურ პროგრესს x პროდუქტის წარმოებაში, საბაზისო განაწილება მდებარეობს საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვრის შიგნით. განაწილება ($x^* = y^* = 10$) აშკარად არის პარეტო საუკეთესო საბაზისო შემთხვევისთვის. სხვანაირად ეს შეიძლება დავინახოთ y^*-ის მუდმივად შენარჩუნებით $\sqrt{50}$-ზე; ამ შემთხვევაში შესაძლებელია $x^* = 2\sqrt{50}$-ის წარმოება, როცა x პროდუქტის წარმოებაში მხედველობაში ტექნიკური პროგრესი მიიღება. საბაზისო სიმულაციის არჩევა გამო-

(გაგრძელება)

იწვევდა x პროდუქტის მნიშვნელოვანი ნაწილის წარმოებაზე უარის თქმას (რა თქმა უნდა, მხოლოდ $x^* = y^* = 10$ არის ჭეშმარიტად ეფექტიანი ახალი ტექნოლოგიის პირობებში).

საბაზისო განაწილება ასევე იქნებოდა არაეფექტიანი, როცა პრეფერენციები გადაინაცვლებდა y პროდუქტისკენ. სარგებლიანობის ახალი ფუნქციით, საბაზისო სცენარი გვაძლევს

$$U(x, y) = x^{0.1}y^{0.9} = (50)^{0.05}(50)^{0.45} = (50)^{0.5} = 7.07. \quad \textbf{(13.74)}$$

გარდა ამისა, ოპტიმალური განაწილება $[x^* = (10)^{0.5}, y^* = 3(10)^{0.5}]$ გვაძლევს სარგებლიანობას

$$U(x, y) = x^{0.1}y^{0.9} = (10)^{0.05}(3)^{0.9}(10)^{0.45} = (3)^{0.9}(10)^{0.5} = 8.50. \quad \textbf{(13.75)}$$

ცხადია, ეფექტიანობისთვის საჭიროა, რომ პრეფერენციები და ტექნოლოგია ერთმანეთთან სათანადოდ იყოს დაკავშირებული.

ჭარბი საგადასახადო ტვირთი. გავიაზროთ ისევ გადასახადის დაწესების მოდელირება. დავუშვათ, რომ მთავრობა უკმაყოფილოა ჩვენი საბაზისო სცენარით, რადგან ფიქრობს, რომ ადამიანებმა არ უნდა მოიხმარონ x პროდუქტი ამ რაოდენობით. ამ საკითხის გადასაჭრელად სახელმწიფო 200 პროცენტიან გადასახადს აწესებს x პროდუქტზე, მაგრამ ინარჩუნებს მყიდველობით უნარს საგადასახადო შემოსავლების მომხმარებლებისთვის ერთიანად უკან დაბრუნების გზით. ამ გადასახადის მოდელირებისთვის დავუშვათ, რომ ფირმებისთვის p_x/p_y არის ფასების თანაფარდობა გადასახადის გარეშე; ეს არის თანაფარდობა. მეორე მხრივ მომხმარებლებისთვის ადგილი აქვს ფასთა თანაფარდობას $-3p_x/p_y$, ანუ როდესაც ისინი ყიდულობენ x პროდუქტის ერთეულს, ფირმას p_x-ს და სახელმწიფოს $2p_x$ გადაუხადიან. ახალი წონასწორობა აღიწერება შემდეგნაირად:

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{x}{y} \text{ (მიწოდება)},$$
$$\frac{3p_x}{p_y} = \frac{y}{x} \text{ (მოთხოვნა)}. \quad \textbf{(13.76)}$$

მაშასადამე $x/y = y/3x$ ან $y = 3x^2$. თუ ამას შევიტანთ საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარში, მივიღებთ გადასახადის შემდგომ წონასწორობას:

$$x^* = 5, y^* = 5\sqrt{3}, \frac{p_x}{p_y} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0{,}58. \quad \textbf{(13.77)}$$

გადასახადის შემდგომი სარგებლიანობა ამ შემთხვევაში არის

$$U(x, y) = (x)^{0.5}(y)^{0.5} = 5(3)^{0.25} = 6.58. \quad \textbf{(13.78)}$$

სარგებლიანობის შემცირება 7.07-დან 6.58-მდე არის ჭარბი საგადასახადო ტვირთის საზომი. რადგან საგადასახადო შემოსავლები უბრუნდება მომხმარებლებს, აღარ არსებობს ამ გადასახადის სხვა ტვირთი. კეთილდღეობის დანაკარგი წარმოიშობა მხოლოდ იმიტომ, რომ გადასახადი უბიძგებს x-ის მოხმარების შემცირებისკენ, ქმნის რა განსხვავებას მომხმარებლების მიერ პროდუქტში გადახდილ თანხასა და მწარმოებლების მიერ მიღებულ ფასს შორის.

შეკითხვა: გადასახადის დაწესების შესწავლილ მაგალითში ახსენით მომხმარებლის საბიუჯეტო შეზღუდულობის სხვადასხვა კომპონენტები.

(Laizer Faire) პოლიტიკა

ყველაზე უფრო დოგმატურად წარმოდგენისას კონკურენტულ წონასწორობასა და პარეტო ეფექტიანობას შორის კავშირი გამოხატავს „მეცნიერულ" მხარდაჭერას ლეისეფერ (ლიბერალიზმის) პოზიციისადმი, რომელსაც იზიარებს ბევრი ეკონომისტი. მაგალითად, არსებობს თეორიული მხარდაჭერა სმიტის მტკიცებისა, რომ თითოეული ინდივიდის ბუნებრივი ძალისხმევა - გაუმჯობესოს საკუთარი მდგომარეობა, იმდენად ძლიერი პრინციპია, რომ მარტო, დახმარების გარეშე შეუძლია არა მხოლოდ მიიყვანოს საზოგადოება კეთილდღეობამდე და სიმდიდრემდე, არამედ დაძლიოს უამრავი დაბრკოლება, რომლითაც ადამიანის მიერ შექმნილი კანონების სიმრავლე ძალიან ხშირად აფერხებს მის მუშაობას.[21]

> სმიტმა აღნიშნა, რომ როდესაც მცხობელი აცხობს პურს, მას არ ამოძრავებს „საზოგადოებრივი სულისკვეთება". ის (და სხვა მწარმოებლები) როცა პასუხობს საბაზრო სიგნალებს, საკუთარი ინტერესიდან გამომდინარე მოქმედებს. ინდივიდები, ასევე ,პასუხობენ ამ სიგნალებს, როცა იღებენ გადაწყვეტილებას როგორ გაანაწილონ მათი შემოსავლები. მთავრობის ჩარევა ამ შეუფერხებლად მიმდინარე პროცესში გამოიწვევს მხოლოდ დანაკარგებს პარეტო ეფექტიანობაში.

ასეთი ფართო დასკვნა, რა თქმა უნდა, ძალიან აზვიადებს ჩვენს მიერ გამოყენებული მარტივი მოდელების რელევენტურობას. არ უნდა ვეცადოთ რეკომენდაციების

21 A. Smith, The Wealth of Nations (New York: Random House, Modern Library Edition, 1937), p. 508.

შემუშავებას თეორიული სტრუქტურის საფუძველზე, რომელიც ასე ცოტა ყურადღებას უთმობს რეალური სამყაროს ინსტიტუციურ დეტალებს. და მაინც, კონკურენტული სისტემის ეფექტიანობის თვისებები იძლევა საწყის წერტილს იმ მიზეზების ანალიზისთვის, რის გამოც შესაძლოა კონკურენტულმა ბაზრებმა მარცხი განიცადოს.

ᲙᲝᲜᲙᲣᲠᲔᲜᲪᲣᲚᲘ ᲓᲐᲨᲕᲔᲑᲔᲑᲘᲡ ᲛᲘᲖᲛᲐ

ფაქტორები, რომლებმაც შეიძლება ხელი შეუშალოს კონკურენტულ ბაზრებს ეფექტიანობის მიღწევაში შეიძლება ოთხ ჯგუფად დაიყოს, რომლებიც საინტერესო შემთხვევების უმეტესობას მოიცავს: (1) არასრულყოფილი კონკურენცია, (2) გარე ეფექტები; (3) საზოგადოებრივი პროდუქტი და (4) არასრულყოფილი ინფორმაცია. აქ მოკლედ მიმოვიხილავთ ამ ჯგუფებს; მათ მომდევნო თავებში დავუბრუნდებით.

ᲐᲠᲐᲡᲠᲣᲚᲧᲝᲤᲘᲚᲘ ᲙᲝᲜᲙᲣᲠᲔᲜᲪᲘᲐ

„არასრულყოფილი კონკურენცია" მოიცავს ყველა სიტუაციას, რომელშიც ეკონომიკური აგენტები განიცდიან რაიმე სახის ზეწოლას ფასწარმოქმნის პროცესში. ამ შემთხვევაში, როგორც ვნახავთ ნაწილში 5, ეს აგენტები გადაწყვეტილების მიღებისას ასეთ ეფექტებს გაითვალისწინებენ. მაგალითად, ფირმას, რომელსაც მის პროდუქტზე დაღმავალი მოთხოვნის მრუდი გააჩნია, გააცნობიერებს, რომ ერთი დამატებითი ერთეულის გაყიდვის ზღვრული სარგებლიანობა ნაკლებია ამ ერთეულის საბაზრო ფასზე. რადგან ზღვრული უკუგება ახდენს მოგების მაქსიმიზაციის მსურველი ფირმის მოტივირებას გადაწყვეტილების მიღების დროს, ზღვრული ამონაგები ხდება საბაზრო ფასზე უფრო მნიშვნელოვანი. საბაზრო ფასები აღარ შეიცავს პარეტო ეფექტიანობის მისაღწევად საჭირო ინფორმაციას. საბაზრო ძალაუფლების სხვა შემთხვევებიც აისახება მსგავს სა ინფორმაციო შეზღუდვებში.

ᲒᲐᲠᲔ ᲔᲤᲔᲥᲢᲔᲑᲘ

რესურსების ეფექტიანად განაწილების პროცესში კონკურენტული ფასების სიტემამ შეიძლება მარცხი განიცადოს, თუ ადგილი აქვს ურთიერთქმედებას ფირმებს და ინდივიდებს შორის, რაც არაადეკვატურად აისახება საბაზრო ფასებზე. შესაძლოა, ამის საუკეთესო მაგალითი იყოს ფირმა, რომელიც აბინძურებს ჰაერს საწარმოო გამონაბოლქვით და სხვა ნარჩენებით. ასეთ დროს სახეზეა გარე ეფექტები: ურთიერთქმედება ფირმის წარმოების დონესა და ინდივიდების კეთილდღეობას შორის, რომელიც ფასების სისტემის მიერ მხედველობაში არ მიიღება. გარე ეფექტების ბუნების უფრო სრული განხილვა წარმოდგენილია თავში 19, მაგრამ აქ შეგვიძლია აღვწეროთ ის, თუ რატომ უშლის ხელს ასეთი არასაბაზრო ურთიერთქმედებების არსებობა საფასო სისტემას

რესურსების ეფექტიანად განაწილებაში. გარე ეფექტების პირობებში საბაზრო ფასები აღარ ასახავენ სრულად პროდუქტის წარმოების დანახარჯებს. არსებობს დივერგენცია კერძო და საზოგადოებრივ ზღვრულ დანახარჯებს შორის და ეს დამატებითი საზოგადოებრივი დანახარჯები (ან შესაძლოა, სარგებელი) არ აისახება საბაზრო ფასებში. ამრიგად, საბაზრო ფასები არ ატარებს ინფორმაციას რეალური დანახარჯების შესახებ, რაც აუცილებელია რესურსების ეფექტიანი განაწილების მისაღწევად. როგორც თავში 19 ვნახავთ, ბუნებათსარგებლობის ეკონომიკის სწავლების უდიდესი ნაწილი ეძღვნება მსგავსი შეუსაბამობების აღმოვეხვრის შესაძლო გზების ძიებას.

საზოგადოებრივი პროდუქტი

ფასწარმოქნის მსგავს პრობლემას ადგილი აქვს „საზოგადოებრივი“ პროდუქტის შემთხვევაში. ეს არის ისეთი პროდუქტი, როგორიცაა ეროვნული თავდაცვა, რომელსაც (ჩვეულებრივ) გააჩნია ორი თვისება, რის გამოც ის არ გამოდგება ბაზარზე გასატანად. პირველი, პროდუქტი არ არის მეტოქეობისუნარიანი და დამატებით მომხმარებელს შეუძლია მიიღოს მისგან სარგებელი ნულოვანი დანახარჯებით. ეს თვისება გვიჩვენებს, რომ „სწორი“ ფასი ამ პროდუქტისთვის არის ნული, რაც პრობლემას წარმოადგენს იმ შემთხვევაში, თუ მისი მიწოდება გამიზნულია მოგების მისაღებად. მეორე თვისება, რომელიც ახასიათებს ბევრ საზოგადოებრივ პროდუქტს არის ის, რომ ისინი არ არის გამორიცხვადი: დამატებითი ინდივიდების გამორიცხვა შეუძლებელია პროდუქტის მოხმარებიდან. ამრიგად, საბაზრო კონტექსტში, მომხმარებელთა უმეტესობა აღმოჩნდება „უბილეთო მგზავრის“ პოზიციაში, რომლებიც ელოდებიან როდის გადაიხდის სხვა. საზოგადოებრივი პროდუქტის ორივე ეს ტექნიკური თვისება საბაზრო ეკონომიკის წინაშე მნიშვნელოვან პრობლემებს აყენებს. ეს პრობლემები განხილულია თავში 19.

არასრულყოფილი ინფორმაცია

სრულყოფილი კონკურენტული ფასწარმოქმნის ეფექტიანობის განხილვისას ვუშვებდით, რომ მიმწოდებლებმა და მომხმარებლებმა იციან წონასწორობის ფასები, რომლითაც გარიგებები ხორციელდება. თუ ეკონომიკურ აგენტებში გაურკვევლობაა ფასებთან დაკავშირებით ან თუ ბაზრები ვერ აღწევენ წონასწორობას, მაშინ არ უნდა გვქონდეს მოლოდინი იმისა, რომ შენარჩუნდება კონკურენტული ფასწარმოქმნის ეფექტიანობა. არასრულყოფილმა ინფორმაციამ, სხვადასხვა გზით, შეიძლება ბაზარზე გავლენა მოახდინოს. როდესაც გავაცნობიერებთ, რომ ინფორმაცია შეიძლება იყოს არასრულყოფილი, მნიშვნელოვანია ავაგოთ მოდელები იმის შესახებ, თუ როგორ იღებენ და იყენებენ ინფორმაციას მიმწოდებლები და მომხმარებლები. ამ საკითების აქ განხილვა ჩვენს ძირითად მიზნებს დაგვაშორებს. თუმცა, თავში 18 დავუბრუნდებით არასრულყოფილი ინფორმაციის თემას და დეტალებში განვიხილავთ ეკონომიკური კვლევის ამ სწრაფად მზარდ სფეროს.

ეფექტიანობის შემაფერხებელი ეს ოთხი ფაქტორი გვიჩვენებს, რომ ძალიან დიდი სიფრთხილეა საჭირო კეთილდღეობის ეკონომიკის პირველი თეორემის გამოყენებისას პრაქტიკული გადაწყვეტილებების მიღების პროცესში. როგორც მომდევნო თავებში განვიხილავთ, შეიძლება არსებობდეს საბაზრო პროცესებში ჩარევის კარგი მიზეზი ეფექტიანობის მიღწევის მოტივით. თუმცა, ასევე არსებობს საბაზრო პროცესებში ჩაურევლობის ბევრი მიზეზი - გარკვეულ შემთხვევებში აუცილებლად უნდა გავითვალისწინოთ პირველი თეორემის გაკვეთილები. მიკროეკონომიკური ანალიზის როლია მოგვცეს ასეთ შემთხვევებში გარკვევის სისტემური გზა.

ბანაწილება და კეთილდღეობის ეკონომიკის მეორე თეორემა

კეთილდღეობის ეკონომიკის პირველი თეორემის თანახმად (გარკვეულ პირობებში) კონკურენტული ბაზრები აღწევენ ეფექტიან განაწილებას, თუმცა არ არსებობს გარანტია იმისა, რომ ინდივიდებს შორის ამ გზით მიიღწევა კეთილდღეობის სამართლიანი განაწილება. როგორც ა. კ. სენმა აღნიშნა, რესურსების განაწილება შეიძლება იყოს პარეტო-ეფექტიანი, „როცა ზოგიერთი ადამიანი ცხოვრობს ფუფუნებაში და სხვები იმყოფებიან შიმშილის ზღვარზე, რამდენადაც სიღარიბეში მყოფთა მდგომარეობის გაუმჯობესება შეუძლებელია მდიდართა სიამოვნების შემცირების გარეშე... მოკლედ რომ ვთქვათ, საზოგადოება შეიძლება იყოს პარეტო-ოპტიმალური და მაინც სრულიად საძაგელი".[22] მიუხედავად იმისა, რომ საზოგადოების კეთილდღეობის ეკონომიკის ფორმალური დამუშავება სცილდება ამ წიგნის საზღვრებს, მოკლედ მიმოვიხილავთ განაწილების საკითხის ბუნებას.

გაცვლის ეკონომიკა

განაწილების მარტივად შესასწავლად დავუშვათ, რომ საზოგადოებაში არსებობს მხოლოდ ორი ინდივიდი - სმიტი და ჯონსი. ასევე დავუშვათ, რომ ორი პროდუქტის (x და y) მთლიანი მოცულობები, რომლებიც უნდა განაწილდეს ამ ინდივიდებს შორის, ფიქსირებულია. შეგვიძლია გამოვიყენოთ ამ თავში ზემოთ წარმოდგენილი ეჯვორთის ყუთის დიაგრამა, რათა ვაჩვენოთ სმიტს და ჯონსს შორის მოცემული პროდუქტების განაწილების ყველა შესაძლო ვარიანტი. ნახაზზე 13.10 ეჯვორთის ყუთის ზომები განისაზღვრება მოცემული პროდუქტების მთლიანი რაოდენობებით. სმიტის განურჩევლობის მრუდები აითვლება O_S კოორდინატთა სათავიდან და ჯონსის განურჩევლობის მრუდები აითვლება O_J კოორდინატთა სათავიდან. ნებისმიერი წერტილი ყუთის შიგნით გამოხატავს ორ ადამიანს შორის პროდუქტების განაწილების შესაძლო ვარიანტს და განურჩევლობის მრუდების გამოყენება შეგვიძლია იმ სარგებლიანობის შესაფასებლად, რომელსაც თითოეული ინდივიდი ასეთი განაწილებით იღებს.

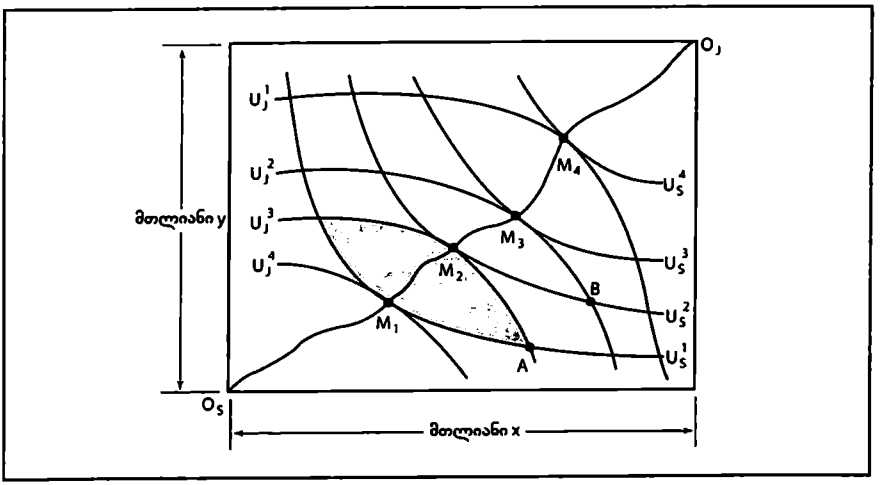
22 A. K. Sen, Collective Choice and Social Welfare (San Francisco: Holden-Day, 1970), p. 22.

ურთიერთსასარგებლო გაცვლები

ეჯვორთის ყუთის შიგნით ნებისმიერი წერტილი, რომელზეც სმიტის MRS არ უდრის ჯონსის MRS-ს, იძლევა პარეტო გაუმჯობესების შესაძლებლობას. განვიხილოთ A პოტენციური განაწილება ნახაზზე 13.10. ეს წერტილი მდებარეობს სმიტის განურჩევლობის U_S^1 მრუდის და ჯონსის განურჩევლობის U_J^3 მრუდის გადაკვეთაზე. ცხადია, რომ შენაცვლების ზღვრული ნორმები (განურჩევლობის მრუდების დახრილობები) არ არის ერთმანეთის ტოლი A წერტილზე. ნებისმიერი განაწილება ოვალური ფორმის დაშტრიხულ ფართობზე წარმოადგენს ურთიერთმომგებიან გარიგებას ამ ორი ინდივიდისთვის – ორივე მათგანს შეუძლია გადაინაცვლოს სარგებლიანობის უფრო მაღალ დონეზე ისეთი გარიგებით, რომელიც მათ ამ ფართობის შიგნით გადააადგილებს.

ნახაზი 13.10 გაცვლის პარეტო-ეფექტიანობის ეჯვორთის ყუთის დიაგრამა

წერტილები O_S, O_J მრუდზე არის ეფექტიანი იმ აზრით, რომ ამ განაწილების პირობებში სმიტის მდგომარეობა ვერ გაუმჯობესდება ჯონსის მდგომარეობის გაუარესების გარეშე (და პირიქით). მეორე მხრივ, განაწილება, როგორიცაა A, არაეფექტიანია იმიტომ, რომ სმიტსაც და ჯონსსაც შეუძლიათ მდგომარეობის გაუმჯობესება დაშტრიხულ ფართობს შიგნით გადაადგილებით. შევნიშნოთ, რომ O_S, O_J-ს გასწვრივ სმიტის MRS უდრის ჯონსის MRS-ს. O_S, O_J ხაზს ეწოდება ოპტიმალური გარიგებების (კონტრაქტების) მრუდი.



როდესაც სმიტის და ჯონსის შენაცვლების ზღვრული ნორმები ტოლია, მაშინ ორივესთვის მომგებიანი ასეთი გარიგების განხორციელება შეუძლებელია. M_1, M_2, M_3 და M_4 წერტილები ნახაზზე 13.10 ასახავენ ინდივიდების განურჩევლობის მრუდების შეხების წერტილებს. გადაადგილება ასეთი წერტილებიდან გააუარესებს მინიმუმ ერთი ინდივიდის მდგომარეობას. მაგალითად, გადაადგილება M_2-დან A-მდე შეამცირებს სმი-

ტის სარგებლიანობას U_S^2-დან U_S^1-მდე, თუმცა ჯონსის მდგომარეობა უცვლელი რჩება. გადაადგილება M_2-დან B-მდე გააუარესებს ჯონსის მდგომარეობას, მაგრამ სმიტის სარგებლიანობა უცვლელია. ზოგადად, შეხების ეს წერტილები არ გვთავაზობს დამატებით ურთიერთსასარგებლო გაცვლას და ამდენად არის პარეტო ეფექტიანი.

ოპტიმალური გარიგებების მრუდი

ყველა პარეტო-ეფექტიანი განაწილების ერთობლიობას ეჯვორთის ყუთის დიაგრამაში ეწოდება ოპტიმალური გარიგებების (კონტრაქტების) მრუდი. ნახაზზე 13.10 წერტილების ეს ერთობლიობა წარმოდგენილია O_S და O_J წერტილების შემაერთებელი ხაზით და მოიცავს M_1, M_2, M_3 და M_4 მხებს (და ბევრ სხვა ასეთ მხებს). წერტილები, რომლებიც არ არის ოპტიმალური გარიგებების მრუდზე (როგორებიცაა A და B) არაეფექტიანია, ამიტომ ურთიერთსასარგებლო გარიგების განხორციელება შესაძლებელია. მაგრამ, როგორც მისი სახელი გვეუბნება, ოპტიმალური გარიგებების მრუდი ასახავს გარიგების ყველა ასეთი შესაძლებლობის ამოწურვას. ოპტიმალური გარიგებების მრუდის გასწვრივ გადაადგილებაც კი (ვთქვათ, M_1-დან M_2-მდე) ვერ წარმოადგენს ყველასთვის სასარგებლო გაცვლას, რადგან ყოველთვის იქნება მოგებული (სმიტი) და წაგებული (ჯონსი). ეს დაკვირვებები შეიძლება შემდეგნაირად შევაჯამოთ:

განსაზღვრება

ოპტიმალური გარიგებების მრუდი. განსაზღვრება. გაცვლის ეკონომიკაში არსებული პროდუქტების ყველა ეფექტიანი განაწილება მდებარეობს (მრავალგანზომილებიან) ოპტიმალური გარიგებების მრუდზე. წერტილები ამ მრუდს გარეთ არაეფექტიანია, რადგანაც ინდივიდებს შეუძლიათ მათი მდგომარეობის გაუმჯობესება მრუდისკენ გადაადგილებით. მრუდის გასწვრივ, ინდივიდების პრეფერენციები მეტოქეები არიან იმ აზრით, რომ ერთი ინდივიდის მდგომარეობა გაუმჯობესდება მხოლოდ მეორეს მდგომარეობის შემცირების ხარჯზე.

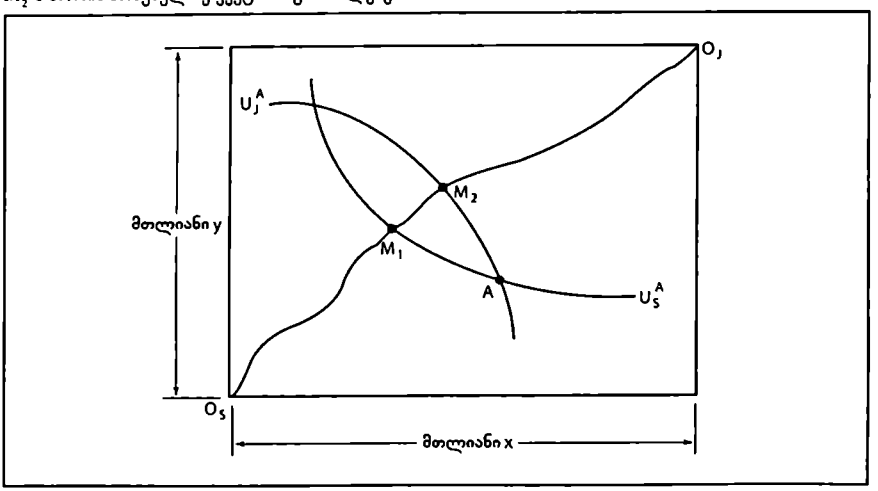
გაცვლა საწყისი ნაკრებით

ზემოაღნიშნულ მსჯელობაში ვუშვებდით, რომ ორი პროდუქტის ფიქსირებული რაოდენობები შეიძლებოდა ნებისმიერი შესაძლო გზით განაწილებულიყო. ანალიზი გარკვეულწილად განსხვავებულია, თუ დავუშვებთ, რომ დასაწყისში ინდივიდები პროდუქტების გარკვეულ რაოდენობას ფლობენ. კვლავაც იარსებებდა შესაძლებლობა, რომ თითოეულმა ინდივიდმა მიიღოს სარგებელი ნებაყოფლობითი გაცვლისგან, რადგანაც, სავარაუდოდ, პროდუქტთა საწყისი ნაკრები არ იქნება ეფექტიანი. მეორე მხრივ, არც ერთი ინდივიდი არ ჩაებმება ვაჭრობაში თუ ის გააუარესებს მის მდგომარეობას ვაჭრობამდელ მდგომარეობასთან შედარებით. ამრიგად, ოპტიმალური გარიგებების მრუდის მხოლოდ ნაწილი შეიძლება განვიხილოთ როგორც განაწილებები, რომელიც შეიძლება იყოს ნებაყოფლობითი ვაჭრობის შედეგი.

ეს მოსაზრებები ასახულია ნახაზზე 13.11. პროდუქტის თავდაპირველი განაწილება სმიტსა და ჯონსზე ასახულია A წერტილით ეჯვორთის ყუთზე. როგორც წინა შემთხვევაში, ყუთის ზომები განისაზღვრება ორი პროდუქტის მთლიანი რაოდენობებით. ეფექტიანი განაწილების ოპტიმალური გარიგებების მრუდი წარმოდგენილია O_S, O_J ხაზით. A წერტილზე გამავალ სმიტის განურჩევლობის მრუდს ვუწოდოთ U_S^A, ხოლო A წერტილზე გამავალი ჯონსის განურჩევლობის მრუდი აღვნიშნოთ U_J^A-თი. შევნიშნოთ, რომ A წერტილზე ინდივიდების განურჩევლობის მრუდები არ ეხება ერთმანეთს და შესაბამისად, თავდაპირველი განაწილება არაეფექტიანია. არც სმიტი და არც ჯონსი არ დათანხმდება გარიგებას, რომლის სარგებლიანობაც, შესაბამისად, U_S^A-სა და U_J^A-ზე ნაკლებია. ინდივიდისთვის უმჯობესია უარი თქვას გარიგებაზე, ვიდრე მიიღოს ასეთი დაბალი შედეგი. ამრიგად, თუ ფოკუსირებას მოვახდენთ მხოლოდ ეფექტიან განაწილებაზე, მაშინ თავისუფალი გაცვლის შედეგად მხოლოდ M_1-სა და M_2-ს შორის არსებული ვარიანტების მიღებაა შესაძლებელი. ნებაყოფლობითი გაცვლის ეფექტიანი შედეგების დიაპაზონი შევიწროვდება, თუ გავითვალისწინებთ საწყის ნაკრებს (პროდუქტთა თავდაპირველ განაწილებას), რომლითაც ინდივიდები იწყებენ ვაჭრობას. თუ პროდუქტების საწყისი ნაკრები ჯონსის სასარგებლოდაა, საბოლოო ნაკრების ნებისმიერი ვარიანტიც ჯონსის სასარგებლოდ იქნება, რადგან ჯონსის ინტერესშია, რომ უარი თქვას ყველა იმ გარიგებაზე, რომელსაც ნაკლები სარგებლიანობა მოაქვს.

ნახაზი 13.11 ეკონომიკური მოდელები

თუ ინდივიდები დაიწყებენ საწყისი ნაკრებით (როგორც მოცემულია A წერტილით), არც ერთს არ ექნება სურვილი დათანხმდეს განაწილებას, რომლიც მოუტანს სარგებლიანობის იმაზე დაბალ დონეს, ვიდრე A წერტილს მოაქვს: სმიტი არ დათანხმდება არც ერთ განაწილებას U_S^A-ს ქვემოთ და ჯონსი არ დათანხმდება არანაირ განაწილებას U_J^A-ს ქვემოთ. მაშასადამე, ოპტიმალური გარიგებების მრუდზე არსებული ყველა წერტილი ვერ იქნება თავისუფალი გაცვლის შედეგი. თუ თითოეულ ინდივიდს შეუძლია თავი შეიკავოს გარიგებისგან და საბოლოო განაწილება უნდა იყოს ეფექტიანი, შესაფერისია მხოლოდ M_1-სა და M_2-ს შორის არსებული ეფექტიანი განაწილებები.



განაწილების დილემა და კეთილდღეობის ეკონომიკის მეორე თეორემა

ეს არის განაწილების დილემა მისი ყველაზე აბსტრაქტული ბუნებით. თუ საწყისი განაწილება გადახრილია რომელიმე ეკონომიკური აგენტის სასარგებლოდ, პარეტო ეფექტიანი განაწილება, რომელსაც უზრუნველყოფს კონკურენტულ ფასთა სისტემა ასევე იმოქმედებს ამ აგენტის სასარგებლოდ. ნებაყოფლობით გარიგებებს არ შეუძლია დაძლიოს საწყის ნაკრებში არსებული დიდი განსხვავებები და უფრო თანაბარი შედეგების მისაღწევად საჭიროა გარკვეული ტიპის ტრანსფერები (შესაძლოა ერთიანი).

ამ მოსაზრებებს მივყავართ იმისკენ, რომელსაც „კეთილდღეობის ეკონომიკის მეორე თეორემას“ უწოდებენ. ზოგადად, თეორემის თანახმად, კეთილდღეობის ნებისმიერი სასურველი განაწილება ეკონომიკაში ინდივიდებს შორის შესაძლოა მიღწეულ იქნეს ეფექტიანი გზით, კონკურენტული ფასწარმოქმნის საშუალებით, თუ თავდაპირველი განაწილება შესაბამისად კორექტირებულია. სწორედ ეს თეორემა აძლევს ეკონომისტებს საშუალებას განასხვაონ ერთმანეთისგან ეფექტიანობის საკითხები, რომლებიც კონკრეტული ეკონომიკური პრობლემიდან და თანასწორობის საკითხები, რომლებიც წარმოიშობა ამ პრობლემიდან წარმოიშობა. მარტივად რომ ვთქვათ, ეკონომისტები ხშირად მხარს უჭერენ კონკურენტული ფასების ეფექტიანობის თვისებების გამოყენებას „ეკონომიკური ნამცხვრის მაქსიმალურად გაზრდისათვის“ და, ამის შემდეგ, ერთიანი ტრანსფერების გამოყენებას მიღებული განაწილების კორექტირებისთვის, რათა ის გახდეს სამართლიანი. სამწუხაროდ, ერთიანი ტრანსფერის განხორციელება სათქმელად უფრო ადვილია, ვიდრე გასაკეთებლად - რეალურად, ყველა გადასახადის სისტემას გააჩნია რეალური ეფექტიანობის დანახარჯები. მაშასადამე, კეთილდღეობის ეკონომიკის პირველი და მეორე თეორემები არ გვთავაზობს ეკონომიკური პოლიტიკის ყველა საკითხის გადაწყვეტის გზას. და მაინც, არსებობს ბევრი შემთხვევა, სადაც როგორც ეფექტიანობის, ასევე თანასწორობის ასპექტით უმჯობესია კონკურენტულ ფასწარმოქმნაზე დაყრდნობა, თუმცა, მოსაზრება საბაზრო გარიგებებში ჩარევის შესახებ განაწილებასთან დაკავშირებული მიზნების მიღწევისთვის ყოველთვის არ არის უარყოფილი. კეთილდღეობის გამოყენებითი ეკონომიკის სწორი მისადაგება ამა თუ იმ საკითხისადმი, საჭიროებს განაწილების საკითხების შეფასებას.

მაგალითი 13.3: განაწილების დილემა ინდივიდუალური უპირატესობების შემთხვევაში

ამ იდეების დასაფიქსირებლად, განვიხილოთ ეკონომიკა, სადაც არსებობს ზუსტად 1000 უალკოჰოლო სასმელი (x) და 1000 ჰამბურგერი (y). თუ სმიტის სარგებლიანობა წარმოდგენილია, როგორც

$$U_S(x_S, y_S) = x_S^{2/3} y_S^{1/3} \qquad \textbf{(13.79)}$$

და ჯონსის სარგებლიანობაა

$$U_J(x_J, y_J) = x_J^{2/3} y_J^{1/3} \tag{13.80}$$

მაშინ შეგვიძლია გავიანგარიშოთ უალკოჰოლო სასმელების და ჰამბურგერების განაწილების ეფექტიანი გზები. დასაწყისისთვის შევნიშნოთ, რომ სმიტისთვის შედარებით უმჯობესია უალკოჰოლო სასმელები მაშინ, როცა ჯონსი ამჯობინებს ჰამბურგერს, რასაც ასახავს ორი ინდივიდის სარგებლიანობის ფუნქციების განსხვავებული მაჩვენებლები. აქედან გამომდინარე, შეიძლება ვიფიქროთ, რომ ეფექტიანი განაწილების შედეგად უფრო მეტი უალკოჰოლო სასმელი შეხვდება სმიტს და უფრო მეტი ჰამბურგერი - ჯონსს.

ამ სიტუაციაში ეფექტიანი წერტილების საპოვნელად დავუშვათ, რომ სმიტს გააჩნია გარკვეული წინასწარგანსაზღვრული სარგებლიანობის U_S დონე. ჩვენი მიზანია ავირჩიოთ x_S, y_S, x_J და y_J ისე, რომ მაქსიმალურად გავზარდოთ ჯონსის სარგებლიანობა სმიტის სარგებლიანობის შეზღუდულობის პირობებში. ლაგრანჟის ფორმულა ამ შემთხვევისთვის მოგვცემს

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= U_J(x_J, y_J) + \lambda[U_S(x_S, y_S) - \overline{U}_S] = \\ &= x_J^{1/3} y_J^{2/3} + \lambda(x_S^{1/3} y_S^{1/3} - \overline{U}_S).\end{aligned} \tag{13.81}$$

გავიხსენოთ, რომ ჯონსი იღებს იმას, რასაც ვერ იღებს სმიტი და პირიქით

$$\begin{aligned}x_J &= 1000 - x_S \quad \text{და} \\ y_J &= 1000 - y_S\end{aligned} \tag{13.82}$$

მაშასადამე, ლაგრანჟის გამოსახულება არის ორი x_S და y_S ცვლადის ფუნქცია:

$$\mathcal{L} = (1000 - x_S)^{1/3}(1000 - y_S)^{2/3} + \lambda(x_S^{2/3} y_S^{1/3} - \overline{U}). \tag{13.83}$$

პირველი რიგის პირობები მაქსიმუმისთვის არის

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_S} &= -\frac{1}{3}\left(\frac{1000 - y_S}{1000 - x_S}\right)^{2/3} + \frac{2\lambda}{3}\left(\frac{y_S}{x_S}\right)^{1/3} = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y_S} &= -\frac{2}{3}\left(\frac{1000 - x_S}{1000 - y_S}\right)^{1/3} + \frac{\lambda}{3}\left(\frac{x_S}{y_S}\right)^{2/3} = 0.\end{aligned} \tag{13.84}$$

ამ განტოლებების მარჯვნივ λ-ში პირობების შეტანა და ზედა განტოლების გაყოფა ქვედა განტოლებაზე გვაძლევს[23]

23 შევნიშნოთ, რომ განტოლება 13.85 არის იმ პირობის დადასტურება რომ ეფექტიანი განაწილებისთვის ინდივიდების შენაცვლების ზღვრული ნორმა უნდა იყოს ტოლი. ანუ. სმიტის $MRS = (\partial U_J/\partial x)/(\partial U_J/\partial y) = 2(y/x)$ და ჯონსის $MRS = (\partial U_J/\partial x)/(\partial U_J/\partial y) = 1/2(y/x)$.

(გაგრძელება)

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1000-y_S}{1000-x_S}\right)=2\left(\frac{y_S}{x_S}\right) \qquad \textbf{(13.85)}$$

ან

$$\frac{x_S}{1000-x_S}=\frac{4y_S}{1000-y_S}, \qquad \textbf{(13.86)}$$

რაც არის ეფექტიანობისთვის საჭირო პირობა. ახლა შეგვიძლია გამოვიყენოთ განტოლება 13.86, რათა გავიანგარიშოთ პარეტო-ეფექტიანი განაწილებების ნებისმიერი რაოდენობა. ეს ცხრილში 13.1 უკვე განვსაზღვრეთ x_S-ის რამდენიმე მნიშვნელობისთვის 0-დან 1000-მდე (შემთხვევებიდან, რომელშიც სმიტი ვერ იღებს ვერაფერს, შემთხვევებამდე, როცა ის ყველაფერს იღებს).

პარეტო ეფექტიანობა. იმის საჩვენებლად, თუ რატომაა არაეფექტიანი ოპტიმალური გარიგებების მრუდს გარეთ მდებარე წერტილები, განვიხილოთ საწყისი განაწილება, სადაც სმიტი და ჯონსი თანაბრად ინაწილებენ x-ს და y-ს. თითოეული პროდუქტის 500 ერთეულით სმიტიც და ჯონსიც 500-ის ტოლ სარგებლიანობას (დავუშვათ, რომ სარგებლიანობის ასეთი გაზომვა მნიშვნელოვანია) იღებენ. მარტივი მეცნიერული განგარიშებით, შედარებით ადვილია იმის ჩვენება, რომ უამრავი განაწილება არსებობს ოპტიმალური გარიგებების მრუდზე, რომელიც ორივე ინდივიდს უფრო მეტ სარგებლიანობას სთავაზობს. ცხრილი 13.1 გვაჩვენებს, რომ ეს უმეტესწილად ჭეშმარიტია განაწილებისთვის, როცა სმიტი იღებს 600 ან 700 უალკოჰოლო სასმელს და ზუსტი საზღვრები ასეთი საერთო სარგებლობის მომტანი გარიგებისთვის მარტივად შეიძლება გაანგარიშდეს. მაგალითად, დავუშვათ, x_S = 660, y_S = 327, x_J = 340 და y_J = 673. ამ განაწილების პირობებში სმიტის სარგებლიანობა არის 522, ხოლო ჯონსის – 536. ორივეს მდგომარეობა საწყის მდგომარეობასთან შედარებით უკეთესია და მოსალოდნელია გარკვეული გარიგებების განხორციელება, რაც მათ ოპტიმალური გარიგებების მრუდის მიმართულებით გადააადგილებს.

საწყისი ნაკრების ეფექტები. იმის სანახავად, თუ როგორ შეუძლია თავდაპირველ განაწილებას პარეტო-ეფექტიანი გადაწყვეტილებების რაოდენობის შეზღუდვა მოცემულ ეკონომიკაში, დავუშვათ, რომ სმიტი იწყებს ძალიან ხელსაყრელი პოზიციიდან – x_S = 800, y_S = 800. მაშინ, ჯონსი მიიღებს x_J = 200 და y_J = 200 და სარგებლიანობის საწყისი დონეებია U_S = 800, U_J = 200. ამ საწყისი მოცემულობებიდან რამოდენიმე პარეტო გაუმჯობესების მიღწევა შესაძლებელია, მაგრამ არც ერთი მათგანი არ გააუმჯობესებს ჯონსის მდგომარეობას მნიშვნელოვნად. მაგალითად, თუ შევინარჩუნებთ სმიტის სარგებლიანობას 800-ზე, ეფექტიანი განაწილება x_S = 884, y_S = 657, x_J = 116, y_J = 343 აჯონსის სარგებლიანობას 200-დან 239-მდე გაზრდის. ეს არის საუკეთესო ვარიანტი ჯონსისთვის იმ

შეზღუდულობის გათვალისწინებით, რომ სმიტის მდგომარობა არ უნდა გაუარესდეს. ჯონსის მიერ მიღებულ სარგებელს მცირე წვლილი შეაქვს ზოგადი განაწილების უფრო თანაბარი შედეგების მიღწევაში.

x_S	y_S	$U_S = x_S^{2=3} y_S^{1=3}$	$x_J = 1{,}000 - x_S$	$y_J = 1{,}000 - y_S$	$U_J = x_J^{1=3} y_J^{2=3}$
0	0	0	1,000	1,000	1,000
100	27	65	900	973	948
200	59	133	800	941	891
300	97	206	700	903	830
400	143	284	600	857	761
500	200	368	500	800	684
600	273	461	400	727	596
700	368	565	300	632	493
800	500	684	200	500	368
900	692	825	100	308	212
1,000	1,000	1,000	0	0	0

შეკითხვა: მოგვცემდა თუ არა ორი ინდივიდის განსხვავებული პრეფერენციები ნებაყოფლობითი გარიგებებიდან მიღებული შედეგების გათანაბრების უფრო მეტ საშუალებას ამ მაგალითში? არსებობს თუ არა პრეფერენციები სმიტისა და ჯონსისთვის, რომლისთვისაც თუნდაც ძალიან არათანაბარი საწყისი განაწილებიდან ნებაყოფლობითი გარიგებები მიგვიყვანდა თანასწორობამდე?

შეჯამება

ამ თავში ზოგადად იქნა განხილულია ადამ სმიტის ვარაუდები კონკურენტული ბაზრების ეფექტიანი თვისებების შესახებ. დავიწყეთ იმის აღწერით, თუ როგორ უნდა მოხდეს ბევრი კონკურენტული ბაზრის მოდელირება ერთდროულად და შემდეგ გამოვიყენეთ მოდელი კეთილდღეობის შესახებ რამდენიმე მტკიცების წარმოსადგენად. ქვემოთ ჩამოთვლილია ამ თავის ზოგიერთი მნიშვნელოვანი საკითხი:

- პრეფერენციები და საწარმოო ტექნოლოგიები წარმოადგენს ბაზისს, რომელზეც ზოგადი წონასწორობის ყველა მოდელია დაფუძნებული. ასეთი მოდელის ერთი მარტივი ვერსია იყენებს ინდივიდების პრეფერენციებს ორ პროდუქტთან მიმართებით, ამ პროდუქტების საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვართან ერთად.
- ინდივიდუალურ პროდუქტებზე მოთხოვნის და მიწოდების შესახებ ინფორმაციის საპასუხოდ კონკურენტულ ბაზრებს შეუძლიათ წონასწორული ფასების დაწესება ფასების ზღვრული კორექტირების გზით. ვალრასის კანონი ბაზრებს ერთმანეთთან აკავშირებს ისე, რომ ასეთი შედეგი გარანტირებულია (უმეტეს შემთხვევაში).
- ზოგადი წონასწორობის მოდელები, ჩვეულებრივ, შეიძლება ამოიხსნას კომპიუტერული ალგორითმების გამოყენებით. მიღებული გადაწყვეტა გვაძლევს ხედვებს ეკონომიკის შესახებ, რომელთა მიღებაც შეუძლებელია ცალკეული ბაზრების ნაწილობრივი წონასწორობის ანალიზით.
- კონკურენტული ფასები აისახება რესურსების პარეტო-ეფექტიან განაწილებაში. ეს არის კეთილდღეობის ეკონომიკის პირველი თეორემა.
- ფაქტორები, რომლებიც ხელს უშლის კონკურენტულ ბაზრებს წონასწორობის მიღწევაში მოიცავს: (1) საბაზრო ძალაუფლება, (2) გარე ეფექტები; (3) საზოგადოებრივი პროდუქტის არსებობა და (4) არასრულყოფილი ინფორმაცია.
- კონკურენტული ბაზრები აუცილებლად არ განაპირობებს რესურსების თანაბარ განაწილებას, განსაკუთრებით მაშინ, როცა საწყისი ნაკრები (თავდაპირველი განაწილება) მკვეთრად არათანაბარია. თეორიულად, ნებისმიერი სასურველი განაწილება შეიძლება მიღწეული იქნეს კონკურენტული ბაზრების საშუალებით, რომელსაც თან ახლავს სათანადო ტრანსფერები (კეთილდღეობის ეკონომიკის მეორე თეორემა). მაგრამ არსებობს ამ ტრანსფერების დანერგვის ბევრი პრაქტიკული პრობლემა.

ამოცანები

13.1

დავუშვათ, საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარი იარაღის (x) და კარაქისათვის (y) მოცემულია შემდეგი სახით:

$$x^2 + y^2 = 900.$$

ა. დახაზეთ ეს საზღვარი.

ბ. თუ ინდივიდებს ყოველთვის ურჩევნიათ ისეთი სამომხმარებლო კალათა, სადაც $y = 2x$, მაშინ რამდენი x და რამდენი y იწარმოება?

გ. (ბ) ნაწილში აღწერილ წერტილში, რამდენიაპროდუქტის ტრანფორმაციის ნორმა (RPT) და ფასთა როგორი თანაფარდობა უზრუნველყოფს ამ წერტილში პროდუქტის წარმოებას?

დ. (ა) ნაწილში მიღებული პასუხი წარმოადგინეთ რიცხობრივად.

13.2

დავუშვათ, თითოეული ინდივიდი (სმიტი და ჯონსი) უთმობს 10 სამუშაო საათს ნაყინის ან ქათმის წვნიანის (y) წარმოებას. სმიტის სარგებლიანობის ფუნქცია მოცემულია შემდეგი სახით:

$$U_S = x^{0.3}y^{0.7},$$

ხოლო ჯონის სარგებლიანობის ფუნქციაა

$$U_J = x^{0.5}y^{0.5}.$$

ინდივიდებისთვის სულ ერთია x-ს აწარმოებენ თუ y-ს. საწარმოო ფუნქცია თითოეული პროდუქტისთვის მოცემულია შემდეგნაირად:

$$x = 2l \text{ და } = 3l,$$

სადაც l არის თითოეული პროდუქტის წარმოებისათვის საჭირო მთლიანი შრომის რაოდენობა.

ა. როგორი უნდა იყოს p_x/p_y ფასთა თანაფარდობა?

ბ. ფასთა ამ თანაფარდობის შემთხვევაში რამდენ x-ს და y-ს მოითხოვს სმიტი და ჯონსი? მინიშნება: მოცემულ შემთხვევაში ხელფასი 1-ს გაუტოლეთ.

გ. (ბ) ნაწილში გამოთვლილი მოთხოვნის დასაკმაყოფილებლად როგორ უნდა განაწილდეს შრომა x და y-ს შორის?

13.3

განიხილეთ ეკონომიკა, რომელსაც გააჩნია მხოლოდ ერთი ტექნოლოგია თითოეული პროდუქტის საწარმოებლად.

პროდუქტი	საკვები	ტანსაცმელი
შრომა გამოშვების ერთეულზე	1	1
მიწა გამოშვების ერთეულზე	2	1

ა. დავუშვათ, მიწა შეუზღუდავია, ხოლო შრომა 100-ის ტოლია. დაწერეთ და დახაზეთ საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარი.

ბ. დავუშვათ, შრომა შეუზღუდავია, ხოლო მიწა 150 ერთეულის ტოლია. დაწერეთ და დახაზეთ საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარი.

გ. დავუშვათ, შრომა 100-ის, ხოლო მიწა 150 ერთეულის ტოლია. დაწერეთ და დახაზეთ საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარი. მინიშნება: რა არის კოორდინატთა ღერძებთან საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვრის კვეთის წერტილები? როდის გამოიყენება სრულად მიწა? შრომა? ორივე?

დ. ახსენით, რატომ არის (გ) ნაწილში მიღებული საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარი ჩაზნექილი?

ე. დახაზეთ საკვების ფარდობითი ფასი, როგორც (გ) ნაწილში მიღებული საკვების გამოშვებვის ფუნქცია.

ვ. თუ მომხმარებლებს სურთ 4 ერთეული საკვების გაცვლა ტანსაცმლის 5 ერთეულზე, რა იქნება საკვების ფარდობითი ფასი? რატომ?

ზ. ახსენით, რატომ არის წარმოება p_F/p_C = 1.1 ფასთა თანაფარდობისას ზუსტად იგივე, როგორც p_F/p_C = 1.9 ფასთა თანაფარდობის დროს?

თ. დავუშვათ, საკვებისა და ტანსაცმლის საწარმოებლად საჭიროა კაპიტალიც. საკვებისა და ტანსაცმლის ერთეულის საწარმოებლად საჭირო კაპიტალის რაოდენობაა შესაბამისად, 0,8 და 0,9. მოცემულია 100 ერთეული კაპიტალი. როგორია საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარი ამ შემთხვევაში? უპასუხეთ (ე) ნაწილში დასმულ შეკითხვებს ამ შემთხვევისთვის.

13.4

დავუშვათ, რობინზონ კრუზო აწარმოებს და მოიხმარს თევზს (F) და ქოქოსს (C). ვთქვათ, მან გადაწყვიტა გარკვეული დროის განმავლობაში 200 საათი იმუშაოს. მისთვის სულ ერთია როგორ მოიხმარს ამ საათებს-თევზაობისა თუ ქოქოსის შეგროვებისათვის. რობინზონის მიერ თევზის წარმოება მოცემულია შემდეგი სახით

$$F = \sqrt{l_F},$$

ხოლო ქოქოსის წარმოება შემდეგნაირად

$$C = \sqrt{l_C},$$

სადაც l_F და არის თევზაობაზე და ქოქოსის შეგროვებაზე დახარჯული საათების რაოდენობა. შესაბამისად გვაქვს

$$l_C + l_F = 200.$$

რობინზონ კრუზოსთვის თევზისა და ქოქოსის სარგებლიანობა მოცემულია შემდეგნაირად:

$$\text{სარგებლიანობა} = \sqrt{F \cdot C}.$$

ა. თუ რობინზონს არ შეუძლია ვაჭრობა დანარჩენ მსოფლიოსთან, როგორ გაანაწილებს ის თავის შრომას? როგორია F-ის და C-ის ოპტიმალური დონე? სარგებლიანობა? (თევზის ქოქოსად) პროდუქციის ტრანსფორმაციის ნორმა RPT?

ბ. დავუშვათ, ვაჭრობა შესაძლებელია და რობინზონს შეუძლია თევზის ქოქოსში გაცვლა ფასთა შემდეგი თანაფარდობით: $p_F/p_C = 2/1$. ვთქვათ, რობინზონი აგრძელებს F-ის და C-ის წარმოებას (ა) ნაწილში განსაზღვრული რაოდენობებით, რის მოხმარებას აირჩევდა იგი ვაჭრობის შესაძლებლობის არსებობის შემთხვევაში? რა იქნებოდა მისთვის სარგებლიანობის ახალი დონე?

გ. როგორ შეიცვლება (ბ) ნაწილში მიღებული თქვენი პასუხი, თუ რობინზონი შეცვლიდა თავის წარმოებას, რათა მსოფლიო ფასებიდან სარგებელი მიეღო?

დ. დახაზეთ (ა), (ბ) და (გ) ნაწილებში მიღებული შედეგები.

13.5

სმიტი და ჯონსი იმყოფებიან უდაბნო კუნძულზე. თითოეულ მათგანს აქვს ლორის (H) და ყველის (C) რამდენიმე ნაჭერი. სმიტი არის ძალიან წუნია მჭამელი და მიირთმევს ლორს და ყველს მხოლოდ ფიქსირებული პროპორციით - 2 ნაჭერი ყველი 1 ნაჭერ ლორზე. მისი სარგებლიანობის ფუნქცია მოცემულია $U_s = \min(H, C/2)$ სახით.

ჯონსის კვების გემოვნება უფრო მოქნილია და მისი სარგებლიანობის ფუნქცია მოცემულია $U_J = 4 + 3C$ სახით. ყველისა და ლორის მთლიანი მარაგი არის 100 ნაჭერი ლორი და 200 ნაჭერი ყველი.

ა. დახაზეთ ეჯვორთის ყუთის დიაგრამა, რომელიც წარმოადგენს გაცვლის შესაძლებლობებს ამ სიტუაციაში. რა არის ის ერთადერთი გაცვლის თანაფარდობა, რომელიც ნებისმიერი წონასწორობის დროს იარსებებს?

ბ. დავუშვათ, სმიტს თავდაპირველად ჰქონდა 40 H და 80 C. რა ინება წონასწორული მდგომარეობა?

გ. დავუშვათ, სმიტს თავდაპირველად ჰქონდა 60 H და 80 C. რა იქნება წონასწორული მდგომარეობა?

დ. დავუშვათ, სმიტი (ამ ორიდან უფრო ძლიერი) გადაწყვეტს არ მოიქცეს „თამაშის წესების" მიხედვით. რა შეიძლება იყოს საბოლოოდ წონასორული მდგომარეობა ამ შემთხვევაში?

13.6

ქვეყანაში რურიტანია არსებობს ორი რეგიონი – A და B. ორივე რეგიონში იწარმოება ორი პროდუქტი (x და y). A რეგიონისთვის საწარმოო ფუნქციები მოცემულია შემდეგი სახით:

$$x_A = \sqrt{l_x},$$
$$y_A = \sqrt{l_y}.$$

l_x და l_y არის შესაბამისად x და y პროდუქტების საწარმოებლად განკუთვნილი შრომის რაოდენობა. A რეგიონში არსებული მთლიანი შრომის რაოდენობაა 100 ერთეულია, ე.ი.

$$l_x + l_y = 100.$$

B რეგიონისთვის საწარმოო ფუნქციები მოცემულია შემდეგი სახით:

$$x_B = \frac{1}{2}\sqrt{l_x},$$
$$y_B = \frac{1}{2}\sqrt{l_y}.$$

B რეგიონშიც არსებული მთლიანი შრომის რაოდენობა არის 100 ერთეული:

$$l_x + l_y = 100.$$

ა. გამოთვალეთ საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარი A და B რეგიონებისთვის.

ბ. რა პირობები უნდა შესრულდეს, თუ რურიტანიაში წარმოება ეფექტიანად განაწილებულია A და B რეგიონების შორის (დავუშვათ, რომ შეუძლებელია შრომის მობილობა ერთი რეგიონიდან მეორეში)?

გ. გაიანგარიშეთ საწარმოო შესაძლებლობათა მრუდი რურიტანიაში (კვლავ დავუშვათ, რომ შრომა არ არის მობილური რეგიონებს შორის). მთლიანად რამდენი y-ის წარმოება შეუძლია რურიტანიას, თუ x-ის მთლიანი გამოშვებაა 12? მინიშნება: გრაფიკული ანალიზი შესაძლოა გარკვეულწილად დაგეხმაროთ ამ შემთხვევაში.

13.7

გამოიყენეთ სქოლიოში 19 განხილული კომპიუტერული ალგორითმი და განიხილეთ მაგალითში 13.4 მოცემული მოდელის შემდეგი ცვლილებების შედეგები. თითოეული

ცვლილებისთვის აღწერეთ მოდელირების საბოლოო შედეგები და წარმოადგინეთ გარკვეული ინტუიციური ახსნა, რატომ მივიღეთ ასეთი შედეგები.

ა. პირველი საოჯახო მეურნეობის პრეფერენციები შეცვალეთ შემდეგი სახით: $U_1 = x_1^{0.6} y_1^{0.2} (\bar{l}_1 - l_1)^{0.2}$.
ბ. გარდაქმენით განტოლებაში 13.44 საწარმოო ფუნქცია ისე, რომ x აღმოჩნდეს კაპიტალინტენსიური პროდუქტი.
გ. გაზარდეთ თავისუფალი დროის მნიშვნელობა თითოეული საოჯახო მეურნეობის სარგებლიანობის ფუნქციაში.

ანალიტიკური ამოცანები

13.8 გადასახადის ეკვივალენტობის თეორემა
გამოიყენეთ სქოლიოში/შენიშვნაში 19 განხილული კომპიუტერული ალგორითმი და აჩვენეთ, რომ ორივე პროდუქტზე უნიფიცირებული ღირებულებითი/ადვალური? გადასახადით მიიღწევა ისეთივე წონასწორობა, რომელიც მყარდება ორივე საწარმოო ფაქტორზე დაწესებული იგივე საგადასახადო შემოსავლის მომტანი უნიფიცირებული გადასახდის შემთხვევაში. შენიშვნა: გადასახადის ეკვივალენტობის ეს თეორემა საჯარო ფინანსების თეორიიდან გვიჩვენებს, რომ ეკონომიკაში დაბეგვრა იდენტური შედეგებით შესაძლებელია წარმოებულ პროდუქტებზე ან საწარმოო ფაქტორებზე განხორციელდეს.

13.19 მასშტაბიდან უკუგება და საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარი
ამ ამოცანის მიზანია განიხილოს დამოკიდებულება მასშტაბიდან უკუგებას, საწარმოო ფაქტორთა ინტენსიურობასა და საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვრის ფორმას შორის.

დავუშვათ, არსებობს კაპიტალისა და შრომის ფიქსირებული მიწოდება x და y პროდუქტების წარმოებისათვის. შესაბამისად საწარმოო ფუნქცია x და y-თვის მოცემულია შემდეგი სახით

$$x = k^{\alpha} l^{\beta} \quad \text{და} \quad y = k^{\gamma} l^{\delta},$$

სადაც ამ ამოცანაში $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, პარამეტრები სხვადასხვა მნიშვნელობებს იღებენ.

გამოიყენეთ ინტუიცია, კომპიუტერი ან ფორმალური მათემატიკური მიდგომა და გამოიყვანეთ/დაწერეთ საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარი x და y-თვის შემდეგ შემთხვევებში:

ა. $\alpha = \beta = \gamma = \delta = 1/2$.
ბ. $\alpha = \beta = 1.2, \gamma = 1.3, \delta = 2.3$

გ. $\alpha = \beta = 1/2, \gamma = \delta = 2/3$
დ. $\alpha = \beta = \gamma = \delta = 2/3$
ე. $\alpha = \beta = 0.6, \gamma = 0.2, \delta = 1.0$
ვ. $\alpha = \beta = 0.7, \gamma = 0.6, \delta = 0.8$

მასშტაბიდან ზრდადი უკუგება ყოველთვის იწვევს თუ არა ამოზნექილ საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარს? ახსენით.

13.10 რიბჩინსკის თეორემა

ქვეყანა პოდუნკი მიწისა და კაპიტალის გამოყენებით აწარმოებს მხოლოდ ხორბალსა და ტანსაცმელს. ორივე მასშტაბიდან მუდმივი უკუგების მქონე საწარმოო ფუნქციის შესაბამისად იწარმოება. ხორბალის პროდუქტი მიწას შედარებით ინტენსიურად გამოიყენებს.

ა. ახსენით სიტყვიერად ან ნახაზების საშუალებით, ხორბლის ფარდობითი ფასი (p) როგორ განსაზღვრავს მიწა-შრომის თანაფარდობას/პროპორციებს ორივე დარგში.
ბ. დავუშვათ, p განსაზღვრულია გარე ძალების მიერ (ასეთია შემთხვევა, როცა პოდუნკი არის „პატარა“ ქვეყანა და თავისუფლად ვაჭრობს „დიდ“ ქვეყანასთან). ეჯვორთის ყუთის მეშვეობით აჩვენეთ, რომ თუ პოდუნკში შრომის მიწოდება იზრდება, მაშინ ტანსაცმლის გამოშვება გაიზრდება, ხოლო ხორბლის გამოშვება შემცირდება. შენიშვნა: ეს შედეგი აღმოჩენილია პოლონელი ეკონომისტის თადეუშ რიბჩინსკის (Tadeusz Rybczynski) მიერ. იგი ფუნდამენტური შედეგია საერთაშორისო ვაჭრობის თეორიაში.

13.11 ვალრასის კანონი

დავუშვათ, ეკონომიკაში არსებობს მხოლოდ სამი (x_1, x_2, x_3) პროდუქტი. x_2 და x_3 პროდუქტებზე ჭარბი მოთხოვნის ფუნქციები მოცემულია შემდეგნაირად:

$$ED_2 = -\frac{3p_2}{p_1} + \frac{2p_3}{p_1} - 1,$$
$$= \frac{4p_2}{p_1} - \frac{2p_3}{p_1} - 2.$$

ა. აჩვენეთ, რომ p_1, p, p_3 ფასების დროს ეს ფუნქციები ჰომოგენურია 0 ხარისხით.
ბ. გამოიყენეთ ვალრასის კანონი და აჩვენეთ, რომ თუ $ED_2 = ED_3 = 0$, მაშინ ED_1-იც უნდა უდრიდეს 0-ს. შეგიძლიათ თუ არა ვალრასის კანონის გამოყენება ED_1-ის გამოსათვლელად?
გ. ამოხსენით განტოლებათა ეს სისტემა წონასწორული ფარდობითი ფასების p_2/p_1 და p_3/p_1 შემთხვევაში. როგორია p_3/p_2-ის მნიშვნელობა წონასწორობის დროს?

13.12 საწყისი ნაკრები და ფასები

მაგალითში 13.8, თითოეულ ინდივიდს აქვს 500 ერთეული თითოეული პროდუქტის საწყისი შენაძენი.

ა. გამოსახეთ სმიტის და ჯონსის მოთხოვნა x და y პროდუქტებზე, როგორც p_x-ის, p_y-ის და საწყისი შენაძენის ფუნქციები.

ბ. გამოიყენეთ (ა) ნაწილიდან მოთხოვნის ფუნქციები და დაკვირვება, რომ თითოეულ პროდუქტზე მთლიანი მოთხოვნა უნდა იყოს 1000, რათა ამ შემთხვევისთვის გამოთვალოთ წონასწორული p_x/p_y ფასთა თანაფარდობა. როგორია თითოეული ინდივიდის მიერ თითოეული პროდუქტის მოხმარების წონასწორული დონეები?

გ. როგორ შეიცვლება ამ ამოცანის პასუხები შემდეგი საწყისი შენაძენების შემთხვევაში? ახსენით ეს ცვალებადი შედეგები.

	სმიტის საწყისი შენაძენი		ჯონსის საწყისი შენაძენი	
	x	y	x	y
i	0	1,000	1,000	0
ii	600	600	400	400
iii	400	400	600	600
iv	1,000	1,000	0	0

დამატებითი საკითხავი

Arrow, K. J., and F. H. Hahn. *General Competitive Analysis.* Amsterdam: North-Holland, 1978, chaps. 1, 2, and 4.

ზოგადი წონასწორობის ანალიზის რთული მათემატიკური დამუშავება. თითოეულ თავს აქვს კარგი ლიტერატურული შესავალი.

Debreu, G. *Theory of Value.* New York: John Wiley & Sons, 1959.

ძირითადი წყარო, რთული მათემატიკა. აქვს კარგი შესავალი თავი გამოყენებული მათემატიკური აპარატის შესახებ.

Debreu, G. "Existence of Competitive Equilibrium." In K. J. Arrow and M. D. Intriligator, Eds., *Handbook of Mathematical Economics*, vol. 2. Amsterdam: North-Holland, 1982, pp. 697–743.

უძრავი წერტილის თეორემის საფუძველზე საკმაოდ რთული კვლევა არსებობის დამტკიცებების შესახებ. მოიცავს წყაროების დაწვრილებით ნაკრებს.

Ginsburgh, V., and M. Keyzer. *The Structure of Applied General Equilibrium Models.* Cambridge, MA: MIT Press, 1997.

ზოგადი წონასწორობის გამოთვლადი მოდელების იმპლემენტაციის პრობლემების დეტალური განხილვა. რამდენიმე გამოსადეგი წყარო ემპირიული ლიტერატურისთვის.

Harberger, A. "The Incidence of the Corporate Income Tax." *Journal of Political Economy* (January/February 1962): 215–40.

ორ სექტორიანი ზოგადი წონასწორობის მოდელის კარგი გამოყენება კაპიტალზე დაწესებული გადასახადის საბოლოო ტვირთის გამოსაკვლევად.

Mas-Colell, A., M. D. Whinston, and J. R. Green. *Microeconomic Theory.* Oxford: Oxford University Press, 1995.

მეოთხე ნაწილი ეძღვნება ზოგადი წოანსწორობის ანალიზს. თავი 17 (არსებობა?/existance) და თავი 18 (კავშირები თამაშთა თეორიასთან) განსაკუთრებით გამოსადეგია. თავები 19 და 20 განიხილავს რამდენიმე საკითხს ამ თავის დამატებაში.

Salanie, B. *Microeconomic Models of Market Failure.* Cambridge, MA: MIT Press, 2000.

კეთილდღეობის ეკონომიკის თეორემების კარგი შეჯამება გარე ეფექტების, საზოგადოებრივი პროდუქტის და არასრულყოფილი კუნკურენციის დეტალურ ანალიზთან ერთად.

Sen, A. K. *Collective Choice and Social Welfare.* San Francisco: Holden-Day, 1970, chaps. 1 and 2.

საზოგადოებრივი არჩევანის თეორიის ძირითადი წყარო. დასაწყის თავებში წარმოდგენილია პარეტო ეფექტიანობის კონცეფციის არსისა და შეზღუდულობის შესახებ კარგი მსჯელობა.

დანართები

გამოთვლადი ზოგადი წონასწორობის მოდელები

როგორც თავში 13 მოკლედ განხილულია, კომპიუტერული ტექნოლოგიების უახლესმა მიღწევებმა შესაძლებელი გახადა მნიშვნელოვანი დეტალების გამოთვლადი ზოგადი წონასწორობის (Computable General Equilibrium, CGE) მოდელების შექმნა. ისინი მოიცავენ ასეულობით დარგებსა და ინდივიდებს სხვადასხვა ტექნოლოგიებითა და პრეფერენციებით. ამ მოდელებში გამოყენებული ზოგადი მეთოდოლოგია მოიცავს საწარმოო და სარგებლიანობის ფუნქციების სხვადასხვა ფორმებს და ემპირიულ დაკვირვებებზე დაყრდნობით ამ ფუნქციების კონკრეტულ პარამეტრებს. ამის შემდეგ მოდელის მეშვეობით ატარებენ ზოგადი წონასწორობის რიცხობრივ გამოთვლებს და უდარებენ რეალურ მონაცემებს. მოდელის მიერ რეალობის ასახვის „შემოწმების" შემდეგ მოდელში ცვლიან პოლიტიკის სხვადასხვა ელემენტებს, რათა წარმოადგინონ აღნიშნული პოლიტიკის ცვლილებების საერთო გავლენის შეფასებები ზოგადი წონასწორობის მიხედვით. ამ დამატებაში მოკლედ განვიხილავთ მოდელის რამდენიმე მსგავსი ტიპის გამოყენებებს.

E13.1 ვაჭრობის მოდელები

გამოყენებითი ზოგადი წონასწორობის მოდელების ერთ-ერთი პირველი მაგალითია სავაჭრო ბარიერების გავლენის შესწავლა. რადგან მსგავსი ბარიერების (ან მათი შემცირების) ეფექტების შესახებ დებატების უმრავლესობა ეხება რეალურ ხელფასებზე მათ გავლენას, ამიტომ ამ ამოცანას აღნიშნული ზოგადი წონასწორობის მოდელები განსაკუთრებით შეესაბამება.

აღნიშნული მოდელები ორი უჩვეულო თვისებით ხასიათდება, პირველი, მოდელები ხშირად აშკარად სპეციფიკური პროდუქტის ადგილობრივ წარმოებაზეა ფოკუსირებული უცხოური წარმოების საპირისპიროდ, ამიტომ აუცილებელია ინდივიდის სარგებლიანობის ფუნქციაში პროდუქტის მნიშვნელოვანი ხარისხით დიფერენცირება. მაგალითად, „აშშ-ს ქსოვილები" განიხილება, როგორც განსხვავებული „მექსიკური ქსოვილებისაგან", თუმცა, ვაჭრობის თეორიების უმეტესობაში ქსოვილები შესაძლებელია განიხილებოდეს ჰომოგენურ პროდუქტად. მოდელების შემქნელებმა დაადგინეს, რომ ასეთ პროდუქტებს შორის შენაცვლების მხოლოდ შეზღუდული შესაძლებლობა უნდა დაუშვან, რათა ამ მოდელებმა ფაქტობრივი ვაჭრობის სახე ასახონ.

CGE მოდელების მეორე თვისებას წარმოადგენს წარმოების სექტორებში მასშტაბიდან ზრდადი უკუგების უზრუნველმყოფი ტექნოლოგიების დანერგვა. ეს საშუალებას იძლევა მოდელში აისახოს პატარა ქვეყნებისთვის ვაჭრობის ერთ-ერთი მთავარი უპირატესობა. სამწუხაროდ, მასშტაბიდან ზრდადი უკუგების არსებობის დაშვება, ამასთანავე, მოითხოვს სრულყოფილი კონკურენციის, ფასის მიღების შესახებ დაშვებების უგულვებელყოფას. ამ მიზნით ხშირად გამოიყენება ფასნამატით ფასდადების ზოგიერთი სახე კურნოს არასრულყოფილ კონკურენციასთან ერთად (იხ. თავი 15).

ჩრდილოეთ ამერიკის თავისუფალი ვაჭრობა

CGE მოდელირებისას ყველაზე დიდი ძალისხმევა წარიმართა ჩრდილოეთ ამერიკის თავისუფალი ვაჭრობის შეთანხმების (*NAFTA*) ანალიზისათვის. ფაქტობრივად ყველა ეს მოდელი აჩვენებს, რომ შეთანხმებას კეთილდღეობის სარგებელი მოაქვს მასში მონაწილე ყველა ქვეყნისათვის. მექსიკისთვის სარგებელი ძირითადად წარმოიქმნება

ძირითადად მექსიკურ ქსოვილებსა და ფოლადზე აშშ-ში სავაჭრო ბარიერების შემცირებით. კანადისათვის სარგებელი წარმოიშობა ძირითადად რამდენიმე მნიშვნელოვან დარგში მასშტაბის ეკონომიიდან მეტი სარგებლის მიღების შედეგად. ბარაუნმა (1992) ჩრდილოეთ ამერიკის თავისუფალი ვაჭრობის რამდენიმე *CGE* მოდელის შესწავლის შემდეგ დაასკვნა, რომ მშპ-ს 2-3%-ის ტოლი სარგებელი შესაძლებელია მიიღოს თითოეულმა მონაწილე ქვეყანამ. აშშ-სთვის *NAFTA*-სგან მიღებული სარგებელი შესაძლებელია მნიშვნელოვნად ნაკლები იყოს, მაგრამ ამ შემთხვევაშიც კი დადასტურდა ადგილობრივი ბაზრების გაზრდილი კონკურენტუნარიანობით გამოწვეული კეთილდღეობის დიდი სარგებელის არსებობა.

E13.2 გადასახადებისა და ტრანსფერების მოდელები

CGE მოდელების მეორე მთავარი გამოყენებაა ქვეყნის საგადასახადო და სატრანსფერო პოლიტიკაში პოტენციური ცვლილებების შეფასება. ასეთ გამოყენებით მოდელებში განსაკუთრებული ყურადღება უნდა დაეთმოს საწარმოო ფაქტორების მიწოდების მოდელირებას. მაგალითად, საშემოსავლო გადასახადის განაკვეთის ცვლილებას (დადებითი თუ უარყოფითი) შესაძლებელია ჰქონდეს შრომის მიწოდებაზე მნიშვნელოვანი გავლენა, რომლის მოდელირებაც შესაძლებელია მხოლოდ ზოგადი წონასწორობის მეთოდით. ანალოგიურად, საგადასახადო/სატრანსფერო პოლიტიკას შეუძლია გავლენა მოახდინოს დაზოგვისა და ინვესტირების შესახებ გადაწყვეტილებებზე და, შესაძლოა, საჭირო გახდეს უფრო დეტალური მოდელირების პროცედურა (მაგალითად, ინდივიდების დიფერენცირება ასაკის მიხედვით, რათა საპენსიო პროგრამების ეფექტები გამოიკვლიონ). ინსტიტუციური გარემოს ანალიზის ჰოლანდიური მიკრო მაკრო მოდელი (*MIMIC*) გადასახადების/ტრანსფერების *CGE* მოდელის ყველაზე უფრო გავრცელებულ მაგალითს წარმოადგენს ინსტიტუციური გარემოს ანალიზის ჰოლანდიური მიკრო მაკრო მოდელი (Micro Macro Model to Analyze the Institutional Context, MIMIC). აღნიშნული მოდელი განიხილავს სოციალური კეთილდღეობის პროგრამებს და იმ ზოგიერთ პრობლემას, რომელთა გადაწყვეტის გაუმჯობესება სურთ (მაგალითად, უმუშევრობა, რომელიც არ შედის ბევრ სხვა *CGE* მოდელებში). გელაუფმა? (Gelauff) და გრააფლუნდმა? (Graaflund) (1994) შეაჯამეს *MIMIC* მოდელის მთავარი თვისებები. მათ აღნიშნული მოდელი, აგრეთვე, გამოიყენეს პოლიტიკის ისეთი გადაწყვეტილებების შესაფასებლად, როგორიცაა ჰოლანდიაში 1990-იან წლების საგადასახადო რეფორმა და ამ ქვეყანაში უმუშევრების და ინვალიდებისთვის უხვი დახმარებები.

E13.3 გარემოს დაცვასთან დაკავშირებული მოდელები

CGE მოდელები აგრეთვე გამოიყენება გარემოსდაცვითი პოლიტიკის ეკონომიკაზე ზემოქმედების შესასწავლად. ასეთ გამოყენებით მოდელებში გარემოს დამაბინძურებელი ნარჩენების წარმოება მიჩნეულია სხვა ეკონომიკური აქტივობის თანმხლებ ეფექტად. გარემოსდაცვითი მიზნები განისაზღვრება აღნიშნული ნარჩენების შემცირებით და შესაძლებელია აღნიშნული მოდელების გამოყენება მოცემული მიზნის მისაღწევად შერჩეული სხვადასხვა სტრატეგიების ეკონომიკური დანახარჯების შესასწავლად. *CGE* მეთოდის ერთ-ერთ უპირატესობაა ის, რომ იგი გვიჩვენებს გარემოსდაცვითი პოლიტიკის შემოსავლების განაწილებაზე ზემოქმედების დამადასურებელ ზოგიერთ მონაცემს. ეს საკითხი უმრავლეს შემთხვევაში გაუთვალისწინებელია უფრო ვიწრო, დარგზე დაფუძნებულ მოდელირებისას.

CO_2 შემცირების სტარტეგიების შეფასება

წუხილმა იმაზე, რომ ენერგიის გამოყენების დროს CO_2-ის გამოყოფა შესაძლოა ხელს უწყობდეს გლობალურ დათბობას, გამოიწვია ამ გამონაბოლქვის შემცირების რამდენიმე გეგმის შექმნა. რადგან აღნიშნული შემცირების repercussions? შესაძლოა ფართოდ გავრცელებული და ცვალებადი იყოს, ამიტომ *CGE* მოდელირება შეფასების ერთ-ერთი ყველაზე მისაღები მეთოდია. აღნიშნული მოდელის ერთ-ერთი ყველაზე დახვეწილი მაგალითია ეკონომიკური თანამშრომლობისა და განვითარების ორგანიზაციის მიერ (*OECD*) შექმნილი მოდელი ზოგადი წონასწორობის გარემოსდაცვითი მოდელი (General Equilibrium Environmental Model, GREEN). ამ მოდელის ძირითადი სტრუქტურა აღწერილია ბურნიაქსის?/Burniaux, ნიკოლეტის/Nicoletti და ოლივეირა-მარტინსის/Oliviera Martins (1992) მიერ. მოდელი გამოიყენება პოლიტიკის იმ სხვადასხვა ღონისძიებების სტიმულირებისათვის, რომელიც შესაძლოა ევროპის ქვეყნების მიერ CO_2 ის გამოყოფის შესამცირებლად განხორციელდეს. მაგალითად, ნახშიროჟანგის გადასახადის დაწესება ან გამონაბოლქვის გაზრდილი და გამკაცრებული რეგულაციები ავტომობილებისა და თბოელექტროსადგურებისათვის. ზოგადად, აღნიშნული სიმულაციები ადასტურებენ, რომ ასეთი პოლიტიკის ღონისძიებების ეკონომიკური დანახარჯები შედარებით მოკრძალებულია ამჟამად არსებული შეზღუდვების დონის გათვალისწინებით. მაგრამ პოლიტიკის ამ ღონისძიებების უმრავლესობას აქვს არახელსაყრელი განაწილების ეფექტები, რომლებიც შემდგომში, შესაძლოა, ყურადღებას საჭიროებდეს მთავრობის სატრანსფერო პოლიტიკის მხრივ.

E13.4 ჩვეულებრივი და უჩვეულო მოდელები

CGE მოდელების გამოყენების ბოლო გზაა ისეთი ეკონომიკური საკითხების შესწავლა, რომელთაც აქვთ მნიშვნელოვანი სივრცული განზომილებები. ასეთი მოდელების აგება მოითხოვს ზედმიწევნით ყურადღებას პროდუქტების ტრანსპორტირების და სამუშაო ძალის მობილობასთან დაკავშირებულ გადაადგილების ხარჯების საკითხებზე. განსაკუთრებული ყურადღება ექცევა იმას, თუ სად ჩნდება ტრანზაქციის დანახარჯები. *CGE* მოდელებში ასეთი დანახარჯების ჩართვა, მრავალი ნიშნის მიხედვით, პროდუქტის დიფერენციაციის დამატებითი დონის შემოღების ექვივალენტურია, რადგან იგი გავლენას ახდენს სხვა შემთხვევის დროს არსებულ ჰომოგენური პროდუქტის ფარდობით ფასებზე. რეგიონულ ბაზრებზე წონასწორობების გამოთვლა განსაკუთრებით მგრძნობიარეა იმის მიმართ, თუ როგორ არის განსაზღვრული ტრანსპორტირების დანახარჯები.

სამთავრობო შესყიდვების ცვლილებები

CGE რეგიონული მოდელები ფართოდ გამოიყენება სამთავრობო დანახარჯების პოლიტიკის ძირითადი ცვლილებების ადგილობრივი ეფექტების შესასწავლად. მაგალითად, ჰოფმანმა (Hoffman), რობინსონმა(Robinson) და სუბრამანიანმა (Subramanian) (1996) გამოიყენეს CGE მოდელი კალიფორნიის ეკონომიკაზე თავდაცვის შემცირებული დანახარჯების რეგიონული გავლენის შესაფასებლად. მათ დაადგინეს, რომ გავლენის სიდიდე მნიშვნელოვნად დამოკიდებულია მაღალკვალიფიციური მუშახელის მიგრაციის სავარაუდო დანახარჯებზე. მსგავსი შეცდომა აღწერეს ბერნატმა (Bernat) და ჰანსონმა (Hanson) (1995), რომლებმაც გამოიკვლიეს ყურძენრერებისათვის ფასის მხარდაჭერის პოლიტიკით გადასახდელი თანხის შესაძლო შემცირებები. მიუხედავად იმისა, რომ ასეთ შემცირებებს, ზოგადად, ეკონომიკის თვის ეფექტიანობის ზრდა მოაქვს, მაგრამ მათ, შესაძლოა, სოფლად მნიშვნელოვანი უარყოფითი გავლენა ჰქონდეთ.

ლიტერატურა

Bernat, G. A., and K. Hanson. "Regional Impacts of Farm Programs: A Top-Down CGE Analysis." *Review of Regional Studies* (Winter 1995): 331–50.

Brown, D. K. "The Impact of North American Free Trade Area: Applied General Equilibrium Models." In N. Lustig, B. P. Bosworth, and R. Z. Lawrence, Eds., *North American Free Trade: Assessing the Impact*. Washington, DC: Brookings Institution, 1992, pp. 26–68.

Burniaux, J. M., G. Nicoletti, and J. Oliviera-Martins. "GREEN: A Global Model for Quantifying the Costs of Policies to Curb CO2 Emissions." OECD *Economic Studies* (Winter 1992): 49–92.

Gelauff, G. M. M., and J. J. Graaflund. *Modeling Welfare State Reform*. Amsterdam: North Holland, 1994.

Hoffmann, S., S. Robinson, and S. Subramanian. "The Role of Defense Cuts in the California Recession: Computable General Equilibrium Models and Interstate Fair Mobility." *Journal of Regional Science* (November 1996): 571–95.

საბაზრო ძალაუფლება

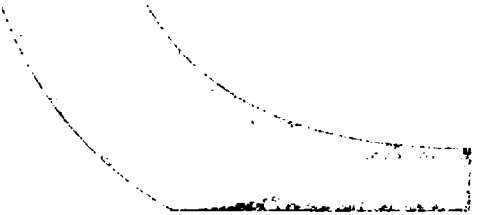
თ ა ვ ი 14 მონოპოლია

თ ა ვ ი 15 არასრულყოფილი კონკურენცია

წიგნის ამ ნაწილში ჩვენ ვიხილავთ იმ შედეგებს, როცა უარყოფილია დაშვება, რომ ფირმები წარმოადგენენ ფასის მიმღებს. როცა ფირმებს აქვთ ფასის დაწესების ძალაუფლება, ისინი გადაწყვეტილებების მიღების დროს ფასს აღარ მიიჩნევენ ფიქსირებულ პარამეტრად და ფასის დაწესებას განიხილავენ, როგორც მოვების მაქსიმიზაციის პროცესის ერთ ნაწილს. როგორც წესი, ეს ნიშნავს, რომ ფასი ზუსტად აღარ ასახავს ზღვრულ დანახარჯებს და ეფექტიანობის თეორემები, რომლებიც გამოიყენებოდა კონკურენტულ ბაზარზე, უკვე გამოუსადეგარია.

თავი 14 განიხილავს შედარებით მარტივ შემთხვევას, როცა არსებობს მხოლოდ ერთი პროდუცენტის მონოპოლიური მიმწოდებელი. ამ მიმწოდებელსა შეუძლია იმოქმედოს მოთხოვნის მრუდის ნებისმიერ წერტილში, თუ ამ ქმედებას მომგებიანად მიიჩნევს. მისი ქმედებები შეზღუდულია მხოლოდ ამ მოთხოვნის მრუდით და არა კონკურენტი მწარმოებლების ქცევით როგორც შემდგომში დავინახავთ, ეს ფირმებს ძალუძთ მოვების გაზრდის რამდენიმე ხერხს, როგორიცაა ახალი საფასო სქემების მიღება ან პროდუქტის მახასიათებლებია ადაპტირება. მიუხედავად იმისა, რომ ასეთი სახეა გადაწყვეტილებების მიღება გამოიწვევს მეტი მოვების მიღებას, როგორც წესი, ეს გადაწყვეტილებები, ასევე. იწვევს მოხმარებლის კეთილდღეობის დანაკარგებს (სრულყოფილ კონკურენციასთან შედარებით)

თავში 15 განვიხილავთ ბაზარს რამდენიმე მწარმოებლის მონაწილეობით. ასეთი ბაზრის მოდელები ბევრად უფრო რთული სტრუქტურით გამოირჩევა, ვიდრე მონოპოლიური ბაზრები (ან სრულყოფილი კონკურენციის ბაზრები). ეს გამოწვეულია იმით, რომ რომელიმე ერთი ფირმის შემთხვევაში მოთხოვნის მრუდი მნიშვნელოვნად დამოკიდებული იქნება იმაზე, თუ როგორ მოქმედებას აირჩევენ მისი კონკურენტები. შეპაძლებლობების შესწავლას ხშირად ესაჭიროება თამაშთა თეორიის იდეები, რათა ზუსტად მოუახდინოთ არსებული სტრატეგიული შესაძლებლობების ასახვა. ამიტომ თავში 8 მოცემული თამაშთა თეორიის ძირითადი მასალის ვადახედვა სასურველია თავის 15 განხილვამდე, რომლის ძირითადი დასკვნა შეიძლება: რამდენიმე ფირმის შემთხვევაში ბაზრის შედეგები არსებითად დამოკიდებული იქნება „თამაშის" შესრულების დეტალებზე. ბევრ შემთხვევაში მონოპოლიური ბაზრის მაგავსი არაეფექტიანობა დამახასიათებელია, ასევე, არასრულყოფილი კონკურენციის ბაზრებისთვის.



მონოპოლია

მონოპოლია არის ერთი ფირმა, რომელიც მთელ ბაზარს ემსახურება. ამ ერთი ფირმის წინაშე წარმოდგენილია მის მიერ გამოშვებულ პროდუქტზე საბაზრო მოთხოვნის მრუდი. ამ მოთხოვნის მრუდის ცოდნით მონოპოლისტი იღებს გადაწყვეტილებას, თუ რამდენი პროდუქტი აწარმოოს. განსხვავებით სრულყოფილად კონკურენტული ფირმის მიერ გამოშვების შესახებ მიღებული გადაწყვეტილებისგან (რასაც არანაირი ეფექტი არ აქვს ბაზარზე), მონოპოლისტის გადაწყვეტილება გამოშვების შესახებ განსაზღვრავს პროდუქტის ფასს. ამ გადმოსახედიდან, მონოპოლიური და სრულყოფილი კონკურენციის ბაზრები უკიდურესად ურთიერთსაპირისპირო შემთხვევებია.

ზოგჯერ უფრო მოსახერხებელია, მონოპოლია განვიხილოთ, როგორც ფასების დაწესების ძალაუფლების მქონე ფირმა. ტექნიკურად, მონოპოლისტს შეუძლია აირჩიოს მოთხოვნის მრუდის ის წერტილი, რომლის მიხედვითაც ამჯობინებს წარმოებას. მას შეუძლია აირჩიოს საბაზრო ფასი ან რაოდენობა, მაგრამ არა ორივე ერთად. ამ თავში ჩვეულებრივ ვუმკვებთ, რომ მონოპოლია არჩევს მოგების მაქსიმიზაციის მიზნით გამოშვების რაოდენობას და ამის შემდეგ, საბაზრო ფასს არჩეული რაოდენობის მიხედვით აწესებს. ამ მსჯელობის პერეფრაზირება მარტივად შესაძლებელია ფასების დაწესების შემთხვევისთვის და ზოგჯერ ამას გავაკეთებთ.

შესვლის ბარიერები

არსებული დაშვებების პირობებში ჩვენ გვაქვს შემდეგი განმარტებები:

მონოპოლია. მონოპოლია არის ბაზარზე ერთადერთი მიმწოდებელი. ამ ფირმას შეუძლია საბაზრო მოთხოვნის მრუდზე ნებისმიერი წერტილის შესაბამისად აირჩიოს გამოშვება. | განსაზღვრება

მონოპოლიის არსებობის მიზეზი არის ის, რომ სხვა ფირმისთვის აღნიშნულ ბაზარზე შესვლა შეუძლებელი ან არამომგებიანია. სწორედ შესვლის ბარიერების არსებობაა მონოპოლიის მთელი ძალაუფლების წყარო. თუ სხვა ფირმებიც შეძლებდნენ ბაზარზე შესვლას, მაშინ, განმარტების თანახმად, მონოპოლია აღარ არსებობს. როგორ წესი, არსებობს ბარიერის ორი სახეობა: ტექნიკური და იურიდიული.

შესვლის ტექნიკური ბარიერები

მთავარი ტექნიკური ბარიერი არის ის, რომ მოცემული კონკრეტული სახის პროდუქტის წარმოება შეიძლება ხასიათდებოდეს კლებადი ზღვრული (და საშუალო) დანახარჯებით გამოშვების დონეების ფართო დიაპაზონზე. წარმოების ტექნოლოგია არის ისეთი, რომ შედარებით დიდი ფირმები არიან დაბალი დანახარჯების მქონე მწარმოებლები. ასეთი მდგომარეობის დროს (რაც ხანდახან მოხსენიებულია, როგორც ბუნებრივი მონოპოლია), ერთმა ფირმამ შესაძლოა მომგებიანად მიიჩნიოს სხვა ფირმების დარგიდან გაძევება ფასების შემცირებით. მას შემდეგ რაც ამ გზით მონოპოლია ჩამოყალიბდება, უკვე რთულია სხვა ფირმებისთვის ბაზარზე შესვლა. ახალ შესულ კომპანიას უწევს წარმოება გამოშვების შედარებით დაბალ დონეზე და, მაშასადამე, შედარებით მაღალი საშუალო დანახარჯებით. მნიშვნელოვანია აღინიშნოს, რომ კლებადი დანახარჯების მქონე გამოშვების დონეების დიაპაზონი „დიდი“ უნდა იყოს მხოლოდ მოცემულ კონკრეტულ ბაზართან შედარებით. კლებადი დანახარჯები აბსოლუტური მასშტაბით არ არის აუცილებელი. მაგალითად, ბეტონის წარმოება და ადგილზე მიტანა არ ხასიათდება ზღვრული დანახარჯების კლებადობით გამოშვების დონეების ფართო დიაპაზონზე, როცა ვუდარებთ ამერიკის შეერთებული შტატების მთლიან ბაზარს. თუმცა, ნებისმიერ პატარა ქალაქში კლებადი ზღვრული დანახარჯები მონოპოლიის წარმოშობას გამოიწვევდა. ამ დარგში ტრანსპორტირების მაღალი დანახარჯები უმეტესწილად ერთი ბაზრის მეორესგან იზოლაციას ახდენს.

მონოპოლიის არსებობის კიდევ ერთი ტექნიკური მიზეზი არის დაბალი დანახარჯის მქონე საწარმოო ტექნოლოგიების სპეციალური ცოდნა. მაგრამ ბაზარზე შესვლის შემფერხებელი მონოპოლიის პრობლემა არის მის მიერ ამ ტექნოლოგიების სხვებისთვის გაუზიარებლობა. როდესაც ტექნოლოგიის საკითხი დგება, მათი გაზიარება შეიძლება უკიდურესად გართულდეს, თუკი ეს ტექნოლოგიები არ იქნება დაცული პატენტის მეშვეობით (იხილეთ შემდეგი პარაგრაფი). უნიკალური რესურსების ფლობა, როგორიცაა მინერალური წიაღისეული, მიწების ადგილმდებარეობა ან უნიკალური მენეჯერული ნიჭის ქონა, ასევე, განაპირობებს ბაზარზე მონოპოლიის წარმოშობას.

შესვლის იურიდიული ბარიერები

ბევრ შემთხვევაში მონოპოლიის წარმოშობის მიზეზი კანონმდებლობაა და არა ეკონომიკური პირობები. ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი მაგალითი მთავრობის მიერ წახალისებული მონოპოლიისა არის პროდუქტის ოფიციალური დაცვა პატენტის და საავტორო უფლებების მეშვეობით. წამლების რეცეპტი, კომპიუტერის ჩიპები და დისნეის მულტიპლიკაციური ფილმები არის იმ მომგებიანი პროდუქტების მაგალითი, რომლებიც (გარკვეული დროით) დაცულია პირდაპირი კონკურენციის დროს პოტენციური მიმბაძველებისგან. იქიდან გამომდინარე, რომ ამ პროდუქტის წარმოების ტექნოლოგია ექსკლუზიურად ერთ ფირმას ეკუთვნის, ბაზარზე მონოპოლია წარმოიშობა. სახელმწი-

ფოს მხრიდან წახალისებული მონოპოლიის დასაცავად არგუმენტი გამომდინარეობს იქიდან, რომ პატენტი და საავტორო უფლებების სისტემა გამოგონებებს უფრო მომგებიანს ხდის და, მაშასადამე, მოქმედებს როგორც სტიმული. აღემატება თუ არა ასეთი ინოვაციური მოქმედებების სარგებელი მონოპოლიის არსებობით გამოწვეულ დანახარჯებს, ეს ღია საკითხი და ხშირი კამათის საგანია ეკონომისტებისთვის.

ლეგალურად ჩამოყალიბებული მონოპოლიის მეორე მაგალითია ფირმებისთვის ბაზრის მომსახურებისთვის ექსკლუზიური პრივილეგიების (ფრენშიზის) მიცემა. ეს პრივილეგია ფირმებს მიეცემა კომუნალური მომსახურების (ბუნებრივი აირი და ელექტროენერგია), კომუნიკაციებით მომსახურების, საფოსტო მომსახურების, ზოგიერთი რადიო და სატელევიზიო მომსახურებისა და რამდენიმე სხვა სახის სერვისების ბაზრებზე. მონოპოლიური ფირმებისთვის ასეთი პრივილეგიების დაწესების დასასაბუთებელ არგუმენტად მოაქვთ დებულება, რომ მოცემული დარგი არის ბუნებრივი მონოპოლია: საშუალო დანახარჯი მცირდება გამოშვების დონეების ფართო დიაპაზონზე და მინიმალური საშუალო დანახარჯი მიიღწევა მხოლოდ მაშინ, როდესაც კონკრეტული დარგი მოწყობილია მონოპოლიის სახით. კომუნალური მომსახურება და საკომუნიკაციო სერვისების დარგები ხშირად განიხილება მონოპოლიის კარგ მაგალითებად. უდავოა, რომ ეს ეხება ადგილობრივი ელექტრო ენერგიის მიწოდებისა და სატელეფონო სერვისს, სადაც არსებული ქსელი, სავარაუდოდ, ხასიათდება საშუალო დანახარჯების კლებადობით უნივერსალური დაფარვის წერტილამდე. თუმცა, სატელეფონო სერვისებსა და ელექტროენერგიის გენერაციაში მიმდინარე დერეგულაცია აჩვენებს, რომ ამ დარგებისთვისაც კი ბუნებრივი მონოპოლიის არგუმენტი არ არის ყოვლისმომცველი. სხვა შემთხვევებში პრივილეგიების დაწესება შეიძლება დიდწილად პოლიტიკურ არგუმენტებს ეყრდნობოდეს. ეს უკანასკნელი დასტურდება აშშ-ში საფოსტო სერვისების და სხვა ქვეყნებში სახელმწიფო საკუთრებაში არსებული რამდენიმე დარგის მაგალითზე (ავიახაზები, რადიო და ტელევიზია, საბანკო სექტორი).

შესვლის ბარიერების შექმნა

მიუხედავად იმისა, რომ ბაზარზე შესვლისას ზოგიერთი ბარიერი მონოპოლისტის მოქმედების გარეშეც იქმნება, არსებობს ბარიერები, რომლებიც უშუალოდ მონოპოლისტებისგან წარმოიქმნება. ასე მაგალითად, ფირმებს შეუძლიათ შექმნან უნიკალური პროდუქტები ან ტექნოლოგიები და, ამასთანავე, გადადგან არაორდინალური ნაბიჯები, რათა კონკურენტებმა ვერ გადაიღონ მათი ტექნოლოგიები, ან ფირმები თავად ყიდულობენ ყველა უნიკალურ რესურსს, რათა თავიდან აიცილონ ბაზარზე კონკურენტის პოტენციური შესვლა. ასე მაგალითად, კარტელი "De Beers" აკონტროლებს მსოფლიოში ალმასის შახტების უდიდეს ნაწილს. ბოლოს და ბოლოს, მონოპოლისტს შეუძლია დაარწმუნოს მთავრობა, დააწესოს ბარიერები. შეიძლება მონოპოლისტმა ლობირება გაუწიოს კანონმდებლობას, რომელიც კრძალავს ახალი კონკურენტის შესვლას ბაზარზე, რაც გამართლებულია „ბაზარზე წესრიგის დამყარებით“, ჯანმრთელობის

დაცვის ან უსაფრთხოების რეგულირების თვალსაზრისით. ეს პოტენციურ კონკურენტს უზრდის ბაზარზე შესვლის დანახარჯებს. იქიდან გამომდინარე, რომ მონოპოლისტს აქვს ორივე - თავისი ბიზნესის განსაკუთრებული ცოდნა და მნიშვნელოვანი სტიმულები - მიზნების მისაღწევად, მას თავისუფლად შეუძლია ბარიერების აღმართვის პროცესში მიაღწიოს მნიშვნელოვან წარმატებას.

ბაზარზე ბარიერების შექმნის მიზნით მონოპოლისტის მცდელობა, შესაძლოა, უკავშირდებოდეს დანახარჯებს. საიდუმლოების შენარჩუნება, უნიკალური რესურსების შეძენა და პოლიტიკური ლობირების პროცესებში ჩართვა ძვირადღირებული ქმედებებია. მონოპოლიის სრულყოფილმა ანალიზმა უნდა მოიცვას არა მხოლოდ დანახარჯების მინიმიზაციისა და გამოშვების მოცულობის არჩევის საკითხები (როგორც სრულყოფილი კონკურენციის დროს ხდება), არამედ მოგების მაქსიმიზაციისათვის ბაზარზე შესვლის ბარიერების შექმნა. თუმცა ამ თავში1 არ ვაპირებთ აღნიშნული საკითხების დეტალურ გამოკვლევას. სამაგიეროდ, ზოგადად ვუშვებთ, რომ მონოპოლისტს არანაირი ზეგავლენის მოხდენა არ შეუძლია შესვლის ბარიერებზე და რომ მონოპოლისტის დანახარჯები კონკურენტი ფირმის დანახარჯების მსგავსია.

მოგების მაქსიმიზაცია და გამოშვების არჩევანი

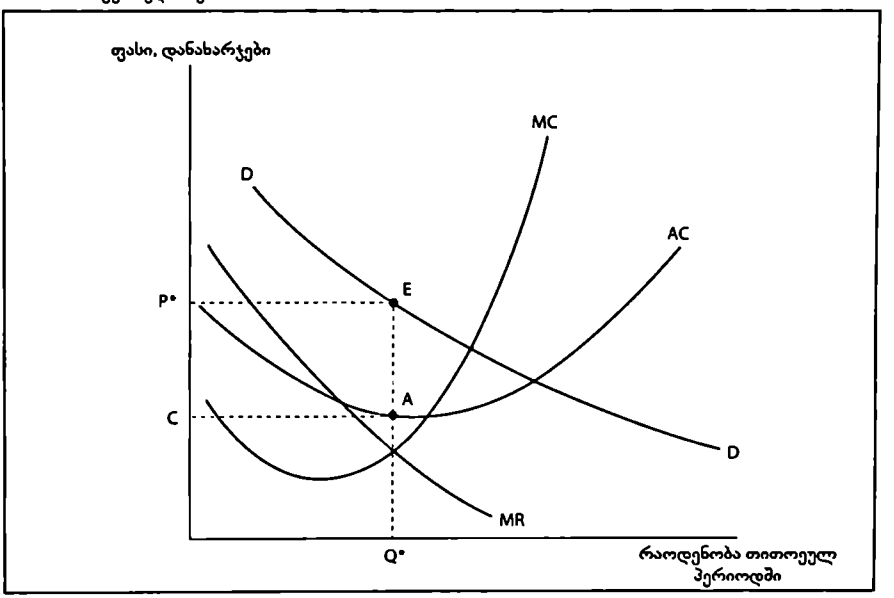
მოგების მაქსიმიზაციის მიზნით მონოპოლისტი აირჩევს პროდუქტის გამოშვების იმ დონეს, როცა ზღვრული ამონაგები ზღვრული დანახარჯების ტოლია. სრულყოფილად კონკურენტული ფირმისგან განსხვავებით, მონოპოლისტი უარყოფითი დახრილობის მქონე მოთხოვნის მრუდს ითვალისწინებს, ამიტომ ზღვრული ამონაგები საბაზრო ფასზე ნაკლებია. იმისათვის, რომ მონოპოლისტმა გაყიდოს დამატებითი ერთეული პროდუქტი, მან ფასი უნდა შეამციროს ყველა გასაყიდ ერთეულზე, რათა დამატებით მოთხოვნა წარმოქმნას დამატებით ერთეულზე. ფირმის მაქსიმალური მოგების შესაბამისი გამოშვების დონე ნახაზზე 14.1 აღნიშნულია Q^* ასოთი. ამ დონეზე ზღვრული ამონაგები ზღვრულ დანახარჯის ტოლია და მოგება მაქსიმალურია.

დავუშვათ, მოცემულია მონოპოლისტის გადაწყვეტილება Q^* ერთეულის წარმოებასთან დაკავშირებით, მაშინ მოთხოვნის მრუდი D მიუთითებს, რომ საბაზრო ფასი P^* იქნება. ეს არის ფასი, რომლის გადახდაც სურს მონოპოლისტის მიერ გამოშვებულ პროდუქტში მყიდველთა მთელ ჯგუფს. ბაზარზე დაფიქსირდება ფასი-რაოდენობის წონასწორული P^*Q^* კომბინაცია. დავუშვათ, $P^* > AC$, გამოშვების ეს დონე მომგებიანი იქნება და მონოპოლისტს არ ექნება სტიმული, შეცვალოს გამოშვების დონე თუ მოთხოვნა ან დანახარჯი არ შეიცვლება. მაშასადამე, გვაქვს შემდეგი პრინციპი.

1 მარტივად განსახილველად იხ. R.A. Posner, "the social cost of Monopoly and Regulation," Journal of Political Economy 83 (August 1975): 807-27.

ნახაზი 14.1 მოგების მაქსიმიზაცია და ფასის განსაზღვრა მონოპოლიის დროს

მოგების მაქსიმიზაციის მიზნით მონოპოლისტი აწარმოებს პროდუქტის ისეთ რაოდენობას, რომლისთვისაც ზღვრული ამონაგები უდრის ზღვრულ დანახარჯს. მოცემულ დიაგრამაზე ეს რაოდენობა აღნიშნულია Q^* ასოთი, რომელიც განაპირობებს P^* ფასს ბაზარზე. მონოპოლისტის მოგება განისაზღვრება P^*EAC ოთხკუთხედის ფართობით.



მონოპოლისტის გამოშვება. მონოპოლისტი აირჩევს წარმოებას გამოშვების იმ დონეზე, რომლის დროსაც ზღვრული ამონაგები უდრის ზღვრულ დანახარჯს. იქიდან გამომდინარე, რომ მონოპოლისტს ახასიათებს დაღმავალი მოთხოვნის მრუდი, საბაზრო ფასი აჭარბებს ზღვრულ ამონაგებსა და ზღვრულ დანახარჯს გამოშვების ამ დონეზე.

ოპტიმიზაციის არგუმენტი

ისევ ინვერსიული ელასტიკურობის წესი

თავში 11 ვაჩვენეთ, რომ მოგების მაქსიმიზაციის დაშვებები გულისხმობს სხვაობის არსებობას ფირმის მიერ გამოშვებული პროდუქტის ფასსა და მის ზღვრულ დანახარჯებს შორის და იგი უკუპროპორციულად დაკავშირებულია მოთხოვნის საფასო ელასტიკურობასთან. ტოლობის 11.13 გამოყენება მონოპოლისტის შემთხვევაში ნიშნავს, რომ

$$\frac{P - MC}{P} = -\frac{1}{e_{Q,P}}. \qquad \textbf{(14.1)}$$

აქ ჩვენ ვიყენებთ მოთხოვნის ელასტიკურობას მთლიანად ბაზრისთვის ($e_{Q,P}$), რადგან მონოპოლისტი არის პროდუქტის ერთადერთი მიმწოდებელი ბაზარზე. ეს დაკვირვება მიგვიყვანს მონოპოლიური ფასდადების შესახებ ორ მთავარ დასკვნამდე: პირველი, მონოპოლისტი აირჩევს, რომ იმოქმედოს მხოლოდ ისეთ რეგიონებში, სადაც საბაზრო მოთხოვნის მრუდი არის ელასტიკური ($e_{Q,P} < -1$). თუ მოთხოვნა არის არაელასტიკური, ზღვრული ამონაგები იქნება უარყოფითი და, ამდენად, არ შეიძლება გაუტოლდეს ზღვრულ დანახარჯებს (რაც სავარაუდოდ, არის დადებითი). ტოლობა 14.1 ასევე გვიჩვენებს, რომ $e_{Q,P} > -1$ გულისხმობს (არადამაჯერებელ) უარყოფით ზღვრულ ამონაგებს.

ტოლობიდან 14.1 გამომდინარე მეორე დასკვნა გულისხმობს, რომ ფირმის ზღვრულ დანახარჯებზე ფასნამატი (იზომება როგორც ფასის წილი) უკუპროპორციულად დამოკიდებულია საბაზრო მოთხოვნის ელასტიკურობაზე. ასე მაგალითად, თუ $e_{Q,P} = -2$, მაშინ ტოლობა 14.1 გვიჩვენებს, რომ $P = 2MC$. თუ $e_{Q,P} = -10$, მაშინ $P = 1,11MC$. ყურადღება მიაქციეთ იმას, რომ თუ მოთხოვნის ელასტიკურობა არის მუდმივი მთლიანად მოთხოვნის მრუდის გასწვრივ, ზღვრულ დანახარჯზე პროპორციული ფასნამატი დარჩება უცვლელი ფაქტორებზე დანახარჯების ცვლილებების საპასუხოდ. მაშასადამე, საბაზრო ფასი მოძრაობს ზღვრული ამონაგების პორპორციულად: ზღვრული დანახარჯის ზრდა იწვევს მონოპოლისტის მიერ ფასის პორპორციულად გაზრდას, და ზღვრული დანახარჯის შემცირება გამოიწვევს მონოპოლისტის მიერ ფასის პროპორციულად შემცირებას. თუნდაც ელასტიკურობა არ იყოს მუდმივი მოთხოვნის მრუდის გასწვრივ, ტოლობიდან 14.1 მაინც ჩანს, რომ ზღვრული დანახარჯის გაზრდა გაზრდის ფასსაც (თუმცა, არა აუცილებლად იმავე პროპორციით). რადგანაც მონოპოლისტის მოთხოვნის მრუდი დაღმავალია, MC მრუდის ზემოთ გადაადგილება უბიძგებს მონოპოლისტს, შეამციროს გამოშვება და, ამასთანავე, დაწესოს მაღალი ფასი[2]. ზემოთხსენებულ ყველა ურთიერთკავშირს მათემატიკურად განვიხილავთ მაგალითებში 14.1 და 14.2.

მონოპოლიის მოგება

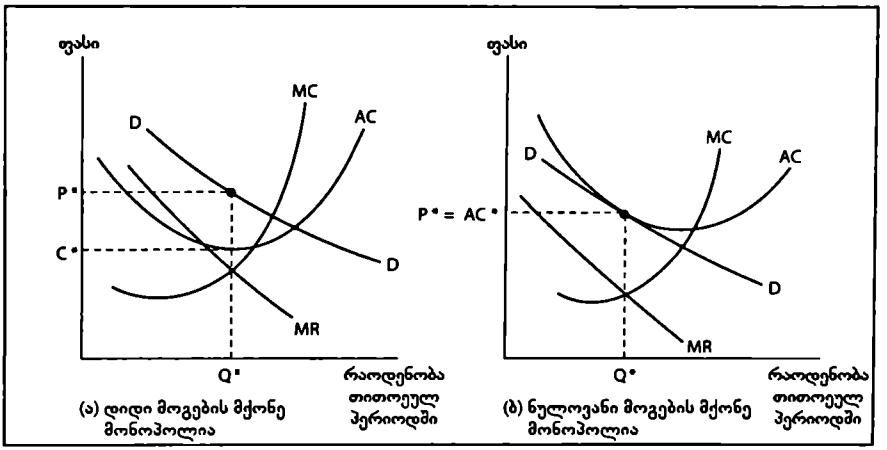
მონოპოლისტის მიერ მიღებული მთლიანი მოგება პირდაპირ შესაძლებელია დავინახოთ ნახაზზე 14.1. ეს ნაჩვენებია ოთხკუთხედით P^*EAC და გვიჩვენებს ერთეულზე მოგება (ფასს გამოკლებული საშუალო დანახარჯი) გამრავლებული გაყიდული პროდუქტის რაოდენობაზე. ეს მოგება დადებითი იქნება, თუ საბაზრო ფასი გადააჭარბებს საშუალო მთლიან დანახარჯს. თუ $P^* < AC$, მონოპოლისტს შეუძლია მუშაობა მხოლოდ გრძელვადიანი პერიოდის დანაკარგებით და უარს იტყვის ბაზრის მომსახურებაზე.

რადგანაც (დაშვებებიდან გამომდინარე) მონოპოლისტურ ბაზარზე შესვლა შეუძ-

2 მონოპოლისტის მოთხოვნის მრუდის გადაადგილებების შედარებითი სტატიკა არ არის სრულიად ნათელი და შეუძლებელია ფასის ერთმნიშვნელოვნად ნინასწარ განსაზღვრა. ამ საკითხის ანალიზისათვის, იხილე შემდგომი განხილვა და ამოცანა 14.4.

ნახაზი 14.2 მონოპოლიის მოგება დამოკიდებულია მოთხოვნის და საშუალო დანახარჯის მრუდების ურთიერკავშირზე

ნახაზზე აღნიშნული ორივე მონოპოლისტი თანაბრად ძლიერები არიან იმ მხრივ, რომ აქვთ თანაბარი სხვაობა საბაზრო ფასსა და ზღვრულ დანახარჯებს შორის. თუმცა, მოთხოვნის მრუდისა და საშუალო დანახარჯის მრუდის მდებარეობის გამო, მონოპოლისტი „ა" ნახაზში იღებს მაღალ მოგებას, მაშინ როცა „ბ" ნახაზში მონოპოლისტი საერთოდ ვერ იღებს მოგებას. მაშასადამე, მოგების სიდიდე არ არის განსაზღვრული მონოპოლისტის ძალაუფლებით.



ლებელია, მონოპოლისტის დადებითმა მოგებამ შეიძლება იარსებოს გრძელვადიან პერიოდშიც. ამ მიზეზის გამო, ზოგიერთი ავტორი გრძელვადიან პერიოდში მონოპოლისტის მიერ მიღებულ მოგებას უწოდებს მონოპოლიურ რენტას. ეს მოგება განიხილება როგორც იმ ფაქტორის უკუგება, რაც ქმნის მონოპოლიის საფუძველს (პატენტი, ხელსაყრელი მდებარეობა, ან მაგალითად, დინამიური მეწარმე). აქედან გამომდინარე, სხვა შესაძლო მესაკუთრე შეიძლება მზად იყოს გადაიხადოს აღნიშნული რენტის ოდენობა მონოპოლიის უფლების მისაღებად. მოგების შესაძლებლობა არის იმის მიზეზი, თუ რატომ უხდიან ფირმები სხვა ფირმებს თანხას პატენტის გამოყენების უფლებისათვის და რატომ სურთ გადაიხადონ ქვოტების (კონცესიის უფლების) მისაღებად სპორტული ღონისძიებების დროს (და ზოგიერთ მაგისტრალზე). რადგანაც მონოპოლიად არსებობის უფლებები გაცემულია მათ რეალურ საბაზრო ღირებულებაზე დაბალ ფასად (როგორც რადიოს და ტელევიზიის ლიცენზირებისას), ამ უფლებების მიმღების კეთილდღეობა კიდევ უფრო გაზრდილია.

მიუხედავად იმისა, რომ მონოპოლია გრძელვადიან პერიოდში დადებით მოგებას იღებს,[3] ამ მოგების სიდიდე დამოკიდებულია მონოპოლისტის საშუალო დანახარჯი·

3 კონკურენტული ბაზრის შემთხვევაში, მაქსიმალური მოგების მსურველ ფირმას, შესაძლოა, სურდეს თუნდაც მარალით ანარმოოს მოკლევადიან პერიოდში, თუ საბაზრო ფასი აჭარბებს საშუალო ცვალებად დანახარჯს.

სა და პროდუქტზე მოთხოვნას შორის ურთიერკავშირზე. ნახაზი 14.2 ასახავს ორ შემთხვევას როცა მოთხოვნის, ზღვრული ამონაგების და ზღვრული დანახარჯის მრუდები საკმაოდ მსგავსია. როგორც ტოლობა 14.1 გვიჩვენებს, ამ ორ შემთხვევაში ფასნამატი ერთნაირია. მაგრამ საშუალო დანახარჯი ნახაზზე 14.2 „ა“ საგრძნობლად დაბალია, ვიდრე ნახაზზე 14.2 „ბ“. მიუხედავად იმისა, რომ მოგების მაქსიმიზაციის შესახებ გადაწყვეტილებები ამ ორ შემთხვევაში ერთნაირია, მოგების დონეები საკმაოდ განსხვავებულია. ნახაზზე 14.2 „ა“ მონოპოლისტის ფასი P^* დიდად აჭარბებს Q^* ერთეულის წარმოების საშუალო დანახარჯებს (აღნიშნულია, როგორც AC^*) და მნიშვნელოვანი მოგებაა მიღებული. ამისგან განსხვავებით, ნახაზზე 14.2 „ბ“ $P^* = AC^*$ და მონოპოლია იღებს ნულის ტოლი მოგებას - ამ შემთხვევაში შესაძლებელ ყველაზე დიდი რაოდენობას. ამრიგად, მონოპოლიიდან დიდი მოგების მიღება ყოველთვის გარდაუვალი არ არის და ეკონომიკური მოგების რეალური მოცულობა ყოველთვის შეიძლება არ იყოს ბაზარზე მონოპოლისტის გავლენის სათანადოდ გამომხატველი.

მონოპოლიას მიწოდების მრუდი არ გააჩნია

სრულყოფილი კონკურენციის ბაზრების თეორიაში, რომელიც გადმოცემულია თავში 4, შესაძლებელი იყო დარგის მიწოდების მრუდზე საუბარი. ჩვენ ავაგეთ გრძელვადიანი მიწოდების მრუდი იმ დაშვებით, რომ ბაზრის მოთხოვნის მრუდი გადაადგილდებოდა. ვაკვირდებოდით მიწოდების მრუდს, რომელიც ავაგეთ სხვადასხვა ფასი-რაოდენობის წონასწორული კომბინაციების მეშვეობით. ასეთი სახით მიწოდების მრუდის აგება მონოპოლიური ბაზრებისათვის არ არის შესაძლებელი. ფიქსირებული საბაზრო მოთხოვნის მრუდის დროს, მონოპოლისტის მიწოდების „მრუდი“ იქნება მხოლოდ ერთი წერტილი, კერძოდ, ფასი-რაოდენობის ის კომბინაცია, სადაც $MR = MC$. თუ მოთხოვნის მრუდი გადაადგილდება, მაშასადამე, ზღვრული ამონაგების მრუდიც გადაადგილდება და ახალი მაქსიმალური მოგების შესაბამისი გამოშვების დონე იქნება არჩეული. თუმცა, ამის შედეგად მიღებული ახალი წონასწორული წერტილების შეერთება ახალ საბაზრო მოთხოვნის მრუდზე აზრს მოკლებული იქნებოდა. ამ მონაკვეთს შესაძლოა ჰქონდეს ძალიან უცნაური ფორმა იმისდა მიხედვით, თუ როგორ იცვლება საბაზრო მრუდის ელასტიკურობა (და მასთან ასოცირებული MR მრუდი) მრუდის გადაადგილებასთან ერთად. ამ გაგებით, მონოპოლიურ ფირმას არ აქვს კარგად განსაზღვრული „მიწოდების მრუდი“. ყოველი მოთხოვნის მრუდი არის უნიკალური მაქსიმალური მოგების მიღების შესაძლებლობა მონოპოლისტისთვის.

ვაგანიშვილი მონოპოლისტის გამოშვების გამოთვლა

დავუშვათ, ოლიმპიადის შესაფერისი ხარისხის სპორტულ დისკოზე (პლასტიკურ თეფშზე) მოთხოვნა არის წრფივი და აქვს შემდეგი სახე (Q არის წელიწადში შეძენილი დისკოების რაოდენობა)

$$Q = 2000 - 2P. \quad \textbf{(14.2)}$$

ან

$$P = 100 - Q/20. \quad \textbf{(14.3)}$$

დავუშვათ, დისკოს გამომშვები მონოპოლისტის დანახარჯები მოცემულია შემდეგი სახით

$$C(Q) = 0.05Q^2 + 10000. \quad \textbf{(14.4)}$$

მოგების მაქსიმიზაციის მიზნით მონოპოლისტი ირჩევს გამოშვების დონეს, როცა $MR = MC$. ამ ამოცანის ამოსახსნელად წარმოვადგინოთ MR და MC როგორც Q-ს ფუნქცია. ჩავწეროთ მთლიანი ამონაგები:

$$P \cdot Q = 100Q - \frac{Q^2}{20}. \quad \textbf{(14.5)}$$

აქედან გამომდინარეობს, რომ

$$MR = 100 - \frac{Q}{10} = MC = 0.1Q. \quad \textbf{(14.6)}$$

და

$$Q^* = 500 \; P^* = 75. \quad \textbf{(14.7)}$$

მონოპოლისტის მიერ შერჩეული გამოშვების დონეზე

$$C(Q) = 0.05(500)^2 + 10000 = 22500. \quad \textbf{(14.8)}$$

$$AC = \frac{22500}{500} = 45.$$

ამ ინფორმაციის გამოყენებით შეგვიძლია მოგება შემდეგნაირად გამოვთვალოთ:

$$\pi = (P^* - AC) \cdot Q^* = (75 - 45) \cdot 500 = 15000. \quad \textbf{(14.9)}$$

აღსანიშნავია, რომ ამ წონასწორობისას ფასნამატი ფასსა (75) და ზღვრულ დანახარჯს ($MC = 0.1Q = 50$) შორის დიდია. რადგან შესვლის ბარიერები ხელს უშლის ახალ ფირმას აწარმოოს სპორტული პლასტიკური დისკოები, ამიტომ ასეთი ფასნამატი და დადებითი ეკონომიკური მოგება შესაძლებელია უსასრულოდ არსებობდეს.

შეკითხვა: რა გავლენას მოახდენს გამოშვების რაოდენობის გეგმებზე მონოპოლისტის მუდმივი დანახარჯების 10000-დან 12500-მდე გაზრდა? როგორ შეიცვლება მოგება? დავუშვათ, მთლიანი დანახარჯები გახდა $C(Q) = 0.075Q^2 + 10000$. როგორ შეიცვლება წონასწორობა?

ვარიაციები მარტივ მოთხოვნის მრუდებზე

შეგვიძლია აღვწეროთ მონოპოლიური ფასდადების რამდენიმე მარტივი შემთხვევა, როცა მოთხოვნის მრუდს, რომლის წინაშეც მონოპოლისტი დგას, აქვს ალგებრული ფორმა და ფირმას აქვს მუდმივი ზღვრული დანახარჯები (ანუ $C(Q) = cQ$ და $MC = c$).

წრფივი მოთხოვნა. დავუშვათ, ინვერსიული მოთხოვნის მრუდს, რომლის წინაშეც მონოპოლისტი დგას, აქვს წრფივი სახე $P = a - bQ$. ამ შემთხვევაში $PQ = aQ - bQ^2$ და $MR = dPQ/dQ = a - 2bQ$. მოგების მაქსიმიზაცია მოითხოვს, რომ

$$MR = a - 2bQ = MC = c \quad \text{ან} \quad Q = \frac{a-c}{2b}. \tag{14.10}$$

მოგების მაქსიმიზაციის აღმნიშვნელი ამ გამოსახულების ჩასმა ინვერსიული მოთხოვნის ფუნქციაში გვაძლევს ფასსა და ზღვრულ დანახარჯს შორის პირდაპირ კავშირს.

$$P = a - bQ = a - \frac{a-c}{2} = \frac{a+c}{2}. \tag{14.11}$$

საინტერესოა, რომ ასეთი წრფივი მრუდის შემთხვევაში $dP/dc = 1/2$. ეს ნიშნავს, რომ ზღვრული დანახარჯების ნებისმიერი ოდენობით გაზრდის შემთხვევაში, მხოლოდ ნახევარი აისახება მონოპოლისტის პროდუქტის საბაზრო ფასში[4].

მუდმივი ელასტიკურობის მოთხოვნა. თუ მოთხოვნის მრუდი იღებს მუდმივი ელასტიკურობის მრუდის ფორმას $Q = aP^e$ (სადაც e არის მოთხოვნის საფასო ელასტიკურობა), მაშინ ვიცით, რომ $MR = P(1 + 1/e)$ და მოგების მაქსიმიზაცია მოითხოვს

$$P\left(1+\frac{1}{e}\right) = c \quad \text{ან} \quad P = c\left(\frac{e}{1+e}\right). \tag{14.12}$$

რადგან მოგების მაქსიმიზაციის დროს $e < -1$, ფასი აშკარად გადააჭარბებს ზღვრულ დანახარჯს და სხვაობა სულ უფრო და უფრო დიდი იქნება, როცა e უფრო მიუახლოვდება -1-ს. აღსანიშნავია, რომ $dP/dc = e/(1 + e)$, მაშასადამე, ზღვრული დანახარჯის ნებისმიერი ოდენობით ზრდა იწვევს ფასის ზრდას ამ ოდენობაზე მეტად. რა თქმა უნდა, როგორც უკვე აღვნიშნეთ, ზღვრული დანახარჯისა და ფასის პროპორციული ზრდა ერთიდაიგივე იქნება. ეს ნიშნავს, რომ $e_{P,c} = dP/dc \cdot c/P = 1$.

შეკითხვა: მოთხოვნის ფუნქცია ამ ორ შემთხვევაში გადაადგილდება a პარამეტრით. განიხილეთ ამ გადაადგილების ეფექტები წრფივი და მუდმივი ელასტიკურობის მოთხოვნის შემთხვევაში. ინტუიციურად ახსენით თქვენს მიერ მიღებული შედეგები.

4 აღსანიშნავია, რომ როცა $c = 0$, ვიღებთ $P = a/2$. ეს ნიშნავს, რომ ფასი უნდა იყოს ზუსტად შუა ადგილზე ნულსა და მოთხოვნის მრუდის ფასის ღერძთან გადაკვეთის წერტილს შორის.

მონოპოლია და რესურსების ბაღანაწილება

თავში 13 ჩვენ მოკლედ ვისაუბრეთ იმაზე, თუ რატომ აზიანებს რესურსების განაწილებას მონოპოლიის არსებობა. იქიდან გამომდინარე, რომ მონოპოლია აწარმოებს გამოშვების იმ დონეზე, რომლისთვისაც $MC = MR < P$, პროდუქტის საბაზრო ფასი ვერ იძლევა ზუსტ ინფორმაციას წარმოების დანახარჯებზე. აქედან გამომდინარე, მომხმარებელთა გადაწყვეტილებები აღარ ასახავს წარმოების ნამდვილ ალტერნატიულ დანახარჯებს და რესურსები არასწორად იქნება განაწილებული. ამ სექციაში გამოვიკვლევთ არასწორი ალოკაციის დეტალებს ნაწილობრივი წონასწორობის დროს.

შედარების საფუძველი

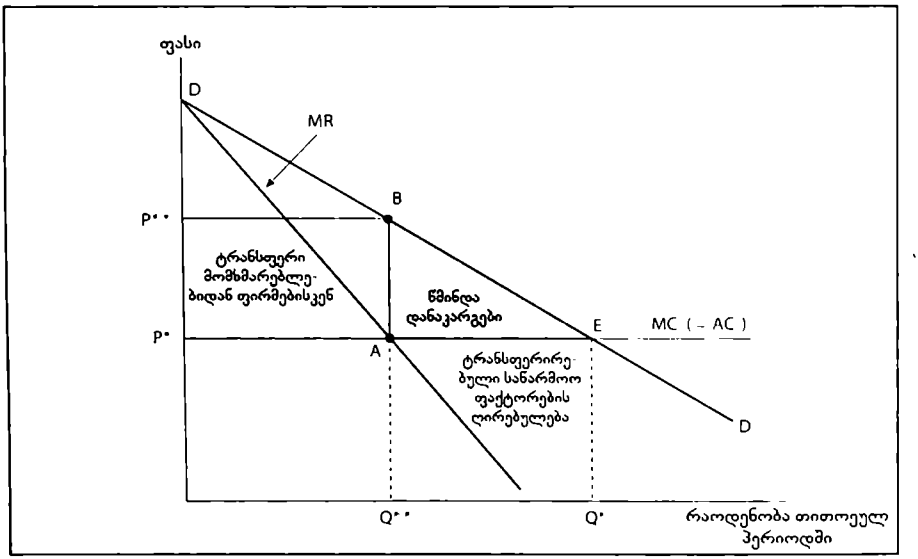
იმისათვის, რომ შევაფასოთ მონოპოლიური განაწილების ეფექტი, გვესაჭიროება ზუსტად განსაზღვრული შედარების საფუძველი. განსაკუთრებით საჭირო შედარებას წარმოადგენს სრულყოფილი კონკურენციის, მუდმივი დანახარჯის მქონე დარგი. ამ შემთხვევაში, როგორც თავში 12 ნაჩვენებია, დარგის გრძელვადიანი მიწოდების მრუდი იქნება უსასრულოდ ელასტიკური და ამასთანავე, ფასი ზღვრული და საშუალო დანახარჯის ტოლი. ხელსაყრელია, მონოპოლია წარმოვიდგინოთ, როგორც ასეთი კონკურენტული დარგის „დაპყრობის" შედეგად წარმოქმნილი ფირმა და მანამდე კონკურენტულ დარგში მყოფი ინდივიდუალური ფირმები ახლა განვიხილოთ, როგორც მონოპოლისტის „იმპერიაში" გაერთიანებული ცალკეული ფირმები. მსგავსი პროტოტიპია მე-19 საუკუნის ბოლოს ჯონ როკფელერის მიერ ამერიკის შეერთებული შტატების ყველა ნავთობგადამამუშავებელი ქარხნის შეძენა, და მისი გადაწყვეტილება, ემუშავათ მათ, როგორც („Standard Oil Trust"-ის) ნაწილებს. ახლა შეგვიძლია შევადაროთ ამ მონოპოლიის ქცევა მანამდე არსებულ კონკურენტულ დარგს, რათა გამოვიტანოთ დასკვნა მონოპოლიის დროს არსებულ კეთილდღეობის შედეგებზე.

გრაფიკული ანალიზი

ნახაზი 14.3 ასახავს მარტივი წრფივი მოთხოვნის მრუდს იმ პროდუქტისთვის, რომელიც წარმოებულია მუდმივი დანახარჯის მქონე დარგში. თუ ეს ბაზარი იქნებოდა კონკურენტული, მაშინ გამოშვება გვექნებოდა Q^*. ეს ნიშნავს, რომ პროდუქტი იწარმოება მაშინ, როცა ფასი უტოლდება გრძელვადიან საშუალო და ზღვრულ დანახარჯებს. მარტივი, ერთი ფასის მქონე მონოპოლიის დროს გამოშვება გვექნებოდა Q^{**}, რადგანაც ეს არის პროდუქტის დონე, რომლისთვისაც ზღვრული ამონაგები უტოლდება ზღვრულ დანახარჯს. გამოშვების შეზღუდვები Q^*-დან Q^{**}-მდე წარმოადგენს მონოპოლიზაციით გამოწვეულ ალოკაციას.

ნახაზი 14.3 ალოკაციისა და განაწილების ეფექტები მონოპოლიის ღირს,

არსებული კონკურენტული ბაზრის მონოპოლიზაცია გამოიწვევს გამოშვების შემცირებას Q^*-დან Q^{**}-მდე. მომხმარებლის დანახარჯები და საწარმოო ფაქტორები, რომლის ღირებულება ტოლია AEQ^*Q^{**}, გადანაწილდება სხვა პროდუქტის წარმოებაზე. მომხმარებლის ნამეტი, რომელიც ტოლია $P^{**}BAP^*$, გადავიდა მონოპოლისტის მოგებაში. წარმოიქმნა BEA კეთილდღეობის დანაკარგი.



გამოშვების შეზღუდვის შედეგად დაზოგილი რესურსების მთლიანი ღირებულება AEQ^*Q^{**} მართკუთხედით მოცემულია ნახაზზე 14.3. არსებითად, მონოპოლია ხურავს რამდენიმე საწარმოს, რომლებიც კონკურენტული ბაზრის შემთხვევაში მუშაობდნენ. ეს ტრანსფერირებული საწარმოო ფაქტორები სხვაგან შეიძლება პროდუქტიულად გამოყენებული იქნეს. აქედან გამომდინარე, AEQ^*Q^{**} მართკუთხედი არ არის სოციალური დანაკარგი.

გამოშვების შეზღუდვა Q^*-დან Q^{**}-მდე იწვევს მომხმარებელთა ნამატის $P^{**}BEP$ მთლიან დანაკარგს . ამ დანაკარგის ნაწილი მონოპოლისტის მოგებად გარდაიქმნა. ეს მოგება იზომება $P^{**}BAP^*$ მართკუთხედის საშუალებით და ასახავს ფირმაში მომხმარებლიდან შემოსავალის ტრანსფერს. როგორც ყველა ტრანსფერის დროს, აქაც დგება სამართლიანობის საკითხი, კერძოდ არის თუ არა კონკრეტული ტრანსფერი სამართლიანი. ორაზროვნება არ არსებობს მომხმარებელთა ნამეტის დანაკარგთან დაკავშირებით, რომელიც მოცემულია სამკუთხედით BEA. დანაკარგი არავისთან არ

გადამისამართდება. ეს არის წმინდა დანაკარგი და წარმოადგენს მონოპოლიის დროს ალოკაციით გამოწვეული ზიანის მთავარ საზომს[5].

წმინდა დანაკარგის ბუნების ასახსნელად, კვლავ განვიხილოთ მაგალითი 14.1. გამოვთვალეთ, რომ წონასწორული ფასი არის $75 და ზღვრული დანახარჯია $50. ფასსა და ზღვრულ დანახარჯს შორის ეს სხვაობა არის უფრო ეფექტიანი გარიგებების ინდიკატორი, რომელიც არ განხორციელდა ბაზრის მონოპოლიზაციის გამო. უთუოდ იარსებებს პოტენციური მყიდველი, რომელიც მოისურვებს გადაიხადოს არა $75, არამედ $60 ოლიმპიური დისკოებისთვის. $60 დოლარი მთლიანად დაფარავდა ამ პროდუქტის წარმოებაზე გაწეულ დანახარჯებს, მაგრამ მონოპოლიის არსებობა გამორიცხავს ასეთ ურთიერთსასარგებლო გარიგებას დისკოების მომხმარებელსა და მის დამამზადებელს შორის. ამ მიზეზის გამო მონოპოლიური წონასწორობა არ არის პარეტო ოპტიმალური – რესურსების ალტერნატიული განაწილება ყველა მხრისთვის უფრო სასარგებლო იქნებოდა. ეკონომისტებს ბევრი მცდელობა ჰქონდათ რეალური მონოპოლიის შემთხვევაში გაენგარიშებინათ ამ წმინდა დანაკარგების მთლიანი ოდენობა. ასეთი დანაკარგების უმეტესობა ნაკლებია, თუ ისინი განხილულია მთლიანი ეკონომიკის კონტექსტში[6]. ალოკაციური დანაკარგები უფრო დიდია ცალკეული განსაზღვრული დარგებისთვის.

მაგალითი 14.3 კეთილდღეობის დანაკარგები და ელასტიკურობა

მონოპოლიის დროს განაწილების ეფექტები შესაძლებელია საკმაოდ სრულად აღიწეროს მუდმივი ზღვრული დანახარჯებისა და მუდმივი საფასო ელასტიკურობის მოთხოვნის მრუდის შემთხვევაში. ამის საჩვენებლად კვლავ დავუშვათ, რომ მონოპოლისტის მუდმივი ზღვრული (და საშუალო) დანახარჯები მოცემულია e ასოთი და მოთხოვნის მრუდს აქვს მუდმივი ელასტიკურობის სახე

$$Q = P^{e}, \tag{14.13}$$

სადაც e არის მოთხოვნის საფასო ელასტიკურობა ($e < -1$). ვიცით, რომ ამ ბაზარზე კონკურენტული ფასი იქნება

$$P_c = c \tag{14.14}$$

და მონოპოლიური ფასი მოცემულია ფორმულით

$$P_m = \frac{c}{1+1/e}. \tag{14.15}$$

(გაგრძელება)

5 თუ მონოპოლიზირებულ დარგს აქვს დადებითი დახრილობის გრძელვადიანი მიწოდების მრუდი, მაშინ ზოგიერთი წმინდა დანაკარგი ასევე აისახება სანარმოო ფაქტორების შემცირებულ რენტაში.

6 კლასიკური გამოკვლევაა A Harberger, "Monopoly ans Resource Allocation", American Economic Review (May, 1954): 77-87. ჰარბერგერმა გამოთვალა, რომ ასეთი დანაკარგები მთლიანი ეროვნული პროდუქტის დაახლოებით 0.1 პროცენტს შეადგენს.

ნებისმიერი (P_0) ფასის დროს მომხმარებლის ნამეტი შესაძლებელია გამოვითვალოთ შემდეგნაირად

$$\begin{aligned} CS &= \int_{P}^{\infty} Q(P)dP \\ &= \int_{P}^{\infty} P^{e}dP \\ &= \frac{P^{e+1}}{e+1}\Big|_{P_0}^{\infty} \\ &= -\frac{P_0^{e+1}}{e+1}. \end{aligned} \tag{14.16}$$

სრულყოფილი კონკურენციის დროს გვაქვს

$$CS_c = -\frac{c^{e+1}}{e+1}. \tag{14.17}$$

და მონოპოლიის დროს გვაქვს

$$CS_m = -\frac{\left(\frac{c}{1+1/e}\right)^{e+1}}{e+1}. \tag{14.18}$$

ამ ორი ნამეტის შეფარდების გაანგარიშება გვაძლევს

$$\frac{CS_m}{CS_c} = \left(\frac{1}{1+1/e}\right)^{e+1}. \tag{14.19}$$

მაგალითად, თუ $e = -2$, მაშინ ეს შეფარდება არის $\frac{1}{2}$: მონოპოლიის დროს მომხმარებლის ნამეტი არის კონკურენტულ ბაზრზე მომხმარებლის ნამეტის ნახევარი. უფრო მეტად ელასტიკური მოთხოვნის შემთხვევაში ეს ციფრი ოდანვ მცირდება (რადგან მონოპოლიის დროს გამოშვების დონის შეზღუდვები უფრო მნიშვნელოვანია). –1-თან მიახლოებული ელასტიკურობის დროს შეფარდება იზრდება.

მოგება. ამ შემთხვევაში მონოპოლიის მოგებაში მომხმარებლის ნამეტის ტრანსფერი, ასევე, საკმაოდ ადვილად გამოსათვლელია. მონოპოლისტის მოგება მოცემულია შემდეგნაირად:

$$\begin{aligned} \pi_m &= P_m Q_m - cQ_m = \left(\frac{c}{1+1/e} - c\right)Q_m \\ &= \left(\frac{-c/e}{1+1/e}\right)\cdot\left(\frac{c}{1+1/e}\right)^{e} = -\left(\frac{c}{1+1/e}\right)^{e+1}\cdot\frac{1}{e}. \end{aligned} \tag{14.20}$$

გავყოთ ეს გამოსახულება ტოლობაზე (14.17), მივიღებთ

$$\frac{\pi_m}{CS_c} = \left(\frac{e+1}{e}\right)\cdot\left(\frac{1}{1+1/e}\right)^{e+1} = \left(\frac{e}{1+e}\right)^{e}. \qquad \textbf{(14.21)}$$

თუ $e = -2$, მაშინ ეს შეფარდება არის $\frac{1}{4}$. ასე რომ, კონკურენტულ ბაზარზე მომხმარებლის მიერ მიღებული ნამეტის ერთი მეოთხედი გადადის მონოპოლისტის მოგებაში. მაშასადამე, მონოპოლიის კეთილდღეობის დანაკარგი ამ შემთხვევაში არის აგრეთვე კონკურენტულ ბაზარზე მომხმარებლის მიერ მიღებული ნამეტის ერთი მეოთხედი.

შეკითხვა: დავუშვათ $e = -1{,}5$. ბაზრის მონოპოლიზებისას მომხმარებლის ნამეტის რა წილი იკარგება? რამდენი გადადის მონოპოლისტის მოგებაში? რატომ განსხვავდება შედეგები იმ შემთხვევისგან, როცა $e = -2$?

მონოპოლია, პროდუქციის ხარისხი და ხანგრძლივობა

საბაზრო ძალაუფლება, რომლითაც სარგებლობს მონოპოლია, შეიძლება გამოვიყენოთ არა მხოლოდ მისი პროდუქტის ფასის დაწესებისას. თუ მონოპოლიას აქვს ჩავარდნა პროდუქტიის სახეობებში, ხარისხში ან პროდუქტის მრავალფეროვნებაში, მაშინ არ უნდა იყოს გასაკვირი, რომ ფირმის გადაწყვეტილებები განსხვავდებოდეს იმ ფირმებისაგან, რომლებიც ორგანიზებულ ბაზრებზე კონკურენციის პრინციპით მოქმედებენ. აწარმოებს თუ არა მონოპოლია უფრო მაღალი ან უფრო დაბალი ხარისხის პროდუქტს კონკურენტულ ბაზართან შედარებით, ნათელი არ არის. თუმცა, ეს ყველაფერი დამოკიდებულია ფირმის დანახარჯებზე და მომხმარებლის მოთხოვნის ბუნებაზე.

ხარისხის ფორმალური განსაზღვრა

დავუშვათ, რომ მომხმარებლის სურვილი, გადაიხდოს (X) ხარისხისთვის, მოცემულია მოთხოვნის ინვერსიული ფუნქციით $P(Q, X)$, სადაც

$$\frac{\partial P}{\partial Q} < 0 \quad \text{და} \quad \frac{\partial P}{\partial X} > 0.$$

თუ Q და X წარმოების დანახარჯი მოცემულია $C(Q, X)$ სახით, მონოპოლია აირჩევს Q და X, რათა მაქსიმალურად გაზარდოს მოგება:

$$\pi = P(Q, X)Q - C(Q, X). \tag{14.22}$$

პირველი რიგის პირობები მაქსიმუმისთვის არის

$$\frac{\partial \pi}{\partial Q} = P(Q,X) + Q\frac{\partial P}{\partial Q} - C_Q = 0, \tag{14.23}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial X} = Q\frac{\partial P}{\partial X} - C_X = 0, \tag{14.24}$$

პირველი ტოლობა იმეორებს ჩვეულ წესს, რომ ზღვრული ამონაგები უდრის ზღვრულ დანახარჯს. მეორე ტოლობა ამტკიცებს, რომ თუ Q სათანადოდაა შერჩეული, მაშინ მონოპოლიამ უნდა აირჩიოს ხარისხის ის დონე, რომლისთვისაც ზღვრული ამონაგები, რომელიც მიიღება გამოშვების ხარისხის ერთი დამატებითი ერთეულით გაზრდის შედეგად, ხარისხის გაზრდის ზღვრული დანახარჯის ტოლი უნდა იყოს. როგორც მოსალოდნელი იყო, მოგების მაქსიმიზაციისას მონოპოლისტს ჭირდება ზღვრული მომგებიანობის მიღწევა ყველა მისი შესაძლებლობით. აღსანიშნავია, რომ როცა მიღებულია მოგების მაქსიმიზაციის გადაწყვეტილება, ზღვრული მომხმარებლის მიერ ხარისხის შეფასება ყოველი ერთეულისთვის მრავლდება მონოპოლისტის გამოშვების დონეზე. პროდუქციის ხარისხის დონე, რომელიც არჩეულია კონკურენტულ პირობებში ასევე მაქსიმალურად ზრდის წმინდა სოციალურ კეთილდღეობას:

$$SW = \int_0^{Q^*} P(Q,X)dQ - C(Q,X). \tag{14.25}$$

სადაც Q^* არის გამოშვების დონე, რომელიც განსაზღვრულია კონკურენციის პირობებში X-ით მოცემული ზღვრული დანახარჯის მიხედვით ფასდადების შედეგად X-ის მიმართ ტოლობის 14.25 გაწარმოება გვაძლევს მაქსიმუმის პირველი რიგის პირობას:

$$\frac{\partial SW}{\partial X} = \int_0^{Q^*} P_X(Q,X)dQ - C_X = 0. \tag{14.26}$$

განსხვავება 14.24 და 14.26 ტოლობებს შორის ხარისხის არჩევასთან დაკავშირებით არის შემდეგი: პირველი ტოლობა გვიჩვენებს ერთი დამატებითი ერთეული ხარისხის ზღვრულ ღირებულებას, როცა Q არის მაქსიმალური მოგების შესაბამისი გამოშვების დონე, ხოლე მეორე გვიჩვენებს ყველა გამოშვების დონეების მიხედვით ხარისხის საშუალო ზღვრულ ღირებულებას[7].

7 პროდუქტის ხარისხის საშუალო ზღვრული ღირებულება (AV) მოცემულია ფორმულით

$$AV = \int_0^{Q^*} P_X(Q,X)dQ/Q.$$

მაშასადამე, თუნდაც მონოპოლიამ და სრულყოფილი კონკურენციის ფირმამ აირჩიოს ერთი და იგივე გამოშვების დონე, მათ შეიძლება აირჩიონ განსხვავებული ხარისხის დონეები იქიდან გამომდინარე, რომ გადაწყვეტილების მიღებისას თითოეულს აინტერესებს განსხვავებული ზღვრული სიდიდეები. მხოლოდ პრობლემის სპეციფიური ასპექტების ცოდნით არის შესაძლებელი ასეთი განსხვავებების მიმართულების წინასწარ განსაზღვრა. ნიმუშად იხილეთ მაგალითი 14.9; პროდუქციის ხარისხის თეორიისა და მონოპოლიის შესახებ დეტალები მოცემულია მაგალითში 14.11.

გრძელვადიანი მოხმარების პროდუქტის ხანგრძლივი მოხმარება

ხარისხის მონოპოლიზაციის ეფექტის შესახებ კვლევის უმეტესი ნაწილი ეთმობა ხანგრძლივად მოხმარებად პროდუქტს. ასეთი სახის პროდუქტია: ავტომობილები, სახლები, მაცივრები, რომლებიც მომსახურებას უწევენ მფლობელებს გარკვეული პერიოდის განმავლობაში და მათი სრულად მოხმარება ყიდვიდან მალევე არ მთავრდება. დროით ელემენტს, რომელიც ერთვება ხანგრძლივად მოხმარებადი პროდუქტის თეორიაში, მივყავართ ბევრ საინტერესო პრობლემასა და პარადოქსთან. პირველად ინტერესი ამ თემის მიმართ ჩამოყალიბდა შეკითხვით, აწარმოებს თუ არა მონოპოლია ისეთივე ხანგრძლივად მოხმარებად პროდუქტს, როგორსაც აწარმოებს ფირმა სრულყოფილი კონკურენციის გარემოში. ინტუიციური შეხედულება, რომ მონოპოლია „ამცირებს" პროდუქტის მოხმარების ხანგრძლივობას (ზუსტად ისე, როგორც ირჩევს ნაკლებ გამოშვების დონეს კონკურენტულ ბაზართან შედარებით), ავსტრალიელი ეკონომისტის პიტერ სვონის (Peter Swan) მიერ 1970-იანი წლების დასაწყისში მალევე უარყოფილ იქნა.[8]

სვონის მიხედვით მოთხოვნა ხანგრძლივად მოხმარებად პროდუქტზე უნდა განიხილებოდეს, როგორც მოთხოვნა მომსახურების ნაკადზე რამდენიმე პერიოდის განმავლობაში (ასე მაგალითად: ავტომობილების ტრანსპორტირება). იგი ასაბუთებდა, რომ ორივე - მონოპოლიაც და კონკურენტული ბაზარიც შეეცდება, რომ მინიმუმამდე დაიყვანოს ამ ნაკადის მომხმარებლისთვის მიწოდების დანახარჯები. მონოპოლია, რა თქმა უნდა, შეეცდება, მოგების მაქსიმალურად გაზრდის მიზნით, აირჩიოს გამოშვების ის დონე, რომელიც ზღუდავს მომსახურების ნაკადს. მაგრამ თუ გავითვალისწინებთ წარმოების მასშტაბის მუდმივ უკუგებას, არ არსებობს იმის მიზეზი, რომ ბაზრის სტრუქტურამ რაიმე გავლენა მოახდინოს პროდუქტის ხანგრძლივობაზე. ამ დასკვნას ზოგჯერ „სვონის დამოუკიდებლობის დაშვებას" უწოდებენ. გამოშვების შესახებ გადაწყვეტილებები შესაძლებელია განვიხილოთ პროდუქტის ხანგრძლივობის შესახებ გადაწყვეტილებებისგან დამოუკიდებლად.

საიდანაც $Q \cdot AV = C_v$. ეს არის ხარისხის ნესი, რომელიც გამოიყენება კონკურენტულ პირობებში ნშინდა კეთილდღეობის მაქსიმიზაციისათვის. შეადარეთ ეს ტოლობას 12.24.

8 P.L. Swan. "Durability of Consumption Goods ". American Economic Review (December 1970): 884-94.

შემდეგი კვლევა სვონის დებულებასთან დაკავშირებით ფოკუსირებულია იმის ჩვენებაზე, თუ როგორ არღვევს დებულებას ცალკეული ხანგრძლივად მოხმარებადი პროდუქტის ბუნების შესახებ სხვადასხვა დაშვებები ან იმ დაშვების უგულვებელყოფა ჩვენებაზე, რომ ყველა მომხმარებელი ერთნაირია. ასე მაგალითად, შედეგი მეტწილად დამოკიდებულია იმაზე, თუ როგორ ცვდება ხანგრძლივად მოხმარებადი პროდუქტი. ყველაზე მარტივი ტიპის ცვეთა წარმოდგენილია ისეთი ხანგრძლივად მოხმარებადი პროდუქტის სახით, როგორიცაა ნათურა, რომელიც უზრუნველყოფს მომსახურების მუდმივი ნაკადის მიწოდებას მანამ, სანამ იგი უვარგისი არ გახდება. ასეთი სახის საქონლისთვის ტოლობები 14.24 და 14.26 იდენტურია, მაშასადამე, სვონის დამოუკიდებლობის დებულება ძალაშია. მაშინაც კი, როდესაც პროდუქტი უვარგისი თანდათან ხდება, დამოუკიდებლობის დებულება კვლავ ძალაშია ,თუ უწყვეტი სერვისის ნაკადის მიწოდება შენარჩუნებულია მარტივად გამოყენებული პროდუქტის ჩანაცვლებით. ამ შემთხვევაში საჭიროა, რომ ახალი და ძველი პროდუქტი სრულ სუბსტიტუტებს და უსასრულოდ დაყოფად პროდუქტს წარმოადგენდეს. სახლის გარე ფასადის საღებავმა შეიძლება მეტ-ნაკლებად დააკმაყოფილოს ეს მოთხოვნები. მეორე მხრივ, ბევრი პროდუქტი ზემოთ ხსენებულ მოთხოვნებს არ შეესაბამება. ასე მაგალითად, შეუძლებელია მწყობრიდან გამოსული მაცივრის ჩანაცვლება ახლი მაცივრის ნახევრით. როგორც კი ასეთი სახის კომპლექსური ცვეთა განიხილება, სვონის დებულება არ იმუშავებს იქიდან გამომდინარე, რომ ჩვენ ვერ უგულვებელვყოფთ იმ თვალსაზრისს, რომ სერვისის მოცემული ნაკადის მიწოდება ხდება მინიმალური დანახარჯებით. ასეთ კომპლექსურ შემთხვევებში მონოპოლია ყოველთვის არ აწარმოებს ნაკლებად ხანგრძლივად გამოყენებად პროდუქტს ვიდრე კონკურენტუნარიანი ბაზარი. თუმცა, ეს ყოველივე დამოკიდებულია ხანგრძლივად მოხმარებადი საქონლის მოთხოვნის ბუნებაზე.

დროითი შეუსაბამობა და ჰეტეროგენული მოთხოვნა

ხანგრძლივად მოხმარებადი პროდუქტის მომსახურების ნაკადზე ფოკუსირება გვთავაზობს პროდუქტის ხანგრძლივობის შესახებ მნიშვნელოვან თვალსაზრისს, მაგრამ პასუხგაუცემელი რჩება მნიშვნელოვანი კითხვა - როდის უნდა აწარმოოს მონოპოლიამ ხანგრძლივად მოხმარებადი პროდუქტი, რომელიც საჭიროა სასურველი მომსახურების ნაკადის უზრუნველსაყოფად? წარმოვიდგინოთ, რომ ელექტრონათურების მწარმოებელმა მონოპოლიამ გადაწყვეტა, რომ მოგების მაქსიმიზაციის შესაბამისი გამოშვება არის ბაზრისათვის სერვისის მიწოდება ერთი მილიონი 60 ვატიანი ნათურის სახით. თუ ფირმა გადაწყვეტს, რომ აწარმოოს ერთი მილიონი ნათურა პირველ პერიოდში, რა უნდა ქნას მან მეორე პერიოდში? (ვთქვათ, სანამ ნებისმიერი ეს ნათურა გადაიწვება?) რადგან მონოპოლია ირჩევს მომსახურების მიწოდებას მოთხოვნის მრუდის იმ წერტილზე, სადაც $P > MC$, მას აქვს სტიმული, მეორე პერიოდში აწარმოოს უფრო მეტი ნათურა ფასის შემცირების გზით. მაგრამ შესაძლებელია მომხმარებელმა განჭვრიტოს ეს ყველაფერი და შეამციროს მოთხოვნა პირველ პერიოდში ფასის შემცირების მო-

ლოდინში. აქედან გამომდინარე, მონოპოლიის მოგების მაქსიმიზაციის გეგმა ამოცნობადია. რონალდ ქოუზი (Roland Coase) იყო პირველი ეკონომისტი, რომელმაც აღნიშნა „დროითი შეუსაბამობა“, რაც თავს იჩენს მაშინ, როდესაც მონოპოლია აწარმოებს ხანგრძლივად მოხმარებად პროდუქტს[9]. ქოუზი ამტკიცებდა, რომ „დროითი შეუსაბამობის“ არსებობა, მკვეთრად შეასუსტებს მონოპოლიის პოტენციურ შეზღუდულ ძალაუფლებას - ამ შემთხვევაში კონკურენტული ფასდადება არის ერთადერთი შედეგი, რომელიც მიიღწევა ხანგრძლივად მოხმარებადი პროდუქტის შემთხვევაში. თუ მონოპოლია მიზანდასახულად გადაწყვეტს, არ აწარმოოს მეტი პროდუქტი მეორე პერიოდში, მაშინ იგი წარმატებული იქნება იმ გეგმის განხორციელებაში, რომელიც გულისხმობს ხანგრძლივად მოხმარებადი პროდუქტიდან მომსახურების ნაკადის მეშვეობით მონოპოლიური მოგების მიღებას.

ხანგრძლივად მოხმარებადი პროდუქტის ახალმა მოდელმა აჩვენა, თუ როგორია მონოპოლიის არჩევანი იმ სიტუაციებში, როდესაც საქმე გვაქვს სხვადასხვა სახის მომხმარებელთან[10]. ასეთ შემთხვევებში პროდუქტის ხანგრძლივობის ოპტიმალური არჩევანის და ვალდებულების აღების საკითხები კიდევ უფრო რთულდება. მონოპოლია არ უნდა დაეყრდნოს მხოლოდ ყველა კატეგორიის მყიდველის შემთხვევისათვის შერჩეულ ოპტიმალურ სქემას მან უნდა აირჩიოს ისეთი სქემა, რომელიც უზრუნველყოფს, მაგალითად, რომ პირველი ტიპის მომხარებლისთვის განკუთვნილი სქემა არ იყოს მიმზიდველი მეორე ტიპის მომხარებლისთვის. ამ მოდელების შესწავლა ჩვენ შორს წაგვიყვანს, თუმცა, რამდენიმე ილუსტრაცია იმისა, თუ როგორ მუშაობს ასეთი „სტიმულების შესაბამისი შეზღუდვები“ მოცემულია ამ თავის დამატებასა და თავში 18.

საფასო დისკრიმინაცია

გარკვეულ გარემოებაში მონოპოლიამ შეიძლება უარი თქვას მოგების გაზრდის მიზნით „ერთი ფასის პოლიტიკის“ მიხედვით ფასდადების პრინციპზე. იდენტური პროდუქტის სხვადასხვა ფასად გაყიდვის შესაძლებლობას ეწოდება საფასო დისკრიმინაცია[11].

საფასო დისკრიმინაცია. მონოპლია ერთვება საფასო დისკრიმინაციაში, თუ მას ძალუძს გაყიდოს იდენტური პროდუქტი ერთმანეთისგან განსხვავებულ ფასად. განსაზღვრება

საფასო დისკრიმინაციის სტრატეგიის განხორციელების შესაძლებლობა დამოკიდებულია მყიდველების მიერ არბიტრაჟის განხორციელების შეუძლებლობაზე. ტრანსაქციული და ინფორმაციული დანახარჯების არარსებობის დროს „ერთი ფასის კანონი“ გულისხმობს, რომ ერთგვაროვანი პროდუქტი უნდა გაიყიდოს ყველგან ერთსა და

9 R. Coase, "Durability and Monopoly", Journal of Law and Economics (April 1972): 143-49.

10 შეჯამებისათვის იხ. M. Waldman, "Durable Goods Theory for Real world Markets", Journal of Economic Perspectives, (Winter 2003): 131-54.

11 შესაძლებელია მონოპოლია ასევე ყიდდეს არაერთგვაროვან პროდუქტს სხვადასხვა ფასი-დანახარჯის მიხედვით. თუმცა, აქ განვიხილავთ საფასო დისკრიმინაციას იმ მონოპოლიის დროს, რომელიც ანარმოებს ერთგვაროვან პროდუქტს.

იმავე ფასად. მაშასადამე, საფასო დისკრიმინაციის სქემები განწირული იქნება წარუმატებლობისთვის, რადგან მყიდველები, რომლებსაც შეუძლიათ მონოპოლიიდან პროდუქტი იყიდონ უფრო დაბალ ფასად, გახდებიან მონოპოლიასთან შედარებით პროდუქტის მიწოდების უფრო მიმზიდველი წყარო იმათთვის, ვისაც მოუწევდა უფრო მაღალი ფასის გადახდა. მოგების მაძიებელი შუამავლები გაანადგურებენ საფასო დისკრიმინაციის ნებისმიერ სქემას. თუმცა, როდესაც ხელახლა გაყიდვა ძვირი ჯდება ან შეიძლება მთლიანად აღიკვეთოს, საფასო დისკრიმინაცია შესაძლებელი ხდება.

პირველი ხარისხის ანუ სრულყოფილი საფასო დისკრიმინაცია

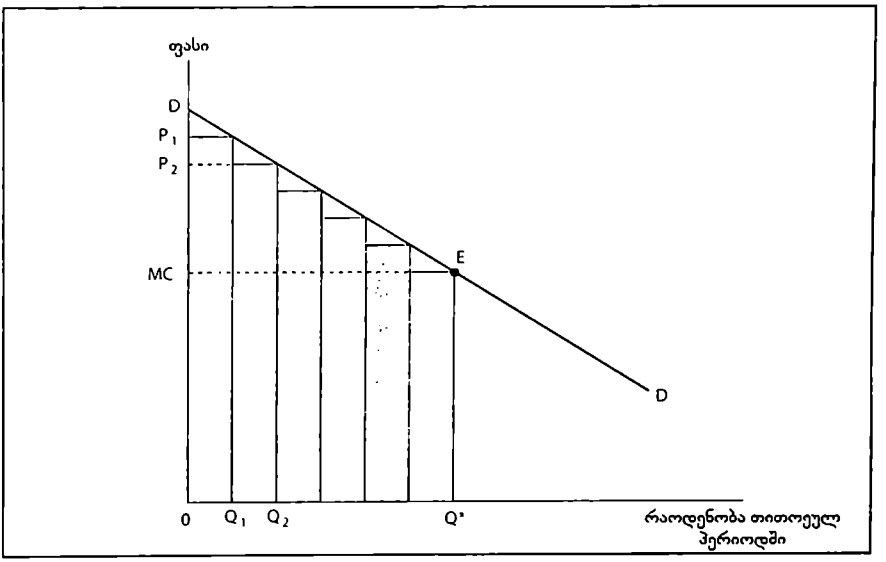
თუ მონოპოლისტი ახერხებს მყიდველის ცალ-ცალკე იდენტიფიკაციას, მაშინ შესაძლებელია თითოეულ მყიდველს გადაახდევინოს იმის მაქსიმუმი, რის გადახდასაც მყიდველი ისურვებდა. სრულყოფილი (ანუ პირველი ხარისხის) საფასო დისკრიმინაციის სტრაგეგია მიიღებს მთელ შესაძლო მომხმარებელის ნამეტს და მყიდველების ჯგუფი ინდიფერენტული იქნება იმის მიმართ, შეიძინონ მონოპოლისტის პროდუქტი თუ არა. ეს სტრატეგია ილუსტრირებულია ნახაზზე 14.4. ნახაზი გვიჩვენებს, რომ მყიდველები განლაგებულნი არიან ყიდვის სურვილის შესაბამისად კლებადობის მიხედვით. პირველი მყიდველის სურვილია, გადაიხადოს P_1 ფასი Q_1 ერთეულისთვის, მაშასადამე, მონოპოლისტი ახდევინებს P_1 და იღებს მთლიან ამონაგებს $P_1 \times Q_1$, რაც ნახაზზე ნაჩვენებია ღია ფერით დაშტრიხული ოთხკუთხედით. მეორე მყიდველი მზადაა გადაიხადოს P_2 ფასი $Q_2 - Q_1$ გამოშვებული ერთეულისთვის. შედეგად მონოპოლისტი ამ მყიდველისგან იღებს მთლიან ამონაგებს $P_2(Q_2 - Q_1)$. აღსანიშნავია, რომ ეს სტრატეგია არ იქნება წარმატებული იმ ვითარების გარეშე, როცა მეორე მყიდველი უძლურია, მიყიდოს მის მიერ P_2-ად შეძენილი პროდუქტი პირველ მყიდველს (რომელიც იხდის $P_1 > P_2$).

ასეთი გზით მონოპოლისტი მიაღწევს იმ წერტილამდე, როცა დამატებითი მყიდველი აღარ არის მზად გადაიხადოს პროდუქტის ზღვრული დანახარჯი (ნახაზზე 14.4 მონიშნულია, როგორც MC). აქედან გამომდინარე, წარმოებული პროდუქტის მთლიანი რაოდენობა იქნება Q^*. მთლიანი ამონაგები მოცემულია DEQ^*0 არეალით. მომხმარებლის ნამეტი მთლიანად მიღებული იქნა მონოპოლისტის მიერ და, შესაბამისად, ამ შემთხვევაში არ გვაქვს კეთილდღეობის დანაკარგი (შეადარეთ ნახაზები 14.3 და 14.4). სრულყოფილი საფასო დისკრიმინაციისას რესურსების გადანაწილება არის ეფექტიანი, თუმცა იწვევს მომხმარებლის ნამეტის მთლიან გადასვლას მონოპოლისტის მოგებისკენ.

კვლავ განვიხილოთ სპორტული დისკოების მწარმოებელი მონოპოლისტი მაგალითიდან 14.1. რადგანაც მაღალი ხარისხის დისკოები მცირე რაოდენობით იყიდება ბაზარზე, მონოპოლისტმა შესაძლოა დისკრიმინაცია გაუწიოს მცირე რაოდენობის

ნახაზი 14.4 სრულყოფილი საფასო დისკრიმინაცია

სრულყოფილი საფასო დისკრიმინაციის დროს მონოპოლისტი სხვადასხვა ფასს ახდევინებს თითოეულ მყიდველს. ის ყიდის Q_1 ერთეულს P_1 ფასად, $Q_2 - Q_1$ ერთეულს P_2 ფასად და ა.შ. ამ შემთხვევაში ფირმა აწარმოებს Q^* ერთეულს და მთლიანი ამონაგები არის DEQ^*0.



მაგალითი 14.4 პირველი ხარისხის საფასო დისკრიმინაცია

მსოფლიო კლასის მოთამაშეებს. ამ შემთხვევაში მონოპოლისტი გადაწყვეტს, აწარმოოს იმ რაოდენობის სპორტული დისკოები, როცა დამატებითი მყიდველი იხდის ზუსტად ზღვრული დანახარჯის ტოლ ფასს.

$$P = 100 - \frac{Q}{20} = MC = 0{,}1Q\,, \qquad \textbf{(14.27)}$$

საიდანაც

$$Q^* = 666$$

და დამატებითი ერთეულისთვის ფასი და ზღვრული დანახარჯი ტოლია

(გაგრძელება)

$$P = MC = 66{,}6. \tag{14.28}$$

ახლა ჩვენ შეგვიძლია გამოვთვალოთ მთლიანი ამონაგები ინტეგრალის საშუალებით

$$R = \int_0^{Q^*} P(Q)dQ = 100Q - \frac{Q^2}{40}\Big|_0^{666} = 55{,}511. \tag{14.29}$$

მთლიანი დანახარჯი არის

$$C(Q) = 0{,}05Q^2 + 10000 = 32178. \tag{14.30}$$

მთლიანი მოგება ტოლია

$$\pi = R - C = 23333, \tag{14.31}$$

რაც მაგალითში 14.1 განხილულ მონოპოლისტის მიერ ერთი ფასის დაწესების პოლიტიკასთან შედარებით მოგების მნიშვნელოვან ზრდას გვიჩვენებს (რომელიც 15000-ის ტოლია).

შეკითხვა: ამ შემთხვევაში რას უდრის მაქსიმალური ფასი, რომელსაც დისკოს მყიდველი გადაიხდის? გამოიყენეთ იგი მოგების გეომეტრიული განსაზღვრების მისაღებად.

მესამე ხარისხის საფასო დისკრიმინაცია ბაზრის განცალკევებით

პირველი ხარისხის საფასო დისკრიმინაცია მნიშვნელოვან ინფორმაციულ ტვირთს წარმოადგენს მონოპოლიისათვის - მან უნდა იცოდეს თითოეული პოტენციური მყიდველის მოთხოვნის ფუნქცია. უფრო მკაცრი მოთხოვნა იქნებოდა, თუ დავუშვებდით, რომ მონოპოლისტს შეუძლია განაცალკევოს მყიდველები რამდენიმე ბაზრებად (მაგალითად „სოფლის-ქალაქის", „ადგილობრივი-უცხოური", „პიკური დროის-არაპიკური დროის") და თითოეულ ბაზარზე განახორციელოს განსხვავებული ფასდადების პოლიტიკა. თითოეულ ბაზარზე მოთხოვნის საფასო ელასტიკურობის ცოდნა საკმარისია ამ პოლიტიკის გასატარებლად. მონოპოლისტი თითოეულ ბაზარზე აწესებს ფასს ინვერსიული ელასტიკურობის წესის მიხედვით. თუ დავუშვებთ, რომ ზღვრული დანა-

ხარჯები ერთნაირია ყველა ბაზარზე, მაშინ შედეგი იქნება ფასდადება, სადაც

$$P_i\left(1+\frac{1}{e_i}\right)=P_j\left(1+\frac{1}{e_j}\right) \qquad \textbf{(14.32)}$$

ან

$$\frac{P_i}{P_j}=\frac{\left(1+1/e_j\right)}{\left(1+1/e_i\right)}, \qquad \textbf{(14.33)}$$

სადაც P_i და P_j არის i და j ბაზრებზე მონოპოლიის მიერ დაწესებული ფასები, ხოლო e_i და e_j არის მოთხოვნის საფასო ელასტიკურობები. ფასდადების ამ პოლიტიკის უშუალო შედეგი არის ის, რომ მაქსიმალური მოგების შესაბამისი ფასი უფრო მაღალია იმ ბაზრებზე, სადაც მოთხოვნა ნაკლებად ელასტიკურია. მაგალითად, თუ $e_i = -2$ და $e_j = -3$, მაშინ ტოლობა 14.33 გვიჩვენებს, რომ $\frac{P_i}{P_j}=\frac{4}{3}$ ანუ ფასი ერთი მესამედით მაღალია ნაკლები ელასტიკურობის მქონე i ბაზარზე.

ნახაზი 14.5 გვიჩვენებს მოცემულ შედეგს ორი ბაზრისათვის, რომლის მომსახურებაც მონოპოლიას შეუძლია მუდმივი (MC) დანახარჯით. მოთხოვნა ნაკლებ ელასტიკურია პირველ ბაზარზე, სადაც ფასსა და ზღვრულ ამონაგებს შორის სხვაობა უფრო მაღალია, ვიდრე მეორე ბაზარზე. მოგების მაქსიმიზაცია საჭიროებს, რომ ფირმამ აწარმოოს Q_1^* პირველ ბაზარზე და Q_2^* მეორე ბაზარზე, რაც იწვევს უფრო მაღალი ფასის დაწესებას ნაკლებად ელასტიკურ ბაზარზე. თუ ამ ორ ბაზარს შორის არბიტრაჟის განხორციელება გამორიცხულია, მაშინ ფასებს შორის სხვაობა შენარჩუნდება. ორი ფასით დისკრიმინაციის პოლიტიკა აშკარად უფრო მომგებიანია მონოპოლიისთვის, ვიდრე ერთიანი ფასის პოლიტიკის დროს, რადგანაც ფირმას საბაზრო პირობების შესაბამისად ამ უკანასკნელზე ყოველთვის შეუძლია თქვას უარი.

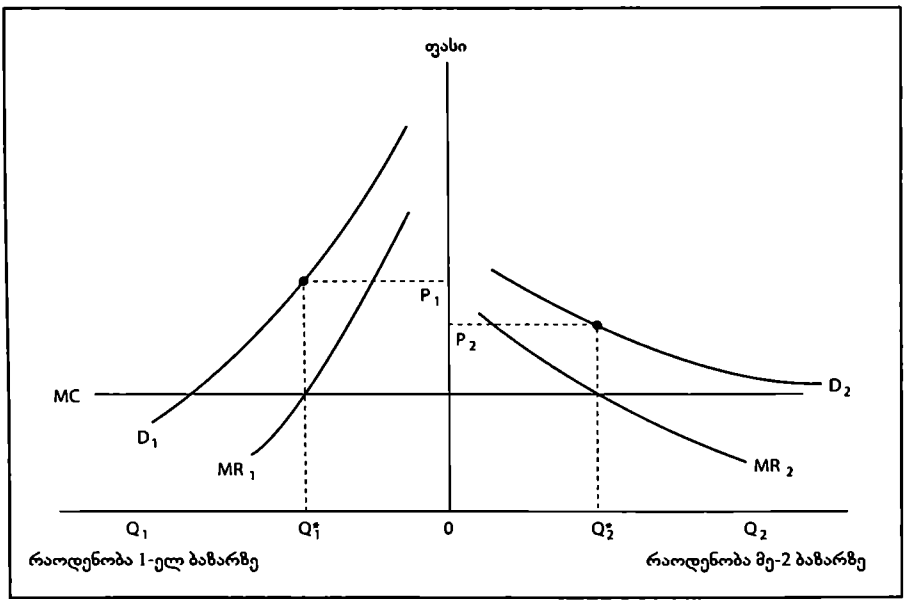
მესამე ხარისხის საფასო დისკრიმინაციის შედეგები კეთილდღეობის მიხედვით ძირითადად ბუნდოვანია. ერთიან საფასო პოლიტიკასთან შედარებით, დისკრიმინაციის პოლიტიკა საჭიროებს ნაკლებად ელასტიკურ ბაზარზე ფასის გაზრდას და უფრო ელასტიკურ ბაზარზე ფასის შემცირებას. ამგვარად, ცვლილებებს ალოკაციის საერთო დანაკარგების თვალსაზრისით ურთიერთგადაფარვის ეფექტი გააჩნიათ.

უფრო სრულყოფილ ანალიზს ინტუიციურად სანდო დასკვნამდე მივყავართ, კერძოდ, სხვადასხვა საფასო პოლიტიკა ალოკაციის თვალსაზრისით უმჯობესი იქნება ერთიან საფასო პოლიტიკასთან შედარებით მხოლოდ იმ სიტუაციაში, როცა მთლიანი გამოშვება გაზრდილია საფასო დისკრიმინაციის შედეგად. მაგალითი 14.5 გვიჩვენებს წრფივი მოთხოვნის მრუდის მარტივ შემთხვევას, როცა ერთიანი საფასო პოლიტიკა იწვევს უფრო დიდ ალოკაციურ დანაკარგებს[12].

12 დეტალური განხილვისათვის იხილე R. Schmalensee, "Output and Welfare Implications of Monopolistic Third-Degree Price Discrimination", *American Economic Review* (March 1981): 242-47. იხ. აგრეთვე ამოცანა 14.13.

ნახაზი 14.5 განცალკევებული ბაზრები ქმნიან მესამე ხარისხის საფასო დიკრიმინაციის შესაძლებლობას

თუ ბაზრები განცალკევებულია, მაშინ მონოპოლისტს შეუძლია სხვადასხვა ბაზრებზე მოგების მაქსიმიზაცია პროდუქტის განსხვავებულ ფასად გაყიდვით. ეს იწვევს ისეთი გამოშვების მოცულობის არჩევას, რომლის დროსაც თითოეულ ბაზარზე $MR = MC$. ნახაზი გვიჩვენებს, რომ ნაკლები ელასტიკურობის მოთხოვნის მრუდის მქონე ბაზარზე მყიდველები საფასო დისკრიმინაციის გზით უფრო მაღალ ფასს გადაიხდიან.



მაგალითი 14.5: მესამე ხარისხის საფასო დისკრიმინაცია

დავუშვათ, მონოპოლია აწარმოებს ხელსაწყოებს მუდმივი ზღვრული დანახარჯით $c = 6$ და ყიდის პროდუქტს ორ განცალკევებულ ბაზარზე, რომელთა ინვერსიული მოთხოვნის ფუნქციებია

$$P_1 = 24 - Q_1 \quad \text{და} \quad P_2 = 12 - 0{,}5Q2. \tag{14.34}$$

აღსანიშნავია, რომ პირველ ბაზარზე მყოფ მომხმარებლებს აქვთ პროდუქტის შეძენის უფრო ძლიერი სურვილი, ვიდრე მეორე ბაზარზე მყოფ მომხმარებლებს - პირველი ბაზრის მომხარებლები მზად არიან უფრო მაღალი ფასი გადაიხადონ ნებისმიერი მოცემული რაოდენობის პროდუქტისათვის. მარტივი წრფივი მრუდის შესახებ მაგალითის 14.2 შედეგების გამოყენება გვიჩვენებს, რომ ამ ორ ბაზარზე მაქსიმალური მოგების

შესაბამისი ფასი-რაოდენობის კომბინაციები არის:

$$P_1^* = \frac{24+6}{2} = 15, \quad Q_1^* = 9, \quad P_2^* = \frac{12+6}{2} = 9, \quad Q_2^* = 6. \qquad \textbf{(14.35)}$$

ფასდადების ასეთი სტრატეგიის დროს, მოგება არის

$$\pi = (15 - 6) \cdot 9 + (9 - 6) \cdot 6 = 81 + 18 = 99.$$

ორივე ბაზარზე შეგვიძლია გამოვითვალოთ კეთილდღეობის დანაკარგები, ვინაიდან ვიცით, რომ კონკურენტული ბაზრის შესაბამისი გამოშვება (სადაც $P = MC = 6$) პირველ ბაზარზე არის 18 და მეორე ბაზარზე – 12:

$$\begin{aligned} DW &= DW_1 + DW_2 \\ &= 0{,}5(P_1^* - 6)(18 - 9) + 0{,}5(P_2^* - 6)(12 - 6) \\ &= 40{,}5 + 9 = 49{,}5. \end{aligned} \qquad \textbf{(14.36)}$$

ერთი ფასის პოლიტიკა. ამ შემთხვევაში მონოპოლიის შეზღუდვა იმისათვის, რომ მან ერთიანი ფასი დააწესოს, შეამცირებდა კეთილდღეობას. ერთიანი ფასის პოლიტიკის შემთხვევაში მონოპოლია უბრალოდ არ აირჩევდა მეორე ბაზრის მომსახურებას, რადგანაც მას შეუძლია მოგების მაქსიმიზაცია მხოლოდ 15-ის ტოლი ფასის დადებით. ამ ფასად კი მეორე ბაზარზე არცერთი ხელსაწყო არ გაიყიდებოდა, რადგან გადახდის მაქსიმალური მზადყოფნა არის მხოლოდ 12. მაშასადამე, ამ სიტუაციაში ფორმულით 14.36 გამოთვლილი კეთილდღეობის საერთო დანაკარგის დონე იზრდება, რადგან ამ დროს მეორე ბაზარზე პოტენციური მომხმარებლის ნამეტი უკვე იკარგება:

$$DW = DW_1 + DW_2 = 40{,}5 + 0{,}5(12 - 6)(12 - 0) = 40{,}5 + 36 = 76{,}5. \qquad \textbf{(14.37)}$$

ეს შემთხვევა წარმოადგენს იმის ილუსტრირებას, რომ მესამე ხარისხის საფასო დისკრიმინაცია აუმჯობესებს კეთილდღეობას ერთი ფასის პოლიტიკასთან შედარებით. ამ დროს დისკრიმინაციული პოლიტიკა „პატარა" ბაზრების მომსახურების საშუალებას იძლევა. არის თუა არა ასეთი შემთხვევები გავრცელებული, მნიშვნელოვანი პოლიტიკური შეკითხვაა (განიხილეთ, მაგალითად, აშშ-ს ფარმაცევტული წარმოების ბაზრის შემთხვევა, როცა მწარმოებელი ახდევინებს უფრო მაღალ ფასს შიდა ბაზარზე და დაბალ ფასს საზღვარგარეთ).

შეკითხვა: დავუშვათ, ეს ორი ბაზარი აღარ არის განცალკევებული. როგორ ააგებდით საბაზრო მოთხოვნას ასეთ შემთხვევაში? მონოპოლისტის მოგების მაქსიმიზაციისას იქნებოდა თუ არა ერთიანი ფასი ისევ 15?

მეორე ხარისხის საფასო დისკრიმინაცია ფასის სქაღის მიხედვით

წინა ნაწილში განხილულ საფასო დისკრიმინაციის მაგალითებში მონოპოლია მყიდველებს ჰყოფს რამდენიმე კატეგორიად, შემდეგ თითოეული კატეგორიისათვის არჩევს მაქსიმალური მოგების შესაბამის ფასს. ალტერნატიული მიდგომა იქნება, თუ მონოპოლია შეარჩევს (შესაძლოა ნაკლებად რთულ) ფასის სკალას, რაც მყიდველებს სტიმულს მისცემს თავად დაიყონ ჯგუფებად იმის მიხედვით, თუ რა რაოდენობის შეძენა სურთ. ასეთი სქემები გულისხმობს რაოდენობრივ ფასდაკლებებს, მინიმალური რაოდენობით ყიდვის ვალდებულებას ანუ „დაფარვის" საფასურს და მიბმით გაყიდვებს. მონოპოლისტის მიერ ეს გეგმები განხორციელდება მაშინ, თუ მათ ერთიან საფასო პოლიტიკასთან შედარებით ამ სქემების დანერგისთვის საჭირო დანახარჯების ჩათვლით, მოაქვთ მეტი მოგება. რადგან ასეთი სქემების დროს მყიდველები იხდიან განსხვავებულ ფასებს იდენტურ პროდუქტში, ამ სახის საფასო (მეორე ხარისხის) დისკრიმინაცია მოსალოდნელია მხოლოდ არბიტრაჟის განხორციელების შეუძლებლობის დროს. ამ თავის დამატება და თავების 15 და 18 ნაწილები განიხილავს მეორე ხარისხის საფასო დისკრიმინაციის დანარჩენ ასპექტებს.

ორნაწილიანი ტარიფები

ფასის სკალის ერთ-ერთი ფორმა, რომელიც განსაკუთრებით შესწავლილია, არის წრფივი ორნაწილიანი ტარიფი. ორნაწილიანი ტარიფის დროს მყიდველმა უნდა გადაიხადოს ფიქსირებული საფასური პროდუქტის მოხმარების უფლებისათვის და უნიფიცირებული ფასი თითოეული მოხმარებული ერთეულისათვის. ტიპიური შემთხვევა, რომელიც პირველად შეისწავლა ვალტერ ოიმ, არის გასართობი პარკი (შესაძლოა დისნეილენდი). დაწესებულია პარკში შესვლის ძირითადი საფასური, რომელსაც ემატება დადგენილი ზღვრული ფასი თითოეულ მომხმარებული გასართობისთვის[13]. მათემატიკურად ეს სქემა შესაძლოა წარმოდგენილ იქნეს ტარიფის სახით, რომელსაც ნებისმიერი მყიდველი იხდის პროდუქტის q ერთეულში:

$$T(q) = a + pq, \qquad \textbf{(14.38)}$$

სადაც a არის ფიქსირებული საფასური და p არის გადახდილი ზღვრული ფასი. მონოპოლისტის მიზანია შეარჩიოს a და p, რათა პროდუქტზე მოცემული მოთხოვნის შემ-

13 W.Y. Oi, "A Disneyland Dilemma: Twa-Part Tariffs for a Mickey Mouse Monopoly", Quarterly Journal of Economics (February 1971): 77-99. საინტერესოა, რომ დისნეის კორპორაციამ ერთხელ გამოიყენა ორნაწილიანი ტარიფი, მაგრამ მალე გააუქმა, რადგან თითოეულ გასართობზე გადახდის სქემის ადმინისტრირების დანახარჯები ძალზედ მაღალი აღმოჩნდა. როგორც ყველა სხვა გასართობი პარკები, დისნეის პარკიც გადავიდა ერთიან საფასო პოლიტიკაზე (რომელიც მაინც აძლევდა საფასო დისკრიმინაციის ფართო შესაძლებლობას, განსაკუთრებით „დისნეი სამყაროში" მრავალი პარკის არსებობისას).

თხვევაში მაქსიმალური მოგება მიიღოს. ნებისმიერი მყიდველის მიერ გადახდილი საშუალო ფასი მოცემულია ფორმულით

$$\overline{p} = \frac{T}{q} = \frac{a}{q} + p\,. \qquad \textbf{(14.39)}$$

ასეთი ტარიფის დაწესება მოსალოდნელია მხოლოდ მაშინ, როცა დაბალი საშუალო ფასის გადამხდელებს (მათ, ვისთვისაც q დიდია) არ შეუძლიათ პროდუქტის ხელახლა გაყიდვა იმ ადამიანებზე, ვინც უნდა გადაიხადოს მაღალი საშუალო ფასი (იმათზე, ვისთვისაც q მცირეა).

ოის მიერ აღწერილი ერთ-ერთი მიდგომა ასეთი წრფივი ტარიფის პარამეტრების დასადგენად არის ფირმის მიერ ზღვრული p ფასის MC ზღვრული დანახარჯის მიხედვით დაწესება და შემდეგ a-ს შერჩევა ისე, რომ თითოეულ მყიდველთა ჯგუფისაგან მომხმარებელთა მაქსიმალური ნამეტი მიიღოს. შესაძლებელია წარმოვიდგინოთ, რომ მყიდველები ერთ მწკრივად განლაგდნენ გადახდის სურვილის მიხედვით. ასეთ შემთხვევაში $p = MC$ ფასის არჩევა უზრუნველყოფდა მომხარებელთა ნამეტის მაქსიმიზაციას მყიდველთა ამ ჯგუფისთვის და შესაძლებელი იქნებოდა a-ს ისე შერჩევა, რომ იგი გადახდის ყველაზე ნაკლები სურვილის მქონე მყიდველის ნამეტის ტოლი ყოფილიყო. ასეთ შემთხვევაში ეს მყიდველი პროდუქტის შეძენის მიმართ ინდიფერენტული იქნებოდა, მაგრამ ყველა დანარჩენი მყიდველი პროდუქტის შეძენისას წმინდა სარგებელს მიიღებდა.

ასეთი ტარიფი, შესაძლოა, არ იყოს ყველაზე უფრო მომგებიანი. გაითვალისწინეთ მოგებაზე p ფასის MC ზღვრულ დანახარჯზე ოდნავ მეტად გაზრდის ეფექტი. ეს არ შეცვლიდა შეძენის ყველაზე ნაკლები სურვილის მქონე მყიდველის მოგებას. მოთხოვნილი პროდუქტის რაოდენობა ოდნავ შემცირდებოდა ფასის $p = MC$ საზღვრებში. მომხმარებელთა ნამეტის ნაწილი (და მაშასადამე, a ფიქსირებული საფასურის ნაწილი), გარდაიქმნებოდა ცვალებად მოგებად, რადგანაც $p > MC$. ყველა სხვა მყიდველისთვის ფასის ზრდის გამო მოგება გაიზრდებოდა. მიუხედავად იმისა, რომ თითოეული გადაიხდიდა ოდნავ ნაკლებ ფიქსირებულ საფასურს, მოგება პროდუქტის თითოეულ შეძენილ ერთეულზე უფრო მეტად გაიზრდება[14]. ზოგიერთ შემთხვევაში შესაძლებელია ოპტიმალური ორნაწილიანი ტარიფის გამოთვლა. ამის ილუსტრაციას წარმოადგენს მაგალითი 14.6. უფრო ზოგადად, ოპტიმალური სკალა დამოკიდებულია სხვადასხვა გაუთვალისწინებელ ვითარებებზე. ასეთი შესაძლებლობები განხილულია ამ თავის დამატებაში.

---

14 ეს გამომდინარეობს იქიდან, რომ $q_1(mc) > q_1(mc)$, სადაც $q_1(mc)$ არის მოთხოვნილი პროდუქტის რაოდენობა ყველასთვის, როცა $p = MC$. გარდა ყიდვის ყველაზე ნაკლები სურვილის მქონე მყიდველისათვის (პიროვნება N1). მაშასადამე, MC -ზე უფრო მაღალი ფასის გაზრდით გამონვეული მოგების $\Delta pq_1(mc)$ ზრდა აჭარბებს მცირე ფიქსირებული საფასურით $\Delta pq_1(mc)$ გამონვეულ მოგების დანაკარგებს.

ორნაწილიანი ტარიფების მათემატიკური ილუსტრირებისთვის დავუბრუნდეთ მაგალითში 14.5 წარმოდგენილ მოთხოვნის ტოლობებს, მაგრამ ახლა დავუშვათ, რომ ეს ტოლობა ასახავს ორ სპეციფიკურ მყიდველს

$$q_1 = 24 - P_1 \quad \text{და} \quad q_2 = 24 - 2P_2, \tag{14.40}$$

სადაც P ფასები არის ამ ორი მყიდველის წინაშე არსებული ზღვრული ფასები[15].

ოის ტარიფები. ოის მიერ შემოთავაზებული ორნაწილიანი ტარიფების განხორციელება მონოპოლისტისგან მოითხოვს $p_1 = p_2 = MC = 6$ ფასის დაწესებას. მაშასადამე, ამ შემთხვევაში $q_1 = 18$ და $q_2 = 12$. ასეთი ზღვრული ფასის დროს მყიდველი N2 (ორი მყიდველიდან პროდუქტის შეძენის ნაკლებად მსურველი) იღებს მომხმარებლის ნამეტს, რომელიც ტოლია 36[= 0,5 · (12 – 6) · 12]. ეს არის ბაზარზე შესვლის მაქსიმალური საფასური, რომელიც შესაძლებელია გადავახდევინოთ ამ პიროვნებას და რომელიც არ გამოიწვევს მის მიერ ბაზრის დატოვებას. შედეგად, ამ შემთხვევაში ორნაწილიანი ტარიფია $T(q) = 36 + 6q$. თუ მონოპოლისტი უარყოფდა ფასდადების ამ სქემას, მისი მოგება იქნებოდა

$$\begin{aligned} \pi &= R - C = T(q_1) + T(q_2) - AC(q_1 + q_2) \\ &= 72 + 6 \cdot 30 - 6 \cdot 30 = 72. \end{aligned} \tag{14.41}$$

ეს შედეგი ჩამორჩება მაგალითში 14.5 მიღებული შედეგებს.

ოპტიმალური ტარიფები. ოპტიმალური ორნაწილიანი ტარიფები ამ შემთხვევაში შესაძლებელია გამოვთვალოთ იმის გათვალისწინებით, რომ ასეთი ტარიფის დროს მთლიანი მოგება არის $\pi = 0{,}5 \cdot 2q_2(12 - p) + (p - 6)(q_1 + q_2)$. აქ შესვლის საფასური a მეორე ინდივიდის მიერ მიღებული მომხმარებლის ნამეტის ტოლია. ჩავსვათ სპეციფიკური პარამეტრები ამ ტოლობაში და მივიღებთ

$$\begin{aligned} \pi &= 0{,}5 \cdot 2q_2(12 - p) + (p - 6)(q_1 + q_2) \\ &= (24 - 2p)(12 - p) + (p - 6)(q_1 + q_2) \\ &= 18p - p2. \end{aligned} \tag{14.42}$$

მაშასადამე, მოგების მაქსიმუმი მიღებულია, როცა $p = 9$ და $a = 0{,}5(24 - 2p)(12 - p) = 9$.

15 სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის თეორია, რომელიც აღნიშნავს, რომ ეს მოთხოვნის მრუდები ანუ მოთხოვნილი პროდუქტის რაოდენობები განისაზღვრება გადახდილი ზღვრული ფასით. ბაზარზე შესვლის a საფასური განსაზღვრავს, იქნება თუ არა გამოშვების დონე ოპტიმალური $q = 0$-ს მაგივრად.

აქედან გამომდინარე, ოპტიმალური ტარიფი არის $T(q) = 9 + 9q$. ამ ტარიფის დროს $q_1 = 15$ და $q_2 = 6$, ხოლო მონოპოლისტის მოგება არის $81[= 2(9) + (9 - 6) \cdot (15 + 6)]$. პოლიტიკური ზეწოლის ქვეშ მყოფმა მონოპოლისტმა, რომელიც იძულებულია მისდიოს ერთიან საფასო პოლიტიკას, შესაძლოა, უარყოს ფასდადების ასეთი სქემა და დათანხმდეს, რომ მეორე მყიდველს არ გადაახდევინებს ისეთ ფასს, რომელიც მას „ბაზრის მიღმა" დატოვებს. ორნაწილიანი ტარიფი ფასების დიფერენცირების საშუალებას იძლევა ($\overline{p}_1 = 9{,}60$; $\overline{p}_2 = 9{,}75$), მაგრამ ამავე დროს „სამართლიანია", რადგან ყველა მყიდველი დგას ერთიდაიგივე სკალის პირისპირ.

შეკითხვა: დავუშვათ, მონოპოლისტს შეუძლია თითოეული მყიდველისთვის შეარჩიოს ბაზარზე შესვლის სხვადასხვა საფასური. ფასდადების რომელ პოლიტიკას განახორციელებს იგი ამ დროს?

მონოპოლიის რეგულირება

გამოყენებით ეკონომიკურ ანალიზში ბუნებრივი მონოპოლიის რეგულირება მნიშვნელოვან საკითხს წარმოადგენს. კომუნალური მომსახურების, კავშირგამბულობის და ტრანსპორტის დარგები უმეტეს ქვეყნებში რეგულირებულია. მარეგულირებელი პროცედურების შემუშავება, რომელიც გამოიწვევს ამ დარგების სასურველი მიმართულებით ფუნქციონირებას, მნიშვნელოვანი პრაქტიკული პრობლემაა. აქ განვიხილავთ მონოპოლიების რეგულირების რამდენიმე ასპექტს, რომელიც დაკავშირებულია ფასდადების პოლიტიკასთან.

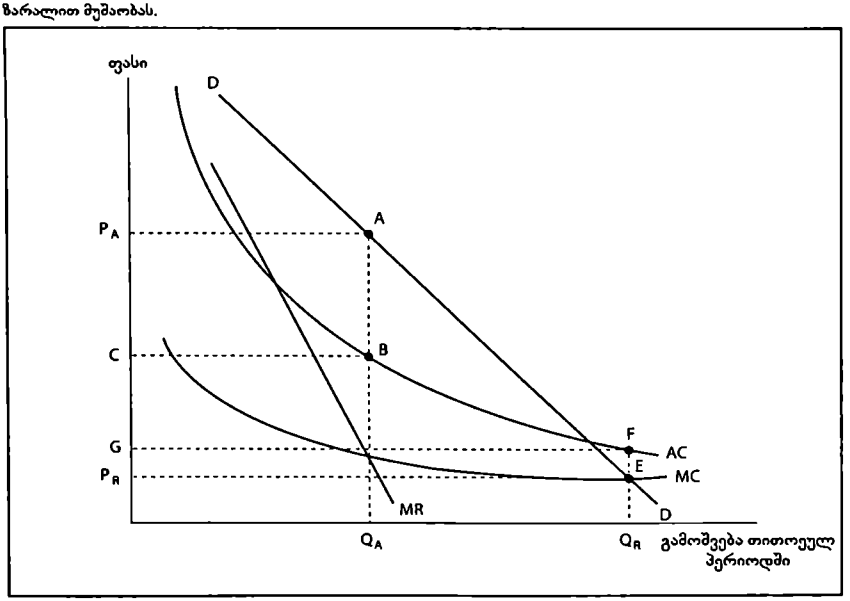
ზღვრული დანახარჯის მიხედვით ფასდადება და ბუნებრივი მონოპოლიის დიღება

მრავალი ეკონომისტის აზრით მნიშვნელოვანია, რომ რეგულირებადი მონოპოლიების მიერ დაწესებული ფასები ზუსტად ასახავდეს წარმოების ზღვრულ დანახარჯებს. ასეთ შემთხვევაში შესაძლებელია კეთილდღეობის დანაკარგების მინიმუმამდე დაყვანა. პრინციპული პრობლემა, რაც წამოიჭრება მონოპოლიისათვის იძულებითი პოლიტიკის შედეგად ზღვრული დანახარჯის მიხედვით ფასდადების დროს, არის ის, რომ ბუნებრივი მონოპოლიებს მოუწევთ დანაკარგებით მუშაობა. ბუნებრივი მონოპოლიებისთვის გამოშვების დონეების ფართო დიაპაზონში დამახასიათებელია საშუალო დანახარჯების კლებადობა. ასეთი სახის ფირმისთვის დანახარჯის მრუდები ისეთია, როგორიც მოცემულია ნახაზზე 14.6. რეგულირების არარსებობის დროს მონოპოლია აწარმოებს Q_A გამოშვების დონეს და P_A ფასს იღებს. ამ შემთხვევაში მოგება ნაჩვენებია P_AABC ოთხკუთხედით. მარეგულირებელმა სააგენტომ მონოპოლიისთვის P_A ფასის ნაცვლად შესაძლებელია P_K ფასი დაადგინოს. ამ ფასის დროს მოთხოვნილია

Q_R და გამოშვების ამ დონისათვის წარმოების ზღვრული დანახარჯია P_R. შესაბამისად, ზღვრული დანახარჯის მიხედვით ფასდადება მიღწეულია. სამწუხაროდ, ფირმის საშუალო დანახარჯის მრუდის უარყოფითი დახრილობის გამო, P_R ფასი (= ზღვრული დანახარჯი) აღმოჩნდება საშუალო დანახარჯის ქვემოთ. ასეთი რეგულირებული ფასის დროს მონოპოლიამ უნდა იმუშაოს $GFEP_R$ ზარალით. იქიდან გამომდინარე, რომ არცერთ ფირმას არ შეუძლია ზარალით უსასრულოდ მუშაობა, მარეგულირებელი სააგენტო დილემის წინაშე დგას: ამ უკანასკნელმა ან უარი უნდა თქვას ზღვრული დანახარჯის მიხედვით ფასდადებაზე ან მთავრობამ უნდა განახორციელოს მონოპოლიის მუდმივი სუბსიდირება.

ნახაზი 14.6 ფასის რეგულირება კლებადი დანახარჯის მქონე მონოპოლიისათვის

რადგან ბუნებრივი მონოპოლიისთვის დამახასიათებელია კლებადი საშუალო დანახარჯები, ზღვრული დანახარჯები ეცემა საშუალო დანახარჯებზე დაბლა. შესაბამისად, ზღვრული დანახარჯების მიხედვით ფასდადების იძულების პოლიტიკა გულისხმობს მონოპოლიის ზარალით მუშაობას. მაგალითად, P_R ფასით მიღწეულია ზღვრული დანახარჯების მიხედვით ფასდადების მიზანი, მაგრამ იგი აუცილებლად იწვევს მონოპოლიის $GFEP_R$ ზარალით მუშაობას.



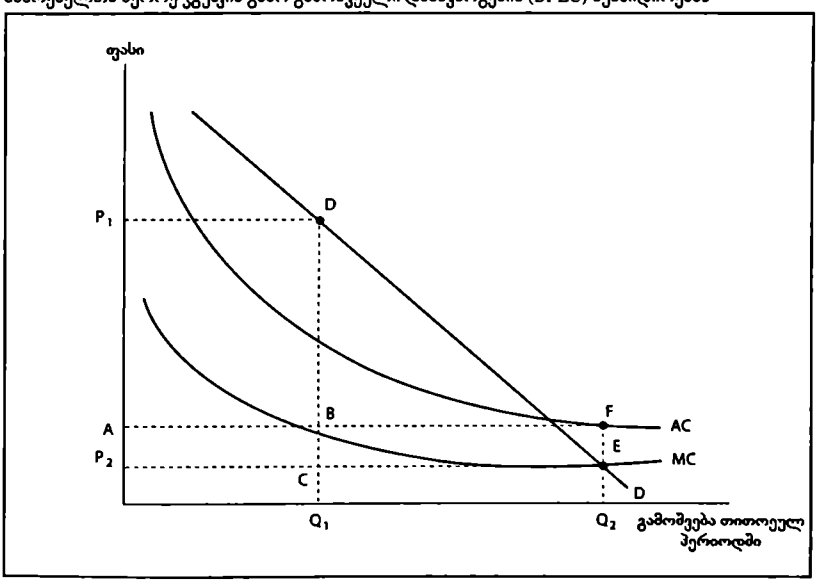
ორსაფეხურიანი ფასდადების სისტემა

ზღვრული დანახარჯის მიხედვით ფასდადების დილემიდან ერთ-ერთი გამოსავალია რამდენიმე ფასის სისტემის დანერგვა. ასეთი სისტემის დროს მონოპოლისტს ნებართვა აქვს გადაახდევინოს მაღალი ფასი ზოგიერთ მომხარებელს და, ამასთანავე, შეინარჩუნოს დაბალი ფასი ზღვრული მყიდველისათვის. ასეთ შემთხვევაში, მაღალი ფასის გადამხდელი მომხმარებლები დაბალი ფასის გადამხდელების გამო მიღებული და-

ნაკარგების სუბსიდირებას ახდენენ. ასეთი ფასდადების სქემა ნაჩვენებია ნახაზზე 14.7. ამ შემთხვევაში მარეგულირებელმა კომისიამ გადაწყვიტა, რომ ზოგიერთი მომხმარებელი მაღალ P_1 ფასს გადაიხდის. ამ დროს მოთხოვნილი პროდუქტის რაოდენობაა Q_1. დანარჩენ მომხმარებლებს (რომლებიც, სავარაუდოდ, არ შეიძენენ პროდუქტს P_1 ფასად) შესთავაზეს ნაკლები P_2 ფასის გადახდა. ეს ფასი წარმოქნის დამატებით $Q_2 - Q_1$ მოთხოვნას. შედეგად, გამოშვების Q_2 საერთო რაოდენობა იწარმოება საშუალოდ A დანახარჯით. ფასდადების ასეთი სქემის დროს მაღალი ფასით პროდუქტის გაყიდვით მიღებული სარგებელი (რომელიც მოცემულია P_1DBA ოთხკუთხედით) აბალანსებს დაბალ ფასად პროდუქტის გაყიდვით გამოწვეულ დანაკარგებს ($BFEC$). გარდა ამისა, ზღვრული მყიდველისათვის გამოყენებულია ზღვრული დანახარჯის მიხედვით ფასდადების წესი: სწორედ ინტრაზღვრული მყიდველი ახორციელებს ფირმის სუბსიდირებას ისე, რომ ფირმა აღარ მუშაობს ზარალით. მიუხედავად იმისა, რომ პრაქტიკაში ხშირად ადვილი არ არის ზღვრული დანახარჯის მიხედვით ფასდადების სქემის გამოყენებით საოპერაციო დანახარჯების დაფარვა, მრავალი მარეგულირებელი კომისია იყენებს ფასების სისტემას, რომელიც საერთაშორისო მასშტაბით ახორციელებს ზოგიერთი მყიდველის (მაგალითად, ბიზნესის) დისკრიმინაციას სხვა მყიდველის (მაგალითად, მომხმარებლის) სასარგებლოდ.

ნახაზი 14.7 ორსაფეხურიანი ფასდადების სქემა

ზოგიერთი მყიდველისათვის მაღალი P_1 ფასის და ზოგიერთისთვის დაბალი P_2 ფასის დაწესებით მარეგულირებელ კომისიას შეუძლია: (1) ზღვრული დანახარჯის მიხედვით ფასდადების იძულება და (2) ისეთი სიტუაციის შექმნა, როცა მომხმარებელთა ერთი ჯგუფის მოგება (P_1DBA) ახდენს მომხმარებელთა მეორე ჯგუფის გამო გამოწვეული დანაკარგების ($BFEC$) სუბსიდირებას



უკუგების ნორმის რეგულირება

რეგულირების ბევრ შემთხვევაში გამოიყენება კიდევ ერთი მიდგომა. მონოპოლიას ნებართვა ეძლევა დააწესოს ზღვრულ დანახარჯზე უფრო მაღალი ფასი, რომელიც მას მისცემს ინვესტიციებიდან უკუგების „სამართლიანი“ ნორმის მიღების საშუალებას. უფრო მეტი ანალიზის ჩატარების მცდელობა ეძღვნება „სამართლიანი“ ნორმის კონცეფციის და მისი გაზომვის გზების განსაზღვრას. ეკონომიკური თვალსაზრისით ყველაზე უფრო საინტერესო კითხვები ამ პროცედურის შესახებ შეეხება იმას, თუ რა გავლენას ახდენს მარეგულირებელი საქმიანობა ფირმის წარმოების ფაქტორების არჩევანზე. თუ, მაგალითად, ფირმებისთვის ნებადართული უკუგების ნორმა ფაქტორთა მფლობელების მიერ კონკურენტული ბაზრის პირობებში ინვესტიციებიდან მიღებულ შემოსავალზე მეტია, მაშინ იარსებებს სტიმული, რომ გამოიყენონ დანახარჯების მინიმიზაციისთვის საჭირო რაოდენობასთან შედარებით უფრო მეტი კაპიტალი. ამასთან ერთად, თუ მარეგულირებელი ორგანოები დააყოვნებენ უკუგების ნორმის შესახებ გადაწყვეტილების მიღებას, მაშინ ფირმებს შესაძლოა გაუჩნდეთ დანახარჯების მინიმიზაციის სტიმულები, რომლებიც სხვა შემთხვევაში არ იარსებებდა. ახლა, მოკლედ განვიხილავთ ასეთი შესაძლებლობის ფორმალურ მოდელს[16].

ფორმალური მოდელი

დავუშვათ, კომუნალური მომსახურების რეგულირებული მიმწოდებელის საწარმოო ფუნქციაა

$$q = f(k, l). \tag{14.43}$$

მაშინ ფირმაში კაპიტალის უკუგების ფაქტიური განაკვეთი შემდეგნაირად განისაზღვრება

$$s = \frac{pf(k,l) - wl}{k}, \tag{14.44}$$

სადაც p არის ფირმის პროდუქტის ფასი, რომელიც დამოკიდებულია q-ზე, w ხელფასის განაკვეთია. თუ s შეზღუდულია რეგულირებით და $\bar{s}$-ის ტოლია, მაშინ ფირმის ამოცანაა მოახდინოს მოგების მაქსიმიზაცია ამ რეგულირებით დაწესებული შეზღუდვის პირობებში:

$$\pi = pf(k, l) - wl - k. \tag{14.45}$$

[16] ეს მოდელი ეყრდნობა H. Averch abd L.L. Johnson, :Behavior of the Firm under Regulatory ConstrainT". *American Economic Review* (December 1962): 1052-69.

ამ ამოცანის ამოსახსნელად ლაგრანჟის გამოსახულების ჩაწერით მივიღებთ:

$$\mathcal{L} = pf(k, l) - wl - vk + \lambda[wl + \bar{s}k - pf(k, l)]. \quad \textbf{(14.46)}$$

თუ $\lambda = 0$, მაშინ რეგულირება არაეფექტურია და მონოპოლია მოქმედებს როგორც მაქსიმალური მოგების მიმღები ფირმა. თუ $\lambda = 1$, მაშინ ტოლობა 14.46 შემდეგ ტოლობაზე დაიყვანება:

$$\mathcal{L} = (\bar{s} - v)k. \quad \textbf{(14.47)}$$

თუ დავუშვებთ, რომ $\bar{s} > v$ (ე. ი. ფირმა კაპიტალზე არ იღებს ბაზარზე არსებულ უკუგებაზე ნაკლებს), მაშინ ტოლობა 14.47 ნიშნავს, რომ ფირმა კაპიტალს განუსაზღვრელი რაოდენობით იქირავებს, რაც შეუძლებელი შედეგია, მაშასადამე $0 < \lambda < 1$. მაქსიმუმის პირველი რიგის პირობებია:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial l} &= pf_l - w + \lambda\left(w - pf_l\right) = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k} &= pf_k - v + \lambda\left(\bar{s} - pf_k\right) = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= wl - \bar{s}k - pf\left(k,l\right) = 0. \end{aligned} \quad \textbf{(14.48)}$$

ამ პირობებიდან პირველი ნიშნავს, რომ რეგულირებული მონოპოლისტი დაიქირავებს დამატებით შრომას იმ წერტილამდე, როცა $pf_l = w$. ეს შედეგი ძალაშია ნებისმიერი მაქსიმალური მოგების მიმღები ფირმისათვის. თუმცა, მეორე ტოლობა წარმოების ფაქტორის-კაპიტალისათვის ნიშნავს, რომ

$$(1 - \lambda)pf_k = v - \lambda\bar{s} \quad \textbf{(14.49)}$$

ან

$$pf_k = \frac{v - \lambda\bar{s}}{1 - \lambda} = v - \frac{\lambda(\bar{s} - v)}{1 - \lambda}. \quad \textbf{(14.50)}$$

ვინაიდან $\bar{s} > v$ და $\lambda < 1$, ამიტომ ტოლობა 14.50 ნიშნავს, რომ

$$pf_k < v. \quad \textbf{(14.51)}$$

ფირმა დაიქირავებს უფრო მეტ კაპიტალს (და აღწევს კაპიტალის ნაკლებ ზღვრული მწარმოებლურობას) იმასთან შედარებით, რამდენსაც დაიქირავებდა რეგულაციების არ არსებობის დროს. მაშასადამე, ზოგიერთი კომუნალური მომსახურების ფირმაში „ზედმეტი კაპიტალიზაცია“ შესაძლოა გამოწვეული იყოს რეგულაციების გამო რესურსების არასწორად განაწილებით. ამ ანალიტიკური ჩარჩოს გამოყენებით შესაძლებე-

ლია რეგულაციებთან დაკავშირებული სხვა საკითხების შესწავლა, მაგრამ აქ ასე არ მოვიქცევით.

მონოპოლიის დინამიკური თვალსაზრისები

სტატიკური თვალსაზრისი, რომ მონოპოლიის საქმიანობა ამახინჯებს რესურსების ალოკაციას, წარმოადგენს მთავარ ეკონომიკურ არგუმენტს ანტიმონოპოლიური პოლიტიკის სასარგებლოდ. თუმცა, ყველა ეკონომისტს არ მიაჩნია, რომ სტატიკური ანალიზი საბოლოოა. ზოგიერთმა ცნობილმა ავტორმა, მათ შორის ჯ. ა. შუმპეტერმა წარმოაჩინა მონოპოლიური მოგების სასარგებლო როლი, რომელიც მონოპოლიას შეუძლია ეკონომიკური განვითარების პროცესში შეასრულოს[17]. ეს ავტორები დიდწილად ყურადღებას ამახვილებენ ინოვაციებსა და ზოგიერთი ტიპის ფირმების უნარზე, მიაღწიონ ტექნოლოგიურ წინსვლას. ამ კონტექსტში მონოპოლისტის მიერ მიღებული მოგება წარმოადგენს ფონდს, რომლითაც შესაძლებელია ინვესტირება კვლევასა და განვითარებაში. მაშინ, როცა კონკურენტული ფირმები უნდა შეესაბამებოდნენ ინვესტირებული კაპიტალიდან ნორმალურ უკუგებას, მონოპოლიებს აქვთ „ჭარბი" სახსრები, რომლითაც შესაძლებელია განხორციელდეს კვლევის სარისკო პროცესი. შესაძლოა, რომ მონოპოლიური მდგომარეობის მიღწევა ან ასეთი სურვილი ქმნის პოტენციურ კონკურენტებთან შედარებით ერთი ნაბიჯით დაწინაურების მნიშვნელოვან სტიმულს. ინოვაციები ახალ პროდუქტებში და დანახარჯების დამზოგველი ტექნიკა, შესაძლოა, ინტეგრირებულად დაკავშირებულია მონოპოლიზაციის შესაძლებლობასთან. ასეთი მონოპოლიური მდგომარეობის გარეშე ნოვატორულმა ფირმამ, შესაძლოა, ინოვაციიდან სრული სარგებელი ვერ მიიღოს.

შუმპეტერი ხაზს უსვავს იმ გარემოებას, რომ ბაზრის მონოპოლიზაცია ფირმის მიერ საქმიანობის დაგეგმვას ნაკლებად ხარჯიანს ხდის. ბაზარზე პროდუქტის ერთადერთ მიმწოდებლად ყოფნა აბათილებს ბევრ გაურკვევლობებს, რომელთა წინაშეც ფირმები კონკურენტულ ბაზარზე დგანან. მაგალითად, მონოპოლიას, შესაძლოა, არ დასჭირდეს გაყიდვაზე იმდენივე დიდი დანახარჯები (მაგალითად, რეკლამირება, ბრენდის იდენტიფიცირება, ვიზიტები საცალო მოვაჭრეებთან), როგორიც არის უფრო კონკურენტულ დარგში. ანალოგიურად, მონოპოლისტმა, შესაძლოა, უკეთ იცოდეს თავის პროდუქტზე სპეციფიკური მოთხოვნის მრუდი და უკეთესად მოახდინოს ადაპტაცია ცვალებადი მოთხოვნის პირობებში. აჭარბებს თუ არა მონოპოლიის ეს სავარაუდო სარგებელი ალოკაციურ და განაწილებით ნაკლოვანებებს, აშკარად, ემპირიული საკითხია. ინოვაციებისა და დანახარჯების შემცირების შესახებ კითხვებზე პასუხის გაცემა შეუძლებელია მხოლოდ მთავარ არგუმენტებზე დაყრდნობით, საჭიროა რეალური ბაზრების დეტალური გამოკვლევა.

17 იხ. მაგალითად. J. A. Scumpeter, Capitalism, Socialism and Democracy, 3rd ed. 9New York: Harper and Pow, 1950 კერძოდ, თავი 8.

შეჯამება

ამ თავში განვიხილეთ ისეთი ბაზრების მოდელები, სადაც მიმწოდებელია მხოლოდ ერთი მონოპოლისტი. მეოთხე ნაწილში განხილულ კონკურენტული ბაზრის შემთხვევისგან განსხვავებით, მონოპოლიას არ ახასიათებს „ფასის მიმღების“ ქცევა. სამაგიეროდ საბაზრო მოთხოვნის მრუდზე მონოპოლიას შეუძლია აირჩიოს ფასი-რაოდენობის ისეთი კომბინაცია, რომელიც მაქსიმალურად მომგებიანია. მსგავსი საბაზრო ძალაუფლებიდან რამდენიმე შედეგი გამომდინარეობს:

- მონოპოლიისათვის ყველაზე მეტად მომგებიანი გამოშვების დონეა გამოშვების ის რაოდენობა, როცა ზღვრული შემოსავალი ზღვრული დანახარჯის ტოლია. გამოშვების ამ დონეზე ფასი აჭარბებს ზღვრულ დანახარჯს. მონოპოლისტის მომგებიანობა დამოკიდებულია ფასისა და საშუალო დანახარჯის კავშირზე.
- სრული კონკურენციისგან განსხვავებით, მონოპოლია ქმნის მომხმარებლის ნამეტის დანაკარგს. ამ დანაკარგის ნაწილი გარდაიქმნება მონოპოლიის მოგებად, ნაწილი კი წარმოადგენს ეკონომიკური კეთილდღეობის საერთო დანაკარგს – ჰარეტო არაეფექტიანობას.
- კონკურენტული ფირმისგან განსხვავებით მონოპოლიას შეუძლია აირჩიოს გამოშვების სხვადასხვა რაოდენობები. ხანგრძლივად მოხმარებადი პროდუქტის მწარმოებელი მონოპოლისტი შეიძლება შეზღუდული იყოს მეორადი პროდუქტის საქონლის ბაზრებით.
- მონოპოლისტს შეუძლია თავისი მოგების კიდევ უფრო მეტად გაზრდა საფასო დისკრიმინაციით-სხვადასხვა კატეგორიის მყიდველებისათვის განსხვავებული ფასის დაშვებით. მონოპოლიის მიერ საფასო დისკრიმინაციის განხორციელების შესაძლებლობა დამოკიდებულია მონოპოლისტის მიერ არბიტრაჟის განხორციელების პრევენციის უნარზე.
- მთავრობა ხშირად გადაწყვეტს ბუნებრივი მონოპოლიების რეგულირებას (გამოშვების სხვადასხვა დონეებზე კლებადი საშუალო დანახარჯების მქონე ფირმა). მიღებული რეგულირების მექანიზმის სახეობა შესაძლებელია გავლენას ახდენდეს ფირმის ქცევაზე.

ამოცანები

14.1

მონოპოლისტს შეუძლია აწარმოოს $AC = MC = 5$-ის ტოლი მუდმივი საშუალო და ზღვრული დანახარჯებით. ფირმის მოთხოვნის მრუდი მოცემულია ფორმულით $Q = 53 - P$.

ა. გამოთვალეთ მაქსიმალური მოგების შესაბამისი ფასი-რაოდენობის კომბინაცია მონოპოლისტისთვის. გამოთვალეთ, აგრეთვე, მონოპოლისტის მოგება.

ბ. გამოშვების რა რაოდენობა იწარმოება ამ დარგის მიერ კონკურენტულ ბაზარზე (სადაც ფასი ზღვრული დანახარჯის ტოლია)?

გ. გამოთვალეთ მყიდველების მიერ მიღებული მომხმარებლის ნამეტი (ბ) შემთხვევისათვის. აჩვენეთ, რომ იგი აღემატება (ა) შემთხვევაში მიღებულ მონოპოლისტის მოგებისა და მომხამრებლის ნამეტის ჯამს. რამდენია „მონოპოლიზაციით“ გამოწვეული კეთილდღეობის დანაკარგი?

14.2

მონოპოლისტის საბაზრო მოთხოვნის მრუდია $Q = 70 - P$.

ა. თუ მონოპოლიას შეუძლია $AC = MC = 6$-ის ტოლი მუდმივი საშუალო და ზღვრული დანახარჯით წარმოება, მოგების მაქსიმიზაციის მიზნით გამოშვების რა რაოდენობას აირჩევდა მონოპოლისტი? რა იქნებოდა ფასი გამოშვების ამ დონისთვის? რამდენია მონოპოლისტის მოგება?

ბ. დავუშვათ, მონოპოლისტს აქვს ისეთი დანახარჯების სტრუქტურა, რომ მთლიანი დანახარჯი მოცემულია ფორმულით

$$C(Q) = 0{,}25Q^2 - 5Q + 300.$$

მონოპოლისტის საბაზრო მოთხოვნის მრუდი და ზღვრული ამონაგები იგივეა. ფასი-რაოდენობის რა კომბინაციას აირჩევს ახლა მონოპოლისტი მოგების მაქსიმიზაციის მიზნით? რამდენი იქნება მოგება?

გ. ახლა დავუშვათ, რომ მონოპოლისტისთვის დამახასიათებელია დანახარჯების მესამე ხაზის სტრუქტურა, სადაც მთლიანი დანახარჯი მოცემულია შემდეგნაირად

$$C(Q) = 0{,}0133Q^3 - 5Q + 250.$$

ამჯერადაც გამოთვალეთ ფასი-რაოდენობის კომბინაცია მოგების მაქსიმიზაციის დროს. რამდენი იქნება მოგება? მინიშნება: ჩვეულებრივ გაუტოლეთ ერთმანეთს ზღვრული დანახარჯი და ზღვრული ამონაგები ($MC = MR$) და გამოიყენეთ კვადრატის ფორმულა Q-თვის მეორე რიგის პირობის ფორმულის ამოსახსნელად.

დ. დახაზეთ საბაზრო მოთხოვნის მრუდი, ზღვრული ამონაგების მრუდი და ზღვრული დანახარჯის სამი მრუდი (ა), (ბ) და (გ) შემთხვევებიდან. უნდა აღინიშნოს, რომ მონოპოლისტის მიერ მოგების მიღება შეზღუდულია (1) საბაზრო მოთხოვნის მრუდით (ასევე, მასთან დაკავშირებული ზღვრული ამონაგების MR მრუდით) და (2) წარმოების დანახარჯების სტრუქტურით.

14.3

ერთი ფირმის მიერ მონოპოლიზებულია ხელსაწყოების მთელი ბაზარი. მას შეუძლია $AC = MC = 10$-ის ტოლი მუდმივი საშუალო და ზღვრული დანახარჯებით პროდუქტის წარმოება. თავდაპირველად ფირმის საბაზრო მოთხოვნის მრუდია

$$Q = 60 - P.$$

ა. გამოთვალეთ მაქსიმალური მოგების შესაბამისი ფასი-რაოდენობის კომბინაცია. რამდენია ფირმის მოგება?

ბ. ახლა დავუშვათ, რომ საბაზრო მოთხოვნის მრუდი გადაადგილდა ზემოთ (ამასთანავე, გახდა უფრო დახრილი) და მოცემულია ფორმულით

$$Q = 45 - 0{,}5P.$$

როგორია ფასი-რაოდენობის კომბინაცია მაქსიმალური მოგების დროს? რამდენია ფირმის მოგება?

გ. დავუშვათ, რომ საბაზრო მოთხოვნის მრუდი გადაადგილდა ზემოთ (ამასთანავე გახდა ნაკლებად დახრილი) და მოცემულია ფორმულით

$$Q = 100 - 2P.$$

როგორია ფასი-რაოდენობის კომბინაცია მაქსიმალური მოგების დროს მოცემული შემთხვევაში? რამდენია ფირმის მოგება?

დ. ააგეთ სამი სხვადასხვა სიტუაციის ნახაზი (ა), (ბ) და (გ) შემთხვევებისათვის. თქვენი შედეგების გამოყენებით ახსენით, ფაქტიურად რატომ არ არსებობს მიწოდების მრუდი მონოპოლიის დროს?

14.4

დავუშვათ, რომ ტანვარჯიშის რგოლების ბაზარი მონოპოლიზებულია ერთი ფირმის მიერ.

ა. ააგეთ ასეთი ბაზრის საწყისი წონასწორობის ნახაზი.

ბ. ახლა დავუშვათ, რომ ტანვარჯიშის რგოლების მოთხოვნა უმნიშვნელოდ გადაადგილდა ზემოთ. აჩვენეთ, რომ ზოგადად (კონკურენტული ბაზრისაგან გან-

სხვავებით) შეუძლებელია საბაზრო ფასზე მოთხოვნის ამ გადაადგილების ზემოქმედების შედეგის განსაზღვრა.

გ. განიხილეთ მოთხოვნის მრუდის გადაადგილებით გამოწვეული საფასო ელასტიკურობის ცვლილების სამი შემთხვევა: როცა საფასო ელასტიკურობა იზრდება, მცირდება და უცვლელია. ასევე, განიხილეთ შემთხვევები, როცა ზღვრული დანახარჯი ზრდადია, კლებადია ან მუდმივია იმ საზღვრებში, სადაც $MR = MC$. შედეგად ვიღებთ მოთხოვნის მრუდის გადაადგილების ტიპებისა და ზღვრული დანახარჯის კონფიგურაციების ათ სხვადასხვა შესაძლო კომბინაციას. გაანალიზეთ თითოეული მათგანი, რათა გაირკვეს, თუ როდისაა შესაძლებელი მოთხოვნის მრუდის გადაადგილების საბაზრო ფასზე ზემოქმედების შედეგების განსაზღვრა.

14.5

დავუშვათ, მონოპოლიის მოთხოვნის ფუნქცია დამოკიდებულია არა მხოლოდ საბაზრო ფასსზე (P), არამედ ფირმის პროდუქტის რეკლამის რაოდენობაზე (A, რომელიც იზომება დოლარებში). ასეთი ფუნქციის სპეციფიკური ფორმაა

$$Q = (20 - P)(1 + 0{,}1A - 0{,}01A^2).$$

მონოპოლისტის დანახარჯების ფუნქცია მოცემულია ფორმულით

$$C = 10Q + 15 + A.$$

ა. დავუშვათ, რეკლამა არ არსებობს ($A = 0$). გამოშვების რა რაოდენობას აირჩევს ფირმა მოგების მაქსიმიზაციის დროს? რა იქნება ფასი? რამდენი იქნება მონოპოლიის მოგება?

ბ. ახლა დავუშვათ, რომ ფირმა ირჩევს სარეკლამო დანახარჯების ოპტიმალურ ოდენობას. ასეთ შემთხვევაში გამოშვების რა რაოდენობა შეირჩევა? რა იქნება ფასი? რამდენი იქნება რეკლამის რაოდენობა? რა იქნება ფირმის მოგება ამ შემთხვევაში? *მინიშნება:* ეს ამოცანა ყველაზე მარტივად ამოიხსნება, თუ დავუშვებთ, რომ მონოპოლისტი ირჩევს არა მაქსიმალური მოგების შესაბამის რაოდენობას, არამედ ფასს.

14.6

დავუშვათ, მონოპოლიას შეუძლია აწარმოოს პროდუქტის ნებისმიერი რაოდენობა $5-ის ტოლი მუდმივი ზღვრული (და საშუალო) დანახარჯით ერთეულზე. მონოპოლია ყიდის პროდუქტს გარკვეული მანძილით დაშორებულ ორ სხვადასხვა ბაზარზე. პირველ ბაზარზე მოთხოვნის მრუდი მოცემულია ფორმულით

$$Q_1 = 55 - P_1.$$

მეორე ბაზარზე მოთხოვნის მრუდია

$$Q_2 = 70 - 2P_2.$$

ა. თუ მონოპოლისტს შეუძლია ბაზრების დაყოფა, რა რაოდენობის პროდუქტი იწარმოება და რა იქნება ფასი თითოეულ ბაზარზე? რამდენია მთლიანი მოგება ამ შემთხვევაში?
ბ. როგორ შეიცვლება თქვენი პასუხი, თუ მყიდველებს მხოლოდ $5-ად შეუძლიათ პროდუქტის ტრანსპორტირება ამ ორ ბაზარს შორის?
გ. როგორ შეიცვლება თქვენი პასუხი, თუ ტრანსპორტირების დანახარჯი ნულის ტოლია და ფირმა აიძულეს განახორციელოს ერთი ფასის პოლიტიკა?
დ. დავუშვათ, ფირმას შეუძლია დააწესოს წრფივი ორსაფეხურიანი ტარიფი, რომლის დროსაც ორივე ბაზარზე ზღვრული დანახარჯები ტოლია, მაგრამ შესვლის ერთჯერადი ფიქსირებული საფასური შესაძლოა განსხვავდებოდეს. ფასდადების როგორ პოლიტიკას აირჩევდა ფირმა?

14.7

დავუშვათ, სრულყოფილი კონკურენციის ბაზარზე დარგს შეუძლია აწარმოოს ხელსაწყოები $10-ის ტოლი მუდმივი ზღვრული დანახარჯით ერთეულზე. მონოპოლიზაციისას ზღვრული დანახარჯი $12-მდე იზრდება, რადგან $2 უნდა გადაუხადონ ლობისტებს ბაზარზე სასურველი მონოპოლიური მდგომარეობის მისაღებად. დავუშვათ, ხელსაწყოებზე საბაზრო მოთხოვნის მრუდია

$$Q_D = 1000 - 50P.$$

ა. გამოთვალეთ გამოშვების რაოდენობები და ფასები სრულყოფილი კონკურენციისა და მონოპოლიის დროს.
ბ. გამოთვალეთ მომხმარებლის ნამეტის მთლიანი დანაკარგი ხელსაწყოების წარმოების მონოპოლიზაციის დროს.
გ. დახაზეთ თქვენი შედეგები და ახსენით, როგორ განსხვავდება ისინი ჩვეულებრივი ანალიზისაგან.

14.8

დავუშვათ, მთავრობას სურს სუბსიდირების გზით დაძლიოს მონოპოლიით გამოწვეული ალოკაციის არასასურველი ეფექტები.

ა. რატომ ვერ მიიღწევა მთავრობის მიზანი ფიქსირებული სუბსიდიით?
ბ. გამოიყენეთ ნახაზი და დაამტკიცეთ, რომ მთავრობის მიზნის მიღწევა შესაძლებელია გამოშვების ერთეულის მიხედვით სუბსიდირების გზით.
გ. დავუშვათ, მთავრობას სურს სუბსიდირების გზით მომხმარებლის მიერ გადახ-

დილ მთლიან ღირებულებასა და პროდუქტს მთლიან დანახარჯს შორის სხვაობის მაქსიმიზაცია. აჩვენეთ, რომ ამ მიზნის მისაღწევად მთავრობამ უნდა დააწესოს

$$\frac{P_i}{P_j} = \frac{4}{3},$$

სადაც t არის გამოშვების ერთეულზე სუბსიდირება და P არის კონკურენტული ფასი. ახსენით თქვენი შედეგები ინტუიციურად.

14.9

დავუშვათ, მონოპოლია აწარმოებს ბატარეას, რომელსაც შესაძლოა ქონდეს მოქმედების სხვადასხვა ვადა (X). დავუშვათ, ასევე, რომ მომხმარებელთა (ინვერსიული) მოთხოვნა დამოკიდებულია ბატარეის მოქმედების ვადასა და შეძენილი პროდუქტის (Q) რაოდენობაზე და გამოისახება ფუნქციით

$$P(Q, X) = g(X \cdot Q),$$

სადაც $g' < 0$. ეს ნიშნავს, რომ მომხმარებელს აინტერესებს ბატარეის რაოდენობის ნამრავლი ბატარეის მოქმედების ვადაზე: მათ სურთ შეიძინონ ან ხანმოკლე ვადიანი ბევრი ბატარეა ან ხანგრძლივვადიანი რამდენიმე ბატარეა. დავუშვათ, რომ ბატარეის წარმოების დანახარჯები მოცემულია შემდეგი ფორმულით

$$C(Q, X) = C(X)Q,$$

სადაც $C'(X) > 0$. აჩვენეთ, რომ ასეთ შემთხვევაში მონოპოლია აირჩევს X-ის ისეთივე რაოდენობას, როგორსაც აირჩევდა კონკურენტული დარგი, თუმცა გამოშვების რაოდენობები და ფასები, შესაძლოა, განსხვავებული იყოს. ახსენით თქვენი შედეგები. *მინიშნება:* განიხილეთ XQ როგორც შედგენილი პროდუქტი.

ანალიტიკური ამოცანები

14.10 მონოპოლიის პროდუქტის დაბეგვრა

ზოგჯერ მონოპოლიის დაბეგვრა წარმოშობს კონკურენტულ ბაზარზე დაბეგვრისაგან განსხვავებულ შედეგებს. ეს ამოცანა განიხილავს რამდენიმე ასეთ სიტუაციას. ამ შემთხვევათა უმეტესობა შესაძლებელია გაანალიზდეს ინვერსიული ელასტიკურობის წესის გამოყენებით (ფორმულა 14.1).

ა. პირველად განიხილეთ ღირებულების მიხედვით დაწესებული გადასახადი მონოპოლიის პროდუქტზე. ასეთი გადასახადი ამცირებს მონოპოლიის მიერ მიღებულ P ფასს $P(1 - t)$-მდე, სადაც t არის პროპორციული საგადასახადო განაკვე-

თი. აჩვენეთ, რომ წრფივი მოთხოვნის მრუდისა და მუდმივი ზღვრული დანახარჯის შემთხვევაში ასეთი გადასახადის დაწესება იწვევს ფასის ზრდას გადასახადის სიდიდეზე უფრო ნაკლები ოდენობით.

ბ. დავუშვათ, რომ (ა) ნაწილში მოცემული მოთხოვნის მრუდი არის მუდმივი ელასტიკურობის. აჩვენეთ, რომ ამ შემთხვევაში ფასი გაიზრდება ზუსტად გადასახადის ტოლი სიდიდით. ახსენით ამ ორ შემთხვევას შორის განსხვავება.

გ. აღწერეთ შემთხვევა, როცა მონოპოლიისთვის ღირებულების გადასახადის დაწესება ფასს გაზრდის გადასახადის სიდიდეზე მეტად.

დ. გამოშვების ერთეულზე დაწესებული ფიქსირებული სიდიდის გადასახადი არის სპეციფიკური გადასახადი. ეს გადასახადია t გამოშვების თითოეულ ერთეულზე, მთლიანად ამოღებული თანხა იქნება tQ. აჩვენეთ, რომ სპეციფიკური გადასახადის მონოპოლიისათვის დაწესება უფრო მეტად ამცირებს გამოშვებას (და უფრო მეტად ზრდის ფასს), ვიდრე ღირებულების გადასახადი, რომელიც მთლიანად ამოღებული გადასახადის იგივე ოდენობას უზრუნველყოფს.

14.11 უფრო მეტი კეთილდღეობის ანალიზი ხარისხის არჩევანზე

მონოპოლიის არჩევანის შესწავლის ალტერანტიული გზა კეთილდღეობის თეორიის მეშვეობით გულისხმობს მომხმარებლის სარგებლიანობის ფუნქციის დაშვებას, რომელსაც აქვს შემდეგი ფორმა: **სარგებლიანობა** = $U(Q, X)$, სადაც Q არის მოხმარებული პროდუქტის რაოდენობა და X არის ამ რაოდენობასთან დაკავშირებული ხარისხი. სოციალური მგეგმავის ამოცანა ამ შემთხვევაში არის აარჩიოს Q და X სოციალური კეთილდღეობის მაქსიმიზაციის მიზნით, რომელიც წარმოდეგნილია შემდეგი სახით $SW = U(Q, X) - C(Q, X)$.

ა. რა არის კეთილდღეობის მაქსიმუმის პირველი რიგის პირობები?

ბ. მონოპოლისტის მიზანია, $\pi = P(Q, X) \cdot Q - C(Q, X)$ მოგების მაქსიმიზაციისათვის აირჩიოს Q და X. რა არის ამ მაქსიმიზაციის პირველი რიგის პირობები?

გ. გამოიყენეთ შედეგები (ა) და (ბ) ნაწილებიდან და აჩვენეთ, რომ მონოპოლისტის არჩევანის დროს $\partial SW/\partial Q > 0$. როგორც ადრეც დავასაბუთეთ, ეს ნიშნავს, რომ სოციალური კეთილდღეობა გაუმჯობესდება მეტი პროდუქტის წარმოებით. *მინიშნება:* დაუშვით, რომ $\partial U/\partial Q = P$.

დ. აჩვენეთ, რომ მონოპოლისტის არჩევანის დროს $\partial SW/\partial X$-ის ნიშანი გაურკვეველია ანუ შეუძლებელია იმის განსაზღვრა (მონოპოლიის ზოგადი თეორიის საფუძველზე), რომ მონოპოლისტი უფრო მეტი თუ უფრო ნაკლები რაოდენობით ხარისხს აწარმოებს.

14.12 მესამე ხარისხის საფასო დისკრიმინაციის კეთილდღეობის ეფექტები

ჰელ ვარიანმა 1985 წელს[18] თავის უმნიშვნელოვანეს სტატიაში აჩვენა, როგორ შევაფასოთ მესამე ხარისხის საფასო დისკრიმინაცია მხოლოდ არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქციის თვისებების გამოყენებით (იხ. თავი 3). ეს ამოცანა წარმოადგენს ვარიანისეული მიდგომის გამარტივებულ ვერსიას. დავუშვათ, ერთნაირი პროდუქტი იყიდება ორ დაშორებულ ბაზრებზე, სადაც q_1 და q_2 პროდუქტის რაოდენობებია, ხოლო p_1 და p_2 პროდუქტის ფასები. ამ პროდუქტის მომხარებლისათვის დამახასიათებელია არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქცია, რომელსაც აქვს კვაზიწრფივი ფუნქციის ფორმა: $V(p_1, p_2, I) = v(p_1, p_2) + I$. დავუშვათ, შემოსავალს აქვს რაიმე ეგზოგენური კომპონენტი ($\bar{I}$) და მონოპოლია იღებს მოგებას $\pi = p_1q_1 + p_2q_2 - c(q_1 + q_2)$, სადაც c არის მუდმივი ზღვრული და საშუალო დანახარჯი.

ა. ვაჩვენოთ ამ არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქციის შესახებ რამდენიმე ფაქტი.

გამოიყენეთ როის იგივეობა (იხ. თავის 5 დანართი) იმის საჩვენებლად, რომ მარშალის მოთხოვნის ფუნქცია ამ ორ პროდუქტზე მოცემულია შემდეგნაირად $q_i(p_1, p_2, I) = -\partial v/\partial p_i$.

აჩვენეთ, რომ $v(p_1, p_2)$ ფუნქცია ფასების მიხედვით ამოზნექილი ფუნქციაა.

სოციალური კეთილდღეობა (SW) შესაძლებელია გაიზომოს მომხმარებლის არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქციით. აჩვენეთ, რომ ფასების ნებისმიერი ცვლილების გავლენა კეთილდღეობაზე მოცემულია შემდეგნაირად: $\Delta SW = \Delta v + \Delta \pi$. როგორ შევადაროთ ეს გამოსახულება თავში 12 განხილულ დებულებას, რომ კეთილდღეობის ცვლილება არის მომხმარებლის ნამეტის და მწარმოებლის ნამეტის ცვლილებათა ჯამი?

ბ. ახლა დავუშვათ, რომ გვინდა შევადაროთ ერთი ფასის პოლიტიკასთან დაკავშირებული კეთილდღეობა ამ ორ ბაზარზე ($p_1 = p_2 = \bar{p}$) იმ კეთილდღეობასთან, რომელიც დაკავშირებულია ამ ორ ბაზარზე განსხვავებულ ფასებთან ($p_1 = p_1^*$ და $p_1 = p_2^*$). აჩვენეთ, რომ ორი სახის ფასის პოლიტიკის განხორციელებით გამოწვეული სოციალური კეთილდღეობის ცვლილება აღმავალი მიმართულებით მოცემულია შემდეგი სახით $\Delta SW \leq (\bar{p} - c)(q_1^* + q_2^* - \bar{q}_1 - \bar{q}_2)$. მინიშნება: გამოიყენეთ ტეილორის პირველის რიგის პირობის გამოსახულება v ფუნქციისათვის p_1^* და p_2^* მახლობლად, ასევე როის იგივეობა და გაითვალისწინეთ, რომ v ამოზნექილია.

გ. აჩვენეთ, რომ (ბ) ნაწილის შედეგები ნიშნავს, რომ ორი სახის ფასის პოლიტიკის განხორციელებით კეთილდღეობის გაზრდისას მოთხოვნის მთლიანი რაოდენობა უნდა გაიზარდოს.

დ. გამოიყენეთ (ბ) ნაწილში აღწერილი მიდგომა და აჩვენეთ, რომ ორი სახის ფასის პოლიტიკის განხორციელებით გამოწვეული სოციალური კეთილდღეობის

18 H.R. Varian, "Price Discrimination and Social Welfare", *American Economic Review* (September 1985).

ცვლილება დაღმავალი მიმართულებით მოცემულია შემდეგი სახით $\Delta SW \geq (p_1^* - c)(q_1^* - \bar{q}_1) + (p_2^* - c)(q_2^* - \bar{q}_2)$.

ე. აღსანიშნავია, რომ აქ გამოყენებული მეთოდი არ ითვალისწინებს იმ ფაქტს, რომ განხილული ფასი-რაოდენობის კომბინაცია მოგების მაქსიმიზაციას შეესაბამება. შეგიძლიათ თუ არა, წარმოიდგინოთ სიტუაცია (მესამე ხარისხის საფასო დისკრიმინაციის გარდა), რომლისთვისაც აქ წარმოდგენილი ანალიზის გამოყენებაა შესაძლებელი? *შენიშვნა:* ვარიანი მიუთითებს, რომ საფასო დისკრიმინაციის დროს კეთილდღეობის ცვლილების საზღვრები შესაძლებელია უმნიშვნელოდ შემცირდეს მოგების მაქსიმიზაციით.

დამატებითი საკითხავი

Posner, R. A. "The Social Costs of Monopoly and Regulation." *Journal of Political Economy 83* (1975): 807–27.

ალბათობის ანალიზი, რომ მონოპოლია დახარჯავს რესურსებს შესვლის ბარიერების ძესაქმნელად. მაშასადამე, კონკურენტულ ფირმასთან შედარებით უფრო მაღალი დანახარჯები ექნება.

Schumpeter, J. A. *Capitalism, Socialism and Democracy*, 3rd ed. New York: Harper & Row, 1950.

ეკონომიკური ზრდის პროცესში მეწარმის და ეკონომიკური მოგების როლის კლასიკური წარმოდგენა.

Spence, M. "Monopoly, Quality, and Regulation." *Bell Journal of Economics* (April 1975): 417–29.

აყალიბებს ამ წიგნში გამოყენებულ მიდგომას პროდუქტის ხარისხთან დაკავშირებით და წარმოადგენს მონოპოლიის ეფექტების დეტალურ ანალიზს.

Stigler, G. J. "The Theory of Economic Regulation." *Bell Journal of Economics and Management Science 2* (Spring 1971): 3.

მარეგულირებელი ქცევის ე.წ. „დაპყრობის" ჰიპოთეზის ადრეული ჩამოყალიბება - დარგი „იპყრობს" ამ დარგის მარეგულირებელ სააგენტოს და იყენებს მას ბაბარონე შეკვლის ბარიერების შექმნის და მოვების შემდგომი გაბრდის მიზნით.

Tirole, J. *The Theory of Industrial Organization.* Cambridge, MA: MIT Press, 1989, chaps. 1–3.

მონოპოლიური ფასდადების და პროდუქტის არჩევანის თეორიის სრული ანალიზი.

Varian, H. R. *Microeconomic Analysis*, 3rd ed. New York: W. W. Norton, 1992, chap. 14.

წარმოადგენს სტიმულების შესაბამისობის შეზღუდვების როლის მოკლე ანალიზს მეორე ხარისხის საფასო დისკრიმინაციის დროს.

დანართები

ოპტიმალური წრფივი ორსაფეხურიანი ტარიფები

თავში 14 განვიხილეთ მონოპოლიის მიერ მეორე ხარისხის საფასო დისკრიმინაციით მოგების მაქსიმიზაციის შესაძლო გზების მარტივი მაგალითი – ფასების სკალის დაწესება, რომელიც სურვილს უჩენს მომხმარებელს, დაიყოს სხვადასხვა საბაზრო სეგმენტად. აქ უფრო ფართოდ განვიხილავთ წრფივი ტარიფების სკალის. არაწრფივი ფასდადების სკალა განხილულია თავში 18.

E14.1 პრობლემის დასმა

თითოეული მომხმარებლისთვის ფასების სკალასთან დაკავშირებული საკითხების მარტივ კონტექსტში შესწავლის მიზნით, განვსაზღვროთ „შეფასების ფუნქცია" შემდეგი სახით

$$v_i(q) = p_i(q) \cdot q + s_i, \qquad \text{(i)}$$

სადაც $p_i(q)$ არის i ინდივიდის ინვერსიული მოთხოვნის ფუნქცია და s_i არის მომხმარებლის ნამეტი. აქედან გამომდინარე, v_i წარმოადგენს q რაოდენობის ტრანზაქციის განმახორციელებელი i ინდივიდის მთლიან შეფასებას. ამასთანავე q მოიცავს პროდუქტზე მთლიან დანახარჯს და მიღებულ სამომხმარებლო ნამეტს. ვუშვებთ, რომ (ა) მხოლოდ ორი მომხმარებელი არსებობს[1] (ან მომხმარებელთა ჰომოგენური ჯგუფები) და (ბ) პირველ პიროვნებას ამ პროდუქტის მიმართ, მეორესთან შედარებით, უფრო ძლიერი პრეფერენციები აქვს, რაც q-ს თითოეული მნიშვნელობისათვის წარმოდგენილია შემდეგნაირად:

$$v_1(q) > v_2(q). \qquad \text{(ii)}$$

ნავარაუდევია, რომ მონოპოლისტს აქვს მუდმივი ზღვრული დანახარჯი (აღნიშნულია c ასოთი) და მოგების მაქსიმიზაცია: ირჩევს ისეთ $T(q)$ ტარიფების (ამონაგების) სკალას, რომელიც ახდენს მოგების მაქსიმიზაციას

$$\pi = T(q_1) + T(q_2) - c(q_1 + q_2), \qquad \text{(iii)}$$

სადაც q_i არის i პიროვნების მიერ არჩეული რაოდენობა. მომხმარებელთა წარმატებით განცალკევების მიზნით ფასების სკალის არჩევისას მონოპოლისტი შეზღუდულია ორი პირობით. იმისათვის, რომ ნაკლები მოთხოვნის მქონე მეორე პიროვნებამ ნამდვილად მიიღოს მომსახურება აუცილებელია

$$v_2(q_2) - T(q_2) \geq 0. \qquad \text{(iv)}$$

ეს ნიშნავს, რომ მეორე პიროვნებამ უნდა მიიღოს წმინდა სარგებელი თავისი (q_2) ოპტიმალური არჩევანისაგან. მეტი მოთხოვნის მქონე პირველმა პიროვნებამაც უნდა მიიღოს წმინდა სარგებელი მის მიერ არჩეული q_1 მოხმარებისაგან და გამოშვების ეს არჩევანი უმჯობესი უნდა იყოს მეორე პიროვნების მიერ არჩეულ გამოშვების დონესთან შედარებით:

$$v_1(q_1) - T(q_1) \geq v_1(q_2) - T(q_2). \qquad \text{(v)}$$

თუ მონოპოლისტი ვერ აცნობიერებს ამ „ინტერესთა შესაბამისობის" შემზღუდავ პირობას, მაშინ შესაძლოა აღმოაჩინოს, რომ ფასების სკალიდან პირველი პიროვნება ირჩევს მეორე პიროვნებისთვის განკუთვნილ ფასს და, მაშასადამე, ანგრევს ბაზრის სეგმენტებად თვითდაყოფის მიზანს. ვიცით რა ეს ზოგადი სტრუქტურა, შეგვიძლია გავაგრძე-

1 მრავალი მომხმარებლის შემთხვევისათვის განზოგადება იშვიათია. დისკუსიისათვის იხ. Wilson (1990, chaps. 2-5).

ლოთ მონოპოლისტის პრობლემის ბევრი საინტერსო თვისების ჩვენება.

E14.2 პარეტო უპირატესობა

მონოპოლისტისთვის ერთიან საფასო პოლიტიკაზე უარის თქმის უფლების მიცემა წარმოქმნის „პარეტო უპირატესი" ტარიფების სკალის შემოღების შესაძლებლობას. „პარეტო უპირატესი" ტარიფების დროს ტრანზაქციაში ჩართული ყველა მხარის მდგომარეობა გაუმჯობესებულია. მაგალითად, დავუშვათ, რომ p_M არის მონოპოლისტისათვის მაქსიმალური მოგების მომტანი ფასი. ამ ფასის დროს მეორე პიროვნება მოიხმარს q_2^M-ს და ამ მოხმარებისაგან იღებს შემდეგი სახით მოცემულ წმინდა ღირებულებას:

$$v_2(q_2^M) - p_m(q_2^M). \qquad \text{(vi)}$$

ამ შემთხვევისთვის ტარიფების სქემაა:

$$T(q) = \begin{cases} P_M q, & \text{როცა } q \le q_2^M \\ a + \bar{p}q, & \text{როცა } q > q_2^M \end{cases} \qquad \text{(vii)}$$

სადაც $a > 0$ და $c < \bar{p} < P_M$, შესაძლოა, ნიშნავდეს მონოპოლისტის გაზრდილ მოგებას და პირველი პიროვნებისათვის გაზრდილ კეთილდღეობას, განსაკუთრებით a-ს და $\bar{p}$-ს ისეთი მნიშვნელობებისათვის, როცა

$$a + \bar{p}q_1^M = p_M q_1^M$$

ან

$$a = (p_m - \bar{p})q_1^M \qquad \text{(viii)}$$

სადაც q_1^M წარმოადგენს პირველი მომხმარებლის მოხმარებას ერთიანი ფასის პოლიტიკის დროს. ასეთ შემთხვევაში a და $\bar{p}$ ისეა შერჩეული, რომ ახალი ფასდადების სქემის დროს პირველ პიროვნებას კვლავ შეუძლია q_1^M-ს შეძენა, თუმცა, რადგან $p < P_M$, ის აირჩევს $q_1^* > q_1^M$. რადგან პირველ პიროვნებას შეეძლო ეყიდა q_1^M, მაგრამ ამის ნაცვლად აირჩია q_1^*, ახალი სქემით მისი მდგომარეობა გაუმჯობესდა. მონოპოლიური მოგება ამ დროს მოცემულია შემდეგნაირად:

$$\pi = a + \bar{p}q_1 + p_M q_2^M - c(q_1 + q_2^M) \qquad \text{(ix)}$$

და

$$\pi - \pi_M = a + \bar{p}q_1 + p_M q_1^M - c(q_1 - q_1^M), \qquad \text{(x)}$$

სადაც π_M არის მონოპოლიის მოგება ერთიანი ფასის დროს $[= (p_M - c)(q_1^M + q_2^M)]$.

viii ტოლობაში a-ს შენაცვლებით მივიღებთ, რომ

$$\pi - \pi_M = (\bar{p} - c)(q_1 - q_1^M) > 0. \qquad \text{(xi)}$$

მონოპოლიისთვის ამ ახალ ფასდადების სქემას, ასევე, მოაქვს უფრო მეტი მოგება, საიდანაც გარკვეული ნაწილი შესაძლებელია გადაუნაწილდეს მეორე პიროვნებას. ფასების სკალა „პარეტო უპირატესია" ერთი მონოპოლიური ფასის პოლიტიკის შემთხვევაში. დებულება, რომ ფასების მრავალნაწილიანი სკალა შესაძლებელია „პარეტო უპირატესი" იყოს, არ არის გამოყენებული მხოლოდ საფასო დისკრიმინაციის შესწავლის დროს. იგი ასევე გამოყენებულია ოპტიმალური საგადასახადო სქემებისა და აუქციონების მექანიზმების შესწავლისას (იხ. Willig, 1978).

სასოფლო-სამეურნეო მიწის რეზერვების შეფასება

რ. ბ. უ. სმიტმა (R. B. W. Smith) 1995 წელს კომპლექსური ტარიფების სკალის პოტენციური პარეტო უპირატესობა გამოიყენა იმ ყველაზე უფრო იაფი მეთოდის გამოსავლენად, რომლითაც ამერიკის მთავრობა დააფინანსებდა სასოფლო-

სამეურნეო მიწების რეზერვების კონსერვაციას. სპეციფიური გეგმის მიხედვით, რომელსაც ავტორი იკვლევდა, შეიქმნებოდა 34 მილიონი აკრის რეზერვები ყოველ წელს. ავტორმა გამოთვალა, რომ დიდი სიზუსტით კონსტრუირებული (არაწრფივი) ტარიფების სკალის გამოყენება ამ პროგრამისათვის ეღირებოდა მხოლოდ 1 მილიარდი დოლარი.

E14.3 მიბმითი გაყიდვები

ზოგჯერ მონოპოლია ორ პროდუქტს ერთად ყიდის. ეს სიტუაცია სხვადასხვა ფასების სკალით საფასო დისკრიმინაციის განმხორციელების რამდენიმე შესაძლებლობას ქმნის. წარმოიდგინეთ, მაგალითად, ლაზერული პრინტერები, რომლებიც იყიდება კარტრიჯების ტონერებთან ერთად ან ელექტრონული თამაშების აპარატები, რომლებიც იყიდება დაპატენტებულ დამატებით ელექტრონულ თამაშთან ერთად. ამ შემთხვევაში ფასდადება ისეთივეა, როგორიც აღვწერეთ თავში 14. როგორც წესი, მომხმარებელი ყიდულობს ძირითადი პროდუქტის (პრინტერი ან ვიდეოაპარატურა) ერთ ერთეულს და ასე იხდის „შესვლის" საფასურს. შემდეგ ისინი მოიხმარენ „მიბმული" პროდუქტის (ტონერი ან ვიდეოფილმი) სხვადასხვა რაოდენობას. ჩვენი ანალიზით თავში 14 ირკვევა, რომ მონოპოლია „მიბმული" პროდუქტისათვის აირჩევს ზღვრულ დანახარჯზე მაღალ ფასს. ამიტომ წარმოიქმნება კეთილდღეობის დანაკარგი იმ სიტუაციასთან შედარებით, როცა „მიბმული" პროდუქტი იწარმოება კონკურენტულ ბაზარზე. შესაძლოა სწორედ ამიტომ, ზოგიერთ შემთხვევაში მიბმითი გაყიდვები აკრძალულია. აკრძალვა აუცილებლად კეთილდღეობის ზრდას არ იწვევს. მსგავსი პრაქტიკის გარეშე, შესაძლოა, მონოპოლისტმა უარი განაცხადოს დაბალი მოთხოვნის მქონე მომხმარებლების მომსახურებაზე (Oi, 1971).

ავტომობილები და ღვინო

მიბმითი გაყიდვების განხორციელების ერთი გზა არის მომხმარებელთა სხვადასხვა კლასისათვის განკუთვნილი ხარისხობრივად განსხვავებული მრავალი ვარიანტის შექმნა. ავტომობილების მწარმოებელი კომპანიები განსაკუთრებით გენიალურები არიან მათი ძირითადი მოდელების განსხვავებული მრავალი ვარიანტის შექმნაში (მაგალითად „ჰონდა აკორდი" გვხვდება DX, LX, EX და SX კონფიგურაციით). ისინი „იქცევიან" როგორც „მიბმული" პროდუქტები ბაზრის სხვადასხვა ნიშაში მყიდველების გამიჯვნის თვალსაზრისით. ჯ. ე. კვოკას (J.E. kwoka) 1995 წლის ნაშრომში გამოკვლეულია ამერიკის ერთი სპეციფიკური ავტომწარმოებელი (კრაისლერი) და ნაჩვენებია, როგორ მიიღწევა ბაზრის სეგმენტაცია ხარისხის მრავალფეროვნებით. ავტორმა გამოთვალა, რომ ამდაგვარი სეგმენტაციის დროს მომხმარებელთა ნამეტიდან ფირმებისკენ მნიშვნელოვანი ტრანსფერი გადაედინება.

ზოგადად, ასეთი სახის საფასო დისკრიმინაცია „მიბმული" პროდუქტის გაყიდვებით შეუძლებელია, თუ ეს პროდუქტი კონკურენტულ ბაზარზეც იწარმოება. ასეთ შემთხვევაში მიბმული პროდუქტი გაიყიდება ზღვრული დანახარჯის ტოლი ფასით და მონოპოლისტისთვის საფასო დისკრიმინაციის ერთადერთი შესაძლებლობა იქნება მის ძირითად პროდუქტზე ფასდადება (მომხმარებლებს დაუწესოს სხვადასხვაგვარი „შესვლის საფასური"). ზოგიერთ განსაკუთრებულ შემთხვევაში შესვლის საფასურის გადახდის არჩევამ, შესაძლოა, უზრუნველყოს „მიბმულ" პროდუქტზე მონოპოლიური ძალაუფლება, რომელიც სხვა შემთხვევაში კონკურენტულ ბაზარზე შემცირდებოდა. მაგალითად, ლოქეიმ (Locay) და როდრიგესმა (Rodriguez) 1992 წელს გამოიკვლიეს რესტორნებში ღვინოზე ფასდადება. ცალკეულ რესტორანზე პატრონაჟის შესახებ ჯგუფის მიერ მიღებულმა გადაწყვეტილებამ, შესაძლოა, გააძლიეროს რესტორნის მფლობელის მონოპოლიური ძალაუფლება ყურძნის ჯი-

შების მოყვარულ მომხმარებელთა შორის საფასო დისკრიმინაციის გზით. რადგან რესტორნის მფლობელი შეზღუდულია მომხმარებლების რესტორანში მოზიდვის საჭიროებით, საფასო დისკრიმინაციის განხორციელების ძალაუფლება ნაკლებია, ვიდრე წმინდა მონოპოლიური სცენარის შემთხვევაში.

ლიტერატურა

Kwoka, J. E. "Market Segmentation by Price-Quality Schedules: Some Evidence from Automobiles." *Journal of Business* (October 1992): 615–28.

Locay, L., and A. Rodriguez. "Price Discrimination in Competitive Markets." *Journal of Political Economy* (October 1992): 954–68.

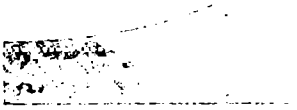
Oi, W. Y. "A Disneyland Dilemma: Two-Part Tariffs on a Mickey Mouse Monopoly." Quarterly *Journal of Economics* (February 1971): 77–90.

Smith, R. B. W. "The Conservation Reserve Program as a Least Cost Land Retirement Mechanism." *American Journal of Agricultural Economics* (February 1995): 93–105.

Willig, R. "Pareto Superior Non-Linear Outlay Schedules." *Bell Journal of Economics* (January 1978): 56–69.

Wilson, W. *Nonlinear Pricing*. Oxford: Oxford University Press, 1993

15



არასრულყოფილი კონკურენცია

მოკლევადიანი გადაწყვეტილებები: ფასწარმოქმნა და გამოშვების მოცულობა

ამ თავის პირველ ნაწილში გავაანალიზებთ ფირმის მოკლევადიან გადაწყვეტილებებს (ფასწარმოქმნა და/ან გამოშვება) ოლიგოპოლიურ, ე.ი. იმ ბაზრებზე, სადაც რამდენიმე ფირმაა. ბაზარზე, სადაც რამდენიმე მოთამაშეა, რთულია წინასწარ განისაზღვროს ფასი და გამოშვების მოცულობა; ფასები დამოკიდებულია ფირმებს შორის არსებული კონკურენციის აგრესიულობის ხარისხზე, რომელიც, თავის მხრივ, განპირობებულია სტრატეგიული მნიშვნელობის მქონე ფაქტორებით, კონკურენტ ფირმებზე ინფორმაციის ხელმისაწვდომობითა და ბაზარზე არსებული ფირმების ერთმანეთთან თანამშრომლობის სიხშირით.

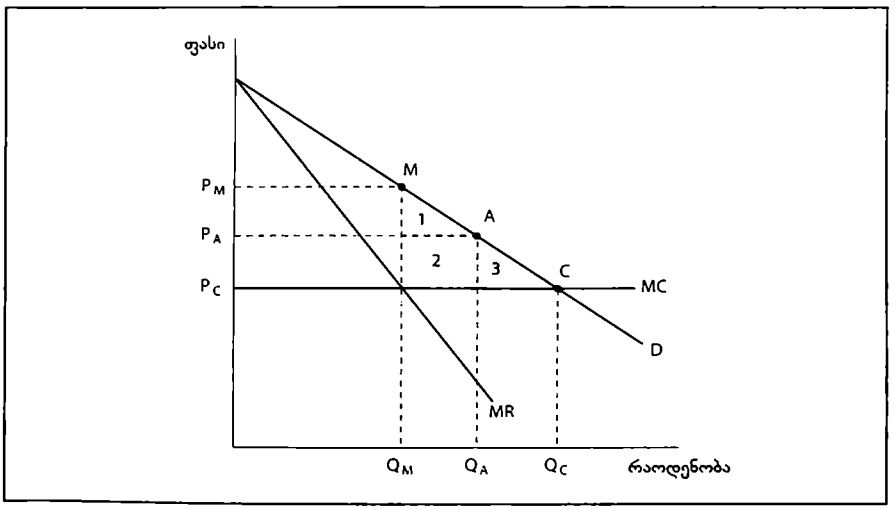
მაგალითისთვის მოვიყვანოთ მომდევნო ქვეთავში განხილული ბერტრანის თამაში. თამაშში ჩართულია ორი მსგავსი ფირმა, რომლებიც ფასებს ერთდროულად ირჩევენ თავიანთი იდენტური პროდუქტისათვის და მათი ბაზარზე ერთი შეხვედრისთვის. ბერტრანის თამაშს აქვს ნეშის წონასწორობა *C* წერტილში, ნახაზი 15.1. მიუხედავად იმისა, რომ ბაზარზე შესაძლებელია იყოს მხოლოდ ორი ფირმა, ისინი იქცევიან ისე, თითქოს წარმოადგენენ სრულყოფილი კონკურენციის ბაზრის მოთამაშეებს, ფასებს აწესებენ ზღვრული დანახარჯების ტოლს და აქვთ ნულოვანი მოგება. მოგვიანებით, ჩვენ განვიხილავთ არის თუ არა ბერტრანის მაგალითი რეალური. როგორც ანალიზიდან დავინახავთ, თამაშთა თეორიის მიხედვით შესაძლებელია მივიღოთ ბაზრის

ფუნქციონირების შედეგი, რომელიც სრულყოფილად კონკურენტული ბაზრის შედეგის ანალოგიურია მიუხედავად იმისა, რომ მოცემული ბაზარი მკვეთრად კონცენტრირებულია მხოლოდ რამდენიმე ფირმით.

განხილული ბაზრის მეორე ექსტრემალური შემთხვევა მოცემულია M წერტილით ნახაზზე 15.1.იგი ასახავს ფირმების ჯგუფის ქცევას კარტელის სახით, რაც გულისხმობს ფასწარმოქმნაზე ფირმების ერთობლივ მოქმედებას და გადაწყვეტილებების შეთანხმებას. რა თქმა უნდა, შესაძლებელია, რომ კარტელური ურთიერთობის დროს ფირმებმა ითანამშრომლონ ისე, რომ მიიღონ ყველაზე მაღალი მოგება, კერძოდ, მონოპოლიური მოგება. კარტელის შენარჩუნების ერთ-ერთი გზაა ფირმების გაერთიანება ფასწარმოქმნის შეთანხმებული მექანიზმების გამოყენებით. ასეთი ფარული ფასწარმოქმნა ჩვეულებრივ აკრძალულია ქვეყნების ანტიტრესტული კანონმდებლობებით. მიუხედავად ამისა, ფირმები ხშირად ფარულად თანხმდებიან საბაზრო სტრატეგიებზე. მაღალი კარტელური ფასები შესაძლებელია შენარჩუნებულ იქნას საფასო ომის შიშით, თუ რომელიმე ფირმა დაწევს ფასებს. ჩვენ ამ თამაშს ფორმალურად გავაანალიზებთ და განვიხილავთ კარტელური ფასების შენარჩუნების სირთულეებს.

ნახაზი 15.1 ფასწარმოქმნა და ეფექტიანება არასრულყოფილი კონკურენციის პირობებში

არასრულყოფილი კონკურენციის შემთხვევაში საბაზრო წონასწორობა შესაძლებელია დამყარდეს მოთხოვნის მრუდის ნებისმიერ წერტილში მოცემულ ნახაზზე. რომლის პირობებშიც გაკეთებულია დაშვება, რომ ზღვრული დანახარჯები უცვლელია ნარმოების მოცულობის ნებისმიერ ეტაპზე. ბერტრანის თამაშის წონასწორობა მოცემულია C წერტილში. სრულყოფილი კარტელური ბაზრის შედეგი ნაჩვენებია M წერტილში, რომელიც შეესაბამება მონოპოლიური ბაზრის შედეგს. M-სა და C-ს შორის, ასევე, შესაძლებელია აღებულ იქნას წონასწორობის სხვა წერტილები, იმ დაშვებებზე დაყრდნობით, რომლებსაც ვაკეთებთ ბაზარზე ფირმებს შორის კონკურენციის შესახებ. მაგალითად, კურნოს თამაშის წონასწორობა შესაძლებელია მოცემულ იქნებას A წერტილში წმინდა დანაკარგები, რომელიც ნახაზზე ნაჩვენებია გამუქებული სამკუთხედით. იზრდება C წერტილიდან M წერტილისკენ გადაადგილებისას.



ბერტრანისა და კურნოს მოდელებით განისაზღვრება ის უკიდურესი ფასები, რომელთა შორის მოთავსებულია რეალური ფასები არასულყოფილი კონკურენციის ბაზრებზე (ერთი ასეთი შუალედური ფასი მოცემულია ნახაზზე 15.1A წერტილით). მოდელების მიხედვით განსაზღვრული საფასო შედეგები შესაძლებელია იყოს საკმაოდ ფართო და მრუდზე მოცემული თითოეული წერტილისათვის ცალკეული მოდელი აიგოს. მაგალითად, ბოლო ქვეთავში განვიხილავთ, თუ როგორაა შესაძლებელი კურნოს მოდელის მიხედვით (რომლის ფარგლებში ფირმები ათანხმებენ უფრო მეტად რაოდენობებს, ვიდრე ფასებს), მივიდეთ საბაზრო შედეგამდე (მაგ.: წერტილი A) რომელიც მდებარეობს ნახაზზე 15.1 C და M წერტილებს შორის.

მნიშვნელოვანია ვიცოდეთ C და M წერტილებს შორის რომელი წერტილი შეესაბამება დარგის მდგომარეობას მრუდზე, რადგან მთლიანი კეთილდღეობა (რომელიც თავის მხრივ იზომება მომხარებლის ნამეტისა და ფირმების მოგების ჯამით, იხ. თავი 12) დამოკიდებულია ამ წერტილის მდებარეობაზე. C წერტილის შემთხვევაში კეთილდღეობა იღებს მაქსიმალურ მნიშვნელობას. A წერტილის შემთხვევაში მთლიანი კეთილდღეობა უფრო ნაკლებია, ვიდრე დაშტრიხული არე – სამკუთხედი 3. თავში 12 მთლიანი კეთილდღეობის ამ დანაკარგს წმინდა დანაკარგი ვუწოდეთ. M წერტილში წმინდა დანაკარგი უფრო მეტია და იგი ნახაზზე აღნიშნულია 1, 2 და 3 არეებით. რაც უფრო ახლოსაა არასრულყოფილი ბაზრის ფუნქციონირების შედეგი C-თან და რაც უფრო მეტაა დაშორებული M-გან, მით უფრო მაღალია მთლიანი კეთილდღეობა და უკეთაა საზოგადოება უზრუნველყოფილი[1].

ბერჩრანის მოდელი

ბერტრანის მოდელს სახელი მისი ავტორის მიხედვით ეწოდა[2]. მოდელი წარმოადგენს თამაშს, რომელშიც ჩართულია ორი იდენტური ფირმა, ფირმა 1 და ფირმა 2. ისინი აწარმოებენ ორ იდენტურ პროდუქტს მუდმივი ზღვრული დანახარჯებით (ასევე, მუდმივი საშუალო დახარჯებით) – c. ფირმები ირჩევენ p_1 და p_2 ფასებს ერთდროულად, ერთი და იმავე პერიოდის მანძილზე. რადგან ფირმების პროდუქტი ერთმანეთის მიმართ სრულყოფილი შემცვლელებია, მხოლოდ ის ფირმა გაყიდის, რომელსაც დაბალი ფასი ექნება. გაყიდვები თანაბრად ნაწილდება, თუ $p_1 = p_2$. დავუშვათ, ბაზრის მოთხოვნა აღნიშნულია $D(p)$-ით.

ჩვენ მოვძებნით ნეშის წონასწორობას. თამაშს აქვს სვლების კონტინუუმ ოდენ-

[1] რადგან ამ ქვეთავში განვიხილეთ მხოლოდ მოკლევადიან გადაწვეტილებებს (ფასი და რაოდენობა), აქ განხილული მთლიანი კეთილდღეობის ახსნა მოცემულია მოკლევადიანი ფაქტორების მიხედვით. როგორც მოგვიანებით ვნახავთ, მიუხედავად იმისა, რომ არასრულყოფილ ბაზრებზე მოკლევადიან პერიოდში მოსალოდნელია უფრო მეტი წმინდა დანაკარგების არსებობა, ვიდრე ეს სრულყოფილად კონკურენტულ ბაზრებზე იქნებოდა, არასრულყოფილი კონკურენციის ბაზრებზე უფერო მეტადაა მოსალოდნელი ინოვაციების დანერგვა, რომელთა შედეგადაც მოხდება წარმოების დანახარჯების შემცირება და ახალი პროდუქტის გამოშვება. ამ უკანასკნელის შედეგად გრძელვადიან პერიოდში შესაძლებელია უფრო მეტი კეთილდღეობაც მივიღოთ. პატენტების სისტემა, სწორედ, ინოვაციური ინიციატივების ნახალისების მიზნით გამიზნულად ასუსტებს კონკურენციას და ანიჭებს ცალკეულ სუბიექტებს მონოპოლიას.

2 ჯ. ბერტრანი „Theorie Mathematique de la Richess Sociale," Journal de Savants(1883); 499-508

ობა, როგორც ეს მაგალითის 8.6 შემთხვევაში იყო (საერთო რესურსების ტრაგედია) თავში 8. 8.6 მაგალითისაგან განსხვავებით, მოცემულ შემთხვევაში ვერ გამოვიყენებთ კალკულუსს საუკეთესო რეაგირების ფუნქციის მისაღებად, რადგან მოგების ფუნქციები არ არის გაწარმოებადი მოცემული მაგალითის შემთხვევაში. თუ დავიწყებთ თანაბარი ფასებით, ერთი ფირმის მიერ ფასების მცირედით შემცირება ფაქტობრივად გააორმაგებს მის გაყიდვებსა და მოგებას. ქვემოთ შევეცდებით ვიპოვოთ მოცემული შემთხვევისათვის ნეშის წონასწორობა და შემდეგ დავამტკიცოთ, რომ ჩვენს მიერ მიღებული შედეგი მართებულია.

ბერტრანის თამაშის ნეშის წონასწორობა

ბერტრანის თამაშის ერთადერთი მარტივი სტრატეგია ნეშის წონასწორობისათვის არის $p_1^* = p_2^* = c$. ე.ი. ნეშის წონასწრობა მოიცავს ორ ფირმას, რომლებიც ზღვრული დანახარჯების ტოლ ფასებს აწესებენ. მოცემული ტოლობის შესახებ ვასკვნით, რომ იგი წარმოადგენს ნეშის ერთადერთ წონასწორობას და სხვა ნეშის წონასწორობა არ არსებობს.

იმისთვის, რომ დავასაბუთოთ ეს შედეგი არის ნეშის წონასწორობა, უნდა ვაჩვენოთ, რომ ორივე ფირმას საუკეთესო საპასუხო სტრატეგია აქვს არჩეული, სხვაგვარად, უნდა დავასაბუთოდ, რომ არცერთ მათგანს არ აქვს სტიმული შეცვალოს არსებული სტრატეგია რაიმე სხვა სტრატეგიით. წონასწორობაში ფირმები აწესებენ ზღვრული დანახარჯების ტოლ ფასებს, რომელიც, თავის მხრივ, უდრის საშუალო დანახარჯებს. ფასის საშუალო დანახარჯებთან ტოლობა ფირმისათვის ნულოვან მოგებას ნიშნავს. შეუძლია თუ არა ფირმას წონასწორობის პირობებში ნულზე მეტი მოგების მიღება, თუ იგი განსხვავებულ ფასს დააწესებს? კითხვაზე პასუხი უარყოფითია. თუ ფირმა დააწესებს მაღალ ფასს, შესაბამისად მას არ ექნება გაყიდვები და მოგება, ე.ი. ფირმას არ შეუძლია იმაზე მეტი მოგების მიღება, ვიდრე ეს წონასწორობის დროს იყო. თუ ფირმა შეამცირებს ფასს, მაშინ მისი გაყიდვები გაიზრდება, მაგრამ მიიღებს უარყოფით მოგებას თითოეულ გაყიდულ ერთეულზე, რადგან ფასი ნაკლები იქნება ზღვრულ დანახარჯზე, ე.ი. მოცემული შემთხვევაში ფირმა მიიღებს უფრო ნაკლებ მოგებას, ვიდრე ეს წონასწორობის პირობებში იყო. რადგან არ არსებობს სხვა გზა უფრო მეტი მოგების მისაღებად, ვიდრე ეს ზღვრული დანახარჯების ტოლი ფასების დაწესების შემთხვევაშია, ამით მტკიცდება, რომ თუ ფირმები აწესებენ ზღვრული დანახარჯების ტოლ ფასებს, ეს არის ნეშის წონასწორობა.

ახლა, ცხადია, რომ ზღვრული დანახარჯების მიხედვით ფასების დაწესება ერთადერთი ნეშის წონასწრობის სტრატეგიაა. თუ ფასები გადააჭარბებს ზღვრულ დანახარჯებს, მოიგებს ის ფირმა, რომელიც მეორეზე დაბალ ფასს დააწესებს, რადგან ბაზრის მთლიან წილის მიღებას და საბაზრო მოთხოვნის მხოლოდ ის დაკმაყოფილებას. დავამტკიცოთ, რომ $p_1^* = p_2^* = c$ ტოლობა წარმოადგენს ნეშის ერთადერთ წონასწორობას. p_1, p_2 და c-ს განსხვავებული მნიშვნელობებისათვის განვიხილოთ ყველა შესაძ-

ლო ვარიანტი და ვაჩვენოთ, რომ არცერთი მათგანი გარდა $p_1^* = p_2^* = c$ ტოლობისა არ წარმოადგენს ნეშის წონასწორობას. განსახილველი შემთხვევების რაოდენობის შემცირებისათვის, დავუშვათ, რომ ფირმა 1-ს აქვს ნაკლები ფასი ე.ი. $p_1 \leq p_2$. იგივენიარად შეგვიძლია ფირმა 2 ჩავთვალოთ დაბალი ფასის მქონედ.

ჩვენს მაგალითში გვაქვს სამი ურთიერთგამომრიცხავი შემთხვევა: (*i*)$c > p_1$, (*ii*)$c < p_1$, (*iii*) $c = p_1$. პირველი შემთხვევა ვერ იქნება ნეშის წონასწორობა. ფირმა 1 იღებს უარყოფით ზღვრულ მოგებას $p_1 - c$-ს თითოეულ გაყიდულ ერთეულზე. მას შეუძლია უფრო მეტი მოგების (ნულოვანი მოგების) მიღება ფასის მომატებით. მაგალითად, ფასის c-მდე აწევით – $p_1 = c$.

მეორე შემთხვევაც (*ii*) არ არის ნეშის წონასწორობა. საუკეთესო შემთხვევაში ფირმა 2 ბაზარს მიაწოდებს მოთხოვნის ნახევარს (თუ $p_1 = p_2$), ხოლო ყველაზე უარეს შემთხვევაში არაფერს(თუ $p_1 < p_2$). ფირმა 2-ს შეუძლია დააკმაყოფილოს მთელი საბაზრო მოთხოვნა, თუ ის ფირმა 1-ის ფასთან შედარებით თუნდაც მცირე ε-ით შეამცირებს ფასს. შემცირების ეს ε იმდენად მცირეა, რომ თითქმის არ ახდენს გავლენას ფასზე და მთლიან მოგებაზე. თუ $p_1 = p_2$, მაშინ ფირმის მიერ ფასების ცვლილებამდე, არსებული ცვლილება ფაქტობრივად გააორმაგებს ფირმა 2-ის მოგებას. თუ $p_1 < p_2$ ფირმა 2-ის მიერ ფასის ცვლილებამდე, ეს უკანასკნელი გაზრდის ფირმა 2-ის ნულოვან მოგებას დადებით მოგებამდე. ორივე შემთხვევაში ფირმა 2-ის მიერ ფასის ცვილილება მოიტანს დადებით მოგებას.

მესამე შემთხვევა (*iii*) მოიცავს ფასების ერთმანეთთან ტოლობას $p_1 = p_2 = c$, რომელიც თავის მხრივ არის ნეშის წონასწორობა. ერთადერთი შემთხვევა, რომელიც გვრჩება არის $c = p_1 < p_2$, $p_1 \leq p_2$. ეს უკანასკნელი არ შეიძლება იყოს ნეშის წონასწორობა: ფირმა 1 მოცემულ პირობაშიიღებს ნულოვან მოგებას, მაგრამ შეუძლია მიიღოს დადებითი მოგება თუ ფასს მცირედით გაზრდის c-თან მიმართებაში, მაგრამ არაუმეტეს p_2-ისა.

მიუხედავად იმისა, რომ ჩვენს ანალიზში განხილული იყო მხოლოდ ორი ფირმა, ცხადია,რომ იგივე შედეგეს მივიღებდით ფირმების ნებისმიერი ოდენობის შემთხვევაში $n \geq 2$. ნეშის წონასწორობა ბერტრანის თამაშის n ოდენობის ფირმისთვის არის: $p_1^* = p_2^* = .. = p_n^* = c$.

ბერტრანის პარადოქსი

ნეშის წონასწორობა ბერტრანის მოდელისათვის არის იგივე, როგორც ეს სრულყოფილად კონკურენტული ბაზრის შემთხვევაში იქნებოდა. ფასი უტოლდება ზღვრულ დანახარჯს და ფირმები იღებენ ნულოვან მოგებას. ის ფაქტი, რომ ბერტრანის მოდელისათვის ნეშის წონასწორობა იგივეა, როგორც სრულყოფილად კონკურენტული ბაზრების შემთხვევაშია (მიუხედავად იმისა, რომ ბაზარზე შესაძლებელია არსებობდეს მხოლოდ ორი ფირმა) იწოდება ბერტრანის პარადოქსად. პარადოქსია, ის, რომ კონკურენცია მხოლოდ ორ ფირმას შორის შესაძლებელია გახდესმძაფრი. ბერტრანის

პარადოქსი იმ ზოგადი მიდგომის შედეგია, რომლის მიხედვითაც არ განვსაზღვრეთ ზღვრული დანახარჯები და მოთხოვნის მრუდის ფორმა. ასე, რომ მიღებული შედეგი მართებულია ნებისმიერი c-თვის და ნებისმიერი უარყოფითი დახრის მქონე მოთხოვნის მრუდისთვის.

სხვა მიდგომით ბერტრანის პარადოქსი არ არის ძალიან ზოგადი, ის შეიძლება შეიცვალოს მოდელის ცალკეული დაშვებების ცვლილებით. ქვემო პარაგრაფებში განვიხილავთ ბერტრანის მოდელის განსხვავებულ ვარიანტებს, რომლებსაც მივიღებთ წინასანარი დაშვებების მოდიფიცირებით. მაგალითად, შემდეგ თავში დავუშვებთ, რომ ფირმები ირჩევენ რაოდენობას და არა ფასს. ამ უკანასკნელს უკვე კურნოს თამაში ეწოდება. როგორც შემდგომში ვნახავთ, კურნოს თამაშის მოდელის შემთხვევაში ფირმები ყველა შემთხვევაში არ აწესებენ ზღვრული დანახარჯების ტოლ ფასებს და ყველა შემთხვევაში არ იღებენ ნულოვან მოგებას. მომდევნო პარაგრაფებში ასევე ვნახავთ, რომ სხვა დაშვებების ცვლილებამაც შეიძლება აგვარიდოს ბერტრანის პარადოქსი: ფირმებს აქვთ წარმოების შესაძლებლობების შეზღუდვა მოცემული c დანახარჯის პირობებში, პროდუქტი ერთმანეთისაგან მცირედით განსხვავებულია და ერთმანეთის მიმართ არ წარმოადგენენ სრულყოფილ შემცვლელებს, ან ფირმები ჩართულნი არიან განმეორებადი ურთიერთობების პროცესში და არაერთ რაუნდიან კონკურენციაში.

ᲙᲣᲠᲜᲝᲡ ᲛᲝᲓᲔᲚᲘ

კურნოს მოდელს სახელი მისი შემქმნელის, ცნობილი ეკონომისტის[3] სახელის მიხედვით ეწოდა. იგი მცირედით განსხვავდება ბერტრანის მოდელისაგან. მთავარი განსხვავება მოდელებს შორის ისაა, რომ ბერტრანის მოდელისაგან განსხვავებით ფირმები ერთდროულად ირჩევენ პროდუქტების რაოდენობებს და არა ფასებს. როგორც ქვემოთ ვნახავთ, ეს ცვლილება სტრატეგიულ ცვლადში გამოიწვევს მოდელის შედეგის ცვლილებას. ფასი იქნება ზღვრულ დანახარჯზე მაღალი და ნეშის წონასწორობაში ფირმები მიიღებენ დადებით მოგებას კურნოს მოდელში. ეს შედეგები გარკვეულწილად მოულოდნელია (მიუხედავად ამისა მნიშვნელოვანია და უნდა გვახსოვდეს)-მცირე ცვლილებას სტრატეგიულ ფაქტორში, ოლოგოპოლიური ბაზრის შემთხვევაში, მივყავართ ბაზარზე სტრატეგიულ ცვლილებებამდე მაშინ, როცა ასეთ ცვლილებას მონოპოლიურ ბაზარზე არ ექნებოდა გავლენა: მონოპოლისტი, მიუხედავად იმისა, ფასს ირჩევს თუ რაოდენობას, მიიღებს ერთი და იგივე მოგებას.

კურნოს მოდელის განხილვა დავიწყოთ მისი ზოგადი ვერსიით, რომლის შემთხვევაში გვაქვს n ფირმა, რომლებიც ინდექსირებულია $-i = 1, ..., n$. თითოული ფირმა

3 ა. კურნო „სიმდიდრის თეორიის პრინციპების მათემატიკური გამოკვლევა". თარგმ. ნ.ტ. ბეიკონი. (New York: Macmillan, 1987). მიუხედავად იმისა, რომ ამ თავში კურნოს მოდელს ბერტრანის მოდელის შემდეგ განვიხილავთ, რეალობაში კურნოს მოდელი უფრო ადრე (1838 წელს) გამოქვეყნდა, ვიდრე ბერტრანის მოდელი. ეს მოდელი ოლოგოპოლიური ბაზრის სტრატეგიული ქვევის პირველი ფორმალური ანალიზია, მისი გადანყვეტა ითვალისწინებდა ნეშის წონასწორობას.

ირჩევს გამოშვების მოცულობას q_i-ს იდენტური პროდუქტებისათვის ერთდროულად. თითოეული ფირმის გამოშვებების ჯამი შეადგენს მთლიანი დარგის გამოშვების მოცულობას $Q = q_1 + q_2 + .. + q_n$, საბაზრო ფასი არის $P(Q)$. დავაკვირდეთ, რომ $P(Q)$ თავის მხრივ არის საბაზრო მოთხოვნის $Q = D(p)$ ინვერსიული (შებრუნებული) ფუნქცია. დავუშვათ, რომ საბაზრო მოთხოვნის მრუდი არის ქვევით დაღმავალი და შესაბამისად, ასეთივეა მისი შებრუნებული ფუნქციაც, ე.ი. $P'(Q) < 0$. i ფირმის მოგება უდრის მის მთლიან ამონაგებს, $P(Q)q_i$-ს გამოკლებული მთლიანი დანახარჯი $C_i(q_i)$:

$$\pi_i = P(Q)q_i - C_i(q_i) \tag{15.1}$$

კურნოს თამაშის ნეშის წონასწორობა

ბერტრანის მოდელისაგან განსხვავებით, მოგების ფუნქცია (15.1) კურნოს მოდელში დიფერენცირებადია, ე.ი. შეგვიძლია ნეშის წონასწორობის პოვნა გავაგრძელოთ იმ გზით, როგორც ეს საერთო რესურსების ტრაგედიის მაგალითში 8.6 გავაკეთეთ. ე.ი. ვპოულობთ თითოეული i ფირმის საუკეთესო სტრატეგიას ფუნქციის (15.1) პირველი რიგის განარმოებით q_i-ის მიმართ:

$$\underbrace{\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = \text{ი}\text{ნ}(\text{ი}\ ) + \quad '(\quad)\ _i}_{MR} \underbrace{- \quad _i'(\quad _i)}_{MC} = 0 \tag{15.2}$$

ტოლობა 15.2 მართებული უნდა იყოს i-ს ყველა მნიშვნელობებისათვის $i = 1, ..., n$ ნეშის წონასწორობაში.

15.2 ტოლობის მიხედვით, მოგების მაქსიმიზაციის ცნობილი ფორმულა თავიდან 11 – ზღვრული ამონაგები (MR) უდრის ზღვრულ დანახარჯს (MC), მართებულია კურნოს მოდელის ფირმისათვისაც. როგორც კურნოს მოდელის ზღვრული ამონაგების კონკრეტული ფორმის განხილვისას ვნახავთ, მოცემულ შემთხვევაში ფასი მაღალია სრულყოფილად კონკურენტული ბაზრის ფასთან შედარებით (ზღვრულ დანახარჯებზე მეტი), თუმცა, ნაკლებია სრულყოფილი კარტელის ფასზე, რაც ფირმების მთლიანი მოგების მაქსიმიზაციას ახდენს.

იმისათვის, რომ ტოლობა 15.2 გაუტოლდეს ნულს, ფასმა ზღვრულ დანახარჯებს უნდა გადააჭარბოს $P'(Q)q_i$ ოდენობით. თუ კურნოს მოდელის პირობებში ფირმა გადაწყვეტს აწარმოოს არსებულ q_i მოცულობაზე მეტი, გამოშვების დამატებითი ერთეული გამოიწვევს საბაზრო ფასის შემცირებას $P'(Q)$ ოდენობით. ეს უკანასკნელი კი გამოიწვევს i-ური ფირმის $P'(Q)q_i$-ის ტოლი ამონაგების დანაკარგს (სხვაობის პირობა).

კურნოს მოდელისა და სრულყოფილი კარტელის მოდელების შედარებისას, გავითვალისწინოთ, რომ კარტელის მიზანია მთლიანი მოგების მაქსიმიზაცია:

$$\sum_{j=1}^{n}\pi_j = P(Q)\sum_{j=1}^{n}q_i - \sum_{j=1}^{n}C_j(q_i) \qquad (15.3)$$

ტოლობის 15.3 პირველი რიგის გაწარმოებით q_i-ს მიმართ, მივიღებთ:

$$\frac{\partial}{\partial q_i}\left(\sum_{j=1}^{n}\pi_j\right) = \text{illegible} = 0 \qquad (15.4)$$

მოცემული პირველი რიგის პირობა ტოლობის 15.2 მსგავსია გარდა სხვაობის წევრისა. ამ უკანასკნელის მნიშვნელობა სრულყოფილი კარტელის შემთხვევაში უფრო მეტია ვიდრე, ეს კურნოს მოდელშია:

$$P'(Q)\sum_{j=1}^{n}p_j = P'(Q)Q, \qquad (15.5)$$

სრულყოფილი კარტელის მთლიანი მოგების მაქსიმიზაციისათვის, კარტელი ითვალისწინებს, რომ მიწოდებული რაოდენობის ზრდას ფასის შემცირების ხარჯზე მოყვება მთლიანი ამონაგების შემცირება. ე.ი. $P'(Q)$ მრავლდება მიმდინარე გამოშვების მოცულობაზე Q (ტოლობა 15.5). კურნოს მოდელის შემთხვევაში, ამონაგების შემცირების განხილვისას ფირმა მხედველობაში იღებს მხოლოდ თავისი გამოშვების მოცულობას q_i. აქედან გამომდინარე, კურნოს მოდელში ფირმამ შესაძლოა აწარმოოს ზედმეტი ოდენობა, ვიდრე ეს ბაზრის მთლიანი მოგების მაქსიმიზაციისათვის იქნებოდა საჭირო. ე.ი. სრულყოფილი კარტელისაგან განსხვავებით კურნოს მოდელის შემთხვევაში მოგების მაქსიმიზაციის მცდელობა შესაძლებელია დასრულდეს შემცირებული მთლიანი მოგებით. ის, რაც ფირმებს ზედმეტ წარმოებად მიაჩნიათ, შესაძლებელია სასარგებლო იყოს საზოგადოებისათვის, რადგან ეს ნიშნავს, რომ კურნოს მოდელის საბაზრო შედეგი (A წერტილი, ნახაზზე 15.1) მოიცავს უფრო მეტ მთლიან კეთილდღეობას, ვიდრე ეს სრულყოფილი კარტელის შემთხვევაშია (წერტილი M ნახაზზე 15.1).

დავუშვათ 15.1 ბუნებრივი წყაროების დებულება

ზემოთ აღწერილი დებულებების რაოდენობრივი ილუსტრირებისათვის განვიხილოთ ორი ფირმის მაგალითი, მარტივი მოთხოვნისა და დანახარჯის ფუნქციებით.მივყვეთ კურნოს მიერ მე-19 საუკუნეში განხილული ორი ბუნებრივი წყაროს მაგალითს. ვუშვებთ, რომ წყაროების თითოეულ მფლობელს აქვს შესაძლებლობა ბაზარს მიაწოდოს დიდი ოდენობები და მათ წინაშე მხოლოდ მიწოდების რაოდენობის განსაზღვრის პრობლემა დგას. ფირმის მიერ q_i ლიტრი წყლის მოპოვებისა და ჩამოსხმის დანახარჯი არის $Ci(q_i) = cq_i$. მოცემულ შემთხვევაში ზღვრული დანახარჯი c მუდმივი-

(გაგრძელება)

ათითოეულ ლიტრზე. წყაროს წყალზე მოთხოვნის ფუნქციის ინვერსიული ფუნქციაა:

$$P(Q) = \alpha - Q \tag{15.6}$$

სადაც α არის მოთხოვნის მრუდის თანაკვეთის წერტილის მნიშვნელობა (ასახავს წყალზე მოთხოვნის მდგრადობას), ხოლო $Q = p_1 + p_2$ არის წყაროს წყლის მთლიანი მიწოდება. ქვემოთ განვიხილავთ მოცემული ბაზრის ფუნქციონირების შედეგების სხვადასხვა ვარიანტებს.

ბერტრანის მოდელი. ბერტრანის თამაშში ნეშის წონასწორობისას ფირმები ზღვრული დანახარჯების ტოლ ფასს აწესებენ. ე.ი. ბაზარზე ფასი იქნება $P^* = c$, მთლიანი გამოშვება არის $Q^* = \alpha - c$, ფირმის მოგება $\pi_i^* = 0$, ხოლო ბაზარზე ფირმების მთლიანი მოგება იქნება $\pi^* = 0$. იმისათვის, რომ ბერტრანის მოდელში გვქონდეს რაოდენობის დადებითი ოდენობა უნდა სრულდებოდეს პირობა $\alpha > c$.

კურნოს მოდელი. მოცემული მოდელის პირობებში ნეშის წონასწორობის პირობა მიყვება მაგალითში 8.6 ჩამოყალიბებულ პირობას. კურნოს მოდელში ორი ფირმის მოგება იქნება:

$$\begin{aligned} \pi_1 &= P(Q)q_1 - cq_1 = (\alpha - q_1 - q_2 - c)q_1, \\ \pi_2 &= P(Q)q_2 - cq_2 = (\alpha - q_1 - q_2 - c)q_2, \end{aligned} \tag{15.7}$$

ფუნქციის გაწარმოების პირველი რიგის პირობების გამოყენებით მივიღებთ:

$$\pi_2 = \frac{a - q_2 - c}{2}, \quad q_2 = \frac{a - q_1 - c}{2} \tag{15.8}$$

ტოლობების 15.8 ამოხსნით მივიღებთ:

$$q^*_1 = q^*_2 = \frac{a - c}{3} \tag{15.9}$$

ე.ი. მთლიანი გამოშვება არის $Q^* = (2/3)(\alpha - c)$. მოთხოვნის შებრუნებულ ფუნქციაში მთლიანი გამოშვების ჩასმით მივიღებთ წონასწორობის ფასს $P^* = (\alpha + 2c)/3$. ფასისა და გამოშვების მოცულობის ჩასმა მოგების ფუნქციაში (ტოლობები 15.7) გულისხმობს შემდეგ პირობას $\pi_1^* = \pi_2^* = (1/9)(\alpha - c)^2$, აქედან გამომდინარე ბაზრის მთლიანი მოგება იქნება $\pi = \pi_1^* + \pi_2^* = (2/9)(\alpha - c)^2$.

სრულყოფილი კარტელი. სრულყოფილი კარტელის მოდელში მთლიანი მოგებისათვის მიზნის ფუნქციას აქვს შემდეგი სახე:

$$\pi_1 + \pi_2 = (\alpha - q_1 - q_2 - c)q_1 + (\alpha - q_1 - q_2 - c)q_2 \tag{15.10}$$

ტოლობის 15.10 მნიშვნელობის მაქსიმიზაციის პირველი რიგის პირობა q_1 და q_2-ს მიმართ იქნება იგივე:

$$\frac{\partial}{\partial q_1}(\pi_1 + \pi_2) = \frac{\partial}{\partial q_2}(\pi_1 + \pi_2) = a - 2q_1 - 2q_2 - c = 0 \qquad (15.11)$$

პირველი რიგის პირობა სრულყოფილი კარტელის ბაზრის შემთხვევაში არ აფიქსირებს საბაზრო წილებს, რადგან ფირმები აწარმოებენ იდენტურ პროდუქტსფიქსირებული ზღვრული დანახარჯებით. მაგრამ ტოლობა 15.11 ახდენს გამოშვების მოცულობის ფიქსირებას: $q_1^* + q_2^* = Q^* = (1/2)(a - c)$. მთლიანი გამოშვების მოცულობის ჩასმა მოთხოვნის ინვერსიულ ფუნქციაში, უშვებს იმას, რომ ფასი იყოს $P^* = (1/2)(a + c)$. ტოლობაში 15.10 ფასისა და რაოდენობის შენაცვლება გულისხმობს, რომ კარტელის მთლიანი მოგება იქნება: $\pi^* = (1/4)(a - c)^2$.

შედარება. ბერტრანის მოდელიდან კურნოს მოდელამდე და ამ უკანასკნელიდან სრულყოფილი კარტელის მოდელამდე რაოდენობა Q^* კლებულობს $(a - c)$-დან $(2/3)(a - c)$-მდე და ამის შემდეგ $(1/2)(a - c)$-მდე, რადგან $a>c$-ზე. ასევე, შესაძლებელია ვაჩვენოთ, რომ ფასი P^* და დარგის მოგება π^*იზრდება. მაგალითად, თუ $a = 120$ და $c = 0$ (ვგულისხმობთ რომ მოთხოვნის ფუნქციის ინვერსიული ფუნქციაა $P(Q) = 120 - Q$ და წარმოება უდანახარჯოა), ბერტრანის მოდელის მიხედვით ბაზარზე მიწოდების რაოდენობაა 120,80 კურნოს მოდელის მიხედვით და სრულყოფილი კარტელის მოდელის მიხედვით 60. ფასების იზრდება 0-დან 40-მდე, ხოლო დარგის მოგება კი 0-დან 3200-მდე და შემდეგ 3600-მდე.

შეკითხვა: სრულყოფილი კარტელის მოდელის შემთხვევაში იქცევიან თუ არა ფირმები ოპტიმალურად მიწოდების რაოდენობებთან მიმართებაში? თუ არა, რა მიმართულებითაა უფრო მეტად მოსალოდნელი მიწოდების რაოდენობების ცვლილება? წინა კითხვებზე მოსაზრებები მეტყველებს თუ არა კარტელური სტრუქტურების სტაბილურობაზე?

ამოცანის 15.2 ამონახსნის საკეთებლად რეაგირების მრუდები

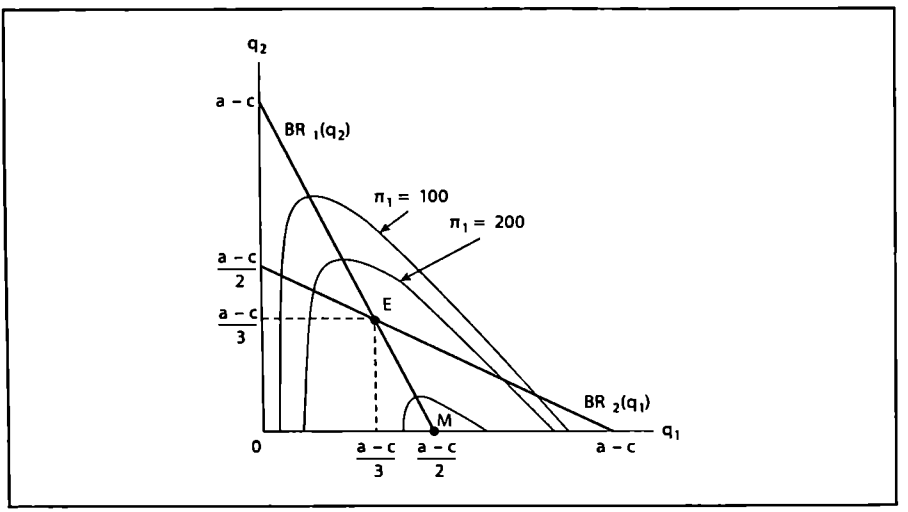
გავაგრძელოთ ბუნებრივი წყლის მონოპოლიის განხილვა მაგალითიდან 15.1, მოცემულ შემთხვევაში საინტერესოა ნეშის წონასწორობის პოვნა გრაფიკული მეთოდების გამოყენებით. ქვემოთ მოცემულია საუკეთესო რეაგირების მრუდები ტოლობის 15.8 მიხედვით. მრუდების გადაკვეთა წარმოადგენს ნეშის წონასწორობას. მსგავსი ტიპის დიაგრამა, ასევე, მოცემულია ნახაზზე 8.4 „საერთო რესურსების ტრაგედიის“ მაგალითის განხილვისას.

წრფივი სახის დიაგრამების განხილვა მარტივადაა შესაძლებელი მათი გადაკვეთის წერტილების მეშვეობით, როგორც ეს ნახაზზე 15.2 არის ნაჩვენები. მრუდები იკვე-

(გაგრძელება)

ნახაზი 15.2 საუკეთესო რეაგირების მრუდების დიაგრამა კურნოს დუოპოლიისათვის

ფირმების საუკეთესო სტრატეგიის შესაბამისი მრუდები დახაზულია მუქი წრფის გამოყენებით, მათი კვეთა (E) არის ნეშის წონასწორობა კურნოს თამაშისათვის. ფირმა 1-ის იზოპროფიტის მრუდები იზრდება M წერტილამდე, რომელიც უკვე მონოპოლიური ბაზრის მაჩვენებელია.



თებიან წერტილში $q_1^* = q_2^* = (a - c)/3$, რომელიც, თავის მხრივ, არის ნეშის წონასწორობა კურნოს თამაშში, რაც მაგალითში 15.1 ალგებრული მეთოდებით იქნა გამოთვლილი. ნახაზზე 15.2 ნაჩვენებია ფირმების იზოპროფიტის მრუდები. ფირმა 1-ის მოგების განურჩევლობის მრუდი არის იმ რაოდენობების კომბინაციები, რომლებიც ერთი და იგივე მოგების დონეს იძლევა. იმისათვის, რომ გამოვთვალოთ იზოპროფიტის მრუდის იმ წერტილის მნიშვნელობა, რომელსაც დავუშვათ, რომ მოაქვს 100-ის ტოლი მოგება, ტოლობაში 15.7 არგუმენტის მნიშვნელობად უნდა ჩავსვათ 100, მივიღებთ:

$$\pi_1 = (a - q_1 - q_2 - c)q_1 = 100 \tag{15.12}$$

მოცემული ტოლობა ამოვხსნათ q_2-ს მიმართ:

$$q_2 = a - c - q_1 \frac{100}{q_1} \tag{15.13}$$

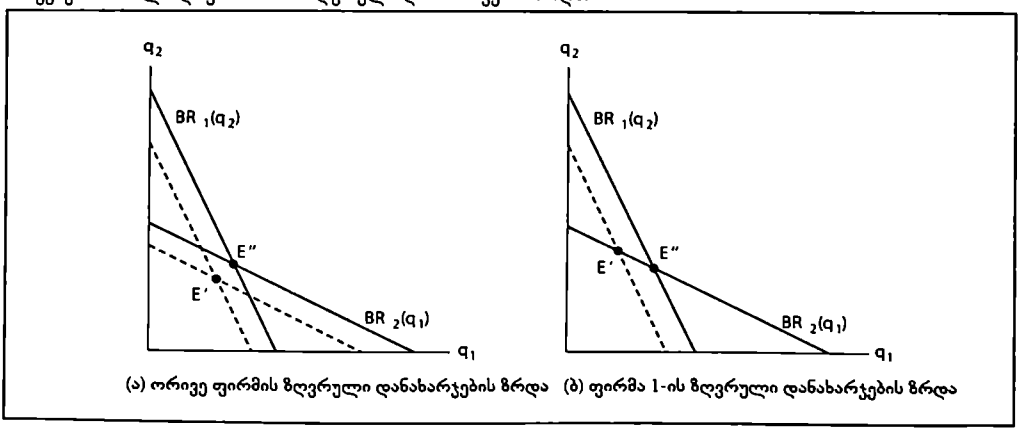
ნახაზზე მოცემულია იზოპროფიტის ანუ მოგების განურჩევლობის მრუდების სხვადასხვა ვარიანტები. თუ მოგება იზრდება 100-დან 200-მდე, შესაბამისი მოგების განურჩევ-

ლობის მრუდი იკუმშება მონოპოლიის წერტილისაკენ, რომელიც არის უმაღლესი მოგების განურჩევლობის მრუდი. იმისათვის, რომ გავაცნობიეროთ თუ რატომ არის მოგების განურჩევლობის მრუდები მოცემული ფორმის, მივმართოთ ტოლობას 15.13. როცა q_1 უახლოვდება 0-ს, ბოლო წევრის $(-K/q_1)$-ის მნიშვნელობა აჭარბებს, რაც, თავის მხრივ, იწვევს მრუდის ფორმის მარცხენა ნაწილის ქვემოთ დახრას. თუ q_1-ის მნიშვნელობა იზრდება, მაშინ ტოლობაში 15.13 წევრი $-q_1$ გადაწონის, რაც თავის მხრივ იწვევს მრუდის მარჯვენა ნაწილის ქვემოთ დახრას.

ნახაზზე 15.3 ნაჩვენებია თუ როგორ უნდა გამოვიყენოთ საუკეთესო რეაგირების მრუდები იმ ეფექტის სწრაფად აღქმისათვის, რაც მოყვება ისეთი ძირითადი პარამეტრების შეცვლას, როგორებიცაა მოთხოვნის მრუდის თანაკვეთის მნიშვნელობა a ან ზღვრული დანახარჯების მნიშვნელობა c. ნახაზის „ა" ნაწილზე ნაჩვენებია ზღვრული დანახარჯების ზრდა (c) ორივე ფირმის შემთხვევაში. მოცემულ ნახაზზე საუკეთესო რეაგირების მრუდზე გადაადგილება იწვევს ახალი წონასწორობის წერტილის ჩამოყალიბებას, რომელსაც მთლიანი გამოშვების შემცირებული მოცულობა შეესაბამება. მიუხედავ იმისა, რომ მოცემულ შემთხვევაში ფირმების ზღვრული დანახარჯები ერთმანეთის ტოლია, მოცემული მოდელის პირობებში ასევე შესაძლებელია განვიხილოთ სიტუაცია, რომლის პირობებშიც ზღვრული დანახარჯები განსხვავებულია და იცვლება ერთმანეთისაგან დამოუკიდებლად. ნახაზის „ბ" ნაწილში ნაჩვენებია ფირმა 1-ის

ნახაზი 15.3 მრუდების გადადგილება კურნოს მოდელში

ფირმების საუკეთესო რეაგირების წრფეები მოცემულია გამუქებული წრფეებით, რომელთა თანაკვეთა E' წარმოადგენს ნეშის წონასწორობას. ნახაზის „ა" ნაწილში ნაჩვენებია ორივე ფირმის ზღვრული დანახარჯების ზრდა, რაც იწვევს მრუდების გადაადგილებას. გადაადგილებული მრუდები მოცემულია ნყვეტილი წრფეების სახით. ახალი თანაკვეთა და შესაბამისად, ახალი წონასწორობის წერტილი მოცემულია „E" წერტილით. ნახაზის „ბ" ნაწილზე ნაჩვენებია მხოლოდ ფირმა 1-ის ზღვრული დანახარჯების ზრდა.



(ა) ორივე ფირმის ზღვრული დანახარჯების ზრდა (ბ) ფირმა 1-ის ზღვრული დანახარჯების ზრდა

(გაგრძელება)

ზღვრულ დანახარჯების ზრდა და მოგების განურჩევლობის მრუდის გადაადგილება. ახალი წონასწორობის პირობებში ფირმა 1-ის გამოშვების მოცულობა მეორესთან შედარებით უფრო ნაკლებია. მიუხედავად იმისა, რომ ფირმა 2-ის მოგების განურჩევლობის მრუდი არ გადაადგილდება, მისი გამოშვების მოცულობა მაინც იზრდება. ეს, თავის მხრივ, ნიშნავს ფირმა 1-ის გამოშვების მოცულობის შემცირებას.

შეკითხვა: ახსენით რატომ აღწევს პირველი ფირმის მოგების განურჩევლობის მრუდი თავისი მნიშვნელობის მაქსიმუმს საუკეთესო რეაგირების ფუნქციაზე, ნახაზზე 15.2? როგორი ფორმა აქვს ფირმა 2-ს მოგების განურჩევლობის მრუდს ნახაზის 15.2 მიხედვით? როგორ აისახება მოთხოვნის a თანაკვეთის მნიშვნელობის ზრდა ნახაზზე 15.3?

ფირმების რაოდენობის ცვლილება კურნოს მოდელში

კურნოს მოდელი განსაკუთრებით სასარგებლოა პოლიტიკის ანალიზისათვის, რადგან მისი მეშვეობით შესაძლებელია წარმოდგენილ იქნას ბაზრების ფუნქციონირების შედეგები სრულყოფილი კონკურენციიდან სრულყოფილ კარტელამდე/მონოპოლიამდე (ე.ი. ნახაზზე 15.1 მოცემული შემთხვევების ერთობლიობა C და M წერტილებს შორის), ფირმების რაოდენობის $n = 1$ დან $n = \infty$-მდე ცვლილებით. სიმარტივისათვის, განვიხილოთ იდენტური ფირმების მაგალითი. ეს ნიშნავს, რომ ამ n ფირმას აქვს მსგავსი დანახარჯების ფუნქცია $C(q_i)$. წონასწორობის პირობებში ფირმები აწარმოებენ თანაბარი რაოდენობის პროდუქტს: $q_i = Q/n$. 15.2 ტოლობაში $q_i = Q/n$-ის ჩასმით სხვაობის არგუმენტი გახდება $P'(Q)Q/n$. n-ის ზრდასთან ერთად სხვაობის მნიშვნელობა სულ უფრო მცირდება, ფირმების გამოშვება ხდება უსასრულოდ მცირე. უსასრულოდ მცირე წილი განაპირობებს იმას, რომ მოცემულ შემთხვევაში ფირმა არის ფასის მიმღები ბაზარზე, წილის სიმცირის გამო მისი გამოშვების ცვლილება არ ახდენს გავლენას საბაზრო ფასზე და ფირმის ამონაგებზე. ფასი უახლოვდება ზღვრულ დანახარჯებს და საბაზრო შედეგი უახლოვდება სრულყოფილი კონკურენციის ბაზრის მოდელს. როცა n მცირდება 1-მდე, მაშინ სხვაობის არგუმენტი უახლოვდება მას, რაც მოცემულია მაგალითში 15.5. აღნიშნულიდან გამომდინარეობს, რომ კურნოს შედეგი უახლოვდება სრულყოფილი კარტელისას. კურნოს მოდელის მიხედვით, თუ იზრდება ფირმის საბაზრო წილი, მაშინ საბაზრო ფასის კლების გამო ხდება ამონაგების დანაკარგის თითოეულ ფირმაზე გადანაწილება.

მაგალითი 15.3: ფირმების რაოდენობა კურნოს მოდელში

დავუბრუნდეთ ბუნებრივი წყაროს მაგალითს 15.1, მაგრამ ამ შემთხვევაში ნაცვლად ორი ფირმისა, განვიხილოთ n რაოდენობის ფირმა. i ფირმისათვის მოგება იქნება:

$$\pi_i = P(Q)q_i - cq_i = (a - Q - c)q_i = (a - q_i - Q - 1 - c)q_i \qquad (15.14)$$

მოსახერხებელია მთლიანი გამოშვება ჩავწეროთ შემდეგი სახით $Q = q_i + Q - i$, სადაც $Q - i = Q - q_i$ არის ყველა ფირმის მთლიანი გამოშვება, გარდა i ფირმისა. ტოლობის 15.20 გაწარმოებით q_i-ის მიმართ (იმის გათვალისწინებით, რომ ფირმა i $Q - i$-ს იღებს როგორც მოცემულობას და გაწარმოებისას მას მივიჩნევთ მუდმივად) მივიღებთ:

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial \pi_i} = a - 2q_i - Q_{-i} - c = 0 \qquad (15.15)$$

ტოლობა მართებულია i-ს ყველა მნიშვნელობისათვის: $i = 1, 2, ..., n$.

n ტოლობისაგან შემდგარი სისტემის ამოხნისას უნდა გვახსოვდეს, რომ n ოდენობის ფირმებისათვის ნეშის წონასწორობა გულისხმობს თანაბარი ოდენობის გამოშვებას, რადგან ბაზარზე მოცემული შემთხვევისათვის წარმოდგენილია იდენტური ფირმები. ამასთან, მსგავსება ნიშნავს, რომ:

$$Q^*_{-i} = Q^* - q_i^* = nq_i^* - q_i^* = (n-1)q_i^* \qquad (15.16)$$

ტოლობის 15.16 ჩასმით ტოლობაში 15.5 მივიღებთ:

$$a - 2q_i^* - (n-1)q_i^* - c = 0 \qquad (15.17)$$

ან $q_i^* = (a - c) / (n + 1)$

ბაზრის მთლიანი გამოშვება არის:

$$Q^* = nq^*_i = \left(\frac{n}{n+1}\right)(a-c) \qquad (15.18)$$

საბაზრო ფასი არის:

$$P^* = a - Q^* = \left(\frac{1}{n+1}\right)a + \left(\frac{n}{n+1}\right)c \qquad (5.19)$$

ფირმების მოგების ტოლობაში 15.14 q_i^*, Q^* და P^*-ს ჩასმით მივიღებთ ყველა ფირმის მთლიან მოგებას:

$$\pi^* = n\pi_i^* = n\left(\frac{a-c^2}{n+1}\right) \qquad (15.20)$$

$n = 1$ მნიშვნელობის ჩასმით ტოლობაში 15.18-15.20 მივიღებთ მონოპოლიური ბაზრის ფუნქციონირების შედეგებს, რომელიც, თავის მხრივ, სრულყოფილი კარტელის ბაზრის შედეგების მსგავსია გამოშვების მოცულობის, ფასისა და მოგების მიხედვით, როგორც ეს მაგალითის 15.1 შემთხვევაში მივიღეთ. n-ის მნიშვნელობის უსასრულოდ ზრდასთან ერთად ვუახლოვდებით სრულყოფილად კონკურენტული ბაზრის ფუნქციონირების შედეგებს, რომელიც, თავის მხრივ, მაგალითის 15.1 შემთხვევაში განხილული ბერტრანის მოდელის მსგავსია.

(გაგრძელება)

შეკითხვა: *i*-ური ფირმის მიწოდების მოცულობის გამოთვლისათვის გამოიყენეთ პირველი რიგის წარმოებული და ამის შემდეგ განსაზღვრეთ წონასწორობის პირობები. მაგრამ, უფრო მარტივია ჯერ აირჩიოთ წონასწორობის წერტილი და შემდეგ მოახდინოთ პირველი რიგის გაწარმოება. რატომ იქნებოდა ეს უკანასკნელი მცდარი მიდგომა? როგორ შეადარებდით ამ შემთხვევაში მიღებული რაოდენობის, ფასისა და მოგების მცდარ მაჩვენებლებს მართებულ მაჩვენებლებთან?

ფასი თუ რაოდენობა?

ბერტრანის მოდელის საფასო კონკურენციიდან კურნოს მოდელის რაოდენობის მიხედვით კონკურენციის მოდელამდე გადასვლა მნიშვნელოვნად ცვლის ბაზრის ფუნქციონირების შედეგებს. ამგვარმა შედეგმა შესაძლებელია პირველ ჯერზე გაგვაოცოს. ბოლოს და ბოლოს თავში 14 განხილული მონოპოლიური ბაზრის ფუნციონირების შედეგი იგივეა, მიუხედავად იმისა, ფასის რეგულირება ხდება თუ რაოდენობის მონოპოლიის მიერ. მოცემული საკითხის უფრო დაწვრილებითი განხილვა გვაჩვენებს რატომ არის ასეთი განსხვავებული სტრატეგიული ცვლადები – ფასი და რაოდენობა. დავიწყოთ თანაბარი ფასებით, ერთი ფირმის მიერ ფასის მცირე კლება საშუალებას აძლევს მას დაიკავოს ბაზრის მნიშვნელოვანი წილი. ფასის შემცირების ეს ეფექტი იწვევს საკმაოდ მკაცრ კონკურენციას ასეთი ტიპის ბაზარზე. რაც შეეხება რაოდენობების მიხედვით კონკურენციას, ის შედარებით ნაკლებად მძაფრია საფასო კონკურენციასთან შედარებით. მიწოდების თანაბარი რაოდენობების პირობებში, მიწოდებაში მცირე ზრდას აქვს მხოლოდ ზღვრული ეფექტი იმ ფირმების ამონაგებზე, რომლებიც მოცემულ ბაზარზე მიმწოდებლებს წარმოადგენენ. ფირმებს აქვთ ნაკლები სტიმული ერთმანეთს გაუწიონ კონკურენცია რაოდენობების მიხედვით, ვიდრე ეს საფასო კონკურენციის შემთხვევაშია.

კურნოს მოდელის დადებითი მხარეა ის, რომ იგი რეალობასთან შესაბამისად ასახავს ფირმების n რაოდენობის ზრდასთან ერთად ბაზრის ტრანსფორმაციას მონოპოლიურიდან სრულყოფილ კონკურენციამდე. ბერტრანის მოდელში გვაქვს წყვეტადი გადასვლა მონოპოლიურიდან სრულყოფილ კონკურენციამდე ბაზარზე ორი ფირმის შესვლის შემთხვევაში, ხოლო დამატებითი ფირმების შესვლას უკვე გავლენა აღარ აქვს ბაზრის ფუნციონირების შედეგებზე.

კურნოს მოდელის უარყოფითი მხარე ისაა, რომ მოდელისგან განსხვავებით რეალურ სამყაროში ფირმები უფრო მეტად ირჩევენ ფასების, ვიდრე რაოდენობების რეგულირებას. ამ მხრივ, კურნოს მოდელის დაშვება რაოდენობების რეგულირების შესახებ ცდება პრაქტიკულ რეალობას. მაგალითად, საგაზეთო ჩანართში საბაკლო მაღაზია აკეთებს რეკლამას ერთი შეფუთვა წვენის $2.50-ად გაყიდვის შესახებ. ეს რეკ-

ლამა აქცენტს უფრო მეტად ფასზე და არა რაოდენობაზე აკეთებს. როგორც მომდევნო ქვეთავში ვნახავთ, თუ ფირმის მიწოდების არსებულ რაოდენობას მივიჩნევთ მისი საწარმოო შესაძლებლობების მაქსიმუმად, მაშინ კურნოს მოდელი მიესადაგება, ასევე, ფორთხლის წვენის ბაზარს. ეს, თავის მხრივ, ნიშნავს, რომ მოცემული რაოდენობა არის ის მაქსიმუმი, რაც შეუძლია ფირმამ ბაზარს მიაწოდოს მოცემული რესურსებისა და საწარმოო კაპიტალის პირობებში. აღნიშნული დაშვება გულისხმობს მოკლევადიან პერიოდს.

საწარმოო შესაძლებლობის შეზღუდვა

ბერტრანის მოდელში პარადოქსის (ორი ფირმა, რომლებიც იქცევიან სრულყოფილი კონკურენციის მოდელის შესაბამისად) დადგომა საჭიროებს ფირმების მხრიდან შეუზღუდავი საწარმოო შესაძლებლობების ქონას. თუ დავიწყებთ ფასთა გათანაბრების პირობიდან, ერთი ფირმის მიერ ფასის მცირედით შემცირებაც კიმის პროდუქტზე მოთხოვნას გააორმაგებს, რაც თავის მხრივ, ფირმებს ფასის შემცირების სტიმულს აძლევს. ფირმას მხოლოდ იმ შემთხვევაში შეუძლია გაორმაგებული მოთხოვნის დაკმაყოფილება, თუ მისი საწარმოო შესაძლებლობები შეუზღუდავია. თუ ფირმის საწარმოო შესაძლებლობები შეზღუდულია, ეს გამოიწვევს ფირმის პროდუქტებზე მოთხოვნის გარკვეული ნაწილის დაუკმაყოფილებლობას, და მაშასადამე, მოთხოვნის ნაწილი შედარებით მაღალი ფასის მქონე ფირმის პროდუქტით იქნება დაკმაყოფილებული; ეს უკანასკნელი, თავის მხრივ, შეამცირებს ფასის შემცირების სტიმულს.

უფრო რეალურად რომ ვიმსჯელოთ, ფირმებს შესაძლებელია არ გააჩნდეთ პროდუქტზე მთლიანი მოთხოვნის დაკმაყოფილების შეუზღუდავი შესაძლებლობები. განვიხილოთ ორ ეტაპიანი თამაში, რომლის პირობებშიც პირველ ეტაპზე ფირმები ქმნიან საწარმოო შესაძლებლობებს და მეორე ეტაპზე ირჩევენ P_1 და P_2 ფასებს[4]. მეორე ეტაპზე ფირმებს არ შეუძლიათ მიაწოდონ იმაზე მეტი, ვიდრე მათ პირველ ეტაპზე წარმოებისათვის საჭირო საწარმოო შესაძლებლობები შექმნეს. თუ საწარმოო შესაძლებლობების შექმნის ფასი საკმაოდ მაღალია, ეს ნიშნავს, რომ მოცემული თამაშის წონასწორობას მივყავართ იგივე შედეგამდე, როგორც ეს კურნოს მოდელში ნეშის წონასწორობის შემთხვევაშია.

აღნიშნული შედეგის მისაღებად, ინდუქციური მიდგომით გავაანალიზოთ ერთერთი თამაში. განვიხილოთ მეორე ეტაპის ფასწარმოქმნის თამაში, რომელშიც დაშვებულია, რომ ფირმებს პირველ ეტაპზე უკვე შექმნილი აქვთ საწარმოო შესაძლებლობები $\bar{q}_1$ და $\bar{q}_2$. ფასი, რომელიც ჩამოყალიბდება ორივე ფირმის სრული საწარმოო შესაძლებლობების ამუშავების შედეგად აღვნიშოთ $\bar{p}$-თი. მდგომარეობა რომელშიც:

4 მოდელი ეფუძნება: D. Kreps and J. Scheinkman, "Quantity Precommitment and Bertrand Competition Yield Outcomes," Bell Journal of Economics (Autumn 1983): 326-37

$$P_1 = P_2 < \overline{p} \tag{15.21}$$

არ არის ნეშის წონასწორობა. ამ ფასით, მოთხოვნის მთლიანი ოდენობა აჭარბებს მთლიან საწარმოო შესაძლებლობებს. ასე რომ, ფირმა 1-ს შეუძლია გაზარდოს მისი მოგება ფასის მცირე ანევით და იგივე $\overline{q}_1$ ოდენობის გაყიდვით. მსგავსად, წინა შემთხვევისა:

$$P_1 = P_2 > \overline{p} \tag{15.22}$$

არ არის ნეშის წონასწორობა, რადგან მოცემულ შემთხვევაში მთლიანი გაყიდვები ნაკლებია მთლიან საწარმოო შესაძლებლობებზე. სულ მცირე ერთი ფირმა (დავუშვათ პირველი) ყიდის იმაზე ნაკლებ მოცულობას, ვიდრე მისი მთლიანი საწარმოო შესაძლებლობებია. ფასის მცირედი შემცირებით ფირმა 1-ის მოგებას ზრდის გაყიდული ოდენობას $\overline{q}_1$-მდე გაზრდის გზით. ე.ი. ნეშის წონასწორობა თამაშის მეორე ეტაპისათვის გულისხმობს ფირმების მიერ ისეთი ფასის არჩევას, რომლისთვისაც მოთხოვნილი ოდენობა ზუსტად უტოლდება პირველ ეტაპზე შექმნილ მთლიან საწარმოო შესაძლებლობებს:[5]

$$P_1 = P_2 = \overline{p} \tag{15.23}$$

დავუშვათ, რომ ფასი ჩამოყალიბდება ისე, რომ მთლიანად გაიყიდება ფირმების მიერ თავიანთი მთლიანი საწარმოო შესაძლებლობების ფარგლებში გამოშვებული პროდუქტი. მიღებული შედეგი იგივეა, როგორც ეს კურნოს მოდელის შემთხვევაშია. ე.ი. წონასწორული ფასი, რაოდენობა და მოგების დონე იგივე იქნება, როგორიც ეს კურნოს თამაშის შემთხვევაშია. აქედან გამომდინარე, იმ ბაზრებზეც კი (მაგალითად, როგორიცაა ფორთოხლის წვენი, რომელიც მარკეტებში იყიდება), სადაც ერთი შეხედვით ფირმები აწესებენ ფასებს, კურნოს მოდელის მიერ აღწერილი სიტუაცია შესაძლებელია აღმოჩნდეს უფრო რეალისტური, ვიდრე ეს ერთი შეხედვით შეიძლება მოგვეჩვენოს.

ᲐᲠᲝᲛᲔᲢᲣᲥᲤᲔᲑᲘᲡ ᲓᲘᲤᲔᲠᲔᲜᲪᲘᲠᲔᲑᲐ

მეორე გზა, რომლითაც შესაძლებელია ბაზარზე ბერტრანის პარადოქსისთვის გვერდის ავლა, არის იმ დაშვების შეცვლა, რომლის მიხედვითაც ფირმები აწარმოებენ იდენტურ პროდუქტებს. ამის ნაცვლად ვაკეთებთ დაშვებას, რომ ფირმების პროდუქტები

5 მოცემული სიტუაციის სრული აღწერისათვის, უნდა აღინიშნოს, რომ არათანაბარი ფასების შემთხვევაში ($P_1 \neq P_2$), თამაშის მეორე ეტაპზე არ არსებობს ნეშის წონასწორობის წმინდა სტრატეგია. დაბალი ფასის მქონე ფირმას ექნება სტიმული გაზარდოს ფასი ან მაღალი ფასის მქონე ფირმას ექნება სტიმული შეამციროს ფასი. დიდი სანარმოო შესაძლებლობების პირობებში, შესაძლებელია არსებობდეს კომპლექსური, შერეული ნეშის წონასწორობის სტრატეგია, მაგრამ ეს უკანასკნელი შესაძლებელია რეალობაში არ მოხდეს, თუ სანარმოო შესაძლებლობების გაფართოება საკმაოდ მაღალ დახარჯებთანაა დაკავშირებული.

დიფერენცირებულია. რეალობაში ბაზრების უმრავლესობა ხასიათდება პროდუქტების დიფერენცირებით. მაგალითად, კბილის პასტების ბრენდები გარკვეულწილად მწარმოებლიდან მწარმოებლამდე განსხვავდებიან – არომატით, ფხვნილის შემადგენლობით, გამათეთრებელი სუბსტანციით, ამერიკის სტომატოლოგთა ასოციაციის მიერ გაწეული მხარდაჭერის ფორმითა და სხვა ელემენტებით. იმ შემთხვევაშიც კი, თუ მიმწოდებლის პროდუქტის მახასიათლებლები ერთნაირია, განსხვავება შესაძლებელია არსებობდეს ისეთი ფაქტორის მიხედვით, როგორიცაა ფიზიკური ადგილმდებარეობა. ზოგიერთ მიმწოდებელთან შეიძლება უფრო ახლოს იყოს მომხმარებელი, სხვა მომწოდებლებთან შედარებით. ამიტომ ამ უკანასკნელს აქვს სტიმული პროდუქტი შეიძინოს უფრო ახლოს მდებარე მომწოდებლისაგან, თუნდაც მგზავრობის ნაკლები დროიდან გამომდინარე.

„ბაზრის" მნიშვნელობა

პროდუქტის დიფერენციაციის შესაძლებლობას გარკვეული ბუნდოვნება შემოაქვს ბაზრის განმარტებაში. იდენტური პროდუქტების შემთხვევაში ვთვლით, რომ მომხმარებლები არიან ინდიფერენტულნი თუ რომელი ფირმის პროდუქტს იყიდიან, არჩევანის განმსაზღვრელი მხოლოდ დაბალი ფასია, რასაც მივყავართ ერთიანი ფასის კანონამდე. ერთიანი ფასის კანონი აღარ მოქმედებს თუ მომხმარებელი, მიუხედავად ფასების თანაბრობისა, გამოკვეთილად ამჯობინებს ერთი ფირმის პროდუქტს. მწვანე და თეთრი ფერის კბილის პასტები ერთიდაიგივე ბაზრებზეა თუ ორ სხვადასხვა ბაზარზე? არის თუ არა ქალაქის განაპირა მხარეს არსებული პიცერია იგივე ბაზარზე, რომელზეც ქალაქის ცენტრში მდებარე პიცერია?

დიფერენცირებული პროდუქტების შემთხვევაში, ბაზარს ავიღებთ როგორც მჭიდროდ დაკავშირებული პროდუქტების ჯგუფის ერთობლიობას. პროდუქტები ჯგუფში ერთმანეთის მიმართ უფრო მეტად შემცვლელები არიან (განისაზღვრება ფასების ჯვარედინი ელასტიკურობით), ვიდრე სხვა პროდუქტების მიმართ ჯგუფის გარეთ. ჩვენ ვიქნებით ნაკლებად მკაცრები ამ განსაზღვრებაში და არ დავასახელებთ ფასების ჯვარედინი ელასტიკურობის იმ კონკრეტული მაჩვენებელს, რომელიც უნდა არსებობდეს ჯგუფში შემავალ და ჯგუფს გარეთ არსებულ პროდუქტებს შორის. ხშირად არგუმენტები იმის შესახებ, თუ რომელი პროდუქტი უნდა შედიოდეს ამა თუ იმ ბაზრის პროდუქტების ჯგუფში, უკავშირდება ანტისტრესულ გამოკვლევებს. ჩვენს შემთხვევაში ვეცდებით აღნიშნულ საკამათო საკითხს გვერდი ავუაროთ.

ბერტრანის კონკურენცია დიფერენცირებული პროდუქტებით

დავუბრუნდეთ ბერტრანის მოდელს, მაგრამ ამჯერად დავუშვათ, რომ ბაზარზე არის n ფირმა, რომლებიც ერთდროულად ირჩევენ ფასებს $p_i (i = 1, ..., n)$ დიფერენცირებული პროდუქტებისათვის. i პროდუქტს აქვს მისთვის დამახასიათებელი სპეციალური

თვისებები α_i, რომელიც სავარაუდოდ დაკავშირებულია სპეციალურ არჩევანთან, ხარისხთან, ბრენდის რეკლამასა ან მდებარეობასთან. პროდუქტს ცალკეული თვისება შესაძლებელია თავიდანვე ჰქონდეს (მაგ. ფორთოხლის წვენი მისი სახელწოდების მიხედვითაც დამზადებულია ფორთოხლისაგან და მოცვის წვენი დამზადებულია მოცვისაგან) ან შემდგომ მიენიჭოს ფირმის არჩევანისა და დანახარჯების დონიდან გამომდინარე (ფორთოხლის წვენის მწარმოებელმა შესაძლებელია დახარჯოს მეტი და წვენი დაამზადოს ახალი ფორთოხლისაგან და არაგაყინული კონცეტრატისგან). პროდუქტის სხვადასხვა მახასიათებელი ემსახურება მის დიფერენცირებას სხვა პროდუქტებისაგან.i ფირმის პროდუქტზე მოთხოვნა არის:

$$q_i(p_i, P_{-i}, \alpha_i, A_{-i}), \tag{15.24}$$

სადაც P_{-i} არის სხვა ფირმების პროდუქტების ფასების ჩამონათვალი, გარდა თავად მოცემული i ფირმისა, A_{-i} არის სხვა ფირმების პროდუქტების თვისებები, გარდა თავად მოცემული i ფირმისა. i ფირმის მთლიანი დანახარჯი არის:

$$C_i(q_i, \alpha_i) \tag{15.25}$$

ხოლო მოგება უდრის:

$$\pi_i = P_i q_i - C_i(q_i, \alpha_i) \tag{15.26}$$

დიფერენცირებული პროდუქტების შემთხვევაში, მოგების ფუნქცია (ტოლობა 15.26) გაწარმოებადია, ასე, რომ ამ შემთხვევაში, ნეშის წონასწორობის საპოვნელად არ გვჭირდება ცალკეული შემთხვევის განხილვა, როგორც ეს ბერტრანის იდენტური პროდუქტების მოდელის შემთხვევაში გავაკეთეთ. ნეშის წონასწორობის განხილსვისათვის გამოვიყენოთ იგივე მიდგომა, როგორც ეს კურნოს მოდელის შემთხვევაში იყო – საუკეთესო რეაგირების მრუდის პოვნისათვის ავიღოთ ფუნქციის მაქსიმიზაციის პირველი რიგის პირობა (მოცემულ შემთხვევაში ფასის მიმართ). ტოლობიდან 15.26 პირველი რიგის პირობა P_i მიმართ იქნება:

$$\underbrace{\frac{\partial \pi_i}{\partial p_i} = qi + pi\frac{\partial q_i}{\partial p_i}}_{\text{A}} \underbrace{- \frac{\partial C_i}{\partial q_i} \cdot \frac{\partial q_i}{\partial p_i}}_{\text{B}} = 0 \tag{15.27}$$

ტოლობის 15.27 მარცხენა მხარეს მოცემული პირველი ორი წევრი (აღნიშნულია „A“ სიმბოლოთი), არის რაღაც ზღვრული ამონაგების მსგავსი, რომელიც მიიღება ფასის ზრდის შედაგად და არა სტანდარტული ზღვრული ამონაგები, რომელიც რა-

ოდენობის ზრდის შედეგად მიიღება. ჩვეულებრივ, ფასის ზრდა იწვევს ამონაგების ზრდას მიმდინარე გაყიდვების q_i მოცულობის პირობებში, მაგრამ აქვე უნდა განვიხილოთ ნეგატიური ეფექტი, რომელიც იარსებებს გაყიდვების მოცულობის შემცირების გამო ($\frac{\partial q_i}{\partial p_i}$ გამრავლებით p_i-ზე). ტოლობის ბოლო წერი (აღნიშნულია „B"-თი) არის დანახარჯების შემცირება, რაც გამოწვეულია, ფასის ზრდის გამო შემცირებული გაყიდვებით.

ნეშის წონასწორობა შესაძლებელია ვიპოვოთ ტოლობის 15.27 პირველი რიგის პირობების განტოლებათა სისტემის ამოხსნით ყველა $i = 1, ..., n$-სთვის. თუ პროდუქტის მახასიათებელი α_i არის არჩევითი ცვლადი (და არა საწყისი მოცემულობა), მაშინ მოცემული ცვლადის მიმართაც იარსებებს პირველი რიგის პირობების ტოლობები. i ფირმისათვის, პირველი რიგის პირობას α_i-ის მიმართ შემდეგი სახე ქნება:

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial a_i} = p_i \frac{\partial q_i}{\partial a_i} - \frac{\partial C_i}{\partial a_i} - \frac{\partial C_i}{\partial q_i} \cdot \frac{\partial q_i}{\partial a_i} = 0 \qquad (15.28)$$

მოცემული პირველი რიგის პირობის ერთდროული ამოხსნა საკმაოდ კომპლექსურია და იძლევა ცალკეული განსაზღვრებით დასკვნებს საბაზრო წონასწორობის თვისებების შესახებ. ქვემოთ მოყვანილ მაგალითებში მოცემულია ცალკეული დასკვნები საბაზრო წონასწორობის შესახებ.

ცალსახის ნეშის ფასი: რიგითი დიფერენცირებული ტოვარი

დავუშვათ, რომ ორი ფირმა აწარმოებს კბილის პასტას. ერთის გელი არის მწავნე ფერის, ხოლო მეორე კი თეთრი ფერის. სიმარტივისათვის დავუშვათ, რომ წარმოება არის უდანახარჯო. i პროდუქტზე მოთხოვნა იქნება:

$$q_i = \alpha_i - p_i + \frac{p_j}{2} \qquad (15.29)$$

სხვა პროდუქტის ფასთან, p_j-სთან, დადებითი კოეფიციენტის არსებობა მიუთითებს, რომ პროდუქტები შემცვლელები არიან. i ფირმის პროდუქტზე მოთხოვნა იზრდება პროდუქტის α_i მახასიათლებლით, რომელიც იზიდავს დამატებით მომხმარებელს. ამ ცვლადისათვის დავუშვათ, რომ იგი პროდუქტის თავდაპირველ მახასიათებელს უფრო წარმოადგენს, ვიდრე ფირმის არჩევანის შედეგს (ეს უკანასკნელი საშუალებას მოგვცემს გამოვრიცხოთ რეკლამის ეფექტი პრეფერენციების ფორმირებისას).

ალგებრული ამოხსნა: i ფირმის მოგება არის :

$$\pi_i = p_i q_i - C_i(q_i) = p_i \left(\alpha_i - p_i + \frac{p_j}{2} \right) \qquad (15.30)$$

სადაც $C_i(q_i) = 0$ i პროდუქტის წარმოების დანახარჯები უდრის ნულს. მოგების მაქსიმიზაციის პირველი რიგის პირობა p_i-ს მიმართ არის:

(გაგრძელება)

ქვეთავი 15.4: ბერტრანის მოდელი

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial p_i} = a_i - 2p_i + \frac{p_j}{2} = 0 \tag{15.31}$$

ტოლობის p_i-ს მიმართ ამოხსნა გვაძლევს:

$$p_1 = \frac{1}{2}\left(a_1 + \frac{p_2}{2}\right), p_2 = \frac{1}{2}\left(a_2 + \frac{p_1}{2}\right) \tag{15.32}$$

ტოლობის 15.32 ერთდროული ამოხსნა იძლევა ნეშის წონასწორობის ფასს:

$$p_i^* = \frac{8}{15}a_i + \frac{2}{15}a_j \tag{15.33}$$

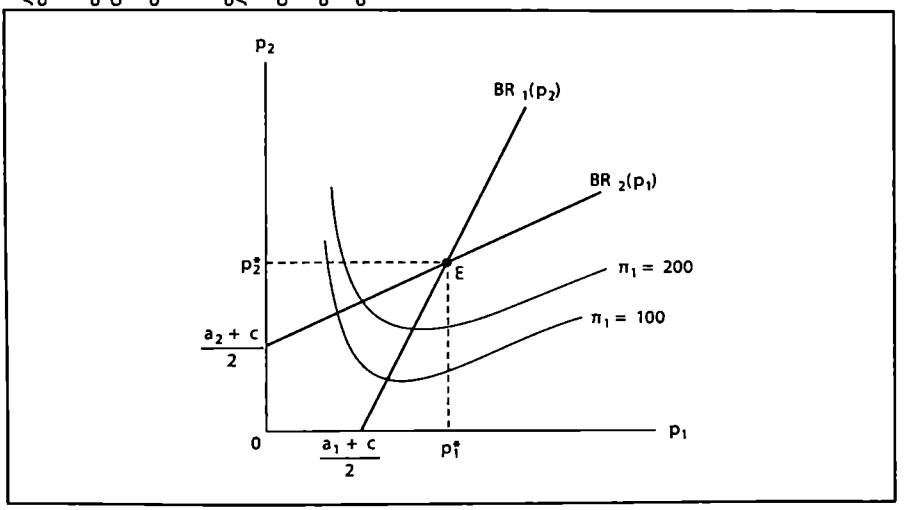
მიღებულ ფასთან დაკავშირებული მოგება იქნება:

$$\pi_i^* = \left(\frac{8}{15}a_i + \frac{2}{15}a_j\right)^2 \tag{15.34}$$

ნახაზის მიხედვით, i ფირმის წონასწორობის ფასი იზრდება არა მხოლოდ a_i მახასიათებლების მიხედვით, არამედ ასევე, იზრდება a_j სხვა პროდუქტების მახასიათებლე-

ნახაზი 15.4 ბერტრანის მოდელის საუკეთესო რეაგირების მრუდები დიფერენცირებული პროდუქტებისათვის

ფირმების საუკეთესო რეაგირების მრუდები დახაზულია გამუქებული წირების სახით, მათი კვეთა (E) არის ნეშის წონასწორობა. მოგების განურჩევლობის მრუდები ფირმა 1-თვის იზრდება რეაგირების მრუდის გასწვრივ.



ბის ცვლილებითაც. a_j-ის ზრდა იწვევს j ფირმის ფასის ზრდას, რომელიც თავის მხრივ ზრდის მოთხოვნას i ფირმის პროდუქტზე, ე.ი. იცვლება i ფირმის ფასიც.

გრაფიკული ამოხსნა. წონასწორული ფასების მიღება მოცემული მოდელის პირობებში ასევე, შესაძლებელია გრაფიკულადაც, როგორც ეს ნაჩვენებია ნახაზზე 15.4. საუკეთესო რეაგირების მრუდები ტოლობის 15.32 მიხედვით აღმავალი სახისაა. მათი თანაკვეთა ნეშის წონასწორობაა, E წერტილში. ფირმა 1-თვის მოგების განურჩევლობის მრუდები ასევე, U ფორმისაა. ამ ფორმის გრაფიკული პრეზენტაციისათვის, ავიღოთ ფირმა 1-ის მოგების განტოლება 15.30 ტოლობაში, გავუტოლოთ იგი მოგების გარკვეულ დონეს (დავუშვათ, 100-ს) და ამოვხსნათ p_2-ის მიმართ. მივიღებთ შესაბამის მრუდს რომელიც ნაჩვენებია საუკეთესო რეაგირების მრუდების გრაფიკზე.

გვაქვს:

$$p_2 = \frac{100}{P_1} + p_1 - a_1. \tag{15.35}$$

მრუდის მარცხენა შტო თანდათან მაღლა მიდის p_1-ის 0-თან მიახლოებასთან ერთად, რადგან $100/p$ ტოლობის მნიშვნელი 0-ს უახლოვდება. მრუდის მარჯვენა შტო კი p_1-ის ზრდასთან ერთად მიდის მარჯვნივ და ზემოთ, რადგან თავის მხრივ ტოლობის 15.35 მარჯვნივ მდებარე მეორე წევრი იზრდება. ფირმა 1-ის მოგების განურჩევლობის მრუდებიიზრდება სათავიდან დაწყებული საუკეთესო რეაგირების მრუდის გასწვრივ.

შეკითხვა: როგორ წარმოადგენთ ნახაზზე მოთხოვნის მრუდების დაგაკვეთის ცვლილებას?

15.5 ჰოტელინგის სანაპირო

მოდელი, რომელშიც განხილულია იდენტური პროდუქტების დიფერენციაციის შემთხვევა მათი ადგილმდებარეობის გამო (სივრცული დიფერენციაცია) წარმოდგენილ იქნა ჰ. ჰოტელინგის მიერ 1920-იან წლებში[6]. როგორც ნახაზზე 15.5 ნაჩვენებია, ნაყინს ყიდის ორი A და B ჯიხური, რომლებიც L სიგრძის სანაპიროზეა განლაგებული. ჯიხურებში მზადდება იდენტური ნაყინები, სიმარტივისათვის კი გაკეთებულია დაშვება, რომ წარმოება არ არის დაკავშირებული დანახარჯებთან. a და b წერტილებით აღნიშნულია ჯიხურების მდებარეობა სანაპიროზე. (ჯიხურების მდებარეობას ვიღებთ, როგორც მოცემულს, მოგვიანებით განხილულ მაგალითებში კი განვიხილავთ მდებაროების ცვილებებსაც). დავუშვათ, მომხარებლები ერთგვაროვნად არიან განაწილებულნი სანაპიროს გასწვრივ. ნაყინის d მანძილზე მოშორებულ მზის ქოლგამდე წაღება მომ-

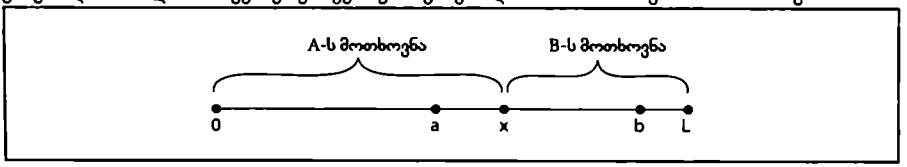
6 H. Hotelling, "Stability in Competition," Economic Journal 39(1929:41-57)

(გაგრძელება)

ხმარებელს უჯდება td^2 , დანახარჯები იზრდება რაც უფრო მაღალია ტემპერატურა t, რადგან ნაყინი უფრო სწრაფად დნება უფრო მაღალ ტემპერატურაზე და ასევე, რაც

ნახაზი 15.5 ჰოტელინგის სანაპირო

ნაყინის გასაყიდი A და B ჯიხურები განლაგებულია a და b წერტილებში სანაპიროს L სიგრძის გასწვრივ. მომხმარებელი, რომელიც ინდიფერენტულია ნებისმიერ ჯიხურში ნაყინის ყიდვის მიმართ მდებაროებს x წერტილში. x-ის მარცხნივ მდებარე მომხმარებლები ყიდულობენ A ჯიხურიდან, ხოლო მარჯვნივ მყოფები კი B ჯიხურიდან. A-ს მოთხოვნა B-ს მოთხოვნა



უფრო დიდია გასაველელი მანძილი d[7]. ბერტრანის დაშვების მიხედვით ფირმები ერთდროულად ირჩევენ PA და PB ფასებს.

მოთხოვნის განსაზღვრა. x-ით აღვნიშნოთ იმ მომხმარებლის მდებარეობა, რომელიც ინდიფერენტულია იმის მიმართ, თუ რომელ ჯიხურში იყიდის ნაყინს. x-თვის უნდა დაკმაყოფილდეს შემდეგი პირობა:

$$P_A + t(x-a)^2 = P_B + t(b-x)^2. \tag{15.36}$$

ტოლობის 15.36 მარცხენა ნაწილი არის A ჯიხურიდან ყიდვის დანახარჯის განზოგადებული ჩანაწერი (თავად ნაყინისა და ტრანსპორტირების დანახარჯის ჩათვლით $x-a$ მანძილზე). ასევე, ტოლობის მარჯვნივ მდებარე წევრი არის B ჯიხურიდან ყიდვის დანახარჯის განზოგადებული ჩანაწერი. ტოლობის 15.36 ამოხსნა x-ის მიმართ გვაძლევს:

$$q_A(P_A, P_B, a, b) = x = \frac{b+a}{2} + \frac{P_B - P_A}{2t(b-a)}. \tag{15.38}$$

დარჩენილი $L-x$ მომხარებელი შეადგენს B-ზე მოთხოვნას:

7 დაშვება დანახარჯების „კვადრატული ფორმის“ შესახებ მარტივდება მოგვიანებით, როცა ჩვენ გამოვთვლით მოდელში ფირმების წონასწორულ მდგომარეობას.

$$q_B(P_B, P_A, b, a) = L - x = L - \frac{b+a}{2} + \frac{P_A - P_B}{2t(b-a)}. \tag{15.39}$$

ნეშის წონასწორობის ამოხსნა. მოცემულ შემთხვევაში ნეშის წონასწორობას ვპოულობთ იმ გზით, როგორც ეს მაგალითში 15.4 მოვახდინეთ იმ გამონაკლისით, რომ ტოლობის 15.29 ნაცვლად ვიყენებთ ტოლობებს 15.38 და 15.39. გამოთვლის ეტაპების შემდეგ მივიღებთ ნეშის წონასწორობის შემდეგ ფასებს:

$$\begin{aligned} P_A^* &= \frac{t}{3}(b-a)(2L+a+b), \\ P_B^* &= \frac{t}{3}(b-a)(4L-a-b). \end{aligned} \tag{15.40}$$

ეს ფასები დამოკიდებულია ამ ორი ჯიხურის ზუსტ მდებარეობაზე და ისინი ერთმანეთისაგან განსხვავებული იქნება. მაგალითად, თუ ჩვენ დავუშვებთ, რომ სანაპირო არის $L = 100$ იარდის სიგრძის ტოლი, $a = 40$ და $b = 70$ იარდს, ხოლო $t = 0.001$\$-ს (ერთი მეათედი ცენტი), მაშინ $P_A^* = \$3.10$ და $P_B^* = \$2.90$. ფასების ეს სხვაობები გამოწვეულია მხოლოდ სხვადასხვა მდებარეობით - თავად ნაყინის ფასები ტოლია, ხოლო წარმოება კი უდანახარჯო. რადგან A ჯიხურის მდებარეობა უფრო ხელსაყრელია, ვიდრე B-ს, ამ უკანასკნელს აქვს შესაძლებლობა დააწესოს უფრო მაღალი ფასი, რადგან მომხმარებელთა არცთუ ისე დიდ წილს დაკარგავს. ტოლობის 15.38 გამოყენებით მივიღებთ:

$$x = \frac{110}{2} + \frac{3.10 - 2.90}{(2)(0.001)(110)} \approx 52, \tag{15.41}$$

ასე რომ, A ჯიხური ყიდის 52 ნაყინს, მაშინ როცა B ყიდის 48-ს მასზე დაბალი ფასის მიუხედავად. x წერტილში, მომხარებელი განურჩეველია A ჯიხურთან მისვლისათვის 12 იარდის გავლასა და 3.10\$-ის გადახდის მიმართ, და 18 იარდის გავლით B ჯიხურში 2.90\$-ად ნაყინის ყიდვის მიმართ. დამყარებული წონასწორობა არაეფექტიანია იმ მხრივ, რომ x-ის მარხცნივ მოკლე მანძილზე მდებარე მომხარებელს შეუძლია გაიაროს შედარებით მოკლე მანძილი A-მდე მისასვლელად, მაგრამ მაინც ირჩევს B-ს A-ზე შედარებით დაბალი ფასის გამო.

წონასწორული მოგება იქნება:

$$\begin{aligned} \pi_A^* &= \frac{t}{18}(b-a)(2L+a+b)^2, \\ \pi_B^* &= \frac{t}{18}(b-a)(4L-a-b)^2. \end{aligned} \tag{15.42}$$

ჩვენდა გასაკვირად, ნაყინის ჯიხურები იღებენ სარგებელს ნაყინის სწრაფი დნობის გამო, რომელიც თავის მხრივ იზომება ტრანსპორტირების t დანახარჯით. მაგალითად,

ამოცანის ანალიზისთვის

თუ ავიღებთ $L = 100$, $a = 40$, $b = 70$ და $t = \$0.001$, როგორც ეს იყო წინა პარაგრაფში, მაშინ $\pi^*_A = \$160$ და $\pi^*_B = \$140$ (მნიშვნელობა დამრგვალებულია). თუ ტრანსპორტირების დანახარჯი გაორმაგდება $t = \$0.002$, მაშინ გაორმაგდება მოგებაც $\pi^*_A = \$320$ და $\pi^*_B = \$280$.

მოდელში ტრანსპორტირების/დნობის დანახარჯი არის დიფერენცირების ერთადერთი ფაქტორი, თუ $t = 0$-ს, მაშინ ტოლობის 15.40 მიხედვით მივიღებთ, რომ ფასი უდრის ნულს (რომელიც თავის მხრივ ზღვრული დანახარჯია წარმოების უდანახარჯო პროცესის დაშვების პირობებში) და ტოლობის 15.42 მიხედვით მოგება უდრის ნულს – სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, სახეზე გვაქვს ბერტრანის პარადოქსი.

შეკითხვა: რა დაემართება ფასებსა და მოგებას, თუ ნაყინის ჯიხურები ერთი და იგივე ადგილზე განლაგდება? თუ ნაყინის ჯიხურები სანაპიროს უკიდურეს სხვადასხვა მხარეებზე განლაგდება?

მომხმარებლის ძიება და ფასის დისპერსია

მაგალითში 15.5 განხილული ჰოტელინგის მოდელის ანალიზის მიხედვით შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ კონკურენტებს შეიძლება ჰქონდეთ ცალკეული შესაძლებლობა ფასები დააწესონ ზღვრულ დანახარჯებზე მაღლა და უფრო მეტი მოგება მიიღონ მიუხედავად იმისა, რომ პროდუქტის ფიზიკური მახასიათებლები იდენტურია. ფირმებს განსხვავებულმა მდებარეობებმა გარკვეულ მომხარებლებთან ახლოს და სხვებისგან შორს, შესაძლებელია მიგვიყვანოს სივრცულ დიფერენციაციამდე. ინტერნეტის გამოყენება მომხმარებლების მდებარეობის მნიშვნელობას ამცირებს, განსაკუთრებით იმ შემთხვევაში, თუ მიწოდების დახარჯები არ არის დამოკიდებული მანძილზე (არ ფასდება დაშორების მიხედვით). ამ დაშვებების პირობებშიც კი, ფირმებმა შესაძლებელია თავიდან აიცილონ ბერტრანის პარადოქსი თუ ამას დავამატებთ დაშვებას იმაზე, რომ მომხმარებლებმა არ იციან ბაზარზე ყველა ფირმის ფასები. ამის ნაცვლად, ჩვენ დავუშვებთ ასევე მომხმარებლების მიმართ არსებულ დაშვებას მცირე s დანახარჯების არსებობას, რომელიც იწოდება ძებნის დანახარჯად, რაც ასახავს მაღაზიაში მისვლის ან ვებგვერდზე ფასების მოძიების დანახარჯებს.

პ. დაიმონდის[8] ძებნის მოდელში, მომხარებლები ფასების შესახებ ინფორმაციას იძიებენ n მაღაზიის შემთხვევითი შერჩევის გზით. მომხარებლებმა იციან ფასების წონასწორული განაწილება, მაგრამ კონკრეტულად არ იციან რომელ მაღაზიას რა ფასი აქვს. ფასის პირველი მოძიება მომხარბელისათვის უფასოა, მაგრამ დამატებითი ფასის

8 P. Diamond, "A Model of Price Adjustment," Journal of Economic Theory 3(1971):156-68.

მოძებნა საჭიროებს s დანახარჯს. მომხარებლებს ჭირდებათ პროდუქტის მხოლოდ ერთი ერთეული და ამ ერთი ერთეულისთვის აქვთ იდენტური v სამომხარებლო ნამეტი.

მოცემულ მოდელში მაღაზიები ახერხებენ არა მარტო თავიდან აიცილონ ბერტრანის პარადოქსი, არამედ ისინი იღებენ სრულიად განსხვავებულ შედეგს: ყველა აწესებს v მონოპოლიურ ფასს, რომელიც მთლიანად აბათილებს მომხმარებლის ნამეტს. ეს შედეგი თავის მხრივ არ უკავშირდება s დანახარჯის მოცულობას, რაგინდ მცირეც არ უნდა იყოს (თუნდაც ერთი ცენტის ტოლი). მარტივია იმის დანახვა, რომ v წონასწორობის ფასია. მომხმარებლები იყიდიან პირველი შემხვედრი v ფასით, რადგან დამატებითი ძებნა დაკავშირებულია დანახარჯებთან და ეს უკანასკნელი არ მისცემთ უფრო დაბალი ფასის პოვნის შესაძლებლობას. ასევე, მარტივია იმის მიხვედრა, რომ ეს წონასწორობა ერთადერთია. განვიხილოთ სხვა შემთხვევა, როცა სულ მცირე ერთი მაღაზა მაინც აწესებს v-ზე დაბალ ფასს და ეს მაღაზია ავღნიშნოთ i-თ. მაღაზია i-ს შეუძლია ასწიოს თავისი P_i ფასი s მოცულობით და შეინარჩუნოს გაყიდვების არსებული დონე. ის უმცირესი ფასი, რომლის გადახდასაც უნდა ელოდოს მომხმარებელი სხვაგან არ იქნება P_i-ზე ნაკლები, ასევე, მომხარებელს მოუწევს ძებნის s დანახარჯის გაწევა სხვა ფასის პოვნისათვის.

ნაკლებად უკიდურესი საფასო წონასწორობა მყარდება იმ მოდელებში, სადაც მომხმარებლებს აქვთ განსხვავებული ძებნის დანახარჯები[9]. მაგლითად, დავუშვათ, რომ მომხმარებლების ერთ ჯგუფს აქვს შესაძლებლობა ძებნა განახორციელონ დანახარჯის გარეშე მაშინ, როცა მეორე ჯგუფს თითოეულ ცდაზე აქვს ძებნის s დანახარჯი. წონასწორობის პირობებში მაღაზიების მიხედვით იარსებებს ფასების გარკვეული დისპერსია. მაღაზიათა ერთი წყება მოემსახურება დაბალი ძებნის დანახარჯების მქონე მომხმარებლებს (და ასევე ბედნიერი შემთხვევის წყალობით მაღალი ძებნის დანახარჯების მქონე მომხმარებლებს, რომლებიცამ ტიპის მაღაზიას ძებნის პროცესში წააწყდებიან). ამ ტიპის მაღაზიები პროდუქტს ზღვრული დანახარჯების ტოლი ფასებით ყიდიან. მაღაზიათა მეორე წყება ემსახურება მაღალი ძებნის დანახარჯის მქონე მომხმარებლებს იმ ფასით, რაც მომხმარებლებს ხდის ინდიფერენტულს პროდუქტის დაუყონებლივ ყიდვასა და დამატებითი ძებნის შედაგად მისი მოგვიანებით ყიდვის მიმართ.

ფარული შეთანხმება

თავში 8 ვაჩვენეთ, რომ ბაზრის მოთამაშეებს აქვთ შესაძლებლობა მიიღონ უფრო მაღალი ამონაგები ქვეთამაშის სრულყოფილ წონასწორობაში, უსასრულოდ განმეორებადი თამაშის შემთხვევაში, ვიდრე მარტივად ერთ პერიოდიანი თამაშის პირობებში მიღწეული ნეშის წონასწორობის უსასრულოდ გამეორებით. მაგალითად, ჩვენ ვნახეთ

9 ეს მოდელი განავითარა S. Salop and J Stiglitz, "Bargains and Ripoffs: A Model of Monopolistically Competitive Price Dispersion," Review of Economic Studies 44 (1977): 493-510

პატიმრების დილემის მაგალითში, რომ თუ მოთამაშეებს აქვთ საკმარისი მოთმინება, მათ შეუძლიათ უსასრულოდ ითამაშონ ფარული გარიგება ნაცვლად ერთმანეთის პერიოდული დასმენისა. ოლოგოპოლიის თეორიის პერსპექტივებიდან, მთავარი საკითხია ეგუებიან თუ არა ფირმები ბერტრანის პარადოქსის პირობებს(ზღვრული დანახარჯების მიხედვით ფასწარმოქმნა და ნულოვანი მოგება) განმეორებადი თამაშის თითოეულ პერიოდში თუ მიაღწევენ უფრო მაღალი მოგების დონეს ფარული თანამშრომლობით.

ერთმანეთისაგან უნდა განვასხვაოთ ფარული თანამშრომლობა და ღია კარტელის ფორმირება. ღია კარტელი გულისხმობს გარიგების პირობის (მაგ. მაღალი ფასის ან დაბალი გამოშვების მოცულობის შენარჩუნება) დარღვევის შემთხვევაში ცალკეული გარე სანქციების ამოქმედებას. ფარული თანამშრომლობის პირობა შესაძლებელია აღსრულდეს მხოლოდ ბაზრის შიდა მექანიზმებით. ე.ი. მხოლოდ იმ გზით, რაც შესაძლებელია დადგეს განმეორებადი თამაშის ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობის პირობებში. ანტიტრესტული კანონმდებლობები ჩვეულებრივ კრძალავენ ღია კარტელების ფორმირებას, ასე, რომ ჩვეულებრივ სტატიკური ფასის ზრდის შენარჩუნების ერთადერთი გზა ფარული გარიგების არსებობაა.

სასრულად განმეორებადი თამაში

თუ ბერტრანის მოდელს ავიღებთ როგორც ერთი პერიოდის თამაშს, თავში 8 განხილული სელტენის თეორემის მიხედვით ამ თამაშის განმეორება T სიხშირით არ ცვლის მოდელის საბოლოო შედეგებს. ბერტრანის სასრულად განმეორებადი თამაშის ერთადერთი ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორებაა ნეშის წონასწორობის – ზღვრული დანახარჯების ტოლი ფასის – გამეორება თითოეული პერიოდისათვის. თამაში იხსნება უკუსვლით. T (ბოლო) პერიოდში ნეშის უნიკალური წონასწორობა დადგება, მიუხედავად წინა პერიოდის მოვლენათა განვითარებისა. რადგან $T-1$ პერიოდში დამდგარი შედეგი გავლენას არ ახდენს მომდევნო პერიოდის შედეგზე, ეს პერიოდიც განიხილება როგორც უკანასკნელი და ნეშის წონასწორობა მიიღწევა. ინდუქციის გამოყენებით, თამაშის დანარჩენი ეტაპებიც ანალოგიურად განიხილება პირველ პერიოდამდე.

უსასრულოდ განმეორებადი თამაში

თუ ერთეტაპიანი თამაში უსასრულოდ ხანგრძლივი პერიოდის მანძილზე მეორდება, ასეთ შემთხვევაში გამოიყენება ხალხური თეორემა. ეს თეორემა გულისხმობს, რომ ნებისმიერი შესაძლებელი და ინდივიდუალურად რაციონალური გადახდები შესაძლებელია შენარჩუნდეს უსასრულოდ განმეორებადი თამაშის თითოეული პერიოდისათვის, სანამ დისკონტირების ფაქტორის δ მნიშვნელობა საკმარისად ახლოს იქნება ერთთან. გავიხსენოთ, რომ დისკონტირების ფაქტორი არის მომავალში, ერთი პერიოდის შემდეგ გამომუშავებული 1 დოლარის ღირებულება დღეს. უხეშად რომ ვთქვათ,

ესაა საზომი თუ რამდენად მომთმენი არიან მოთამაშეები. რადგან მონოპოლიური შედეგი (მოგების გაყოფა ფირმების მიერ) არის შესაძლებელი და ინდივიდუალურად რაციონალური შედეგი, ხალხური თეორემის მიხედვით ამ შედეგის შენარჩუნება შესაძლებელია ქვეთამაშის სრულყოფილ წონასწორობაში δ-ს ერთთან საკმარისად ახლო მნიშვნელობისთვის. მოდი ვიპოვოთ δ-ს საჭირო ზღვრული მნიშვნელობა.

პირველად დავუშვათ, რომ ბერტრანის თამაშში თითოეული პერიოდისათვის არის ორი კონკურენტი ფირმა. ΠM-ით აღვნიშნოთ მონოპოლიური მოგება, ხოლო PM მონოპოლიური ფასი ერთპერიოდიანი თამაშისათვის. ფირმებმა შესაძლებელია ფარულად ითანამშრომლონ მონოპოლიური ფასის შენარჩუნების მიზნით, სადაც თითოეული ფირმა მონოპოლიური მოგებიდან თანაბარ წილს იღებს – ფარული მხარდაჭერის სტრატეგიის გამოყენებით ითანამშრომლონ მანამდე, სანამ რომელიმე ფირმა არ შეამცირებს PM-ს. ზღვრული ფასების მიხედვით ფასწარმოქმნა თითოეულ ეტაპზე ხასიათდება ნეშის წონასწორობის დადგომით, თუ რომელიმე ფირმა არსებული ფასებიდან არ გადაუხვევს. წარმატებული ფარული თანამშრომლობა იძლევა მოგების შემდეგ მნკრივს:

$$
\begin{aligned}
V^{\text{ფარული შეთანხმების}} &= \frac{\Pi_M}{2} + \delta \cdot \frac{\Pi_M}{2} + \delta^2 \cdot \frac{\Pi_M}{2} + \ldots \\
&= \frac{\Pi_M}{2}\left(1 + \delta + \delta^2 + \ldots\right) \\
&= \left(\frac{\Pi_M}{2}\right)\left(\frac{1}{1-\delta}\right).
\end{aligned}
\tag{15.43}
$$

მოცემული მნკრივისათვის დისკონტირების ფაქტორების $1 + \delta + \delta^2 + \ldots$ დამატების საკითხების განხილვისათვის იხილეთ თავი 8. მოცემულ შემთხვევაში საჭიროა შევამოწმოთ აქვს თუ არა სტიმული ფირმას, რომ გადაუხვიოს დადგენილ ფასებს. ფარული PM ფასის მცირედი შემცირებით ფირმას შეუძლია მიმდინარე პერიოდისათვის მიიღოს ბაზრის მთლიანი მონოპოლიური მოგება. ეს ცვლილება გამოიწვევს ფასების ზღვრულ დანახარჯებთან ტოლობას თამაშის მეორე და მომავალი პერიოდებისათვის, ასე რომ, ყველა ფირმა მიიღებს ნულოვან მოგებას შემდგომი პერიოდებისათვის. ე.ი. ფასიდან ვარიაციის შედეგად მოგების მნკრივი იქნება: $V^{\text{ფარული შეთანხმების}} = \Pi M$.

ეს გადახვევა წამგებიანი რომ იყოს, მაშინ უნდა გვქონდეს $V^{\text{ფარული შეთანხმების}} \geq V^{\text{ფარატიკოს}}$, ანუ:

$$
\left(\frac{\Pi_M}{2}\right)\left(\frac{1}{1-\delta}\right) \geq \Pi_M. \tag{15.44}
$$

ტოლობის 15.44 დაჯგუფებით, მივდივართ პირობამდე $\delta \geq 1/2$. ფასების ცვლილების თავიდან ასაცილებლად, ფირმები უნდა აფასებდნენ მომავალს სათანადოთ, რათა მომავალში ნეშის წონასწორობის გამეორებით მისაღები მოგებების დაკარგვის შიშმა გადაწონოს ის სარგებელი, რაც ფასის შემცირებითა და მთელი მონოპოლიური მოგების მითვისებით შეუძლია მიიღოს ფირმამ მიმდინარე პერიოდში.

ბერტრანის დუოპოლია. დავუშვათ, რომ მხოლოდ ორი ფირმა აწარმოებს ცალკეულ სამედიცინო მოწყობილობებს, რომლებიც ქირურგიაში გამოიყენება. სამედიცინო მოწყობილობა იწარმოება 10$-ის ტოლი მუდმივი საშუალო და ზღვრული დანახარჯებით, მოთხოვნა სამედიცინო მოწყობილობაზე განისაზღვრება შემდეგი ტოლობით:

$$Q = 5{,}000 - 100P \tag{15.45}$$

თუ ბერტრანის მოდელში თამაში ერთ პერიოდიანია, მაშინ თითოეული ფირმა 10$-ის ტოლ ფასს დააწესებს და გაიყიდება 4000 ერთეული პროდუქტი. რადგან მონოპოლიური ფასია 30$, ფირმებს აქვთ გამოკვეთილი სტიმული განიხილონ ფარული თანამშრომლობის სტრატეგიები. მონოპოლიური ფასებით, მოგების დონე თითოეული პერიოდისათვის არის 40000 $, ხოლო ფირმების წილი კი 20000$-ია. ტოლობის 15.44 მიხედვით მონოპოლიური ფასის შენარჩუნება მოხდება თუ:

$$20{,}000\left(\frac{1}{1-\delta}\right) \geq 40{,}000 \tag{15.46}$$

ან თუ $\delta \geq 1/2$, როგორც ეს უკვე ვნახეთ.

შესაძლებელია თუ არა ამ ბაზარზე $\delta \geq 1/2$ პირობის შესრულება? ეს უკანასკნელი დამოკიდებულია იმაზე, თუ რომელ ფაქტორებს ჩავრთავთ δ-ს გამოთვლაში. საპროცენტო განაკვეთისა და თამაშის გაგრძელების შესაძლო გაურკვევლობის ფაქტორის ჩათვლით. დროებით გვერდზე გადავდოთ გაურკვევლობის ფაქტორი და განვიხილოთ მხოლოდ საპროცენტო განაკვეთი. თუ დროის პერიოდი ერთი წელია, მაშინ რაციონალურია დავუშვათ, რომ წლიური საპროცენტო განაკვეთი $r = 10\%$-ს. როგორც თავის 17 დანართშია ნაჩვენები $\delta = 1/(1 + r)$, ასე რომ თუ $r = 10\%$, მაშინ $\delta = 0.91$. δ-ს ეს მნიშვნელობა აშკარად აჭარბებს ზღვრულ 1/2-ს ფარული თანამშრომლობის შენარჩუნებისათვის. δ-ს 1/2-ზე ნაკლები მნიშვნელობით, გაურკვევლობა უნდა ჩავრთოთ დისკონტრირების ფაქტორთა შორის. უნდა არსებობდეს მნიშვნელოვანი ალბათობა იმისა, რომ საბაზრო თანამშრომლობა არ გაგრძელდება მომავალი პერიოდებისათვის – ალბათ იმიტომ, რომ შემუშავებულ იქნა ახალი ქირურგიული პროცედურები, რომლებიც არსებულ სამედიცინო მოწყობილობებს შეუსაბამოს გახდის.

ჩვენ ყურადღება გავამახვილეთ ფარული თანამშრომლობის საუკეთესო შედეგებზე: $30-ის ტოლი მონოპოლიური ფასით. იქნება თუ არა თანამშრომლობა უფრო მარტივი $20-ის ფასის შენარჩუნების შემთხვევაში? არა. $20-ის ტოლი ფასის შემთხვევაში მთლიანი მოგება თითოეული პერიოდისათვის იქნება $30000, რაც ფირმებს შორის $15000-ის წილით განაწილდება. ამ მნიშვნელობის 15.44 ტოლობაში ჩასმით, მივიღებთ თანამშრომლობის შენარჩუნების პირობას:

$$15{,}000\left(\frac{1}{1-\delta}\right) \geq 30{,}000, \tag{15.47}$$

აქაც გვაქვს პირობა $\delta \geq 1/2$. მოგების დონის მიუხედავად, ფირმები ეცდებიან არსებული რეალობის შემცირებას, რაც ტოლობის 15.44 ორივე მხარეს აბათილებს და ტოვებს პირობას $\delta \geq 1/2$. შესაბამისად ჩვენ ვიღებთ დისკრეტულ ნახტომს ფირმების შესაძლებლობაში ფარულად ითანამშრომლონ, რადგან ისინი გახდნენ უფრო მომთმენნი ე.ი. δ იზრდება 0-დან 1-მდე[10]. δ-ის 1/2 ნაკლები მნიშვნელობით თანამშრომლობა შეუძლებელია. δ-ის 1/2 -ზე მეტი მნიშვნელობით ნებიმიერი ფასი ზღვრულ დანახარჯსა და მონოპოლიურ ფასს შორის უნდა მივიჩნიოთ ფარული შეთანხმების შედეგად მიღებულ მონოპოლიურ ფასად. ამ ქვეთამაშის წონასწორობის მრავლფეროვნების გამო, ეკონომისტები ხშირად ყურადღებას ამახვილებენ იმ სიდიდეზე, რომელიც ფირმებისათვის-ყველაზე მეტად მომგებიანია, მაგრამ ფორმალური თეორია იმის შესახებ, თუ რატომ ითამაშებს ფირმა ერთ ან სხვა თამაშს ჯერ კიდევ ჩამოუყალიბებელია.

ბერტრანის ოლოგოპოლია. ახლა დავუშვათ, რომ n ოდენობის ფირმა აწარმოებს სამედიცინო მოწყობილობას. მონოპოლიური მოგება $40,000-მდე იზრდება, მაგრამ ამ შემთხვევაში თითოეული ფირმის წილია $40,000/$n$. მონოპოლიური ფასის მცირედი შემცირებით, ფირმას ჯერ კიდევ შეუძლია მიიღოს მთლიანი მონოპოლიური მოგება მიუხედავად იმისა თუ ბაზარზე რამდენი ფირმაა. შეთანხმების $20,000 ფასის შეცვლით $40,000/$n$-ით ტოლობაში 15.46, გვექნება n ფირმის წარმატებული თანამშრომლობა მონოპოლიურ ფასზე, თუ:

$$\frac{40,000}{n}\left(\frac{1}{1-\delta}\right) \geq 40,000, \tag{15.48}$$

ან

$$\delta \geq 1-\frac{1}{n}. \tag{15.49}$$

როგორც წინა შემთხვევაში დისკონტირებული ფაქტორის რაციონალური მნიშვნელობის აღებით $\delta = 0.91$, თანამშრომლობა შესაძლებელია, თუ ბაზარზე არის 11 ან ნაკლები ფირმა და ასეთი თანამშრომლობა შეუძლებელია 12 ან მეტი ფირმის შემთხვევაში. 12 ან მეტი ფირმის შემთხვევაში, ქვეთამაშის ერთადერთი წონასწორობა გულისხმობს ზღვრული დანახარჯების მიხედვით ფასწარმოქმნას და ნულოვან მოგებას.

ტოლობა 15.49 გვაჩვენებს, რომ ფარული თანამშრომლობა მით უფრო ადვილია, რაც უფრო მეტად მომთმენნი არიან ფირმები (როგორც ეს ადრე ვნახეთ) და რაც უფრო ნაკლები ფირმაა ბაზარზე. ერთ-ერთი არგუმენტი რის გამოც ანტიტრესტული ორგანოები ეჭვქვეშ აყენებენ შერწყმებს არის ის, რომ შერწყმა ამცირებს ფირმების n რაოდენობას და კმაყოფილდება ტოლობის 15.49 მოთხოვნა. შესაბამისად, შესაძლებელია თანამშრომლობა, რასაც მივყავართ უფრო მაღალ ფასებამდე და დაბალ მთლიანი კეთილდღეობამდე.

10 ფირმების თანამშრომლობის უნარზე დისკრეტული ხტომა ბერტრანის მოდელის მახასიათებელია; თანამშრომლობის შესაძლებლობა იზრდება უწყვეტად δ-სთან ერთად კურნოს მოდელში, მაგალითის 15.7 მიხედვით.

(გაგრძელება)

შეკითხვა: პერიოდში ვგულისხმობთ იმ დროს, რაც სჭირდება ფირმას, რომ მიიღოს ინფორმაცია და შეასრულოს შესაბამისი ქმედება მეტოქის მიერ ფასის დაკლებაზე. რა იქნება შესაბამისი პერიოდის ხანრძლივობა გაზგასამართი სადგურების კონკურენციისათვის პატარა ქალაქში? რომელ ინდუსტრიებში იქნება ერთი წელი პერიოდი რაციონალური ხანგრძლივობა?

დავუშვათ, რომ კვლავ გვაქვს ორი ფირმა, რომლებიც აწარმოებენ სამედიცინო მოწყობილობას, მაგრამ თითოეული პერიოდისათვის ისინი ერთმანეთს კონკურენციას უწევენ რაოდენობით (კურნო) და არა ფასით (ბერტრანი). ჩვენ აქაც კვლავ განვიხილავთ იმ პირობებს, რომლის შემთხვევაშიც ფირმებს შეძლიათ თანამშრომლობა მონოპოლიური ბაზრის ფუნქციონირების შედეგების მისაღებად. მოცემულ პერიოდში მონოპოლიური მოგების მიღებისათვის თითოეულმა ფირმამ უნდა აწარმოოს 1,000 ერთეული პროდუქტი, ამ რაოდენობით ფასი იქნება $30, მთლიანი მოგება კი $40,000, ხოლო თითოეული ფირმის მოგება $20,000. მიმდინარე დისკონტირებული ღირებულება ფარული თანამშრომლობის მწკრივისათვის იქნება:

$$V_{\text{ფარული შეთანხმების}} = 20,000\left(\frac{1}{1-\delta}\right) \tag{15.50}$$

შეთანხმებიდან გადახვევის შემთხვევაში მოგებების მწკრივის დისკონტირებული ღირებულების გამოთვლა საკმაოდ რთულია. ოპტიმალური გადახვევა არ არის ისეთი მარტივი, როგორც ერთი ფირმის მიერ მთლიანი მონოპოლიური გამოშვების წარმოება და სხვა ფირმებისათვის მოცულობის ნოლთან ტოლობაა. მეორე ფირმის მიერ მაინც განხორციელდება ბაზარზე 1000 ერთეული პროდუქტის მიწოდება. ოპტიმალური ვარიაცია (ვთქვათ ფირმა 1-ის მიერ) იქნება მეორე ფირმის გამოშვების 1000-იან მოცულობაზე საუკეთესო პასუხი. ამ საუკეთესო პასუხის გამოსათვლევად, პირველ რიგში შევნიშნოთ, რომ, თუ მოთხოვნა მოცემულია ტოლობით15.45, მაშინ მოთხოვნის ინვერსიული ფუნქცია იქნება:

$$P = 50 - \frac{Q}{100}. \tag{15.51}$$

ფირმა 1-ის მოგება არის:

$$\pi_1 = Pq_1 - cq_1 = q_1\left(40 - \frac{q_1 + q_2}{100}\right). \tag{15.52}$$

პირველი რიგის პირობების გაწარმოებით q_1-ის მიმართ და შემდეგ q_1-ის მიმართ ტოლობის ამოხსნა გვაძლევს საუკეთესო რეაგირების ფუნქციას:

$$q_1 = 2,000 - \frac{q_2}{2}. \tag{15.53}$$

ფირმა 1-ის საუკეთესო პასუხი ფირმა 2-ის მიერ 1000 ერთეულის წარმოებაზე არის წარმოების მოცულობის 1000-დან 1500 ერთეულამდე გაზრდა. ამ ოდენობების 15.52 ტოლობაში ჩასმა ნიშნავს იმას, რომ ფირმა 1 იღებს $22,500-ის მოგებას ვარიაციის პერიოდისათვის.

თუ რა ოდენობის მოგებას მიიღებს ფირმა 2 და შემდეგ პერიოდებში დამოკიდებულია სხვა ფირმების მიერ განხორციელებულ სტრატეგიებზე. დავუშვათ, რომ ფირმები კურნოს თამაშში იყენებენ მკაცრ სტრატეგიას ნეშის წონასწორობამდე მისვლისათვის. თითეოული ფირმა ახორციელებს საუკეთესო საპასუხო ქმედებას ტოლობაში 15.53 მოცემული საუკეთესო რეაგირების ფუნქციების მიხედვით (შეცვალეთ ქვედა ინდექსები ფირმა 2-ს შემთხვევაში). საუკეთესო რეაგირების განტოლებების ერთდროული ამოხსნა გულისხმობს, რომ ნეშის წონასწორობის შედეგები არის $q_1^* = q_2^* = 4,000/3$ და მოგების შესაბამისი დონეებია $\pi_1^* = \pi_2^* = \$17,778$. ფირმა 1-ის მოგების მწკრივის დისკონტირებული ღირებულება არის:

$$\begin{aligned} V^{\text{თანამშრომლობის}} &= 22,500 + 17,778\delta + 17,778\delta^2 + 17,778\delta^3 + \ldots \\ &= 22,500 + (17,778 \cdot \delta)(1 + \delta + \delta^2 + \ldots) \\ &= \$22,500 + \$17,778\left(\frac{\delta}{1-\delta}\right). \end{aligned} \tag{15.54}$$

გვაქვს $V^{\text{ფარული შეთანხმების}} \geq V^{\text{ვარიაციის}}$ თუ

$$\$20,000\left(\frac{1}{1-\delta}\right) \geq \$22,500 + \$17,778\left(\frac{\delta}{1-\delta}\right) \tag{15.55}$$

ან მცირე ალგებრული გარდაქმნის შემდეგ, თუ $\delta \geq 0.53$.

ბერტრანის ერთეტაპიანი თამაშისაგან განსხვავებით, კურნოს თამაშში თანამშრომლობის ცალკეული ფაქტორები მოყვანილია დისკონტირების ფაქტორების მიხედვით, რომლებიც მოცემულ შემთხვევაში 0.53-ზე ნაკლებია. ამ შემთხვევაში მონოპოლიასთან შედარებითგამოშვება იქნება უფრო მაღალი და მოგების დონე უფრო დაბალი.

შეკითხვა: კურნოს თამაშში შეთანხმებიდან გადახვევის სარგებელი უფრო ნაკლებია, ვიდრე ეს ბერტრანის მოდელშია, რადგან კურნოს ფირმას არ შეუძლია მოიპაროს მთელი მონოპოლიური მოგება მცირე გადახვევით. მაშინ რატომაა საჭირო უფრო მკაცრი პირობის ($\delta \geq 0.53$ უფრო მეტად, ვიდრე $\delta \geq 0.05$) დაკმაყოფილება მონოპოლიის შედეგის მისაღებად კურნოს დუოპოლიაში ბერტრანის დუოპოლიასთან შედარებით?

ბრძელვადიანი გადაწყვეტილებები: ინვესტირება, ბაზარზე შესვლა და ბაზრის დატოვება

მოცემულ თავში, აქამდე, უმეტესწილად განვიხილეთ ფასისა და რაოდენობების შესახებ მოკლევადიანი გადაწყვეტილებები. სტრატეგიული თანამშრომლობის საზღვრები ფართოვდება, როდესაც შემოგვაქვს გრძელვადიანი გადაწყვეტილებების განხილვა. ავიღოთ მსუბუქი მანქანების ბაზრის შემთხვევა. გრძელვადიანი გადაწყვეტილებები გულისხმობს გადაწყვტილებას მანქანის დიზაინის განახლებაზე, რომლის განხორციელებისთვისაც ალბათ ორი წელია საჭირო. გრძელვადიანი გადაწყვეტილების მაგალითია ასევე, ინვესტირება რობოტებში წარმოების დანახარჯების შემცირებისათვის, წარმოების ადგილის გადატანა მომხმარებელთან და იაფ ნედლეულთან ახლოს, ახალ სარეკლამო კამპანიაში ჩართვა, ახალი საწარმოო ხაზის გახსნა ან დახურვა (მაგალითად, რკინიგზის ვაგონების წარმოების შეწყვეტა და მსუბუქი ავტომობილების წარმოების დაწყება). ამგვარი გადაწყვეტილებების მიღებისას ოლიგოპოლისტმა უნდა გაითვალისწინოს მსგავსი ცვლილებების შემდეგმისი კონკურენტების ქცევა. გახდება თუ არა არსებული კონკურენციის დონე უფრო მაღალი ან დაბალი ცვლილებების შემდეგ? გამოიწვევს თუ არა ეს გადაწყვეტილებები ბაზარზე არსებული კონკურენტების გასვლას ბაზრიდან ან ახალი კონკურენტების შემოსვლას?არის თუ არა უფრო კარგი პირველებმა განვახორციელოთ ცვილებები, თუ დეველოდოთ სხვების გადაწყვეტილებებს?

მოქნილობა ხისტი მიდგომის ნაცვლად

ისეთი გრძელვადიანი გადაწყვეტილებების ანალიზისას როგორებიცაა ინვესტირება, ბაზარზე შესვლა და ბაზრიდან გასვლა, კრიტიკული მნიშვნელობის საკითხია იმის გარკვევა, თუ რამდენად მარტივია უკვე მიღებული გადაწყვეტილებების შეცვლა. ერთი შეხედვით, შესაძლებელია მოგვეჩვნენოს, რომ ფირმისათვის უმჯობესია, შეეძლოს ადვილად შეცვალოს გადაწყტილებები, რაც მას უფრო მეტ მოქნილობას აძლევს ცვალებად გარემოსთან მიმართებაში. მაგალითად, მანქანის მწარმოებელს შესაძლებელია უფრო მეტად სურდეს ჰიბრიდული ელექტრული მანქანის განვითარებაში ინვესტირება, ისეთი მოცემულობით, რომ მან მოგვიანებით მარტივად შეძლოს ძველი დიზაინის დაბრუნება ბენზინზე მომუშავე ძრავით, თუ მოულოდნელად დაეცემა ბენზინის ფასი (ჰიბრიდულ მანქანებზე მოთხოვნასთან ერთად). სტრატეგიული განხილვების გარეშე მონოპოლისტი ფირმა ყოველთვის აფასებს მოქნილობას და უკუქცევას. „არჩევანის ღირებულება", რომელიც განისაზღვრება მოქნილობით უფრო დეტალურად განხილულია თავში 7.

ჩვენდა გასაკვირად, ოლიგოპოლიური გარემოს შემთხვევაში სტრატეგიულ მსჯელობას მივყავართ იმ დასკვნამდე, რომ ფირმა ამჯობინებს მისი გადაწყვეტილება იყოს უკუქცევადი. ცალკეულ შემთხვევებში ფირმა კარგავს მისი მოქმედების მოქნილობას

და უფრო მეტად ყურადღებას ამახვილებს გადაწყვეტილების შესრულების შესაძლებლობაზე. გადაწყვეტილების შესრულების შესაძლებლობის მნიშვნელობას დავინახავთ ქვემოთ განხილულ მაგალითებში. თუ ფირმას შეუძლია მიღებული გადაწყვეტილების შესრულება, მან შესაძლოა მიიღოს პირველად მფლობელის უპირატესობა. პირველად ფლობის უპირატესობამ ფირმას შესაძლოა მისცეს მთელი ბაზრის მომსახურების შანსი და შეზღუდოს კონკურენტების ქმედებები. შესრულების უნარი მნიშვნელოვანია პირველი რიგის მფლობელის უპირატესობისათვის. თუ ფირმას შეუძლია ფარულად შეცვალოს მისი გადაწყვეტილება, მაშინ მის კონკურენტს შეუძლია გაიგოს ამ ცვლილების შესახებ და მდგომარეობა დაბრუნდეს თამაშის პირველად მდგომარეობაში, სადაც არ არსებობს პირველი რიგის მფლობელის უპირატესობა.

ჩვენ თავში 8 უკვე განვიხილეთ სქესთა შორის ბრძოლის მაგალითი, რომელშიც მოცემული იყო ვალდებულების მნიშვნელობა. მოდელის ერთობლივ ვარიანტში მოცემული იყო ნეშის სამი წონასწორობა. ერთი წმინდა სტრატეგიის წონასწორობის შემთხვევაში, ცოლი იღებს მეტ უკუგებას მისთვის საყვარელ ღონისძიებაზე ქმართან ერთად დასწრებით, მაგრამ იღებს ნაკლებ უკუგებას დანარჩენი ორი წონასწორობის შემთხვევაში (წმინდა სტრატეგიის წონასწორობა, რომლის პირობებშიც იგი ესწრება მისთვის ნაკლებად საყვარელ ღონისძიებას და შერეული სტრატეგიის წონასწორობა, რომლის დროსაც ის იღებს სამი შემთხვევიდან ყველაზე ნაკლებ უკუგებას). თამაშის მიმდევრობით ვერსიაში, თუ მოთამაშეს მიეცემოდა საშუალება აერჩია ყოფილიყო პირველი ინიციატორი ღონისძიების არჩევაში ან ყოფილიყო მეორე და დათანხმებოდა გადაწყვეტილებას, მოთამაშე ყოველთვის აირჩევდა პირველი ინიციატორის როლს. პირველი რიგის ინიციატორობა მას საშუალებას აძლევს მიიღოს გარანტირებული პრეფერენციული შედეგი, ქვეთამაშის უნიკალური წონასწორობის პირობებში მისი ან მეუღლის მოსაწონ ღონისძიებაზე დასწრების გზით.

აუნაზღაურებელი დანახარჯები

არაშექცევადი ინვესტიციების დანახარჯები აუნაზღაურებელ დანახარჯებად იწოდება.

აუნაზღაურებელი დანახარჯი. აუნაზღაურებელი დანახარჯი არის ინვესტიციის დანა- დანახარჯი, რომელიც არ ბრუნდება და არ აქვს გადაყიდვის ღირებულება. | **განსაზღვრება**

აუნაზღაურებელი დანახარჯები მოიცავს დანახარჯებს უნიკალური ტიპის მოწყობილობებზე (მაგალითად, ახალი ამბების საბეჭდი მანქანა) ან სამუშაოსთან დაკავშირებულ სპეციალურ ტრენინგს მუშებისათვის (უნარების განვითარება ახალი საბეჭდი მანქანის გამოყენებისათვის). ხშირად არსებობს აღრევა აუნაზღაურებელიდა ფიქსირებული დანახარჯების გამოყენებაში. მათი საერთოა ის, რომ ისინი არ იცვლებიან გამოშვების მოცულობის მიხედვით და თუ მოცემულ პერიოდში ფირმას საერთოდ არ აქვს გამოშვება, ეს ორი სახის დანახარჯი მიანც იარსებებს. მაგრამ ფიქსირებული დანახარჯებისგან

განსხვავებით, რომელსაც შესაძლოა ადგილი ქონდეს გარკვეული პერიოდულობით (საწვავი ფაბრიკისათვის, მდივნების ხელფასები და ადმინისტრაციული დანახარჯები), აუნაზღაურებელი დანახარჯები მხოლოდ ერთხელ გაიწევა ინვესტიციისას[11]. ცალკეული ფიქსირებული დანახარჯების გაწევა შესაძლებელია თავიდან იქნას აცილებული გრძელვადიან პერიოდში, მაგალითად საწარმოსა და მასში არსებული ინვენტარის გაყიდვით, მაგრამ აუნაზღაურებელი დანახარჯების შემთხვევაში ამდაგვარი მიდგომა გამორიცხულია, რადგან განხორციელებული ინვესტიციის დანიშნულების შეცვლა შეუძლებელია. როდესაც ფირმა ახორციელებს ინვესტიციებს აუნაზღაურებელი დანახარჯებით, იგი იღებს ვალდებულებას მოცემული ინვესტიციის მიმართ, რომელსაც შეესაძლოა მის სტრატეგიულ ქცევაზე ჰქონდეს მნიშვნელოვანი გავლენა.

პირველი ინიციატორის უპირატესობა სტეკელბერგის მოდელში

პირველი რიგის ინიციატორის უპირატესობის ილუსტრირებისათვის ყველაზე მარტივი მოდელია სტეკელბერგის მოდელი, რომელსაც სახელი მისი პირველი ავტორის მიხედვით ეწოდა[12]. ეს მოდელი კურნოს დუოპოლიის მოდელის მსგავსია მხოლოდ იმ გამონაკლისით, რომ რაოდენობების ერთდროულად არჩევის ნაცვლად ფირმები ირჩევენ მიმდევრობით – ფირმა 1 (ლიდერი) ირჩევს გამოშვების რაოდენობას, შემდეგ ფირმა 2 პირველზე დაკვირვებით ირჩევს თავის რაოდენობას.

ამ მიმდევრობით თამაშში წონასწორობის პოვნისათვის გამოვიყენებთ უკუსვლით ინდუქციას. დავიწყოთ მიმდევარი ფირმის გამოშვების მოცულობის ანალიზით. ფირმა 2 ირჩევს q_2 გამოშვებას, რომელიც ახდენს მისი მოგების მაქსიმიზაციას, ფირმა 1-ის q_1 გამოშვების მოცულობის დაშვებით. სხვა სიტყვებით რომ ავხსნათ ფირმა 2 რეაგირებსფირმა 1-ის გამოშვების მოცულობაზე. ეს შედეგები იგივე საუკეთესო რეაგირების ფუნქციაა ფირმა 2-თვის, როგორც ეს გამოვთვალეთ კურნოს თამაშში პირველი რიგი გაწარმოების მეშვეობით (ტოლობა 15.2). ავღნიშნოთ ეს საუკეთესო რეაგირების მრუდი $BR_2(q_1)$-ით.

დავუბრუნდეთ ლიდერი ფირმის გამოშვების მოცულობას. ფირმა 1 აცნობიერებს, რომ მას შეუძლია გავლენა მოახდინოს მიმდევარი ფირმის ქმედებაზე, რადგან ეს უკანასკნელი მასზე დაკვირებით იღებს გადაწყვეტილებას. $BR_2(q_1)$-ის ჩასმით ფირმა 1-ის მოგების ფუნქციაში, 15.1 ტოლობაში, გვექნება:

---

11 მათემატიკურად, აუნაზღაურებელი დანახარჯების ცნება შესაძლებელია ინტეგრირებულ იქნას მთლიანი დანახარჯების ფუნქციაში, შემდეგი სახით:

$$C_i(q_i) = S + F_i + cq_i$$

სადაც S არის თითოეული პერიოდის აუნაზღაურებელი დანახარჯების ამორტიზაცია (მაგალითად, იმ ფონდებისათვის გადახდილი საპროცენტო განაკვეთი, რომლებიც საინვესტიციო კაპიტალის დაფინანსებას მოხმარდა), F_i არის თითოეულიპერიოდისფიქსირებული დანახარჯები, c არის ზღვრული დანახარჯები და q_i არის თითოეული პერიოდის გამოშვება. თუ q_i = 0-ს, მაშინ $C_i = S + Fi$, მაგრამ წარმოების პერიოდი საკმარისად ხანგრძლივია, მაშინ F_i დანახარჯების ცალკეული ნაწილი შესაძლებელია თავიდან იქნას აცილებული, მაგრამ მასთან, S დანახარჯების ვერცერთ ნაწილს ვერ შევკვეცთ.

12 H. von Stackelberg. The Theory of Market Economy. Trans. A.T. Peacock(New York: Oxford University Press, 1952)

$$\pi_1 = P(q_1 + BR_2(q_1))q_1 - C_1(q_1). \qquad (15.56)$$

პირველი რიგის პირობა q_1-ის მიმართ არის

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = P(Q) + P'(Q)q_1 + P'(Q)BR_2'(q_2)q_1 - C_1'(q_1) = 0 \qquad (15.57)$$

ეს არის იგივე პირველი რიგის პირობა, როგორც ეს გამოვთვალეთ კურნოს მოდელში (იხილეთ ტოლობა15.2), გარდა S წევრის დამატებისა, რომელიც ასახავს ფირმა 1-ის გამოშვების მოცულობის სტრატეგიულ ეფექტს ფირმა 2-ზე. სტრატეგიული ეფექტი S მიიყვანს ფირმა 1-ს აწარმოოს იმაზე მეტი, ვიდრე ეს კურნოს მოდელის შემთხვევაში იქნებოდა. ფირმა 1-ის ჭარბი გამოშვება ფირმა 2-სგამოშვების მოცულობას $BR_2'(q_1)$-ით შეამცირებინებს. ფირმა 2-ს გამოშვების მოცულობის შემცირება საბაზრო ფასს გაზრდის, ე.ი. გაზრდის არსებული გაყიდვებიდან მიღებულ ამონაგებს. ჩვენ ვიცით, რომ q_2 მცირდება q_1-ის ზრდის შედეგად, რადგან საუკეთესო რეაგირების მრუდი რაოდენობრივი კონკურენციის პირობებში ჩვეულებრივ არის დაღმავალი. ილუსტრირებისათვისიხილით ნახაზი 15.2.

სტრატეგიული ეფექტი არ იარსებებს თუ ლიდერის გამოშვების შესახებ მონაცემები არ იქნება ცნობილი მიმდევარი ფირმისათვის. ლიდერმა ფირმამ ხელმისაწვდომი უნდა გახადოს ინფორმაცია მისი გამოშვების მოცულობის შესახებ, წინააღმდეგ შემთხვევაში თამაში უბრუნდება კურნოს მოდელს. ადვილია იმის დანახვა, რომ ლიდერი ფირმა სტეკელბერგის თამაშს კუნოს თამაშს ამჯობინებს. ლიდერს ყოველთვის შეუძლია აწარმოოს კურნოს თამაშის გამოშვების მოცულობა, ამ უკანასკნელის მოცულობის არჩევით სტეკელბერგის თამაშში. ლიდერი ფირმა აღმოჩნდება უკეთეს მდგომარეობაში თუ აწარმოებს იმაზე მეტს, ვიდრე ეს კურნოს მოდელშია, ე.ი. იღებს სტრატეგიული ეფექტის უპირატესობას S-ს.

მაგალითი 15.2 სტეკელბერგის წყარო

გავიხსენოთ ორი ბუნებრივი წყაროს მაგალითი 15.1. ამ მაგალითში განხილულ სტეკელბერგის თამაშში ხდება რაოდენობების მიმდევრობითი არჩევა. ეს უკანასკნელი განსხვავდება კურნოს მოდელისგან, სადაც ხდებოდა რაოდენობების ერთდროული არჩევა. ფირმა 1 წარმოადგენს ლიდერს, ხოლო ფირმა 2 ლიდერის მიმდევარს.

ფირმა 2-ს გამოშვება. ქვეთამაშის წონასწორობის გამოთვლას, უკუსვლითი ინდუქციის გამოყენებით, დავიწყებთ ფირმა 2-ს გამოშვების მოცულობის არჩევით. უკვე ვიცით, რომ ფირმა 2-ის საუკეთესო რეაგირების ფუნქციას შეესაბამება ტოლობა 15.8 აღნიშნული ტოლობა მოვიყვანოთ აქაც:

$$q_2 = \frac{a - q_1 - c}{2}. \qquad (15.58)$$

(გაგრძელება)

ფირმა 1-ს გამოშვება. დავუბრუნდეთ თამაშის დასაწყისს – ფირმა 1-ს გამოშვების მოცულობის არჩევას. ფირმა 1-ს მოგების ფუნქციაში (15.56) ფირმა 2-ის საუკეთესო რეაგირების ფუნციის ტოლობის ჩასმით (15.58) მივიღებთ:

$$\pi_1 = \left[a - q_1 - \left(\frac{a - q_1 - c}{2}\right) - c\right]q_1 = \frac{1}{2}(a - q_1 - c)q_1. \qquad (15.59)$$

პირველი რიგის პირობის მიხედვით კი მივიღებთ:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = \frac{1}{2}(a - 2q_1 - c) = 0, \qquad (15.60)$$

ამოხსნა მოგვცემს $q_1^* = (a - c)/2$. q_1^*-ის უკან ჩასმა ფირმა 2-ს საუკეთესო რეაგირების ფუნქციაში მოგვცემს $q_2^* = (a - c)/4$. შესაბამისი მოგების დონეები იქნება $\pi_1^* = (1/8)(a - c)^2$ და $\pi_2^* = (1/16)(a - c)^2$.

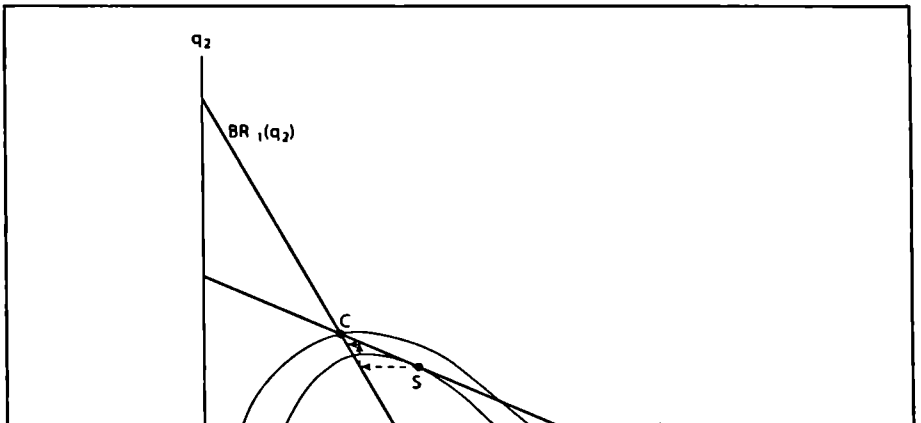
რიცხობრივი მაგალითის განხილვისათვის, დავუშვათ რომ $a = 120$ და $c = 0$. შესაბამისად, $q_1^* = 60$, $q_2^* = 30$, $\pi_1^* = \$1{,}800$ და $\pi_2^* = \$900$. ფირმა 1 აწარმოებს ორჯერ მეტს და აქვს ორჯერ მეტი მოგება, ვიდრე ფირმა 2-ს. გავიხსენოთ კურნოს ერთობლივი თამაშის მოდელიდან, მაგალითის 15.1 მიხედვით, რომ გამოშვების მოცულობა იყო 80, ხოლო დარგის მოგება კი 3200, იმ დაშვებით რომ თითოეული ამ ფირმიდან აწარმოებდა 80/2 = 40 ერთეულს და იღებდა $3200/2 = $1600 ამონაგებს. შესაბამისად, თანმიმდევრობით თამაშში, როდესაც ფირმა 1 არის ინიციატორი, იგი აწარმოებს (60 – 40)/40 = 33.3%-ით მეტს და იღებს (1800 – 1600)/1600 = 12.5%-ით მეტ ამონაგებს ვიდრე ერთობლივ თამაშში.

სტეკელბერის მოდელის შედეგების გრაფიკული წარმოდგენა. ნახაზზე 15.6 ნაჩვენებია სტეკელბერგის მოდელის წონასწორობა საუკეთესო რეაგირების მრუდის მიხედვით. ლიდერი აცნობიერებს, რომ მიმდევარი ფირმა ყოველთვის ეცდება აირჩიოს საუკეთესო სტრატეგია და შესაბამისად მისი შედეგი იქნება საუკეთესო გამოსავლის მიხედვით არჩეული. ლიდერი ფირმა ეფექტიანად ირჩევს მიმდევარი ფირმის საუკეთესო რეაგირეგის მრუდზე იმ წერტილს, რომელიც ახდენს ფირმა 1-ს მოგების მაქსიმიზაციას. მოგების განურჩევლობის მრუდის უმაღლესი მნიშვნელობა მიიღწევა (უმაღლესი მოგების კუთხით, მაგრამ გავიხსენოთ ნახაზიდან 15.2, რომ მაღალი მოგების დონე მიიღწევა ჰორიზონტალურ ღერძზე ქვემოთ გადაადგილებით) S წერტილში, ფირმა 1-ის მოგების განურჩევლობის მრუდის და ფირმა 2-ს საუკეთესო რეაგირების მრუდების შეხების წერტილში. ეს წერტილი წარმოადგენს სტეკელბერის წონასწორობას. კურნოს წონასწრობასთან შედარებით, რომელიც მიიღწევა C წერტილში, სტეკელბერგის წონასწორობაში არსებობს უფრო მაღალი გამოშვების მოცულობა და მოგების დონე ფირმა 1-თვის, რადგან ფირმა 1-ს გამოშვების მაღალი მოცულობის გამოფირმა 2 იძულებულია აწარმოოს უფრო ნაკლები.

ფირმა 1-გან, საუკეთესო რეაგირების მრუდის მიხედვით, საჭიროა მიზანდასახული ქცევა შედეგის მისაღწევად, როგორც ეს მოცემულია S წერტილში. თუ ფირმა 1 ფარულად შეამცირებს q_1-ს (ალბათ იმიტომ რომ q_1 არის ის საწარმოო შესაძლებლობა, რომელიც შესაძლებელია ფარულად შემცირდეს კაპიტალური აქტივების იმ მწარმოებლისათვის საბაზრო ფასად მიყიდვით, რომელიც აწარმოებს მსგავს პროდუქტს), მაშინ გადანაცვლება მოხდება უკან, ფირმა 1-ს საუკეთესო რეაგირების მოცულობამდე, ფირმა 2 რეაგირებას მოახდენს ახალ დაბალ წარმოების მოცულობაზე და ა.შ. ეს უკანასკნელი ასახულია წერტილოვანი ისრებით S-დან უკან C-მდე.

ნახაზი 15.6 სტეკელბერგის თამაში

კურნოს თამაშიდან საუკეთესო რეაგირების მრუდები მოცემულია მუქი წრფეებით. ამოზნექილი მრუდები ფირმა 1-ის მოგების განურჩევლობის მრუდებია. C წერტილი ნეშის წონასწორობაა კურნოს თამაშში (გულისხმობს წარმოების მოცულობის ერთდროულ არჩევას). სტეკელბერგის წონასწორობა არის S წერტილი, რომელშიც ფირმა 1-ის უმაღლესი მოგება მიიღწევა ფირმა 2-ის საუკეთესო რეაგირების მრუდზე. S წერტილში, ფირმა 1-ის მოგების განურჩევლობის მრუდი ფირმა 2-ის საუკეთესო რეაგირების მრუდის მხებია. თუ ფირმა 1-ს არ შეუძლია მიზანდასახულად მისდიოს არჩეულ წარმოების საუკეთესო მოცულობას, მაშინ მოხდება მისი წარმოების მოცულობის გადანაცვლება, რაც აღნიშნულია წყვეტილი ხაზით ნახაზზე, S-დან უკან C-მდე.



შეკითხვა: რა შედეგს მივიღებდით თუ არ გვეცოდინებოდა გამოშვების მოცულობის პირველი ამომრჩევის ვინაობა და ნაცვლად ამისა ფირმები ერთმანეთს გაუწევდნენ კონკურენციას პირველობაში? ამ მდგომარეობაში ფირმები მეტოქეობას როგორ გაწევდნენ? გვეხმარება თუ არა ეს მსჯელობები ავხსნათ ინვესტირების სიჭარბე ინტერნეტ და ტელესაკომუნიკაციო ფირმებში „დოთ-კომ ბუშტის" პერიოდში?

საფასო ლიდერობის სხვაობები

სტეკელბერგის მოდელში, ლიდერი იყენებს სტრატეგიას, რომელსაც „მაღალი ძაღლის" სტრატეგია ქვია[13]. ეს უკანასკნელი გულისხმობს აგრესიულად ჭარბ წარმოებას, რომელიც მიმდევარ ფირმას წარმოების მოცულობის შეზღუდვას აიძულებს. ლიდერი იღებს უფრო მეტ მოგებას, ვიდრე კურნოს ერთობლივი თამაშისას მაშინ, როცა მიმდევარი ფირმა იღებს უფრო ნაკლებს. ზოგადად სწორია, რომ ლიდერი ფირმა ერთდროულ არჩევანზე მეტად პრიორიტეტს მიმდევრობით თამაშს ანიჭებს (ამ გზით მას ნეშის წონასწორობის სტრატეგიის თამაშით მეტი მოგების მიღება შეუძლია, ერთდროული თამაშისგან განსხვავებით), მაგრამ ზოგადად სწორი არ არის, რომ ლიდერი ფირმა აზარალებს მიმდევარ ფირმას „მაღალი ძაღლის" სტრატეგიის ქცევით, როგორც ეს არის განხილული მაგალითში 15.9.

მაგალითი 15.9: საფასო ლიდერობის თამაში

დავუბრუნდეთ მაგალითს 15.4, სადაც ორი ფირმა ერთდროულად ირჩევს ფასებს დიფერენცირებული კბილის პასტების ბრენდებისათვის. გამოთვლების გამარტივებისათვის ვაკეთებთ დაშვებას, რომ $a_1 = a_2 = 1$ და $c = 0$. ამ პარამეტრების ჩასმა მაგალითში 15.4 გვაძლევს, რომ წონასწორული ფასია $2/3 \approx 0.667$, ხოლო მოგება თითოეული ფირმისათვის კი $4/9 \approx 0.444$.

ახლა განვიხილოთ თამაში, რომელშიც ფირმა 1 უფრო ადრე ირჩევს ფასს, ვიდრე ფირმა 2[14]. ქვეთამაშის წონასწორობის გამოთვლას დავიწყებთ ფირმა 2-ს ქცევის ანალიზით, უკუსვლითი ინდუქციის გამოყენებით. ფირმა 2-ს საუკეთესო რეაგირება ფირმა 1-ს q_1 მოცულობაზე იქნება იგივე, როგორც ეს მაგალითში 15.4 გამოვთვალეთ. $a_2 = 1$ და $c = 0$ მნიშვნელობების ტოლობაში 15.32 ჩასმით მივიღებთ:

$$P_2 = \frac{1}{2} + \frac{P_1}{4}. \tag{15.61}$$

დავუბრუნდეთ ფირმა 1-ს ქცევას თამაშის წინა ეტაპზე. ფირმა 2-ს საუკეთესო რეაგირების მნიშვნელობის ჩასმით ფირმა 1-ს მოგების ფუნქციაში, ტოლობიდან 15.30, მოგვცემს:

$$\pi_1 = P_1\left[1 - P_1 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} + \frac{P_1}{4}\right)\right] = \frac{P_1}{8}(10 - 7P_1). \tag{15.62}$$

პირველი რიგის პირობითა და წონასწორული ფასის მიმართ ამოხსნით, მივიღებთ $P_1^* \approx 0.714$. ტოლობაში 15.61 ჩასმა მოგვცემს $P_2^* \approx 0.679$. წონასწორობის მოგებაა $\pi_1^* \approx 0.446$ და $\pi_2^* \approx 0.460$.

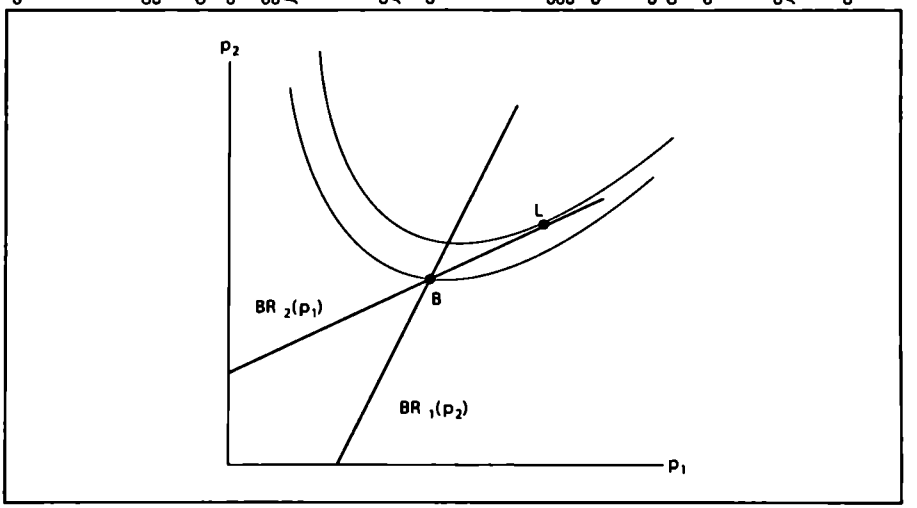
---

13 „მაღალი ძაღლი", „ლეკვი"და სხვა ფრთიანი გამონათქვამი სტრატეგიებზე ეკუთვნის – D. Fudenberg and J. Tirole, "The Fat Cat Effect, the Poppy Dog Ploy and Lean and Hungry Look," American Economic Review, Papers and proceedings 74 (1984), 361-68

14 ხანდახან ამ თამაშს სტეკელბერის საფასო თამაშს უწოდებენ, მიუხედავად იმისა, რომ სტეკელბერგის თამაშის თავდაპირველ ვერსიაში განხილული იყო რაოდენობების მიხედვით კონკურენცია.

ნახაზი 15.7 საფასო ლიდერობის თამაში

მუქი წრფეები აღნიშნავს საუკეთესო რეაგირების მრუდებს დიფერენცირებული პროდუქტების საფასო თამაშიდან. *U*-ს ფორმის მრუდები წარმოადგენს ფირმა 1-ის მოგების განურჩევლობის მრუდებს. *B* წერტილი არის ერთდროული თამაშის ნეშის წონასწორობა, ხოლო *L* არის მიმდევრობითი თამაშის წონასწორობა, სადაც არჩევანს პირველად ფირმა 1 აკეთებს. *L* წერტილში ფირმა 1-ის მოგების განურჩევლობის მრუდი ფირმა 2-ის საუკეთესო რეაგირების მრუდის მხებია.



მიმდევრობით თამაშში ორივე ფირმის ფასი და მოგება უფრო მაღალია, ვიდრე ეს ერთობრივი თამაშის შემთხვევაშია, მაგრამ ამ შემთხვევაში მიმდევარი ფირმა იღებს უფრო მეტ ამონაგებს, ვიდრე ლიდერი ფირმა.

როგორც საუკეთესო რეაგირების მრუდების ნახაზზე 15.7 ნაჩვენებია, ფირმა 1 ირჩევს მაღალ ფასს, რათა ამ გზით ფირმა 2-საც უბიძგოს ფასის მომატება, რაც არსებითად „არბილებს" ფირმებს შორის კონკურენციას. ლიდერ ფირმას ჭირდება შედარებით მეტად ფასის ზრდა (0.667-დან 0.714-მდე), რათა უბიძგოს მიმდევარ ფირმას ფასის მცირედი ზრდა (0.667-დან 0.679-მდე). შესაბამისად, ლიდერი ფირმის მოგება არ იზრდება იმ ოდენობით, როგორც მიმდევარი ფირმის მოგება.

შეკითხვა: რეალობაში რომელი ცვლადის არჩევაა უფრო მარტივი, ფასის თუ რაოდენობის? რა სტრატეგიებს ირჩევენ ფირმები, რომ განახორციელონ მიზანდასახული ქმედებები ფასების შენარჩუნებისათვის?

შეგვიძლია ვთქვათ, რომ ლიდერი ფირმა მაგალითში 15.9 თამაშობს „ლეკვის" სტრატეგიით, რადგან მიმდევრობით თამაშთან შედარებით ზრდის ფასს; რაოდენობებთან მიმართებაში ეს ნიშნავს, რომ ლიდერი ფირმა საბოლოოდ

აწარმოებს უფრო ნაკლებს, ვიდრე ეს მიმდევრობითი თამაშის შემთხვევაშია. მოცემულ შემთხვევაში ფირმა 1 შედარებით არააგრესიულ მეტოქეობას წევს, რაც ასევე, ფირმა 2-გან საპასუხო ნაკლებ აგრესიული მეტოქეობას იწვევს.

ნახაზების 15.6 და 15.7 შედარებიდან ჩანს, რომ თამაშებს შორის მნიშვნელოვანი განსხვავება იწვევს ფირმა 1-ს მიერ „მაღალი ძაღლის" სტრატეგიით თამაშს რაოდენობებში და „ლეკვის" სტრატეგიებით თამაშს ფასებთან მიმართებაში: საუკეთესო რეაგირების მრუდებს აქვთ განსხვავებული დახრილობა. საუკეთესო რეაგირების მრუდების დახრილობა განსზაღვრავს ლიდერი ფირმის ქცევის სტრატეგიას მეტოქეობის გამწვავების ან შერბილების მიმართულებით. ლიდერი ფირმა თამაშობს „მაღალი ძაღლის" სტრატეგიას მიმდევრობით ან სხვა ნებისმიერ თამაშში თუ საუკეთესო რეაგირების მრუდი დაღმავალია. როდესაც მრუდი დაღამავალია, უფრო აგრესიულად თამაში კონკურენტის ნაკლებ აგრესიულ თამაშს იწვევს.და საწინააღმდეგოდ, ლიდერი ფირმა თამაშობს „ლეკვის" სტრატეგიით, როცა მრუდი აღმავალია. როდესაც საუკეთესო რეაგირების მრუდები აღმავალია, ნაკლებად აგრესიულად თამაში იწვევს კონკურენტის, ასევე, ნაკლებად აგრესიულ თამაშს.

ფირმების საუკეთესო რეაგირების მრუდის დახრილობის ცოდნით მნიშვნელოვანწილად შეგვიძლია განვსაზღვროთ ის სტრატეგიები, რასაც ფირმები თამაშში აირჩევენ, თუ მათ სასურველი სტრატეგიის განხორციელების შესაძლებლობა ექნებათ. ამ თავის დანართებში, მოცემულია დამატებითი ტექნიკური დეტალები, მხოლოდ ფირმების მოგების ფუნქციების ცოდნით საუკეთესო რეაგირების მრუდების დახრილობის გაგების მოკლე გზის ჩათვლით.

ბაზარზე შესვლის ხელშეშლის სტრატეგია

როგორც ვნახეთ ლიდერ ფირმას, რომელიც გამოშვების რაოდენობის შესახებ პირველად იღებს გადაწყვეტილებას, შეუძლია მიზანდასახული ქცევით ფირმა 2 ნაკლებად აგრესიულ კონკურენტად აქციოს. ამ ქვეთავში ვნახავთ, რომ ლიდერ ფირმას შეუძლია გავლენა იქონიოს ფირმა 2-ს ბაზარზე შესვლაზეც კი. ამ შემთხვევაში, ფირმა ალბათ ვერ მოიქცევა, როგორც შეუზღუდავი მონოპოლისტი, რადგან ამან შესაძლოა ხელი შეუშალოს იმ სტრატეგიის განხორციელებას, რომელიც ზღუდავს კონკურენტის ბაზარზე შესვლას. ფირმა 2-ს ბაზარზე შემოსვლის ხელშეშლის შესახებ გადაწყვეტილების მიღებისას ფირმა 1-მა უნდა შეადაროს ამგვარი გადაწყვეტილების ე.ი. დამატებითი სუბიექტის ბაზარზე გაჩენის დანახარჯი და სარგებელი. ლიდერმა ფირმამ შესაძლოა გადაანაცვლოს მისი საუკეთესო რეაგირების მრუდები და ამით ფირმა 2-ს ქცევის შეცვლა გამოიწვიოს, გახადოს იგი ნაკლებ აგრესიული კონკურენტი, როგორც ეს უკვე წინა ქვეთავში აღვწერეთ. ბაზარზე შესვლის ხელშეშლის დანახარჯია ის, რომ ლიდერ ფირმას მოუწევს გადაანაცვლოს მისი საუკეთესო რეაგირების მრუდები, იმ შემთხვევასთან შედარებით, როცა მას ერთი კონკურენტი ყავდა. სარგებელი

კი არის ის, რომ იგი ბაზარზე მარტო რჩება და შეუძლია მთელი მოთხოვნა თავად დააკმაყოფილოს. შესვლის ხელშეშლა ლიდერი ფირმისათვის უფრო მარტივია თუ ფირმა 2-ს ბაზარზე შესვლისათვის მნიშვნელოვანი დანახარჯების გაწევა უხდება.

მაგალითი 15.10 ბუნებრივი წყაროს ბაზარზე შესვლის ხელშეშლა

გავიხსენოთ მაგალითი 15.8, რომელშიც ბუნებრივი წყაროს წყლის მწარმოებელი ორი ფირმა მიმდევრობით ირჩევს რაოდენობებს. ახლა, თამაშს დავამატოთ ბაზარზე შესვლის ეტაპი: ფირმა 2 ფირმა 1-ის გადაწყვეტილებაზე დაკვირვებით ირჩევს შევიდეს თუ არა ბაზარზე. ბაზარზე შესვლა მოითხოვს აუნაზღაურებელი K_2 დანახარჯების გაწევას, რომლის შედეგაც ფირმა 2-ს შეუძლია მიიღოს გადაწყვეტილება წარმოების რაოდენობის შესახებ. საბაზრო მოთხოვნა და ხარჯები მოცემულია მაგალითში 15.8. გამოთვლების გამარტივებისათვის, ავიღოთ შემდეგი რიცხვითი მნიშვნელობები $a = 120$ და $c = 0$ (რაც ნიშნავს, რომ მოთხოვნის ინვერსიული ფუნქციაა $P(Q) = 120 - Q$ და წარმოება უდანახარჯო პროცესია). უფრო მეტი გამარტივებისათვის, დავუშვათ, რომფირმა 1-ს უკვე გადაწყვეტილი აქვს ბაზარზე შესვლა და გაწეული აქვს აუნაზღაურებელი დანახარჯები თამაშის დაწყებამდე. განვიხილოთ ის პირობები, რომლის დროსაც ფირმა 1 ფირმა 2-თან ბაზრის გაყოფას ამჯობინებს ხელი შეუშალოს მის შესვლას ბაზარზე.

ბაზარზე შესვლის შეგუება. დავიწყოთ ფირმა 1-ს მოგების გამოთვლით თუ მას უხდება ბაზარზე ფირმა 2-თან ერთად ყოფნა. მისი მოგება აღვნიშნოთ π_1^{acc}. ეს უკანასკნელი უკვე განვსაზღვრეთ მაგალითში 15.8, მაგრამ განხილულ მაგალითში ფირმა 2-ს ბაზარზე შესვლა-არშესვლის საკითხი არ იდგა. განხილულ მაგალითში გამოვთვალეთ, რომ ფირმა 1-ის წონასწორული რაოდენობაა $(a - c)/2 = q_1^{acc}$, ხოლო მოგება კი $(a - c)2/8 = \pi_1^{acc}$. რიცხვითი მნიშვნელობების $a = 120$ და $c = 0$ ჩასმით, მივიღებთ $q_1^{acc} = 60$ და $\pi_1^{acc} = (120 - 0)2/8 = 1800$.

ბაზარზე შესვლის ხელშეშლა. გამოთვალოთ ფირმა 1-ს მოგება თუ იგი ხელს უშლის ფირმა 2-ს ბაზარზე შესვლას. მოგება აღვნიშნოთ π_1^{det}. იმისათვის, რომ ფირმა 1-მა მეორეს ბაზარზე შესვლას ხელი შეუშალოს, პირველმა უნდა აწარმოოს q_1^{det} ოდენობა, ეს უკანასკნელი არის ის რაოდენობა, რომელიც ფირმა 2-ს წარმოების მხოლოდ ისეთი რაოდენობის საშუალებას აძლევს, რაც მისთვის უკვე მომგებიანი აღარაა, აუნაზღაურებელი K_2 დანახარჯების პირობებში. ტოლობიდან 15.58 ვიცით, რომ ფირმა 2-ს საუკეთესო რეაგირების ფუნქცია არის:

$$q_2 = \frac{120 - q_1}{2}. \tag{16.63}$$

ფირმა 2-ს მოგების ფუნქციაში (ტოლობა 15.7) q_2-ის ჩასმითა და შესაბამისი გამარტივებით მივიღებთ:

(გაგრძელება)

$$\pi_2 = \left(\frac{120 - q_1^{det}}{2}\right)^2 - K_2. \tag{15.64}$$

ტოლობაში 15.64 ფირმა 2-ს მოგების ნულთან გატოლებით და გამარტივებით მივიღებთ:

$$q_1^{det} = 120 - 2\sqrt{K_2}; \tag{15.65}$$

q_1^{det} არის ფირმა 1-ს გამოშვების მოცულობა, რომელიც საჭიროა ფირმა 2-ს ბაზარზე შესვლის ხელშეშლისათვის. გამოშვების ამ მოცულობის პირობებში, ფირმა 1-ს მოგება იქნება:

$$\pi_1^{det} = 2\sqrt{K_2}\left(120 - 2\sqrt{K_2}\right), \tag{15.66}$$

რომელსაც ვპოულობთ q_1^{det}-ის, $a = 120$ და $c = 0$ შეტანით ფირმა 1-ს მოგების ფუნქციაში (ტოლობა 15.7). ჩვენ, ასევე, q_2 გავუტოლეთ ნულს, რადგან თუ ფირმა 1 შეძლებს ფირმა 2-ს ბაზარზე შესვლის ხელშეშლას, იგი მარტო რჩება ბაზარზე.

შედარება. ბოლო ნაბიჯია π_1^{acc}-ისა და π_2^{acc}-ს შედარება, რათა ვიპოვოთ ის პირობა, რომლის შემთხვევაშიც ფირმა 1 ამჯობინებს ფირმა 2-ს ბაზარზე შესვლის ხელშეშლას. ალგებრული გამარტივებით, დავუშვათ $x = 2\sqrt{K_2}$. მაშინ $\pi_1^{det} = \pi_2^{det}$ თუ:

$$x^2 - 120x + 1{,}800 = 0. \tag{15.67}$$

კვადრატული განტოლების ამოხნის ამოხსნის ფორმულის გამოყენებით მივიღებთ:

$$x = \frac{120 \pm \sqrt{7200}}{2} \tag{15.68}$$

მცირე კვადრატული ფესვის ამოღებით (რადგან ჩვენ ვეძებთ მინიმალურ ზღვარს), გვექნება $x = 17.6$ (უახლოეს ათეულამდე დამრგვალებით). $x = 17.6$-ის ჩასმით $x = 2\sqrt{K_2}$ ტოლობაში და K_2-ის მიმართ ამოხნით მივიღებთ:

$$K_2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \left(\frac{17.6}{2}\right) \approx 77. \tag{15.69}$$

თუ $K_2 = 77$-ს, მაშინ ბაზარზე ფირმა 2-თვის შესვლა იმდენად იაფია, რომ ფირმა 1-მა ბაზარზე შესვლის ხელშეშლისათვის წარმოების მოცულობა უნდა გაზარდოს $q_1^{det} = 120$-მდე. ეს უკანასკნელი მნიშვნელოვანად განსხვავდება იმ რაოდენობისგან, რაც ბაზარზე ორი ფირმის ყოფნის შემთხვევაში იწარმოებოდა ფირმა 1-ს მიერ: $q_1^{acc} = 60$. თუ

$K_2 < 77$, ფირმა 1 ამჯობინებს მეორესათან ბაზრის გაყოფას. თუ $K_2 > 77$-ზე,ფირმა 1-ის წარმოების მოცულობა მნიშვნელოვნად არ იცვლება და ფირმა 1 ამჯობინებს ხელი შეუშალოს მეორეს ბაზარზე შესვლას.

შეკითხვა: დავუშვათ, რომ ლიდერმა ფირმამ უნდა გადაიხადოს ბაზარზე შესვლის იგივე ხარჯი, რაც მეორემ, $K_1 = K_2 = K$. ასევე დავუშვათ, რომ K-ს მნიშვნელობა საკმარისად დიდია იმისათვის, რომ ფირმა 1 ამჯობინებს ხელი შეუშალოს მეორეს შესვლას, ვიდრე მასთან ერთად ბაზრის გაყოფას. იქნება თუ არა ეს აუნაზღაურებელი დანახარჯი იმდენად მაღალი, რომ ფირმა 1-იც დატოვებს ბაზარს? პასუხი განმარტეთ.

ბაზარზე ჭარბწარმოების გზით სხვა ფირმების ბაზარზე შესვლის ხელშეშლის რეალურ მაგალითს წარმოადგენს 1945 წელს მომხდარი ანტიტრესტული შემთხვევა აშშ-ში ალუმინის მწარმოებელი კოპორაცია Alcoa-ს წინააღმდეგ. აშშ-ს ფედერალურმა სასამართლომ განმარტა, რომ Alcoa აწარმოებდა იმაზე მეტ ოდენობას, ვიდრე ბაზარზე ამის მოთხოვნა იყო, რათა ხელი შეეშალა კონკურენტების ბაზარზე შესვლისათვის, რაც წარმოადგენდა ანტიტრესტული კანონის დარღვევას.

ბოლო ორ ქვეთავში განხილული საკითხების შეხსენებისათვის გავიმეოროთ: რაოდენობრივი კონკურენციის პირებობში ლიდერი ფირმა თამაშობს „მაღალი ძაღლის" სტრატეგიით, მიუხედავად იმისა, სურს თუ არა მას ხელი შეუშალოს ან შეეგუოს ფირმა 2-ის ბაზარზე შესვლას. მართლია, ბაზარზე შესვლის ხელშეშლის სტრატეგია უფრო აგრესიულია, ვიდრე ბაზარზე ახალი კონკურენტის შემოსვლის შეგუება, მაგრამ აქ მნიშვნელოვანიასტრატეგიის აგრესიულობის ხარისხი და არა სტრატეგიის სახეობა. მაგრამ საფასო კონკურენციის შემთხვევაში (როგორც ეს 15.9 მაგალითშია), ფირმა 1-ის ბაზარზე შესვლის ხელშეშლის სტრატეგია სახეობით განსხვავდება ბაზარზე კონკურენტის შესვლის შეგუების სტრატეგიისაგან. თუ ფირმა 1 ეგუება ფირმა 2-ის შემოსავლას, მაშინ ის თამაშობს „ლეკვის" სტრატეგიით, რადგან ეს არის წორედ ის სტრატეგია, რომლის მეშვებობითაც ფირმა 1-ს შეუძლია სტუმული მისცეს ფირმა 2-ს გამოიყენოს ნაკლებად აგრესიული სტრატეგია. იმისათვის, რომ კონკურენტს ბაზარზე შემოსვლაში ხელი შეუშალოს, ფირმა 1 თამაშობს „მაღალი ძაღლის" სტრატეგიით – ერთდროულ თამაშთან შედარებით აკლებს ფასს. ამ საკითხებთან მიმართებაში ორი ზოგადი პრინციპი ყალიბდება:

- ბაზარზე შესვლის ხელშეშლისას ყოველთვის გამოიყენება „მაღალი ძაღლის" სტრატეგია საფასო ან რაოდენობრივი კონკურენციის არსებობის მიუხედავად. უფრო ზოგადად, მიუხედვად იმისა, არის თუ არა საუკეთესო რეაგირების მრუდები დაღმავალი ან აღმავალი, ლიდერ ფირმას უბრალოდ სურს შეუქმნას არასტუმართმოყვარე გარემო მიმდევარ ფირმას.
- თუ ფირმა 1 ეგუება მეორე კონკურენტის შემოსავლას ბაზარზე, მის მიერ არჩეული სტრატეგია „მაღალი ძაღლის" ან „ლეკვის" დამოკიდებულია კონკურენციის ბუნებაზე, კერძოდ, საუკეთესო რეაგირების მრუდების დახრილობაზე.

ეს პრინციპები უფრო ფართოდაც გამოიყენება და არა მხოლოდ ჩვენს მიერ აქამდე განხილული ფიქსირებული ფასებისა და რაოდენობის შემთხვევებისა. მაგალითად, მაგალითში 15.11 ნაჩვენებია, რომ ფირმა 1-მა შესაძლებელია აირჩიოს თავისი პროდუქტის ისეთი განლაგება, რომელიც მას საუკეთესო კონკურტულ მდგომარეობაში ჩააყენებს. პროდუქტის განლაგება პირდაპირ ნიშნავს ფირმის ფიზიკურ მდებარეობას მოცემულ მაგალითში, მაგრამ კონკურენტული მახასიათებლების, ასევე, შესაძლებელია განაპირობოს ისეთმა ფაქტორებმა როგორიცაა სიტკბო ან მათეთრებელი დანამატები კბილის პასტაში.

ვარიაცია 15.11: პროდუქტის მდებარეობა მეტი ფირმის შემთხვევაში

დავუბრუნდეთ მაგალითში 15.5 განხილულ ჰოტელინგის სანაპიროს და გავარკვიოთ შესაძლებელია თუ არა არჩეულ იქნას ნაყინის ჯიხურების სხვა მდებაროებები ალტერნატიური სცენარების პირობებში. მდებაროების შესახებ გადაწყვეტილებების ფორმალური მოდელირებისათვის დავუშვათ, რომ მაგალითში 15.5 არის საფასო კონკურენცია და ფირმებს აქვთ საწყისი შესვლის/განლაგების დანახარჯები. A ფირმა პირველად ირჩევს მდებარეობას სანაპიროს a მონაკვეთზე. B ფირმა აკვირდება a-ს და იღებს გადაწყვეტილებას შესვლის ან არ შესვლის შესახებ, ხოლო თუ ეს უკანასკნელი გადაწყვეტს შესვლას, მაშინ მისი მდებარეობა იქნება b. K_B-თი აღვნიშნოთ ის აუნაზღაურებელი დანახარჯები, რომელიც B ფირმამ უნდა გადაიხადოს ბაზარზე შესვლისათვის (სიმარტივისათვის, არ განვიხილოთ A-ს შესვლის დანახარჯები). ამ მიმდევრობით თამაშში წონასწორობის პოვნისათვის უკუსვლით ინდუქციას მივმართავთ.

B ფირმის მდებარეობა. წინა მაგალითში, ჩვენ უკვე ვიპოვეთ ნეშის წონასწორობა საფასო თამაშისათვის, სადაც ორივე მწარმოებელი შედის ბაზარაზე და გაყიდვის ადგილს შემთხვევითად a ან b წერტილებში ირჩევს. ტოლობა 15.42 აღწერს ფირმების მოგებებს. დავუშვათ, რომ B შედის ბაზარზე და განვიხილოთ მის მიერ მდებარეობის არჩევის საკითხი. იმისათვის, რომ ვიპოვოთ B-ს ოპტიმალური მდებარეობა, გავა-წარმოოთ B-ს დანახარჯის ფუნქცია, ტოლობა 15.42, b-ს მიმართ:

$$\frac{t}{18}(4L-a-b)(4L+a-3b). \tag{15.70}$$

ეს წარმოებული დადებითია a-სა და b-ს ყველა მნიშვნელობისათვის 0-დან L-მდე. გვაქვს „კუთხის" ამონახსენი: B-ს სურს თავისი ჯიხური განათვსოს სანაპიროს რაც შეიძლება მარჯვნივ, ე.ი. $b = L$. $b = L$ მნიშვნელობის ჩასმით მოგების ფუნქციაში მივიღებთ:

$$\pi_A = \frac{t}{18}(L-a)(3L+a)^2,$$
$$\pi_B = \frac{t}{18}(L-a)(3L-a)^2 - K_B. \tag{15.71}$$

შევნიშნოთ, რომ B-ს მოგების ფუნქციაში გამოვაკელით მისი აუნაზღაურებელი დანახარჯები.

შემდეგ, კიდევ ერთი ეტაპით უკან დავუბრუნდეთ თამაშს, რათა ვიპოვოთ A-საუკეთესო მდებარეობა. A-საუკეთესო მდებარეობა დამოკიდებულია იმაზე, თუ რა მიზანი აქვს მას: ხელი შეუშალოს ან შეეგუოს მეორე კონკურენტის შემოსავლას ბაზარზე. ჩვენ ორივე შემთხვევას რიგრიგობით გავაანალიზებთ.

შესვლის ხელშეშლა. B-ს ბაზარზე ხელის ხელშეშლისათვის, A-მ უნდა აირჩიოს ისეთი მდებარეობა, რომელიც B-ს შემოსავალს შეამცირებს ნულამდე ან მის ქვემოთ. სანამ გავაგრძელებთ, აღვნიშნოთ ტექნიკური საკითხი- ჩვენ ვზღუდავთ A-ს მდებარეობას სანაპიროს მეორე ნახევრით: $a \le L/2$. თუ A აირჩევდა სანაპიროს მარჯვენა მხარეს, მაშინ B აირჩევდა ხტომის ტაქტიკას და თავად განლაგდებოდა სანაპიროს მარცხენა მხარეს. ამ შემთხვევაში შედეგი იქნებოდა ქვემოთ განხილულისსარკისებული ასახვა, და შესაბამისად ამ შემთხვევის ცალკე განხილვა აღარაა საჭირო.

15.71 ტოლობაზე დაკვირვება გვაჩვენებს, რომ B-ს ამონაგები ეცემა რაც უფრო მარჯვნივ გადაადგილდება A. $a \le L/2$ მდებაროებებს შორის A-ს ყველაზე მეტი დანაკლისის მოტანა შეუძლია B-სთვის, როცა ის განლაგდება შუა წერტილში: $a = L/2$. 15.71 ტოლობაში $a = L/2$-ის ჩასმით ვიღებთ, რომ B-ს მოგება შესაძლებელია შემცირდეს $t(5/12)^2L^3 - K_B$-მდე, რომელიც უარყოფითია, თუ:

$$K_B > 0.174tL^3. \tag{15.72}$$

მაგალითად, თუ პლიაჟი არის $L = 100$ სიგრძის და ტრანსპორტირების დანახარჯია $t = \$0.01$ ერთ იარდზე, მაშინ B-ს შესვლას შესაძლებელია ხელი შეეშალოს თუ მას დასჭირდება $1,740-ზე მეტი აუნაზღაურებელი დანახარჯის გაწევა. თუ A-ს აქვს შესაძლებლობა ხელი შეუშალოს B-ს ბაზარზე შესვლას, მაშინ ის ამას გააკეთებს; მაშინ იგი მარტო აღმოჩნდება ბაზარზე და მისი განლაგდება ბაზრის შუაში რაც მონოპოლისტისათვის ყველაზე კარგი მდებარეობაა (შუაში განლაგებას სატრანსპორტო დანახარჯები მინიმუმადე დაყავს და საშუალებას აძლევს მონოპოლისტს დააწესოს უმაღლესი ფასი). A-თვის საბედნიეროდ, ამ თამაშში მონოპოლიური სტრატეგია არის იგივე, რაც ყველაზე აგრესიული „მაღალი ძაღლის“ სტრატეგია, რომელიც მას შეუძლია გამოიყენოს მეორე კონკურენტის ბაზარზე შესვლის ხელშეშლისათვის.

ბაზარზე შესვლის შეგუება. თუ არ იქნება დაცული ტოლობაში 15.72 მოცემული პირობა, მაშინ A-თვის შეუძლებელი გახდება ხელი შეუშალოს B-ს ბაზარზე შესვლას და A-ს მხოლოდ შეგუების არჩევანი რჩება. ამ შემთხვევაში რა იქნება A-თვის საუკეთესო *(გაგრძელება)*

მდებარეობა? ჩვენ ვიცით, რომ B განლაგდება $b = L$ წერტილში და A-ს მოგება მოცემულია ტოლობით 15.71. ტოლობის 15.71 a-ს მიმართ გაწარმოებით, მივიღებთ:

$$-\frac{t}{18}(3L+a)(L+3a), \tag{15.73}$$

ეს ტოლობა უარყოფითია. გვაქვს „კუთხის“ ამონახსნი: A სურს განლაგდეს რაც შეიძლება მარცხნივ, ე.ი. $a = 0$.

თუ A-ს არ შეუძლია B-ს ბაზარზე შესვლას ხელი შეუშალოს, იგი აირჩევა „ლეკვის“ სტრატეგიას – რაც შეიძლება შორს განლაგდეს B-საგან. რატომ სურს A-ს იყოს რას შეიძლება შორს ინტერვალის შუა ნაწილიდან? ყველაფრის მიუხედავად, თუ დავუშვებთ, რომ ფასები მუდმივია, შუა ნაწილისკენ გადაადგილება გაზრდის A-ს საბაზრო წილს. მიზეზია ის, რომ ფასები მუდმივი არაა. შუა ნაწილისაკენ გადაადგილება გაზრდის ფასისმიერი კონკურენციის აგრესიულობას A-სა და B-ს შორის, ფასები შემცირდება, რაც თავის მხრივ, გადაწონის გაზრდილი საბაზრო წილის დადებით ეფექტს.

შეკითხვა: დავუშვათ, რომ ეროვნული პარკის სამსახური, რომელიც ემსახურება სანაპიროს აწესებს ფასს, რომლითაც უნდა გაიყიდოს ნაყინი. ასეთ პირობაში შეიცვლება თუ არა A-ს ხელშეშლის სტრატეგია? შეიცვლება თუ არა A-ს შეგუების სტრატეგია? პასუხი განმარტეთ.

მინიშნება

როგორც წინა ქვეთავებში ვნახეთ, ფირმის უნარს მიზანდასახულად მიყვეს არჩეულ სტრატეგიას აქვს სტრატეგიული უპირატესობა. ამ ქვეთავში გავაანალიზებთ ლიდერი ფირმის სხვა უპირატესობას: სიგნალის გაკეთების შესაძლებლობას. თუ მიმდევარ ფირმას არ აქვს სრული ინფორმაცია ბაზრის მდომარეობაზე (დანახარჯები, მოთხოვნა და ა.შ.), მაშინ ის შეეცდება გაიგოს ეს ინფორმაცია ლიდერი ფირმის ქცევაზე დაკვირვებით. ლიდერმა ფირმამ შესაძლებელია შეიტანოს მოჩვენებითი კორექტირებები თავის ქმედებებში, რათა მოახდინოს მიმდევარი ფირმის ქმედებების მანიპულირება. ამ ქვეთავში მოყვანილი ანალიზი დიდწილად ეყრდნობა თავში 8 განხილულ მიმნიშნებელ თამაშებს, გაგრძელებამდე მკითხველმა შესაძებელია გახსენების მიზნით გადაიკითხოს თავში 8 მოცემული მასალა.

მინიშნების შესაძლებლობა შესაძლებელია მნიშვნელოვანი უპირატესობა აღმოჩნდეს ლიდერი ფირმისათვის, ხოლო ადრე განხილული სარგებელი, დასახული მიზნების თანმიმდევრულად მიყოლა, კი უსარგებლო. მაგალითად, იმ დარგებში, სადაც

საწარმოო მოწყობილობები შესაძლებელია მარტივად იქნას გამოყენებული სხვა პროდუქტების საწარმოებლად და დანახარჯები არ არის ძალიან „მძიმე", საწარმოო შესაძლებლობების ქონით გაკეთებული სიგნალი შესაძლებელია არ იყოს სანდო. ლიდერ ფირმას შეუძლია შეამციროს თავისი საწარმოო შესაძლებლობები მცირედი დანახარჯებით. სხვა მაგალითში, საფასო ლიდერობის თამაში გულისხმობს დასახული საფასო სტრატეგიის მიზანმიმართულად მიყოლას. რთულია განისაზღვროს რა სახის აუნაზღაურებელი დანახარჯები შედის ფასში და შესაბამისად, რა არის დასახული სტრატეგიის თანმიმდევრული მიყოლის დანახარჯები[15]. ფასებს შესაძლებელია ჰოქნდეთ სტრატეგიული, მიმნიშნებელი ფუნქცია იმ შემთხვევაშიც კი, როდესაც დანაპირების შესრულება არ არის ღირებული.

ბაზარზე შესვლის ხელშეშლის მოდელი

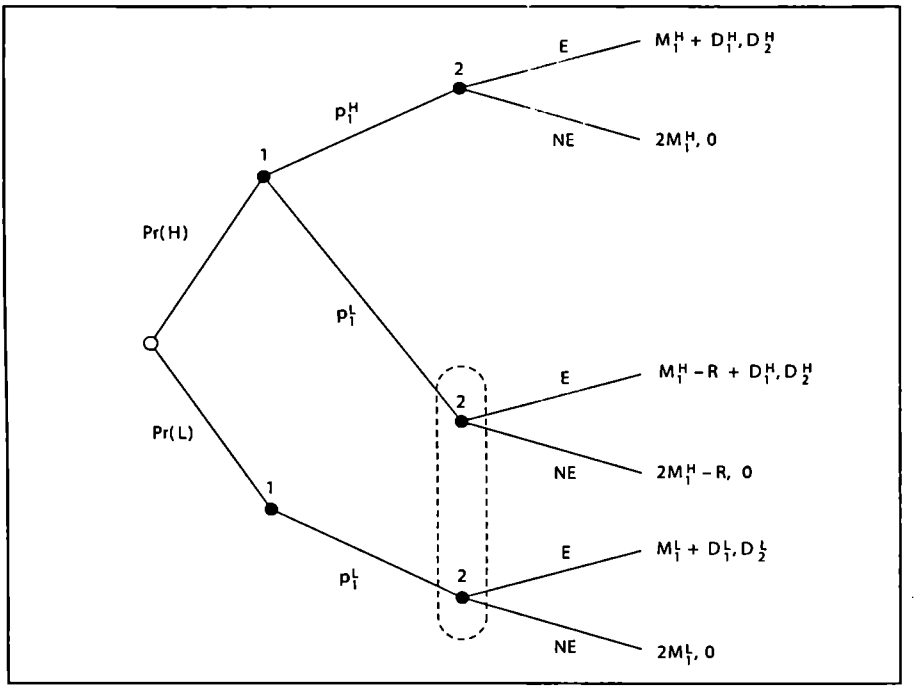
განვიხილოთ არასრულყოფილი ინფორმაციის თამაში ნახაზი 15.8-ის მიხედვით. თამაში მოიცავს ლიდერ ფირმას (ფირმა 1) და მიმდევარ ფირმას (ფირმა 2), რომლებიც ირჩევენ ფასებს მათი დიფერენცირებული პროდუქტებისათვის. 1 ფირმას აქვს კერძო ინფორმაცია თავისი ზღვრული დანახარჯების შესახებ, რომელიც იღებს ერთ-ერთ მნიშვნელობას შემდეგი ორიდან: მაღალი ალბათობით $Pr(H)$ ან დაბალი ალბათობით $Pr(L) = 1 - Pr(H)$. პირველ პერიოდში, ფირმა 1 ბაზარს მარტო ემსახურება. პერიოდის ბოლოს, ფირმა 2 აკვირდება ფირმა 1-ის ფასს და ამ უკანასკნელის მიხედვით გადაწყვეტს შევიდეს, თუ არა ბაზარზე. თუ ის შევა ბაზარზე, მას ექნება შესვლის აუნაზღაურებელი დანახარჯი K_2 და იღებს ინფორმაციას ფირმა 1-ის რეალური დანახარჯების შესახებ; მეორე პერიოდში ფირმები ერთმანეთს კონკურენციას უწევენ როგორც დუოპოლისტები, ირჩევენ ფასებს დიფერენცირებული პროდუქტებისათვის, როგორც ეს არის მაგალითებში 15.4 და 15.5 (მოცემულ შემთხვევაში არ გვჭირდება მოთხოვნის ფორმის ზუსტი განსაზღვრა). თუ ფირმა 2 არ შევა ბაზარზე, იგი იღებს 0 სარგებელს და ფირმა 1 კვლავ მარტო ოპერირებს. დავუშვათ, რომ პერიოდებს შორის დიკსონტირება არ არსებობს.

ფირმა 2 დასკვნებს აკეთებს ფირმა 1-ის რეალური დანახარჯების შესახებ, იმ ფასიდან გამომდინარე, რომელსაც ეს უკანასნელი აწესებს პირველ პერიოდში. ფირმა 2 იღებს უფრო მეტს, თუ იგი კონკურენციას წევს მაღალი დანახარჯების წინააღმდეგ, რადგან რაც უფრო მაღალია დანახარჯები უფრო მაღალია ფასები, შესაბამისად, რაც უფრო მაღალია კონკურენტის ფასები დიფერენცირებულ პროდუქტებზე, მით უფრო მაღალია შესაბამისი მოგება, როგორც ეს ვნახეთ მაგალითებში 15.4 და 15.5. D_i^t-ით

15 მაგალითის 16.9 კითხვა თქვენგან მოითხოვს განიხილოთ ის მიზეზები, რომელთა გამოც ფირმა შესაძლებელია გაყვეს არჩეულ საფასო სტრატეგიას. ფირმამ შესაძლებელია არჩეული სტრატეგია დაიცვას კონტაქტების გზით (მაგ. გრძელვადიანი მინდობის კონტაქტები მომხარებლებთან ან ყველაზე ხელსაყრელი შეთავაზებები შერჩეულ მომხმარებლებს, რომელიც უზრუნველყოფს იმას, რომ თუ ფირმა შეამცირებს ფასს მომავალში სხვა მომხმარებლებისათვის, შერჩეული მომხმარებლები მიიღებენ ფასდაკლებებს ფასთა შორის სხვაობის გზით). ფირმამ ფასის რეკლამირება შესაძლებელია მოახდინოს ექსტენსიური ეროვნული მასშტაბის სარეკლამო კამპანიით. ფირმამ შესაძლებელია შექმნას ღირებული რეპუტაცია „ყოველდღიურად დაბალი ფასების" დაწესებით.

ნახაზი 15.8 მინიშნება ბაზარზე შესვლის ხელშეშლისათვის

ფირმა 1 პირველ პერიოდში დაწესებული ფასების მეშვეობით მინიშნებას აკეთებს თავისი დანახარჯების შესახებ (მაღალი H ან დაბალი L). ფირმა 2 აკვირდება პირველის ფასს და ამის მიხედვით წყვეტს შევიდეს თუ არა ბაზარზე. თუ ფირმა 2 შედის ბაზარზე, ფირმები ერთმანეთს კონკურენციას უწევენ როგორც დუოპოლისტები; სხვა შემთხვევაში პირველი მარტო საქმიანობს ბაზარზე მეორე პერიოდშიც. ფირმა 2 დადებით მოგებას იღებს მხოლოდ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც იგი ბაზარზე შედის და მის კონკურენტს აქვს მაღალი დანახარჯები.



აღვნიშნოთ დუოპოლიის მოგება (შესვლის დანახარჯების გამორიცხვით) ფირმისთვის $i \in \{1, 2\}$ თუ ფირმა 1 არის $t \in \{L, H\}$ ტიპის. მოდელის საინტერესოდ გახდისათვის, დავუშვათ, რომ $D_2^L < K_2 < D_2^H$, ასე რომ, თუ ფირმა 1-ს აქვს მაღალი დანახარჯები, მაშინ ფირმა 2 იღებს უფრო მეტ შემოსავალს, ვიდრე მისი ბაზარზე შესვლის დანახარჯია; მაგრამ იღებს ნაკლებს თუ ფირმა 1-ს აქვს დაბალი დანახარჯები. სხვა შემთხვევაში ფირმა 1-დან მომავალი ინფორმაცია დანახარჯებზე იქნებოდა უსარგებლო, რადგან მეორე ფირმა შევა ან არ შევა ბაზარზე მიუხედავად ფირმა 1-ის ტიპისა.

მოდელის გამარტივებისათვის, ჩვენ დავუშვებთ, რომ დაბალი დანახარჯების ტიპს აქვს მხოლოდ ერთი შესაბამისი ქმედება პირველ პერიოდში – კერძოდ, დააწესოს თავისი მონოპოლიური ფასი P_I^L. მაღალი დანახარჯების ტიპის შემთხვევაში შესაძლებელია არჩეულ იქნას ერთ-ერთი ორიდან: მან შესაძლებელია დააწესოს მონოპოლიური ფასი P_I^H, თავისი ტიპის შესაბამისად, ან მან შესაძლებელია აირჩიოს იგივე ფასი რომელსაც ირჩევს დაბალი დანახარჯების ქონის შემთხვევაში P_I^L. სავარაუდოდ, ოპტიმალური

მონოპლოლიური ფასი იზრდება ზღვრულ დანახარჯებთან ერთად, ასე, რომ $P_1^L < P_1^H$. M_1^t-ით აღვნიშნოთ ფირმა 1-ს მონოპოლიური მოგება თუ იგი არის $t \in \{L, H\}$ ტიპის (მოგება თუ აღნიშნული ფირმა მარტოა ბაზარზე და აწესებს თავის ოპტიმალურ მონოპოლიურფასს P_1^L თუ იგი არის მაღალი დანახარჯების ტიპის და P_1^L თუ იგი არის დაბალი დანახარჯების ტიპის). R-ით აღვნიშნოთ მაღალი ტიპის დანაკარგი პირველი პერიოდისათვის მონოპოლიურ მოგებასთან შედარებით, თუ იგი აწესებს P_1^L-ს ნაცვლად ოპტიმალური მონოპოლიური P_1^H ფასისა. ე.ი. თუ მაღალი დანახარჯის ტიპის ფირმა აწესებს P_1^H-ს პირველ პერიოდში, მაშინ იგი იღებს M_1^H-ს ამავე პერიოდისათვის, მაგრამ თუ იგი აწესებს P_1^L-ს იღებს $M_1^H - R$-ს ტოლ ამონაგებს.

განცალკევებითი წონასწორობა

ჩვენ ვეძებთ ორი ტიპის სრულყოფილ ბაიასის წონასწორობას: განცალკევებითს და გაერთიანებულს. განცალკევებით წონასწორობაში, ლიდერი ფირმების განსხვავებულმა ტიპებმა უნდა აირჩიონ განსხვავებული ქმედებები. ე.ი. ფირმა 1-ისათვის არსებობს მხოლოდ ერთი ასეთი შესაძლებლობა: დაბალი დანახარჯების ტიპის ირჩევს P_1^L-ს და მაღალი დანახარჯების ტიპის ირჩევს P_1^H-ს. ამ ქმედებებიდან ფირმა 2 იგებს ფირმა 1-ის ტიპის შესახებ და არ შედის ბაზარზე თუ ფირმა 1 აწესებს P_1^L-ს და შედის ბაზარზე თუ მისი კონკურენტი აწესებს P_1^H-ს. გვრჩება შევამოწმოთ ამჯობინებს თუ არა მაღალი დანახარჯების ტიპის ფირმა P_1^L-სკენ გადახრას. წონასწაორობისას მაღალი დანახარჯების ტიპის ფირმა იღებს მთლიან მოგებას $M_1^H + D_1^H$: M_1^H პირველ პერიდში, რადგან იგი აწესებს თავის ოპტიმალურ მონოპოლიურ ფასს, ხოლო მეორე პერიოდში კი იღებს D_1^H-ის ტოლ ამონაგებს, რადგან ფირმა 2 შემოდის ბაზარზე და ისინი კონკურენციას უწევენ ერთმანეთს როგორც დუპოლისტები. თუ მაღალი დანახარჯების ტიპის ფირმა აირჩევდა P_1^L-ს, მაშინ იგი პირველ პერიოდში მიიღებდა $M_1^H - R$ ამონაგებს, დანაკარგი R მომდინაროებს პირველი პერიოდის ოპტიმალური ფასიდან განსხვავებული ფასის დაწესებისაგან, მაგრამ ასეთ შემთხვევაში ფირმა 2 იფიქრებს რომ ეს არის დაბალი დანახარჯის ტიპის შემთხვევა და ამის გამო ბაზარზე არ შევა. ე.ი. ფირმა 1 მიიღებდა M_1^H-ის ტოლ ამონაგებს მეორე პერიოდში, ხოლო მთლიანი ამონაგები კი ორივე პერიოდში $2M_1^H - R$-ს შეადგენს. იმისათვის, რომ ოპტიმალური ფასიდან გადახრა გახდეს არამომგებიანი უნდა გვქონდეს:

$$M_1^H + D_1^H \geq 2M_1^H - R \tag{15.74}$$

ან გამარტივების შემდეგ

$$R \geq M_1^H - D_1^H. \tag{15.75}$$

ე.ი. პირველ პერიოდში მაღალი დანახარჯების ტიპისთვის ოპტიმალური მონოპოლიური ფასიდან გადახრისაგან მიღებული აჭარბებს სარგებელს, რომელიც მიიღება მეორე პერიოდში ფირმა 2-ს ბაზარზე შესვლის ხელშეშლისაგან.

თუ ტოლობაში 15.75 მოყვანილი პირობა არ სრულდება, მიანც შესაძლებელია არსებობდეს განცალკევებითი წონასწორობა გაფართოებულ თამაშში, სადაც დაბალი დანახარჯების ტიპის პირობებში შესაძლებელია დაწესდეს P_1^L-გან განსხვავებული ფასი. მაღალი დანახარჯების ტიპის ფირმამ შესაძლებელია დაწიოს ფასი P_1^L-ის ქვემოთ, რაც გაზრდის პირველი პერიოდის დანაკარგს იმდენად, რომ მაღალი დანახარჯის ტიპის ფირმა ამჯობინებს დააწესოს P_1^H ფასი, მიუხედვად იმისა, რომ ეს გამოიწვევს ფირმა 2-ს ბაზარზე შემოსვლას.

გაერთიანებული წონასწორობა

თუ ტოლობაში 15.75 მოყვანილი პირობა არ სრულდება, მაშინ მაღალი დანახარჯის ტიპის ფირმა არჩევს მოიქცეს დაბალი დანარჯების ტიპის მსგავსად, თუ მისი ეს ქმედება ხელს შეუშლის სხვებს ბაზარზე შესვლას. გაერთიანება ხელს შეუშლის ფირმა 2-ს ბაზარზე შესვლას, თუ მისი მოლოდინი, რომ ფირმა 1 მაღალი დანახარჯის ტიპისაა, იმდენად დაბალია, რომ ფირმა 2-ის ბაზარზე შესვლიდან მოსალოდნელი მოგება:

$$Pr(H)D_2^H + [1 - P(H)]D_2^L - K_2 \tag{15.76}$$

ნაკლებია ნულზე – რასაც იღებს არ შესვლის პირობებში.

მტაცებლური ფასწარმოქმნა

ბაზარზე შესვლის არასრულყოფილი ინფორმაციის მოდელი ხსნის თუ რატომ ებმება რაციონალური ფირმა მტაცებლური ფასწარმოქმნის პრაქტიკაში. აღნიშნული პრაქტიკა გულისხმობს ხელოვნურად დაბალი ფასების დაწესებას, რათა ხელი შეეშალოს ახალი ფირმების ბაზარზე შემოსავლას ან არსებული კონკურენტები განიდევნონ ბაზრიდან. მტაცებლური ფირმა წირავს მოგების ნაწილს მოკლევადიან პერიოდში, რათა მიიღოს მონოპოლიური მდგომარეობა სამომავლოდ.

მტაცებლური ფასწარმოქმნა აკრძალულია ანტიტრესტული კანონმდებლობით. ყველაზე ცნობილი ანტიტრასტული შემთხვევის დროს, 1911 წელს, ნავთობის ინდუსტრაში უდიდესი კომპანიის *Standard Oil*-ს მფლობელი ჯ. როკფელერი დაადანაშაულეს, რომ ის ხელოვნურად ცდილობდა ფასების იმ დონემდე შემცირებას, სანამ კონკურენტები არ დატოვებდნენ ბაზარს, რათა შემდეგ მონოპოლისტი გამხდარიყო და ფასები გაეზარდა ან გაეყიდა კომპანია. მტაცებლური ფასწარმოქმნა რჩება ანტიტრესტული შეზღუდვების საკამათო საკითხად, რადგან ხშირად რთულია განასხვავო მტაცებლური ფასწარმოქნა, რომლის შეჩერებაც სასურველია, კონკურენციული ბრძოლისაგან, რომლის წახალისებაც ასევე სასურველია. ასევე, თავდაპირველად ეკონომისტებს ჰქონდათ სირთულე აეგოთ ისეთი თამაშის თეორიული მოდელი, რომელშიც მტაცებული ფასწარმოქმნა რაციონალური და მისაღები

იქნებოდა.

შესაბამისი ინტერპრეტაციით, მტაცებულური ფასწამოქმნის სიტუაცია, როგორც რაციონალური სტრატეგია შესაძლებელია შეიქმნას მაშინ, როცა არსებობს ბაზარზე შესვლის არასრულყოფილი ინფორმაციის მოდელი. მტაცებულური ფასწარმოქმნა ასევე შესაძლებელია გვქონდეს განცალკევებითი წონასწორობის შემთხვევაში, განსაკუთრებით გაფართოებულ მოდელში, სადაც დაბალი დანახარჯების ტიპის ფირმა შესაძლებელია გამოიყოს მხოლოდ ოპტიმალურ მონოპოლიურ ფასთან შედარებით ფასის შემცირებით. მთლიანი კეთილდღეობა რეალურად უფრო მაღალია მოცემული განცალკევებული წონასწორობის შემთხვევაში, ვიდრე ეს სრული ინფორმაციის ხელმისაწვდომობის შემთხვევაში იქნებოდა. ორივე შედეგის შემთხვევაში ფირმა 2-ის ბაზარზე შესვლის გადაწყვეტილება მსგავსია, მაგრამ დაბალი დანახარჯების ტიპის ფასი შესაძლებელია კიდევ უფრო დაბალი იყოს (მის ტიპზე მინიშნებით) მტაცებულური ფასწარმოქნისას.

მტაცებლური ფასწარმოქმნა ასევე შესაძლებელია წარმოიქმნას გაერთიანებული წონასწორობის პირობებშიც. ამ შემთხვევაში, ეს არის მაღალი დანახარჯის ტიპის ფირმა, რომელიც აწესებს ხელოვნურად დაბალ ფასს პირველი პერიოდის ოპტიმლაურ ფასთან შედარებით, რათა ფირმა 2 დატოვოს ბაზრის გარეთ. საკითხი იმის შესახებ თუ როდისაა უფრო მეტი სოციალური კეთილდღეობა, გაერთიანებული წონასწორობის დროს თუ სრული ინფორმაციის ხელმისაწვდომობის მოდელის შემთხვევაში, ბუნდოვანია. პირველ პერიოდში ფასი უფრო დაბალია (და დიდი ალბათობით სოციალური კეთილდღეობა მაღალი) გაერთიანებული წონასწრობის პირობებში, ვიდრე ეს ინფორმაციის სრული ხელმისაწვდომობის შემთხვევაშია. მეორეს მხრივ, ფირმა 2-ს ბაზარზე შესვლის ხელშეშლა იწვევს მეორე პერიოდის მაღალი ფასების წარმოქმნას და შესაბამის დაბალ კეთილდღეობას. პირველი პერიდის სარგებლის შედარება მეორე პერიოდის დანაკარგთან საჭიროებს მოთხოვნის მრუდების, ფასდაკლების ფაქტორების და სხვა პარამეტრების დეტალურ ცოდნას.

რამდენი ფირმა შედის ბაზარზე?

აქამდე ჩვენ ბაზარზე ფირმების რიცხვი ჩავთვალეთ როგორც მოცემული, ხშირ შემთხვევაში დავუშვით, რომარის ორი ფირმა (როგორც ეს იყო მაგალითებში: 15.1, 15.3, და 15.10). ცალკეულ მაგალითებში გამოვიყენეთ ფირმათა ოდენობის ზოგადი აღნიშვნა n (მაგალითები 15.3 და 15.7), მაგრამ არ განგვიმარტია თუ როგორ განისაზღვრება ეს n რიცხვი. ამ ქვეთავში, თამაშთა თეორიის მიხედვით განვიხილვათ ფირმების რაოდენობის ანალიზს, სადაც პირველ ეტაპზე ფირმები ირჩევენ შევიდნენ თუ არა ბაზარზე. მოცემულ შემთხვევაში ჩვენ გამოვტოვებთ ლიდერი ფირმის უპირატესობის ფაქტორებს, ბაზარზე შესვლის ხელშეშლისა და სხვა სტრატეგიებს და დავუშვებთ, რომ ბაზარზე შესვლის გადაწყვეტილებას ფირმები იღებენ ერთობლივად.

სტრატეგიების განხილვა არის საინტერესო და მნიშვნელოვანი, რადგან ისინი უკვე გავაანალიზეთ წინა ქვეთავებში, მოცემულ შემთხვევაში მათგან აბსტრაჰირებით მნიშვნელოვნად გავამარტივებთ ჩვენს ანალიზს.

ბაზარზე შესვლის ბარიერები

იმისათვის, რომ ბაზარი იყოს ოლიგოპოლიური ფირმათა სასრული რაოდენობით ნაცვლად სრულყოფილად კონკურენტულისა. როდესაც ფირმათა რაოდენობა უსასრულოდ დიდია, საჭიროა არსებობდეს გარკვეული სახის ბარიერები, რაც ბაზარზე შესვლას არამიმზიდველს ან შეუძლებელს გახდის. ჩვენ ეს ბარიერები დეტალურად განვიხილეთ მონოპოლიის შესახებ წინა თავებში. თუ საჭიროა აუნაზღაურებელი დანახარჯების გაწევა ბაზარზე შესასვლელად, მაშინ მიუხედავად იმისა, რომ ფირმებს თავად დამოუკიდებლად შეუძლიათ გადაწყვიტონ შევიდნენ თუ არა ბაზარზე, ფირმათა მხოლოდ შეზღუდული რაოდენობა გადაწყვეტს შევიდეს ბაზარზე წონასწორობის პირობებში, რადგან არსებულზე უფრო მეტი რაოდენობის ფირმას შორის კონკურენცია შეამცირებს მოგებას იმ ზღვარზე დაბლა რას საჭიროა შესვლის აუნაზღაურებელი დანახარჯების დაფარვისათვის. მთავრობის ჩარევამ პატენტის გაცემის ან ლიცენზირების გზით მთავრობის ჩარევამ შესაძლებელია შეუზღუდოს ფირმების ბაზარზე შესვლა, მიუხედავად იმისა მომგებიანია თუ არა ბაზარზე ოპერირება ფირმებისათვის.

ამ თავში განხილული ზოგიერთი კონცეპტუალური საკითხები შესაძლებელია წარმოადგენდეს ბაზარზე შესვლის დამატებით ბარიერებს. ძებნის დანახარჯებმა შესაძლებელია ხელი შეუშალოს მომხარებლებს იპოვონ უფრო იაფიანი პროდუქტი ან მაღალ ხარისხიანი არსებულ პროდუქტებთან შედარებით. პროდუქტების დიფერენციამ ბერნდისადმი ერთგულების გამო შესაძლებელია შემქნას ბაზარზე შესვლის ბარიერები. ბრენდის ერთუგულებას ფირმები ხშირად ქმნიან მაღალდანახარჯიანი სარკეცლამო კამპანიის გამოყენებით, ასეთ შემთხვევაში ბაზარზე ახლად შესულ ფირმას იგივე მაღალი დანახარჯების გაწევა მოუწევს. ბაზარზე არსებულ ფირმებს ასევე შეუძლიათ სხვა სტრატეგიების გამოყენება ბაზარზე კონკურენტების შესვლის ხელშეშლისათვის, მაგალითად, წარმოების ან გამოშვების მაღალი დონის შენარჩუნება, მტაცებლურ ფასწარმოქმნაში მონაწილეობა ან იმ სხვა სტრატეგიების გამოყენება, რაც წინა ქვეთავებში განვიხილეთ.

გრძელვადიანი წონასწორობა

განვიხილოთ შემდეგი გრძელვადიანი თამაშის თეორიული მოდელი. სიმეტრიული ფირმების დიდი რაოდენობა ბაზარზე შესვლის პოტენციური კანდიდატები არიან. ფირმებმა ბაზარზე შესვლის გადაწყვეტილება შესაძლებელია ერთობლივად მიიღონ. ბაზარზე შესვლა საჭიროებს აუნაზღაურებელი K დანახარჯების გაწევას.

n-ით აღვნიშნოთ იმ ფირმების რიცხვი, რომლებიც გადაწყვეტენ ბაზარზე შესვლას. შემდეგ ეტაპზე, ფირმების n რაოდენობა ერთვება გარკვეული სახის კომპეტენციაში განსაზღვრული პერიოდის მანძილზე, რომლის განმავლობაშიც ისინი იღებენ მოგების მუდმივი ნაკადის დისკონტირებულ, ახლანდელ ღირებულებას. გამარტივებისათვის, ჩვენ დროითი პერიოდების მიმდევრობას განვიხილვათ, როგორც ერთ მოცემულ პერიოდს. $g(n)$-ით აღვნიშნოთ მოგება, რომელსაც იღებს ინდივიდუალური ფირმა მოცემული ქვეთამაშის კონკურენციის პირობებში (აუნაზღაურებელი დანახარჯების გამოკლების გარეშე, ე.ი. $g(n)$ წარმოადგენს მთლიან მოგებას). სავარაუდოდ, რაც უფრო მეტია ფირმების რაოდენობა ბაზარზე, მით უფრო მაღალია კონკურენციის დონე და შესაბამისად, დაბალია ინდივიდუალური ფირმის მიერ მიღებული ამონაგები, ე.ი. $g'(n) < 0$.

ჩვენ გამოვთვლით ქვეთამაშის წონასწორობას წმინდა სტრატეგიების შემთხვევაში[16]. ეს იქნება ფირმების რიცხვი, n^*, რომელიც აკმაყოფილებს ორ პირობას. პირველი, ბაზარზე შემსვლელი n^* ფირმა იღებს საკმარის მოგებას იმისათვის, რომ დაფარონ თავიანთი ბაზარზე შესვლის დანახარჯები: $g(n^*) \geq K$. სხვა შემთხვევაში ფირმა, რომელიც არ შევიდა ბაზარზე, მომგებიანად გაშორდა მოცემულ ბაზარს. იმ მოცემულობით, რომ $g'(n) < 0$, შეგვიძლია ეს ორი პირობა გავაერთიანოთ და ვთქვათ, რომ n^* არის უდიდესი მთელი რიცხვი, რომელიც აკმაყოფილებს პირობას $g(n^*) \geq K$.

ეს პირობა მოგვაგონებს ნულოვანი მოგების პირობას გრძელვადიანი პერიოდისათვის სრულყოფილი კონკურენციის პირობებში. აქ მცირედი ნიუანსია ის, რომ აქტიურ ფირმებს თავისუფლად შეუძლიათ მოგების მიღება განსაკუთრებით, თუ K-ს აქვს დიდი მნიშვნელობა ბაზრის ზომასთან შედარებით, შესაძლებელია იყოს მხოლოდ რამდენიმე ბაზარზე გრძელვადიანი მიზნებისათვის შემსვლელი ფირმა (ისე, რომ ბაზარი გავს კანონიერ ოლიგოპოლიას), რომლებიც იღებენ იმაზე საკმაოდ მაღალ ამონაგებს, ვიდრე ეს აუნაზღაურებელი შემოსავლების დაფარვისათვის არის საჭირო. მიუხედავად ამისა, ბაზარზე არ შედის ახალი ფირმა, რადგან ეს მოგებას დაიყვანს იმ დონემდე, რომ შემსვლელი ვერ შეძლებს მისი დიდი აუნაზღაურებელი დანახარჯების დაფარვას.

არის თუ არა გრძელვადიანი წონასწორობა ეფექტიანი? მოიცავს თუ არა ოლიგოპოლია საკმოად მცირე ან საკმოად დიდი ოდენობის ფირმებს იმასთან შედარებით, რასაც კეთილმოსურნე სოციალური მგეგმავი აირჩევდა ბაზრისათვის? დავუშვათ, რომ სოციალურ მგეგმავს შეუძლია აირჩიოს ფირმების რაოდენობა (ბაზარზე შესვლა შეზღუდოს ლიცენზირებით და შესვლის დანახარჯების სუბსიდირებით), მაგრამ ვერ არეგულირებს ფასებს და კონკურენციის სხვა ფაქტორებს ერთობლივად ბაზარზე. სოციალური მგეგმავი აირჩევდა n-ს, რათა მოეხდინა მაქსიმიზაცია:

16 ასევე, არსებობს სიმეტრიული შერეული სტრატეგიების წონასწორობა, რომლის შემთხვევაში ხან მეტი, ხან კი ნაკლები ოდენობის ისეთი ფირმა შედის ბაზარზე, რომლებიც ვერ ფარავენ აუნაზღაურებელ, საწყის დანახარჯებს. ასევე, გვაქვს მრავალმხრივი წმინდა სტრატეგიების წონასწორობა, რომელიც დამოკიდებულია n^* შემსვლელი ფირმის ტიპზე. მაგრამ n^* თითოეული ფირმის მიხედვით უნიკალურად განისაზღვრება.

$$CS(n) + ng(n) - nK, \tag{15.77}$$

სადაც, $CS(n)$ არის წონასწორული მომხარებლის ნამეტი ოლიგოპოლიის პირობებში n ფირმით, $ng(n)$ არის წონასწორობის მთლიანი მოგება (შესვლის აუნაზღაურებელი დანახარჯების გამოკლებით) ყველა ფირმის მიხედვით, და nK არის მთლიანი შესვლის აუნაზღაურებელი დანახარჯები. n^{**} არის სოციალური მგეგმავისათვის ოპტიმალური ოდენობა.

ზოგადად, n^* ოდენობის ფირმიებისათვის გრძელვადიანი წონასწორობა შესაძლებელია იყოს სოციალური მგეგმავის n^{**} ოდენობაზე მეტი ან ნაკლები, ეს უკანასკნელი, თავის მხრივ, დამოკიდებულია შემდეგ ორ მაკონპენსირებელ ეფექტზე: რეაგირების ეფექტი და ბიზნესის ქურდობის ეფექტი.

სოციალური მგეგმავი მხედველობაში იღებს მომხმარებლის გაზრდილ ნამეტის სარგებელს, რომელიც დაბალი ფასების შედეგად მიიღება, მაგრამ ფირმები თვითონ მხედველობაში არ იღებენ მომხმარებლის დანაზოგს. ეს ეფექტი სოციალურ მგეგმავს აიძულებს ბაზარზე შემსვლელი ფირმების უფრო მეტი ოდენობა აირჩიოს გრძელვადიან პერიოდში: $n^{**} > n^*$.

საწინააღმდეგო შედეგს ვიღებთ იმ ფაქტის გაანალიზებით, რომ ბაზარზე დამატებითი ფირმების შევლით არსებული ფირმების მოგება იკლებს, რასაც ასახავს წარმოებული: $g'(n) < 0$. ბაზარზე შესვლა ზრდის კონკურენციის დონეს, ცვლის ცალკეული ფირმის მოგებას, ასევე, შემსვლელი „იპარავს" ბაზრის განსაზღვრულ წილს, ამ გზით ცვლის სხვა ფირმების მოგების დონეს. ზღვრული ფირმები სხვა ფირმის დანაკარგს არ იღებენ როგორც მოგებას, როდესაც ბაზარზე შესვლის გადაწყვეტილებას განიხილავენ; მაშინ როცა სოციალური მგეგმავი ამას ასე განიხილავს. ბიზნესის მოპარვის ეფექტი არღვევს გრძელვადიან წონასწორობას იმაზე მეტი ოდენობით, ვიდრე ამას სოციალური მგეგმავი აირჩევდა: $n^{**} < n^*$.

მოთხოვნისა და დანახარჯების ფუნქციონალური ფორმის მიხედვით, მაკომპენსირებელი ეფექტი არის დომინანტური და ხშირ შემთხვევებში ბაზარზე არის იმაზე ნაკლები ოდენობის ფირმა, ვიდრე ეს ეფექტიანია გრძელვადიანი პერიოდისათვის. სხვა შემთხვევებში, ბიზნესის მოპარვის ეფექტი დომინირებს და ბაზარზე იმაზე მეტი ფირმა შედის, ვიდრე ეს ეფექტურია, ეს უკანასკნელი მოცემულია მაგალითში 15.12.

მაგალითი 15.12 კურნოს მოდელი გრძელვადიან პერიოდში

გრძელვადიანი პერიოდის წონასწორობა. დავუბრუნდეთ მაგალითს 15.3 კურნოს ოლიგოპოლიის შესახებ. ჩვენ განვსაზღვრავთ გრძელვდაინ წონასწორობას ბაზარზე არსებული ფირმების მიხედვით. K-თი აღვნიშნოთ ის აუცილებელი საწყისი დანახარჯები, რაც ყველა ფირმამ უნდა გასწიოს ბაზარზე შესვლისას პირველ პერიოდში. დავუშვათ, რომ კურნოს მედელში გვაქვს მხოლოდ ერთი პერიოდი ბაზარზე შესვლის შემდეგ. გამოთვლების კიდევ უფრო გამარტივებისათვის, დავუშვათ, რომ $a = 1$ და

$c = 0$. ამ მნიშვნელობების ჩასმით 15.3 ტოლობაში, მივიღებთ ინდივიდუალური ფირმის მთლიან მოგებას:

$$g(n) = \left(\frac{1}{n+1}\right)^2. \tag{15.78}$$

გრძელვადიანი წონასწორობისას ფირმების ოდენობა არის უდიდესი მთელი რიცხვი n^*, რომელიც აკმაყოფილებს პირობას $g(n^*) \geq K$. მთელ რიცხვთან დაკავშირებული პრობლემების გამორიცხვით, n^* აკმაყოფილებს:

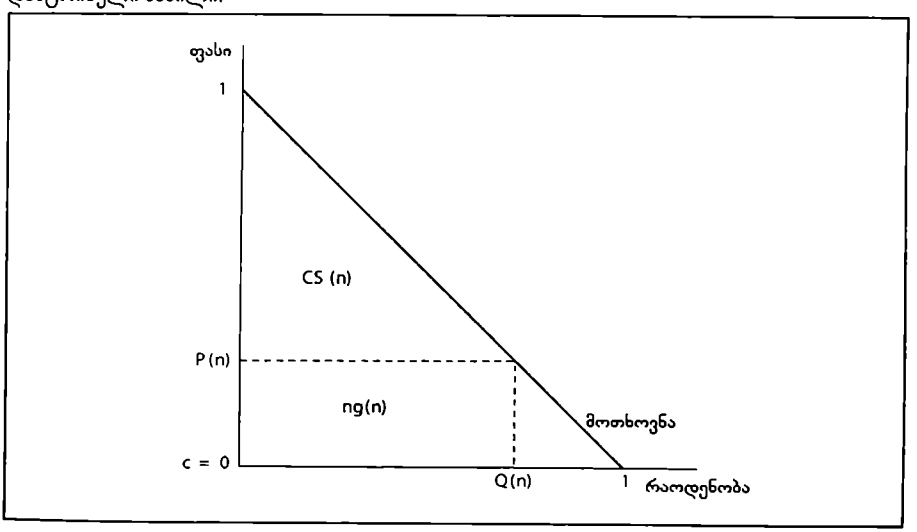
$$n^* = \frac{1}{\sqrt{K}} - 1. \tag{15.79}$$

სოციალური მგეგმავის პრობლემა. თავდაპირველად სოციალური მგეგმავის მიზნის ფუნქციაში გამოვთვალოთ ინდივიდუალური წევრები (ტოლობა 15.77). მომხმარებლის ნამეტი ნახაზზე 15.9 სამკუთხედის დაშტრიხული ნაწილის ტოლია, რომელიც სამკუთხედის ფართობის ფორმულის გამოყენებით არის:

$$CS(n) = \frac{1}{2}Q(n)\left[a - P(n)\right] = \frac{n^2}{2(n+1)^2}; \tag{15.80}$$

ნახაზი 15.9 მოვება და მომხარებლის ნამეტი მაგალითში 15.12

წონასწორობა n ფირმისათვის, მოთხოვნისა და დანახარჯების შესახებ დაშვებით მაგალითში 15.12. მომხმარებლის ნამეტი, $CS(n)$, არის დაშტრიხული არე სამკუთხედზე. მთლიანი მოგება $ng(n)$ ყველა ფირმისათვის (მთლიანი აუნაზღაურებლი დანახარჯები) არის მართკუთხედის დაშტრიხული ნაწილი.



მოცემულ შემთხვევაში ბოლო ტოლობა მიიღება 15.18 და 15.19 ტოლობებში ფასისა და რაოდენობის ჩასმით. მთლიანი მოგება ყველა ფირმისათვის (აუნაზღაურებელი ხარჯების ერთობლიობა) უდრის მართკუთხედის დაშტრიხულ ნაწილს:

$$ng(n) = Q(n)P(n) = \frac{n}{(n+1)^2}. \tag{15.81}$$

ტოლობების 15.80 და 15.81 ჩასმა სოციალური მგეგმავის მიზნის ფუნქციაში (ტოლობა 15.77) მოგვცემს:

$$\frac{n^2}{2(n+1)^2} + \frac{n}{(n+1)^2} - nK. \tag{15.82}$$

დადებითი მუდმივების გამოკლებით, პირველი რიგის პირობა n-ის მიმართ არის

$$1 - K(n+1)^3 = 0, \tag{15.83}$$

რაც გულისხმობს, რომ

$$n^{**} = \frac{1}{K^{1/3}} - 1. \tag{15.84}$$

მთელი რიცხვების პრობლემების გამორიცხვით, ეს არის ფირმების ოპტიმალური რაოდენობა სოციალური მგეგმავისათვის.

შედარება. თუ $K < 1$ (პირობა, რომელიც უნდა დაკმაყოფილდეს, რომ ბაზარზე შემსვლელი ერთი ფირმა მაინც იყოს), მაშინ $n^{**} < n^*$ და ეს ნიშნავს, რომ ბაზარზე იმაზე მეტი შემსვლელი ფირმაა, ვიდრე ამას სოციალური მგეგმავი ისურვებდა. კონკრეტული რიცხობრივი მნიშვნელობების განხილვისათვის, დავუშვათ, რომ $K = 0.1$-ს, მაშინ $n^* = 2.16$ და $n^{**} = 1.15$, რაც ნიშნავს იმას, რომ ბაზარზე გრძელვადიან პერიოდში იქნება დუოპოლიური წონასწორობა, მაგრამ სოციალური მგეგმავს კი ექნება მონოპოლია.

შეკითხვა: თუ სოციალურ მგეგმავს ექნებოდა შესაძლებობლობა დაეწესებინა როგორც ფასი, ასევე, ფირმების ოდენობა, რა არჩევანს გააკეთებდა ეს უკანასკნელი? როგორ შეუდარებდით ამ შედეგს გრძელვადიანი წონასწორობის შედეგს?

ალტერნატიული ობიექტი

როგორც ვნახეთ ცალკეულმა ფაქტორებმა შეამცირა კონკურენციის სიძლიერე და გაზარდა ფირმების მოგება (მაგ, უფრო მეტად რაოდენობრივი, ვიდრე ფასის მიერ კონკურენცია, პროდუქტის დიფერენციაცია, ძებნის დანახარჯები, ფასდაკლება

ფარული შეთანხმების პირობებში). უკუკავშირის ეფექტი გულისხმობს იმას, რომ რაც უფრო მომგებიანია ბაზარი მოცემული რაოდენობის ფირმებისათვის, მით უფრო მეტი ფირმა მოისურვებს მასზე შესვლას, რაც ბაზარს უფრო კონკურენტულს ხდის და ამცირებს მოგების დონეს თითოეული ფირმისათვის.

უკიდურესი მაგალითისათვის, ერთმანეთს შევადაროთ ბერტრანისა და კურნოს თამაშები. თუ ავიღებთ მოცემულობას, რომ ბაზარზე წარმოდგენილი არის ორი იდენტური პროდუქტი, მაშინ მივიღებთ, რომ ბერტნის თამაში არის უფრო მეტად კონკურენტული და ნაკლებ მომგებიანი, ვიდრე კურნოს თამაში. ეს დაკვნა შეიცვლება თუ ფირმები, რომელთაც აქვთ აუნაზღაურებელი დანახარჯები მიეცემათ საშუალება მიიღონ ბაზარზე შესვლის რაციონალური გადაწყვეტილება. თუ მხოლოდ ერთი ფირმა გადაწყვეტს შევიდეს ბერტრანის ბაზარზე. ფირმა 2-ის მოგება დავა ნულამდე, ისე რომ მისი ბაზარზე შესვლის დანახარჯები დაიფარება. გრძელვადიანი წონასწორობის შედეგი იქნება მონოპოლისტის არსებობა და შესაბამისი უმაღლესი ფასი და მოგება, ეს უკანასკნელი იქნება იმ დასკვნის საპირისპირო, როდესაც ფირმების რაოდენობა იყო ფიქსირირებული. მეორე მხრივ, კურნოს ტიპის ბაზარზე იქნება სივრცე რამდენიმე შემსვლელისათვის, რაც ფასსა და მოგებას შეამცირებს ბერტრანის ბაზრის მონოპოლიურ დონეზე ქვემოთ.

გასაშუალოების ეფექტის მიმართ ეკონომისტები უნდა იყვნენ ყურადღებით, რადგან, მან შესაძლოა შეცვალოს დასკვნები ოლიგოპიური ბაზრის ფუნქციონირების შედეგების შესახებ. პროდუქტების დიფერენციაცია, ძებნის დანახარჯებმა, შეთანხმებამ და სხვა ფაქტორებმა შესაძლოა შემაციროს კონკურენციის დონე და გაზარდოს მოგება მოკლევადიან პერიოდში, მაგრამ გრძელვადიან პერიოდში იგივე ფაქტორებმა შესაძლებელია მიგვიყვანოს კონკურენციის გაძლიერებამდე და ფასებსა და რაოდენობაზე განსხვავებულ შედეგზე. ალბათ, ერთადერთი მყარი დასკვნა ფასებისა და მოგების შესახებ გრძელვადიან პერიოდში არის აუნაზღაურებელი დანახარჯების არსებობა. მაღალი აუნაზღაურებელი დანახარჯების არსებობა ბაზარზე ახალი სუბიექტების შესვლას გრძელვადიან პერიოდშიც უშლის ხელს, ასე, რომ დარწმუნებით შეგვიძლია ვთქვათ, რომ ფასები და მოგება მაღალი იქნება იმ დარგებში, სადაც არსებობს მაღალი აუნაზღაურებელი დანახარჯები (გაყიდვებთან მიმართებაში) ბაზარზე შესვლისათვის.[17]

ინოვაცია

წინა თავის დასასრულს დავსვით შეკითხვა: ბაზრის რომელ სტრუქტურას – მონოპოლიას თუ სრულყოფილ კონკურენციას – მივყავართ უფრო მეტი ინოვაციისა და დანახარჯების შემცირებისაკენ? თუ მონოპოლია უფრო ინოვაციურია, გადაწონის,

17 დარგების სტრუქტურისა და კონკურენციის დონის შესახებ უფრო დაწვრილებითი მსჯელობა იხილეთ, j. Sutton, Sunk Costs and Market Structure(Cambridge, MA: MIT Press, 1991).

თუ, არა ინოვაციების გრძელვადიანი სარგებელი მონოპილიის მოკლევდიან წმინდა დანაკარგებს? იგივე კითხვა შესაძლებელია დაისვას ოლიგოპოლიის მიმართ. იწვევს თუ არა შეზღუდული საბაზრო სტრუქტურები, ფირმების მცირე ოდენობითა და მაღალი ფასით, უფრო მეტი სტიმულების შემქნას ინოვაციებისათვის? რომელი უფრო მეტად არის ინოვაციების შემქნისაკენ მიდრეკილი მცირე, თუ დიდი ფირმა? ბაზარზე დამკვიდრებული თუ, ახლადშესული ფიირმა? ამ კითხვებზე პასუხები გვეხმარება განვსაზღვროთ პოლიტიკა ბაზარზე შესვლის რეგულირების, შერწყმის და მცირე ფირმების სუბსიდირების მისამართით.

როგორც რამდენიმე მარტივი მოდელის მეშვეობით დავინახავთ, არ არსებობს ზუსტი პასუხი იმაზე, არის თუ არა ხარისხის კონცენტრაციაა უკეთესი გრძელვადიანი კეთილდღეობის ზრდისათვის. ჩვენ განვიხილავთ რამდენიმე ზოგად ალტერნატივას, მაგრამ მათი რაოდენობრივად გამოსახვა იმის შესაფასებლად თუ რომელი ბაზარი იქნება უფრო ინოვაციურად კონცენტრირებული, თუ არაკონცენტრირებული, დამოკიდებულია ინოვაციების მიმართ არსებული კონკურენციის ბუნებაზე, მოთხოვნისა და დანახარჯების ფუნქციების მახასიათებლებზე. ინოვაციებთან დაკავშირებით იგივე შეიძლება ითქვას ფირმის ზომასა და ბაზარზე ყოფნის ხანგრძლივობაზე.

მოდელები, რომელსაც აქ განვიხილავთ გულისხმობენ პროდუქტების ინოვაციებს, იმ პროდუქტების გამოგონებას (მაგ. პლაზმური ტელევიზორები), რომლებიც მანამდე არ არსებობდა. სხვა ჯგუფის ინოვაციები გულისხმობს პროცესის ინოვაციებს, რომლებიც ამცირებენ არსებული პროდუქტების წარმოების დანახარჯებს – მაგალითად, რობოტული ტექნოლოგიების გამოყენება ავტომობილების წარმოებაში.

მონოპოლია ინოვაციაზე

დავუშვათ, რომ მხოლოდ ერთ ფირმას, ფირმა 1-ს აქვს ინოვაციის შესაძლებლობა. მაგალითად, ფარმაცევტული პროდუქტების მწარმოებელს შესაძლოა ქონდეს ისეთი იდეა მალარიის ვაქცინაზე, რომლის შესახებ სხვა ფირმებს წარმოდგენაც არ აქვთ. რამდენად ექნება სურვილი ფირმას გააკეთოს ვაქცინის კვლევა და გამოსცადოს ვაქცინა დიდ ზომის სამედიცინო ტესტებში? ხარჯვის ეს სურვილი(რომელსაც ჩვენ ავიღებთ, როგორც ფირმის ინოვაციურობის საზომს) რამდენადაა დამოკიდებული ბაზარზე ფირმების კონცენტრაციაზე?

პირველ რიგში დავუშვათ, რომ ჯერ-ჯერობით არ არსებობს მალარიის ხელმისაწვდომი ვაქცინა. თუ ფირმა 1 წარმატებით განახორციელებს ვაქცინის შემუშავების გეგმას, მაშინ ის გახდება მონოპოლისტი. $\prod^M$-ით აღვნიშნოთ მონოპოლიური მოგება, რაც თავის მხრივ, არის ის ოდენობა, რისი დახარჯვის სურვილიც ექნება ფირმა 1-ს ვაქცინის შემუშავებისათვის. ნაკლებად კონცენტრირებული ბაზრის შემთხვევის განხილვისათვის დავუშვათ, რომ სხვა ფირმას (ფირმა 2) უკვე აქვს ვაქცინა, რომელიც ფირმა 1-ის ვაქცინის თერაპიულ შემცვლელად განიხილება. თუ ფირმა 1 მაინც განავითარებს ვაქცინას, მაშინ ფირმები ერთმანეთს კონკურენციას გაუწევენ, როგორც

დუოპოლისტები. π_D-თი აღვნიშნოთ დუოპოლიის მოგება. ბერტრანის მოდელში, იდენტური პროდუქტებით, $\pi_D = 0$, მაგრამ $\pi_D > 0$-ზე სხვა მოდელებში, სადაც მოდელი მოიცავს რაოდენებებით კონკურენციას ან შეთანხმებას. ფირმა 1-ს ექნება სურვილი დახარჯოს π_D-მდე, რათა განავითაროს ვაქცინა მოცემულ შემთხვევაში. ორი შემთხვევის შედარებიდან ვასკვნით, რომ რადგან $\prod M > \pi_D$, ფირმა 1 დახარჯავს უფრო მეტს (ამ მაჩვენებლის მიხედვით ის უფრო ინოვაციურად ჩაითვლება) კონცენტრირებულ ბაზარზე. ასეთ შემთხვევაში, ზოგად პრინციპს შესაძლებელია ვუწოდოთ გაფანტვის ეფექტი (*dissipation effect*): კონკურენციას მიაქვს ინოვაციისათვის საჭირო მოგება და ამ გზით ამცირებს ინოცავიის განხორციელების სტიმულებს. გაფანტვის ეფექტი საპატენტო სისტემის არსებობის დასაბუთების ნაწილია. პატენტი ინოვატორს ანიჭებს მონოპოლიას, მიზანდასახულად ზღუდავს კონკურენციას, რათა უზრუნველყოს მოგების მაღალი დონე და ინოვაციებისათვის სტიმულის არსებობა.

სხვა შედარება, რაც შესაძლებელია გაკეთდეს ფირმა 1-სა და ფირმა 2-ს შორის ინოვაციური სტიმულებისათვის, არის დაშვება საწყისი იდეის მონოპოლიური ხასიათის შესახებ. ფირმა 1 თავდაპირველად არ იმყოფება ბაზარზე, მან ბაზარზე შესვლისათვის უნდა განავითაროს ახალი ვაქცინა. ფირმა 2 უკვე არის მალარიის ვაქცინის ბაზარზე, მის მიერ შემუშავებული პირველი ვაქცინით, მაგრამ ასევე, შესაძლებელია განიხილოს მეორე ვაქცინის შემუშავებაც, რომელიც თავის მხრივ, პირველის სრულყოფილი შემცვლელი იქნება. როგორც წინა პარაგრაფში ვნახეთ, ფირმა 1-ს ექნება სურვილი ინოვაციისათვის დახარჯოს π_D-მდე. ფირმა 2-ს არ ექნება სტიმული საერთოდ გადაიხადოს ინოვაციისათვის, რადგან იგი უკვე არის ბაზრის მონოპოლისტი და შეუძლია შეინარჩუნოს ეს მდგომარეობა მიუხედავად იმისა განავითარებს თუ არა მეორე ვაქცინას (ამ დასკვნასთან მიმართებაში მნიშვნელოვანია აღვნიშნოთ, რომ საწყისი იდეის მქონე ფირმა შესაძლებელია არ აღმოჩნდეს წარმატებული ვაქცინის შემუშავებაში, მაგრამ მას თავისი იდეის დაკარგვის შიში არ აქვს; ეს დაშვება შემდეგ ქვეთავებში შეიცვლება). ე.ი. პოტენციური კონკურენტი (ფირმა 1) არის უფრო ინოვაციური, ვიდრე ფირმა 2 ჩვენი საზომის მიხედვით. მოცემული შემთხვევისათვის ზოგად პრინციპს შესაძლებელია ვუწოდოთ შენაცვლების ეფექტი: ფირმები იღებენ ნაკლებ ზრდად მოგებას და შესაბამისად ნაკლები სტიმულები აქვთ ინოვაციებისათვის, განსაკუთრებით იმ შემთხვევაში, თუ ახალი პროდუქტი ანაცვლებს ბაზარზე უკვე არსებულ მოგების მომატან პროდუქტს. ჩანაცვლების ეფექტით აიხსნება ცალკეულ დარგებში სიახლეების დანერგვის თავისებურებები, როდესაც ძველი ფირმები ხდებიან სულ უფრო მეტად კონსერვატიულები, მათი შეცვლა კი ახალი ვარსკვლავებით ხდება, მაგალითად, როგორც ეს იყო Microsoft-ის მიერ IBM-ის ჩანაცვლება.

კონკურენცია ინოვაციებისათვის

ახალი ფირმები ძველ ფირმებთან შედარებით ყოველთვის უფრო მეტად ინოვაციურები არ არიან. გაფანტვის ეფექტმა შესაძლოა გადაწონოს ჩანაცვლების ეფექტი, რაც

ნიშნავს ძველი ფირმების მიერ მეტი ინოვაციურობის გამოჩენას. ამ ალტერნატივის განსაანალიზებლად გვჭირდება სხვა მოდელი. ახლა დავუშვათ, რომ ახალი პროდუქტის შექმნის საწყისი იდეა აქვს ერთზე მეტ ფირმას და ისინი ერთმანეთს კონკურენციას უწევენ თუ რომელ მათგანს შეუძლია იდეის შესაძლებელ პროდუქტად გარდაქმნა. მაგალითად, მალარიის ახალი ვაქცინის შესახებ იდეა შესაძლებელია გაუჩნდეს მეცნიერებს ორივე ფირმის ლაბორატორიებში, ერთი და იგივე დროს, რაც ნიშნავს ფირმების საწყისი იდეის პროდუქტად გარდაქმნის კონკურენციაში ჩართვას. მოცემულ მაგალითშიც გავაგრძელოთ დაშვება, რომ ფირმა 2-ს უკვე აქვს მალარიის ვაქცინა და ახალი ვაქცინა ძველის სრულყოფილი შემცვლელი იქნება.

წინა განხილულ მოდელსა და მოცემულ მოდელს შორის სხვაობას წარმოადგენს ის, რომ თუ ფირმა 2 ვერ მოიგებს იდეის განვითარების შეჯიბრს, მაშინ თავად იდეის გვერდზე გადადება არ ხდება, მას ახორციელებს ფირმა 1. ფირმა 2-ს აქვს სტიმული მოიგოს ინოვაციის შეჯიბრი, რათა ხელი შეუშალოს ფირმა 1-ს გახდეს მისი კონკურენტი. ფორმალურად თუ ფირმა1 იგებს ინოვაციის შეჯიბრს, მაშინ იგი შედის ბაზარზე და ხდება მეორეს კონკურენტი და იღებს დუოპოლისტის მოგება π_D-ს. როგორც ამ შემთხვევაშიც ვნახეთ, π_D არის მაქსიმალური ოდენობა, რასაც ფირმა 1 გადაიხდიდა ინოვაციისათვის. 2 ფირმის მოგება არის $\prod M$ თუ იგი კონკრეტულ ბრძოლას მოიგებს, წინააღმდეგ შემთხვევაში კი მისი მოგება იქნება π_D-ს ტოლი. თუ ფირმა 2 ინოვაციისათვის გადაიხდის $\prod_M - \pi_D$ სხვაობას, თუ $\prod M > 2\pi_D$ ე.ი. თუ დარგის მოგება მონოპლიის შემთხვევაში არის უფრო მეტი, ვიდრე დუოპოლიის შემთხვევაში. ეს უკანასკნელი გვაქვს იმ შემთხვევაში, როცა დარგის მონოპოლიური მოგება უფრო მეტია ოლიგოპოლისტურ მოგებასთან შედარებით. აღნიშნული განპირობებულია იმით, რომ დარგში მონოპოლიური მოგების შემცირება ხდება დუოპლიური კონკურენციის გამო, ასეთ შემთხვევაში $\prod_M - \pi_D > \pi_D$ და ფირმა 2-ს პირველთან შედარებით აქვს ინოვაციების განხორციელების მეტი სტიმული.

ეს მოდელი ხსნის დომინატი ფირმის დამაბნეველ ფენომენს იქონიოს „მძინარე პატენტები“: პატენტები, რომლებიც არასოდეს განხორციელდება. როგორც ვნახეთ, დომინანტ ფირმებს აქვთ საკმარისი სტიმული, სავარუდოდ უფრო მეტი, ვიდრე ბაზარზე შემსვლელ ფირმებს ქონდეთ პატენტები და ამ გზით ხელი შეუშალოს ბაზარზე ახალი კონკურენტების შემოსვლას. ჩანაცვლების ეფექტმა შესაძლოა მიგვიყვანოს ბაზარზე ცვლილებებამდე და ახალი ფირმების მიერ ინოვაციების განხორციელებამდე, გაფანტვის ეფექტი კი ხელს უწყობს დომინანტური ფირმის მდგომარეობის შენარჩუნებას და ანელებს ინოვაციების განხორციელების შესაძლებელ ტემპებს.

შეჯამება

ბევრი ბაზარი, თავისი მახასიათლებლებით ხვდება სრულყოფილი კონკურენციისა და მონოპოლიური ბაზრების მახასიათებლებს შორის. ასეთი არასულყოფილად კონკურენტული ბაზრებისათვის ფასისა და რაოდენობის განსაზღვრა შედარებით რთულია, რადგან წონასწორული მდგომარეობა მყარდება ფირმებს შორის სტრატეგიული თანამშრომლობის შედეგად. ამ თავში გამოვიყენეთ თავში 8 განხილული თამაშთა თეორია დამისი გამოყენებით მოვახდინეთ ოლიგოპოლიურ ბაზრებზე სტრატეგიული თანამშრომლობის ანალიზი. თავდაპირველად მოვახდინეთ ოლიგოპოლიური ფირმის მოკლევადიანი გადაწყვეტილებები ფასებისა და რაოდენობების შესახებ, შემდეგ კი გავაანალიზეთ ისეთი გრძელვადიანი გადაწყვეტილებები, როგორებიცაა წარმოების ადგილი, ინოვაცია, ბაზარზე შესვლა და ბაზარზე შესვლის ხელშეშლა. ჩვენ ვნახეთ, რომ აშკარად მცირე ცვლილებებმაც კი მოდელის დაშვებებში შესაძლოა მიგვიყვანოს ბაზრის ფუნქციონირების შედეგების მნიშვნელოვან ცვლილებებამდე. შესაბამისად, ოლიგოპოლიურ ბაზრებზე ქცევის პროგნოზირება მხოლოდ თეორიის მიხედვით რთულია და შესაძლოა საჭირეობდეს დარგის შესახებ პრაქტიკული ინფორმაციის ფლობას და ფრთხილ ემპირიულ ანალიზს.

- ერთ-ერთი საბაზისო ოლოგიპოლიური ბაზრის მოდელი, ბერტრანის მოდელი მოიცავს ორ იდენტურ ფირმას, რომლებიც ფასებს ანესებენ ერთდროულად. წონასწობა აიხსნება ბერტრანის პარადოქსით: მიუხედავად იმისა, რომ ოლიგოპოლია რამდენიმე ფირმის ბაზარზე კონცენტრაციას წარმოადგენს, ფირმები იქცევიან როგორც სრულყოფილი კონკურენტები: ფასებს აწესებენ ზღვრული დანახარჯები მიხედვით და აქვთ ნულოვანი მოგება.
- ბერტრანის პარადოქსი ოლიგოპოლიური ბაზრის ფუნციონირების ერთადერთი შედეგი არ არის, ეს უკანასკნელი არ გვექნება თუ შეცვლით ბერტრანის მოდელის დაშვებებს-მაგალითად, თუ დავუშვებთ რაოდენობების მიხედვით კონკურენციას, დიფერენცირებულ პროდუქტებს, ძებნის დანახარჯებს, წარმოების შესაძლებლობების შეზღუდვებს ან თამაშის განმეორებადობას შეთანხმების მიღწევით.
- პატიმრის დილემის მსგავსად, ფირმებმა შესაძლებელია მიიღონ მოგება, თუ მოახერხებენ თანამშრომლობას კონკურენციის შეზღუდვისათვის, მაგრამ ამგვარი შედეგი იქნება არასტაბილური თუ მათ შორის არ შედგება თანამშრომლობა იურიდიული ფორმის – კარტელის სახით ან ფარულად არ ითანამშრომლებენ განმეორებად თამაშში.
- ფარული თანამშრომლობისას, მაღალი მოგების შენარჩუნებისათვის, ფირმები უნდა იყვნენ თანმიმდევრულნი ისე, რომ სამომავლო საფასო ომიდან დანაკარგებმა უნდა გადააჭარბოს მიმდინარე პერიოდში ფასების შემცირების სარგებელს.
- როცა არასტრატეგიულად მოქმედი მონოპოლისტი არჩევს მოქნილობას, ბაზრის ცვალებად პირობებზე საპასუხოდ, სტრატეგიულად მოქმედმა ოლიგოპოლისტმა შესაძლოა უპირატესობა ერთეულ არჩევანს მიანიჭოს. ფირმა მისდევს გაკეთებულ არჩევანს, თუ იგი მოიცავს აუნაზღაურებელ დანახარჯს, რომელიც ვერ დაიფარება, თუ ფირმა მოგვიანებით შეცვლის გაკეთებულ არჩევანს.
- ლიდერმა ფირმამ შესაძლებელია მიიღოს უპირატესობა, თუ ის მიზანადსახულად მიყვება ნეშის წონასწორობის ერთდროული თამაშისაგან განსხვავებულ ქმედებას. ბაზარზე შეს-

ვლის ხელშეშლისათვის, ლიდერმა ფირმამ უნდა შემაციროს ბაზარზე შემსვლელი ფირმის მოგება აგრესიული „მაღალი ძაღლის“ სტრატეგიის გამოყენებით(მაღალი გამოშვება ან დაბალი ფასი). თუ იგი ახალ ფირმას ბაზარზე შესვლას ხელს არ შეუშლის, მაშინ ლიდერი ფირმა უნდა მიყვეს იმ სტრატეგიას, რომელიც კონკურენტს ნაკლებად აგრესიული კონკურენციისკენ უბიძგებს. ეს უკანასკნელი ცალკეულ შემთხვევებში არის „მაღალი ძაღლის“ და ხანდახან „ლეკვის“ სტრატეგია, რაც დამოკიდებულია ფირმის საკუთესო რეაგირების მრუდების დახრილობაზე.

- თუ მოკლევადიან პერიოდში ოლიგოპოლიურ ბაზარზე ფირმების რაოდენობას ფიქსირებულად შევინარჩუნებთ, ისეთი ფაქტორები როგორიცაა პროდუქტების დიფერენციაცია, ძებნის დანახარჯები, შეთანხმება და ა.შ. გამონივევს მოგების ზრდას, რაც გრძელვადიან პერიოდში ახალი ფირმების ბაზარზე შემოსვლას მიმზიდველს გახდის ახალი ფირმებისათვს, რაც საბოლოოდ შეამცირებს ოლიგოპოლიურ მოგებას.
- გრძელვადიან პერიოდში ინოვაციები შესაძლოა უფრო მნიშვნელოვანი იყოს საერთო კეთილდღეობის ზრდისათვის, ვიდრე დაბალი ფასები. იმის განსაზღვრა, თუ რომელი ოლიგოპოლიური სტრუქტურაა უფრო მეტად მიმართული ინოვაციების მხარდაჭერაზე, რთული განსასაზღვრია ურთიერთდამაბალანსებელი ეფექტების არსებობის გამო (ჩანაცვლებისა და გაფანტვის).

ამოცანები

15.1

სიმარტივისათვის დავუშვათ, რომ მონოპილისტ ფირმას არ აქვს წარმოების დანახარჯები და მოთხოვნის ფუნქციას აქვს სახე: $Q = 150 - P$.

ა. გამოთვალეთ მონოპოლიტის მოგების მაქსიმიზაციისათვის საჭირო ფასისა და რაოდენობის კომბინაცია. ასევე, გამოთვალეთ მონოპლიტის მოგება.

ბ. დავუშვათ, რომ იგივე მოთხვნისა და დანახარჯების პირობებში არსებობს ორი ფირმა იდენტური პროდუქტებით. ფირმები რაოდენობებს ირჩევენ ერთობლივად, როგორც ეს კურნოს მოდელშია. გამოთვალეთ მიწოდების რაოდენობა ნეშის წონასწორობის პირობებში. ასევე, გამოთვალეთ ბაზრის მიწოდება, ფასი და მოგება.

გ. დავუშვათ, რომ ფირმები ბერტნარის მოდელის მსგავსად ერთობლივად ირჩევენ ფასებს. გამოთვლეთ ფასების ნეშის წონასწორობის პირობებში. ასევე, გამოთვალეთ როგორც ფირმის გამოშვება, ასევე, საბაზრო გამოშვება.

დ. დაახასიათეთ მოთხოვნის ფუნქცია და ფუნქციის მრუდზე აღნიშნეთ საბაზრო ფასებისა და რაოდენობების გამოთვლილი კომბინაციები ა-გ პუნტქებიდან.

15.2

დავუშვათ, რომ ფირმების ზღვრული და საშუალო დანახარჯები ერთმანეთის ტოლია – c საბაზრო მოთხოვნის ინვერსიული ფუნქცია მოცემულია შემდეგი სახით: $P = a - bQ$, სადაც a, $b > 0$.

ა. გამოთვალეთ მონოპლიტის მოგების მაქსიმიზაციის შესაბამისი ფასისა და რაოდენობის კომბინაცია. ასევე, მოგების ოდენობა.

ბ. გამოთვალეთ ნეშის წონასწორობის რაოდენობები კურნოს დუოპოლისტების, იმ შემთხვევისათვის, როცა იდენტური პროდუქტების გამოშვების რაოდენობების შესახებ გადაწყვეტილება ერთობლივად მიიღება. ასევე, გამოთვალეთ საბაზრო გამოშვება, საბაზრო ფასი, ფირმის და დარგის მოგება.

გ. გამოთვალეთ ნეშის წონასწორობის ფასები ბერტრანის იმ დუოპოლისტებისათვის, რომლებიც ფასებს ერთობლივად ირჩევენ. ასევე, გამოთვალეთ ფირმისა და საბაზრო გამოშვების მოცულობა, ფირმისა და ბაზრის მოგების ოდენობები.

დ. დავუშვათ, რომ კურნოს მოდელში გვაქვს n იდენტური ფირმა. გამოთვალეთ ნეშის წონასწორობის რაოდენობები, როგორც n-ის ფუნქცია. ასევე, გამოთვალეთ საბაზრო გამოშვება, საბაზრო ფასი, ფირმისა და დარგის მოგება.

ე. აჩვენეთ, რომ: ა) პირობიდან მიღებული მონოპლიური ბაზრის ფუქნციონირების შედეგი ბ) პირობაში შესაძლებელია ჩავანცვლდეს $n = 1$ დაშვებით, ასევე, ბ) ნაწილში მოცემული კურნოს დუოპოლიის შედეგი დ პირობაში შესაძლებელია ჩანაცვლდეს $n = 2$ ტოლობით და თუ დავუშვებთ n-ის უსასრულოდ ზრდას, ეს უკანასკნელი მოგვცემს იგივე საბაზრო ფას, რაოდენობასა და დარგის მოგებას, როგორც ეს გ) პირობაშია.

15.3

C_i-ით აღვნიშნოთ მუდმივი ზღვრული დანახარჯი და i-იური ფირმისათვის საშუალო დანახარჯი (ე.ი. ფირმებს შესაძლებელია ქონდეთ განსხვავებული ზღვრული ხარჯები). დავუშვათ, რომ მოთხოვნა მოცემულია შემდეგი სახით: $P = 1 - Q$.

ა. გამოთვალეთ ნეშის წონასწორობის რაოდენობები იმ დაშვებით, რომ კურნოს ბაზარზე გვაქვს ორი ფირმა. ასევე, გამოთვალეთ საბაზრო გამოშვება, საბაზრო ფასი, ფირმის მოგება, დარგის მოგება, მომხმარებელის ნამეტი და მთლიანი კეთილდღეობა.

ბ. ნეშის წონასწორობა წარმოადგინეთ საუკეთესო რეაგირების ფუნქციის დიაგრამზე. აჩვენეთ თუ რა გავლენას მოახდენს წონასწორობაზე ფირმა 1-ის დანახარჯების შემცირება. დახაზეთ შესაბამისი მოგების განურჩევლობის მრუდი ფირმა 1-ისათვის.

15.4

დავუშვათ, რომ ფირმა 1 და ფირმა 2 ფუნქციონირებენ მუდმივი ზღვრული და საშუალო დანახარჯების პირობებში, ფირმა 1-ის ზღვრული დანახარჯია $c_1 = 10$, ხოლო ფირმა 2-ს კი $c_2 = 8$. საბაზრო მოთხოვნა არის: $Q = 500 - 20P$.

ა. დავუშვათ, რომ ფირმები ფუქნციონირებენ ბერტრანის კონკურენციის პირობებში, ისე, რომ თავიანთი იდენტური პროდუქტებისათვის ფასებს აწესებენ ერთობლივად. გამოთვალეთ ნეშის წონასწორობის ფასები. (ამ ამოცანაში ტექნიკური პრობლემის თავიდან აცილებისათვის დაუშვით, რომ თუ ფირმები აწესებენ ტოლ ფასებს, მაშინ დაბალი ფასების მქონე ფირმები ყიდიან პროდუქტებს მთლიანად).

ბ. გამოთვალეთ ფირმის გამოშვება, ფირმის მოგება და ბაზრის გამოშვება.

გ. ხდება თუ არა კეთილდღეობის მაქსიმიზაცია ნეშის წონასწორობის პირობებში? თუ არა, ჩამოაყალიბეთ პირობა, რომელიც მთლიანი კეთილდღეობის მაქსიმიზაციას მოახდენს, ასევე, გამოთავლეთ წმინდა დანაკარები ნეშის წონასწორობისას და თქვენ მიერ ჩამოყალიბებული პირების შორის სხვაობისათვის.

15.5

განიხილეთ ბერტრანის შემდეგი თამაში, რომელიც მოიცავს ორ ფირმას, რომელთაც აქვთ დიფერენცირებული პროდუქტები. ფირმებს არ აქვს წარმოების დანახარჯები. ფირმა 1-ის მოთხოვნაა:

სადაც, $b > 0$. ფირმა 2-ის მოთხოვნის ტოლობა სიმეტრიულია.

ა. გამოთვალეთ ნეშის წონასწორობა ფასების არჩევის ერთობლივი თამაშისათვის.

ბ. გამოთვალეთ ფირმების გამოშვების და მოგების დონეები.

გ. წარმოდგინეთ წონასწორობა საუკეთესო რეაგირების ფუნქციის დიაგრამაზე. აჩვენეთ, თუ რა გავლენას იქონიებს b-ს ზრდა წონასწორობაზე. დახაზეთ შესაბამისი მოგების განურჩევლობის მრუდი ფირმა 1-ისათვის.

15.6

გაიხსენეთ მაგალითი 15.6, სადაც მოცემულია ფარული თანამშრომლობის მაგალითი. დავუშვათ, (როგორც ეს მაგალითშია), რომ სამედიცინო მოწყობილობა იწარმოება ფიქსირებული ზღვრული და საშუალო $10-ის ტოლის დანახარჯებით, მოთხოვნის ფუნქცია მოცემულია შემდეგი სახით:

$$Q = 5{,}000 - 100P$$

ბაზარზე თითოეული პერიოდი წარმოდგენილია პერიოდების უწყვეტი ოდენობით. დისკონტირების ფაქტორია δ.

ა. დავუშვათ, რომ n ფირმა ჩართულია ბერტრანის კონკურენციაში თითოეული პერიოდისათვის. ვთქვათ, რომ ფასების ცვილებების შემჩნევისათვის საჭიროა ორი პერიოდი, რადგან კონკურენტების ფასებზე დაკვირვება ორ კვირას საჭიროებს. გამოთვალეთ დისკონტირების ფაქტორი, რომლიც საჭიროა შეთანხმების შენარჩუნებისათვის, ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობისათვის აგრესიული სტრატეგიების გამოყენებით.

ბ. ახლა კვლავ განვიხილოთ მაგალითში 15.7 მოცემული დაშვება, ფასების ცვლილების ერთ კვირაში შემჩნევის შესახებ. ასევე, დავუშვათ, რომ n ნაცვლად წინასწარი მოცემულობისა განისაზღვრება იმ ფირმების რაოდენობით, რომლებიც საწყის პერიოდში ბაზარზე შესვლას ირჩევენ K შესვლის დანახარჯების გაწევით. იპოვეთ n-ის ზედა ზღვარი. *მინიშნება:* მოცემულია ორი პირობა.

15.7

დავუშვათ, როგორც ეს მაგალითშია 15.1, რომ ორ ფირმას არ აქვს წარმოების დანახარაჯები, ხოლო მოთხონის ფუნქცია კი მოცემულია $Q = 150 - P$, აირჩიეთ q_1 და q_2 რაოდენობები.

ა. გამოთვალეთ ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობა თამაშის სტეკელბერგის ვერსიისათვის, რომელშიც ფირმა1 ირჩევს q_1-ს პირველად, ხოლო შემდეგ ფირმა 2 ირჩევს q_2-ს.

ბ. ფირმა 1-ის მიერ რაოდენობის არჩევის შემდეგ დავამატოთ ფირმა 2-ის მიერ ბაზარზე შევალა-არშევსლის შესახებ მსჯელობა. თუ ის გადაწყვეტს შესვლას, მაშინ მან უნდა გასწიოს K_2 დანახარჯი, რომლის შემდეგაც ის აირჩევს q_2 ოდენობას. გამოთვალეთ K_2-ის ზღვრული მნიშვნელობა, რომლის ზემოთაც ფირმა 1 ირჩევს ფირმა 2-ის ბაზარზე შესვლას ხელი შეშალოს.

გ. წარმოადგინეთ კურნოს, სტეკელბერგის და ბაზარზე შესვლის ხელშეშლის სტრატეგიების შედეგები საუკეთესო რეაგირების ფუნქციის დიაგრამაზე.

15.8

გაიხსენეთ ჰოტელინგის სანაპიროზე კონკურენციის მოდელი მაგალითიდან 15.5. სიმარტივისათვის დაუშვით, რომ ნაყინის ჯიხურები შესაძლებელია განლაგდეს მხოლოდ სანაპიროს კიდეებში (დაგეგმარება კრძლავს კომერციულ საქმინიანობას სანაპიროს შუა ნაწილში). ქვემოთ მოგეთხოვებათ ბაზარზე შესვლის ხელშეშლის სტრატეგიების ანალიზი, პროდუქტის გავრცელების (*Proliferation*) ჩათვლით.

ა. განიხილეთ ქვეთამაში, რომელშიც A ფირმას აქვს ორი ნაყინის ჯიხური, თითოეული მათგანი განლაგებულია სანაპიროს ბოლოებში. სანაპიროს ბოლოში B მდებარეობს A-ს მარჯვნივ. რას უდრის ქვეთამაშის ნეშის წონასწორობა? მინიშნება: ბერტრანის კონკურენცია მიყვება მარჯვენა ბოლოებს.

ბ. თუ B-მ უნდა გასწიოს შესვლის KB დანახარჯი, აირჩევს თუ არა იგი ბაზარზე შეს-

ვლას იმ მოცემულობით, რომ A განლაგდეს სანაპიროს ორივე ბოლოში და რჩება თავის განლაგებაზე მიუხედავად ახალი კონკურენტის შემოსავლისა.

გ. არის თუ არა A-ს გავრცელების სტრატეგია რაციონალური? თუ უმოჯებისია A-მ დატოვოს მარჯვენა ბოლო B-ს შემოსვლის შემდეგ? ამ კითხვებზე პასუხის გასაცემად, ერთმანეთს შეადარეთ A-ს მოგების ოდენობები, როცა მას აქვს: ჯიხური მარცხენა მხარეს, ორივე მხარეს; B-ს აქვს ჯიხური მარჯვენა მხარეს, როცა A-ს ერთი ჯიხური აქვს მარცხენა მხარეს და B-ს აქვს ერთი ჯიხური მარჯვენა მხარეს (ე.ი. B-ს შემოსვლამ A-ს ბაზრის მარჯვენა ნაწილიდან გადანაცვლება გამოიწვია).

ანალიტიკური ამოცანები

15.9 ბაზრის კონცენტრაციის ჰერფინდალის (Herfindal) ინდექსი

ბაზრის კონცენტრაციის გაზომვის ერთი გზაა ჰერფინდალის ინდექსის გამოყენება, რომელიც შემდეგნაირად განისაზღვრება:

$$H = \sum_{i=1}^{n} s_i^2,$$

სადაც i არის ფირმის საბაზრო წილი. რაც უფრო დიდია H-ის მნიშვნელობა, უფრო მეტადაა ბაზარი კონცენტრირებული. ინტუიციურად ცხადია, რომ რაც უფრო მეტადაა ბაზარი კონცენტრირებული, მით უფრო ნაკლებია კონკურენცია და დომინანტი ფირმები ნაკლები კონკურენციული წნეხის წინაშე დგანან. რამდენიმე მოდელის გამოყენების გზით მოვახდენთ ამ დაშვების ვალიდურობის შემოწმებას.

ა. თუ უკვე არ ამოგიხსნიათ, ამოხსენით 15.2 (დ) ამოცანა კურნოს თამაშის ნეშის წონასწორობა n ფირმით. ასევე, გამოთვალეთ საბაზრო გამოშვება, საბაზრო ფასი, მომხმარებლის ნამეტი, დარგის მოგება და მთლიანი კეთილდღეობა. გამოთვალეთ ჰერფინდალის ინდექსი მოცემული წონასწორობისათვის.

ბ. დავუშვათ, რომ n ფირმიდან ორი ერთიანდება, რაც ბაზარზე ფირმათა რაოდენობას $n - 1$-მდე ამცირებს. ხელახლა გამოთვალეთ ნეშის წონასწორობა და სხვა მოთხოვნები, რაც მოცემულია ამოცანის ა) პირობაში. რა გავლენა იქონია შერწყმამ ფასზე, გამოშვებაზე, მოცეულობაზე, მომხარებლის ნამეტზე, მთლიან კეთილდღოებასა და ჰერფინდალის ინდექსზე?

გ. ამოცანის ა) და ბ) პირობაში მოცემული მოდელები გვერდზე გადავდოთ და განვიხილოთ სხვა დაშვებები: ამოცანა 15.3, სადაც კურნოს დუოპოლისტებს აქვთ გასხვავებული ზღვრული დანახარჯები. გამოიყენეთ თქვენი ამონახსნი 15.3 (ა) კითხვაზე, რათა გამოთვალოთ წონასწორობისას ფირმის გამოშვება, ბაზრის გამოშვება, მომხარებლის ნამატი, დარგის მოგება და მთლიანი კეთილდღეობა, ჩასვით კერძო დანახარჯების პარამეტრები $c_1 = c_2 = 1/4$. ასევე, გამოთვალეთ ჰერფინდალის ინდექსი.

დ. გაიმეორეთ გ) ნაწილის გამოთვლები იმ დაშვებით, რომ ფირმა 1-ის ზღვრული c_1 დანახარჯი უტოლდება ნულს, მაგრამ c_2 კვლავ 1/4-ის ტოლია. რა გავლენას მოახდენს შერწყმა ფასზე, გამოშვებაზე, მოგებაზე, მთლიან კეთილდღეობასა და ჰერფინდალის ინდექსზე?

ე. ამოცანის ა-დ) ნაწილებში მიღებული პასუხებიდან გამომდინარე შეგვიძლია თუ არა გამოვიტანოთ ზოგადი დასკვნები, ერთი მხრივ, საბაზრო კონცენტრაციისა და მეორე მხრივ, ფასს, მოგებას ან მთლიან კეთილდღეობას შორის კავშირის შესახებ?

15.10 ინვერსიული ელასტიკურობის წესი

გამოვიყენოთ პირველი რიგის წესი (ტოლობა 15.2) კურნოს ფირმისათვის, რათა ვაჩვენოთ, რომ ჩვეულებრივი ინვერსიული ელასტიკურობის წესი თავიდან 11, ასევე, შეესაბამისია კურნოს კონკურენციისათვისაც (სადაც ელასტიკურობა უკავშირდება ცალკეული ფირმის ნარჩენ (*residual demand*) მოთხოვნას, რომელიც რჩება როცა ყველა კონკურენტი ასაღებს მის პროდუქტს ბაზარზე). ტოლობის 15.2 გარდაქმნით მივიღებთ ინვერსიული ელასტიკურობის წესს:

$$\frac{P - MC}{P} = -\frac{s_i}{e_{Q,P}},$$

სადაც, არის ფირმის საბაზრო წილი და არის საბაზრო მოთხოვნის ელასტიკურობა. ინვერსიული ელასტიკურობის წესის ეს ვერსია შეადარეთ მონოპოლისტის ვერსიას წინა თავიდან.

15.11 კონკურენცია წრიული განლაგებით

ჰოტელინგის კონკურენციის მოდელი წრფივ სანაპიროზე ფართოდ გამოიყენება ბევრ შემთხვევებში, მაგრამ მოდელში შესასწავლად შედარებით რთულია ბაზარზე თავისუფლად შესვლის საკითხი. თავისუფალი შესვლის ფაქტორის შესწავლა შედარებით მარტივია მოდელში, რომელშიც სიმეტრიული ფირმებისა, მაგრამ წრფეზე ორზე მეტი ფირმა ვერ იქნება სიმეტრიული, რადგან ბოლოში განლაგებულ ფირმებს ეყოლებათ მხოლოდ ერთი მეზობელი, ხოლო შუაში განლაგებულ ფირმას კი ორი მეზობელი.

ამ პრობლემების თავიდან ასაცილებლად, სტივენ სალოპმა განავითარა კონკურენციის მოდელი წრიული განლაგებით. ჰოტელინგის სანაპიროს მსგავსად, მომხარებლები განლაგებულნი არიან ფართობის ბოლოებში და თითოული მათგანი მოიხმარს პროდუქტის ერთ ერთეულს. მომხარებლის დანაზოგი v (პროდუქტის მოხმარების ღირებულება) უდრის პროდუქტში გადახდილ ფასს მინუს ნიშნით, ასევე, იმ დანახარჯს, რომელიც ფირმამდე მისვლისათვის არის საჭირო. მგზავრობის ეს დანახარჯი აღვნიშნოთ td-ით, სადაც t არის პარამეტრი, რომელიც ზომავს მგზავრობის სირთულეს, ხოლო d არის მგზავრობის მანძილი (შევნიშნოთ, რომ აქ ჩვენ ვუშვებთ მგზავრობის არაკვადრატულ, არამედ წრფივი ფორმის ფუნქციას, განსხვავებით მაგალითი 15.5-გან).

თავდაპირველად ვიღებთ, რომ ბაზარზე წარმოდგენილია n ფირმა და თითოეულ მათგანს აქვს მსგავსი დანახარჯების ფუნქციები $C_i = K + cq_i$, სადაც K არის ბაზარზე შესვლისათვის საჭირო დანახარჯები (ეს უკანასკნელი საანალიზო საკითხად მოცემულია ამ ამოცანის ე) ნაწილში, სადაც განხილულია ბაზარზე თავისუფლას შესვლის საკითხი) და c არის წარმოების ფიქსირებული ზღვრული დანახარჯი. სიმარტივისათვის დავუშვათ, რომ წრეწირის სიგრძე უდრის 1-ს და n ფირმა თანაბრადაა განლაგებული წრეწირის გარშემო $1/n$ ინტერვალებით. n ფირმა ირჩევს ფასებს ერთობლივად.

ა. თითოეული i ფირმა თავისუფალია აირჩიოს საკუთარი ფასი (p_i), მაგრამ ეს უკანასკნელი შეზღუდულია იმ ფასებით, რასაც მეზობლები აწესებენ ორივე მხრიდან. დავუშვათ, რომ p^* არის ფასი, რომელსაც ფირმები დააწესებენ სიმეტრიული წონასწორობისას. განმარტეთ, თუ რატომ მოიცემა ნებისმიერი ფირმის საბაზრო წილი შემდეგი ტოლობის სახით:

$$p + tx = p^* + t[(1/n) - x]$$

ბ. ა ნაწილში გაანალიზებული ფასწარმოქმნის გადაწყვეტილების ანალით, ფირმა i ყიდის = $2x$-ს რადგან მას აქვს ბაზარი ორივე მხარეს. გამოთვალეთ მოგების მაქსიმიზაციის ფასი მოცემული ფირმისათვის, როგორც p^*, c, t და n-ის ფუნქცია.

გ. მხოლოდ სიმეტრიული წონასწორობის შემთხვევაში ყველა ფირმის ფასი იქნება $p^* = c + t/n$-ის ტოლი, აჩვენეთ რომ. ახსენით ეს შედეგები ინტუიციურად.

დ. აჩვენეთ, რომ ფირმების მოგება წონასწორობისას არის

ე. რა იქნება ფორმების ის რაოდენობა გრძელვადიან პერიოდში, რომლის შემთხვევაშიც ბაზარზე შესვლა იქნება თავისუფალი?

ვ. გამოთვალეთ დიფერენციაციის სოციალურად ოპტიმალური დონე მოცემული მოდელისათვის, რომელიც განისაზღვრება, როგორც ფირმების რაოდენობა (და პროდუქტების), რომლის პირობებშიც ხდება წარმოებისა და მგზავრობის დანახარჯების მინიმიზირება. აჩვენეთ რომ ეს გამოთვლილი ოდენობა ე ნაწილში მიღებული რაოდენობის ნახევარია. ე.ი. ეს მოდელი აღწერს ზედმეტი დიფერენციაციის შესაძლებლობას.

15.12 სიგნალების გაცემა ბაზარზე შემოსვლის შეგუებით

მოცემული საკითხი განიხილავს შემთხვევას, როცა ბაზარზე შესვლის ხელშეშლა შეუძლებელია, ასე, რომ სიგნალის გამცემი ფირმა ეგუება ბაზარზე კონკურენტის შემოსვლას. დავუშვათ, რომ ბაზარზე შესვლის ხელშეშლა შეუძლებელია რადგან ბაზარზე არსებული ორი ფირმა არ იხდის ბაზარზე შესვლის ან ბაზარზე გასვლისათვის საჭირო დანახარჯებს. მაგალით 15.4-ს მოსდევს მოდელის აგება, რომლის გამოთვლებიც დაგვეხმარება მოცემული ამოცანის ამოხსნაში. კერძოდ, i ფირმის მოთხოვნა მოცემულია:

$$q_i = a_i - p_i + \frac{p_i}{2},$$

სადაც α_i არის i პროდუქტის მახასიათლებელი (მაგ. ხარისხი). წარმოება არის უდანახარჯო. ფირმა 1-ის მახასიათებელი შესაძლებელია იყოს ერთ-ერთი ორი მნიშვნელობიდან: $\alpha_1 = 1$, რომლის შემთხვევაშიც ფირმა 1 არის დაბალი დანახრაჯების ტიპის, ან $\alpha_1 = 2$ – მაღალი დანახარჯების ტიპის. სიმარტივისათვის დავუშვათ, რომ დიკსონტრირება პერიოდების მიხედვით არ გაქვს.

ა. გამოთვალეთ სრული ინფორმაციის თამაშის ნეშის წონასწორობა, სადაც ფირმა 1 არის მაღალი დანახარჯების ტიპის და ფირმა 2-ს აქვს ამის შესახებ ინფორმაცია.

ბ. გამოთვალეთ ნეშის წონასწორობა იმ თამაშისათვის, სადაც ფირმა 1 არის დაბალი დანახარჯების ტიპის და ფირმა 2-ს აქვს ამის შესახებ ინფორმაცია.

გ. ამოხსენით არასულყოფილი ინფორმაციის თამაშის ბაიას-ნეშის წონასწორობა, სადაც ფირმა 1 შესაძლებელია იყოს ორივე ტიპის თანაბარი ალბათობებით. ფირმა 1-მა იცის მისი დანახარჯების ტიპი, მაგრამ მხოლოდ ფირმა 2-მა იცის შესაბამისი ალბათობები. რადგან, ჩვენ ამ თავში არ განგვიხილია ბაიასის თამაშები, ამიტომ სასარგებლო იქნება თუ მიმართვათ თავს 8 (განსაკუთრებით მაგალითი 8.9).

დ. ფირმა 1-ის რომელი ტიპი იღებს სარგებელს არასრულყოფილი ინფორმაციის მოდელისაგან? რომელი ტიპი ამჯობინებს ინფორმაციის სრულყოფილ მოდელს (და შესაბამისად ექნება სტიმული სიგნალი გასცეს მის შესაძლო ტიპზე)? იღებს თუ არა ფირმა 2 საშუალოდ უფრო მეტ მოგებას სრულყოფილი ინფორმაციის მოდელში არასრულყოფილ ინფორმაციის მოდელთან შედარებით?

ე. განიხილეთ სიგნალის გაცემის ვარიანტის მოდელი, სადაც გვაქვს ორი პერიოდი. ფირმა 1 და ფირმა 2 ირჩევს ფასებს პირველ პერიოდში, როდესაც მეორეს აქვს არასულყოფილი ინფორმაცია პირველის ტიპზე. ფირმა 2 აკვირდება ფირმა 1-ის ფასებს ამ პერიოდში და ანახლებს მის ინფორმაციას ფირმა 1-ის ტიპზე. შემდეგ ფირმები ერთვებიან სხვა პერიოდის საფასო კონკურენციაში. აჩვენეთ, რომ არსებობს ნაწილობრივი წონასწორობა, რომელშიც ფირმა 1-ის თითოეული ტიპი აწესებს იგივე ფასებს, როგორც ეს უკვე გამოვთვალეთ ამოცანის დ) ნაწილში. თქვენ შეგიძლიათ დაუშვათ, რომ თუ ფირმა 1 აირჩევს არაწონასწორულ ფასს პირველ პერიოდში, მაშინ ფირმა 2 მიიჩნევს, რომ ფირმა 1 არის დაბალი დანახარჯების ტიპის, რომლის ალბათობაც 1-ის ტოლია. *მინიშნება:* ნაწილობრივი წონასწორობის არსებობის დამტკიცებისათვის, აჩვენეთ, რომ დაბალი დანახარჯების ტიპის ფირმის დანაკარგი პირველ პერიოდში გაერთიანების მცდელობისას არის მეტი, ვიდრე მეორე პერიოდის მოგება, რაც თავის მხრივ, არის შედეგი ფირმა 2-ს მაღალი დანახარჯების ტიპის შესახებ შეხედულების არსებობის. გამოიყენეთ ამოცანის ა-დ) ნაწილებში მიღებული შედეგები მოცემული დავალების ამოხნისათვის.

დამატებითი საკითხავი

Carlton, D. W., and J. M. Perloff. *Modern Industrialc Organization*, 4th ed. Boston: Addison-Wesley, 2005.

კლასიკური ტექსტი ბაკალავრიატის დონისათვის ინდუსტრიულ ორგანიზაციაზე, რომელიც მოიცავს თეორიულ და ემპირიულ საკითხებს.

Kwoka, J. E., Jr., and L. J. White. *The Antitrust Revolution*, 4th ed. New York: Oxford University Press, 2004.

აჯამებს ბოლო პერიოდის ანტისტრესტული ქეისების ორივე მხარის ეკონომიკურ არგუმენტებს. აჩვენებს ამ თავში განხილული თოერიის შესაბამისობას პოლიტიკასთან.

Pepall, L., D. J. Richards, and G. Norman. *Industrial Organization: Contemporary Theory and Practice*, 2nd ed. Cincinnati: Thomson South-Western, 2002.

ბაკალავრიატის სახელძღვანელო, რომელშიც მო-ცემულია მარტივი, მაგრამ ოლიგოპოლიური თეორიის სრული ახსნა. წიგნში გამოყენებულია ჰოტე-ლინგის მოდელის სხვადასხვა ვარიაციები, მათ შორის, რეკლამის ფაქტორის ჩათვლით.

Sutton, J. *Sunk Costs and Market Structure* (Cambridge, MA: MIT Press, 1991).

განხილულია ოლიგოპოლიური თეორიის სხვადასხვა საპროგნოზო მოდელები აუნაზღაურებელი დანახარჯებისტიპებისადაზომებიდანგამომდინარე. მეორე ნაწილში განხილულია სხვადასხვა საწარმოო დარგებში კონკურენციის დეტალური ქეისები.

Tirole, J. *The Theory of Industrial Organization*. Cam-bridge, MA: MIT Press, 1988.

ამ თავში განხილული და სხვა თემების სრულყოფილი განხილვა. სტნადარტული ტექსტი, რომელიც გამოიყენება უმაღლეს სასწავლებლებში, ცალკული ნაწილები კი გამოყენებიადია დოქტორანტურის დონეებზეც.

დანართები

სტრატეგიული შემცვლელები და შემავსებლები

ამ თავში ვნახეთ, რომ ბაზარზე სტრატეგიული ურთიერთობა მარტივად შესაძლებელია გაანალიზდეს ფირმების საუკეთესო რეაგირების მრუდების დახრილობის მიხედვით. მაგალითად, ჩვენ განვიხილეთ, რომ ლიდერმა ფირმამ, რომელსაც აქვს სურვილი უფრო მეტად შეეგუოს, ვიდრე ხელი შეუშალოს ბაზარზე ახალი კონკურენტის შემოსვლას, უნდა მისდიოს სტრატეგიას, რაც მის კონკურენტს ნაკლებად აგრესიული სტრატეგიის გატარებისაკენ უბიძგებს. მოცემულ შემთხვევაში თუ რა სახის კონკრეტული სტრატეგია გამოიყენება უკვე დამოკიდებულია ფირმის საუკეთესო რეაგირების მრუდის დახრილობაზე. თუ მრუდი დაღმავალია, როგორც ეს კურნოს მოდელშია, მაშინ ლიდერი ფირმა ითამაშებს „მაღალი ძაღლის" სტრატეგიას და აწარმოებს დიდი რაოდენობით პროდუქტს, რაც მის კონკურენტს უბიძგებს შეამციროს საკუთარი წარმოება. თუ საუკეთესო რეაგირების მრუდი აღმავალია, როგორც ეს ბერტრანის მოდელშია, მაშინ ლიდერმა ფირმამ უნდა ითამაშოს „ლეკვის" სტრატეგია და დააწესოს მაღალი ფასი, რაც მის კონკურენტს ასევე მაღალი ფასის დაწესებისაკენ უბიძგებს.

უფრო ზოგადად, ჩვენ ვნახეთ, რომ საუკეთესო რეაგირების მრუდები ხშირად არის საკმაოდ სასარგებლო ნეშის წონასწორობის მახასიათებლების გაცნობიერებისათვის – რა გავლენას ახდენს ნეშის წონასწორობა მოდელის პარამეტრებზე, რა გავლენა შეიძლება მოახდინოს არასულყოფილმა ინფორმაციამ თამაშზე და ა.შ. მხოლოდ საუკეთესო რეაგირების მრუდების დახრილობის ცოდნით შესაძლებელია განისაზღვროს საუკეთესო რეაგირების მრუდების პრაქტიკული გამოყენება.

მომხარებლებისა და მწარმოებლების თეორიის მსგავსად, თამაშის თეორია ფირმების ქმედებებს განიხილავს სტრატეგიული შემცვლელად თუ თუ ამ ქმედების ზრდა (მაგ. გამოშვება, ფასი, ინვესტიცია) ერთი ფირმის მიერ თანხვდება მისი კონკურენტის მიერ შესაბამისი ქმედების შემცირებას. მეორეს მხრივ, ქმედებები არიან სტარტეგიული შემავსებელები თუ ერთი ფირმის მიერ ქმედების ზრდა თანხვდება ასევე, ფირმა 2-ის მიერ ქმედების ზრდას.

E15.1 ნეშის წონასწორობა

ამ იდეებში მეტი სიზუსტის შემოტანისათვის, დავუშვათ, რომ ფირმა 1-ის მოგება $\pi^1(a_1, a_2)$, თავისი a_1 ქმედების და კონკურენტის (ფირმა 2-ის) a_2 ფუნქციაა (ე.ი. ჩვენ ქვედა ინდექსებიდან გადავინაცვლეთ ზედა ინდექსებში, რათა აღვნიშნოთ მოცემული ფირმის მოგება, ამ გზით გვრჩება ადგილი ნაწილობრივი წარმოებულის აღნიშვნისათვის). ფირმა 2-ის მოგების ფუნქციასაც აქვს იგივე აღნიშვნები. ნეშის წონასწორობა წარმოადგენს თითოეული ფირმის მოქმედებების პროფილს (a_1^*, a_2^*), ისე, რომ თითოეული ფირმის წონასწორული ქმედება სხვებისათვის არის საუკუთესო რეაგირება. $BR_1(a_2)$-ით აღვნიშნოთ ფირმა 1-ის საუკეთესო რეაგირების ფუნქცია და $BR_2(a_1)$-ით კი ფირმა ორის, მაშინ, ნეშის წონასწორობა მოიცემა $a_1^* = BR_1(a_2^*)$ და $a_2^* = BR_2(a_1^*)$.

E15.2 საუკეთესო რეაგირების მრუდების დადება

პირველი რიგის პირობა ფირმა 1-ის ქცევის არჩევანისათვის არის:

$$\pi^1(a_1, a_2) = 0, \qquad \text{(i)}$$

სადაც, π-ს ქვეინდექსი აღნიშნავს სხვადასხვა არგუმენტების მიხედვით ნაწილობრივ წარმოებულს. ერთადერთი მაქსიმუმი და შესაბამისად საუკეთესო პასუხი მიიღება, თუ დავუშვებთ, რომ მოგების ფუნქცია არის ჩაზნექილი:

$$\pi^1_{11}(a_1, a_2) < 0 \qquad \textbf{(ii)}$$

კონკურენტის a_2 ქმედების მოცემულობით, i ტოლობის ამოხსნა ფირმა 1-ის მაქსიმუმისათვის არის ფირმა 1-ის საუკეთესო რეაგირების მრუდი:

$$a_1 = BR_1(a_2). \qquad \textbf{(iii)}$$

რადგან საუკეთესო რეაგირების მრუდი არის უნიკალური, $BR_1(a_2)$ არის უფრო მეტად ფუნქცია, ვიდრე შესაბამისობა (შესაბამისობების შესახებ იხ. თავი 8).

მოქმედებებს შორის სტრატეგიული ურთიერთობა განისაზღვრება საუკეთესო რეაგირების მრუდის დახრილობით. თუ საუკეთესო რეაგირების მრუდი არის დაღმავალი (მაგ. თუ $BR_1'(a_2) < 0$ და $BR_2'(a_2) < 0$), მაშინ a_1 და a_2 არიან სტრატეგიული შემცვლებები. თუ საუკეთესო რეაგირების მრუდები არიან აღმავალი ხასიათის (მაგ. თუ $BR_1'(a_2) > 0$ და $BR_2'(a_1) > 0$) მაშინ, a_1 და a_2 არიან სტრატეგიული შემავსებლები.

E15.3 დასკვნები მოგების ფუნქციის შესახებ

ჩვენ ვნახეთ, რომ პირდაპირი გზა იმის განსაზღვრად არის თუ არა ქმედებები სტრატეგიული შემცვლებები ან შემავსებლები, არის პირველ რიგში ის, რომ არაცხადად (*Explicitly*) ამოვხსნათ საუკეთესო რეაგირების მრუდები და შემდეგ გავაწარმოოთ ისინი. ცალეკულ გამოყენებაში, რთულია ან შეუძლებელია ვიპოვოთ არაცხადი ამონახსნი i ტოლობისათვის. ჩვენ მაინც შეგვიძლია განვსაზღვროთ არის თუ არა აქტივობები სტრატეგიული შემავსებლები ან შემცვლელები მოგების ფუნქციის მიხედვით დასკვნების გამოტანის გზით.

iii ტოლობის ჩასმა i ტოლობის პირველი რიგის პირობაში გვაძლევს:

$$\pi^1_1(BR_1(a_2), a_2) = 0. \qquad \textbf{(iv)}$$

iv ტოლობის მთლიანი დიფერენცირება a_2-ის მიმართ, სიმოკლისათვის არგუმენტების გამორიცხვით, გვაძლევს:

$$\pi^1_{11}(BR_1' + \pi^1_{12} = 0. \qquad \textbf{(v)}$$

ტოლობის გადაწყობა გვაძლევს საუკეთესო რეაგირების მრუდის წარმოებულს:

$$BR_1' = -\frac{\pi^1_{12}}{\pi^1_{11}}. \qquad \textbf{(vi)}$$

(vi) მეორე რიგის პირობის მიმართ (ტოლობა ii) vi ტოლობის მნიშვნელი არი უარყოფითი. ე.ი. BR_1'-ის ნიშანი არის იგივე, როგორც მრიცხველის ნიშანი, π^1_{12} ე.ი. $\pi^1_{12} > 0$ გულსიხმობს, რომ $BR_1' > 0$ და $\pi^1_{12} < 0$ და. $BR_1' < 0$. მოქმედებებს შორის სტრატეგიული დამოკიდებულების შესახებ დასკვნა შესაძლებელია მივიღოთ პირდაპირ, მოგების ფუნქციის ნაწილობრივი ჯაჭვური გაწარმოების გზით.

E15.4 კურნოს მოდელი

კურნოს მოდელში, მოგება მოიცემა, როგორც ორი ფირმის რაოდენობების ფუნქცია:

$$\pi^1(q_1, q_2) = q_1P(q_1, q_2) - C(q_1). \qquad \textbf{(vii)}$$

პირველი რიგის პირობაა:

$$\pi^1_1 = q_1P'(q_1 + q_2) + P(q_1 + q_2) - C'(q_1). \qquad \textbf{(viii)}$$

როგორც ვხედავთ ტოლობიდან 15.2, viii ტოლობის წარმოებული q_2-ის მიმართ, ფუნქციის არგუმენტის გამორიცხვის შემდეგ, არის:

$$\pi^1_{12} = q_1 P'' + P'. \qquad \text{(ix)}$$

რადგან, $P' < 0$, π^1_{12}-ის ნიშანი გამოკიდებულია P''-ზე, რაც არის მოთხოვნის მრუდი. წრფივი მოთხოვნის შემთხვევაში, $P'' = 0$ და π^1_{12} არის უარყოფითი. კურნოს მოდელში, წრფივი მოთხოვნის არსებობისას რაოდენობები არის სტრატეგიული შემცვლებები. ამ ზოგადი პრინციპის ილუსტრირება მოცემულია ნახაზზე 15.2. ეს ნახაზი მოცემულია წრფივი მოთხოვნისათვის და რა თქმა უნდა საუკეთესო რეაგირების მრუდები დაღმავალი ფორმისაა.

უფრო ზოგადად, კურნოს მოდელში რაოდენობები არის სტრატეგიული შემცვლებები იმ შემთხვევაში, თუ მოთხოვნის მრუდი „ძალიან" არ არის ჩაზნექილი (მაგ. თუ P'' არის დადებითი და საკმარისად დიდ იმისათვის, რომ გადაანონოს ix ტოლობის ბოლო წევრი). უფრო დაწვრილებითი განხილვისათვის იხილეთ გიკაკოპლუსისა და კლემპერის (1985) ნაშრომი.

E15.5 ბერტრანის მოდელი დიფერენცირებული პროდუქტებისათვის

ბერტრანის მოდელში, დიფერენცირებული პროდუქტებით, მოთხოვნა მოიცემა შემდეგი სახით:

$$q_1 = D^1(p_1, p_2). \qquad \text{(x)}$$

დაკავშირებული ტოლობისათვის იხილეთ ფორმულა 15.24. ამ მიდგომის გამოყენებით, მოგება შესაძლებელია ჩაიწეროს შემდეგი სახით:

$$\begin{aligned}\pi_1 &= P_1 q_1 - C(q_1) \\ &= P_1 D^1(P_1, P_2) - C(D^1(P_1, P_2)) \qquad \text{(xi)}\end{aligned}$$

პირველი რიგის პირობა p_1-ის მიმართ არის:

$$\begin{aligned}\pi^1_1 &= p_1 D^1_1(p_1, p_2) + D^1(p_1, p_2) \\ &\quad - C(D^1(p_1, p_2)) + D^1_1(p_1, p_2). \qquad \text{(xii)}\end{aligned}$$

ჯაჭვური-ნაწილობრივი წარმოებული, სიმოკლისათვის ფუნქციის არგუმენტების გამორიცხვის შემდეგ, იქნება:

$$\pi^1_{12} = p_1 D^1_{12} + D^1_2 - C' D^1_{12} - C'' D^1_2 D^1_1. \qquad \text{(xiii)}$$

ამ სიმბოლოების ინტერპრეტირება მარტივი ამოცანა არაა. ამ შემთხვევაში მუდმივი ზღვრული დანახარჯია ($C'' = 0$) და წრფივი მოთხოვნაა ($D^1_{12} = 0$), π^1_{12}-ის ნიშანი მოიცემა D^1_2 აღნიშვნით (ე.ი. თუ რა გავლენა აქვს ფირმის მოთხოვნაზე კონკურენტის ფასის ცვლილებას). გამონაკლის შემთხვევაში, როცა პროდუქტები თავად არიან შემცვლებები, გვექნება $D^1_2 > 0$ და $\pi^1_{12} > 0$. ე.ი ფასები არიან სტრატეგიული შემავსებლები. აქ ტერმინოლოგია შესაძლებელია მოგვეჩვენოს წინააღმდეგობრივად, ისე, რომ შედეგი იყოს განმეორებადი: თუ პროდუქტები, რომლებსაც ყიდიან არიან შემცვლელები, მაშინ ცვლადები. რომელსაც ფირმები ირჩევენ – ფასები წარმოადგენს სტრატეგიულ შემავსებლებს. ასეთი დუოპოლიის პირობებში ფირმები ან ზრდიან ან ამცირებენ ფასებს ერთობლივად (იხ. *Tirole*, 1988). ამ შემთხვევის მაგალითი უკვე ვნახეთ ნახაზზე 15.4. ნახაზი მოცემულია წრფივი მოთხოვნისა და მუდმივი ზღვრული ხარჯების შემთხვევისათვის. ასევე, ვნახეთ, რომ მოცემულ მაგალითში საუკეთესო რეაგირების მრუდები იყო აღმავალი.

E15.6 ბაზარზე კონკურენცის შესვლის შეგუება თანმიმდევრობით თანმაშში

განიხილეთ მიმდევრობითი თამაში, რომელშიც ფირმა 1 ირჩევს α_1-ს და შემდეგ 2 ფირმა ირჩევს

a_2-ს. დავუშვათ, რომ ფირმა 1-თვის უფრო მომგებიანია ბაზარზე ახალი მოთამაშის შემოსვლის შეგუება, ვიდრე შესვლის ხელშეშლა. რადგან ფირმა 2 გადაწყვეტილებას იღებს ფირმა 1-ის შემდეგ, შეგვიძლია ფირმა 2-ის საუკეთესო რეაგირების ფუნქცია ჩავსვათ ფირმა 1-ის მოგების ფუნქციაში:

$$\pi^1(a_1, BR_2(a_1)). \qquad \textbf{(xiv)}$$

ფირმა 1-ის პირველი რიგის პირობა არის:

$$\pi_1^1 + \underbrace{\pi_2^1 BR_2'}_{S} = 0. \qquad \textbf{(xv)}$$

საწინააღმდეგოდ, პირველი რიგის პირობა ერთდროული თამაშიდან (იხ. ტოლობა i) მარტივად არის $\pi_1^1 = 0$. პირველი რიგის პირობობები მიმდევრობითი და ერთდროული თამაშებისათვის განსხვავდება S არგუმენტით. ეს არგუმენტი ასახავს პირველადი გადაწყვეტილების მიღების ეფექტს, ე.ი. მიუხედავად იმისა, ერთდროული თამაშისგანგანსხვავებით ირჩევს თუ არა ფირმა მაღალი ან დაბალი ფასების სტრატეგიას მიმდევრობით თამაშში.

S-ის ნიშანს განსაზღვრავს S-ის ორი ფაქტორის ნიშნები. შემდეგ პარაგრაფში განვიხილავთ, რომ ამ ორ ფაქტორს ჩევულებრივ აქვს მსგავსი ნიშნები (დადებითი ან უარყოფითი), რაც ნიშნავს, რომ $S > 0$. შესაბამისად ლიდერი ფირმა-ერთდროულ თამაშთან შედარებით უფრო მეტი ალბათობით შეცვლის მის ქცევას მიმდევრობით თამაშში. ეს შედეგი ამტკიცებს სხვა განხილული მაგალითებიდან მიღებულ შედეგებსაც. ნახაზზე 15.6 ვხედავთ, რომ სტეკელბერგის მოდელის რაოდენობა არის უფრო მეტი, ვიდრე კურნოს რაოდენობა. ნახაზზე 15.7 ვხედავთ, რომ ლიდერი ფირმა ერთდროულ თამაშთან შედარებით მიმდევრობით თამაშში ცვლის მის ფასს აღმავალი მიმართულებით.

ნაწილში E15.3 ნაჩვენებია, რომ BR_2'-ისა და π_{12}^2 ნიშნების მსგავსია. თუ არსებობს გარკვეული სიმეტრია ბაზარზე, მაშინ π_{12}^2-ის ნიშანი იქნება იგივე, რაც π_{12}^2-ის ნიშანი, ტიპიურად, π_{12}^1 და π_{12}^2 ტოლობებს ექნება მსგავი ნიშნები. მაგალითად, განიხილეთ კურნოს კონკურენცია. ტოლობის 15.1 მიხედვით, ფირმა 1-ის მოგება არის:

$$\pi_1 = P(q_1 + q_2)q_1 - C(q_1). \qquad \textbf{(xvi)}$$

შესაბამისად,

$$\pi_{12}^1 = P'(q_1 + q_2)q_1. \qquad \textbf{(xvii)}$$

რადგან მოთხოვნა დაღმავალია, აქედან გამომდინაროებს, რომ $\pi_2^1 < 0$. xvii ტოლობის გაწარმოება q_1-ის მიმართ გვაძლევს:

$$\pi_{12}^1 = P' + q_1 P'' \qquad \textbf{(xviii)}$$

ეს ტოლობა, ასევე, არის უარყოფითი თუ მოთხოვნას აქვს წრფივი სახე (ე.ი. $P'' = 0$) ან თუ მოთხოვნა არ არის ძალიან ჩაზნექილი (ისე, რომ xvii ტოლობის ბოლო წევრი არ გადაწონის P' წევრს).

E15.7 ზოგადი ინვესტირების შეშთხვევა

წინა ქვეთავში აღწერილი მოდელი შესაძლებელია გავაფართოვოთ ზოგადი ინვესტიციების მიმართაც, ე.ი. მხოლოდ ფასისა და რაოდენობის გარდა დავამატოთ სხვა ფაქტორები. K_1-ით აღვნიშნოთ ზოგადი ინვესტირება, მაგ.: თამაშის დასაწყისში რეკლამირება, ინვესტირება დაბალი დანახარჯების ტექნოლოგიებში ან პროდუქტის პოზიციონირება – განხორციელებული. ამის შემდეგ, მეორე პერიოდში ფირმები ერთობლივად ირჩევენ თავიანთ საბაზრო სტრატეგიებს პროდუქტების მიხედვით, რაც გამოხატულია a_1 და a_2 ქმედებებით

(ასახავს ფასებს ან რაოდენობებს). ფირმების მოგება ამ გაფართოებულ მოდელში შესაბამისად არის:

$$\pi^1(a_1, a_2, K_1) \text{ და } \pi^2(a_1, a_2). \qquad \text{(xix)}$$

ანალიზი გამარტივებულია დაშვებით, რომ ფირმა 2-ის მოგება არ არის K_1-ის პირდაპირი ფუნქცია, მიუხედავად იმისა, რომ წონასწორობის პირობებში ფირმა 2-ის მოგება არაპირადპირ დამოკიდებულია K_1-ზე. ეს უკანასკნელი გამომდინარეობს იქიდან, რომ წონასწორობის პირობებში ქმედებები დამოკიდებულია K_1-ზე. დავუშვათ, რომ $a_1^*(K_1)$ და $a_2^*(K_1)$ არის ფირმის ქმედებები ქვეთამაშის წონასწორობისას:

$$\begin{aligned} a_1^*(K_1) &= BR_1(a_2^*(K_1), K_1), \\ a_2^*(K_1) &= BR_2(a_1^*(K_1)). \end{aligned} \qquad \text{(xx)}$$

რადგან, xix ტოლობის მიხედვით, ფირმა 2-ის მოგება პირდაპირ არ არის დამოკიდებული K_1-ზე, ასევე, ის არ არის საუკეთესო რეაგირება xx ტოლობაში.

აქ მოცემული ანალიზი ეყრდნობა *Fudenberg, Tirole* (1984)-ისა და *Tirole* (1988)-ს შრომებს. xx ტოლობის ჩასმით xix ტოლობაში, დასკვნით, რომ ფირმის ნეშის წონასწორობის მოგება არის ფირმა 1-ის K_1 არჩევანი:

$$\begin{aligned} \pi^{1*}(K_1) &= \pi^1(a_1^*(K_1), a_2^*(K_1), K_1), \\ \pi^{2*}(K_1) &= \pi^2(a_1^*(K_1), a_2^*(K_1)), \end{aligned} \qquad \text{(xxi)}$$

დავუბრუნდეთ თამაშის პირველ პერიოდში ფირმის K_1 არჩევანს. რადგან ფირმა 1 ეგუება ბაზარზე ახალი კონკურენტის შემოსავლას, იგი ირჩევს K_1-ს, რათა მოახდინოს $\pi^{1*}(K_1)$-ის მნიშვნელობის მაქსიმიზაცია. $\pi^{1*}(K_1)$-ის მთლიანი დიფერენცირებით, პირველი რიგის პირობა იქნება:

$$\begin{aligned} \frac{d\pi^{1*}}{dK_1} &= \pi_1^1 \frac{da_1^*}{dK_1} + \pi_2^1 \frac{da_2^*}{dK_1} + \frac{\partial \pi^1}{\partial K_1} \\ &= \underbrace{\pi_2^1 \frac{da_1^*}{dK_1}}_{S} + \frac{\partial \pi^1}{\partial K_1}. \end{aligned} \qquad \text{(xxii)}$$

xxii ტოლობის მეორე ტოლობაში გამარტივებულიაკონვერტის თეორემის მიხედვით (კონვერტის თეორემის მიხედვით ბათილდება $\pi_1^1 \cdot da_1^*/dK_1$ წევრი, რადგან მეორე პერიოდში a_1-ისათვის არჩეულია ოპტიმალური მნიშვნელობა. ასე, რომ პირველი რიგის პირობით, a_1-ისათვის $\pi_1^1 = 0$). xxii ტოლობის ორი დარჩენილი წევრიდან, S არის ფირმა 2-ის ქმედების შედეგად გამოწვეული ფირმა 1-ის K_1 მოგების ზრდის სტრატეგიული ეფექტი. თუ ფირმა 1-ს არ შეუძლია დაკვირვებადი ცვლილების შეტანა, მაშინ S წევრი გამოირიცხება xxii ტოლობიდან და დარჩება მხოლოდ ბოლო წევრი – ფირმა 1-ს K_1 მოგებაზე პირდაპირი გავლენა.

S-ის ნიშანი განსაზღვრავს ფირმის სტრატეგიულ ქმედებას – მოახდინოს ნაკლები ან მეტი ინვესტირება K_1-ის მიმართ. გვექნება გამოთვლების შემდეგი მიმდევრობა:

$$\begin{aligned} sign(S) &= sign\left(\pi_1^2 \frac{da_2^*}{dK_1}\right) \\ &= sign\left(\pi_1^2 BR'_2 \frac{da_1^*}{dK_1}\right) \\ &= sign\left(\frac{d\pi^{2*}}{dK_1} BR'_2\right). \end{aligned} \qquad \text{(xxiii)}$$

xxiii ტოლობის პირველი ნაწილი შესაბამისი ჩანაწერია, თუ ბაზარზე არსებობს გარკვეული სახის სიმეტრია, ისე, რომ π_2^1-ის ნიშანი იგივეა, რაც π_1^2-ის ნიშანი. ტოლობის მეორე ნაწილი გამომდინარეობს xx ტოლობის $a_2^*(K_1)$ წევრის გაწარმოებიდან. xxi ტოლობის მესამე ნაწილი კი π^{2*} წევრის მთლიანი გაწარმოებიდან მიიღება:

$$\frac{d\pi^{2*}}{dK_1} = \pi_1^2 \frac{da_1^*}{dK_1} + \pi_2^2 \frac{da_2^*}{dK_1}$$
$$= \pi_1^2 \frac{da_1^*}{dK_1} \qquad \text{(xxiv)}$$

სადაც, მეორე ტოლობა კვლავ გამომდინაროებს კონვერტის თეორემიდან.

xxiii ტოლობის მიხედვით, S სტრატეგიული ეფექტის ნიშანი განისაზღვრება ორი ფაქტორის ნიშნით. პირველი ფაქტორი, $d\pi^{2*}/dK_1$, აღნიშნავს K_1-ის ეფექტს ფირმა 1-ს წონასწორულ მოგებაზე ქვეთამაშის პერიოდში. თუ $d\pi^{2*}/dK_1 < 0$, მაშინ K_1-ის ზრდა ავნებს ფირმა 2-ს და ფირმა 1-ის ინვესტიციას აქცევს „ფიქსირებულად". თუ $d\pi^{2*}/dK_1 > 0$, მაშინ K_1-ის ზრდა სარგებლის მომტანია ფირმა 2-ისათვის და ფირმა 1-ის ინვესტიციას ხდის უფრო „მოქნილს". მეორე ფაქტორი, BR_2' წარმოადგენს ფირმა 2-ის საუკეთესო რეაგირების მრუდის დახრილობას, რომელიც თავის მხრივ დამოკიდებულია იმაზე, წარმოადგენს თუ არა a_1 და a_2 ერთმანეთის სტრატეგიულ შემცვლელებს ან შემავსებლებს. S ტოლობაში ორივე წევრს შესაძლებელია ქონდეს სხადავასხვა ნიშნები, რაც საერთო ჯამში გვაძლევს ნიშნების ოთხი კომბინაციის ვარიანტს. ეს უკანასკნელი ნაჩვენებია ცხრილში 15.1. თუ ინვესტიცია ფირმა 1-ს ხდის „ფიქსირებულს", მაშინ სტრატეგიულ ეფექტ S-ს ფირმა 1 K_1-ის შემცირებისაკენ მიყავს. თუ ქმედებები არის სტრატეგიული შემავსებლები მაშინ იზრდება K_1. საწინააღმდეგო მსჯელობა მართებულია თუ ინვესტიცია ფირმა 1-ს ქმნის „მოქნილს".

მაგალითად, ბერტრანის მოდელში ქმედებები შესაძლებელია იყოს ფასები დიფერენცირებული პროდუქტებით და შესაბამისად, ისინი იქნებიან სტრატეგიული შევავსებლები. K_1 ინვესტიცია იყოს რეკლამირება, რომელის გამო ფირმა 2 კარგავს ბაზრის წილს. ცხრილის 15.1 მიხედვით, როცა K_1 ცვლადი დაკვირვებადია, ფირმა 1-მა უნდა შეამციროს ინვესტირების მოცულობა, რათა სტიმული მისცეს ფირმა 2-ს ნაკლებ აგრესიული საფასო კონკურენციის გატარებისათვის.

E15.8 ყველაზე ხელსაყრელი პროგრამა მომხმარებლისათვის

წინა პარაგრაფებში განხილული ანალიზი გამოიყენება მიუხედავად იმისა, რომ K_1 შესაძლებელია არ იყოს უწყვეტი ცვლადი და ფირმის არჩევანის მიხედვით იღებდეს 0 ან 1 მნიშვნელობა. მაგალითად, განვიხილოთ ფირმა 1-ის გადაწყვეტილება დაიწყოს თუ არა „მომხარებლისათვის ყველაზე ხელსაყრელი პროგრამა" (შესწავლილია კუპერის მიერ, 1986). მომხარებლისათვის ყველაზე ხელსაყ-

ცხრილი 15.1 ბაზარზე ახალი სუბიექტის შემოსვლის შეგუების სტრატეგიული ეფექტი

		ფირმა 1-ის ინვესტირება	
		„ფიქსირებული" ($d\pi^{2*}/dK_1 < 0$)	„მოქნილი" ($d\pi^{2*}/dK_1 > 0$)
ქმედებები	სტრატეგიული შემავსებლები ($BR^0 > 0$)	ინვესტიციის შემცირება (-)	ინვესტიციის შემცირება (+)
	სტრატეგიული შემავსებლები ($BR^0 < 0$)	ინვესტიციის შემცირება (+)	ინვესტიციის შემცირება (-)

რელი პროგრამა გულისხმობს ფასდაკლებას იმ ძველი მომხარებლისათვისაც, თუ ფირმა სამომავლოდ, აკეთებს ფასდაკლებას. ამგვარი პროგრამა ფირმა 1-ს ხდის „მოქნილს", ამცირებს რა მის სტიმულს დამატებითი ფასდაკლებისადმი. თუ ფირმები ერთმანეთს კონკურენციას უწევენ სტრატეგიული შემავსებლების მიმართულებით (მაგ. ბერტრანის მოდელი დიფერენცირებული პროდუქტებით), მაშინ ცხრილის 15.1 მიხედვით, ფირმა 1-მა ინტენსიური ინვესტირება უნდა მოახდინოს მომხარებლისათვის ყველაზე ხელსაყრელ პროგრამაში, რაც ნიშნავს, რომ მოცემული ფირმა ამას გააკეთებს, თუ ეს უკანასკნელი ქმედება მეორე ფირმისათვის შესამჩნევი იქნება. სტრატეგიულ ეფექტს მივყავართ ნაკლებად აგრესიული საფასო კონკურენციისაკენ და შესაბამისად, მაღალი ფასებისა და მოგებისაკენ.

თავდაპირველად შესაძლებელია ვიფიქროთ, რომ მომხმარებელზე ორიენტირებული ნახსენები პროგრამა სასარგებლოა მომხარებლისათვის და მას ფასების შემცირებისაკენ მივყავართ. როგორც ამ მაგალითიდან ვხედავთ, სტრატეგიული მსჯელობა ცალკეულ შემთხვევაში ამტკიცებს თავდაპირველი ინტუიციური მსჯელობის მცდარობას, ამიტომ საჭიროა დაკვირვებული მიდგომა სტრატეგიული სიტუაციების განხილვისას.

E15.9 საჯაჭვო პოლიტიკა

ნაწილში E15.7 ანალიზი გამოყენებადია მიუხედავად იმისა, რომ K_1 შესაძლებელია არ იყოს ფირმა 1-ის სტრატეგიული არჩევანი. მაგალითად, საერთაშორისო ეკონომიკის მკვლევარები ხშირად K_1-ს იღებენ, როგორც სამთავრობო პოლიტიკის არჩევანს ეროვნული ფირმების მიმართ. ბრანდერმა და სპენსერმა (1985)-მა შეისწავლეს საერთაშორისო ვაჭრობის მოდელი, სადაც პირველი ქვეყნის ექსპორტიორი ფირმები ჩაბმულნი არიან კურნოს კონკურენციაში მეორე ქვეყნის ეროვნულ ფირმებთან. ავტორები სვამენ შეკითხვას სურს თუ არა პირველი ქვეყნის მთავრობას განახორციელოს ექსპორტის სუბსიდირების პოლიტიკა, ეს უკანასკნელი გავლენას ახდენს მოდელში K1-მნიშვნელობაზე. ექსპორტის სუბსიდირება ექსპორტიორ ფირმებს ხდის „გამძლეს", რადგან სუბსიდირება მნიშვნელოვნად ამცირებს ზღვრულ დანახარჯებს, ზრდის ექსპორტს მეორე ქვეყანაში და ამცირებს საექსპორტო ფასებს. ცხრილის 15.1 მიხედვით, პირველი ქვეყნის მთავრობამ ინვესტირება უნდა განახორციელოს სუბსიდირების პოლიტიკაში, გაატაროს შესაბამისი პოლიტიკა, თუ ეს უკანასკნელი ხილვადია მეორე ქვეყნის ფირმებისათვის, სხვა შემთხვევაში კი არა. მოდელი აღწერს თუ რატომ ატარებენ ქვეყნები ექსპორტის სუბისდირების პოლიტიკასა და სხვა ჩარევებს ცალმხრივად, მაშინ, როდესაც თავისუფალი ვაჭრობა შესაძლებელია იყოს ეფექტიანი გლობალური თვალსაზრისით (სულ მცირე მარტივ მოდელში*მაინც).

ჩვენი ანალიზი შესაძლებელია გამოყენებულ იქნას, იმის საჩვენებლად, რომ ბრანდერისა და სპენსერის ექსპორტის სუბსიდირების არგუმენტი შესაძლოა არ იყოს შესაბამისი კონკურენციის შესახებ ალტერნატიული დაშვებების ფარგლებში. თუ საექსპორტო და ეროვნული ფირმები ერთმანეთს კონკურენციას უწევენ სტრატეგიული შემავსებლების მიხედვით (უფრო მეტად ბერტნარის კონკურენცია დიფერენცირებული პროდუქტებით ვიდრე კურნოს კონკურენცია), მაშინ ექსპორტის სუბისდირების იდეა ცხრილის 15.1 მიხედვით შესაძლებელია იყოს ცუდი იდეა. ასეთ შემთხვევაში პირველმა ქვეყანამ უნდა შეამციროს ექსპროტის სუბსიდირებაში ინვესტირება (ან საერთოდ არ განახორციელოს ის), რათა თავიდან აიცილოს ზედმეტად აგრესიული საფასო კონკურენცია.

E15.10 ბაზარზე შესვლის ხელშეშლა

გავაგრძელოთ ნაწილში E15.7 განხილული მოდელის განხილვა, მაგრამ ახლა დავუშვათ, რომ

ფირმა 1 ამჯობინებს ბაზარზე კონკურენტის შემოსვლის შეგუების სტრატეგიას. ფირმა 1-ის მიზანია აირჩიოს ისეთი K_1, რომ შეამციროს ფირმა 2-ს მოგება π^{2*} ნულამდე. მიუხედევად იმისა, თუ რა მიმართულებით მოახდენს ფირმა 1 K_1-ის ცვლილებას დასახული მიზნის მისაღწევად, ეს უკანასკნელი დამოკიდებულია $d\pi^{2*}/d\,K_1$-ის ნიშანზე, იმაზე თუ რა შედეგები მოაქვს ინვესტიციას ფირმა 1-თვის, ხდის ფირმა 1-ს უფრო მედეგს, თუ მოქნილს. ეს უკანასკნელი არაა იმაზე დამოკიდებული წარმოადგენს თუ არა აღნიშნული ქმედებები სტრატეგიულ შემცვლელებს ან შემავსებლებს. თუ ინვესციციები ფირმას ხდის უფრო „მედეგს", მაშინ ინვესტირება უნდა მოხდეს უფრო მეტად ბაზარზე შესვლის ხელშეშლაში იმ შემთხვევასთან შედარებით, როცა ასეთი ინვესტირების შესაძლებლობა არ არსებობს. მეორეს მხრივ, თუ ინვესტიცია ფირმას ხდის უფრო „მოქნილს", მაშინ მან უნდა შეამციროს ინვესტირება ბაზარზე ხელშეშლის სტრატეგიაში.

მაგალითად, თუ K_1 არის ინვესტირება ზღვრულ დანახარჯებში, ეს უფრო მეტი ალბათობით ფირმა 1-ს ხდის უფრო მედეგს, ასე რომ ფირმამ ინვესტირება მოცემული მიმართულებით უნდა მოახდინოს. თუ K_1 არის რეკლამირება, რომელიც ზრდის მოთხოვნას არა მარტო კონკრეტულ ბრენდზე, არამედ პროდუქტის მთელ კატეგორიაზე (ცალკეული ბრენდის ბატარეის რეკლამა, რომელიც გულისხმობს უწვეტ რეკლამას ბატარეის სასარგებლოს თვისებებზე, შესაძლოა გამოიწვიოს ზოგადად ამ პრდუქტის კატეგორიაზე მოთხოვნის ზრდა თუ მომხმარებელს გაუჭირდა კონკრეტულად იმ ბრენდის აღქმა, რომელიც რეკლამაში ბრუნავდა), მაშინ ეს უკანასკნელი ფირმა 1-ს გახდის უფრო მოქნილს, აქედან გამომდინარე, მან არ უნა მაოხდინოს ინვესტირება ბაზარზე შესვლის ხელშეშლის სტრატეგიაში.

ლიტერატურა:

Brander, J. A., and Spencer B. J., "Export Subsidies and International Market Share Rivalry." *Journal of International Economics 18* (February 1985): 83–100.

Bulow, J., Geanakoplous G., and Klemperer P., „Multimarket Oligopoly: Strategic Substitutes and Complements", *Journal of Political Economy* (June 1985): 488– 511.

Cooper, T. "*Most-Favored-Customer Pricing and Tacit Collusion*". *Rand Journal of Economics 17* (Autumn 1986): 377–88.

Fudenberg, D., and J. Tirole, "The Fat Cat Effect, the Puppy Dog Ploy and the Lean and Hungry Look". *American Economic Review, Papers and Proceedings 74* (May 1984): 361–68.

Tirole, J., *The Theory of Industrial Organization*. Cambridge, MA: MIT Press, 1988, chap. 8.

ფასწარმოქმნა საწარმოო ფაქტორების ბაზრებზე

თ ა ვ ი 16 შრომის ბაზრები

თ ა ვ ი 17 კაპიტალი და დრო

ჩვენი ანალიზი საწარმოო ფაქტორებზე მოთხოვნის შესახებ თავში 11 ძალიან ზოგადი იყო იმისათვის, რომ ის გამოვიყენოთ წარმოების ნებისმიერ ფაქტორთან მიმართებაში. თავებში 16 და 17 განვიხილავთ ზოგიერთ საკითხს, რომელიც კონკრეტულად უკავშირდება ფასწარმოქმნას შრომისა და კაპიტალის ბაზრებზე. **თავში 16** უმეტესად განიხილება შრომის მიწოდება. ჩვენი ანალიზი ეხება იმას, თუ როგორ იღებენ გადაწყვეტილებებს ინდივიდები შრომის მიწოდების შესახებ. ასევე, განხილულია შრომის მიწოდება გაეროიანებებისა/პროფკავშირებიս მიერ, რადგან შესაძლებელია, შრომის ბაზარი არ იყოს კონკურენტული მოთხოვნის მხრიდან.

თავში 17 განვიხილავთ კაპიტალის ბაზარს. ამ თავის ძირითადი მიზანია ხაზი გაუსვას კავშირს კაპიტალისა და რესურსების დროში განაწილებას შორის. ამავე თავში ნაჩვენებია კაპიტალის შესახებ არსებული თეორიის გამოყენება ფირმის ქცევის იმ მოდელში, რომელიც განვავითარეთ ნაწილში 3. მოკლე დანართი **თავში 17** მოიცავს რამდენიმე სასარგებლო მათემატიკურ შედეგს სარგებლის განაკვეთების შესახებ.

„პოლიტიკური ეკონომიისა და დაბეგვრის“ პრინციპებში რიკარდო წერდა:

> დედამიწაზე არსებული პროდუქტი ... განაწილებულია საზოგადოებაის სამ კლასს შორის, სახელდობრ - მიწის მფლობელები, კაპიტალის (რომელიც საჭიროა მიწის დასამუშავებლად) მფლობელები და ინდივიდები, რომელთა მიერ ხდება მისი დამუშავება. პოლიტიკური ეკონომიის მთავარი ამოცანა არის, იმ კანონების განსაზღვრა, რომელიც დაარეგულირებს ამ განაწილებას“.*

ნაწილის 6 მიზანია იმის ჩვენება, თუ როგორ ვანვითარდა ამ „კანონების“ შესწავლა რიკარდოს შემდეგ.

---

* D. Ricardo. *The Principles of Political Economy and Taxation* (1817; reprinted, London: J. M. Dent and Son. 1965). p. 1.

შრომის ბაზრები

ამ თავში განვიხილავთ წარმოების ფაქტორებზე ფასწარმოქმნის რამდენიმე ასპექტს, რომლებიც კონკრეტულად დაკავშირებულია შრომის ბაზართან. რადგანაც თავში 11 უკვე განვიხილეთ შრომაზე (ან წარმოების სხვა ფაქტორზე) მოთხოვნასთან დაკავშირებული საკითხების ზოგიერთი დეტალი, აქ ფოკუსირებას მოვახდენთ შრომის მიწოდების ანალიზზე.

დროის განაწილება

ნაწილში 2 შევისწავლეთ ის გზები, თუ როგორ ახდენს ინდივიდი მისი უცვლელი შემოსავლის განაწილებას ხელმისაწვდომ პროდუქტებზე. მსგავსი გადაწყვეტილებები უნდა მიიღონ ინდივიდებმა იმის შესახებაც, თუ როგორ გაანაწილებენ საკუთარ დროს. საათების რაოდენობა დღის (ან წლის) განმავლობაში აბსოლუტურად უცვლელია და ეს დრო უნდა იქნეს გამოყენებული. მოცემული უცვლელი დროის პირობებში თითოეულმა ინდივიდმა უნდა გადაწყვიტოს რამდენ საათს იმუშავებს; რამდენ საათს მოანდომებს პროდუქტის ფართო ასორტიმენტის მოხმარებას, მანქანებიდან და ტელევიზორებიდან დაწყებული ოპერით დამთავრებული; რამდენ საათს დაუთმობს თვითმომსახურებას და რამდენ საათს დაიძინებს. იმის ანალიზით თუ როგორ ანაწილებენ ინდივიდები საკუთარ დროს ამ აქტივობებზე, ეკონომისტებს შეუძლიათ გაიგონ შრომის მიწოდებასთან დაკავშირებული გადაწყვეტილებები.

მარტივი ორპროდუქტიანი მოდელი

სიმარტივისთვის, დავიწყებთ იმ დაშვებით, რომ არსებობს ინდივიდის მიერ საკუთარი დროის გამოყენების მხოლოდ ორი გზა - დაიწყოს მუშაობა ბაზარზე *ან* რეალური საათობრივი სახელფასო განაკვეთით ან არ იმუშაოს. არასამუშაო დროს ვუწოდებთ „დასვენება"-ს, მაგრამ ამ ტერმინს არ აქვს უქმობის მნიშვნელობა. დრო, რომელიც არ იხარჯება მუშაობაში ბაზარზე, შესაძლოა გამოვიყენოთ სახლში სამუშაოდ, დაიხარჯოს თვითგანვითარებასა და მოხმარებაზე (ტელევიზორის ყურება ან ბოულინგის თამაში).[1]

[1] შესაძლოა, დროის განაწილების საკითხის პირველი თეორიული განხილვა მოცემული იყო G. S. Becker-ის მიერ ნაშრომში "A Theory of the Allocation of Time," *Economic Journal* 75 (September 1965): 493–517.

ყველა ამ აქტივობას თავისი წვლილი შეაქვს ინდივიდის კეთილდღეობაში და დრო განაწილდება იმ აქტივობების სასარგებლოდ, რომლებიც, ინდივიდის აზრით, მისთვის სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის გზაა..

უფრო ზუსტად, დავუშვათ, რომ ინდივიდის სარგებლიანობა ჩვეულებრივი დღის განმავლობაში დამოკიდებულია მოხმარებაზე (c) ამ პერიოდში და დასვენების საათებზე (h).

$$\textbf{სარგებლიანობა} = U(c, h) \tag{16.1}$$

შევნიშნოთ, რომ სარგებლიანობის ამ ფუნქციის ჩაწერისას გამოვიყენეთ ორი „შედგენილი" პროდუქტი: მოხმარება და დასვენება. ცხადია, ნამდვილი სარგებლიანობა მიიღება რეალური დროისა და შემოსავლის დათმობით ფართო ასორტიმენტის პროდუქტისა და მომსახურების მოხმარებისთვის.[2] ინდივიდი სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის პროცესში აწყდება ორ შეზღუდულობას. პირველი, ეს არის არსებული დრო. თუ l არის სამუშაო საათები, მაშინ

$$l + h = 24. \tag{16.2}$$

ანუ დღის განმავლობაში არსებული დრო უნდა გადანაწილდეს მუშაობაზე ან დასვენებაზე. მეორე შეზღუდვა უკავშირდება იმ ფაქტს, რომ მხოლოდ მუშაობით შეუძლია ადამიანს შეიძინოს მოხმარების საგნები (შემდგომში ამ თავში დავუშვებთ არაშრომითი შემოსავლის არსებობის შესაძლებლობას). თუ w არის საბაზრო ხელფასის რეალური საათობრივი განაკვეთი, მაშინ შემოსავლის შეზღუდულობა იქნება

$$c = wl \tag{16.3}$$

ორი შეზღუდულობის გაერთიანებით მივიღებთ

$$c = w(24 - h) \tag{16.4}$$

ან

$$c + wh = 24w \tag{16.5}$$

ამ გაერთიანებულ შეზღუდულობას გააჩნია მნიშვნელოვანი ინტერპრეტაცია. თითოეულ ინდივიდს აქვს „მთლიანი შემოსავალი", რომელიც მოცემულია $24w$-თი. ანუ ინდივიდს, რომელიც მუშაობდა მთელი დროის განმავლობაში ექნებოდა ეს რაოდენობა ყოველდღიურად რეალური მოხმარების პროდუქტებისთვის. ინდივიდებმა შეიძ-

2 ამ დაკვირვებას მივყავართ იმის განხილვამდე თუ როგორ ხორციელდება ასეთი აქტივობები სახლში. მნიშვნელოვანი კვლევის შედეგები იხ. R. Gronau, "Home Production: A Survey," in O. C. Ashenfelter and R. Layard, Eds., Handbook of Labor Economics (Amsterdam: North-Holland, 1986), vol. 1, pp. 273–304.

ლება დახარჯონ თავიანთი მთლიანი შემოსავალი მუშაობით (რეალური შემოსავლისა და მოხმარებისთვის) ან უმუშევრობით და მაშასადამე, დასვენებით. განტოლება 16.5 აჩვენებს, რომ დასვენების ალტერნატიული დანახარჯი არის w ყოველი საათისთვის; ეს არის იმ შემოსავლების ტოლი, რომელიც დაიკარგა მუშაობაზე უარის თქმის გამო.

სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია

ამრიგად, ინდივიდის ამოცანა იქნება სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია მთლიანი შემოსავლის შეზღუდულობის პირობებში. ლაგრანჟის გამოსახულებით

$$\mathcal{L} = U(c, h) + \lambda(24w - c - wh), \tag{16.6}$$

მაქსიმუმისთვის პირველი რიგის პირობებია

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c} &= \frac{\partial U}{\partial c} - \lambda = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h} &= \frac{\partial U}{\partial h} - w\lambda = 0. \end{aligned} \tag{16.7}$$

განტოლებაში 16.7 ორი გამოსახულების გაყოფით მივიღებთ

$$\frac{\partial U / \partial h}{\partial U / \partial c} = w = MRS \ \ (h\text{-ის } c\text{-სთვის}) \tag{16.8}$$

მაშასადამე, მივიღეთ შემდეგი პრინციპი:

ოპტიმიზაციის პრინციპი

შრომის მიწოდების გადაწყვეტილება სარგებლიანობის მაქსიმიზაციისთვის. სარგებლიანობის მაქსიმიზაციისთვის რეალური w ხელფასის პირობებში, ინდივიდმა უნდა აირჩიოს მუშაობა იმ რაოდენობის საათებით, რომლისთვისაც დასვენების ჩანაცვლების ზღვრული ნორმა მოხმარებისთვის არის w-ს ტოლი.

ცხადია, განტოლებაში 16.8 მიღებული შედეგი მაქსიმუმის მხოლოდ აუცილებელი პირობაა. როგორც თავში 4, ეს მხები იქნება ჭეშმარიტი მაქსიმუმი იმის გათვალისწინებით, რომ დასვენების MRS-ი მოხმარებისთვის მცირდება.

w-ს ცვლილებით გამოწვეული შემოსავლის და ჩანაცვლების ეფექტები

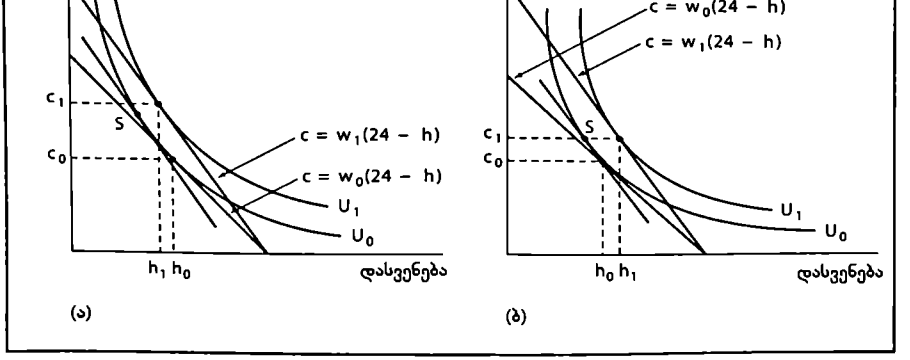
რეალური ხელფასის განაკვეთში (w) მომხდარი ცვლილება შეიძლება გაანალიზდეს იმავე გზით, რაც გამოყენებული იყო თავში 5. როდესაც w იზრდება, დასვენების „ფასიც“ იზრდება: ინდივიდმა უფრო დიდი მოცულობის ხელფასი უნდა დათმოს დასვე-

ნების თითოეული საათის სანაცვლოდ. შედეგად, w-ს გაზრდით გამოწვეული ჩანაცვლების ეფექტი დასვენების საათებზე იქნება უარყოფითი. რადგანაც დასვენება უფრო ძვირი ხდება, არსებობს მიზეზი, რომ შემცირდეს მისი მოხმარება. მიუხედავად ამისა, შემოსავლის ეფექტი იქნება დადებითი - რადგანაც დასვენება არის ნორმალური პროდუქტი, მაღალი w-გან გამოწვეული მაღალი შემოსავალი გაზრდის მოთხოვნას დასვენებაზე. ამრიგად, შემოსავლის და ჩანაცვლების ეფექტები საპირისპირო მიმართულებებით მოქმედებს. შეუძლებელია ზუსტი პროგნოზირება იმისა w-ს ზრდა გამოიწვევს დასვენების დროზე მოთხოვნის ზრდას თუ შემცირებას. რადგანაც დასვენება და მუშაობა არის დროის გამოყენების ურთიერთგამომრიცხავი გზები, ასევე შეუძლებელია იმის პროგნოზირება, თუ რა დაემართება ნამუშევარ საათებს. ჩანაცვლების ეფექტი ზრდის ნამუშევარ საათებს, როცა w იზრდება, მაშინ შემოსავლის ეფექტი (რადგან ზრდის მოთხოვნას დასვენებაზე) შეამცირებს ნამუშევარ საათებს. ის, თუ ამ ორი ეფექტიდან რომელი უფრო ძლიერია, წარმოადგენს მნიშვნელოვან ემპირიულ საკითხს.[3]

3 თუ გადაწყვეტილების მიმღებ ერთეულად ჩავთვლით ოჯახს, მაშინ უფრო რთული საკითხები წარმოიშობა შემოსავლისა და ჩანაცვლების ეფექტების შესახებ, რაც ოჯახის ერთი წევრის ხელფასში მომხდარ ცვლილებას ექნება ოჯახის სხვა წევრების სამუშაო ძალის ქცევაზე.

ნახაზი 16.1 w რეალური ხელფასის განაკვეთში მოხდარი ცვლილებით გამოწვეული შემოსავლისა და ჩანაცვლების ეფექტები

ინდივიდი არის შრომის მიმწოდებელი, ამიტომ რეალური სახელფასო განაკვეთის (w) გაზრდით გამოწვეული შემოსავლისა და ჩანაცვლების ეფექტები საპირისპირო მიმართულებებით ზემოქმედებს დასვენების საათების მოთხოვნაზე (ან შრომის საათებზე). ნახაზზე (ა) ჩანაცვლების ეფექტი (გადაადგილება S წერტილამდე) გადააჭარბებს შემოსავლის ეფექტს და უფრო მაღალი ხელფასი გამოიწვევს დასვენების საათების შემცირებას h_1-მდე. მაშასადამე, სამუშაო საათები იზრდება. ნახაზზე (ბ) შემოსავლის ეფექტი უფრო ძლიერია, ვიდრე ჩანაცვლების ეფექტი და h იზრდება h_1-მდე. ამ შემთხვევაში სამუშაო საათები მცირდება.



გრაფიკული ანალიზი

ორი შესაძლო საპასუხო რეაქცია w-ს ცვლილებაზე ასახულია ნახაზზე 16.1. ორივე ნახაზზე საწყისი ხელფასი არის w_0, ხოლო c და h, საწყისი ოპტიმალური გადაწყვეტილებები, მოცემულია წერტილით c_0, h_0. როდესაც ხელფასის ნორმა იზრდება w_1-მდე, ოპტიმალური კომბინაცია გადაადგილდება c_1, h_1-მდე. ეს გადაადგილება შეიძლება ჩაითვალოს როგორც ორი ეფექტის შედეგი. ჩანაცვლების ეფექტი წარმოდგენილია c_0, h_0 ოპტიმალური წერტილიდან S-მდე გადაადგილებით და შემოსავლის ეფექტი წარმოდგენილია S-დან c_1, h_1-მდე გადაადგილებით. ნახაზზე 16.1 ეს ორი ეფექტი იძლევა განსხვავებულ შედეგს. ნახაზზე (ა), w-ის ზრდით გამოწვეული ჩანაცვლების ეფექტი გადააჭარბებს შემოსავლის ეფექტს და ინდივიდი ამცირებს დასვენების საათებს ($h_1 < h_2$). სხვაგვარად რომ ვთქვათ, როდესაც w იზრდება, მაშინ ინდივიდი მუშაობს უფრო მეტს.

ნახაზზე (ბ) ადგილი აქვს საპირისპირო შემთხვევას. w-ის გაზრდით გამოწვეული შემოსავლის ეფექტი გადააჭარბებს ჩანაცვლების ეფექტს და დასვენებაზე მოთხოვნა გაიზრდება ($h_1 > h_0$). თუ w იზრდება, მაშინ ინდივიდი ნაკლებს მუშაობს. თავში 5 განხილულ შემთხვევებში ეს ჩვეულებრივ მოვლენად არ ჩაითვლებოდა - როდესაც დასვენების „ფასი“ იზრდება, ინდივიდი მას მეტი რაოდენობით მოიითხოვს. მოხმარების ნორმალური პროდუქტისთვის შემოსავლისა და ჩანაცვლების ეფექტები ერთიდაიმავე მიმართულებით მოქმედებს. დასვენებისა და შრომის შემთხვევაში შემოსავლისა და ჩანაცვლების ეფექტები ყოველთვის საპირისპირო მიმართულებით მოქმედებს. w-ს ზრდა აუმჯობესებს ინდივიდის მდგომარეობას, რადგან ის არის შრომის მიმწოდებელი. სამომხმარებლო პროდუქტის შემთხვევაში ინდივიდების მდგომარეობა უარესდება ფასის ზრდის შედეგად, რადგან ისინი არიან ამ პროდუქტის მომხმარებლები. ეს ანალიზი შეგვიძლია შევაჯამოთ შემდეგნაირად.

ოპტიმიზაციის არიფმეტიკა

რეალური ხელფასის ცვლილებით შემოსავლისა და ჩანაცვლების ეფექტები. თუ რეალური ხელფასის განაკვეთი იზრდება, მაშინ სარგებლიანობის მაქსიმიზაციისთვის ინდივიდი გაზრდის ან შეამცირებს მუშაობის საათებს. ჩანაცვლების ეფექტი უბიძგებს ნამუშევარი საათების გაზრდისკენ, რადგან დასვენება უფრო ძვირი გახდა. მეორე მხრივ, შემოსავლის ეფექტი ხელს შეუწყობს ნამუშევარი საათების რაოდენობის შემცირებას, რადგან ინდივიდი მის გაზრდილ მსყიდველობით უნარს გამოიყენებს უფრო მეტი დასვენების საათის მოხმარებისთვის.

ახლა განვიხილავთ ამ პასუხების მათემატიკურ განვითარებას, რაც დამატებით ხედვებს იძლევა შრომის მიწოდებასთან დაკავშირებული გადაწყვეტილებების შესახებ.

შრომის მიწოდების მათემატიკური ანალიზი

შრომის მიწოდების გადაწყვეტილებების მათემატიკური ანალიზისთვის კარგი იქნება თუ პირველ რიგში, მცირედ შევასწორებთ საბიუჯეტო შეზღუდვას და დავუშვებთ არაშრომითი შემოსავლის არსებობას. ამისათვის განტოლებას 16.3 გადავწერთ შემდეგნაირად

$$c = wl + n, \tag{16.9}$$

სადაც n არის რეალური არაშრომითი შემოსავალი და შეიძლება მოიცავდეს შემოსავლის ისეთ წყაროებს, როგორებიცაა: დივიდენდი და საპროცენტო შემოსავალი, სახელმწიფოსგან მიღებული ტრანსფერტები ან უბრალოდ საჩუქრები სხვა ადამიანებისგან. რეალურად, n-ით შესაძლოა ნაგულისხმევი ყოფილიყო ინდივიდის მიერ გადახდილი გადასახადი, ამ შემთხვევაშიც მისი მნიშვნელობა უარყოფითი იქნებოდა.

სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია ამ ახალი საბიუჯეტო შეზღუდვის პირობებში მოგვცემს შედეგებს, რომლებიც ჩვენს მიერ უკვე მიღებული შედეგების იდენტური იქნება. ანუ მაქსიმუმისთვის საჭირო პირობა, რომელიც აღწერილია განტოლებით 16.8, შენარჩუნდება მანამ, სანამ n-ის მნიშვნელობაზე არ ზემოქმედებს შრომა-დასვენების შესახებ მიღებული გადაწყვეტილებები. ე.ი. ვიდრე n არის ერთიანად მიღებული ან დაკარგული შემოსავლის ჯამი,[4] ანალიზში არაშრომითი შემოსავლის შემოტანის ერთადერთი ეფექტი იქნება ნახაზზე 16.1 საბიუჯეტო შეზღუდვის გადაადგილება მარჯვნივ ან მარცხნივ პარალელურად, რასაც გავლენა არ ექნება შემოსავლებსა და დასვენებას შორის ჩანაცვლების ნორმაზე.

ამ ანალიზის საფუძველზე ინდივიდის შრომის მიწოდების ფუნქცია შეგვიძლია ჩავწეროთ ასე: $l(w, n)$. ეს გვიჩვენებს, რომ ნამუშევარი საათების რაოდენობა დამოკიდებული იქნება როგორც რეალური ხელფასის განაკვეთზე, ასევე რეალურ არაშრომით შემოსავალზე. იმ დაშვებით, რომ დასვენება არის ნორმალური პროდუქტი, $\partial l/\partial n$ იქნება უარყოფითი; ანუ n-ის გაზრდა გამოიწვევს დასვენებაზე მოთხოვნის ზრდას და (რადგანაც დღე-ღამეში მხოლოდ 24 საათია) შეამცირებს l-ს. შრომის მიწოდებაზე ხელფასის გავლენის შესწავლამდე ($\partial l/\partial w$), სასარგებლო იქნება თუ განვიხილავთ ორმაგ ამოცანას ინდივიდის სარგებლიანობის მაქსიმიზაციასთან მიმართებით.

ამოცანის ორმაგი დასმა

როგორც ვაჩვენეთ თავში 5, ინდივიდის სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის ამოცანა, მოცემული საბიუჯეტო შეზღუდვის პირობებში, არის დანახარჯების მინიმიზაციის ორმაგი

4 მიუხედავად ამისა, ბევრ სიტუაციაში, n შესაძლოა დამოკიდებული იყოს შრომის მიწოდების გადაწყვეტილებებზე. მაგალითად, სოციალური ან უმუშევრობის დახმარება, რომელიც შეიძლება მიიღოს ინდივიდმა, დამოკიდებულია მის შემოსავლებზე. ისევე, როგორც გადახდილი საშემოსავლო გადასახადის რაოდენობაზე. ამ შემთხვევაში, ინდივიდის საბიუჯეტო შეზღუდვის დახრილობა აღარ იქნება ასახული რეალური ხელფასით, არამედ ასახავს წმინდა უკუგებას დამატებით სამუშაოზე. გაზრდილი გადასახადებისა და შემცირებული ტრანსფერტების გათვალისწინებით. მაგალითისთვის იხილეთ ამოცანები ამ თავის ბოლოს.

ამოცანაა სარგებლიანობის მოცემული დონის მისაღწევად. ამ შემთხვევაში ეს ამოცანა შეიძლება ჩამოყალიბდეს, როგორც მოხმარების (c) და დასვენების დროის ($h = 24 - l$) მნიშვნელობების შერჩევა ისე, რომ დანახარჯების მოცულობა

$$E = c - wl - n, \tag{16.10}$$

რომელიც საჭიროა სარგებლიანობის მოცემული დონის მისაღწევად [ვთქვათ, $U_0 = U(c, h)$] არის რაც შეიძლება მცირე. როგორც თავში 5, მინიმიზაციის ამოცანის ამოხსნა მოგვცემს იმავე შედეგს, რასაც სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის ამოცანის ამოხსნა.

ახლა შეგვიძლია გამოვიყენოთ კონვერტის თეორემა ორმაგ ამოცანაში გაანგარიშებული დამატებითი დანახარჯების მინიმალურ მნიშვნელობებთან მიმართებაში. უფრო ზუსტად, მცირე ცვლილება რეალურ ხელფასში გამოიწვევს ცვლილებას მინიმალურ დანახარჯებში, რომელსაც მოითხოვს

$$\frac{\partial E}{\partial w} = -l. \tag{16.11}$$

ინტუიციურად, w-ს \$1-ით გაზრდა E-ს საჭირო მნიშვნელობას შეამცირებს \$$l$-ით. ეს არის სიდიდე, რომლითაც შრომითი შემოსავლები იზრდება ხელფასის ცვლილებით. მოცემული შედეგი არის შეფარდის ლემას მსგავსი წარმოების თეორიაში (იხ. თავი 11); შედეგი აჩვენებს, რომ შრომის მიწოდების ფუნქციის გაანგარიშება შესაძლებელია დანახარჯების ფუნქციიდან ნაწილობითი დიფერენცირებით. რადგანაც სარგებლიანობა მუდმივია ორმაგი დანახარჯების მინიმიზაციის მიდგომაში, ეს ფუნქცია უნდა განვიხილოთ როგორც „კომპენსირებული“ (მუდმივი სარგებლიანობა) შრომის მიწოდების ფუნქცია, რომელსაც განვსაზღვრავთ $l^c(w, U)$-ით, რათა ის არ აგვერიოს ადრე წარმოდგენილ არაკომპენსირებული შრომის მიწოდების ფუნქციაში $l(w, n)$.

შრომის მიწოდების სლუცკის განტოლება

ახლა შეგვიძლია გამოვიყენოთ ეს ცნებები, რომ გავაწარმოოთ სლუცკის ტიპის განტოლება, რომელიც ასახავს ჩანაცვლების და შემოსავლის ეფექტებს, რაც გამოწვეულია რეალურ ხელფასში მომხდარი ცვლილებებით. თავდაპირველად გავაცნობიეროთ, რომ დანახარჯები, რომელთა მინიმიზაციაც მოხდა განტოლებაში 16.11 მოცემულ ორმაგ ამოცანაში, ასრულებს არაშრომითი შემოსავლის როლს სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის მარტივ ამოცანაში. ამრიგად, განსაზღვრებით, მოგების მაქსიმიზაციის არჩევანისთვის გვაქვს

$$l^c(w, U) = l[w, E(w, U)] = l(w, n). \tag{16.12}$$

განტოლების 16.12 ორივე მხარის ნაწილობითი დიფერენცირება w-ს მიმართ

$$\frac{\partial l^c}{\partial w} = \frac{\partial l}{\partial w} + \frac{\partial l}{\partial E} \times \frac{\partial E}{\partial w}, \tag{16.13}$$

და კონვერტის თეორემის კავშირის გამოყენებით განტოლების 16.11-დან $\partial E/\partial w$-თვის, მივიღებთ

$$\frac{\partial l^c}{\partial w} = \frac{\partial l}{\partial w} - l\frac{\partial l}{\partial E} = \frac{\partial l}{\partial w} - l\frac{\partial l}{\partial n}. \tag{16.14}$$

კომპენსირებული შრომის მიწოდების ფუნქციის აღნიშვნაში მცირედი ცვლილების შემოტანით,

$$\frac{\partial l^c}{\partial w} = \frac{\partial l}{\partial w}\Big|_{U=U_0}, \tag{16.15}$$

და შემდეგ გარდაქმნების განხორციელებით მივიღებთ სლუცკის საბოლოო განტოლებას შრომის მიწოდებისთვის:

$$\frac{\partial l}{\partial w} = \frac{\partial l}{\partial w}\Big|_{U=U_0} + l\frac{\partial l}{\partial n} \tag{16.16}$$

ცვლილება შრომის მიწოდებაში, რეალურ ხელფასში მომხდარი ცვლილების საპასუხოდ, შეიძლება წარმოდგეს, როგორც ჯამი ჩანაცვლების ეფექტისა, რომელშიც სარგებლიანობა მუდმივია და შემოსავლის ეფექტისა, რომელიც აზრობრივად ექვივალენტურია არაშრომით შემოსავალში მომხდარი შესაბამისი ცვლილების. რადგანაც ჩანაცვლების ეფექტი დადებითია (მაღალი ხელფასი ზრდის შერჩეული შრომის რაოდენობას, როდესაც სარგებლიანობა მუდმივია) და $\partial l/\partial n$ არის უარყოფითი, ეს გაწარმოება გვიჩვენებს, რომ ჩანაცვლების და შემოსავლის ეფექტები მუშაობს საპირისპირო მიმართულებებით. მათემატიკური ანალიზით მტკიცდება გრაფიკული ანალიზის შედეგად მიღებული დასკვნები და გვიჩვენებს, რომ არსებობს თუნდაც თეორიული შესაძლებლობა იმისა, რომ შრომის მიწოდება უარყოფითად უპასუხებს რეალური ხელფასის გაზრდას. მათემატიკური ანალიზი, ასევე, გვიჩვენებს, რომ შემოსავლის უარყოფითი ეფექტების მნიშვნელობა შეიძლება უფრო დიდი იყოს, თუ შრომის მიწოდების რაოდენობა უფრო დიდია.

ინდივიდუალური შრომის მიწოდების ფუნქციები

შრომის მიწოდების ინდივიდუალური ფუნქციები შეიძლება აიგოს აღნიშნული სარგებლიანობის ფუნქციებიდან ისეთივე გზით, როგორც ავაგეთ მოთხოვნის ფუნქციები ნაწილში 2. დავიწყებთ ქობ-დაგლასის მარტივი შემთხვევის განვრცობით და შემდეგ წარმოვადგენთ შრომის მიწოდების მოკლე შეჯამებას *CES* სარგებლიანობით.

1. ქობ-დაგლასის სარგებლიანობა. დავუშვათ, რომ ინდივიდის სარგებლიანობის ფუნქცია მოხმარებისთვის, c და დასვენებისთვის, h, მოცემულია შემდეგნაირად:

$$U(c, h) = c^{\alpha}h^{\beta}, \tag{16.17}$$

სიმარტივისთვის დავუშვათ, რომ $\alpha + \beta = 1$. ეს ინდივიდი შეზღუდულია ორი განტოლებით: შემოსავლის შეზღუდულობა, რომელიც გვიჩვენებს თუ როგორ დაფინანსდება მოხმარება

$$c = wl + n, \tag{16.18}$$

სადაც, n არის არაშრომითი შემოსავალი და (2) მთლიანი დროის შეზღუდულობა.

$$l + h = 1, \tag{16.19}$$

სადაც ხელმისაწვდომი დრო თვითნებურად გავუტოლეთ 1-ს. ფინანსური და დროითი შეზღუდულობის გაერთიანებით „მთლიანი შემოსავლის" შეზღუდულობად, შეგვიძლია მივიდეთ ლაგრანჟის გამოსახულებამდე, სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის ამ ამოცანისთვის:

$$\mathcal{L} = U(c, h) + \lambda(w + n - wh - c) = c^{\alpha}h^{\beta} + \lambda(w + n - wh - c) \tag{16.20}$$

პირველი რიგის პირობები მაქსიმუმისთვის არის:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c} &= \alpha c^{-\beta}h^{\beta} - \lambda = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h} &= \beta c^{\alpha}h^{-\alpha} - \lambda w = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= w + n - wh - c = 0. \end{aligned} \tag{16.21}$$

ამათგან პირველის მეორეზე გაყოფით მივიღებთ:

$$\frac{\alpha h}{\beta c} = \frac{\alpha h}{(1-\alpha)c} = \frac{1}{w} \quad \text{ან} \quad wh = \frac{1-\alpha}{\alpha} \times c \tag{16.22}$$

ჩანაცვლება მთლიანი შემოსავლის შეზღუდვაში მოგვცემს მსგავს შედეგებს:

$$\begin{aligned} c &= \alpha(w + n), \\ h &= \frac{\beta(w+n)}{w}. \end{aligned} \tag{16.23}$$

ეს ინდივიდი მოხმარებაზე ხარჯავს ფიქსირებულ ნაწილს, α, მისი მთლიანი შემოსავლიდან $(w + n)$ და დარჩენილ ნაწილს, $\beta = 1 - \alpha$ ხარჯავს დასვენებაზე (რისი ღირებულებაცაა w ყოველ ერთეულზე). შრომის მიწოდების ფუნქცია ამ ინდივიდისთვის იქნება

$$l(w,n) = 1 - h = (1-\beta) - \frac{\beta n}{w}. \tag{16.24}$$

(გაგრძელება)

2. ქობ-დაგლასის შრომის მიწოდების ფუნქციის თვისებები. შრომის მიწოდების ამ ფუნქციას ბევრი საერთო თვისება გააჩნია ქობ-დაგლასის სარგებლიანობიდან მიღებულ მომხმარებლის მოთხოვნის ფუნქციებთან. მაგალითად, თუ $n = 0$, მაშინ $\partial l/\partial w = 0$ – ეს ინდივიდი თავისი დროის $1 - \beta$ ნაწილს ყოველთვის დაუთმობს მუშაობას, მიუხედავად სახელფასო განაკვეთის სიდიდისა. w-ს ცვლილებით გამოწვეული შემოსავლის და ჩანაცვლების ეფექტები ზუსტად კომპენსირდება ამ შემთხვევაში, ისევე, როგორც ჯვარედინი ფასების ეფექტებით ქობ-დაგლასის მოთხოვნის ფუნქციებში.

მეორე მხრივ, თუ $n > 0$, მაშინ $\partial l/\partial w > 0$. როდესაც არაშრომითი შემოსავალი დადებითია, ეს ინდივიდი ხარჯავს მის βn ნაწილს დასვენებაზე. მაგრამ დასვენების ერთი საათი „ღირს" w. ამრიგად, ხელფასის გაზრდა ნიშნავს, რომ დასვენების უფრო ნაკლები საათები იქნება შეძენილი. შესაბამისად, w-ს გაზრდა გაზრდის შრომის მიწოდებას.

ბოლოს, განვიხილოთ შემთხვევა, როცა $\partial l/\partial n < 0$. არაშრომითი შემოსავლის გაზრდა საშუალებას აძლევს ამ ინდივიდს უფრო მეტი დრო დახარჯოს დასვენებაზე, ამიტომ, შრომის მიწოდება მცირდება. ამ შედეგის ერთი ინტერპრეტაცია არის ის, რომ ტრანსფერტების პროგრამები (როგორებიცაა სოციალური დახმარება ან კომპენსაცია უმუშევრებისთვის) ამცირებს შრომის მიწოდებას. სხვა ინტერპრეტაციით ერთიანი დაბეგვრა ზრდის შრომის მიწოდებას. მაგრამ, რეალურად გადასახადები და ტრანსფერტული პროგრამები იშვიათად არის ერთიანი - როგორც წესი, ისინი, ასევე ზემოქმედებს წმინდა სახელფასო განაკვეთზე. ამიტომ, ნებისმიერი ზუსტი პროგნოზისთვის საჭიროა დეტალურად გაანალიზდეს თუ როგორ ზემოქმედებს ასეთი პროგრამები საბიუჯეტო შეზღუდვაზე.

3. CES შრომის მიწოდება. თავის 4 გავრცობებში გავაწარმოეთ მოთხოვნის ფუნქციების ზოგადი ფორმა მიღებული *CES* (ჩანაცვლების მუდმივი ელასტიკურობა) სარგებლიანობის ფუნქციიდან. აქ შეგვიძლია ამ გაწარმოების გამოყენება *CES* შრომის მიწოდების შესასწავლად. კონკრეტულად, თუ სარგებლიანობა მოცემულია

$$U(c,h) = \frac{c^{\delta}}{\delta} + \frac{h^{\delta}}{\delta}, \tag{16.25}$$

მაშინ ბიუჯეტის წილის განტოლებები მოცემულია

$$s_c = \frac{c}{w+n} = \frac{1}{1+w^{k}},$$
$$s_h = \frac{wh}{w+n} = \frac{1}{1+w^{-k}}, \tag{16.26}$$

სადაც $k = \delta/(\delta - 1)$. თუ ამოვხსნით დასვენებაზე მოთხოვნის მიმართ, მივიღებთ

$$h = \frac{w+n}{w+w^{1-k}} \tag{16.27}$$

და

$$l(w,n) = 1 - h = \frac{w^{1-k} - n}{w + w^{1-k}}. \qquad \textbf{(16.28)}$$

ამ ფუნქციის თვისებების განხილვა მარტივია, თუ განვიხილავთ რამდენიმე მაგალითს. თუ $\delta = 0.5$ და $k = -1$, შრომის მიწოდების ფუნქცია არის

$$l(m,n) = \frac{w^2 - n}{w + w^2} = \frac{1 - n/w^2}{1 + 1/w}. \qquad \textbf{(16.29)}$$

თუ $n = 0$, მაშინ ცხადია, $\partial l/\partial w > 0$. სარგებლიანობის ამ ფუნქციაში მოხმარებასა და დასვენებას შორის ჩანაცვლებადობის შედარებით მაღალი ხარისხიდან გამომდინარე, უფრო მაღალი ხელფასის ჩანაცვლების ეფექტი გადააჭარბებს შემოსავლის ეფექტს. მეორე მხრივ, თუ $\delta = -1$ და $k = 0.5$, მაშინ შრომის მიწოდების ფუნქციაა

$$l(w,n) = \frac{w^{0.5} - n}{w + w^{0.5}} = \frac{1 - n/w^{0.5}}{1 + w^{0.5}}. \qquad \textbf{(16.30)}$$

ახლა (როცა $n = 0$) $\partial l/\partial w < 0$; რადგანაც ჩანაცვლებადობის ხარისხი ნაკლებია სარგებლიანობის ფუნქციაში, შემოსავლის ეფექტი გადააჭარბებს ჩანაცვლების ეფექტს შრომის მიწოდებაში.[5]

შეკითხვა: რატომ არის დამოკიდებული არაშრომითი შემოსავლის ეფექტი *CES* შემთხვევაში მოხმარება/დასვენების ჩანაცვლებადობაზე სარგებლიანობის ფუნქციაში?

შრომის საბაზრო მიწოდების მრუდი

შეგვიძლია ავაგოთ შრომის საბაზრო მიწოდების მრუდი ინდივიდის შრომის მიწოდების გადაწყვეტილებებზე დაფუძნებით. შრომის მიწოდების მთლიანი საბაზრო რაოდენობის მისაღებად ერთმანეთს ვუმატებთ ყოველი სახელფასო განაკვეთისთვის თითოეული ინდივიდის მიერ შეთავაზებულ შრომის რაოდენობებს. ამ პროცედურის ერთი განსაკუთრებით საინტერესო ასპექტია ის, რომ თუ ხელფასი იზრდება, მაშინ მეტი ინდივიდი შეიძლება დაინტერესდეს ბაზარზე შესვლით. ნახაზი 16.2 ასახავს ამ შესაძლებლობის მარტივ შემთხვევას ორი ინდივიდისთვის. w_1-ზე დაბალი რეალური ხელფასის პირობებში, არცერთი ინდივიდი არ მოინდომებს მუშაობას. შედეგად, შრომის საბაზრო მიწოდების მრუდი (ნახაზი 16.2 გ) გვიჩვენებს, რომ არ ხდება შრომის მიწოდება w_1-ზე დაბალი რეალური ხელფასის პირობებში. w_1-ზე მაღალი ხელფასი ინვევს ინდივიდი 1-ის შესვლას შრომის ბაზარზე. თუმცა, w_2-ზე დაბალი ხელფასის პირობებში ინდივიდი 2 არ იმუშავებს. მხოლოდ w_2-ზე მაღალი ხელფასის პირობებში ორივე ინ-

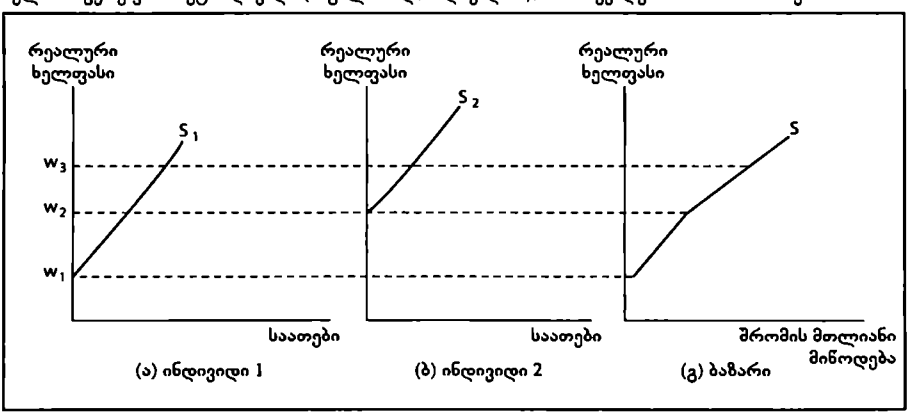
5 ქობ-დაგლასის შემთხვევაში ($\delta = 0$, $k = 0$) მუდმივი წილის შედეგი ($n = 0$-თვის) მოცემულია $l(w, n) = (w - n)/2w = 0.5 - n/2w$

დივიდი შევა შრომის ბაზარზე. ზოგადად, ბაზარზე ახალი მომუშავეების შესვლის შესაძლებლობა შრომის საბაზრო მიწოდებას ხდის უფრო მგრძნობიარეს სახელფასო განაკვეთის ცვლილებების მიმართ, ვიდრე იქნებოდა იმ შემთხვევაში, თუ მომუშავეთა რაოდენობა არ შეიცვლებოდა.

ყველაზე მნიშვნელოვანი მაგალითი მაღალი სახელფასო განაკვეთებისა, რომელიც ასტიმულირებს სამუშაო ძალის მიწოდებას, არის გათხოვილი ქალების სამუშაო ძალის ქცევა აშშ-ში მეორე მსოფლიო ომის შემდგომ პერიოდში. 1950 წლიდან მომუშავე გათხოვილი ქალების პროცენტული მაჩვენებელი გაიზარდა 32-დან 65-მდე; ამას ეკონომისტები, ნაწილობრივ მაინც, მიაწერენ გაზრდილ ხელფასებს, რომლის მიღებაც ქალებს შეუძლიათ.

ნახაზი 16.2 შრომის საბაზრო მიწოდების მრუდის აგება

თუ რეალური ხელფასი იზრდება, არსებობს ორი მიზეზი, რისთვისაც შეიძლება გაიზარდოს შრომის მიწოდება. პირველი, მაღალმა რეალურმა ხელფასმა შეიძლება გამოიწვიოს ის, რომ თითოეული ინდივიდი ბაზარზე იმუშავებს უფრო მეტი საათის განმავლობაში. მეორე, მაღალმა ხელფასებმა შეიძლება სტიმული მისცეს უფრო მეტ ინდივიდს (მაგალითად, ინდივიდი 2), რომ შევიდეს შრომის ბაზარზე.



შრომის ბაზრის წონასწორობა

წონასწორობა შრომის ბაზარზე მიიღწევა ინდივიდების შრომის მიწოდებასთან დაკავშირებული გადაწყვეტილებებისა და დასაქირავებელ მომუშავეთა რაოდენობის შესახებ ფირმების გადაწყვეტილებების ურთიერთქმედებით. პროცესი ასახულია ცნობილი მიწოდება–მოთხოვნის დიაგრამით ნახაზზე 16.3. w^* რეალურ სახელფასო განაკვეთზე ფირმების მიერ მოთხოვნილი შრომის რაოდენობა ზუსტად ემთხვევა ინდივიდების მიერ მიწოდებულ შრომის რაოდენობას. w^*-ზე მაღალი რეალური ხელფასი გამოიწვევდა წონასწორობის დარღვევას, სადაც შრომის მიწოდების რაოდენობა აღმოჩნდებოდა უფრო დიდი, ვიდრე შრომაზე არსებული მოთხოვნა. ასეთი ხელფასის პირობებში სახეზე იქნებოდა იძულებითი უმუშევრობა და შესაძლოა მას გამოეწვია რეალური ხელფასის შემცირება. ამის მსგავსად, w^*-ზე დაბალი რეალური ხელფასი გამოიწვევდა

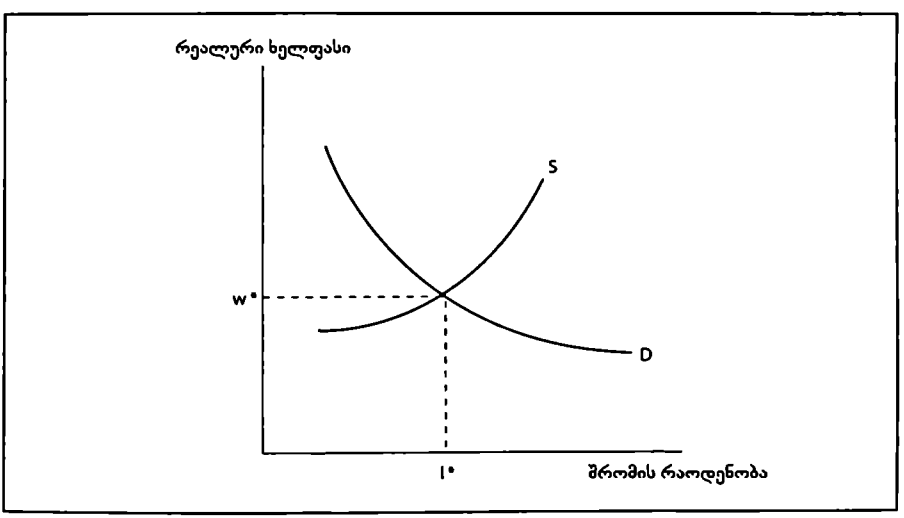
წონასწორობის დარღვევას, რადგან ფირმების მიერ მოთხოვნილი შრომითი რესურსი გადააჭარბებდა ბაზარზე არსებული შრომითი რესურსების რაოდენობას. მომუშავეთა მოსაზიდად ფირმები სავარაუდოდ გაზრდიდნენ მათ მიერ შეთავაზებულ ხელფასებს და წონასწორობაც აღდგებოდა.

შრომის ბაზარზე უწონასწორობის შესაძლო მიზეზები წარმოადგენს მაკროეკონომიკის მთავარ საკითხს, განსაკუთრებით ბიზნეს ციკლებთან კავშირში. საბაზრო ჩავარდნა, რომლის დროსაც არ ხერხდება წონასწორობის მიღწევა, ბრალდებოდა „მოუქნელ“ რეალურ ხელფასებს, ფასების დონის შესახებ მომუშავეების და ფირმების არაზუსტ მოლოდინებს, უმუშევრების დაზღვევის სამთავრობო პროგრამებს, შრომის ბაზრის რეგულირებას და მინიმალურ ხელფასებს და მომუშავეების გადაწყვეტილებებს დროებითი სამუშაოების შესახებ. ყველა ამ შესაძლებლობის მიკროეკონომიკურმა მოდელირებამ მნიშვნელოვანი როლი შეასრულა მაკროეკონომიკის თანამედროვე განვითარებაში. თუმცა, აქ არ გავყვებით ამ საკითხებს, რადგან ეს დაგვაშორებდა ამ წიგნის მთავარ მიზნებს.

შრომის ბაზრის წონასწორობის მოდელები, ასევე, შეიძლება გამოვიყენოთ სადასახადო და მარეგულირებელი პოლიტიკის ზოგიერთი საკითხის შესასწავლად. მაგალითად, თავში 12 ასახული გადასახადების განაწილების მოდელირება შეიძლება გამოგვადგეს საშემოსავლო გადასახადების შესასწავლად. ერთი საინტერესო შემთხვევა, რომელსაც ვაწყდებით შრომის ბაზრების შესწავლის დროს, არის ის, რომ ინტერვენციამ შეიძლება გადააადგილოს როგორც მოთხოვნის, ასევე მიწოდების ფუნქციები - შესაძლებლობა, რომელსაც განვიხილავთ მაგალითში 16.2.

ნახაზი 16.3 წონასწორობა შრომის ბაზარზე

*w** რეალური ხელფასი ქმნის წონასწორობას შრომის ბაზარზე *l** დასაქმების დონით.



ბოლო პერიოდში მიღებული კანონები დამქირავებლებს ავალდებულებს უზრუნველყონ ისეთი სპეციალური შეღავათები მათ მიერ დაქირავებული მომუშავეებისთვის, როგორებიცაა: ჯანმრთელობის დაზღვევა, არასამუშაო დროის ანაზღაურება ან მინიმალური ხელფასის პაკეტები. ასეთი კანონების გავლენა შრომის ბაზრის წონასწორობაზე მნიშვნელოვნად არის დამოკიდებული იმაზე, თუ როგორ აფასებენ მომუშავეები მისგან მიღებულ სარგებელს. დავუშვათ, რომ ასეთი რეგულაციების დანერგვამდე, შრომის მიწოდება და შრომაზე მოთხოვნა მოცემულია

$$l_s = a + bw,$$
$$l_d = c - dw. \qquad \textbf{(16.31)}$$

თუ $l_s = l_d$ მივიღებთ წონასწორულ ხელფასს

$$w^* = \frac{c-a}{b+d}. \qquad \textbf{(16.32)}$$

ახლა დავუშვათ, რომ სახელმწიფო კანონით ავალდებულებს ყველა ფირმას, უზრუნველყოს გარკვეული სარგებელი მათი მომუშავეებისთვის და ეს სარგებელი ღირს t, დაქირავებული შრომის ერთეულზე. შესაბამისად, ერთეული შრომის ღირებულება გაიზრდება $w + t$-მდე. დავუშვათ, ასევე, რომ მომუშავეებისთვის ამ სარგებელს აქვს ფულადი ღირებულება k, მიწოდებული შრომის ყოველ ერთეულზე. ამიტომ, წმინდა უკუგება მუშაობიდან იზრდება $w + k$-მდე. შრომის ბაზარზე წონასწორობისთვის საჭიროა, რომ

$$a + b(w + k) = c - d(w + t). \qquad \textbf{(16.33)}$$

მცირე გარდაქმნები ამ გამოსახულებაში გვიჩვენებს, რომ წმინდა ხელფასი მოცემულია

$$w^{**} = \frac{c-a}{b+d} - \frac{bk+dt}{b+d} = w^* - \frac{bk+dt}{b+d}. \qquad \textbf{(16.34)}$$

თუ მომუშავეები ვერ იღებენ ვერანაირ ღირებულებას დაწესებული სარგებლიდან (k=0), მაშინ ეს კანონი წააგავს საშემოსავლო გადასახადს. დასაქმებულები იხდიან გადასახადს, რომელიც მოცემულია თანაფარდობით $d/(b + d)$ და დაქირავებული შრომის წონასწორული რაოდენობა მცირდება. თვისებრივად იგივე შედეგები მიიღება როცა $k < t$. მეორე მხრივ, თუ მომუშავეები აფასებენ სარგებელს ზუსტად მისი დანახარჯის ტოლი სიდიდით ($k = t$), მაშინ ახალი ხელფასი ზუსტად ამ დანახარჯის ტოლი სიდიდით შემცირდება ($w^{**} = w^* - t$) და დასაქმების წონასწორული დონე არ იცვლება. ბოლოს, თუ მშრომელები აფასებენ სარგებელს იმაზე მეტად რაც ფირმას უღირს მისი მიწოდება

($k > t$ - სიტუაცია, როცა ვინმემ შეიძლება იფიქროს რატომ არ იყო აქამდე ეს სარგებელი უზრუნველყოფილი), მაშინ წონასწორული ხელფასი შემცირდება ამ სარგებლის დანახარჯზე მეტად და წონასწორული დასაქმება გაიზრდება.

შეკითხვა: როგორ გამოსახავთ გრაფიკულად ამ ანალიზს? დამოკიდებული იქნება თუ არა მიღებული დასკვნები მიწოდებისა და მოთხოვნის წრფივი ფუნქციების გამოყენებაზე?

ხელფასის ჯახრიაცია

ერთი საკითხი, რომელიც უნდა აღინიშნოს ნახაზზე 16.3 მოცემულ მიწოდება-მოთხოვნის დიაგრამასთან კავშირში, გულისხმობს იმას თუ როგორ შეუძლია განსხვავებებს მომუშავეებსა და სამუშაოებში მიგვიყვანოს შრომის ანაზღაურების დიფერენციასთან. ბოლო წლებში ხელფასის ასეთი ვარიაცია მნიშვნელოვნად გაიზარდა და მიწოდებისა და მოთხოვნის ბუნების განხილვას შეიძლება დიდი დრო დასჭირდეს მის ასახსნელად. ვიდრე გადავალთ შრომის ბაზრებზე არასრულყოფილი კონკურენციის უფრო ფართო განხილვაზე, მოკლედ მიმოვიხილავთ ორ ფაქტორს, რომლებიც მნიშვნელოვანია შრომის კონკურენტულ ბაზარზე.

ადამიანური კაპიტალი. ფირმის მოთხოვნა შრომაზე დამოკიდებულია ინდივიდის ზღვრულ მწარმოებლურობაზე, ამიტომ მწარმოებლურობებს შორის სხვაობამ მომუშავეებს შორის უნდა განაპირობოს განსხვავებული ხელფასები. მწარმოებლურობებს შორის ასეთი განსხვავების ყველაზე მნიშვნელოვანი წყარო შესაძლოა იყოს მომუშავეებში განსახიერებული ადამიანური კაპიტალი. ასეთი კაპიტალი გროვდება მომუშავის ცხოვრების განმავლობაში ფორმალური განათლების, უნარების შეძენის სხვა ფორმალური გზების (როგორიცაა პროფესიული ტრენინგები), სამუშაოზე მიღებული ტრენინგების და ზოგადი ცხოვრებისეული გამოცდილების გზით. ამ პროცესს ბევრი საერთო აქვს ფიზიკურ კაპიტალში ინვესტირების პროცესთან - საკითხთან, რომელსაც განვიხილავთ მომდევნო თავში. დასაქმებულები მათი ფულისა და დროის ინვესტირებას ახდენენ უნარების შეძენაში იმ იმედით, რომ ეს უნარები აანაზღაურებს მათ დანახარჯებს შრომის ბაზარზე. სავარაუდოდ, ამ ქმედებების განხორციელების გადაწყვეტილებების მიღების პროცესში, მომუშავეები ითვალისწინებენ უკუგების ნორმას, რომელსაც შეიძლება მოელოდნენ მათი ინვესტიციებიდან. ინვესტიციები განხორციელდება მხოლოდ იმ უნარებში, რისგანაც მაღალი უკუგება ივარაუდება. ცხადია, ადამიანურ კაპიტალში ინვესტირება განსხვავდება ფიზიკურ კაპიტალში ინვესტირებისგან. პირველ რიგში იმიტომ, რომ ადამიანური კაპიტალი, ერთხელ შეძენის შემდეგ, არ იკარგება. ეს გარკვეულწილად უფრო რისკიანს ხდის ინვესტიციებს ადამიანურ კაპიტალში ლიკვიდურ ინვესტიციებთან შედარებით და შედეგად, უკუგების ნორმები შეიძლება უფრო მაღალი

იყოს.[6] რადგან ადამიანური კაპიტალი უფრო ღირებულია და ზრდის მომუშავის მწარმოებლურობას, მოსალოდნელია, რომ მას ცალსახად დადებთი ეფექტი ექნება რეალურ ხელფასზე.

კომპენსირებული განსხვავებები. ცხადია, ადამიანები უპირატესობას ანჭებენ გარკვეული სახის სამუშაოებს. ფაქტორებმა, როგორებიცაა სასიამოვნო სამუშაო გარემო, მოქნილი სამუშაო საათები ან ადვილად მისასვლელი სამუშაო ადგილი, შესაძლოა ინდივიდს სურვილი გაუჩინოს დათანხმდეს სამუშაოს, სადაც სხვასთან შედარებით ნაკლები ანაზღაურება ექნება. მიწოდების ეს ეფექტი აისახება დაბალ ხელფასებში ასეთი სამუშაოებისთვის. ამის საპირისპიროდ, სამსახურები, რომლებიც არ არის სასიამოვნო ან დაკავშირებულია რისკთან, უნდა თავაზობდნენ მაღალ ანაზღაურებას, რათა მიმზიდველნი იყვნენ მომუშავეებისთვის (იხილეთ ამოცანა 16.3). მიწოდებით გამოწვეულ ასეთ განსხვავებებს ხელფასებში უწოდებენ „კომპენსირებულ განსხვავებებს", რადგან ისინი კომპენსირებას უკეთებენ სამსახურის იმ თავისებურებებს, რომელსაც მომუშავე აფასებს. მაშასადამე, ასეთი ხასიათის ვარიაცია ნაწილობრივ ხსნის ვარიაციას ხელფასებში.

მონოფსონია შრომის ბაზარზე

ბევრ შემთხვევაში ფირმები არ არიან იმ საწარმოო ფაქტორების ფასის მიმღებნი, რომელსაც ყიდულობენ. მაგალითად, შრომის მიწოდების მრუდი ფირმისთვის არ არის უსასრულოდ ელასტიკური არსებულ სახელფასო განაკვეთზე. ფირმას ზოგჯერ შეიძლება ჭირდებოდეს არსებულზე მაღალი ხელფასის შეთავაზება უფრო მეტი მომუშავის მოსაზიდად. ასეთი სიტუაციების შესასწავლად ყველაზე მოსახერხებელია განვიხილოთ მონოფსონიის უკიდურესი შემთხვევა (მხოლოდ ერთი მყიდველი) შრომის ბაზარზე. თუ არსებობს მხოლოდ ერთი მყიდველი შრომის ბაზარზე, მაშინ ამ ფირმის წინაშეა მთლიანი საბაზრო მიწოდების მრუდი. დაქირავებული შრომის ერთი ერთეულით გასაზრდელად, ის უნდა გადაადგილდეს მიწოდების მრუდის უფრო მაღლა მდებარე წერტილზე. ეს გულისხმობს არა მარტო უფრო მაღალი ხელფასის გადახდას „ზღვრული მომუშავისთვის", არამედ დამატებით ხელფასებსაც უკვე დაქირავებული მომუშავეებისთვის. მაშასადამე, შრომის დამატებითი ერთეულის დაქირავების ზღვრული დანახარჯები (ME_l), გადააჭარბებს მის სახელფასო განაკვეთს. მათემატიკურად ეს შედეგი შემდეგნაირად შეიძლება ვაჩვენოთ. ფირმისთვის მთლიანი დანახარჯი შრომაზე არის wl. ამრიგად, ცვლილებები ამ დანახარჯებში, რომელიც გამოწვეულია დამატებითი მომუშავის დაქირავებით, ტოლია

6 პირველი ნაშრომებისთვის ადამიანის კაპიტალის თეორიაში იხილეთ: Gary Becker, *Human Capital: A Theoretical and Empirical Analysis with Special Reference to Education* (New York: National Bureau of Economic Research, 1964).

$$ME_l = \frac{\partial wl}{\partial l} = w + l\frac{\partial w}{\partial l}. \quad \textbf{(16.35)}$$

კონკურენტულ შემთხვევაში $\partial w/\partial l = 0$ და დამატებითი მომუშავის დაქირავების ზღვრული დანახარჯი არის საბაზრო ხელფასი w. თუმცა, თუ ფირმის წინაშეა აღმავალი შრომის მიწოდების მრუდი, მაშინ $\partial w/\partial l > 0$ და ზღვრული დანახარჯი აჭარბებს ხელფასს. ეს იდეები შეჯამებულია ქვემოთ მოყვანილ განსაზღვრებაში.

საწარმოო ფაქტორის ზღვრული დანახარჯი. ნებისმიერ საწარმოო ფაქტორთან დაკავშირებული ზღვრული დანახარჯი (ME) არის მთლიანი დანახარჯის ნაზრდი საწარმოო ფაქტორებზე, რომელიც გამოწვეულია დამატებითი ერთეულის დაქირავებით. თუ ფირმის წინაშეა საწარმოო ფაქტორის მიწოდების აღმავალი მრუდი, ზღვრული დანახარჯი გადააჭარბებს საწარმოო ფაქტორის საბაზრო ფასს.

განსაზღვრება

მოგების მაქსიმიზაციაზე ორიენტირებული ფირმა გააგრძელებს საწარმოო ფაქტორების დაქირავებას მანამ, სანამ ზღვრული პროდუქტის ამონაგები არ გაუტოლდება ზღვრულ დანახარჯს. ეს შედეგი არის ჩვენს მიერ განხილული ზღვრული არჩევანის განზოგადება შრომის ბაზარზე მონოფსონიური ძალაუფლების შესასწავლად. ნებისმიერი გადახვევა ასეთი არჩევნიდან გამოიწვევს ფირმის მოგების შემცირებას. მაგალითად, თუ $MRP_l > ME_l$, ფირმამ უნდა დაიქირაოს მეტი თანამშრომელი, რადგან ასეთი ქმედება უფრო მეტად გაზრდის შემოსავლებს, ვიდრე დანახარჯებს. ამის საპირისპიროდ, თუ $MRP_l < ME_l$, დაქირავებულთა რაოდენობა უნდა შემცირდეს, რადგან ეს დანახარჯებს უფრო სწარაფად შეამცირებს, ვიდრე შემოსავლებს.

გრაფიკული ანალიზი

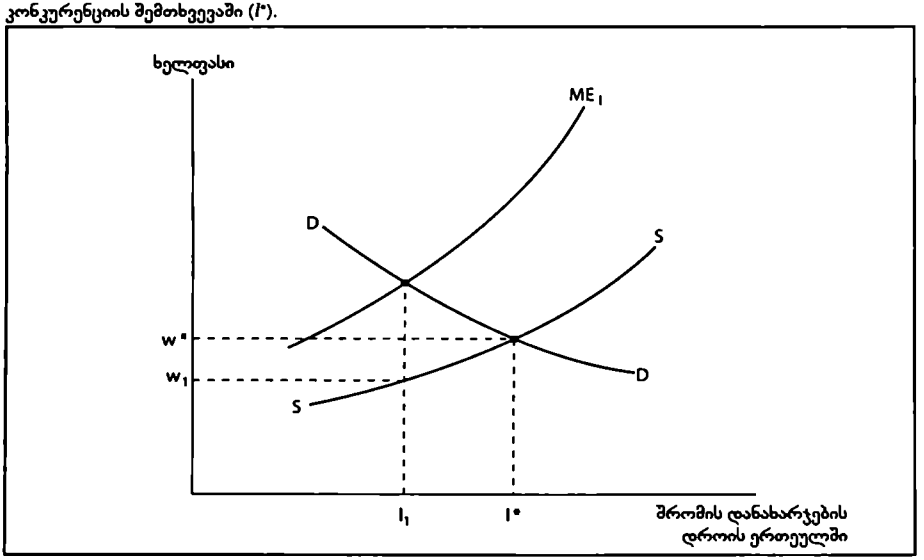
შრომის დაქირავებასთან დაკავშირებული მონოფსონისტის არჩევანი ასახულია ნახაზზე 16.4. შრომაზე ფირმის მოთხოვნის მრუდის (D) დახრილობა უარყოფითია, რისი აუცილებლობაც უკვე ვაჩვენეთ.[7] აქვე აგებულია შრომის მიწოდების (S) მრუდთან დაკავშირებული ME_l მრუდი, რომელიც აგებულია უმეტესად იმავე გზით, რა გზითაც მოთხოვნის მრუდთან დაკავშირებული ზღვრული ამონაგების მრუდის აგებაა შესაძლებელი. რადგან S აღმავალია (ზრდადია), ME_l მრუდი მდებარეობს ნებისმიერ ადგილას S-ს ზემოთ. მონოფსონისტის მოგების მაქსიმიზაციისთვის საჭირო შრომის რაოდენობა მოცემულია l_1-ით. საწარმოო ფაქტორის ამ რაოდენობისთვის ნარჩუნდება

7 ნახაზი 16.4 შექმნილია პედაგოგიური მიზნებისთვის და არ შეიძლება მისი მკაცრად დაცვა. კერძოდ, D მრუდი, თუმცა ივარაუდება, რომ ასახავს შრომაზე „მოთხოვნის“ (ან შრომის ზღვრული პროდუქტის ამონაგების) მრუდს. არ გააჩნია ზუსტი მნიშვნელობა შრომის მონოფსონისტი მყიდველისთვის, რადგან არ შეგვიძლია ავაგოთ ეს მრუდი უკვლელი სახელფასო განაკვეთის მქონე ფირმისთვის. ამის ნაცვლად, ფირმა განიხილავს მთლიანი მიწოდების S მრუდს და იყენებს დამხმარე ME_l მრუდს იმისათვის, რომ შეარჩიოს ყველაზე უფრო სასურველი ნერტილი S-ზე. უფრო მკაცრი შეფასებით, არ არსებობს ის, რასაც მონოფსონისტის მოთხოვნის მრუდი ქვია. ეს არის მონოპოლიის შემთხვევის ანალოგი, რომლის შემთხვევაშიც ვერ ვისაუბრებთ მონოპოლისტის „მიწოდების მრუდზე“.

მოგების მაქსიმიზაციის პირობა. l_1-ის პირობებში სახელფასო განაკვეთი ბაზარზე მოცემულია w_1-ით. შევნიშნოთ, რომ შრომის მოთხოვნილი რაოდენობა მცირდება იმ რაოდენობასთან შედარებით, რაც დაქირავებული იქნებოდა სრულყოფილი კონკურენციის შრომის ბაზარზე (l^*). ბაზარზე მისი მონოფსონიური პოზიციიდან გამომდინარე, ფირმამ შეზღუდა მოთხოვნა საწარმოო ფაქტორზე.

ნახაზი 16.4 ფასწარმოქმნა მონოფსონიურ შრომის ბაზარზე

თუ ფირმის წინაშეა შრომის მიწოდების აღმავალი მრუდი (S). ის საკუთარ გადაწყვეტილებებს დააფუძნებს დამატებითი თანამშრომლის დაქირავების ზღვრულ დანახარჯზე (ME_l). რადგან S-ის დახრილობა დადებითია, ME_l მრუდი მდებარეობს S-ის მაღლა. S მრუდი შეიძლება განვიხილოთ როგორც „შრომის საშუალო დანახარჯის მრუდი" და ME_l მრუდი არის ზღვრული S-ის მიმართ. l_1-ზე, წონასწორობის პირობა $ME_l = MRP_l$ ნარჩუნდება და ეს რაოდენობა იქნება დაქირავებული w_1 ხელფასის საბაზრო განაკვეთის პირობებში. შევნიშნოთ, რომ მონოფსონისტი ქირაობს უფრო ნაკლებ შრომას, ვიდრე სრულყოფილი კონკურენციის შემთხვევაში (l^*).



ფორმალური მსგავსებები ამ ანალიზსა და თავში 14 წარმოდგენილ მონოპოლიის ანალიზს შორის ცხადი უნდა იყოს. კერძოდ, მონოფსონისტის „მოთხოვნის მრუდი" შედგება ერთი წერტილისაგან, რომელიც მოცემულია l_1, w_1-ით. მონოფსონისტი ირჩევს ამ წერტილს, როგორც ყველაზე სასურველს S მიწოდების მრუდზე არსებული წერტილებიდან. განსხვავებული წერტილი არ იქნება შერჩეული, თუ რაიმე გარე ფაქტორის ცვლილება (როგორიცაა ცვლილება ფირმის პროდუქტზე მოთხოვნაში ან ცვლილება ტექნოლოგიაში) არ იმოქმედებს შრომის ზღვრული პროდუქტის ამონაგებზე.

ამ ცნებების მარტივ კონტექსტში წარმოსადგენად, დავუშვათ, რომ ნახშირის საბადოს მუშებს შეუძლიათ ამოიღონ საათში ორი ტონა ნახშირი და ერთი ტონა ნახშირი იყიდება $10-ად. მაშასადამე, მეშახტის შრომის ზღვრული პროდუქტის ამონაგები არის საათში $20. თუ ნახშირის საბადო არის მეშახტეების ერთადერთი დამქირავებელი გარკვეულ ტერიტორიაზე და მის წინაშეა შემდეგი ფორმის მიწოდების მრუდი

$$l = 50w, \tag{16.36}$$

მაშინ ამ ფირმამ უნდა აღიაროს, რომ მისი გადაწყვეტილებები შრომის დაქირავებასთან დაკავშირებით ზემოქმედებს ხელფასზე. თუ მთლიან სახელფასო ფონდს გამოვსახავთ როგორც l-ის ფუნქციას,

$$wl = \frac{l^2}{50}, \tag{16.37}$$

ნახშირის საბადოს მმართველს (შესაძლოა მხოლოდ არაპირდაპირ) შეუძლია გაიანგარიშოს მეშახტეების დაქირავებასთან დაკავშირებული ზღვრული დანახარჯი:

$$ME_l = \frac{\partial wl}{\partial l} = \frac{l}{25}. \tag{16.38}$$

თუ აღნიშნულს გავუტოლებთ $20-ს, მეშახტის შრომის ზღვრული პროდუქტის ამონაგებს, გამოდის, რომ საბადოს მმართველმა უნდა დაიქირაოს საათში 500 მეშახტე. დასაქმების ამ დონეზე ხელფასი საათში იქნება $10 - მეშახტის შრომის ზღვრული პროდუქტის ამონაგების მხოლოდ ნახევარი. თუ საბადოს მმართველი იძულებულია საბაზრო კონკურენციის გამო გადაიხადოს საათში $20 დაქირავებულ მეშახტეთა რაოდენობის მიუხედავად, მაშინ საბაზრო წონასწორობა დამყარდება l = 1000-ზე, მონოფსონიის პირობებში დაქირავებული 500-ის ნაცვლად.

შეკითხვა: დავუშვათ, რომ ნახშირის ფასი იზრდება $15-მდე ტონაზე. როგორ იმოქმედებს ეს მონოფსონისტის მიერ შრომის დაქირავებაზე და მეშახტეების ხელფასებზე? სრულად ისარგებლებენ თუ არა მეშახტეები მათი MRP-ის ზრდით?

მშრომელთა ბაერთიანებები

ზოგჯერ მომუშავეები თვლიან, რომ შეუძლიათ უპირატესობის მიღება მშრომელთა კავშირში გაერთიანების გზით და მათი მიზნები უფრო ეფექტიანად მიიღწევა საერთო

ძალისხმევით. გაერთიანების წევრობა სრულიად ნებაყოფლობითი რომ იყოს ჩავთვლიდით, რომ გაერთიანების თითოეული წევრი იღებს სარგებელს წევრობისგან. თუმცა, სავალდებულო წევრობა („დახურული მაღაზია") ხშირად გამოიყენება გაერთიანების სიცოცხლისუნარიანობის შესანარჩუნებლად. თუ ყველა მომუშავე თავისით გადაწყვეტს გახდეს თუ არა გაერთიანების წევრი, მათი რაციონალური გადაწყვეტილება შესაძლოა იყოს გაერთიანების წევრობაზე უარის თქმა, რითაც აირიდებს საწევროს გადახდას და გარკვეულ შეზღუდვებს. თუმცა, ისინი მიიღებდნენ სარგებელს უფრო მაღალი ხელფასებიდან და უკეთესი სამუშაო პირობებიდან, რომელსაც მოიპოვებს მშრომელთა გაერთიანება. ის, რაც შეიძლება რაციონალური იყოს ინდივიდუალური მომუშავის თვალსაზრისით, შეიძლება ირაციონალური გამოდგეს ჯგუფის თვალსაზრისით, რადგან გაერთიანებაში არსებობს „უბილეთო მგზავრის" საფრთხე. მაშასადამე, სავალდებულო წევრობა შეიძლება საჭიროა გაერთიანების, როგორც ეფექტიანი შუამავლის შენარჩუნებისთვის.

გაერთიანების მიზნები

გაერთიანების ქცევის ანალიზის დაწყება კარგი იქნება გაერთიანების მიზნების აღწერით. პირველი შესაძლო დაშვება არის ის, რომ გაერთიანების მიზნები გარკვეული აზრით არის მისი წევრების მიზნების ადეკვატური გამოხატულება. ეს დაშვება თავიდან აგვაცილებს ლიდერობის პრობლემას და უგულვებელყოფს იმ ლიდერების პირად მისწრაფებებს, რომლებიც შესაძლოა, კონფლიქტში იყოს გაერთიანების რიგითი წევრების მიზნებთან. მაშასადამე, ჩავთვლით, რომ ლიდერები გამოხატავენ წევრების სურვილებს.[8]

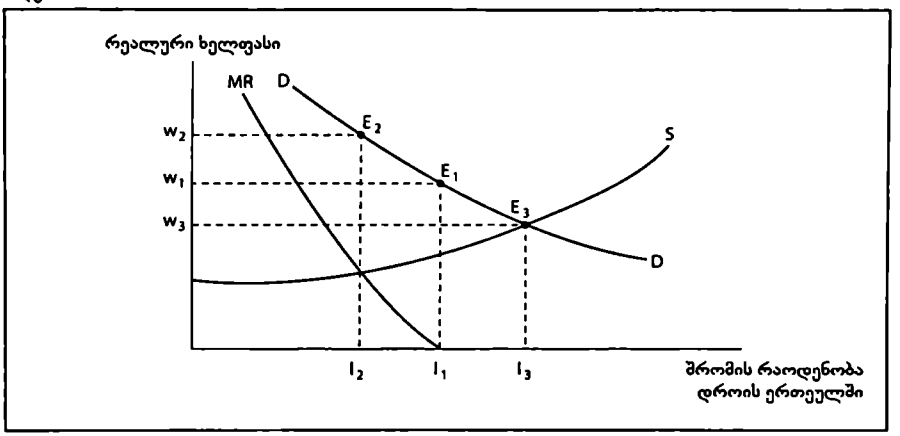
გარკვეული ასპექტით გაერთიანებების ანალიზი შეიძლება ჩატარდეს ისევე, როგორც მონოპოლიური ფირმებისა. გაერთიანების წინაშეა შრომაზე მოთხოვნის მრუდი; რადგან ის არის მიწოდების ერთადერთი წყარო, მას შეუძლია აირჩიოს ამ მრუდის რომელ წერტილზე იმუშაოს.

ცხადია, წერტილი, რომელსაც აირჩევს გაერთიანება დამოკიდებული იქნება მის კონკრეტულ მიზნებზე. ნახაზზე 16.5 ნაჩვენებია სამი შესაძლო არჩევანი. მაგალითად, გაერთიანებამ შეიძლება აირჩიოს, შრომის ისეთი რაოდენობის შეთავაზება, რომელიც უზრუნველყოფს მთლიანი სახელფასო ფონდის ($w \times l$) მაქსიმიზაციას. ამ შემთხვევაში, ის შეთავაზებს ისეთ რაოდენობას, რომლისთვისაც ზღვრული ამონაგები შრომაზე მოთხოვნიდან 0-ის ტოლია. ნახაზზე 16.5 ეს რაოდენობა მოცემულია l_1-ით და სახელფასო განაკვეთი ამ რაოდენობისთვის არის w_1. მაშასადამე, E_1 წერტილი არის რაოდენობისა და ხელფასის უპირატესი კომბინაცია. შევნიშნოთ, რომ w_1 ხელფასის პირო-

8 მონოფსონიის პირობებში შესაძლოა ადგილი ქონდეს საფასო დისკრიმინაციას ყველა იმ ფორმით, რაც აღწერილია მონოპოლიისთვის თავში 14. მონოპოლიისა და მონოფსონიის შემთხვევებში წარმოების ფაქტორზე მოთხოვნის შედარებითი სტატიკური ანალიზის დეტალური განხილვა იხილეთ W. E. Diewert, "Duality Approaches to Microeconomic Theory," in K. J. Arrow and M. D. Intriligator, Eds., Handbook of Mathematical Economics (Amsterdam: North-Holland, 1982), vol. 2, pp. 584–90.

ნახაზი 16.5 სამი პოტენციური წერტილი შრომაზე მოთხოვნის მრუდზე, რომელიც მონოპოლიურმა გაერთიანებამ შეიძლება აირჩიოს

გაერთიანებას აქვს მონოპოლია შრომის მიწოდებაში, ამიტომ მას შეუძლია აირჩიოს მისთვის ყველაზე უფრო სასურველი წერტილი შრომაზე მოთხოვნის მრუდზე. ნახაზზე ნაჩვენებია სამი ასეთი წერტილი. E_1 წერტილზე მაქსიმალურია მთლიანი გადახდილი ხელფასი ($w \times l$); E_2-ზე მაქსიმალურია ეკონომიკური რენტა, რომელსაც მომუშავეები იღებენ; ხოლო E_3-ზე მაქსიმალურია შრომის მიწოდების მთლიანი რაოდენობა.



ბებში შესაძლოა ადგილი ჰქონდეს შრომის ჭარბ მიწოდებას და გაერთიანებამ როგორმე უნდა გაანაწილოს არსებული სამუშაოები მსურველებზე.

გაერთიანების კიდევ ერთი შესაძლო მიზანი შეიძლება იყოს შრომის იმ რაოდენობის არჩევა, რომელიც გამოიწვევს მთლიანი ეკონომიკური რენტის (ანუ ხელფასებს გამოკლებული ალტერნატიული დანახარჯები) მაქსიმიზაციას, რომელსაც იღებენ დაქირავებულები. ამ შემთხვევაში საჭირო ხდება შრომის იმ რაოდენობის შერჩევა, რომლისთვისაც გაერთიანების დამატებითი წევრის დაქირავებიდან მიღებული დამატებითი მთლიანი ხელფასები (ზღვრული ამონაგები) ტოლია ამ წევრის ბაზარზე შესვლის დამატებითი დანახარჯის. მაშასადამე, გაერთიანებამ უნდა აირჩიოს ის რაოდენობა, l_2, რომელზეც ზღვრული ამონაგების მრუდი კვეთს მიწოდების მრუდს.[9] ამ რაოდენობასთან დაკავშირებული სახელფასო განაკვეთია w_2 და ხელფასისა და შრომის რაოდენობის სასურველი კომბინაცია ნახაზზე ასახულია E_2-ით. w_2 ხელფასის პირობებში ბევრი ინდივიდი, რომელსაც სურს მუშაობა არსებულ ხელფასზე, რჩება უმუშევარი. შესაძლოა, გაერთიანებამ „დაბეგროს" ეკონომიკური რენტა, რომელიც გამომუშავებულია მათ მიერ ვინც მუშაობს, რათა შემოსავალი გადანაწილდეს მათზე, ვინც არ მუშაობს.

9 ბევრი უახლესი ანალიზი უკავშირდება იმის კვლევას, აქვს თუ არა გაერთიანების „პოტენციურ" წევრს ხმის უფლება გაერთიანების მიზნების დასახვის პროცესში და როგორ შეიძლება იმოქმედოს გაერთიანების მიზნებმა იმ მომუშავეების სურვილებზე, რომელთაც მუშაობის განსხვავებული სტატუი გააჩნიათ.

მესამე შესაძლებლობა გაერთიანებისთვის იქნება მისი წევრების დასაქმების მაქსიმიზაცია. ეს გულისხმობს w_3, l_3 წერტილის არჩევას, რაც არის ზუსტად ის წერტილი, რაც მიიღებოდა სრულყოფილი კონკურენციის ბაზრის პირობებში. ვერ იარსებებდა l_3-ზე მაღალი დასაქმება, რადგან შრომის რაოდენობა, რომელსაც გაერთიანების წევრები მიაწოდებენ, შემცირდებოდა w_3-ზე ნაკლები ხელფასის შემთხვევაში.

მაგალითი 16.4 გაერთიანების სტრუქტურა

მაგალითში 16.3 განვიხილეთ მეშახტეების მონოფსონისტი დამქირავებელი, რომლის წინაშეც იყო მიწოდების მრუდი

$$l - 50w \tag{16.39}$$

მონოფსონისტის საბაზრო ძალაუფლების დასაძლევად გაერთიანების შესაძლებლობის შესწავლისთვის დავუშვათ (მაგალითის 16.3 საპირისპიროდ), რომ მონოფსონისტს აქვს შრომის ზღვრული პროდუქტის ამონაგების დაღმავალი მრუდი

$$MRP = 70 - 0.1l \tag{16.40}$$

ადვილია იმის ჩვენება, რომ ეფექტიანი გაერთიანების არარსებობის შემთხვევაში მონოფსონისტი აირჩევს ხელფასისა და დაქირავებული შრომის რაოდენობის ისეთივე კომბინაციას, როგორსაც ირჩევს მაგალითში 16.3: დაიქირავებს 500 მეშახტეს საათში $10-ად.

თუ გაერთიანება შეძლებს კონტროლი დააწესოს საბადოს მფლობელისთვის შრომის მიწოდებაზე, მაშინ რამდენიმე სხვა არჩევანი იქნება შესაძლებელი. მაგალითად, გაერთიანებამ შესაძლოა მიმართოს კონკურენტულ გადაწყვეტილებას. კონტრაქტი პირობებით $l = 583$, $w = 11.66$ გაათანაბრებდა მიწოდებასა და მოთხოვნას. გარდა ამისა, გაერთიანებამ შეიძლება იმოქმედოს როგორც მონოპოლისტმა, რომლის წინაშეა განტოლებით 16.40 მოცემული მოთხოვნის მრუდი. მას შეუძლია გაიანგარიშოს ერთი დამატებითი მომუშავის შრომის მიწოდების ზღვრული სიდიდე როგორც

$$\frac{d(l \times MRP)}{dl} = 70 - 0.2l. \tag{16.41}$$

ამ ზღვრული ამონაგების და შრომის მიწოდების მრუდის (რომელიც ასახავს შრომის მიწოდებაზე მომუშავეების გადაწყვეტილების „ზღვრულ ალტერნატიულ დანახარჯს") გადაკვეთა იძლევა მაქსიმალურ რენტას გაერთიანების წევრი მომუშავეებისთვის:

$$\frac{l}{50} = 70 - 0.2l \tag{16.42}$$

ან

$$3500 = 11l \tag{16.43}$$

მაშასადამე, ამ გაანგარიშებით შეიძლება მივიღოთ კონტრაქტი, პირობებით $l = 318$ და $38.20-ის ტოლი ხელფასი ($MRP$). ის ფაქტი, რომ როგორც კონკურენტული, ასევე გაერთიანების მონოპოლიური მიწოდების კონტრაქტების პირობები მნიშვნელოვნად განსხვავდება მონოფსონისტისთვის უპირატესი კონტრაქტის პირობებისგან, აჩვენებს, რომ საბოლოო შედეგი განისაზღვრება ორმხრივი შეთანხმებით. ასევე, შევნიშნოთ, რომ ხელფასები მნიშვნელოვნად განსხვავდება, გამომდინარე იქიდან, თუ ვის მხარესაა საბაზრო ძალაუფლება.

შეკითხვა: ამ მაგალითში აღწერილი სამი სახელფასო კონტრაქტიდან რომელი (ასეთის არსებობის შემთხვევაში) შეიძლება წარმოადგენდეს ნეშის წონასწორობას?

დანართი 16A გაერთიანების გადაწყვეტილებები

თამაშთა თეორია შეიძლება გამოვიყენოთ გაერთიანების/პროფკავშირის შესახებ შეხედულებების ჩამოყალიბებისთვის. მარტივი ილუსტრაციისთვის დავუშვათ, რომ გაერთიანება და ფირმა ჩაბმულნი არიან ორეტაპიან თამაშში. პირველ ეტაპზე, გაერთიანება აწესებს სახელფასო განაკვეთს, რომელსაც მისი წევრები დათანხმდებიან. ამ ხელფასის პირობებში ფირმა შეარჩევს დასაქმებულთა რაოდენობას. ეს ორეტაპიანი თამაში შეიძლება ამოიხსნას უკუ ინდუქციით. გაერთიანების მიერ განსაზღვრული w ხელფასის პირობებში ფირმის მეორე ეტაპის ამოცანა არის

$$\pi = R(l) - wl \qquad \textbf{(16.44)}$$

მაქსიმიზაცია, სადაც R არის ფირმის მთლიანი ამონაგების ფუნქცია, გამოსახული როგორც დასაქმების ფუნქცია. მოცემულ შემთხვევაში (ვუშვებთ, რომ ხელფასი უცვლელია) პირველი რიგის პირობა მაქსიმუმისთვის ცნობილია

$$R'(l) = w \qquad \textbf{(16.45)}$$

თუ დავუშვებთ, რომ l^* ხსნის განტოლებას 16.45, გაერთიანების მიზანია აირჩიოს w სარგებლიანობის მაქსიმიზაციისათვის

$$U(w, l) = U[w, l^*(w)] \qquad \textbf{(16.46)}$$

და პირველი რიგის პირობა მაქსიმუმისთვის არის

$$U_1 + U_2 l' = 0 \qquad \textbf{(16.47)}$$

ან

$$U_1 / U_2 = - l' \qquad \textbf{(16.48)}$$

(გაგრძელება)

გაერთიანებამ უნდა აირჩიოს w ისე, რომ მისი MRS იყოს ფირმის შრომაზე მოთხოვნის ფუნქციის დახრილობის აბსოლუტური მნიშვნელობის ტოლი. w^*, l^* კომბინაცია, რომელიც გამომდინარეობს ამ თამაშიდან, აშკარად არის ნეშის წონასწორობა.

შრომის კონტრაქტის ეფექტიანობა. w^*, l^* შრომის კონტრაქტი არის პარეტო-არაეფექტიანი. შევნიშნოთ, რომ განტოლება 16.48 გულისხმობს, რომ მცირე გადაადგილებებს ფირმის შრომაზე მოთხოვნის მრუდის (l) გასწვრივ მოაქვს თანაბარი კეთილდღეობა გაერთიანებისთვის. მაგრამ, კონვერტის თეორემა გულისხმობს, რომ w-ს შემცირებამ უნდა გაზარდოს ფირმის მოგება. შესაბამისად, უნდა არსებობდეს კონტრაქტი w^p, l^p (სადაც, $w^p < w^*$ და $l^p > l^*$), რომლითაც უმჯობესდება როგორც ფირმის, ასევე გაერთიანების კეთილდღეობა.

შრომის კონტრაქტის არაეფექტიანობა ამ ორეტაპიან თამაშში არის ზოგიერთი განმეორებადი ნეშის წონასწორობის არაეფექტიანობის მსგავსი, რომელიც ვისწავლეთ თავში 15, ეს გვიჩვენებს, რომ კონტრაქტთან დაკავშირებული მოლაპარაკებების განმეორებითი რაუნდებიდან გამომდინარე, შესაძლოა განვითარდეს სტრატეგიები, რომლებიც ჩამოაყალიბებს ქვე-თამაშის სრულყოფილ წონასწორობას და შეინარჩუნებს პარეტო-უპირატეს შედეგებს. მარტივი მაგალითისთვის იხილეთ ამოცანა 16.10.

შეკითხვა: დავუშვათ, რომ ფირმის მთლიანი შემოსავლის ფუნქცია განსხვავდება გამომდინარე იქიდან ეკონომიკა იმყოფება ზრდის თუ რეცესიის პროცესში. რა სახის შრომითი კონტრაქტები შეიძლება იყოს პარეტო ოპტიმალური?

შეჯამება

ამ თავში განვიხილეთ ზოგიერთი მოდელი, რომელიც შეეხება ფასწარმოქმნას შრომის ბაზარზე. რადგანაც შრომაზე მოთხოვნას უკვე განვიხილავდით, როგორც მიღებულს თავში 11 მოყვანილი მოგების მაქსიმიზაციის ჰიპოთეზიდან, ამ თავში მოცემული მასალის უმეტესი ნაწილი ფოკუსირდება შრომის მიწოდებაზე. ჩვენი მთავარი მიგნებები იყო შემდეგი:

- მოგების მაქსიმიზაციისთვის ინდივიდი აირჩევს შრომის მიწოდებას იმ რაოდენობით, რომელზეც მისი დასვენების ჩანაცვლების ზღვრული ნორმა მოხმარებისათვის რეალური სახელფასო განაკვეთის ტოლია.
- რეალური ხელფასის ზრდა წარმოქმნის ჩანაცვლების და შემოსავლის ეფექტებს, რომლებიც ურთიერთსაწინააღმდეგო მიმართულებებით ზემოქმედებენ შრომის მიწოდების რაოდენობაზე. ეს შედეგები შეიძლება შეჯამდეს სლუცკის ტიპის განტოლებით, რომლის მსგავსიც უკვე მიღებული გვაქვს მომხმარებლის თეორიაში.
- კონკურენტული შრომის ბაზარი დააწესებს წონასწორულ რეალურ ხელფასს, რომელზეც შრომის მიწოდების რაოდენობა ინდივიდების მიერ ფირმების მიერ მოთხოვნილი შრომის რაოდენობის ტოლია.
- მონოფსონიური ძალაუფლება შრომის ბაზარზე მოთხოვნის მხრიდან შეამცირებს როგორც დაქირავებული შრომის რაოდენობას, ასევე, რეალურ ხელფასს. როგორც მონოპოლიის შემთხვევაში, მოცემულ შემთხვევაშიც იქნება კეთილდღეობის დანაკარგი.
- შრომითი გაერთიანებები შეიძლება განვიხილოთ, როგორც შრომის მონოპოლისტი მიმწოდებლები. შრომის ბაზრის წონასწორობის ბუნება გაერთიანებების არსებობის პირობებში მნიშვნელოვნად იქნება დამოკიდებული გაერთიანების მიერ დასახულ მიზნებზე.

ამოცანები

16.1

დავუშვათ, წელიწადში არის 8000 საათი (რეალურად 8760-ია) და ინდივიდის პოტენციური საბაზრო ხელფასია საათში $5.

ა. როგორია ინდივიდის მთლიანი შემოსავალი? თუ ის გადაწყვეტს, რომ თავისი შემოსავლის 75 პროცენტი დაუთმოს დასვენებას, რამდენი საათი იქნება ნამუშევარი?

ბ. წარმოვიდგინოთ, რომ მდიდარი ბიძა გარდაიცვლება და პიროვნებას უტოვებს წლიურად $4000 შემოსავალს. თუ ეს პიროვნება თავისი მთლიანი შემოსავლის 75 პროცენტს კვლავაც დაუთმობს დასვენებას, რამდენი საათი იქნება ნამუშევარი?

გ. როგორ უპასუხებდით შეკითხვის (ბ) ნაწილს თუ საბაზრო ხელფასი საათში იქნებოდა $10 ნაცვლად $5-ისა?

დ. ააგეთ ინდივიდის შრომის მიწოდების მრუდი შეკითხვების (ბ) და (გ) ნაწილებიდან გამომდინარე.

16.2

როგორც ამ თავში ვნახეთ, შრომის მიწოდების თეორიის შესახებ ცოდნის მიღება, ასევე, შესაძლებელია დანახარჯების მინიმიზაციის მიდგომით. დავუშვათ, რომ ინდივიდის სარგებლიანობის ფუნქცია მოხმარებისა და დასვენებისთვის იღებს ქობ-დაგლასის ფორმას $U(c, h) = c^a h^{1-a}$. მაშინ დანახარჯი-მინიმიზაციის ამოცანა არის მინიმიზება $c - w(24 - h)$, შემდეგი შეზღუდვის პირობებში: $U(c, h) = c^a h^{1-a} = \overline{U}$

ა. გამოიყენეთ ეს მიდგომა დანახარჯების ფუნქციის მისაღებად ამ ამოცანისთვის;

ბ. გამოიყენეთ კონვერტის თეორემა იმისათვის, რომ გააწარმოოთ კომპენსირებული მოთხოვნის ფუნქციები მოხმარებისა და დასვენებისთვის;

გ. გააწარმოეთ შრომის მიწოდების კომპენსირებული ფუნქცია. აჩვენეთ, რომ $\partial l^c / \partial w > 0$;

დ. შეუდარეთ კომპენსირებული შრომის მიწოდების ფუნქცია შეკითხვის (გ) ნაწილიდან არაკომპენსირებულ შრომის მიწოდების ფუნქციას მაგალითში 16.1 ($n = 0$). გამოიყენეთ სლუცკის განტოლება იმის საჩვენებლად, თუ რატომ კომპენსირდება ზუსტად რეალური ხელფასის ცვლილებით გამოწვეული შემოსავლის და ჩანაცვლების ეფექტები არაკომპენსირებულ ქობ-დაგლასის შრომის მიწოდების ფუნქციაში.

16.3

სოციალური პროგრამა მცირე შემოსავლის მქონე ადამიანებისთვის უზრუნველყოფს ოჯახს $6000-ის ტოლი საბაზისო წლიური გრანტით. ეს გრანტი მცირდება $0.75-ით ოჯახის სხვა შემოსავლის $1-ით გაზრდის შემთხვევაში.

ა. რა სარგებელს მიიღებს ოჯახი სოციალური პროგრამიდან, თუ მას არ გააჩნია სხვა შემოსავალი? თუ ოჯახის უფროსი გამოიმუშავებს $2000-ს წელიწადში? თუ ის გამოიმუშავებს $4000-ს წელიწადში?

ბ. შემოსავლის რომელ დონეზე გახდება გრანტი ნულის ტოლი?

გ. დავუშვათ, რომ ოჯახის უფროსს შეუძლია გამოიმუშაოს საათში $4 და ოჯახს არ გააჩნია სხვა შემოსავალი. როგორია ამ ოჯახის წლიური საბიუჯეტო შეზღუდვა თუ ის არ მონაწილეობს სოციალურ პროგრამაში? რა დამოკიდებულებაა მოხმარებასა (c) და დასვენების საათებს (h) შორის?

დ. როგორია საბიუჯეტო შეზღუდვა, თუ ოჯახი გადაწყვეტს ჩაერთოს სოციალურ პროგრამაში? გახსოვდეთ, რომ სოციალური გრანტი შეიძლება იყოს მხოლოდ დადებითი.

ე. გრაფიკულად გამოსახეთ შეკითხვის (გ) და (დ) ნაწილში მიღებული შედეგები;

ვ. დავუშვათ, მთავრობა ცვლის წესს სოციალურ პროგრამაში და ნებას აძლევს ოჯახებს შეინარჩუნონ იმის 50%, რასაც გამოიმუშავებენ. როგორ შეცვლიდა ეს თქვენს პასუხებს შეკითხვის (დ) და (ე) ნაწილებში?

ზ. შეკითხვის (ვ) ნაწილში მიღებული შედეგების გამოყენებით, ოჯახის უფროსი უფრო მეტს იმუშავებს თუ ნაკლებს, შეკითხვის (ვ) ნაწილში მოყვანილი ახალი წესის პირობებში?

16.4

დავუშვათ, შრომაზე მოთხოვნა მოცემულია

$$l = -50w + 450$$

და მიწოდება მოცემულია

$$l = 100w,$$

სადაც, l წარმოადგენს დაქირავებულთა რაოდენობას და w არის რეალური ხელფასის საათობრივი განაკვეთი.

ა. როგორი იქნება წონასწორული დონეები w და l-თვის ამ ბაზარზე?

ბ. დავუშვათ, მთავრობას სურს წონასწორული ხელფასის გაზრდა $4-მდე საათში, რისთვისაც დამქირავებლებს თავაზობს სუბსიდიას თითოეულ დაქირავებულ პირზე. რა რაოდენობის უნდა იყოს ეს სუბსიდია? როგორი იქნება დასაქმების ახალი წონასწორული დონე? როგორი იქნება გაცემული სუბსიდიების მთლიანი რაოდენობა?

გ. დავუშვათ, რომ ზემოაღნიშნულის ნაცვლად მთავრობა აწესებს მინიმალურ ხელფასს საათში $4 დოლარის ოდენობით. შრომის რა რაოდენობა იქნება მოთხოვნილი ამ ფასად? ამ შემთხვევაში როგორი იქნება უმუშევრობის დონე?

დ. გრაფიკულად გამოსახეთ მიღებული შედეგები.

16.5

კარლი, რომელიც ამზადებს მაუდს, არის ტანსაცმლის მსხვილი ფაბრიკის მფლობელი იზოლირებულ კუნძულზე. კარლის ფაბრიკა არის დასაქმების ერთადერთი წყარო კუნძულის მცხოვრებთათვის და ამრიგად, კარლი მოქმედებს, როგორც მონოფსონისტი. ფაბრიკაში მომუშავეთა მიწოდების მრუდი მოცემულია

$$l = 80w$$

სადაც, l არის დაქირავებულთა რაოდენობა და w არის მათი საათობრივი ანაზღაურება. ასევე, დავუშვათ, რომ კარლის შრომაზე მოთხოვნის (ზღვრული პროდუქტის ამონაგები) მრუდი მოცემულია

$$l = 400 - 40MRP_l$$

ა. რამდენ მუშას დაიქირავებს კარლი მისი მოგების მაქსიმიზაციისთვის და როგორ ხელფასს გადაუხდის?

ბ. ახლა დავუშვათ, რომ მთავრობას შემოაქვს მინიმალური ხელფასის კანონი, რომელიც ეხება ფაბრიკის ყველა მუშას. რამდენ მუშას დაიქირავებს კარლი ამ შემთხვევაში და როგორი იქნება უმუშევრობის დონე თუ მინიმალური ხელფასი განისაზღვრება საათში $4-ით?

გ. მიღებული შედეგები გამოსახეთ გრაფიკულად;

დ. როგორ განსხვავდება მონოფსონიის პირობებში დაწესებული მინიმალური ხელფასის შედეგები სრულყოფილი კონკურენციის პირობებში დაწესებული მინიმალური ხელფასის შედეგებისგან (დავუშვათ, რომ მინიმალური ხელფასი საბაზრო ხელფასზე მაღალია)?

16.6

Ajax Coal Company არის შრომის ერთადერთი დამქირავებელი იმ ადგილზე, სადაც ის ფუნქციონირებს. მას შეუძლია მისთვის სასურველი ნებისმიერი რაოდენობით დაიქირაოს ქალი ან მამაკაცი მომუშავეები. მიწოდების მრუდი ქალებისთვის არის

$$l_f = 100w_f$$

და მამაკაცებისთვის

$$l_m = 9w_m^2$$

სადაც, w_f და w_m შესაბამისად არის ქალი და მამაკაცი მომუშავეებისთვის გადახდილი საათობრივი ხელფასის განაკვეთები. დავუშვათ, რომ Ajax-ი ყიდის მის ნახშირს სრულ-

ყოფილი კონკურენციის ბაზარზე ტონას $5-ად და თითოეულ დაქირავებულ მუშას (მამაკაცებსაც და ქალებსაც) შეუძლიათ საათში ორი ტონის მოპოვება. რამდენი ქალი და მამაკაცი მუშა უნდა დაიქირაოს ფირმამ და როგორი იქნება სახელფასო განაკვეთები ამ ორი ჯგუფისთვის, თუ ფირმას სურს მოგების მაქსიმიზაცია? რა მოგებას მიიღებს Ajax-ი საათში მისი მაღაროს მონყობილობიდან? ეს შედეგი შეადარეთ იმ შედეგს, რასაც მიიღებდით იმ შემთხვევაში, თუ Ajax-ი იძულებული იქნებოდა (ვთქვათ, საბაზრო ძალების ზეგავლენით) გადაეხადა იგივე ხელფასი ყველა მუშისთვის მათი ზღვრული პროდუქტების ღირებულებაზე დაყრდნობით?

16.7

Universal Fur-ი მდებარეობს კლაიდში, ბაფინ აილენდზე და ტყავისგან დამზადებულ ბაფთებს ყიდის მსოფლიოში. თითოეული ბაფთის ფასია $5. საწარმოო ფუნქცია ბაფთებისთვის (q) არის

$$q = 240x - 2x^2$$

სადაც x არის კვირის განმავლობაში გამოყენებული ტყავის რაოდენობა. ტყავის მოწოდება ხდება მხოლოდ Dan's Trading Post-სგან, რომელიც იღებს ტყავს დაქირავებული ესკიმოსი მონადირეებისგან, რომელთაც ქირაობს დღეში $10-ად. Dan-ის ყოველკვირეული საწარმოო ფუნქცია ტყავისთვის არის

$$x = \sqrt{l},$$

სადაც l არის კვირის განმავლობაში ესკიმოსების მიერ ნამუშევარი დღეების რაოდენობა.

ა. კვაზი-კონკურენტულ შემთხვევაში, რომელშიც როგორც Universal Fur, ასევე Dan's Trading Post მოქმედებს როგორც ტყავის ფასის მიმღები, როგორი იქნება წონასწორული ფასი (p_x) და ტყავის რა რაოდენობა გაიყიდება?

ბ. დავუშვათ, რომ Dan-ი მოქმედებს, როგორც მონოპოლისტი, მაშინ, როცა Universal Fur-ი რჩება ფასის მიმღები. როგორი წონასწორობა დამყარდება ტყავის ბაზარზე?

გ. დავუშვათ, Universal Fur-ი მოქმედებს როგორც მონოფსონისტი, ხოლო Dan რჩება ფასის მიმღები. როგორი იქნება წონასწორობა?

დ. შედეგები გამოსახეთ ნახაზზე და განიხილეთ წონასწორობის ტიპი, რომელიც საავარაუდოდ წარმოიქმნება Universal Fur-სა და Dan-ს შორის ორმხრივი მონოპოლიური შეთანხმებისას.

16.8
მაგალითში 16.5 აღწერილი შრომის ბაზრის თამაშის გათვალისწინებით დავუშვათ, რომ ფირმის მთლიანი ამონაგების ფუნქცია არის

$$R = 10l - l^2$$

და გაერთიანების სარგებლიანობა მარტივად არის მთლიანი სახელფასო ფონდის ფუნქცია

$$U(w, l) = wl$$

ა. როგორია ნეშის წონასწორული ხელფასის კონტრაქტი მაგალითში 16.5 აღწერილ ორეტაპიან თამაშში?
ბ. აჩვენეთ, რომ ალტერნატიული სახელფასო კონტრაქტი $w' = l' = 4$ პარეტო უპირატესია (ა) ნაწილში განსაზღვრულ კონტრაქტთან შედარებით.
გ. რა პირობებში იქნებოდა (ბ) ნაწილში აღწერილი კონტრაქტი მდგრადი, როგორც ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობა.

ანალიტიკური ამოცანები

16.9 სახელფასო განსხვავების კომპენსირება რისკისთვის
ინდივიდი ყოველდღიური შემოსავლიდან (y) იღებს სარგებლიანობას, რომელიც მოცემულია

$$U(y) = 100y - \frac{1}{2}y^2.$$

შემოსავლის ერთადერთი წყაროა შრომის ანაზღაურება. ამრიგად, $y = wl$, სადაც w არის საათობრივი ანაზღაურება და l არის დღის განმავლობაში ნამუშევარი საათების რაოდენობა. ინდივიდმა იცის სამუშაოს შესახებ, რომელიც თავაზობს საათში $5-ს და ზუსტად 8 საათიან სამუშაო დღეს. რა ხელფასი უნდა იქნეს შეთავაზებული მშენებლობაზე მუშაობისთვის, სადაც სამუშაო საათები ცვალებადია - საშუალოდ 8 საათითა და 6 საათიანი სტანდარტული გადახრით, რომ პიროვნება დათანხმდეს ამ უფრო „რისკიან“ სამსახურს? *მინიშნება:* ეს ამოცანა იყენებს სტატისტიკურ იდენტურობას.

$$E(x^2) = \mathrm{Var}x + E(x^2)$$

16.10 ოჯახის შრომის მიწოდება
ოჯახს, ორი ზრდასრული წევრით სურს სარგებლიანობის ფუნქციის მაქსიმიზაცია, რომელიც მოცემულია

$$U(c, h_1, h_2).$$

სადაც c არის მოხმარება ოჯახის მიერ და h_1 და h_2 არის ოჯახის წევრთა დასვენების საათები. არჩევანი შეზღუდულია

$$c = w_1(24 - h_1) + w_2(24 - h_2) + n,$$

სადაც, w_1 და w_2 არის ოჯახის წევრთა ხელფასები და n არის არაშრომითი შემოსავალი.

ა. მათემატიკური წარმოდგენის გარეშე, გამოიყენეთ ჩანაცვლების და შემოსავლის ეფექტების ცნებები და იმსჯელეთ ჯვარედინი ჩანაცვლების ეფექტების $\partial h_1 / dw_2$ და $\partial h_2 / dw_1$-ის სავარაუდო ნიშნების (დადებითი თუ უარყოფითი) შესახებ.

ბ. დავუშვათ, რომ ოჯახის ერთ წევრს (ვთქვათ, ინდივიდ 1-ს) შეუძლია იმუშაოს სახლში, რითაც დასვენების საათებს გარდაქმნის მოხმარებად ქვემოთ მოცემული ფუნქციის თანახმად

$$c_1 = f(h_1),$$

სადაც, $f' > 0$ და $f'' < 0$. როგორ შეიძლება იმოქმედოს ამ დამატებითმა არჩევანმა ოჯახის წევრებს შორის შრომის ოპტიმალურ განაწილებაზე?

16.11 რამდენიმე შედეგი მოთხოვნის თეორიიდან

ამ თავში განვითარებული თეორია შრომის მიწოდებას განიხილავს, როგორც დასვენებაზე მოთხოვნის სარკისებურ ასახვას. ამგვარად, წიგნის მეორე ნაწილში განვითარებული მოთხოვნის თეორია მთლიანად ხდება რელევანტური შრომის მიწოდების შესწავლის პროცესისთვის. ქვემოთ მოცემლია სამი მაგალითი.

ა. როის იდენტურობა. თავის 5 გავრცობებში ვაჩვენეთ თუ როგორ შეიძლება მივიღოთ მოთხოვნის ფუნქციები არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქციებიდან როის იდენტურობის გამოყენებით. გამოიყენეთ იგივე მიდგომა იმის საჩვენებლად, რომ შრომის მიწოდების ფუნქცია, რომელიც დაკავშირებულია განტოლებაში 16.20 აღწერილ სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის ამოცანასთან, შეიძლება მივიღოთ არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქციიდან

$$l(w,n) = \frac{\partial V(w,n)/\partial w}{\partial V(w,n)/\partial n}.$$

აჩვენეთ ეს შედეგი მაგალითში 16.1 აღწერილი ქობ-დაგლასის შემთხვევისთვის.

ბ. შემცვლელები და შემავსებლები. რეალური ხელფასის ცვლილება გავლენას მოახდენს არა მხოლოდ შრომის მიწოდებაზე, არამედ შეიძლება იმოქმედოს კონკრეტული საგნების მოთხოვნაზეც უპირატესი სამომხმარებლო კალათიდან. განავითარეთ სლუცკის ტიპის განტოლება w-ს ცვლილების ჯვარედინი ფასების ეფექტისთვის კონრეტულ მოხმარების საგანზე და შემდეგ გამოიყენეთ ის მსჯელობისთვის – დასვენება და ეს საგანი არის (წმინდა ან მთლიანი) შემცვლელები თუ შემავსებლები. მოიყვანეთ მაგალითი თითოეული სახეობის კავშირისთვის.

გ. შრომის მიწოდება და ზღვრული დანახარჯი. გამოიყენეთ მოცემული მოთხოვნის მრუდის ზღვრული შემოსავლის გაანგარიშების მსგავსი გაწარმოება იმისათვის, რომ აჩვენოთ $ME_l = w(1 + 1/w_{l,w})$.

16.12 ხელფასის ოპტიმალური დაბეგვრა

საშემოსავლო გადასახადის ოპტიმალური დაბეგვრის სტრუქტურის შესწავლა საჯარო სექტორის ეკონომიკის ერთ-ერთი ყველაზე მნიშვნელოვანი საკითხია. ამ ამოცანაში ვიკვლევთ ამ პრობლემის ზოგიერთ ასპექტს იმ დაშვებით, რომ ინდივიდები იღებენ შემოსავალს მხოლოდ შრომის ბაზრიდან. ამრიგად, შემოსავალი მოცემულია $I = wl$-ით და გვაინტერესებს გადასახადის ფუნქციის თვისებები $T(I)$. გადასახადის ფუნქციის აღწერის ყველაზე გავრცელებული გზაა ზღვრული საგადასახადო განაკვეთების სტრუქტურის გამოყენება, რომელსაც გულისხმობს ფუნქცია, ანუ ფუნქცია $T'(I)$. ორი ფაქტორი წარმოშობს შემოსავლის განაწილებას: (1) ხელფასების განაწილება (იგულისხმება, რომ ასახავს ინდივიდების უნარებს და არ არის გადასახადების გავლენის ქვეშ); და (2) შრომის მიწოდების ინდივიდუალური არჩევანი (შეიძლება იმოქმედოს გადასახადებმა). სიმარტივისთვის, დავუშვებთ, რომ ხელფასების განაწილება არის თანაბარი [0,1] ინტერვალზე. ამრიგად, განაწილება ხასიათდება სიმჭიდროვის ფუნქციით, სადაც $f(w) = 1$ და კუმულაციური განაწილების ფუნქციით, რომლისთვისაც $F(w) = w$.

ა. თავდაპირველად დავუშვათ, რომ შრომის მიწოდებაზე არ ზემოქმედებს გადასახადები, რადგან დასვენება არ შემოდის სარგებლიანობის ფუნქციაში. ამ შემთხვევაში, შემოსავლის განაწილებაზე გავლენას არ ახდენს ის თუ გადასახადის რომელი ფუნქცია იქნება არჩეული. აჩვენეთ, რომ თუ შემოსავლის ფუნქციების სარგებლიანობა იდენტური და ლოგარითმულია, მაშინ პროპორციული გადასახადის ფუნქცია $[T(I) = kI]$ გააწონასწორებს სარგებლიანობის საგადასახადო ტვირთს $[U(I) - U(I - T(I))]$ გადასახადის გადამხდელთა შორის.

ბ. აღწერეთ თუ როგორ იქნება მოდიფიცირებული დასკვნები საგადასახადო ტვირთის განაწილებაზე შეკითხვის (ა) ნაწილიდან, სარგებლიანობის ფუნქციებისთვის, რომლებიც არ არის ლოგარითმული ფორმის.

გ. ოპტიმალურობის განსაზღვრის ალტერნატიული მიდგომა ფოკუსირდება ზუსტი სოციალური კეთილდღეობის ფუნქციაზე, რომელიც ინდივიდუალურ სარგებლიანობას ანიჭებს სოციალურ ღირებულებებს შემდეგი ფორმით: $\psi[U(I - T(I))]$, სადაც $\psi' > 0$ და $\psi'' < 0$. შესაბამისად, მთლიანი საზოგადოებრივი კეთილდღეობაა $SW = \int \psi dw$. აჩვენეთ, რომ თუ არ არსებობს საპასუხო რეაქცია გადასახადებზე შრომის მიწოდების მხრიდან, მაშინ ოპტიმალური საგადასახადო სქემა ნებისმიერი მოცემული მიზნობრივი შემოსავლისთვის არის ის, რომელიც ათანაბრებს გადასახადის შემდგომ დარჩენილ შემოსავლებს.

დ. ოპტიმალური გადასახადის სტრუქტურის დახასიათება საზოგადოებრივი კეთილდღეობის ზოგადი ფუნქციებისთვის ძნელია. უფრო ფართო მსჯელობისთვის იხილეთ B. Salanie, The Economics of Taxation (Cambridge, MA: MIT Press,

2003), chap. 4. მარტივ შემთხვევაში, რომელშიც ცვლილებები ზღვრულ საგადასახადო განაკვეთში გავლენას ახდენს შრომის მიწოდების გადაწყვეტილებებზე ხელფასების უფრო ვიწრო დიაპაზონზე (ვთქვათ, w_0-ის მიდამოში), ხელფასები განაწილდება ისე, როგორც ჩვენ დავუშვით და საზოგადოებრივი კეთილდღეობის ფუნქცია შეეცდება შემოსავლების მაქსიმიზაციას მათგან, ვინც იხდის გადასახადებს. ბ. სულანი აჩვენებს, რომ ოპტიმალური ზღვრული გადასახადის ფუნქცია ხასიათდება

$$\frac{T'(I)}{1-T'(I)} = \left(1+\frac{1}{e_{I,w}}\right)\left(\frac{1-w_0}{w_0}\right).$$

ამის დამტკიცება სცადეთ თავად, შემდეგი დაშვებით: იმისათვის, რომ გადასახადის შკალა იყოს ოპტიმალური, ზღვრული განაკვეთის ნებისმიერმა მცირე ზრდამ არ უნდა გაზარდოს შემოსავლები.

ე. იმსჯელეთ იმ როლის შესახებ, რასაც შრომის მიწოდების ელასტიკურობა ასრულებს ოპტიმალური ზღვრული საგადასახადო განაკვეთის განსაზღვრაში შეკითხვის (დ) ნაწილში.

ვ. როგორ არის დამოკიდებული შეკითხვის (დ) ნაწილში გაანგარიშებული ოპტიმალური ზღვრული საგადასახადო განაკვეთი ხელფასებზე? ახსენით ეს შედეგი ინტუიციურად.

დამატებითი საკითხავი

Ashenfelter, O. C., and D. Card. *Handbook of Labor Economics*, vol. 3. Amsterdam: North Holland, 1999.

მოიცავს მრავალ მაღალი დონის ნაშრომს შრომის ბაზრის საკითხებთან დაკავშირებით. ასევე რეკომენდებულია კვლევითი სტატიები შრომის მიწოდებასა და მოთხოვნაზე პირველი და მეორე გამოცემიდან (1986).

Becker, G. "A Theory of the Allocation of Time." *Economic Journal* (September 1965): 493–517.

ერთ-ერთი ყველაზე მნიშვნელოვანი ნაშრომი მიკროეკონომიკაში. Becker-ის დაკვირვებები შრომის მიწოდებისა და მოხმარების შესახებ გადაწყვეტილებებზე იყო რევოლუციური.

Binger, B. R., and E. Hoffman. *Microeconomics with Calculus*, 2nd ed. Reading, MA: Addison-Wesley, 1998.

თავში 17 მოყვანილია სიღრმისეული მსჯელობა შრომის მიწოდების მოდელის შესახებ, საოჯახო მეურნეობის შრომის მიწოდების საკითხების ჩათვლით.

Hamermesh, D. S. *Labor Demand.* Princeton, NJ: Princeton University Press, 1993.

ავტორი ფართოდ განიხილავს თეორიულ და ემპირიულ საკითხებს. წიგნი, ასევე, შეიცავს შრომაზე მოთხოვნის თეორიის დინამიკურ საკითხებს.

Silberberg, E., and W. Suen. *The Structure of Economics: A Mathematical Analysis*, 3rd ed. Boston: Irwin/McGraw-Hill, 2001.

გვთავაზობს კარგ მსჯელობას ოთმაკ მიდგომასთან დაკავშირებით შრომის მიწოდების თეორიის მიმართ.

კაპიტალი და დრო

ამ თავში წარმოგიდგენთ შესავალს კაპიტალის თეორიაში. ეს თეორია მრავალმხივ ჰგავს წინა თავებში განხილულ რესურსებზე ფასწარმოქმნის ანალიზს - მოგების მაქსიმიზაციით რესურსების არჩევის პრინციპი არ იცვლება. უმთავრესი განსხვავება ამ და წინა თემებს შორის ეკონომიკური გადაწყვეტილებისას დროის ფაქტორის შემოტანაა; ჩვენი მიზანია დამატებითი განზომილების შემოტანა. დასაწყისში შემოგთავაზებთ კაპიტალის დაგროვების (აკუმულაციის) პროცესის ფართოდ დახასიათებას და კაპიტალიდან უკუგების ცნების განსაზღვრას. მოგვიანებით კი გირჩევნებთ კონკრეტულ მოდელებს, რომლებშიც ეკონომიკური ქცევა განხილულია დროის მიხედვით.

კაპიტალი და მასზე უკუგების განაკვეთი

კაპიტალის მარაგზე საუბრისას ჩვენ ვგულისხმობთ, მანქანა-დანადგარებს, შენობებს და სხვა აღდგენად რესურსებს დროის გარკვეულ მომენტში. ეს აქტივები წარმოადგენს ეკონომიკის ადრინდელ ნაწარმს, რომელიც არ იქნა მოხმარებული და შეიქმნა იმისთვის, რომ მომავალში გამოგვეყენებინა წარმოების პროცესში. საზოგადოება ყოველთვის ჩართული იყო კაპიტალის დაგროვებაში. პრიმიტიული საზოგადოების პერიოდში, მონადირეები დროს ხარჯავდნენ ისრების დასამზადებლად, თანამედროვე საზოგადოებაში კი ინდივიდები ზოგავენ შემოსავლის ნაწილს სახლების შესაძენად, ასევე, მთავრობები გადასახადებს უწესებენ მოსახლეობას და შემოსულ თანხებს იყენებენ კაშხლებისა თუ საფოსტო ოფისების ასაშენებლად. ყველა ამ საქმიანობას აერთიანებს საერთო აზრი: მიმდინარე პერიოდის პროდუქტის ნაწილი გადანახულია მომავალში პროდუქტის საწარმოებლად. დღევანდელი „შეწირულობა“ მომავალი მოგებისთვის არის აუცილებელი ასპექტი კაპიტალის დაგროვებაში.

ფუნქციის განაკვეთი

კაპიტალის დაგროვების პროცესი სქემატურად მოცემულია ნახაზზე 17.1. ამ ნახაზზე მოცემულ ორივე გრაფიკზე, დასაწყისში საზოგადოების მოხმარება არის c_0 დონეზე. t_1 დროის მომენტში საჭიროა გადაწყვეტილების მიღება იმასთან დაკავშირებით, თუ რამდენი პროდუქტი იქნეს დაზოგილი (s რაოდენობის) მიმდინარე მოხმარებიდან. t_2 პერიოდიდან დაწყებული დაზოგილი მოხმარება გამოიყენება მომავალ პერიოდებში

პროდუქტის საწარმოებლად. ამ პროცესთან დაკავშირებული მნიშვნელოვანი ცნებაა უკუგების განაკვეთი, ეს არის ის უკუგება, რომელიც გამომუშავებულია დაზოგილ პროდუქტზე. მაგალითად, ნახაზზე 17.1 (ა) მთელი დაზოგილი მოხმარება გამოყენებულია დამატებითი პროდუქტის საწარმოებლად t_2 პერიოდში. მოხმარება გაზრდილია x რაოდენობით t_2 პერიოდში და შემდეგ ისევ უბრუნდება გრძელვადიან დონეს (c_0). საზოგადოებამ დაზოგა ერთ წელს იმისათვის, რომ ბევრად მეტი მიეღო მომდევნო წელს. ერთპერიოდიანი უკუგების განაკვეთი ამ შემთხვევაში შემდეგნაირად განისაზღვრება.

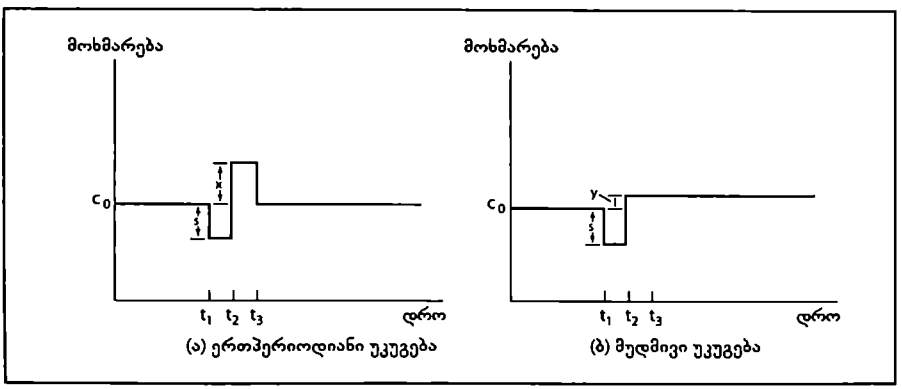
განსაზღვრება

ერთპერიოდიანი უკუგების განაკვეთი. ერთპერიოდიანი უკუგების განაკვეთი (r_1) ინვესტიციაზე არის მომდევნო პერიოდის დამატებითი მოხმარება როგორც წინა პერიოდში დათმობილი მოხმარების ნაწილი. რაც იგივეა,

$$r_1 = \frac{x - s}{s} = \frac{x}{s} - 1 \qquad \textbf{(17.1)}$$

ნახაზი 17.1 კაპიტალის დაგროვების ორი ხედვა

ნახაზზე (ა) საზოგადოება მიმდინარე მოხმარებიდან თმობს (s)-ს, შემდგომ პერიოდში დამატებით x მოხმარების მისაღებად. ერთპერიოდიანი უკუგების განაკვეთი იქნება $x/s-1$. ნახაზზე (ბ) საზოგადოება უფრო შორსმჭვრეტელია და იყენებს მიმდინარე მოხმარების ნაწილს (s), მომავალში მოხმარების მუდმივად y დონით გასაზრდელად. უკუგების სამუდამო განაკვეთი იქნება y/s.



(ა) ერთპერიოდიანი უკუგება (ბ) მუდმივი უკუგება

თუ $x > s$ (თუ ამ პროცესის შედეგად უფრო მეტი მოხმარება მივიღეთ, ვიდრე დავთმეთ), ჩვენ შეგვიძლია ვთქვათ, რომ ერთპერიოდიანი უკუგების განაკვეთი კაპიტალის დაგროვებაზე არის დადებითი. მაგალითად, თუ საზოგადოებამ დათმო 100 ერთეული მოხმარება მიმდინარე წელს და ამის შედეგად მიიღო 110 ერთეული მოხმარება მომავალ წელს, მაშინ ერთპერიოდიანი უკუგების განაკვეთი ყოფილა

$$\frac{110}{100} - 1 = 0.10$$

ანუ 10 პროცენტი.

ნახაზზე 17.1 (ბ) ჩანს, რომ საზოგადოება გაცილებით დიდ მნიშვნელობას ანიჭებს გრძელვადიან მოხმარებას კაპიტალის დაგროვების პროცესში. ამ შემთხვევაშიც s ერთეული დაზოგილია t_1 პერიოდში. თუმცა, ამჯერად დაზოგილი მოხმარება გამოიყენება დანარჩენ ყველა პერიოდში მოხმარების გასაზრდელად. თუ მოხმარების დონე პერმანენტულად გაიზრდება $c_0 + y$ დონემდე, ჩვენ განვსაზღვრავთ მუდმივი უკუგების განაკვეთს შემდეგნაირად.

მუდმივი უკუგების განაკვეთი. მუდმივი უკუგების განაკვეთი (r_∞) არის მომავალი მოხმარების სამუდამო ნამეტი, როგორც თავდაპირველი უკუგებიდან დათმობილი მოხმარების ნაწილი. ანუ, **განსაზღვრება**

$$r_\infty = \frac{y}{s} \qquad \textbf{(17.2)}$$

თუ კაპიტალის დაგროვებამ გაზარდა მოხმარება სამუდამოდ, მაშინ r_∞ იქნება დადებითი. მაგალითად, დავუშვათ, საზოგადოებამ დაზოგა 100 ერთეული პროდუქტი t_1 პერიოდში. თუ ეს დაგროვებული კაპიტალი პროდუქტს 10 ერთეულით გაზრდის მომავალ ყველა პერიოდში (t_2 პერიოდიდან დაწყებული), მაშინ მუდმივი უკუგების განაკვეთი იქნება 10 პროცენტი.

როდესაც ეკონომისტები საუბრობენ უკუგების განაკვეთზე, ისინი გულისხმობენ ამ ორი უკიდურესი შემთხვევის ნაზავს. ასევე შეიძლება უკუგების განაკვეთი აღვიქვათ, როგორც განაკვეთი, რომლითაც დღევანდელი მოხმარება შეიძლება გაიცვალოს ხვალინდელ მოხმარებაში. ამ დროს ჩნდება ბუნებრივი კითხვა, როგორ განვმარტოთ ეკონომიკის უკუგების განაკვეთი? ისევ და ისევ ვიყენებთ წონასწორობას. წონასწორობა წარმოიშვება ახლანდელი და მომავალი მიწოდება-მოთხოვნის საფუძველზე. მომდევნო ქვეთავში წარმოგიდგენთ მარტივ ორპერიოდიან მოდელს, რომელშიც მოთხოვნა-მიწოდების ურთიერთქმედებას ვაჩვენებთ.

უკუგების განაკვეთის განსაზღვრა

ამ ქვეთავში განვსაზღვრავთ თუ როგორ ყალიბდება წონასწორული უკუგების განაკვეთი „მომავალი" პროდუქტის ბაზარზე მოთხოვნა-მიწოდების საფუძველზე. ჩვენ დავიწყებთ უკუგების განაკვეთსა და მომავალი პროდუქტის ფასს შორის კავშირის ანალიზით. შემდეგ ვაჩვენებთ როგორ რეაგირებენ ინდივიდები და ფირმები ამ ფასზე. ბოლოს, ამ ქმედებებს გავაერთიანებთ (როგორც სხვა ბაზრების ანალიზისას გვქონდა)

და წარმოვადგენთ წონასწორულ ფასს მომავალ პროდუქტზე, ასევე, დავახასიათებთ მიღებულ ამონახსენს.

ყჯყგების განაკვეთი და ფასი მომავალი ჰროდყქტზე

ამ თავის ძირითად ნაწილში ანალიზისას გამოვიყენებთ დაშვებას, რომ გვაქვს ორი პერიოდი: მიმდინარე პერიოდი (აღინიშნება ქვედა ინდექსით 0) და შემდეგი პერიოდი (ქვედა ინდექსი 1). ჩვენ გამოვიყენებთ r-ს ერთპერიოდიანი უკუგების (ამ ორ პერიოდს შორის) საჩვენებლად. როგორც წინა ქვეთავშია მოცემული,

$$r = \frac{\Delta c_1}{\Delta c_0} - 1, \tag{17.3}$$

სადაც Δ აღნიშნავს ცვლილებას მოხმარებაში ამ ორ პერიოდს შორის. გადავწეროთ ტოლობა 17.3

$$\frac{\Delta c_1}{\Delta c_0} = 1 + r \tag{17.4}$$

ან

$$\frac{\Delta c_0}{\Delta c_1} = \frac{1}{1+r} \tag{17.5}$$

ტოლობის (17.5) მარცხენა მხარე გვიჩვენებს, თუ რამდენი c_0 უნდა იქნეს დათმობილი c_1-ის 1 ერთეულით გასაზრდელად; რაც იგივეა, რომ ვთქვათ გამოსახულება გვიჩვენებს c_1 მოხმარების შეფარდებით ფასს c_0-ით გამოსახულს. ანუ, ჩვენ უკვე გამოვსახეთ მომავალი პროდუქტის ფასი.[1]

განსაზღვრება

მომავალი პროდუქტის ფასი. მომავალი პროდუქტის შეფარდებითი ფასი (p_1) არის ახლანდელი პროდუქტის რაოდენობა, რომელიც უნდა დავთმოთ იმისთვის, რომ მომავალი მოხმარება ერთი ერთეულით გაიზარდოს.

$$p_1 = \frac{\Delta c_0}{\Delta c_1} = \frac{1}{1+r} \tag{17.6}$$

ახლა დავიწყებთ მოთხოვნა-მიწოდების ანალიზს p_1-ის განსასაზღვრად.

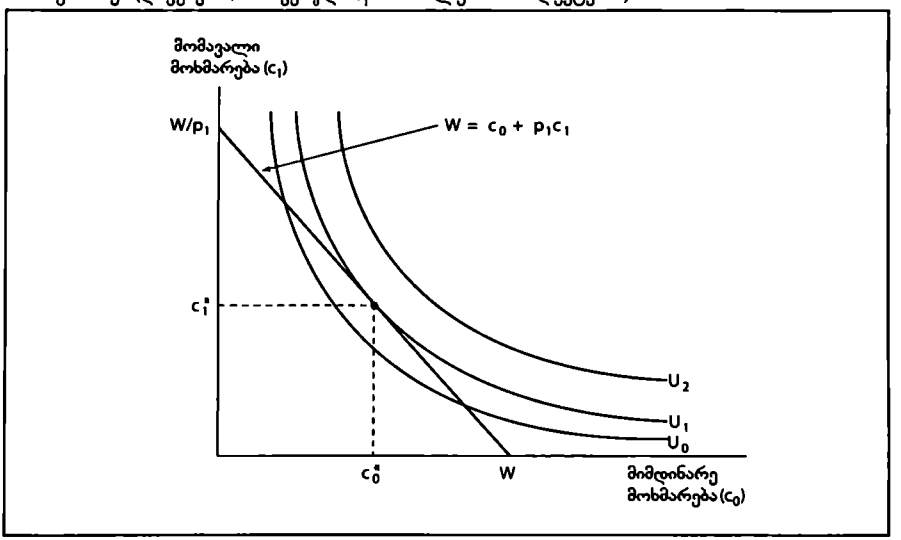
მოთხოვნა მომავალი ჰროდყქტზე

მომავალ პროდუქტზე მოთხოვნის თეორია არის თავში 2 ახსნილი სარგებლის მაქსიმიზაციის კიდევ ერთი გამოყენების მაგალითი. აქ ინდივიდის სარგებელი დამოკიდებულია მიმდინარე და მომავალ მოხმარებაზე [რაც იგივეა, სარგებლიანობა = $U(c_0, c_1)$],

1 ეს ფასი მსგავსია თავში 8 განმეორებად თამაშებში მოცემული დისკონტირების განაკვეთის.

ნახაზი 17.2 ინდივიდის დროთაშორისი სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია

როდესაც გვაქვს დროთაშორისი საბიუჯეტო შეზღუდვა $W = c_0 + p_1c_1$, ინდივიდები მოახდენენ სარგებლიანობის მაქსიმიზაციას თუ აირჩევენ c_0^* მიმდინარე და c_1^* მომდევნო პერიოდის მოხმარებას. p_1-ის შემცირება (უკუგების განაკვეთის ზრდა, r) გამოიწვევს c_1-ის ზრდას, მაგრამ გავლენა p_0-ზე განუსაზღვრელია, რადგან შემოსავლისა და ჩანაცვლების ეფექტები საწინააღმდეგო მიმართულებით მუშაობენ (დავუშვათ, ორივე c_0 და c_1 ნორმალური პროდუქტებია).



და მან უნდა გადაწყვიტოს მიმდინარე ქონება (W) როგორ გაანაწილოს ორ მოხმარებას შორის.[2] ქონების ის ნაწილი, რომელიც არ არის გამოყენებული მიმდინარე მოხმარებაში, შეიძლება ინვესტირებული იქნეს r განაკვეთით, რომლითაც მივიღებთ მოხმარებას შემდეგ პერიოდში.

ამჯერადაც, p_1 აღნიშნავს მიმდინარე დანახარჯს მომავალი მოხმარებისთვის. ინდივიდის საბიუჯეტო შეზღუდვა მოცემულია შემდეგნაირად

$$W = c_0 + p_1c_1 \qquad \textbf{(17.7)}$$

ეს შეზღუდვა მოცემულია ნახაზზე 17.2. თუ ინდივიდი გადაწყვეტს, რომ დახარჯოს მთელი თავისი ქონება მიმდინარე მოხმარებაში (c_0), მაშინ მიმდინარე მოხმარება იქნება W, ხოლო მომდევნო პერიოდის მოხმარება იქნება 0. ალტერნატიულად, თუ $c_0 = 0$, მაშინ c_1 იქნება $W/p_1 = W(1 + r)$. ეს ნიშნავს, თუ მთელი ქონება ინვესტირებული იქნება r უკუგების განაკვეთით, მიმდინარე ქონება გაიზრდება $W(1 + r)$-მდე მომდევნო პერიოდში.[3]

2 ამოცანაში 17.1 მოცემულია მაგალითი, რომელშიც ინდივიდს აქვს შემოსავალი ორივე პერიოდში.

3 ეს ასევე შეიძლება აიხსნას ალტერნატიულად დროთაშორისი საბიუჯეტო შეზღუდვით, რომელიც ჩაიწერება შემდეგნაირად

სარგებლის მაქსიმიზაცია

ნახაზზე 17.2 მოცემულია საბიუჯეტო შეზღუდვისა და განურჩევლობის მრუდები, რომლებიც გვიჩვენებენ სარგებლიანობის მაქსიმიზაციას. ამ შემთხვევაში სარგებლიანობა მაქსიმალურია c_0^*, c_1^* წერტილში. ინდივიდი მოიხმარს c_0^* მიმდინარე პერიოდში და ინახავს $(W - c_0^*)$-ს შემდეგ პერიოდში მოსახმარებლად. ეს მომავალი მოხმარება შეიძლება ვიპოვოთ საბიუჯეტო შეზღუდვებიდან

$$p_1 c_1^* = W - c_0^* \tag{17.8}$$

ან

$$c_1^* = \frac{(W - c_0^*)}{p_1} \tag{17.9}$$

$$= (W - c_0^*)(1 + r) \tag{17.10}$$

სიტყვიერად, ქონება, რომელიც არ არის მოხმარებული მიმდინარე პერიოდში $(W - c_0^*)$ ინვესტირებულია უკუგების r განაკვეთით, რომელიც მოგვცემს c_1^*-ს შემდეგ პერიოდში.

ჯაბანითი 17.A1: დროთაშორისი მოუთმენლობა

ინდივიდის დროთაშორისი სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია დამოკიდებულია მის უპირატესობაზე აწმყოსა და მომავალს შორის. ერთი გზა ინდივიდის მოუთმენლობის ასახსნელად არის ინდივიდების დამოკიდებულება მომავალი მოხმარების მიმართ, რომელიც გონების სიღრმეში შეიძლება დისკონტირებული იყოს. მაგალითად, ჩვენ შეგვიძლია დავუშვათ, რომ მოხმარებიდან სარგებლიანობის ფუნქცია $U(c)$, არ იცვლება (სარგებლიანობის ფუნქციას აკმაყოფილებს $U' > 0$, $U'' < 0$), მაგრამ პერიოდი 1-ის სარგებელი დისკონტირებულია ინდივიდის გონებაში „დროის მიმართ უპირატესობის მინიჭების განაკვეთით“ $1/(1 + \delta)$ (სადაც, $\delta > 0$). თუ დროთაშორისი სარგებლიანობის ფუნქცია, ასევე, განცალკევებადია (ამ ცნების ფართოდ განხილვისთვის იხილეთ თავის 6 დამატება), შეგვიძლია ჩავწეროთ

$$\grave{u}\acute{u}(\grave{u}_0, \grave{u}_1) = \quad (\quad_0) + \frac{1}{1+\delta} \quad (\quad_1). \tag{17.11}$$

ამ ფუნქციის მაქსიმიზაცია დროთაშორისი საბიუჯეტო შეზღუდვის პირობით

$$W = c_0 + \frac{c_1}{1+r} \tag{17.12}$$

$$W = c_0 + \frac{c_1}{1+r}.$$

ამ ინტერპრეტაციიდან ჩანს რომ c_1-ის „მიმდინარე ღირებულება“ შედის მიმდინარე საბიუჯეტო შეზღუდვაში. მიმდინარე ღირებულების ცნებას დეტალურად ავხსნით მოცემულ თავში მოგვიანებით.

მოვიღებთ შემდეგ ლაგრანჟის გამოსახულებას:

$$\mathcal{L} = U(c_0, c_1) + \lambda\left(W - c_0 - \frac{c_1}{1+r}\right) \tag{17.13}$$

და პირველი რიგის პირობები მაქსიმუმისთვის იქნება

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_0} &= U'(c_0) - \lambda = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_1} &= \frac{1}{1+\delta}U'(c_1) - \frac{\lambda}{(1+r)} = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= W - c_0 - \frac{c_1}{1+r} = 0
\end{aligned} \tag{17.14}$$

პირველის გაყოფით მეორეზე და ადგილების ცვლილებით მივიღებთ[4]

$$U'(c_0) = \frac{(1+r)}{1+\delta}U'(c_1) \tag{17.15}$$

რადგან დავუშვით რომ მოხმარება ორივე პერიოდში არის ტოლი, შეგვიძლია დავასკვნათ რომ $c_0 = c_1$ თუ $r = \delta$, აქედან გამომდინარე, $c_0 > c_1$, თუ $r < \delta$ [რომ მივიღოთ $U'(c_0) < U'(c_1)$ საჭიროებს $c_0 > c_1$], და $c_0 < c_1$ თუ $r > \delta$. ამ ინდივიდის მოხმარება იზრდება, თუ მცირდება, დამოკიდებულია 0-დან 1 პერიოდამდე რამდენად მოუთმენელია ეს ინდივიდი. მიუხედავად იმისა, რომ ინდივიდი შეიძლება ამჯობინებდეს მიმდინარე მოხმარებას ($\delta > 0$), მან მაინც შეიძლება მოიხმაროს შემდგომ პერიოდში უფრო მეტი თუ უკუგების განაკვეთი დანაზოგზე საკმარისად მაღალი იქნება.

მოხმარების გათანაბრება. რადგან სარგებლიანობის ფუნქციას ახასიათებს მოხმარების კლებადი ზღვრული სარგებლიანობა, ინდივიდები მოახდენენ მოხმარების გათანაბრებას პერიოდების მიხედვით. ასეთი გამოთანაბრების არსებობა დამოკიდებულია სარგებლიანობის ფუნქციის სიმრუდეზე. მაგალითად, დავუშვათ, რომ ინდივიდის სარგებლიანობის ფუნქციას აქვს ჩანაცვლების მუდმივი ელასტიკურობის ფუნქციური ფორმა

$$U(c) = \begin{cases} c^R / R \text{ თუ } R \neq 0 \text{ და } R \leq 1, \\ \ln(c) \text{ თუ } R = 0. \end{cases} \tag{17.16}$$

დავუშვათ, ასევე, რომ ამ ინდივიდის დროის უპირატესობის მინიჭების განაკვეთი $\delta = 0$. ამ შემთხვევაში განტოლება 17.15 შეიძლება ჩავწეროთ როგორც

$$c_0^{R-1} = (1+r)c_1^{R-1} \quad \text{ან} \quad \frac{c_1}{c_0} = (1+r)^{1/(1-R)} \tag{17.17}$$

(გაგრძელება)

4 განტოლება 17.15 ცნობილია როგორც „ოილერის განტოლება" დროთაშორისი სარგებლიანობის მაქსიმიზაციისთვის. როგორც ვაჩვენეთ, როდესაც კონკრეტული სარგებლიანობის ფუნქცია იქნება ჩამოყალიბებული, განტოლება გვიჩვენებს, თუ როგორ იცვლება მოხმარება დროთა განმავლობაში.

თუ $r = 0$, ეს ინდივიდი გაათანაბრებს მის მოხმარებას ორ პერიოდს შორის, მიუხედავად იმისა, თუ როგორ გამოიყურება მისი სარგებლიანობის ფუნქცია. მაგრამ დადებითი სარგებლის განაკვეთი უბიძგებს არათანაბარი მოხმარებისკენ, რადგან ამ შემთხვევაში მომავალი პროდუქტი შედარებით იაფია. თუ რამდენად არათანაბარი იქნება მოხმარება ორ პერიოდში დამოკიდებულია R-ზე (რასაც ზოგჯერ „მერყეობისადმი უარყოფითად დამოკიდებულების კოეფიციენტსაც“ უწოდებენ). მაგალითად, თუ $R = 0$, მაშინ $c_1/c_0 = 1 + r$, ანუ 5 პროცენტიანი სარგებლის განაკვეთის პირობებში მოხმარება პერიოდში 1 იქნება 5 პროცენტით მეტი პერიოდ 0-თან შედარებით. მეორე მხრივ, თუ ეს ინდივიდი არის უფრო მეტად უარყოფითად დამოკიდებული მოხმარების მერყეობაზე, ანუ მაგალითად თუ $R = -3$. ამ შემთხვევაში (5 პროცენტიანი სარგებლის განაკვეთის პირობებში),

$$\frac{c_1}{c_0} = (1+r)^{0.25} = (1.05)^{0.25} = 1.012. \qquad \textbf{(17.18)}$$

ანუ, მოხმარება პერიოდში 1 იქნება დაახლოებით 1 პროცენტით მეტი პერიოდ 0-თან შედარებით. რეალურ სარგებლის განაკვეთს გაცილებით მცირე ეფექტი აქვს ინდივიდის მოხმარების გათანაბრებიდან გადახრაზე, როდესაც ეს ადამიანი არის მერყეობისადმი უარყოფითად დამოკიდებული.

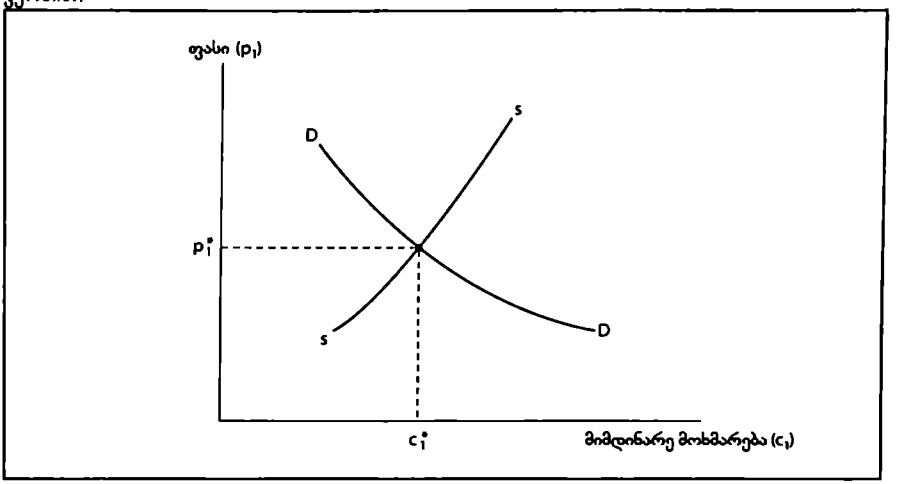
შეკითხვა: მონაცემების მიხედვით ამერიკის შეერთებულ შტატებში ერთ სულ მოსახლეზე მოხმარება იზრდებოდა წლიური 2 პროცენტით ბოლო 50 წლის განმავლობაში. რას უნდა უდრიდეს რეალური სარგებლის განაკვეთი იმისათვის, რომ ამ ზრდამ უზრუნველყოს სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია (ისევ ვუშვებთ, რომ $\delta = 0$)? *შენიშვნა:* ჩვენ დავუბრუნდებით მოხმარების გათანაბრებას და რეალურ სარგებლის განაკვეთს მაგალითში 17.2. ამოცანა 17.2 გვიჩვენებს ჰიპერბოლური დროთაშორისი დისკონტირების განაკვეთის შემთხვევაში, რატომ შეიძლება გვეჩვენებოდეს ინდივიდების გადაწყვეტილება „არაშორსმჭვრეტელურად“.

r-ის ცვლილების ეფექტები

ნახაზის 17.2 წონასწორობის შედარებითი სტატიკური ანალიზი პირდაპირია. თუ p_1 შემცირდება (მოხდება, თუ r გაიზრდება), მაშინ ორივე შემოსავალის და ჩანაცვლების ეფექტი გამოიწვევს მოთხოვნის ზრდას c_1-ზე, გარდა იმ შემთხვევისა, თუ c_1 არის მდარე პროდუქტი. აქედან გამომდინარე, მოთხოვნის მრუდი c_1-თვის არის დაღმავალი. r-ის ზრდა ამცირებს c_1-ის ფასს, რის გამოც ამ პროდუქტზე მოთხოვნა იზრდება. ეს მოთხოვნის მრუდი აღნიშნულია D ასოთი ნახაზზე 17.3.

ნახაზი 17.3 მომავალი პროდუქტის წონასწორული ფასის განსაზღვრა

წერტილები p_1^*, c_1^* გვიჩვენებს წონასწორობას მომავალი პროდუქტის ბაზარზე. მომავალი პროდუქტის წონასწორული ფასი განსაზღვრავს უკუგების განაკვეთს განტოლების 17.16 მეშვეობით.



აუცილებელია აღვნიშნოთ, რომ ანალიზი არ იძლევა ცალსახა განცხადების გაკეთების საშუალებას $\partial c_0/\partial p_1$ გამოსახულების ნიშანთან დაკავშირებით. ნახაზზე 17.2, ჩანაცვლების და შემოსავლის ეფექტები მოქმედებს ურთიერთსაწინააღმდეგო მიმართულებით და ეს არ გვაძლევს ცალსახა ვარაუდის საშუალებას. p_1-ის შემცირების გამო ინდივიდები ჩაანაცვლებენ p_0-ის მოხმარებას c_1-ით. მაგრამ p_1-ის შემცირება გაზრდის ინდივიდის მთელი ქონების ღირებულებას. ამ შემოსავლის ეფექტის გამო ორივე, c_0 და c_1 გაიზრდება. ეს, ასევე, შეიძლება შემდეგნაირად წარმოვადგინოთ, ნახაზზე 17.2 მოცემული მოდელის მიხედვით არ შეგვიძლია გადაჭრით წინასწარმეტყველება თუ როგორ გავლენას მოახდენს ქონების დაგროვებაზე (დანაზოგებზე) უკუგების განაკვეთის ცვლილება. r-ის ზრდა ჩანაცვლების ეფექტით გამოიწვევს დანაზოგის ზრდას, ხოლო შემოსავლის ეფექტით დანაზოგის კლებას. აქედან გამომდინარე, ამ ეფექტის მიმართულებაზე პასუხი ემპირიულმა კვლევებმა უნდა გასცეს.

მომავალი პროდუქტის მიწოდება

ერთის მხრივ მომვალი პროდუქტის მიწოდების ანალიზი მარტივია. შეგვიძლია ვთქვათ, რომ შეფარდებითი ფასის (p_1) ზრდა მომავალ პროდუქტზე ფირმებს უბიძგებს ამ პროდუქტის უფრო დიდი რაოდენობით წარმოებას, რადგან ამ პროდუქტისგან უფრო მეტი

შემოსავლის მიღება იქნება შესაძლებელი. ეს ფაქტი ასახულია დადებითი დახრილობის მქონე S მრუდით ნახაზზე 17.3. მოსალოდნელია, რომ როგორც სრულყოფილი კონკურენტული ბაზრის ანალიზისას გვქონდა, აქაც მიწოდების მრუდი გამოსახავს ფირმის ზრდად ზღვრულ დანახარჯებს (ან კლებად უკუგებას), როდესაც ცდილობენ მიმდინარე პროდუქტი გარდაქმნან მომავალ პროდუქტად კაპიტალის დაგროვებით.

სამწუხაროდ, კაპიტალის დაგროვების უფრო ფართოდ განხილვას გადავყავართ ურთულეს ეკონომიკურ მიმართულებაში, რომლის ამოხსნასაც უკვე ასეულობით წელია ცდილობენ ეკონომისტები.[5] ყოველივე ამის გამო, ვერ შეიქმნა კაპიტალის დაგროვების პროცესის ამსახველი მარტივი მოდელი. ინდივიდუალური ქცევის ჩვენს მოდელს ეს პრობლემა არ აქვს, რადგან შეგვიძლია დავუშვათ, რომ „ბაზარი" უჩვენებს ინდივიდებს უკუგების განაკვეთს, ასე რომ მათ შეუძლიათ თავისი ქცევის ადაპტირება. ამ მოდელის დახმარებითვე აღვწერთ ფირმის საინვესტიციო გადაწყვეტილებას ამავე თავში. მაგრამ სანამ შევქმნიდეთ რაიმე ადეკვატურ მოდელს კაპიტალის დაგროვებასთან დაკავშირებით, ზუსტად უნდა განვსაზღვროთ თუ როგორ გარდაიქმნება c_0 პროდუქტი c_1 პროდუქტად. მაგრამ თუ ამის განსაზღვრას დავიწყებთ, ძალზე შორს წავალთ და გადავეშვებით კაპიტალის თეორიის ჩახლართულ ნაწილში. ამის ნაცვლად ნახაზზე 17.3 ჩვენ ავაგებთ მიწოდების მრუდს იმ ვარაუდის საფუძველზე, რომ მისი ფორმა ინტუიციურად ზრდადი უნდა იყოს. ამ თავის ძირითადი ნაწილი დაეთმობა თქვენს დარწმუნებას მიწოდების მრუდის ზრდადობასთან დაკავშირებით.

მომავალი პროდუქტის წონასწორული ფასი

ნახაზზე 17.3 წონასწორობა ნაჩვენებია წერტილებით p_1^* და c_1^*. ან წერტილში მომავალ პროდუქტზე მოთხოვნა და მიწოდება ერთმანეთის ტოლია. მიმდინარე პროდუქტის ის რაოდენობა, რა რაოდენობაც საჭირო იქნება c_1^* მომავალი პროდუქტის საწარმოებლად, დაიზოგება მიმდინარე პერიოდში.[6]

რამოდენიმე მიზეზის გამო უნდა ვივარაუდოთ, რომ p_1 იქნება 1-ზე ნაკლები. მაგალითად, ერთი ერთეული მომავალი პროდუქტის საყიდლად საჭირო იქნება ერთზე ნაკლები მიმდინარე პროდუქტის დაზოგვა (რადგან ამ დანაზოგს უკუგების განაკვეთიც დაემატება). როგორც მაგალითში 17.1 ვაჩვენეთ, შეიძლება ინდივიდი ითხოვდეს რაიმე დამატებით სარგებელს მოთმენისთვის. მრავალი გამონათქვამი არსებობს („ერთი დაჭერილი ჩიტი ორ დასაჭერს უდრის," „იცხოვრე დღევანდელი დღისთვის") და ასევე, რეალობაც (მომავალთან დაკავშირებული გაურკვევლობა და სიცოცხლის სასრულობა) გვიჩვენებს, რომ ინდივიდები მოუთმენელი არიან მოხმარებაზე გადაწყვეტილების მიღების დროს. ამგვარად, კაპიტალის დაგროვება, როგორც ეს ნაჩვენებია ნახაზზე 17.3, მოხდება იმ შემთხვევაში, თუ მიმდინარე მოხმარების ნაწილზე უარის თქმა ღირებული იქნება.

---

5 ამ თემასთან დაკავშირებით იხილეთ: M. Blaugi, Economic Theory in Retrospect, rev. ed. (Homewood, IL: Richard D. Irwin, 1978), თავი 12.

6 ეს არის გამარტივებული ანალიზი ნაშრომის I. Fisher, The Rate of Interest (New York: Macmillan, 1907)

p_1-ის ერთზე ნაკლებობის მიზეზი, ასევე შეიძლება ვეძიოთ მიწოდებაში. ეს მოიცავს კაპიტალის დაგროვების პროდუქტიულობის იდეას: დღეს ერთ ერთეულ პროდუქტზე უარის თქმა უნდა გვაძლევდეს ერთზე მეტს მომავალში. კაპიტალის ინვესტირების პროდუქტიულობის მარტივი მაგალითებია, ხის ზრდა ან ღვინის და ყველის დაძველება. ხის, ღვინის თუ ყველის პატრონი თავს იკავებს მათი გაყიდვისგან, მომავალში უფრო მეტი სარგებლის მიღების მიზნით. ცხადია, კაპიტალის დაგროვება თანამედროვე ინდუსტრიულ საზოგადოებაში გაცილებით რთული პროცესია, ვიდრე უბრალოდ ხის ზრდა, თუმცა ეკონომისტებს სჯერათ, რომ ამ ორ პროცესს შორის არსებობს ბევრი მსგავსება. ორივე შემთხვევაში, მიმდინარე პროდუქტის ინვესტირება წარმოების პროცესს უფრო გრძელვადიანს და რთულს ხდის, ამით კი იზრდება სხვა რესურსების წვლილი წარმოებაში.

წონასწორული უკუგების განაკვეთი

ახლა შეგვიძლია დავინახოთ კავშირი მომავალი პროდუქტის ფასსა და უკუგების განაკვეთს (r) შორის:

$$p_1^* = \frac{1}{1+r} \tag{17.19}$$

რადგან სარწმუნოა, რომ p_1^* ერთზე ნაკლებია. უკუგების განაკვეთი (r) დადებითი უნდა იყოს. მაგალითად, თუ $p_1^* = 0.9$, მაშინ r უდრის დაახლოებით 0.11-ს, და ვამბობთ რომ უკუგების განაკვეთი დაგროვილ კაპიტალზე არის „11 პროცენტი“. თუ ერთ ერთეულ კაპიტალს შევინახავთ, მაშინ მომავალში მივიღებთ 1.11 კაპიტალს. უკუგების განაკვეთი და p_1 ექვივალენტური საზომებია, რომლითაც ვზომავთ როგორ უნდა გაიცვალოს მიმდინარე პროდუქტი მომავალ პროდუქტში.

უკუგების განაკვეთი, რეალური სარგებლის განაკვეთი და ნომინალური სარგებლის განაკვეთი

უკუგების განაკვეთის ცნებას, რომელსაც აქამდე განვიხილავდით, ზოგჯერ იყენებენ რეალური სარგებლის განაკვეთის სინონიმად. ამ კონტექსტში ორივე გულისხმობს კაპიტალის დაგროვებიდან რეალურ უკუგებას. ეს ცნება უნდა განვასხვავოთ ნომინალური უკუგებისგან, რომელიც ფინანსურ ბაზარზე მიიღება. კონკრეტულად, თუ მოსალოდნელია რომ ფასების საერთო დონე გაიზრდება p_e დონით ორ პერიოდს შორის (ანუ თუ $p_e = 10$, მაშინ ინფლაცია შეადგენს 10 პროცენტს). ასეთ შემთხვევაში ნომინალური სარგებლის განაკვეთი (i) მოცემული იქნება ფორმულით

$$1+i = (1+r)\left(1+p_e\right), \tag{17.20}$$

ამიტომ, შესაძლო კრედიტორობის პირობებში მოსალოდნელი იქნებიდა ორი სახეობის ალტერნატიული დანახარჯების კომპენსირება, როგორც რეალურ კაპიტალში არდაბანდების (r), ასევე ფასების ზოგადი ზრდის ($\dot{p}_e$). ტოლობის 17.17 გაფართოვების შედეგად მივიღებთ

$$1 + i = 1 + r + \dot{p}_e + r\dot{p}_e, \tag{17.21}$$

თუ დავუშვებთ, რომ r და $\dot{p}_e$ არის მცირე, მაშინ შეგვიძლია დავწეროთ მიახლოებითი ტოლობა

$$i = r + \dot{p}_e. \tag{17.22}$$

თუ რეალური უკუგების განაკვეთი არის 4 პროცენტი (0.04) და მოსალოდნელი ინფლაცია 10 პროცენტია (0.10), მაშინ ნომინალური სარგებლის განაკვეთი დაახლოებით 14 პროცენტს (0.14) უნდა უდრიდეს. აქედან გამომდინარე, ინფლაციურ გარემოში, რეალურ და ნომინალურ სარგებლის განაკვეთებს შორის შეიძლება არსებობდეს მნიშვნელოვანი განსხვავება.

ამოცანა 17.2 რეალური სარგებლის განაკვეთის განსაზღვრა

დავუშვათ, მოხმარება იზრდება ეგზოგენური g ზრდის ტემპით. ავაგოთ მარტივი მოდელი, რომლითაც განვსაზღვრავთ რეალურ სარგებლის განაკვეთს. მაგალითად, დავუშვათ, რომ ერთადერთი სამომხმარებლო პროდუქტია მალფუჭებადი ხილი და იგი მოდის ხეზე, რომელიც g განაკვეთით იზრდება. უფრო რეალისტური იქნება თუ დავუშვებთ, რომ g განისაზღვრება მაკროეკონომიკური ძალებით, როგორიცაა ტექნოლოგიური პროგრესი სოლოუს მოდელში (იხ. თავის 9 დამატება). აზრი არ აქვს როგორ განვსაზღვრავთ ზრდის ტემპს, რეალური სარგებლის განაკვეთი შესაბამისად უნდა შეიცვალოს, ისე რომ მომხმარებლებს სურვილი ჰქონდეს მიიღონ ეს ზრდის განაკვეთი მოხმარებაში.

ოპტიმალური მოხმარება. ტიპიურ მომხმარებელს სურს მოახდინოს მოხმარებიდან მიღებული სარგებლის მაქსიმიზაცია, ანუ მიზანი არის შემდეგი ტოლობის მაქსიმიზაცია

$$\text{სარგებელიანობა} = \int_0^{\infty} e^{-\delta t} U(c(t))\,dt, \tag{17.23}$$

სადაც, δ არის წმინდა დროითი უპირატესობის მინიჭების განაკვეთი. დროის თითოეულ მონაკვეთში, ეს ადამიანი გამოიმუშავებს w ხელფასს და თავის კაპიტალდაბანდებაზე k იღებს r სარგებლის განაკვეთს. ამდენად ინდივიდის კაპიტალი იცვლება შემდეგნაირად

$$\frac{dk}{dt} = w + rk - c \tag{17.24}$$

და შემოსაზღვრულია ბოლო წერტილებით $k(0) = 0$ და $k(\infty) = 0$. დინამიკური ოპტიმიზაციის ამოცანისათვის (იხილეთ თავი 2) ავაგოთ ჰამილტონის გაფართოებული სისტემა

$$H = e^{-\delta t}U(c) + \lambda(w + rk - c) + k\frac{d\lambda}{dt} \qquad \textbf{(17.25)}$$

„მაქსიმუმის პრინციპი" მოითხოვს:

$$H_c = e^{-\delta t}U'(c) - \lambda = 0;$$

$$H_k = r\lambda + \frac{d\lambda}{dt} = 0 \quad \text{ან} \quad r\lambda = \frac{d\lambda}{dt}. \qquad \textbf{(17.26)}$$

ამ მეორე დიფერენციალური განტოლებიდან გამომდინარეობს რომ $\lambda = e^{-rt}$. თუ ჩავანაცვლებთ პირველ ტოლობაში მოცემულ პირობას მივიღებთ, რომ

$$U'(c) = e^{(\delta - r)t}. \qquad \textbf{(17.27)}$$

აქედან გამომდინარე, მაგალითის 17.1 პასუხის მსგავსად, ზღვრული სარგებლიანობა უნდა გაიზარდოს ან შემცირდეს, რაც დამოკიდებულია დროითი უპირატესობის განაკვეთსა და რეალურ სარგებლის განაკვეთს შორის კავშირზე. როდესაც სარგებლიანობა იღებს *CES* ფუნქციის სახეს $U(c) = c^R/R$ და $U'(c) = c^{r-1}$, ტოლობა 17.27 გვაძლევს ცხად პასუხს:

$$c(t) = \exp\left\{\frac{r - \delta}{1 - R}t\right\}, \qquad \textbf{(17.28)}$$

სადაც $\exp[x] = e^x$. ანუ, თუ $r > \delta$, მაშინ მოხმარება უნდა გაიზარდოს დროთა განმავლობაში, მაგრამ ეს ზრდა დამოკიდებულია იმაზე, თუ რამდენს მიიღებს ეს ინდივიდი არაათანაბარ მოხმარებაზე.

რეალური სარგებლის განაკვეთის განსაზღვრა. ამ მარტივ ეკონომიკაში ერთადერთი „ფასი" არის რეალური სარგებლის განაკვეთი. განაკვეთი ისე უნდა განისაზღვროს, რომ მომხმარებლები დათანხმდნენ მოხმარების ზრდის განაკვეთის მიღებას (ანუ დაზოგონ მიმდინარე მოხმარების ნაწილი), რომელიც მოცემულია ეგზოგენურად. ამგვარად

$$g = \frac{r - \delta}{1 - R} \quad \text{ან} \quad r = \delta + (1 - R)g \qquad \textbf{(17.29)}$$

თუ $g = 0$, მაშინ უკუგების რეალური განაკვეთი დროითი უპირატესობის მინიჭების განაკვეთის ტოლია. თუ $g > 0$, უკუგების რეალური განაკვეთი მეტი იქნება დროის უპირატესობის მინიჭების განაკვეთზე, რათა ხალხმა მიიღოს მოხმარების ზრდა.

(გაგრძელება)

მაგალითი 17.9 (გაგრძელება)

რეალური სარგებლის განაკვეთის პარადოქსი. ტოლობა 17.29 გვიჩვენებს ბაზისს, რასაც ზოგჯერ „რეალური სარგებლის განაკვეთის პარადოქსს“ უწოდებენ. დროთა განმავლობაში, რეალური მოხმარების ზრდა აშშ-ს ეკონომიკაში წლიურ 1.6 პროცენტს შეადგენს, ასევე ცნობიალია, რომ R მერყეობს –2-დან –3-მდე შუალედში. ამგვარად, მაშინაც თუ დროითი უპირატესობის მინიჭების განაკვეთი ნულის ტოლია, რეალური სარგებლის განაკვეთი იქნება მინიმუმ $r = 0 + (1 + 2) \cdot 0.016 = 0.048$ (რაც დააახლოებით 5 პროცენტს უდრის). ემპირიული მონაცემები გვიჩვენებს, რომ რეალური ურისკო სარგებლის განაკვეთი აშშ-ში ბოლო 75 წლის განმავლობაში 2 პროცენტს უდრის, რაც მოსალოდნელზე გაცილებით ნაკლებია. ან ეს მოდელია მცდარი, ან ხალხია მეტად მოქნილი მოხმარების შესახებ გადაწყვეტილებაზე, ვიდრე ეს ჩვენ გვგონია.

შეკითხვა: როგორ უნდა გავაფართოვოთ ამ მაგალითის შედეგი, რომ g-ს მერყეობა გავხადოთ შემთხვევითი? (იხილეთ ამოცანა 17.9.)

ფირმის მოთხოვნა კაპიტალზე

ფირმა ქირაობს მანქანა-დანადგარებს იგივე პრინციპით რა პრინციპითაც მივიღეთ მოგების მაქსიმიზაცია თავში 11. კერძოდ, სრულყოფილად კონკურენტულ ბაზარზე, ფირმა დაიქირავებს იმდენ მანქანა-დანადგარს, რომ ზღვრული ამონაგები ტოლი იყოს ქირის განაკვეთის და ვუშვებთ, რომ ყველა მანქანა-დანადგარი არის დაქირავებული. მოგვიანებით, ამავე ქვეთავში განვიხილავთ სიტუაციას, როდესაც ფირმა ფლობს საკუთრებაში მანქანა-დანადგარებს და არ ქირაობს.

საბაზრო ქირის განაკვეთის დეტერმინანტები

განვიხილოთ ფირმა, რომელიც სხვა ფირმებზე აქირავებს მანქანა-დანადგარებს. დავუშვათ, ფირმა ფლობს მანქანა-დანადგარებს (მაგალითად, ავტომობილი ან ექსკავატორი), რომლის მიმდინარე საბაზრო ღირებულება არის p. რამდენს მოითხოვს ფირმა ამ დანადგარის გაქირავების შემთხვევაში. მფლობელი ორი სახის დანახარჯს განიხილავს: ცვეთა და ალტერნატიული დანახარჯი (მას ამ მანქანა-დანადგარში ჩადებული ინვესტიცია შეიძლება დაებანდებინა სხვა საქმეში და იქიდან მიეღო შემოსავალი). თუ დავუშვებთ, რომ ცვეთა თითოეულ პერიოდში არის მანქანა-დანადგარის საბაზრო ღირებულების მუდმივი პროცენტი (d) და რეალური სარგებლის განაკვეთი არის r, მაშინ მანქანა-დანადგარის მთლიანი დანახარჯი ერთ პერიოდში იქნება

$$pd + pr = p(r + d). \qquad \textbf{(17.30)}$$

თუ დავუშვებთ, რომ მანქანა-დანადგარების გაქირავების ბაზარი არის სრულყოფილად კონკურენტული, მაშინ გრძელვადიან პერიოდში მანქანა-დანადგარის გაქირავებით მიღებული მოგება უნდა იყოს ნული. ამ ბაზარზე სრულყოფილი კონკურენციის გამო ქირის განაკვეთი (v) ერთ პერიოდზე უნდა უდრიდეს ამ მანქანა-დანადგარზე გაწეულ დანახარჯს. საბოლოო შედეგი ასეთია

$$v = p(r + d). \tag{17.31}$$

ქირის კონკურენტული განაკვეთი არის დათმობილი სარგებლის განაკვეთისა და ცვეთის დანახარჯის ჯამი, რომელიც მანქანა-დანადგარის მფლობელმა უნდა გაიღოს. მაგალითად, რეალური სარგებლის განაკვეთი არის 5 პროცენტი (ანუ 0.05) და ფიზიკური ცვეთის განაკვეთი არის 15 პროცენტი (0.15). ასევე დავუშვათ, რომ დანადგარის მიმდინარე ფასი არის $10,000. მაშინ, ამ მარტივ მოდელში, დანადგარის წლიური ქირის განაკვეთი უნდა იყოს $2,000 [= $10,000 × (0.05+0.15)]. ამ თანხის $500 არის ალტერნატიული დანახარჯი და დარჩენილი $1,500 ფიზიკურ ცვეთას ასახავს.

ფცჯეთი მანქანა-დანადგარები

ჰიპოთეტურ შემთხვევაში, როდესაც მანქანა-დანადგარი არ ცვდება ანუ (d=0)განტოლება 17.32 გარდაიქმნება შემდეგნაირად

$$\frac{v}{P} = r. \tag{17.32}$$

წონასწორობაში უსასრულო სასიცოცხლო (უცვეთი) პერიოდის მქონე მანქანა-დანადგარი იგივეა რაც უვადო ობლიგაცია (იხილეთ ამ თავის დანართი), რასაც მოაქვს საბაზრო უკუგების განაკვეთის ტოლი შემოსავალი. ქირის განაკვეთი, როგორც მანქანა-დანადგარის საბაზრო ფასიდან პროცენტი, უნდა უდრიდეს r-ს. თუ $v/p > r$, მაშინ ყველა იყიდის დანადგარებს, რადგან გაქირავებით მიღებული შემოსავალი აღემატება სხვაგან მიღებულ უკუგების განაკვეთს. მსგავსად, თუ $v/p < r$, მაშინ აღარავინ იქნება დანადგარების გაქირავების ბიზნესში, რადგან ალტერნატიული საინვესტიციო დაბანდებიდან შესაძლებელია უფრო მეტი უკუგების მიღება.

მანქანა-დანადგარების მფლობელობა

აქამდე ჩვენი ანალიზის მიხედვით ფირმები იყენებდნენ დაქირავებულ მანქანა-დანადგარებს. რა თქმა უნდა, ეს რეალურ სამყაროშიც შესაძლებელია (მაგალითად, ბევრი ფირმა ჩართულია თვითმფრინავების, სატვირთო ავტომობილების, კომპიუტერებისა და სხვა ფორმის სალიზინგო ბიზნესში), თუმცა, უფრო ხშირად ფირმები თვითონ ფლობენ მანქანა-დანადგარებს. ფირმები ყიდულობენ მანქანა-დანადგარებს და აწარმოებ-

ენ პროდუქტს დაქირავებული სამუშაო ძალის მეშვეობით. დანადგარების მფლობელობა ართულებს კაპიტალზე მოთხოვნის ანალიზს, სამუშაო ძალაზე მოთხოვნასთან შედარებით. თუმცა თუ ცხადად განვასხვავებთ მარაგს და ნაკადს ერთმანეთისგან, ვნახავთ, რომ ეს ორი სახეობის მოთხოვნა საკმაოდ მსგავსია.

ფირმები იყენებენ კაპიტალის მომსახურებას პროდუქტის საწარმოებლად. ეს მომსახურება არის ნაკადი. იგი არის მანქანა-საათების რაოდენობა, რომელიც გამოიყენება წარმოების პროცესში (მაგალითად, მუშა-საათი) და არა თვით მანქანა-დანადგარის რაოდენობა. ხშირად ვუშვებთ, რომ კაპიტალის ნაკადი არის მანქანა-დანადგარების მარაგის პროპორციული (100 მანქანა-დანადგარი, თუ მათ სრული დატვირთვით ვიყენებთ ერთი საათის განმავლობაში, შეგვიძლია ვუწოდოთ 100 მანქანა-საათის მომსახურება); ამგვარად, ეს ორი განსხვავებული ცნება ხანდახან სინონიმებადაც გამოიყენება. თუ პერიოდის განმავლობაში ფირმას სურს გარკვეული რაოდენობის მანქანა-საათის გამოყენება, ეს აღიქმება როგორც ფირმის სურვილი გარკვეული რაოდენობის მანქანა-დანადგარზე. ფირმის მოთხოვნა კაპიტალის მომსახურებაზე არის, ასევე, მოთხოვნა კაპიტალზე.[7]

სრულყოფილი კონკურენციის ბაზარზე მოგების მაქსიმიზაციაზე ორიენტირებული ფირმა ირჩევს საწარმოო ფაქტორის ისეთ რაოდენობას, რომლისთვისაც ზღვრული დანახარჯი და ზღვრული ამონაგები ერთმანეთის ტოლია. ეს შედეგი სწორია, ასევე, მანქანა-საათების შემთხვევაშიც. კაპიტალის მომსახურების დანახარჯი მოცემულია ქირის განაკვეთით (υ) ტოლობაში 17.31. ამ დანახარჯის არსებობა დამოკიდებულია ფირმის გადაწყვეტილებაზე, იქირავებს დანადგარს ბაზარზე, თუ იყიდის. წინა შემთხვევაში ეს იყო ცხადი დანახარჯი, შემდგომში კი ფირმა ჩართული იყო ორ ბიზნესში: (1) პროდუქტის წარმოება; (2) მანქანა-დანადგარების ფლობა და შემდგომ მათი გაქირავება. მეორე ბიზნესში ფირმა იღებს იგივე გადაწყვეტილებას, რასაც იღებს სხვა ნებისმიერი ფირმა გაქირავების ბიზნესში, რადგან იგი თავის თავზე იგივე დანახარჯს იღებს. მფლობელობის ფაქტი გავლენას არ ახდენს დანახარჯის განსაზღვრაზე. ამგვარად, ჩვენი წინა ანალიზი კაპიტალზე მოთხოვნასთან დაკავშირებით შეგვიძლია გამოვიყენოთ იმ შემთხვევაშიც, თუ მანქანა-დანადგარს ყიდულობს ფირმა და არ ქირაობს.

განსაზღვრება

მოთხოვნა კაპიტალზე. სრულყოფილად კონკურენტული ბაზრის შემთხვევაში მოგების მაქსიმიზაციაზე ორიენტირებული ფირმა კაპიტალის დაქირავებას გააგრძელებს მანამ, სანამ ზღვრული ამონაგები (MRP_k) არ იქნება საბაზრო ქირის განაკვეთის (υ) ტოლი. სრულყოფილი კონკურენციის შემთხვევაში, ქირის განაკვეთში ასახულია როგორც ცვეთის დანახარჯი, ასევე, ინვესტიციის ალტერნატიული დანახარჯი. ამგვარად, გვექნება

$$MRP_k = \upsilon = p(r + d). \qquad \textbf{(17.33)}$$

7 ფირმის გადაწყვეტილებას, რამდენად ინტენსიურად გამოიყენოს არსებული კაპიტალის მარაგი მოცემულ პერიოდში, ხშირად როგორც ბიზნეს ციკლების სწავლების ნაწილს ისე განვიხილავთ.

ინვესტირების თეორია

თუ ფირმა ემორჩილება მოგების მაქსიმიზაციის წესს, რომელიც მოცემულია განტოლებაში 17.33 და ამის მიხედვით აღმოაჩენს, რომ მას გააჩნია კაპიტალის მომსახურების ოპტიმალურ რაოდენობაზე ნაკლები, მაშინ ფირმას აქვს ორი არჩევანი. პირველი, მას შეუძლია ბაზარზე დამატებითი მანქანა-დანადგარები დაიქირავოს. ეს ზუსტად იგივე სახის გადაწყვეტილებაა, რაც დამატებითი მუშახელის დაქირავება. მეორე, ფირმამ მოთხოვნილებების დასაკმაყოფილებლად შეიძლება იყიდოს ახალი დანადგარები. ეს ალტერნატივა უფრო ხშირად გამოიყენება; ახალი მოწყობილობების შეძენას ინვესტირებას ვუწოდებთ.

მაკროეკონომიკურ თეორიაში ინვესტიციებზე მოთხოვნა „ერთობლივი მოთხოვნის" მნიშვნელოვან ნაწილს წარმოადგენს. ხშირად ვუშვებთ, რომ მოთხოვნა მიწაზე და მოწყობილობებზე უკუდამოკიდებულებაშია რეალურ სარგებლის განაკვეთთან, ან რასაც ჩვენ უკუგების განაკვეთს ვუწოდებთ. თუ გამოვიყენებთ ტექსტის ამ ნაწილში მოცემულ ანალიზს, შეგვიძლია შევამოწმოთ ეს დებულება. რეალური სარგებლის განაკვეთის (r) შემცირება, სხვა თანაბარ პირობებში, შემაცირებს კაპიტალის დაქირავების განაკვეთს (განტოლება 17.31). რადგან დათმობილი სარგებლის განაკვეთი მოწყობილობის მფლობელისთვის არაცხად დანახარჯს წარმოადგენს, r-ის შემცირება შეამცირებს წარმოების ფაქტორის ფასს (რაც არის დაქირავების განაკვეთი). ეს შემცირება v-ში შედეგად მოგვცემს იმას, რომ კაპიტალი გახდება შედარებით იაფი საწარმოო ფაქტორი; ეს კი უბიძგებს ფირმებს კაპიტალის გამოყენება გაზარდონ.

მიმდინარე დისკონტირებული ღირებულება, რომლის საინვესტიციო გადაწყვეტილების მიღების ხერხი

როდესაც ფირმა ყიდულობს მანქანა-დანადგარებს, ეს იგივეა ვიყიდოთ წმინდა ამონაგები მომავალ პერიოდებში. მანქანა-დანადგარების შესყიდვაზე გადაწყვეტილების მისაღებად, ფირმამ უნდა გამოთვალოს ამონაგების ნაკადის მიმდინარე დისკონტირებული ღირებულება.[8] ეს არის ალტერნატიული მიდგომა საინვესტიციო გადაწყვეტილების მიღების ასახსნელად.

განვიხილოთ პროცესი, როდესაც ფირმამ უნდა გადაწყვიტოს იყიდოს თუ არა მანქანა-დანადგარი. ეს მოწყობილობა გამოიყენება n წლის განმავლობაში და მის მფლობელს მოუტანს მონეტარულ უკუგებას (პროდუქტის ზღვრული უკუგება) მომავალი n წლის განმავლობაში. უკუგება i წელს აღვნიშნოთ R_i-ით. თუ r არის მიმდინარე რეალური სარგებლის განაკვეთი და იგი შენარჩუნდება მომავალი n წლის განმავლობაში, მაშინ მანაქნა-დანადგარისგან მიღებული წმინდა უკუგებების ნაკადის მიმდინარე დისკონტირებული ღირებულება (PDV) იქნება

8 მიმდინარე დისკონტირებული ღირებულების ფართოდ განსახილველად იხ. ამ თავის დანართი.

$$PDV = \frac{R_1}{1+r} + \frac{R_2}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{R_n}{(1+r)^n}. \tag{17.34}$$

მიმდინარე დისკონტირებული ღირებულება გვიჩვენებს ყველა უკუგების ნაკადების მიმდინარე ღირებულებას, რასაც ეს მანქანა-დანადგარი მოიტანს, ვითვალისწინებთ, რომ განსხვავებული უკუგებები მიღებულია სხვადასხვა პერიოდში. თუ ამ ნაკადის PDV ამავე მანქანა-დანადგარის ფასზე (p) მეტია მაშინ ფირმებმა უნდა იყიდონ ეს მოწყობილობა. მეორე მხრივ, თუ $p > PDV$, მაშინ ფირმები ამჯობინებენ სიმდიდრე დააბანდონ ალტერნატიულ საინვესტიციო შესაძლებლობებში, რომელიც წლიურად გვპირდება r უკუგების განაკვეთს. ამგვარად ერთადერთი წონასწორობა კონკურენტულ ბაზარზე არის, როდესაც მანქანა-დანადგარის ფასი, მისგან მიღებული უკუგებების ნაკადის მიმდინარე დისკონტირებული ღირებულების ტოლია. მხოლოდ ამ შემთხვევაში არ ექნება ადგილი მოწყობილობებზე არც ზედმეტ მიწოდებას და არც ზედმეტ მოთხოვნას. ანუ საბაზრო წონასწორობა მოითხოვს

$$P = PDV = \frac{R_1}{1+r} + \frac{R_2}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{R_n}{(1+r)^n}. \tag{17.35}$$

ახლა შეგვიძლია ამ პირობის გამოყენება, ორი სიტუაციის საჩვენებლად, რომელშიც ინვესტიციის მიმდინარე დისკონტირებული ღირებულების კრიტერიუმი ერთიდაიგივე წონასწორობის პირობებს გვაძლევს, რაც ამ თავში უკვე ავხსენით.

მარტივი შემთხვევა

თავდაპირველად დავუშვათ რომ მანქანა-დანადგარებს გააჩნია უსასრულო სასიცოცხლო პერიოდი და პროდუქტის ზღვრული უკუგება (R_t) ყოველ წელს არის ერთიდაიგივე. ეს ერთგვაროვანი უკუგება, ასევე, გამოიწვევს მანქანა-დანადგარებზე უკუგებების განაკვეთის (v) გატოლებას, რადგან ეს არის, ის რაც სხვა ფირმებმა უნდა გადაიხადონ ამ დანადგარის გამოყენებისთვის ნებისმიერ პერიოდში. ამ გამარტივებული დაშვებებით, მიმდინარე დისკონტირებული ღირებულება მანქანა-დანადგარების მფლობელობიდან იქნება

$$\begin{aligned} PDV &= \frac{v}{1+r} + \frac{v}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{v}{(1+r)^n} + \ldots \\ &= v \cdot \left(\frac{v}{1+r} + \frac{v}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{v}{(1+r)^n} + \ldots \right) \\ &= v \cdot \left(\frac{1}{1-1/(1+r)} - 1 \right) \\ &= v \cdot \left(\frac{1+r}{r} - 1 \right) \\ &= v \cdot \frac{1}{r} \end{aligned} \tag{17.36}$$

ჩავსვათ ეს წონასწორობის პირობაში $p = PDV$, ანუ

$$p = v \cdot \frac{1}{r} \tag{17.37}$$

ან

$$\frac{v}{p} = r, \tag{17.38}$$

როგორც უკვე ვაჩვენეთ ტოლობაში 17.32. ამ შემთხვევაში, მიმდინარე დისკონტირებული ღირებულების კრიტერიუმი გვაძლევს იდენტურ შედეგს, რაც წინა ქვეთავში მივიღეთ.

ზოგადი შემთხვევა

ტოლობა 17.30 შეიძლება, ასევე, მივიღოთ უფრო ზოგადი შემთხვევისთვის, როდესაც მანქანა-დანადგარების დაქირავების განაკვეთი არაა მუდმივი დროთა განმავლობაში და ასევე ცვდება. ეს ანალიზი ყველაზე მარტივია უწყვეტი დროის შემთხვევაში. დავუშვათ, დაქირავების განაკვეთი დროის კონკრეტულ s მომენტში არის $v(s)$. დავუშვათ, ასევე, რომ დანადგარი ცვდება ექსპონენციალურად d განაკვეთით.[9] დაქირავების წმინდა განაკვეთი (ზღვრული პროდუქტიდან ამონაგები) დანადგარიდან მცირდება დროთა განმავლობაში, იმის მიხედვით რაც უფრო მეტად ძველდება დანადგარი. s წელს დაქირავების წმინდა განაკვეთი ძველი მანქანა-დანადგარისთვის, რომელიც მან წინა წლის (t) შემდეგ მოიტანა იქნება

$$v(s)e^{-d(s-t)}, \tag{17.39}$$

რადგან $s - t$ არის წლების რაოდენობა, რომლის დროსაც მანქანა გაცვდა. მაგალითად, დავუშვათ, დანადგარი შევიძინეთ 2000 წელს. 2005 წელს მისი ქირაობის წმინდა განაკვეთია ამონაგების ის განაკვეთი, რომელიც მიღებულია ახალი დანადგარის მიერ 2005 წელს [$v(2005)$] დისკონტირებული $e - 5d$ განაკვეთით, ვინაიდან ასევე ჩავთვალოთ ცვეთა, რომელიც დანადგარმა ამ ხუთი წლის განმავლობაში განიცადა.

თუ ფირმა განიხილავს ახალი მანქანა-დანადგარის შესყიდვას t წელს, მან უნდა მოახდინოს ყველა მომავალი ქირაობის წმინდა განაკვეთების დისკონტირება მოცემული პერიოდისთვის. s წელს დაქირავების წმინდა განაკვეთის მიმდინარე ღირებულება (მიმდინარე t წელში) იქნება (თუ r არის სარგებლის განაკვეთი)

9 მანქანების ამორტიზაციის ამ ანალიზში იგულისხმება, რომ ადგილი აქვს დროის ერთეულში ფიქსირებული ხარისხით ფიზიკურ „ცვეთას". ეს მოდელი ფიზიკაში მიღებული რადიოაქტიური დაშლის იდენტურია. შესაძლებელია ფიზიკური ამორტიზაციის სხვა ფორმების განხილვაც, რაც მათემატიკურ ფორმულირებას ექვემდებარება.
მნიშვნელოვანია ფიზიკური ცვეთის ცნების (ამორტიზაცია, რომელიც მოქმედებს დანადგარის მწარმოებლურობაზე) განსხვავება საბუღალტრო ცვეთისგან. ამ უკანასკნელს მნიშვნელობა აქვს მხოლოდ მაშინ, როცა ამორტიზაციას აღვრიცხავთ დანადგარიდან მიღებული მოგების გადასახადის განსაზღვრისთვის. თუმცა, ეკონომიკური თვალსაზრისით მანქანის ღირებულება დაუბრუნებელი დანახარჯია: ამ დანახარჯების „ჩანერის" ნებისმიერი არჩევანი გარკვეული ხარისხით თავისუფალია.

$$e^{-r(s-t)}v(s)e^{-d(s-t)} = e^{r+d}v(s)e^{-(r+d)s}, \tag{17.40}$$

რადგან,$(s - t)$ წელი გავიდა მას შემდეგ, რაც დანადგარი იქნა შეძენილი, სანამ ფირმა დაქირავებიდან შემოსავალს მიიღებდა. t წელს შეძენილი მანქანა-დანადგარების მიმდინარე დისკონტირებული ღირებულება არის ამ წლების განმავლობაში მიღებული მიმდინარე ღირებულებების ჯამი (ინტეგრალი). ეს ჯამი უნდა დავითვალოთ t წლიდან (როდესაც დანადგარი იქნა შეძენილი) ყველა მომავალი პერიოდების განმავლობაში:

$$PDV(t) = \int_t^{\infty} e^{(r+d)t} v(s) e^{-(r+d)s} ds. \tag{17.41}$$

წონასწორობაში მანქანა-დანადგარის ფასი t წელს $[p(t)]$ ტოლი უნდა იყოს მისივე მიმდინარე ღირებულების, შედეგად გვექნება შემდეგი ფუნდამენტური განტოლება:

$$p(t) = \int_t^{\infty} e^{(r+d)t} v(s) e^{-(r+d)s} ds. \tag{17.42}$$

ეს მნიშვნელოვანი განტოლება არის უბრალოდ განტოლების 17.35 გართულებული ვარიანტი და შეიძლება გამოვიყენოთ განტოლების 17.31 მისაღებად. პირველ რიგში გარდავქმნათ ტოლობა შემდეგნაირად

$$p(t) = e^{(r+d)t} \int_t^{\infty} v(s) e^{-(r+d)s} ds. \tag{17.43}$$

შემდეგ გავაწარმოოთ t-ს მიმართ, რომლისთვისაც უნდა გამოვიყენოთ ნამრავლის გაწარმოების წესი:

$$\frac{dp(t)}{dt} = (r+d)e^{(r+d)t} \int_t^{\infty} v(s) e^{-(r+d)s} ds - e^{(r+d)t} v(t) e^{-(r+d)t}$$

$$= (r + d)p(t) - v(t). \tag{17.44}$$

ამგვარად,

$$v(t) = (r+d)\,p(t) - \frac{dp(t)}{dt} \tag{17.45}$$

ეს არის ზუსტად ის შედეგი, რაც ტოლობაში 17.31 მივიღეთ, ერთადერთი დაემატა $-dp(t)/dt$. ეკონომიკური ახსნა ამ დამატებისა არის ის, რომ იგი წარმოადგენს კაპიტალის ნაზრდს, რომელსაც მანქანა-დანადგარის მფლობელი იღებს. თუ მოსალოდნელია, რომ დანადგარის ფასი გაიზრდება, მაშინ მფლობელი შეიძლება დათანხმდეს დაქირავების $(r + d)p$-ზე ნაკლებ განაკვეთსაც.[10] მეორე მხრივ, თუ მოსალოდნელია, რომ დანადგარის ფასი შემცირდება $[dp(t)/dt < 0]$, მფლობელი მოითხოვს იმაზე მეტ

10 მაგალითად, გარეუბანში არსებულ გასაქირავებელ სახლს, რომლის ფასიც სწრაფად იზრდება, სახლის მფლობელი დანახარჯზე დაბალ ფასშიც გააქირავებს, რადგან ის ასევე სარგებელს ფასის ზრდისგან იღებს.

განაკვეთს, ვიდრე ეს მოცემულია განტოლებაში 17.31. თუ მოსალოდნელია, რომ დანადგარის ფასი არ შეიცვლება, ანუ $dp(t)/dt = 0$, მაშინ ეს ტოლობები არის ერთნაირი. წარმოდგენილი ანალიზი გვიჩვენებს, რომ არსებობს გარკვეული კავშირი დანადგარის ფასს, მომავალში მოსალოდნელ მისაღებ მოგებასა და ამავე დანადგარის მიმდინარე დაქირავების განაკვეთებს შორის.

მაგალითი 17.3 ხის მოჭრა

გადაწყვეტილების მიღების პროცესში *PDV* კრიტერიუმის გამოყენების საილუსტრაციოდ მოვიყვანოთ მაგალითი, რომელშიც მეტყევემ უნდა გადაწყვიტოს როდის მოჭრას ხე. დავუშვათ, ხის ღირებულება კონკრეტულ t მომენტში არის $f(t)$ (სადაც $f'(t) > 0$ და $f''(t) < 0$) და l დოლარის ინვესტიცია გაიღო მან ვინც ეს ხე დარგო. დავუშვათ, რომ (უწყვეტი) საბაზრო სარგებლის განაკვეთი არის r. ხის დარგვის მომენტისთვის, ხის მფლობელის მოგების მიმდინარე დისკონტირებული ღირებულება შეადგენს

$$PDV(t) = e^{-rt}f(t) - l, \tag{17.46}$$

მარტივად, რომ ვთქვათ, ეს არის განსხვავება ამონაგების მიმდინარე ღირებულებასა და მიმდინარე დანახარჯს შორის. მეტყევემ უნდა გადაწყვიტოს ხის მოჭრა მაშინ, როდესაც ტოლობა 17.46 იქნება მაქსიმალური. ეს მნიშვნელობა როგორც ყოველთვის შეიძლება ვიპოვოთ გაწარმოების მეშვეობით:

$$\frac{dPDV(t)}{dt} = \text{[illegible]} - \quad = 0 \tag{17.47}$$

თუ გავყოფთ ტოლობის ორივე მხარეს e^{-rt}-ზე

$$f'(t) - rf(t) = 0 \tag{17.48}$$

ეს იგივეა რაც,

$$r = \frac{f'(t)}{f(t)} \tag{17.49}$$

ამ ოპტიმალურობის პირობაში ორი მახასიათებელი უნდა გამოვყოთ. პირველი, გაწარმოების შემდეგ ოპტიმიზაციიდან თავდაპირველად ინვესტირებული თანხა გაქრა. ეს დანახარჯი (ლიტერატურული გაგებითაც) არის „აუნაზღაურებელი" დანახარჯი, რაც არაა რელევანტური ხის მოჭრაზე გადაწყვეტილების მიღების მომენტში. მეორე, ტოლობა 17.49 შეიძლება განვმარტოთ შემდეგნაირად, სარგებლის განაკვეთი უნდა უდრიდეს ხის ზრდის პროპორციულ განაკვეთს. ეს შედეგი ინტუიციურია. თუ ხე იზრდება უფრო სწრაფად, ვიდრე არსებული სარგებლის განაკვეთია, მაშინ ამ ხის მფლობელმა უნდა მოიცადოს და არ მოჭრას ხე, რადგან ხე უფრო მეტ უკუგებას იძლევა. მეორე მხრივ, თუ ხე საბაზრო სარგებლის განაკვეთზე ნაკლები განაკვეთით იზრდება, მაშინ ხე

(გაგრძელება)

შავ-თეთრი ვერსია

უნდა მოიჭრას, გაიყიდოს და დაბანდებულ იქნას ალტერნატიულ საინვესტიციო შესაძლებლობაში r განაკვეთით.
ტოლობა 17.49 არის აუცილებელი პირობა მაქსიმუმისთვის. განტოლების 17.48 მიხედვით მარტივია დავინახოთ, რომ დროის t მომენტში სრულდება

$$f''(t) - rf'(t) < 0 \qquad \textbf{(17.50)}$$

რადგან დავუშვით, რომ $f'(t) > 0$ (ხე მუდმივად ზრდადია) და $f''(t) < 0$ (ზრდის ტემპი მცირდება დროთა განმავლობაში), თუ გავითვალისწინებთ ამ დაშვებებს მივიღებთ, რომ ტოლობა 17.50 სამართლიანია. ეს კი თავისთავად ნიშნავს, რომ მიღებული მნიშვნელობა მართლაც მაქსიმუმია.

რიცხვითი მაგალითი. დავუშვათ, ხე იზრდება შემდეგი ტოლობის მიხედვით

$$f(t) = \exp\{0.4\sqrt{t}\} \qquad \textbf{(17.51)}$$

ეს ტოლობა ყოველთვის გამოსახავს დადებითი ზრდის განაკვეთს [$(f'(t) < 0)$] და, ამიტომ

$$\frac{f'(t)}{f(t)} = \frac{0.2}{\sqrt{t}} \qquad \textbf{(17.53)}$$

ან

$$\sqrt{t} = \frac{0.2}{0.4} = 5,$$

ანუ

$$t^* = 25 \qquad \textbf{(17.54)}$$

25 წლამდე პერიოდში ხის ზრდის განაკვეთი აღემატებოდა წლიურ სარგებლის განაკვეთს – 4 პროცენტს, ამ შემთხვევაში ოპტიმალური გადაწყვეტილებაა ხე არ მოვჭრათ, მაგრამ, როდესაც $t > 25$ წლიური სარგებლის განაკვეთი 4 პროცენტზე დაბლა ეცემა მაშინ მეტყეველმ უნდა მოჭრას ხე და დააბანდოს გაყიდვიდან მიღებული უკუგება სხვაგან.

სარგებლის განაკვეთის ცვლილება. თუ რეალური სარგებლის განაკვეთი იზრდება 5 პროცენტამდე, მაშინ განტოლება 17.53 გახდება

$$r = 0.05 = \frac{0.2}{\sqrt{t}} \qquad \textbf{(17.55)}$$

და ხის მოჭრის ოპტიმალური ასაკი არის

$$t^* = \left(\frac{0{,}2}{0{,}05}\right)^2 = 16. \qquad \textbf{(17.56)}$$

მაღალი რეალური სარგებლის განაკვეთი დემოტივაციას უკეთებს ხეებში ინვესტიციას და უბიძგებს მეტყეევეს მალე მოჭრას ხე.[11]

შეკითხვა: დავუშვათ ყველა ფასი იზრდება წლიური 10 პროცენტით. როგორ შეცვლის ეს ჩვენს პასუხებს ამ მაგალითში?

ფასწარმოქმნა ბუნებრივ რესურსებზე

თომას მალთუსის შემდეგ ეკონომისტები დაინტერესებულები არიან ბუნებრივ რესურსებზე ფასწარმოქმნით. ძირითადი საკითხი, რომელიც ამ მხრივ განიხილება შემდეგია: შეუძლია თუ არა ბაზარს მოახდინოს ამ რესურსების სასურველი განაწილება, მაშინ როცა რესურსს ახასიათებს ამოწურვადობა. ამ ქვეთავში განვიხილავთ ბუნებრივ რესურსებზე ფასწარმოქმნის მარტივ მოდელს.

ფასწარმოქმნა მოგების მაქსიმიზაციისთვის და წარმოებული პროდუქტი

დავუშვათ, ფირმა ფლობს შეზღუდული რაოდენობის რესურსს. რესურსების მარაგი t პერიოდში აღვნიშნოთ $x(t)$-თი და მიმდინარე პროდუქტი ამ მარაგიდან $q(t)$-თი. ამგვარად, ამ რესურსის მარაგი იცვლება შემდეგი დიფერენციალური განტოლების მიხედვით

$$\frac{dx(t)}{dt} = \dot{x}(t) = -q(t), \qquad \textbf{(17.57)}$$

ნერტილი აღნიშნავს დროის მიმართ წარმოებულს. მოცემული რესურსის მარაგი შეზღუდულია ორივე მხრიდან $x(\infty) = \overline{x}$ და $x(\infty) = 0$. ამ რესურსის ამოღებას აქვს მუდმივი საშუალო და ზღვრული დანახარჯი წარმოებული პროდუქტის ცვლილებისას, მაგრამ ის შეიძლება იცვლებოდეს დროთა განმავლობაში. ამგვარად, ფირმის მთლიანი დანახარჯი დროის ნებისმიერ მომენტში იქნება $C(t) = c(t)q(t)$. ფირმის მიზანია მოახდინოს მოგების მიმდინარე დისკონტირებული ღირებულების მაქსიმიზაცია ტოლობის 17.57 პირობით. თუ დავუშვებთ, რომ $p(t)$ არის რესურსის ფასი t პერიოდში, მაშინ მოგება იქნება

11 ხეებთან დაკავშირებით უფრო მეტი განხილვისთვის იხ. ამოცანები 17.4 და 17.11.

$$\pi = \int_0^{\infty} \left[p(t)q(t) - c(t)q(t) \right] e^{-rt} dt \qquad \textbf{(17.58)}$$

სადაც r არის რეალური სარგებლის განაკვეთი (ვუშვებთ, რომ ის მუდმივია ჩვენს ანალიზში). შევადგინოთ გაფართოებული ჰამილტონის სისტემა ამ დინამიკური ოპტიმიზაციის ამოცანისთვის

$$H = \left[p(t)q(t) - c(t)q(t) \right] e^{-rt} + \lambda \left[-q(t) \right] + x(t) \frac{d\lambda}{dt} \qquad \textbf{(17.59)}$$

მაქსიმიზაციის პირობის გამოყენებით მივიღებთ:

$$H_q = [p(t) - c(t)]e^{-rt} - \lambda = 0,$$

$$H_x = \frac{d\lambda}{dt} = 0 \qquad \textbf{(17.60)}$$

მეორე პირობიდან გამომდინარეობს, რომ რესურსების მარაგის „ჩრდილოვანი ფასი" უნდა იყოს მუდმივი დროთა განმავლობაში. რადგან ერთი ერთეულის წარმოება ამცირებს რესურსის მარაგს ზუსტად ერთი ერთეულით, მიუხედავად იმისა როდისაა ის გამოშვებული. ნებისმიერი დროის გზა, რომელშიც ჩრდილოვანი ფასი იცვლება, არ იქნება ოპტიმალური. ამ შედეგის პირველ პირობაში ჩასმით მივიღებთ

$$\frac{d\lambda}{dt} = \lambda \left(\text{ùù} \right)^{-rt} - \left(- \right)^{-rt} = 0 \qquad \textbf{(17.61)}$$

თუ ტოლობის ორივე მხარეს გავყოფთ e^{-rt}-ზე და წევრებს გადავალაგებთ, მივიღებთ:

$$\dot{p} = r(p - c) + \dot{c}. \qquad \textbf{(17.62)}$$

აქედან გამომდინარე, ფასების ცვლილება შედგება ორი კომპონენტისგან. მეორე კომპონენტი გვიჩვენებს, რომ ფასი უნდა მიყვეს რესურსის გამოყენების ზღვრულ დანახარჯს. პირველი კომპონენტი გვიჩვენებს შემდეგს: მაშინაც კი თუ რესურსის გამოყენების დანახარჯი არ არსებობს, ფასების ცვლილებაში იქნება ზრდის ტენდენცია, რაც ასახავს რესურსების შეზღუდულ ხასიათს. ფირმას ექნება სტიმული შეინახოს რესურსის ნაწილი, მხოლოდ მაშინ, თუ ეს შენახვა მოიტანს რეალური სარგებლის განაკვეთის ტოლ უკუგებას. წინააღმდეგ შემთხვევაში, უკეთესი იქნება ფირმამ გაყიდოს მთელი თავისი რესურსი და მიმართოს ალტერნატიულ საინვესტიციო ვარიანტს. ეს შედეგი პირველად ახსენა[12] ჰაროლდ ჰოტელინგმა 1930-იანი წლების დასაწყისში, რომელიც შეიძლება კიდევ უფრო გამარტივდეს თუ დავუშვებთ, რომ რესურსების გამოყენების ზღვრული დანახარჯი არის ნული. ამ შემთხვევაში, ტოლობა 17.62 დაიყვანება მარტივ

12 H. Hotelling, "The Economics of Exhaustible Resources," Journal of Political Economy (April 1931): 137–75.

დიფერენციალურ განტოლებამდე

$$\dot{p} = rp, \tag{17.63}$$

ამონახსენი იქნება

$$p = p_0 e^{rt}. \tag{17.64}$$

ეს ნიშნავს, რომ ფასი იზრდება ექსპონენციალურად რეალური სარგებლის განაკვეთით. უფრო ზოგადად რომ ვთქვათ, დავუშვათ ზღვრული დანახარჯი მიყვება ექსპონენციალურ ტენდენციას

$$c(t) = c_0 e^{\gamma t}. \tag{17.65}$$

სადაც γ არის უარყოფითი ან დადებითი. ამ შემთხვევაში, დიფერენციალური განტოლების 17.62 ამონახსნი იქნება

$$p(t) = (p_0 - c_0)e^{rt} + c_0 e^{\gamma t}. \tag{17.66}$$

ეს კიდევ უფრო ცხადად გვიჩვენებს რომ რესურსებზე ფასი განპირობებულია ორი ტენდენციით: შეზღუდულობის ზრდა, რომელიც აისახება აქტივის ღირებულებაში და რესურსის გამოყენების ზღვრული დანახარჯის ტენდენციას.

17.4 შეძლება რესურსის ფასწარმოქმნის

ჰოტელინგის დაკვირვების მიხედვით ბუნებრივი რესურსების ფასი უნდა იზრდებოდეს რეალური სარგებლის განაკვეთით, თუმცა ტოლობა 17.66 გვიჩვენებს, რომ ეს დასკვნა არაა ცალსახად სწორი. თუ რესურსის გამოყენების ზღვრული დანახარჯი მცირდება ტექნოლოგიური გაუმჯობესების შედეგად (ეს ნიშნავს, რომ γ არის უარყოფითი), მაშინ შესაძლებელი იქნება რესურსის ფასი შემცირდეს. ეს პირობა უფრო ნათელი გახდება, თუ გამოვითვლით ფასის პირველი და მეორე რიგის წარმოებულებს ტოლობაში 17.66:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= r(p_0 - c_0)e^{rt} + \gamma c_0 e^{\gamma t}, \\ \frac{d^2 p}{dt^2} &= r^2(p_0 - c_0)e^{rt} + \gamma^2 c_0 e^{\gamma t} > 0. \end{aligned} \tag{17.67}$$

რადგან, მეორე რიგის წარმოებული არის ყოველთვის დადებითი, ჩვენ მოგვიწევს შევამოწმოთ მხოლოდ პირველი რიგის წარმოებული t=0-ზე, რათა დავასკვნათ ფასების შემცირება. საწყის მომენტში

(გაგრძელება)

$$\frac{dp}{dt} = r(p_o - c_o) + \gamma c_o. \tag{17.68}$$

ასე რომ, ფასები შემცირდება (დასაწყისში მაინც), თუ

$$-\frac{\gamma}{r} > \frac{p_o - c_o}{c_o}. \tag{17.69}$$

ამ პირობის შესრულება შეუძლებელია თუ გამოყენების ზღვრული დანახარჯი ზრდადია დროთა განმავლობაში ($\gamma > 0$). მაგრამ, თუ დანახარჯი მცირდება, ფასების შემცირება შესაძლებელია. მაგალითად, თუ $r = 0.05$ და $\gamma = -0.02$, მაშინ ფასები შემცირდება იმ პირობით, თუ საწყისი შეზღუდული რესურსის ქირა იქნება გამოყენების დანახარჯის 40 პროცენტზე ნაკლები. თუმცა, საბოლოოდ ფასებმა უნდა დაიწყოს ზრდა, აურაცხელი რაოდენობის მქონე რესურსის ფასის შემცირების პერიოდი შეიძლება უფრო დიდხანს გაგრძელდეს. ამის კარგი მაგალითია ნავთობი.

შეკითხვა: ამ ქვეთავში მოცემული ფირმა ფასის მიმღებია? როგორ შეიცვლებოდა ანალიზი თუ ეს ფირმა იქნებოდა მონოპოლისტი? (იხ. ამოცანა 17.10)

მოდელის განზოგადება

ბუნებრივ რესურსებზე ფასწარმოქმნა საკმაოდ დიდი და მნიშვნელოვანი თემაა. ამ თავში განვიხილეთ მხოლოდ ძალიან მცირე ნაწილი.[13] ამ მხრივ, რამდენიმე დამატებით საკითხს განიხილავენ ეკონომისტები, მათ შორისაა სოციალური ოპტიმალურობა, ჩანაცვლება და განახლებადი რესურსები.

სოციალური ოპტიმალურობა. ტოლობაში 17.66 მოცემული ფასების ტენდენციები ეკონომიკურად ეფექტიანია? ანუ, ახდენს თუ არა მომხმარებელთა დანაზოგისა და ფირმების მოგების მაქსიმიზაციას? დროთა განმავლობაში ოპტიმალური მოხმარების განხილვის დროს აღვნიშნეთ, რომ მოხმარებიდან მიღებული ზღვრული სარგებელი უნდა იცვლებოდეს გარკვეული მიმართულებით იმისათვის, რომ დარჩეს მოხმარების ოპტიმალურ გზაზე. რადგან მომხმარებელი მოიხმარს ნებისმიერი რაოდენობის რესურსს, რომლისთვისაც ფასი იქნება ზღვრული სარგებლის პროპორციული, ლოგიკურია, რომ აქ გამოთვლილი ფასების ტენდენციები შესაბამისი უნდა იყოს ოპტიმალურ მოხმარებასთან. ზემოთ დასმულ შეკითხვაზე არ არსებობს გადაჭრითი პასუხი.

13 დინამიკური შერჩევის ოპტიმიზაციის მოდელის გამოყენების მაგალითისთვის, იხ. J.M Conrad and C.W. Clark, Natural Resource Economics: Notes and Problems (Cambridge: Cambridge University Press, 2004).

საჭიროა უფრო რთული ანალიზის ჩატარება, რათა შემოვიტანოთ დროის მიმართ დამოკიდებულება და მომხმარებლის სურვილი ჩაანაცვლოს ფასმომატებული რესურსი. ტოლობაში 17.66 მოცემული გზის ოპტიმალურობა დამოკიდებულია კონკრეტულ სიტუაციაზე.

ჩანაცვლება. ამასთან დაკავშირებული საკითხია, თუ როგორ უნდა ჩავრთოთ ამ ანალიზში რესურსების ჩანაცვლება. ამაზე შედარებით მარტივი პასუხი შეიძლება გავცეთ თავდაპირველი ფასის არჩევაზე დაყრდნობით ტოლობაში 17.66. თუ ფასი ისეთია, რომ თავდაპირველი ფასი-რაოდენობის კომბინაცია წარმოადგენს საბაზრო წონასწორობას, მაშინ (დავუშვათ, ყველა ამოწურვადი რესურსების ფასს გააჩნია მსგავსი ტენდენცია) რესურსის შეფარდებითი ფასები არ შეიცვლება და (კონკრეტული სარგებლიანობის ფუნქციების შემთხვევაში) ფასი-რაოდენობის მიმართულება იქნება წონასწორობის შესაბამისი. ალტერნატიული მიდგომის მიხედვით, შეიძლება დავუშვათ, რომ მომავალში შეიქმნება რესურსის სრულყოფილი ჩამნაცვლებელი. მაგრამ ყველა ეს შესაძლო ამონახსნი ჩანაცვლების მოდელში შესატანად არის კერძო შემთხვევა. უფრო ზოგადი სიტუაციის მოდელირებისათვის საჭიროა დინამიკური ზოგადი წონასწორობის მოდელის შექმნა, რომელიც რამდენიმე ბაზარს გააერთიანებს.

განახლებადი რესურსები. მოდელის გართულების კიდევ ერთი გზა არის რესურსების ამოწურვადობის დაშვების გაუქმება: ახლა დავუშვათ, რომ რესურსი შეიძლება განახლდეს ბუნებრივი ან ეკონომიკური მოქმედებებით. ეს შეიძლება იყოს ხის ან თევზჭერის შემთხვევები, სადაც უამრავი სახის განახლების მოქმედებების განხორციელებაა შესაძლებელი. აღნიშნულის მოდელში ჩასართავად უნდა მოვახდინოთ რესურსების მარაგების ცვლილების ამსახველი დიფერენციალური განტოლების გარდაქმნა. ამ შემთხვევაში განტოლებას 17.57 აღარ ექნება მარტივი სახე. მოგების მაქსიმიზირებელი ფასების ტრაექტორიის გამოთვლა შეიძლება საკმაოდ გართულდეს.

შეჯამება

ამ ქვეთავში გავეცანით კაპიტალის თეორიის რამოდენიმე ასპექტს, კერძოდ ხაზგასმითაა განხილული დროის განმავლობაში რესურსების განაწილების თეორია. ქვემოთ წარმოდგენილია ზოგიერთი მთავარი შედეგი.

- კაპიტალის დაგროვება წარმოადგენს მიმდინარე მოხმარების შეწირვას მომავალი მოხმარებისთვის. უკუგების განაკვეთი ამ ვაჭრობის სრულყოფის ინსტრუმენტია.
- უკუგების განაკვეთი მიიღება წონასწორული ფასის მსგავსად. წონასწორული უკუგების განაკვეთი არის დადებითი, რაც ნიშნავს, რომ უკუგების განაკვეთი ასახავს ინდივიდის მიერ შედარებითი უპირატესობის მინიჭებას მიმდინარე და მომავალ პროდუქტებს შორის და, ასევე, კაპიტალის დაგროვების დადებით ფიზიკურ პროდუქტიულობას.
- უკუგების განაკვეთი (ან რეალური სარგებლის განაკვეთი) არის მნიშვნელოვანი ელემენტი კაპიტალის ფლობასთან დაკავშირებულ მთლიან დანახარჯებში. ეს არის კაპიტალის საბაზრო დაქირავების განაკვეთის მნიშვნელოვანი განმსაზღვრელი.
- კაპიტალის ინვესტიციაზე მომავალი უკუგება უნდა იყოს დისკონტირებული რეალური სარგებლის განაკვეთით. ასეთი მიმდინარე ღირებულების ცნება გვაძლევს ალტერნატიულ მიდგომას საინვესტიციო გადაწყვეტილების მისაღებად.
- ინდივიდუალური სიმდიდრის დაგროვება, ბუნებრივ რესურსებზე ფასწარმოქმნა და სხვა დინამიკური ამოცანები შეიძლება შევისწავლოთ ოპტიმალური კონტროლის თეორიით. ხშირად ასეთი მოდელები კონკურენციის მსგავს შედეგებს გვაძლევს.

ამოცანები

17.1

ინდივიდს აქვს ფიქსირებული ქონება (W), რომელიც უნდა გაანაწილოს მოხმარებაში ორ პერიოდს შორის (c_1 და c_2). ინდივიდის სარგებლიანობის ფუნქცია მოცემულია

$$U(c_1, c_2),$$

და საბიუჯეტო შეზღუდვაა

$$W = c_1 + \frac{c_2}{1+r}$$

სადაც r არის ერთპერიოდიანი სარგებლის განაკვეთი.

ა. აჩვენეთ, რომ თუ ინდივიდს სურს სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია მოცემული საბიუჯეტო შეზღუდვის პირობებში, მან უნდა აირჩიოს c_1 და c_2 ისე, რომ MRS უდრიდეს $1 + r$-ს.

ბ. აჩვენეთ, რომ $\partial c_2/\partial r \geq 0$, მაგრამ $\partial c_1/\partial r$-ის ნიშანი გაურკვეველია. თუ $\partial c_1/\partial r$ უარყოფითია, რა შეგვიძლია დავასკვნათ c_2-ზე მოთხოვნის ფასის ელასტიკურობაზე?

გ. როგორ შეიცვლება თქვენი დასკვნა წინა შეკითხვაზე, თუ ინდივიდი მიიღებს შე-

მოსავალს ორივე პერიოდში (y_1 და y_2) ისე, რომ მისი საბიუჯეტო შეზღუდვა გახდება

$$y_1 - c_1 + \frac{y_2 - c_2}{1+r} = 0?$$

17.2

დავუშვათ, ინდივიდი ვარაუდობს, რომ 40 წელი იმუშავებს და შემდეგ გავა პენსიაზე, მისი სიცოცხლის მოსალოდნელი ხანგრძლივობა არის დამატებით 20 წელი. დავუშვათ, ინდივიდის შემოსავალი იზრდება წლიურად 3 პროცენტით და სარგებლის განაკვეთი ასევე არის 3 პროცენტი (მთლიანი ფასების დონე არის მუდმივი). რა (მუდმივი) ნაწილი უნდა შეინახოს ინდივიდმა შემოსავლიდან ყოველ სამუშაო წელს, რომ საპენსიო პერიოდში ყოველ წელს ჰქონდეს მისი ბოლო ხელფასის 60 პროცენტის ტოლი შემოსავალი?

17.3

ვისკის ღირებულება დაძველებასთან ერთად იზრდება. პერიოდში 0 ერთი დოლარის ღირებულების ვისკი t პერიოდში ღირს $V(t) = \exp\{2\sqrt{t} - 0.15t\}$ დოლარი. თუ სარგებლის განაკვეთი არის 5 პროცენტი, რამდენ წელში უნდა გაყიდოს მფლობელმა ვისკი, რომ მოახდინოს *PDV*-ს მაქსიმიზაცია?

17.4

როგორც მაგალითში 17.3 მოცემულია, დავუშვათ, ხის საწარმოებლად გვჭირდება ერთი ერთეული შრომა ნულ პერიოდში. ხის ღირებულება t მომენტში არის $f(t)$. თუ საბაზრო ხელფასის განაკვეთი არის w და რეალური სარგებლის განაკვეთი r, მაშინ რას უდრის წარმოების პროცესის *PDV*, როგორ უნდა ავირჩიოთ t, მიმდინარე დისკონტირებული ღირებულების მაქსიმიზაციისათვის.

ა. თუ t-ს ოპტიმალურ მნიშვნელობას აღვნიშნავთ t^*-ით, აჩვენეთ, რომ „წმინდა მოგების არარსებობის" პირობა სრულყოფილად კონკურენტულ ბაზარზე მოითხოვს რომ

$$w = e^{-rt} f(t^*)$$

შეგიძლიათ ახსნათ ამ გამოსახულების მნიშვნელობა?

ბ. t^* პერიოდამდე გაყიდულ ხეს მაშინვე არ მოჭრიან. უკეთესი იქნება თუ დატოვებენ ხეს გასაზრდელად t^* პერიოდამდე. აჩვენეთ, რომ u-წლის ხის ფასი იქნება we^{ru} და ეს მნიშვნელობა აღემატება ხის ღირებულებას $[f(u)]u$-ს ყველა მნიშვნელობისთვის $u = t^*$-ის გარდა (როდესაც ეს ორი მნიშვნელობა ერთმანეთს უდრის).

გ. დავუშვათ, მიწის მეპატრონეს აქვს „დაბალანსებული" სატყეო მეურნეობა ერთი ხე თითოეული ასაკის 0-დან t^*-მდე. რა არის ამ მეურნეობის ღირებულება? მინიშნება: მეურნეობაში ყველა ხეების ღირებულებების ჯამი.

დ. თუ სატყეო მეურნეობის ღირებულება არის V, აჩვენეთ რომ მყისიერი სარგებლის განაკვეთი V-ზე (რაც იგივეა, $r \cdot V$) უდრის „მოგებას", რომელიც მიწის მფლობელმა თითოეულ წამში მიიღო. ვგულისხმობთ განსხვავებას ამონაგებსა (რომე-

ლიც მიიღო სრულადგაზრდილი ხისგან მიწის მფლობელმა, ანუ $[f(t')]$) და დანახარჯს შორის (რომელიც დასჭირდა ახალი ხის დარგვისთვის, w). ეს შედეგი გვიჩვენებს. რომ არ არსებობს წმინდა მოგება თუ ვისესხებთ ფულს, რომლითაც ვიყიდით სატყეო მეურნეობას, რადგან ამ შემთხვევაში მოგვიწევს გადავიხადოთ იგივე სარგებლის განაკვეთი თითოეულ მყისიერ პერიოდში, რაც გაზრდილი ხის გაყიდვიდან სრულად გამომუშავდებოდა.

17.5

ეს ამოცანა ფოკუსირებას ახდენს კორპორატიულ მოგებასა და საინვესტიციო გადაწყვეტილების ურთიერთქმედებაზე.

ა. დავუშვათ (ფაქტის საწინააღმდეგოდ), რომ გადასახადებს ვიხდით იმ მოგებიდან, რასაც ჩვენ წმინდა ეკონომიკურ მოგებას ვუწოდებთ. ასეთ მოგებაზე გადასახადის დაწესება როგორ იმოქმედებს საინვესტიციო გადაწყვეტილებაზე?

ბ. ფაქტიურად მოგება განსაზღვრულია შემდეგნაირად

$$\pi' = pq - wl - \text{ცვეთა},$$

სადაც, ცვეთა განსაზღვრულია სახელმწიფოსა და ინდუსტრიის მიერ ისე, რომ მოწყობილობის დანახარჯი სასიცოცხლო პერიოდზე იყოს გადანაწილებული. თუ ცვეთა ფაქტობრივი ფიზიკური გაუარესების ტოლია და თუ ფირმა გრძელვადიან კონკურენტულ წონასწორობაშია, როგორ გავლენას მოახდენს მოგების გადასახადები ფირმის ოპტიმალური კაპიტალის, როგორც წარმოების ფაქტორის, შერჩევაზე.

გ. (ბ) ნაწილში მოცემული პირობების შემთხვევაში, აღწერეთ როგორ გავლენას მოახდენს „დაჩქარებული ცვეთის" პოლიტიკა კაპიტალის გამოყენებაზე (დაჩქარებული ცვეთა ნიშნავს დანაგარის სასიცოცხლო ციკლის დასაწყისში ცვეთის განაკვეთი აღემატება ფიზიკური გაუარესების განაკვეთს, ხოლო სასიცოცხლო პერიოდის ბოლოს მნიშვნელოვნად მცირე განაკვეთით).

დ. შეკითხვაში (გ) მოყვანილი პირობების გათვალისწინებთ, როგორ გავლენას მოახდენს კორპორატიული მოგების შემცირება კაპიტალის გამოყენებაზე.

17.6

სიცოცხლის დაზღვევის გამყიდველმა მოისმინა შემდეგი მოსაზრება: „შენს ასაკში $100,000 უვადო სიცოცხლის დაზღვევის პოლისი გაცილებით უკეთესია, ვიდრე ვადიანი პოლისი. უვადო სიცოცხლის დაზღვევის პოლისის შემთხვევაში, უნდა გადაიხადო $20,000 წლიურად, პირველი ოთხი წლის განმავლობაში, მაგრამ შემდეგში საერთოდ არ იხდი არაფერს. ვადიანი პოლისი წლიურად $400 ღირს, რომელსაც მუდმივად ვიხდით. თუ იცხოვრებ 35 წელი, შენ გადაიხდი $8,000-ს უვადო სიცოცხლის პოლისში, მაგრამ $14,000-ს (= $400 · 35) ვადიან პოლისში. დარწმუნებით შეიძლება ითქვას, რომ უვადო სიცოცხლის დაზღვევის პოლისი უკეთესია.

დავუშვათ, გამყიდველის ვარაუდი სიცოცხლეზე სწორია, როგორ შეაფასებდით ამ არგუმენტს? კერძოდ, დათვალეთ ამ ორი პოლისის მიმდინარე დისკონტირებული ღირებულებები იმ დაშვებით, რომ სარგებლის განაკვეთი არის 10 პროცენტი.

17.7
დავუშვათ, ნავთობის სრულყოფილ შემცვლელს აღმოჩენენ 15 წლის შემდეგ და ჩამნაცვლებლის ფასი იქნება ერთი ბარელი ნავთობის ფასის ტოლი $125. ვთქვათ, ნავთობის ამოღების მიმდინარე დანახარჯი არის ბარელზე $7. ასევე დავუშვათ, რომ რეალური სარგებლის განაკვეთი 5 პროცენტია და ამოღების წლიური დანახარჯი მცირდება 2 პროცენტით წლურად. თუ ნავთობის ფასი მიყვება განტოლებაში 17.66 მოყვანილ გზას, რა უნდა იყოს ნავთობის მიმდინარე ფასი? თქვენი პასუხი დაგვეხმარება ნავთობის ბაზარზე ფაქტობრივი ფასწარმოქმნის ასახსნელად?

ანალიტიკური ამოცანები

17.8 კაპიტალის მოგებაზე გადასახადის დაწესება
დავუშვათ, ინდივიდს აქვს W დოლარი, რომელიც უნდა გაანაწილოს ორი პერიოდის c_0-სა და c_1-ს მოხმარებას შორის. სარგებლის განაკვეთი მოცემულია r-ით.

ა. გრაფიკზე აჩვენეთ ინდივიდის თავდაპირველი წონასწორობა და აღნიშნეთ მიდინარე პერიოდის დანაზოგის მთლიანი ღირებულება ($W - c_0$)-ით.

ბ. დავუშვათ, მას შემდეგ რაც ინდივიდი მიიღებს დანაზოგის ოდენობაზე გადაწყვეტილებას (ერთპერიოდიანი ობლიგაციების შესყიდვით), სარგებლის განაკვეთი შემცირდა r'-მდე. როგორ შეცვლის ეს ინდივიდის საბიუჯეტო შეზღუდვას? აჩვენეთ ახალი სარგებლიანობა-მაქსიმიზაციის მდგომარეობა. ახსენით თუ როგორ გაუმჯობესდა ინდივიდის მდგომარეობა „კაპიტალზე მოგებით", ობლიგაციის შესყიდვის გამო.

გ. დავუშვათ, გადასახადების სისტემაში სურთ დააწესონ „საშემოსავლო" გადასახადი, რომელიც დამოკიდებული იქნება კაპიტალის მოგებაზე. თუ ყველა ასეთი მოგება შეფასებულია c_0-ით (რადგან „დაგროვილია" c_0-ში), აჩვენეთ როგორ უნდა იქნას ეს მოგება გაზომილი. მის მნიშვნელობას უწოდეთ G_1.

დ. დავუშვათ, კაპიტალის მოგება გაზომილია იმ მნიშვნელობით, რითაც მისი „რეალიზაცია" მოხდა – რაც იგივეა, კაპიტალზე მოგება განსაზღვრულია მხოლოდ იმ ობლიგაციებზე, რომელთა მონეტიზირებაც მოხდა დამატებითი c_0-ის შესაძენად. აჩვენეთ როგორ შეიძლება ეს რეალიზებული მოგება გავზომოთ. მის მნიშვნელობას დავარქვათ G_2.

ე. შექმენით ზუსტი საზომი, რომელიც გაზომავს r-ის შემცირების გამო სარგებლიანობის ზრდას, c_0-ში გამოსახულს. დავარქვათ ამას კაპიტალის „ზუსტი" მოგება G_3. აჩვენეთ, რომ $G_3 < G_2 < G_1$. რა კომენტარის გაკეთება შეგიძლიათ მხოლოდ რეალიზებულ მოგებაზე გადასახადის დაწესების პოლიტიკასთან დაკავშირებით? *შენიშვნა:* ეს ამოცანა შემოტანილია ჯ. ვალეის მიერ, J. Whalley, "Capital Gains Taxation and Interest Rate Changes," National Tax Journal (March 1979): 87–91.

17.9 გამაფრთხილებელი დანაზოგი და წინდახედულობა

მაგალითში 17.2 შეკითხვა ეხება, თუ რამდენად ახდენს გავლენას ადამიანის დანაზოგზე მომავლის გაურკვევლობა. მოცემულ ამოცანაში ამ შეკითხვას უფრო საფუძვლიანად განვიხილავთ. ჩვენი მთელი ანალიზი ეფუძნება მარტივ ორპერიოდიან მოდელს მაგალითიდან 17.1

ა. გასამარტივებლად, დავუშვათ რომ ტოლობაში 17.15 $r = \delta$. თუ მოხმარება არის ზუსტად განსაზღვრული, ეს ნიშნავს, რომ $U'(c_0) = U'(c_1)$ ან $c_0 = c_1$. მაგრამ პერიოდი 1-ის მოხმარებაზე გავლენას ახდენს შოკი, რომლის საშუალო მოსალოდნელი მნიშვნელობა არის ნული, ამგვარად $c_1 = cp_1 + x$, სადაც cp_1 არის დაგეგმილი პერიოდი 1-ის მოხმარება და x არის შემთხვევითი სიდიდე 0 მოსალოდნელი მნიშვნელობით. ახსენით ამ შემთხვევაში მოგების მაქსიმიზაცია რატომ მოითხოვს, რომ $U'(c_0) = E[U'(c_0)]$.

ბ. ჯენსენის უტოლობის გამოყენებით (იხ. თავები 2 და 7) აჩვენეთ, რომ ეს ინდივიდი აირჩევს $cp_1 > c_0$ მხოლოდ და მხოლოდ მაშინ, თუ U' არის ამოზნექილი – ანუ მხოლოდ და მხოლოდ მაშინ თუ $U'' > 0$

გ. კიმბოლი[14] „წინდახედულობის" ტერმინის გამოყენებით გვირჩევს აღვწეროთ ადამიანი, რომლის სარგებლიანობის ფუნქცია ხასიათდება $U''' > 0$. აღწერეთ (ბ) შეკითხვის პასუხი რატომ გვიჩვენებს, რომ ასეთი განსაზღვრება თავსებადია ყოველდღიურ ცხოვრებასთან.

დ. მაგალითში17.2 ვაჩვენეთ, რომ რეალური სარგებლის განაკვეთი აშშ-ში არის გაცილებით ნაკლები იმისათვის, რომ მოერგოს ფაქტობრივ ზრდის ტემპს. ეს ცხადი იყო ინდივიდის სურვილიდან, მომხდარიყო მოხმარების ცვლილება. თუ მოხმარების ზრდის ტემპი არის გაურკვეველი, ეს ახსნის თუ უფრო გაართულებს პარადოქსს?

17.10 მონოპოლია და ბუნებრივ რესურსებზე ფასწარმოქმნა

დავუშვათ, ფირმა არის ბუნებრივი რესურსების მარაგის ერთადერთი მფლობელი.

ა. როგორ შეიცვლება რესურსების გაყიდვიდან მიღებული დისკონტირებული მოგების მაქსიმიზაციის ამოცანა (ტოლობა 17.58) თუ ზემოხსენებულ ფაქტს გავითვალისწინებთ?

ბ. დავუშვათ, ამ რესურსზე მოთხოვნას აქვს მუდმივი ელასტიკურობის ფუნქციის ფორმა $q(t) = a[p(t)]b$. როგორ შეცვლის ეს ფასების დინამიკას, რომელიც მოცემულია განტოლებით 17.62?

გ. როგორ შეიცვლებოდა ამოცანის 17.7 პასუხი, თუ მთელი ნავთობის მიწოდება იქნებოდა ერთი ფირმის მფლობელობაში?

17.11 განახლებადი ტყის ეკონომიკა

ამოცანის 17.4 გამოთვლებისას დავუშვით რომ განსხვავება არაა ერთი ხის მოჭრაზე

14 M.S. Kimball, "Precautionary Savings in the Small and in the Large," Econometrica (January 1990): 53–73.

გადაწყვეტილების მიღებასა და მთელი სატყეო მეურნეობის მართვას შორის. მაგრამ სატყეო მეურნეობის მართვა ასევე მოიცავს ახლიდან დარგვას, რომელიც ცხადად უნდა ჩანდეს მოდელში. ამისათვის დავუშვათ, რომ ბევრი მფლობელი განიხილავს ხის დარგვაზე w დანახარჯის გაღებას და შემდეგ ამ ხის მოჭრას t^* პერიოდში, შემდეგ ახალი ხის დარგვას და ა.შ. სამუდამოდ. მოგების დისკონტირებული ნაკადი იქნება შემდეგი

$$V = -w + e^{-rt}[f(t) - w] + e^{-r2t}[f(t) - w] + \ldots + e^{-rmt}[f(t) - w] + \ldots$$

ა. აჩვენეთ, რომ ამ საქმიანობის მთლიანი ღირებულება უდრის

$$V = \frac{f(t) - w}{e^{-rt} - 1} - w.$$

ბ. იპოვეთ t-ს მნიშვნელობა, რომელიც მოახდენს V-ს მაქსიმიზაციას. აჩვენეთ, რომ ეს მნიშვნელობა ხსნის შემდეგ განტოლებას

$$f'(t^*) = rf(t^*) + rV(t^*).$$

გ. ახსენით შეკითხვის (ბ) შედეგი: როგორ ასახავს დროის, როგორც „წარმოების ფაქტორის" ოპტიმალურ გამოყენებას? რატომაა შეკითხვაში (ბ) t^* მნიშვნელობა სხვაგვარად გამოთვლილი, ვიდრე მაგალითში 17.2?

დ. დავუშვათ, ხის ზრდა (დოლარის ღირებულება უცვლელია) მოცემულია ლოჯისტიკური ფუნქციით

$$f(t) = 50/(1 + e^{10-0.1t}).$$

მერქნის რა მაქსიმალური ღირებულება მიიღება ამ ხისგან?

ე. თუ ხის ზრდა ხასიათდება (დ) შეკითხვაში მოცემული ტოლობით, რა არის ოპტიმალური ცვლის პერიოდი, თუ $r = 0.05$ და $w = 0$? პერიოდის ეს ხანგრძლივობა გვაძლევს „მაქსიმალურად მდგრად" შედეგს?

ვ. როგორ შეიცვლება ოპტიმალური პერიოდი, თუ r შემცირდება 0.04-მდე?

შენიშვნა: შეკითხვაში (ბ) მოცემული ტოლობა სატყეო ეკონომიკაში ცნობილია როგორც ფაუსტმანის ტოლობა.

17.12 ჰიპერბოლური დისკონტირება

ის, რომ ადამიანები შეიძლება „არაშორსმჭვრეტელები" იყვნენ, ახსნილია ნაშრომში D. Laibson, „Golden Eggs and Hyperbolic Discounting" (Quarterly Journal of Economics, May 1997, pp. 443–477). ამ სტატიაში ავტორმა დაუშვა, რომ ინდივიდი ახდენს დროთაშორისი სარგებლიანობის ფუნქციის მაქსიმიზაციას, რომელსაც აქვს შემდეგი სახე

$$\text{სარგებლიანობა} = U(c_t) + \beta \sum_{\tau=1}^{\tau=T} \delta^\tau U(c_{t+\tau}),$$

სადაც, $0 < \beta < 1$ და $0 < \delta < 1$. დროის ასეთი მოდელი ახდენს დისკონიტირებას, რომლის შემთხვევაშიც შეიძლება ინდივიდი იყოს არაშორსმჭვრეტელი.

ა. ლაიბსონმა შემოიტანა სავარაუდო მნიშვნელობები $\beta = 0.6$ და $\delta = 0.99$. აჩვენეთ რომ ამ მნიშვნელობების შემთხვევაში მომავალი მოხმარება დისკონტირებულია ჰიპერბოლური დისკონტირების განაკვეთით. ანუ, აჩვენთ, რომ განაკვეთი

$t + 1$ პერიოდში დაეცა და შემდეგში პერიოდებში გააგრძელა მუდმივი გეომეტრიული განაკვეთით შემცირება.

ბ. ახსენით ინტუიციურად დისკონტირების ასეთი განაკვეთი რატომ შეიძლება ნიშნავდეს არაშორსმჭვრეტელობას?

გ. გამოთვალეთ *MRS*, $c_{t,1}$-სა და $c_{t,2}$-ს შორის t პერიოდში. შეადარეთ ეს $t + 1$ პერიოდში გამოთვლილ *MRS*-ს $c_{t,1}$-სა და $c_{t,2}$-ს შორის. ახსენით, მუდმივი რეალური სარგებლის განაკვეთის პირობებში, რატომ იქნებოდა ეს „დინამიკურად შეუთავსებელი" არჩევანი დროთა განმავლობაში? კერძოდ, $c_{t,1}$-სა და $c_{t,2}$-ს შორის კავშირი როგორ განსხვავდება ამ ორ პერიოდში?

დ. ლაიბსონი ხსნის, რომ (გ) შეკითხვაში მოცემული მოდელი გვიჩვენებს როგორ შევზღუდოთ „მომავალი მე" „მიმდინარე მეს" მეშვეობით ისე, რომ მივაღწიოთ სრული სარგებლიანობის მაქსიმიზაციას. ახსენით რატომაა ასეთი შეზღუდვა აუცილებელი.

ე. რეალური ცხოვრების მაგალითზე აღწერეთ როგორ ზღუდავს ხალხი მომავალ მოხმარებას მიმდინარე მოხმარების ხარჯზე.

დამატებითი საკითხავი

Blaug, M. *Economic Theory in Retrospect*, rev. ed. Homewood, IL: Richard D. Irwin, 1978, chap. 12.

ავსტრიული კაპიტალის თეორიის მიმოხილვა და კაპიტალის დაგროვების ცნებად ჩამოყალიბების მცდელობა.

Conrad, J. M., and C. W. Clark. *Natural Resource Economics: Notes and Problems*. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.

გვაძლევს რამდენიმე საილუსტრაციო მაგალითს, თუ როგორ უნდა გამოვიყენოთ ოპტიმალური კონტროლის თეორია ბუნებრივ რესურსებზე ფასწარმოქმნისთვის.

Dixit, A. K. *Optimization in Economic Theory*, 2nd ed. NewYork: Oxford University Press, 1990.

ოპტიმალური კონტროლის თეორიის გაფართოვებული მიმოხილვა, შედარებით მარტივ ფორმატში.

Dorfman, R. "*An Economic Interpretation of Optimal Control Theory*." American Economic Review 59 (December1969): 817–31.

ამ თავში მოცემული მიდგომის გამოყენება ოპტიმალური კაპიტალის დაგროვების გამოსათვლელად. საუკეთესო ინტუიციური შესავალი.

Hotelling, H. "The Economics of Exhaustible Resources." *Journal of Political Economy* 39 (April 1931): 137–75.

ბუნებრივი რესურსების განაწილების შესახებ ამომწურავი ანალიზი. განხილულია როგორც კონკურენტული ასევე მონოპოლიური შემთხვევა.

Mas-Colell, A., M. D. Whinston, and J. R. Green. *Microeconomic Theory*. New York: Oxford University Press, 1995.

თავში 20 მოცემულია დროთაშორისი წონასწორობის განსაზღვრის ფართო განხილვა. განსაკუთრებით კარგადაა ახსნილი თანაკვეთის მქონე თაობების" ("overlapping generations") მოდელი.

Ramsey, F. P. "A Mathematical Theory of Saving." *Economic Journal* 38 (December 1928): 542–59.

ვარიაციული კალკულუსის ერთ-ერთი პირველი გამოყენება ეკონომიკური პრობლემის გადასაჭრელად.

Solow, R. M. *Capital Theory and the Rate of Return*. Amsterdam: North-Holland, 1964.

საკმაოდ დამაჯერებელი ლექცია ბუნებრივ კაპიტალზე.

Sydsaeter, K., A. Strom, and P. Berck. *Economists' Mathematical Manual*, 3rd ed. Berlin: Springer-Verlag, 2000.

თავი 27 გვაძლევს ბევრ ფორმულას, რომელიც გამოყენებადია ფინანსებსა და ზრდის თეორიაში.

რთული სარგებლის განაკვეთის მათემატიკა

ამ დამატების მიზანია შევისწავლოთ რთული სარგებლის განაკვეთის შედეგების მათემატიკური ახსნა. ეს შედეგები ბევრი ეკონომიკური ამოცანის ამოსახსნელად გამოიყენება, და მისი გამოყენება შეიძლება ყველა დონეზე მაკროეკონომიკური პოლიტიკიდან საახალწლო ნაძვის ხის შეძენის გადაწყვეტილებამდე.

დავუშვათ, რომ ყოველ პერიოდში გვაქვს ერთწლიანი საბაზრო სარგებლის განაკვეთი i. ასევე დავუშვათ, რომ სარგებლის განაკვეთი არის მუდმივი და უეჭველი მომავალ პერიოდებში.[1] თუ მოვახდენთ $1-ის ინვესტირებას i სარგებლის განაკვეთით და თუ დარიცხვა ხდება რთული სისტემით (მომავალი სარგებლის უკუგება მიიღება წინა სარგებლის უკუგებიდანაც), მაშინ ერთი პერიოდის შემდეგ $1 გახდება

$$\$1 \times (1 + i);$$

ორი პერიოდის შემდეგ $1 გახდება

$$\$1 \times (1 + i) \times (1 + i) = \$1 \times (1 + i)^2;$$

და n პერიოდის შემდეგ $1 გახდება

$$\$1 \times (1 + i)^n.$$

მსგავსად, $\$N$ გაიზრდება

$$\$N \times (1 + i)^2;$$

1 ცხადია, მუდმივი i-ს დაშვება არარეალისტურია. ვინაიდან ამ შემთხვევაში ამ სარგებლის განაკვეთის ცვლილების დაშვება არანაირ ხარისხს არ მატებს ანალიზს. ჩვენ არ გამოვიყენებთ აქ სარგებლის ცვლილების შემთხვევას. ნებისმიერი მრავალპერიოდიანი სარგებლის განაკვეთი შეიძლება მივიღოთ რამდენიმე ერთპერიოდიანი განაკვეთით. მაგალითად, დავუშვათ r_{ij} არის სარგებლის განაკვეთი i პერიოდიდან j პერიოდამდე ($i < j$), მაშინ

$$1 + r_{ij} = (1 + r_{i,i+1}) + (1 + r_{i,i+2}) + \ldots + (1 + r_{j-1,j}).$$

მიმდინარე დისკონტირებული მნიშვნელობა

მომავალში გადასახდელი $1-ის მიმდინარე ღირებულება ახლა იქნება

$$\frac{\$1}{1+i}.$$

ეს გვიჩვენებს დოლარის იმ რაოდენობას, რასაც ინდივიდი გადაიხდიდა იმ პირობით რომ ერთი პერიოდის ბოლოს $1-ს მიიღებდა. მსგავსად, n პერიოდის შემდეგ გადასახდელი $1-ის მიმდინარე ღირებულება იქნება

$$\frac{\$1}{(1+i)^n}.$$

და n პერიოდის შემდეგ გადასახდელი $\$N$-ის მიმდინარე ღირებულება იქნება

$$\frac{\$N}{(1+i)^n}$$

გადასახდელების ნაკადის $N_0, N_1, N_2, \ldots, N_n$ მიმდინარე დისკონტირებული ღირებულება (სადაც ქვედა ინდექსი მიგვანიშნებს პერიოდს, რომელშიც ეს გადახდა უნდა შესრულდეს) არის

$$PDV = N_0 + \frac{N_1}{(1+i)} + \frac{N_2}{(1+i)^2} + \ldots + \frac{N_n}{(1+i)^n}. \qquad \textbf{(17A.1)}$$

PDV არის ის ღირებულება რასაც ინდივიდი გადაიხდიდა დღეს იმ პირობით, რომ მომავალში მიიღებდა უკუგებების ნაკადს $N_0, N_1, N_2, \ldots, N_n$. ეს გვიჩვენებს მიმდინარე ინვესტიციის სიდიდეს თუ ინდივიდი მოინდომებს, რომ გადახდების ნაკადები გააორმაგოს.

ანუიტეტები და უკვდო ანუიტეტი

ანუიტეტი გვპირდება $\$N$ შემოსავალს მომავალი n პერიოდის განმავლობაში მომდევნო პერიოდიდან დაწყებული. ასეთი კონტრაქტის PDV უდრის

$$PDV = \frac{N}{(1+i)} + \frac{N}{(1+i)^2} + \ldots + \frac{N}{(1+i)^n}. \qquad \textbf{(17A.2)}$$

დავუშვათ, $\delta = 1/(1 + i)$; მაშინ

$$\begin{aligned} PDV &= N(\delta + \delta^2 + \ldots + \delta^n) \\ &= N\delta(1 + \delta + \delta^2 + \ldots + \delta^{n-1}) \\ &= N\delta\left(\frac{1-\delta^n}{1-\delta}\right) \end{aligned} \qquad \textbf{(17A.3)}$$

თუ დავუკვირდებით, აღმოვაჩენთ, რომ:

$$\lim_{n\to\infty}\delta^n = 0.$$

ასე რომ, უვადო ანუიტეტის შემთხვევაში *PDV* არის

$$PDV \text{ უვადო ანუიტეტისთვის} = \lim_{n\to\infty} PDV = N\delta\left(\frac{1}{1-\delta}\right); \qquad \textbf{(17A.4)}$$

δ-ს განსაზღვრებიდან გამომდინარეობს

$$N\delta\left(\frac{1}{1-\delta}\right) = N\left(\frac{1}{1-i}\right)\left(\frac{1}{1-\frac{1}{1+i}}\right) = N\left(\frac{1}{1-i}\right)\left(\frac{1+i}{i}\right) = \frac{N}{i}. \qquad \textbf{(17A.5)}$$

უსასრულო პერიოდიან ანუიტეტს უვადო ანუიტეტს ან კონსოლს უწოდებენ. ფორმულა ამბობს, რომ ინვესტიციის სიდიდე რომელიც ინვესტირებული უნდა იქნას, იმისათვის რომ მივიღოთ $\$N$ წლიური უკუგება არის $\$N/i$, რადგან ეს ინვესტიცია გამოიმუშავებს $N სარგებლის უკუგებას თითოეულ პერიოდში ($i \cdot \$N/i = \$N$).

ობლიგაციის ჯერძო შემთხვევა

n პერიოდიანი ობლიგაცია არის პირობა, რომ მომდევნო პერიოდიდან დაწყებული, მომავალი n პერიოდის განმავლობაში ობლიგაციის მფლობელი $\$N$-ს მიიღებს. ობლიგაცია ასევე პირდება ძირითადი თანხის (ობლიგაციის ღირებულება) დაბრუნებას n პერიოდის ბოლოს. თუ ობლიგაციის ღირებულება არის $\$P$ (აშშ-ში ობლიგაციების ბაზარზე უმეტეს შემთხვევაში ობლიგაციის ღირებულება არის $1,000), მაშინ ობლიგაციის მიმდინარე ღირებულება იქნება

$$PDV = \frac{N}{(1+i)} + \frac{N}{(1+i)^2} + \ldots + \frac{N}{(1+i)^n} + \frac{P}{(1+i)^n}. \qquad \textbf{(17A.6)}$$

ისევ დავუშვათ, $\delta = 1/(1 + i)$; მაშინ

$$PDV = N\delta + N\delta^2 + \ldots + (N + P)\delta^n. \qquad \textbf{(17A.7)}$$

ტოლობა 17A.7 შეიძლება დავინახოთ სხვანაირადაც. დავუშვათ, ვიცით დღეს რა ფასით მიმდინარეობს ობლიგაციებით ვაჭრობა (მაგალითად, $\$B$). შემდეგ შეგვიძლია ვიკითხოთ i-ს რა მნიშვნელობისთვის გვაძლევს ობლიგაცია B-ს ტოლ *PDV*-ს. i-ს საპოვნელად

$$B = PDV = N\delta + N\delta^2 + \ldots + (N + P)\delta^n. \qquad \textbf{(17A.8)}$$

რადგან B, N და P ცნობილია, შეგვიძლია ამოვხსნათ ეს განტოლება δ-თვის და შესაბამისად ვიპოვოთ i-ს.[2] ამ განტოლების ამომხსნელ i-ს ეწოდება ობლიგაციის სარგებლის შემოსავალი და ყველაზე კარგად ზომავს ობლიგაციიდან რეალურად მიღებულ უკუგებას. ობლიგაციის სარგებლის შემოსავალი გვიჩვენებს ორივე სახის უკუგებას, როგორც სარგებლის გადახდებს, ასევე საწყის (B) და საბოლოო ფასებს შორის განსხვავებიდან შემოსავალს (P).

როდესაც i იზრდება მაშინ PDV მცირდება. ეს არის ცნობილი ფაქტის პირდაპირი ფორმულირება, ობლიგაციის ფასი (PDV) და სარგებლის განაკვეთი ერთმანეთთან უკუპროპორციულ დამოკიდებულებაში არიან.

უწყვეტი დრო

აქამდე ჩვენი ანალიზი მიმდინარეობდა დისკრეტული დროის შემთხვევაზე – ანუ ანალიზი იყო დაყოფილი პერიოდებად. ხშირად უფრო მოსახერხებელია დავეყრდნოთ უწყვეტ დროს. ასეთ შემთხვევაში გვაქვს „მყისიერი“ რთული სარგებლის განაკვეთი. ეს ამარტივებს მაქსიმიზაციის ამოცანას, რადგან ექსპონენციალური ფუნქცია მარტივად გასაწარმოებელია. ბევრი ფინანსური შუამავალი (მაგალითად, შემნახველი ბანკები) იყენებენ ასეთ სარგებლის განაკვეთს, რომელსაც უწყვეტი სარგებლის განაკვეთი ეწოდება.

დავუშვათ, i არის (ნომინალური) სარგებლის განაკვეთი, მაგრამ მისი ნახევარი რთული წესით ირიცხება ექვს თვეში ერთხელ. მაშინ ერთი პერიოდის შემდეგ $1 ინვესტიცია შემდეგ მნიშვნელობამდე გაიზრდება

$$\$1 \times \left(1 + \frac{i}{2}\right)^2 \qquad \textbf{(17A.9)}$$

თუ დავუკვირდებით დავინახავთ, რომ ეს მეტია წინა მაგალითში მოცემულ პერიოდში ერთხელ დარიცხვის შემთხვევაზე; ანუ

$$\left(1 + \frac{i}{2}\right)^2 > (1 + i). \qquad \textbf{(17A.10)}$$

განვიხილოთ ამ პროცესის ზღვარი: i დავარქვათ ნომინალურ სარგებლის განაკვეთს თითოეულ პერიოდზე. ვნახოთ რას მივიღებთ თუ i-ს დარიცხვა მოხდება „რთული სისტემით n-ჯერ თითეულ პერიოდში.“ ახლა კი დავუშვათ, $n \to \infty$, გვექნება

2 ვინაიდან ეს გამოსახულება არის n ხარისხის მრავალწევრი, გვექნება n ამონახსნი. მხოლოდ ერთ-ერთი ამონახსნი არის შესაბამისი ცხრილში მოცემულთან. სხვა ამონახსნები არის ან წარმოსახვითი ან არასწორი. ამ მაგალითში არის მხოლოდ ერთი რეალური ამონახსნი.

ცხრილი 17A.1 ეფექტური წლიური სარგებლის განაკვეთი უწყვეტ რთულ განაკვეთთან მიმართებაში

უწყვეტი რთული განაკვეთი	ეფექტური წლიური განაკვეთი
3.0%	3.05%
4.0	4.08
5.0	5.13
5.5	5.65
6.0	6.18
6.5	6.72
7.0	7.25
8.0	8.33
9.0	9.42
10.0	10.52

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{i}{n}\right)^n. \qquad \textbf{(17A.11)}$$

ეს ზღვარი არსებობს და უდრის e^i, სადაც e არის ნატურალური ლოგარითმის ძირი (მიახლობით $e = 2.72$). აუცილებელია აღვნიშნოთ, რომ $e^i > (1 + i)$, გაცილებით უკეთესია გვქონდეს უწყვეტი რთული სარგებლის განაკვეთი.

შეიძლება დავსვათ კითხვა, რას უდრის უწყვეტი სარგებლის განაკვეთი r, თუ გამოვსახავთ მარტივი განაკვეთით i. უნდა ვიპოვოთ r-ის მნიშვნელობა, რომელიც ამოხსნის განტოლებას

$$e^r = (1 + i). \qquad \textbf{(17A.12)}$$

ანუ,

$$r = \ln(1 + i). \qquad \textbf{(17A.13)}$$

ამ ფორმულის გამოყენებით მარტივია დისკრეტული სარგებლის განაკვეთის უწყვეტში გადაყვანა. თუ i არის წლიური სარგებლის განაკვეთი დისკრეტულ შემთხვევაში, მაშინ r იქნება წლიური უწყვეტი სარგებლის განაკვეთი. ცხრილი 17A.1 გვიჩვენებს ეფექტური წლური სარგებლის განაკვეთ (i)-სა და შესაბამის უწყვეტი სარგებლის განაკვეთების (r)

სხვადასხვა მნიშვნელობებს.[3] ცხრილის 17A.1 მსგავსი ცხრილები ხშირად გამოკრულია ბანკებში, „ნამდვილი" სარგებლის განაკვეთის საჩვენებლად.

უწყვეტი ზრდა

ერთი დოლარის ინვესტიცია უწყვეტი სარგებლის განაკვეთის (r) შემთხვევაში T წლის შემდეგ გახდება

$$V = \$1 \cdot e^{rT} \tag{17A.14}$$

ეს ფორმულა მოსახერხებელია სამუშაოდ. მაგალითად, მარტივია ვაჩვენოთ, რომ V-ს მყისიერი ცვლილების შეფარდებითი განაკვეთი არის ის, რაც მოსალოდნელი იყო, ანუ r

$$\text{ცვლილებების შეფარდებითი განაკვეთი} = \frac{\frac{dV}{dt}}{V} = \frac{re^{rt}}{e^{rt}} = r. \tag{17A.15}$$

უწყვეტი სარგებლის განაკვეთი ასევე მოსახერხებელია მიმდინარე დისკონტირებული ღირებულების გამოთვლისას. დავუშვათ, გვსურს გამოვთვალოთ $1-ის PDV, რომელიც უნდა გადავიხადოთ T პერიოდის შემდეგ. ეს მოცემულია შემდეგნაირად[4]

$$\frac{\$1}{e^{rT}} = \$1 \cdot e^{-rT} \tag{17A.16}$$

ლოგიკა არის იგივე, რასაც დისკრეტულ შემთხვევაში ვიყენებდით: მომავალი დოლარი ნაკლებად ღირებულია, ვიდრე დღევანდელი დოლარი.

გადახდების ნაკადი

უწყვეტი დისკონტირების გამოყენება ასევე შეიძლება, როდესაც გვაინტერესებს $1-ის უწყვეტად გადახდის მიმდინარე დისკონტირებული ღირებულება ნული პერიოდიდან T პერიოდამდე. რადგან ამ შემთხვევაში გვექნება უსასრულოდ ბევრი გადახდა, ინტეგრირება უნდა გამოვიყენოთ პასუხის საპოვნელად.

$$PDV = \int_0^T e^{-rt} dt. \tag{17A.17}$$

ეს გამოსახულება ნიშნავს, რომ ვაჯამებთ ყველა დისკონტირებულ დოლარს 0-დან T პერიოდამდე.

---

3 ცხრილში 17A.1 მოცემული სარგებლის განაკვეთები პროცენტების მაგივრად ათწილადებშია წარმოდგენილი (რაც იგივეა, 5 პროცენტი სარგებლის განაკვეთი ჩაწერილია, როგორც 0.05 განტოლებაში 17A.12 გამოსაყენებლად).

4 ფიზიკაში ეს ფორმულა გვაქვს „რადიოაქტიური შემცირების" დროს, თუ ერთი ერთეული ნივთიერება შემცირდება δ განაკვეთით თითოეულ პერიოდში, მაშინ T პერიოდის შემდეგ დაგვრჩება e^{-rT} ერთეული. მიუხედავად T-ს სიდიდისა ეს მნიშვნელობა არასდროს გახდება ნოლის ტოლი. ცვეთა შეიძლება აღვიქვათ იგივენაირად, როგორც კაპიტალის თეორიაში.

ამ განსაზღვრული ინტეგრალის მნიშვნელობა გამოითვლება

$$PDV = \frac{-e^{rt}}{r}\Big|_0^T$$
$$= \frac{e^{-rT}}{r} + \frac{1}{r} \qquad \textbf{(17A.18)}$$

როდესაც T მიისწრაფის უსასრულობისკენ,

$$PDV = \frac{1}{r}, \qquad \textbf{(17A.19)}$$

ეს იგივეა, რაც დისკრეტულ შემთხვევაში უსასრულო ანუიტეტის დროს განვიხილეთ.

უწყვეტი დისკონტირება განსაკუთრებით მოსახერხებელია, როდესაც გვაქვს შემთხვევითი ნაკადები დროთა განმავლობაში. დავუშვათ, $f(t)$ აღრიცხავს დოლარების რაოდენობას, რომელიც უნდა იქნას გადახდილი t პერიოდში. გადახდების ნაკადის PDV t პერიოდში იქნება

$$e^{-rt}f(t), \qquad \textbf{(17A.20)}$$

და მთელი ნაკადის PDV, 0 პერიოდიდან T-მდე იქნება

$$\int_0^T f(t)e^{-rt}dt. \qquad \textbf{(17A.21)}$$

ხშირად ეკონომიკაში მოქმედი პირები ცდილობენ მოახდნონ ტოლობის 17A.21 მაქსიმიზაცია. უწყვეტი დროის გამოყენება ამ შემთხვევაში საქმეს გვიმარტივებს, რადგან შეგვიძლია კალკულუსის მეთოდების გამოყენება მაქსიმუმის საპოვნელად.

ხანგრძლივობა

უწყვეტი დრო ასევე გვეხმარება რიგი ფინანსური ცნებების მარტივად გაგებაში. მაგალითად, დავუშვათ, გვაინტერესებს გავიგოთ საშუალოდ რამდენი დრო დასჭირდება, რომ მივიღოთ გარკვეული რაოდენობის უკუგება $f(t)$ გადახდების ნაკადით. ნაკადის მიმდინარე ღირებულება მოცემულია

$$V = \int_0^T f(t)e^{-rt}dt. \qquad \textbf{(17A.22)}$$

ამ მნიშვნელობის დიფერენცირება, დისკონტირების ფაქტორის e^{-r}-ის მიმართ, გვაძლევს

$$\frac{\partial V}{\partial e^{-r}} = \int_0^T tf(t)e^{-r(t-1)}dt, \qquad \textbf{(17A.23)}$$

და ამ ცვლილების ელასტიკურობა იქნება

$$e = \frac{\partial V}{\partial e^{-r}} \cdot \frac{e^{-r}}{V} = \frac{\int_0^T tf(t)e^{-rt}dt}{V}, \qquad \textbf{(17A.24)}$$

ამგვარად, გადახდების ნაკადის მიმდინარე ღირებულების ელასტიკურობა წლიური დისკონტირების ფაქტორის მიმართ იქნება, დროის მიმართ შეწონილი ნაკადების მიმდინარე ღირებულებისა და შეუწონავი ნაკადების შეფარდება. ეს ელასტიკურობა გვიჩვენებს საშუალო დროს, რომელიც ინდივიდმა უნდა მოიცადოს, რომ მიიღოს გარკვეული უკუგება. ფინანსურ ლიტერატურაში ამის აღსანიშნავად იყენებენ გადახდების ნაკადების ხანგრძლივობის ცნებას. ეს არის მნიშვნელოვანი საზომი ნაკადის მიმდინარე ღირებულების მერყეობის გასაზომად სარგებლის განაკვეთის ცვლილების მიმართ.[5]

5 მაგალითად, 8 წელი ხანგრძლივობა ნიშნავს, რომ ინდივიდი უნდა ელოდოს საშუალოდ 8 წელი განსაზღვრული გადახდის მიღებას. ეს ასევე ნიშნავს, რომ ამ ნაკადების ელასტიკურობა დისკონტირების განაკვეთის მიმართ არის 8.0. რადგან დისკონტირების განაკვეთის ელასტიკურობა სარგებლის განაკვეთის მიმართ არის $-r$. მაშინ ნაკადის მნიშვნელობის ელასტიკურობა სარგებლის განაკვეთის მიმართ იქნება $-8r$. თუ $r = 0.05$, მაშინ მიმდინარე ღირებულების ელასტიკურობა r-ის მიმართ არის -0.40.

ბაზრის ფიასკო

თ ა ვ ი 18 ასიმეტრიული ინფორმაცია

თ ა ვ ი 19 გარე ეფექტები და საზოგადოებრივი დოვლათი

ამ ნაწილში უფრო დეტალურად განვიხილავთ თუ რატომ შეიძლება ბაზარი აღმოჩნდეს რესურსების განაწილების არაეფექტიანი საშუალება. ჩვენ, ასევე, შევისწავლით გარკვეულ გზებს, რომლებიც ბაზრის ამ ეფექტიანობას ამცირებს.

თავი 18 ფოკუსირებულია სიტუაციებზე, როდესაც ზოგიერთი ბაზრის მონაწილე უკეთ ინფორმირებულია, ვიდრე სხვები. ასიმეტრიული ინფორმაციის ასეთ შემთხვევაში, მხარეებს შორის ეფექტური კონტრაქტების დამყარება საკმაოდ რთულია და შეიძლება ადგილი ქონდეს სტრატეგიული არჩევანის მრავალფეროვნებას. ვნახავთ, რომ ბევრ სიტუაციაში პირველი- საუკეთესო, სრულად ინფორმირებული ამონახსნი არ არის მიღწევადი. აქედან გამომდინარე, მეორე-საუკეთესო გადაწყვეტილება უნდა იქნას განხილული, რომელმაც შეიძლება ეფექტურობის დანაკარგები გამოიწვიოს.

გარე ეფექტები არის **თავის 19** ძირითადი საკითხი. პირველ ნაწილში განიხილება სიტუაციები, რომელშიც ერთი მოთამაშის მოქმედება პირდაპირ მოქმედებს მეორეს კეთილდღეობაზე. ვაჩვენებთ, რომ რესურსები იქნება არასწორად გადანაწილებული, თუ დანახარჯსა და სარგებელს არ გავითვალისწინებთ გადაწყვეტილების მიღების პროცესში. ამ თავის მეორე ნაწილში განვიხილავთ კონკრეტული ტიპის გარე ეფექტს, რასაც ქმნის საზოგადოებრივი დოვლათი: დოვლათი, რომელიც არის არაექსკლუზიური და მრავალჯერადი მოხმარების. როგორც ვნახავთ ბაზრები ასეთი დოვლათისთვის მცირე რესურსებს გამოყოფენ და შესაბამისად უნდა განვიხილოთ სხვა დაფინანსების გზები (როგორიცაა სავალდებულო გადასახადები). თავი 19 სრულდება იმის განხილვით, თუ როგორ შეიძლება არჩევნებმა შეცვალოს ეს პროცესი.

ასიმეტრიული ინფორმაცია

ბაზრები შეიძლება არ იყოს სრულად ეფექტური, როცა ერთ მხარეს აქვს ინფორმაცია და მეორეს არა (ინფორმაციის ასიმეტრიულობა). უფრო რთული კონტრაქტები, ვიდრე ერთეულზე ფიქსირებული ფასია, შეიძლება გამოყენებული იქნას ინფორმაციის ასიმეტრიულობით გამოწვეული პრობლემების გადასაჭრელად. ამ თავში შევისწავლით ასიმეტრიული ინფორმაციის პრობლემის ორ მნიშვნელოვან საკითხს, რომელიც მოიცავს არასასურველი შერჩევის პრობლემას: სიტუაცია, როცა მხარემ იცის ასიმეტრიული ინფორმაციის შესახებ კონტრაქტზე ხელის მოწერამდე და მორალური საფრთხის პრობლემა; სიტუაცია, როცა ერთი მხარის ქცევები ხელშეკრულების მოქმედების პერიოდში თვალყურის დევნებისთვის ხელმიუწვდომელია სხვა მხარესთვის. ყურადღებით შედგენილმა კონტრაქტმა შეიძლება თავიდან აგვაცილოს ასეთი პრობლემები ინფორმაციის გამჟღავნების სტიმულის შექმნისა და შესაბამისი ქმედებების მიღების გზით. კონკურენციამ შეიძლება გააუარესოს კერძო ინფორმაციის პრობლემა, თუმცა, აუქციონს შეუძლია კონკურენტული ძალები უპირატესობით აღჭურვოს.

ᲙᲝᲛᲞᲚᲔᲥᲡᲣᲠᲘ ᲮᲔᲚᲨᲔᲙᲠᲣᲚᲔᲑᲐ ᲐᲡᲘᲛᲔᲢᲠᲘᲣᲚᲘ ᲘᲜᲤᲝᲠᲛᲐᲪᲘᲘᲡ ᲡᲐᲤᲐᲡᲣᲮᲝᲖᲔ

აქამდე შესწავლილი ტრანზაქციებისთვის გამოიყენებოდა მარტივი ხელშეკრულება. ჩვენ ვთვლიდით, რომ ფირმები ყიდულობდნენ მომწოდებლებისგან შუალედური მოხმარების პროდუქტს ფიქსირებულ ფასად და ყიდიდნენ თავიანთ პროდუქციას მომხმარებლებზე, ასევე, ფიქსირებულ ფასად. რეალურად, ტრანზაქციები გაცილებით რთული კონტრაქტების პირობებში ხდება. გარდა ფიქსირებული საათობრივი ანაზღაურებისა, კორპორაციის აღმასრულებლების კომპენსაცია, როგორც წესი, მოიცავს ისეთ კომპლექსურ მახასიათებლებს, როგორებიცაა აქციების მინიჭება, ბონუსები და ა.შ. ძვირადღირებული გრძელვადიანი დოვლათი, როგორიცაა მოწყობილობები და მანქანები, ხშირად იძლევა გარანტიას, რომელიც შეიძლება გაგრძელდეს დამატებითი საფასურის გადახდით. სადაზღვევო პოლისი შეიძლება მოიცავდეს დაზღვეულის პასუხისმგებლობას და მომხმარებელს აკისრებდეს გარკვეულ დანახარჯებს თანადაფინანსების სახით. იმის ნაცვლად, რომ გამოცხადებულ ფასად იყიდებოდეს, ზოგიერთი ნივთი აუქციონზე სარეზერვო ფასებითა და სხვა რთული თვისებებით იყიდება. ამ თავში ვაჩვენებთ, რომ გაყიდვის სხვადასხვა მეთოდი და ასეთი კომპლექსური კონტრაქტები შეიძლება წარმოიშვას, რათა გავუმკლავდეთ ინფორმაციის ასიმეტრიულობის პრობლემებს.

ასიმეტრიული ინფორმაცია

გარიგებებმა შეიძლება გამოიწვიოს საკმაოდ დიდი გაურკვევლობა. თოვლის აქანდაზის ღირებულება დამოკიდებული იქნება ზამთრის პერიოდში მოსული თოვლის ოდენობაზე. ჰიბრიდული მანქანის ღირებულება დამოკიდებულია საწვავის ფასის გაზრდაზე. გაურკვევლობას თავისთავად არ შემოაქვს არაეფექტურობა. მყიდველებს და გამყიდველებს შეუძლიათ გაურკვევლობის პრობლემების აცილება კონტიგენტური დოვლათის[1] (განვსაზღვრეთ თავში 7) გაცვლით. მაგალითად, თოვლის აქანდაზის პირდაპირ ყიდვის ნაცვლად მომხმარებელს რომ შეეძლოს აქანდაზის სერვისის შეძენა იანვრის თვისთვის იმ პირობით თუ 10 ინჩი ან მეტი თოვლი მოვა. ასეთი პროდუქტების ბაზრებზე, რომლებიც მოიცავენ ყოველ სამომავლო კონტიგენტს, დამყარდება იგივენაირი ეფექტურობა გაურკვევლობის შემთხვევაშიც, როგორც ეს ხდება სრულყოფილი კონკურენციის დროს სრულყოფილი ინფორმაციის შემთხვევაში.

გაურკვევლობა არ შემოიტანს არაეფექტურობას, თუ ტრანზაქციის ორივე მხარეს აქვს მსგავსი შეზღუდული ინფორმაცია მომავლის შესახებ, მაგრამ მას შეუძლია არაეფექტურობის გამოწვევა, თუ ერთ მხარეს აქვს უკეთესი ინფორმაცია. უკეთესი ინფორმაციის მქონე მხარეზე ამბობენ, რომ მას აქვს კერძო ინფორმაცია ან ასიმეტრიული ინფორმაცია. ასიმეტრიული ინფორმაციის ბევრი წყარო არსებობს. მხარეებს ხშირად აქვთ „შიდა ინფორმაცია“ თავიანთ შესახებ, რაც მეორე მხარეს არ გააჩნია. განვიხილოთ ჯანმრთელობის დაზღვევის მაგალითი. მომხმარებელი, რომელიც ირჩევს დაზღვევას აქვს კერძო ინფორმაცია საკუთარი ჯანმრთელობის და მთელი ოჯახის სამედიცინო ისტორიის შესახებ, რაც სადაზღვევო კომპანიას არ გააჩნია. ჯანმრთელი მომხმარებელი თავს არ შეიწუხებს, რათა იყიდოს სადაზღვევო პაკეტი მიღებულ ფასად. ცუდი ჯანმრთელობის მქონე მომხმარებელს უფრო მაღალი მოთხოვნა ექნება პოლისის შესაძენად, იმის სურვილით, რომ მოსალოდნელი სამედიცინო ხარჯები დამზღვევს გადააკისროს. სამედიცინო გამოკვლევა დაეხმარება სადაზღვევო კომპანიას გაიგოს მომხმარებლის ჯანმრთელობის მდგომარეობის შესახებ, თუმცა, გამოკვლევები დანახარჯებთან არის დაკავშირებული და შესაძლოა არ მოგვცეს სრული ინფორმაცია მომხმარებლის ჯანმრთელობის მდგომარეობაზე. მომხმარებელი არ მოისურვებს თავისი ოჯახის ჯანმრთელობის ისტორია და გენეტიკური დაავადების შესახებ მოუყვეს, თუ დამზღვევი ამ ინფორმაციაზე დაყრდნობით მას ყოველთვიურ გადასახადს მოუმატებს. მომხმარებელს, ასევე, აქვს უკეთესი ინფორმაცია ცხოვრების სტილის შესახებ, რაც გავლენას ახდენს ჯანმრთელობაზე და შესაბამისად სამედიცინო დანახარჯებზე – მაგალითად, ჯანსაღად კვება და სიგარეტის არ მოწევა. დამზღვევს შესაძლოა ერჩიოს პირობითი ანაზღაურება ცხოვრების სტილიდან გამომდინარე, მაგრამ დაზღვეულის ყოველდღიური მონიტორინგი შეიძლება ძალზე ძვირი იყოს (და ისევ, მომხმარებლისგან არ უნდა მოველოდეთ ინფორმაციას მათი მოქმედებების შესახებ, რაც შეიძლება სადაზღვევო კომპანიამ გამოიყენოს ასანაზღაურებელი თანხის შესამცირებლად ან სადაზღვევო გადასახადის გასაზრდელად).

1 პროდუქტი რომელიც ხელშისაწვდომია, როცა გარკვეული მოვლენა ხდება. მაგალითად, თუ ნაყინი იყიდება მხოლოდ მაშინ, როცა მზე ანათებს.

ასიმეტრიული ინფორმაციის სხვა წყაროა, როდესაც პირის მომსახურებას ვყიდულობთ. მყიდველს შეიძლება ყოველთვის არ ქონდეს საშუალება მონიტორინგი გაუწიოს თუ რამდენად გულმოდგინედ და კარგად მუშაობს ეს ინდივიდი. გამოცდილებიდან გამომდინარე, ამ ინდივიდს შეიძლება ქონდეს უკეთესი წარმოდგენა იმ მოთხოვნებზე, რაც ჭირდება პროექტის შესრულებას. სწორედ ამიტომ იქნა ის დაქირავებული. მაგალითად, სამზარეულოს აღჭურვილობის შესაკეთებლად გამოძახებულ ხელოსანს სახლის პატრონზე უკეთ ეცოდინება შესაკეთებელი სამუშაოს სიმძიმე.

ასიმეტრიულმა ინფორმაციამ შეიძლება გამოიწვიოს არაეფექტურობა. სადაზღვევო კომპანიებმა შეიძლება შემოგვთავაზონ იმაზე ნაკლები დაზღვევა და მაღალი გადასახადი, ვიდრე იმ პირობებში, თუ მათ ექნებოდათ პოტენციური კლიენტების ჯანმრთელობის შემოწმების საშუალება და ჯანსაღი რეჟიმის დაცვის მოთხოვნის უფლება. მთელი ბაზარი შეიძლება გაიხსნას, როცა მომხმარებლები, რომლებიც ნაკლებ სამედიცინო დანახარჯებს მოელიან, ვიდრე დაზღვევისთვის გადასახდელი თანხაა, გამოეთიშებიან ბაზარს და დარჩებიან მხოლოდ ჯანმრთელობის რისკის მქონე მომხმარებლები. აღჭურვილობის შეკეთების შემთხვევაში ხელოსანს შეუძლია გაზარდოს გადასახდელი თანხა იმ ნაწილის შეცვლით, რომელიც მუშა მდგომარეობაშია და შეიძლება იმუშაოს უფრო დიდხანს, ვიდრე რეალურად ჭირდება (რესურსების გაფლანგვა).

ხელშეკრულების ლირებულება

ზოგიერთი არაეფექტურობის თავიდან ასაცილებლად სახელშეკრულებო დებულებების დამატება. სადაზღვევო კომპანიას შეუძლია შეთავაზოს დაბალი გადასახადი იმ მომხმარებლებს, ვინც გაივლის ჯანრმთელობის შემოწმებას ან თანხმობას განაცხადებს მოსალოდნელი სამედიცინო დანახარჯების ნაწილის დაფარვაზე. დაბალრისკიან მომხმარებლებს მეტად ექნებათ სურვილი მაღალრისკიანებთან შედარებით, რათა გაიარონ ჯანმრთელობის შემოწმება და თავიან თავზე აიღონ სამედიცინო დანახარჯის ნაწილი. სახლის პატრონს შეუძლია იყიდოს სერვის ხელშეკრულება, რომელიც უზრუნველყოფს სამზარეულოს აღჭურვილობის გამართულ მუშაობას ფიქსირებული გადასახადის პირობებში და არა ცალკეული გამოძახებებით და დაზიანებული ნაწილის შეკეთებით.

მიუხედავად იმისა, რომ კონტრაქტებს შეუძლიათ აღმოფხვრან ასიმეტრიული ინფორმაციით გამოწვეული არაეფექტურობა, მათ იშვიათად შეუძლიათ ყველა ტიპის არაეფექტურობის ერთდროული მოგვარება. ჯანმრთელობის დაზღვევის მაგალითში, მომხმარებელთა მიერ ჯანმრთელობის შემოწმების გავლას ჭირდება გარკვეული რეალური რესურსები. მოთხოვო დაბალი რისკის მქონე მომხმარებელს სამედიცინო-დანახარჯის ნაწილის თავის თავზე აღება ნიშნავს, რომ ისინი სრულად დაზღვეულნი არ არიან, რაც სოციალური დანაკარგია იმ გაგებით, რომ რისკისადმი ნეიტრალურად განწყობილი სადაზღვევო კომპანია იქნება უფრო ეფექტური რისკის მატარებელი, ვიდრე რისკის მოწინააღმდეგე მომხმარებელი. ფიქსირებული გადასახადის კონტრაქ-

ტი ძნელია გამართულად ფუნქციონირებდეს; მაგალითად, შეიძლება გამოიწვიოს მეპატრონის ნაკლებ ყურადღებიანობა მოხმარების პროცესში, რადგან ნებისმიერი დაზიანება ხელოსნის გასაკეთებელი იქნება და არა მეპატრონის. ამან, ასევე, შეიძლება გამოიწვიოს ხელოსნის ნაკლები ძალისხმევა, რომელიც შეეცდება იმ დონემდე გააკეთოს სამზარეულოს აღჭურვილობა, რომ ხელშეკრულების მანძილზე არ გამოვიდეს წყობიდან (შემდეგ ნებისმიერი დაზიანება მფლობელს დაეკისრება).

ძირითადი პირისა და აგენტის მოდელი

ასიმეტრიული ინფორმაციის მოდელები საკმაოდ რთული შეიძლება გახდეს და სანამ ფართო მასშტაბით განვიხილავთ ბაზარს მრავალი მიმწოდებლით და მომხმარებლით, ჩვენი ანალიზის მეტ ნაწილს დავუთმობთ მარტივ მოდელს – მთავარი აგენტის მოდელს – რომელშიც მხოლოდ ერთი მონაწილეა ბაზრის ორივე მხარეს. მხარეს რომელიც კონტრაქტის ინიციატივით გამოდის, ძირითადი მოქმედი პირი ჰქვია. ხოლო მეორე მხარეს, რომელიც იღებს გადაწყვეტილებას მიიღოს თუ არა შეთავაზებული კონტრაქტი ჰქვია აგენტი. როგორც წესი, აგენტი არის ასიმეტრიული ინფორმაციის მქონე (პირობითად დავუშვათ, რომ ძირითადი პირი არის ქალი და აგენტი არის კაცი).

ორი მოწინავე მოდელი

ასიმეტრიული ინფორმაციის ორი მოდელი ყველაზე ხშირად შეისწავლება. პირველ მოდელში აგენტის ქცევები კონტრაქტის მანძილზე გავლენას ახდენს ძირითად პირზე, რომელიც ამ ქცევებს პირდაპირ ვერ ხედავს. ძირითად პირს შეუძლია ნახოს ის შედეგები, რაც მოყვება აგენტის ქმედებებს, მაგრამ არა თვითონ ეს ქმედებები. ამ პირველ მოდელს ჰქვია ფარული ქმედების მოდელი. ისტორიული მიზეზებიდან გამომდინარე, სადაზღვევო კონტექსტში ფარული ქმედების მოდელს, ასევე, მორალური საფრთხის მოდელს უწოდებენ.

მეორე მოდელში, აგენტს ძირითად პირთან კონტრაქტის მოწერამდე აქვს კერძო ინფორმაცია არსებული მდგომარეობის შესახებ. აგენტის კერძო ინფორმაციას ტიპი ეწოდება, თავში 8 ნასწავლი თამაშების ტერმინოლოგიის შესაბამისად. მეორე მოდელს ფარული ტიპის მოდელი ჰქვია. ისტორიული მიზეზებიდან გამომდინარე, სადაზღვევო კონტექსტში ფარული ტიპის მოდელს, ასევე, არასასურველი შერჩევის მოდელს უწოდებენ.

როგორც მითითებულია ცხრილში 18.1, ფარული ქმედების და ფარული ტიპის მოდელები სხვადასხვა ტიპის მრავალ აპლიკაციას განიხილავენ. შენიშნეთ, რომ ერთიდაიგივე მხარე შეიძლება იყოს ძირითადი მხარე ერთ გარემოში და აგენტი სხვაში. მაგალითად, კომპანიის აღმასრულებელი დირექტორი არის ძირითადი პირი, როცა საქმე ეხება კომპანიის თანამშრომლებს, მაგრამ არის აგენტი კომპანიის აქციონერებისთვის.

ცხრილი 18.1 ძირითადი პირისა და აგენტის მოდელის აპლიკაციები

		აგენტის კერძო ინფორმაცია	
ძირითადი პირი	აგენტი	ფარული ტიპის	ფარული ქმედების
აქციონერი	მენეჯერი	მენეჯერული უნარები	ძალისხმევა, აღმასრულებელი გადაწყვეტილებები
მენეჯერი	თანამშრომელი	სამუშაო უნარები	ძალისხმევა
სახლის მეპატრონე	ხელოსანი	უნარები, დაზიანების ხარისხი	ძალისხმევა, არასაჭირო შეკეთება
სტუდენტი	პედაგოგი	საგნის ცოდნა	მომზადება, მოთმინება
მონოპოლია	მომხმარებელი	პროდუქტის ღირებულება	ზრუნვა ზიანის ასარიდებლად
ჯანმრთელობის დამზღვევი	დაზღვევის შემძენი	არსებული წინაპირობები	სარისკო მოქმედებები
მშობელი	ბავშვი	Moral fber	Deliquency

პირველი, მეორე და მესამე საუკეთესო

სრულყოფილი ინფორმაციის გარემოში ძირითად პირს შეუძლია შეთავაზოს აგენტს კონტრაქტი, რომელიც მათი მთლიანი ნამეტის მაქსიმიზაციას ახდენს და ამ ნამეტს მას უტოვებს, აგენტს კი მხოლოდ იმდენი რჩება, რომ განურჩეველია მოაწეროს კონტრაქტს ხელი თუ არა. ამ შედეგს ჰქვია პირველი საუკეთესო, ხოლო კონტრაქტს, რომელიც ამ შედეგს გვაძლევს, პირველი საუკეთესო კონტრაქტი. პირველი საუკეთესო არის თეორიული საორიენტაციო ნიშნული, რადგან რეალობაში აგენტი სრულყოფილად ინფორმირებული იშვიათადაა. შედეგს, რომელიც ძირითადი პირის ნამეტის მაქსიმიზაციას ახდენს იმ პირობებში, როცა იგი აგენტზე ნაკლებად ინფორმირებულია, მეორე საუკეთესოს უწოდებენ. ძირითადი პირის ინფორმაციულ შეზღუდვებზე სხვა შეზღუდვების დამატებით – მაგალითად, კონტრაქტის შეზღუდვა ისეთ მარტივ ფორმამდე, როგორიცაა ფიქსირებული ფასი ერთ ერთეულზე – მივყავართ მესამე საუკეთესო, მეოთხე საუკეთესომდე და ა.შ. გამომდინარე შეზღუდვების რაოდენობიდან.

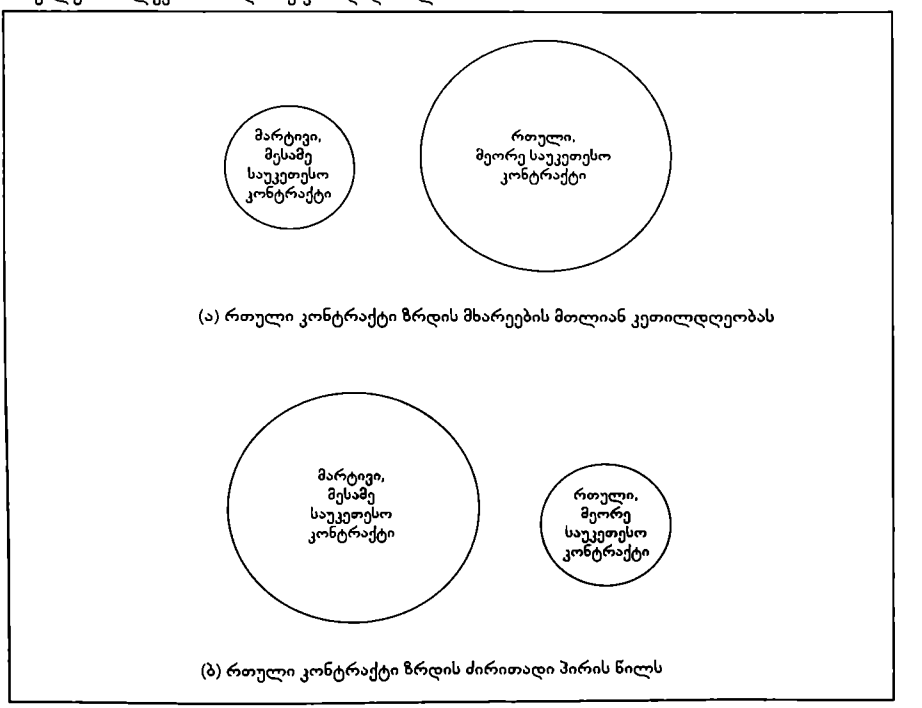
რადგან ეს თავი არის იმ წიგნის ნაწილი, რომელიც საბაზრო ჩავარდნებს განიხილავს, ჩვენ დაგვაინტერესებს განვიხილოთ თუ რამდენად მნიშვნელოვანი საბაზრო ჩავარდნაა ასიმეტრიული ინფორმაცია. პირველი და მეორე საუკეთესოს შედარება საშუალებას მოგვცემს დავითვალოთ ასიმეტრიული ინფორმაციით გამოწვეული მთლიანი კეთილდღეობის შემცირება.

ასევე, საკითხებს ნათელს მოჰფენს, მეორე და მესამე საუკეთესოების შედარება. ეს შედარება გვიჩვენებს ნამეტების ცვლილებებს, როცა გადავდივართ მესამე საუკეთ-

ესოს შემთხვევაში მარტივი კონტრაქტიდან უფრო რთულ კონტრაქტზე მეორე საუკეთესოს შემთხვევაში. რათქმაუნდა, ძირითადი პირის ნამეტი არ შემცირდება, როცა მას ნამეტის მაქსიმიზაციისთვის ხელი მიუწვდება კონტრაქტების უფრო ფართო არჩევანზე. თუმცა, მთლიანი კეთილდღეობა – ძირითადი პირისა და აგენტის ნამეტების ჯამი – შეიძლება შემცირდეს. გრაფიკი 18.1 გვიჩვენებს: ა) **ნახაზზე**, რთული კონტრაქტი ზრდის მთლიან კეთილდღეობას, რაც განაწილებულია ძირითად პირსა და აგენტს შორის. რთული კონტრაქტი მოწონს ძირითად აგენტს, რადგან ის საშუალებას აძლევს მიიღოს გაზრდილი წრის დაახლოებით იგივე ნაწილი. ბ) **ნახაზზე** ძირითად პირს ურჩევნია რთული კონტრაქტი, მიუხედავად იმისა, რომ მთლიანი კეთილდღეობის წრე ნაკლებია, ვიდრე მარტივი კონტრაქტის პირობებში. კომპლექსური კოტრაქტი საშუალებას აძლევს მას მიითვისოს წრის უფრო დიდი ნაწილი, წრის მთლიანი ზომის შემცირების ხარჯზე. ა) და ბ) ნახაზებზე მოცემულ სიტუაციებს ჩვენ განვიხილავთ მაგალითების სახით მომდევნო ქვეთავებში.

ნახაზი 18.1 კონტრაქტის „ზრე"

მთლიანი კეთილდღეობა არის წრის ფართობი. ძირითადი პირის ნამეტი (დანაზოგი) არის გამუქებული ფართობი. **ა) ნახაზზე** რთული (კომპლექსური) კონტრაქტი ზრდის მთლიან კეთილდღეობას და ძირითადი პირის ნამეტსაც, რადგან ის იღებს ფიქსირებულ ნაწილს. ბ) ნახაზზე ძირითადი პირი თავაზობს რთულ კონტრაქტს-მიუხედავად იმისა, რომ ეს ამცირებს მთლიან კეთილდღეობას), რადგან რთული კონტრაქტი საშუალებას აძლევს მას მიიღოს უფრო დიდი წილი.



ფარული ქმედება

ასიმეტრიული ინფორმაციის ორი მნიშვნელოვანი მოდელიდან პირველია ფარული ქმედების მოდელი, რომელიც ასევე იწოდება მორალური საფრთხის მოდელად სადაზღვევო და სხვა კონტექსტებში. ძირითად პირს უნდა, რომ აგენტის ქმედებებით მოხდეს საერთო ნამეტის მაქსიმიზაცია (და რადგან ძირითადი პირი თავაზობს კონტრაქტს, მას სურს, რომ ამ ნამეტის დიდი ნაწილი ერგოს). მფლობელისა და მენეჯერის ურთიერთობის მაგალითში ვნახავთ, რომ მფლობელს, რომელიც ქირაობს მენეჯერს, სურს მენეჯერი გამოცხადდეს სამუშაო საათებში და გულმოდგინედ იმუშაოს. უბედური შემთხვევის დაზღვევის მაგალითში ვნახავთ, რომ სადაზღვევო კომპანიას სურს დაზღვეული მოერიდოს სახიფათო სიტუაციებს. აგენტის ქმედება შეიძლება არ იყოს ძირითადი პირის თვალთახედვის არეში. ქმედებების ნახვა მოთხოვს ძირითადი პირის მხრიდან აგენტის მუდმივ ზედამხედველობას, რაც შეიძლება მიუღებლად ძვირი იყოს. რადგან აგენტის ქმედებებს თვალყურს ვერავინ ადევნებს, ამიტომ იგი შეეცდება მოვალეობების თავიდან აცილებას და იმოქმედებს მისთვის შესაფერისად/სასურველად და არა აუცილებლად ისე, როგორც ძირითად პირს სურს. მფლობელისა და მენეჯერის შემთხვევაში თავის არიდება შეიძლება გამოიხატოს სამსახურში გვიან გამოცხადებაში და არაეფექტიანად მუშაობაში. დაზღვევის მაგალითში, თავის არიდება შეიძლება ნიშნავდეს უფრო დიდი რისკის გაწევას, ვიდრე ეს სადაზღვევო კომპანიას ენდომებოდა.

მიუხედავად იმისა, რომ კონტრაქტს არ შეუძლია თავის არიდებები აკრძალოს აგენტზე კომპენსაციების დაკისრებით – რადგან მისი ქმედებები თვალყურის დევნებისთვის ხელმიუწვდომელია – კონტრაქტით შესაძლებელია მათი შემსუბუქება კომპენსაციის თვალსაჩინო შედეგებზე დაკისრებით. მფლობელისა და მენეჯერის მაგალითში, რელევანტური თვალსაჩინო შედეგი შეიძლება იყოს ფირმის მოგება. მფლობელმა შეიძლება გულდმოდგინედ მუშაობის სტიმული მისცეს მენეჯერს მისი ანაზღაურების მოგებაზე მიბმით. სადაზღვევო კომპანიამ შეიძლება სიფრთხილის სტიმული შეუქმნას დაზღვეულს ინციდენტის დანახარჯების ნაწილის გადაკისრებით.

ხშირად, ძირითად პირს შედეგები უფრო აინტერესებს, ვიდრე აგენტის ქმედებები, რომელთაც ამ შედეგამდე მიყავს. ასე რომ, როგორც ჩანს, ძირითად პირს უნდა შეეძლოს სასურველი შედეგის მიღება კონტრაქტში შედეგების და არა ქმედებების გათვალისწინებით. პრობლემა იმაში მდგომარეობს, რომ შედეგები შეიძლება ნაწილობრივ დამოკიდებული იყოს შემთხვევით ფაქტორებზე, რასაც აგენტი ვერ აკონტროლებს. მფლობელისა და მენეჯერის მაგალითში, ფირმის მოგება შეიძლება დამოკიდებული იყოს მომხმარებელთა მოთხოვნაზე, რაც დამოკიდებულია არაპროგნოზირებად ეკონომიკურ სიტუაციაზე. სადაზღვევო კომპანიის მაგალითში, ინციდენტი ხდება თუ არა, დამოკიდებულია როგორც ინდივიდის ყურადღებაზე, ასევე, მთელ რიგ სხვა ფაქტორებზე, მათ შორის სხვა ადამიანების ქმედებებზე და სტიქიურ მოვლენებზე. აგენტისთვის კომპენსაციის დაწესება ასეთ

არაპროგნოზირებად შედეგებზე რისკის წინაშე აყენებს მას. თუ აგენტი რისკის მოწინააღმდეგეა, მაშინ ეს მდგომარეობა სარგებლიანობის უმცირებს და შესაბამისად დაჭირდება გარკვეული რისკის პრემია კონტრაქტის მოწერამდე (იხილეთ თავი 7). ბევრ მაგალითში, ძირითადი პირი ნაკლებადაა რისკის მოწინააღმდეგე და აქედან გამომდინარე, უფრო ეფექტიანია მან აიღოს რისკი თავის თავზე და არა აგენტმა. მფლობელისა და მენეჯერის მაგალითზე, მფლობელი შეიძლება იყოს ერთ-ერთი მრავალ აქციონერთაგანი, რომელიც ფირმის მცირე წილს ფლობს და შესაბამისად რისკს ინაწილებს. სადაზღვევოს მაგალითში, კომპანიას შეუძლია დააზღვიოს ბევრი აგენტი, რომელთა ინციდენტები არ არის კორელირებული და შესაბამისად შეამციროს რისკის აგრეგირება. თუ სტიმულების საკითხი არ დგას, მაშინ აგენტის კომპენსაცია უნდა იყოს დამოუკიდებელი რისკიანი შედეგებისგან, რაც მთლიანად დააზღვევს მას რისკისგან და გადაიტანს რისკს მის უფრო ეფექტიან მატარებელზე: ძირითად პირზე. მეორე საუკეთესო კონტრაქტი ითვალისწინებს ოპტიმალური ბალანსის დამყარებას სტიმულებსა და დაზღვევას შორის, მაგრამ ის ვერ ქმნის ისეთ ძლიერ სტიმულებს და ვერც ისეთ სრულ დაზღვევას, როგორც პირველი საუკეთესო.

მომდევნო ნაწილში ჩვენ განვიხილავთ ფარული ქმედების მოდელის ორ კონკრეტულ შემთხვევას. პირველ რიგში, შევისწავლით სამუშაო კონტრაქტს ფირმის მფლობელსა და მენეჯერს შორის, რომელმაც უნდა მართოს ფირმა. შემდეგ განვიხილავთ სადაზღვევო კომპანიის მიერ შეთავაზებულ ინდივიდის უბედური შემთხვევისგან დაზღვევის კონტრაქტს.

მფლობელისა და მენეჯერის ურთიერთობა

თანამედროვე კორპორაციები შეიძლება მრავალი მეწილეს მფლობელობაში იყოს, რომელთაგან თითოეულს შეიძლება ჰქონდეს აქციების მცირე პროცენტი. მეწილეები, რომლებსაც კომპანიის მართვის ნაკლები გამოცდილება აქვთ და მცირე წილს ფლობენ – ფირმის მართვის დელეგირებას ახდენენ მენეჯერულ გუნდზე, რომლის სათავეში დგას უფროსი აღმასრულებელი (CEO) და სხვა თანამდებობის პირები. ჩვენ ამ გარემოებებს გავამარტივებთ და დავუშვებთ, რომ ფირმას ყავს ერთი მფლობელი და ერთი მენეჯერი. მფლობელი, რომელიც ძირითადი პირის როლს თამაშობს ამ მოდელში, კონტრაქტს თავაზობს მენეჯერს, რომელიც აგენტის როლშია წარმოდგენილი. მენეჯერი ღებულობს გადაწყვეტილებას სამუშაო კონტრაქტის შესახებ და თანხმობის შემთხვევაში რა ქმედება განახორციელოს, თუ $e \geq 0$. e-ს ზრდა იწვევს ფირმის მთლიანი მოგების ზრდას (რაც არ მოიცავს მენეჯერისთვის გასაცემ თანხას), თუმცა დანახარჯიანია მენეჯერისთვის.

e-ს ერთ-ერთი ინტერპრეტაციაა ძალისხმევა და სამსახურისთვის დახარჯული დრო. ბეჯითად მუშაობით, მენეჯერს შეუძლია თანამშრომლებს უკეთ გაუწიოს ზედამხედველობა, მიიღოს უკეთესი მენეჯერული გადაწყვეტილებები და ა.შ. შევთანხმდეთ, რომ ამიერიდან e-ში ვიგულისხმებთ ძალისხმევას, თუმცა, მას ბევრი სხვა ინტერპრეტაცია შეიძლება ქონდეს. მაგალითად, e შეიძლება ინტერპრეტირებულ იქნას როგორც ისეთი არასასიამოვნო გადაწყვეტილება, როგორიცაა არაპროდუქტიული მუშების დათხოვნა, დროის კონტროლი და ა.შ.

დავუშვათ, ფირმის მთლიანი მოგება არის შემდეგი მარტივი ფორმის:

$$\pi_g = e + \varepsilon \qquad \textbf{(18.1)}$$

მთლიანი მოგება იზრდება მენეჯერის ძალისხმევით e და, ასევე, დამოკიდებულია შემთხვევით სიდიდეზე ε, რომელიც წარმოადგენს მოთხოვნას, დანახარჯებს და სხვა ეკონომიკურ ფაქტორებს, რაც მენეჯერის კონტროლს არ ექვემდებარება. დავუშვათ ε არის ნორმალურად განაწილებული საშუალოთი 0 და ვარიაციით σ^2. მენეჯერის ძალისხმევის გაწევის პირადი დანახარჯი $c(e)$ არის ზრდადი $[c'(e) > 0]$ და ჩაზნექილი $[c''(e) > 0]$.

დავუშვათ, s არის ანაზღაურება, რომელიც შეიძლება დამოკიდებული იყოს ძალისხმევაზე ან/და მთლიან მოგებაზე. ეს განსაზღვრულია მენეჯერსა და მფლობელს შორის კონტრაქტით გათვალისწინებულ პირებზე. მფლობელი წარმოადგენს მრავალ მეწილე ინდივიდს, რომლებიც ფირმის პორთფელის მცირე ნაწილს ფლობენ, ამიტომ დავუშვებთ, რომ მფლობელი არის რისკისადმი ნეიტრალურად განწყობილი. წმინდა მოგება არის მთლიან მოგებას გამოკლებული მენეჯერის ანაზღაურება

$$\pi_n = \pi_g - s \qquad \textbf{(18.2)}$$

რისკისადმი ნეიტრალურად განწყობილ მფლობელს სურს წმინდა მოგების მაქსიმიზაცია

$$E(\pi_n) = E(e + \varepsilon - s) = e - E(s) \qquad \textbf{(18.3)}$$

სტიმულებსა და რისკს შორის კომპრომისის შემოსატანად, ჩავთვლით, რომ მენეჯერი არის რისკის მოწინააღმდეგე. კერძოდ, მენეჯერს გააჩნია სარგებლიანობის ფუნქცია ხელფასის მიმართ, რომლის მუდმივი აბსოლუტური რისკის წინააღმდეგობის პარამეტრია $A>0$. ჩვენ შეგვიძლია გამოვიყენოთ მაგალითის 7.3 შედეგები, რათა ვაჩვენოთ მისი მოსალოდნელი სარგებლიანობა

$$E(U) = E(s) - \frac{A}{2} Var(s) - c(e) \qquad \textbf{(18.4)}$$

ჩვენ განვიხილავთ ოპტიმალური ანაზღაურების კონტრაქტს, რომელიც ხელს შეუწყობს მენეჯერს შესაბამისი ძალისხმევა გაიღოს სხვადასხვა ინფორმაციულ დაშვებების პი-

რობებში. ვისწავლით პირველ საუკეთესო კონტრაქტს, როცა მფლობელს შეუძლია ძალისხმევის სრულყოფილად მეთვალყურეობა, ხოლო შემდეგ განვიხილავთ მეორე საუკეთესო კონტრაქტს, როცა ძალისხმევის შესახებ ასიმეტრიული ინფორმაციაა.

პირველი საუკეთესო (სრული ინფორმაციის შემთხვევა)

სრული ინფორმაციის შემთხვევაში შედარებით მარტივია ოპტიმალური ხელფასის კონტრაქტის შედგენა. მფლობელს შეუძლია გადაუხადოს მენეჯერს ფიქსირებული ხელფასი s^*,თუ ის გაიღებს პირველი საუკეთესო დონის ძალისხმევას e^* (რომელსაც დავითვლით) და არაფერს სხვა შემთხვევაში. მენეჯერის მოსალოდნელი სარგებლიანობა ამ კონტრაქტიდან შეიძლება ვიპოვოთ ფიქსირებული ხელფასის მოსალოდნელი მნიშვნელობის $[E(s^*) = s^*]$ და ვარიაციის $[V(s^*) - 0]$ ჩასმით განტოლებაში 18.4. იმისთვის, რომ მენეჯერმა მიიღოს ეს კონტრაქტი, მისი მოსალოდნელი სარგებლიანობა უნდა აღემატებოდეს იმ სიდიდეს, რაც შეუძლია მიიღოს მეორე საუკეთესო სამსახურის შეთავაზებისგან:

$$E(U) = s^* - c(e^*) \geq 0 \qquad \textbf{(18.5)}$$

სიმარტივესთვის ვუშვებთ, რომ მეორე საუკეთესო სამსახურიდან იგი 0-ს მიიღებს. ძირითადი პირისა და აგენტის მოდელში, განტოლების 18.5 მსგავს პირობას მონაწილეობის შეზღუდვა ეწოდება, რაც უზრუნველყოფს აგენტის მონაწილეობას კონტრაქტში.

მფლობელი ოპტიმალურად იხდის იმ ხელფასს რაც დააკმაყოფილებს განტოლებას 18.5 $s^* = c(e^*)$. შესაბამისად, მფლობელის წმინდა მოგება არის

$$E(\pi_n) = e^* - E(s^*) = e^* - c(e^*) \qquad \textbf{(18.6)}$$

რომელიც ისეთი e^* -ის პირობებში აწევს მაქსიმუმს, რომელიც აკმაყოფილებს პირველი რიგის პირობას:

$$c'(e^*) = 1 \qquad \textbf{(18.7)}$$

ოპტიმუმის წერტილში ძალისხმევის ზღვრული დანახარჯი უდრის ზღვრულ სარგებელს 1-ს.

მეორე საუკეთესო (ფარული ქმედების შემთხვევა)

თუ მფლობელს შეუძლია მენეჯერის ძალისხმევისთვის თვალყურის დევნება, მაშინ მას მარტივად შეუძლია პირველი საუკეთესო კონტრაქტის გამოყენება, მენეჯერისთვის შესაბამისი ძალისხმევის გაღების მოთხოვნით. თუ მას არ შეუძლია ძალისხმევის მონი-

ტორინგი, მაშინ კონტრაქტი ვერ იქნება დაფუძნებული e –ზე პირობითად. თუმცა, მას მაინც შეუძლია მენეჯერს გააღებინოს გარკვეული ძალისხმევა მისი ანაზღაურების მიბმით ფირმის მოგებაზე. მენეჯერი მიიღებს ანაზღაურებას შესრულებული საქმის მიხედვით: რაც უფრო მეტ მოგებას ნახავს ფირმა, მით მეტ ანაზღაურებას მიიღებს მენეჯერი.

ფიქსირებული ხელფასის კონტრაქტი, რომელიც დამოუკიდებელი იქნება ფირმის მოგებაზე, ვერანაირი ძალისხმევის გაღებას ვერ აიძულებს მენეჯერს. მუდმივი s ხელფასის პირობებში, მენეჯერის მოსალოდნელი სარგებლიანობა განტოლებიდან 18.4 იქნება s-c(e), რომელიც მაქსიმუმს აღწევს ძალისხმევის ნულოვანი დონისთვის, e = 0.

ფიქსირებული ხელფასის ნაცვლად, ვთქვათ, მფლობელი მენეჯერს თავაზობს ანაზღაურებას, რომლიც ფირმის მოგებაზე დამოკიდებულია წრფივად:

$$s(\pi_g) = a + b\pi_g \qquad \textbf{(18.8)}$$

სადაც a არის ხელფასის ფიქსირებული ნაწილი, ხოლო b ზომავს სტიმულირების სქემის დახრის კუთხეს, რომელიც ზოგჯერ ძალად იწოდება. თუ $b = 0$, მაშინ ხელფასი არის მუდმივი, რაც როგორც ვნახეთ, ძალისხმევის არანაირ სტიმულს არ იძლევა. რაც უფრო უახლოვდება b კოეფიციენტი 1-ს, მით უფრო ძლიერია სტიმული. ფიქსირებული კომპონენტი a შეიძლება ჩავთვალოთ ძირითად ხელფასად, ხოლო b შეიძლება განვიხილოთ როგორც მასტიმულირებელი გადასახადი აქციებისა და ბონუსების სახით.

მფლობელისა და მენეჯერის ურთიერთობა შეიძლება განვიხილოთ სამეტაპიანი თამაშის სახით. პირველ ეტაპზე, მფლობელი ირჩევს ანაზღაურების სქემას, ანუ a და b პარამეტრებს. მეორე ეტაპზე მენეჯერი იღებს გადაწყვეტილებას კონტრაქტის შესახებ. მესამე ეტაპზე, თუ მენეჯერი კონტრაქტს მიიღებს, გადაწყვეტს რა ოდენობის ძალისხმევა გაიღოს. ჩვენ ამოვხსნით ქვეთამაშის სრულყოფილ წონასწორობას ინდუქციური მეთოდით, დავიწყებთ მენეჯერის მიერ ძალისხმევის დონის e-ს არჩევით, იმ პირობით, რომ მან მიიღო შემოთავაზებული ანაზღაურების $a + b\pi_g$ სქემა. განტოლების 18.8 ჩასმით განტოლებაში 18.4 მივიღებთ მენეჯერის მოსალოდნელ სარგებლიანობის წრფივი ანაზღაურების სქემისთვის:

$$E\left(a+b\pi_g\right)-\frac{A}{2}Var\left(a+b\pi_g\right)-c(e)\,. \qquad \textbf{(18.9)}$$

მოსალოდნელი სარგებლიანობისა და ვარიაციის თვისებების გადახედვა დაგვეხმარება განტოლების 18.9 გამარტივებაში. პირველ რიგში შევნიშნოთ, რომ მართებულია:

$$E(a + b\pi_g) = E(a + be + b\varepsilon) = a + be + bE(\varepsilon) = a + be, \qquad \textbf{(18.10)}$$

რადგან ε შემთხვევითი ცვლადის წრფივი განტოლების მოსალოდნელი მნიშვნელობა არის ε-ს მოსალოდნელი მნიშვნელობის წრფივი განტოლება[2]. გარდა ამისა,

2 ეს საკითხი განხილულია ამოცანაში 2.13, სადაც ნაჩვენებია, რომ $E[g(x)] \le g[E(x)]$ თუ g არის ამოზნექილი და $E[g(x)] \ge$

$$\text{Var}(a + b\pi_g) = \text{Var}(a + be + b\varepsilon) = b^2\text{Var}(\varepsilon) = b^2\sigma^2, \quad \textbf{(18.11)}$$

აღნიშნული გამომდინარეობს წრფივი ფუნქციის ვარიაციის ფორმულიდან (იხილეთ ამოცანა 2.14). აქედან გამომდინარე, განტოლება 18.9 იღებს შემდეგ სახეს:
მენეჯერის მოსალოდნელი

$$\textbf{სარგებლიანობა} = a + be - \left(\frac{Ab^2\sigma^2}{2}\right) - c(e). \quad \textbf{(18.12)}$$

პირველი რიგის პირობა, რომლითაც უნდა შევარჩიოთ ოპტიმალური e მენეჯერის მოსალოდნელი სარგებლიანობის მაქსიმიზაციისთვის, გვაძლევს განტოლებას

$$c'(e) = b \quad \textbf{(18.13)}$$

რადგან $c(e)$ არის ჩაზნექილი ფუნქცია, ზღვრული დანახარჯი $c'(e)$ იზრდება e-ს მიმართ. აქედან გამომდინარე, როგორც ეს ნაჩვენებია გრაფიკზე 18.2, რაც უფრო მაღალია b სტიმულის ძალა, მით მეტ ძალისხმევას გაიღებს მენეჯერი. მენეჯერის ძალისხმევა დამოკიდებულია მხოლოდ დახრილობის კუთხეზე (b) და არა ხეფლასის ფიქსირებულ ნაწილზე (a).

ახლა განვიხილოთ თამაშის მეორე ეტაპი – მიიღებს თუ არა მენეჯერი კონტრაქტს. მენეჯერი კონტრაქტს მიიღებს, თუ მოსალოდნელი სარგებლიანობა განტოლებაში 18.12 არის არაუარყოფითი, ანუ წევრების გადანაცვლების შემდეგ, სრულდება პირობა:

$$a \geq c(e) + \frac{Ab^2\sigma^2}{2} - be. \quad \textbf{(18.14)}$$

განტოლება 18.14 გვიჩვენებს, რომ ხელფასის ფიქსირებული ნაწილი a უნდა იყოს საკმარისად დიდი, რათა მენეჯერმა მიიღოს კონტრაქტი.

ახლა გადავიდეთ პირველ ეტაპზე, როცა მფლობელი ირჩევს a და b პარამეტრებს ანაზღაურების სქემისთვის. მფლობელის მიზანია მოახდინოს თავისი დანაზოგის მაქსიმიზაცია, რომელიც არის (ამას მივიღებთ განტოლების 18.10 ჩასმით განტოლებაში 18.3):

$$\textbf{მფლობელის დანაზოგი} = e(1 - b) - a \quad \textbf{(18.15)}$$

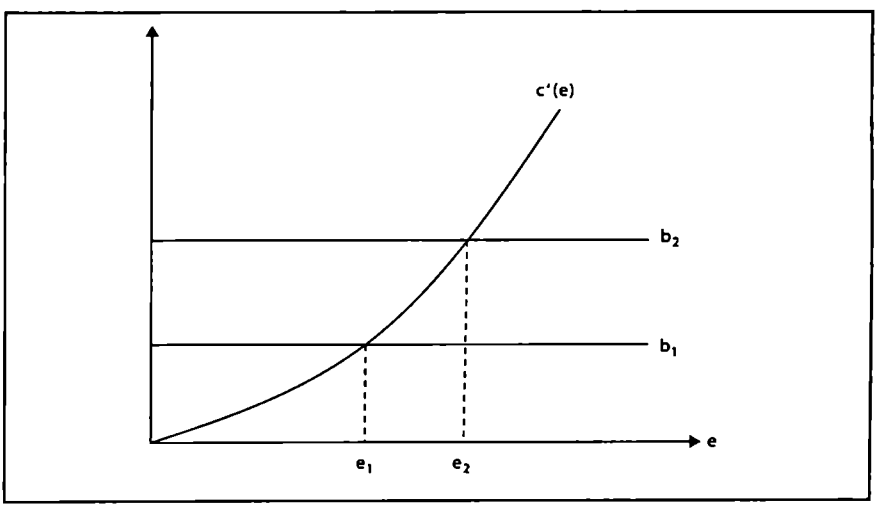
ორი შეზღუდვის პირობებში. პირველი შეზღუდვა (განტოლება 18.14) არის ის, რომ მენეჯერმა უნდა მიიღოს კონტრაქტი მეორე ეტაპზე. როგორც წინა ქვეთავში ვახსენეთ, ამას ქვია მონაწილეობის შეზღუდვა. ამასთან ერთად, განტოლება 18.14 ჩაწერილია როგორც უტოლობა და შესაბამისად მფლობელი შეეცდება მაქსიმალურად შეამციროს a, სანამ ტოლობა არ დამყარდება, რადგან a არ ახდენს გავლენას მენეჯერის

$g[E(x)]$. თუ g არის ჩაზნექილი ფუნქცია. თუ g არის წრფივი (ერთდროულად ამოზნექილიც და ჩაზნექილიც), მაშინ ორივე უტოლობა უნდა შესრულდეს და შესაბამისად $E[g(x)] = g[E(x)]$.

ძალისხმევაზე და მფლობელს არ სურს გადაუხადოს იმაზე მეტი, რაც საკმარისი იქნება მენეჯერისთვის კონტრაქტის მისაღებად. მეორე შეზღუდვა (18.13) არის მენეჯერის მიერ ისეთი e-ს შერჩევა, რომელიც მას სურს და არა მფლობელს, რადგან მფლობელი მას ვერ აკონტროლებს. ამას ჰქვია სტიმულის თავსებადობის შეზღუდვა. ამ შეზღუდვების ჩასმა განტოლებაში 18.15 საშუალებას გვაძლევს მფლობელის დანაზოგი გამოვსახოთ როგორც მხოლოდ მენეჯერის ძალისხმევის ფუნქცია:

ნახაზი 18.2 მენეჯერის ძალისხმევა რეაგირებს გაზრდილ სტიმულებზე

მენეჯერის ძალისხმევის ზღვრული დანახარჯები, $c'(e)$, აღმავალია, სტიმულის ძალის გაზრდა b_1–დან b_2-მდე იწვევს მენეჯერის სტიმულის გაზრდას e_1–დან e_2-მდე



$$e - c(e) - \frac{A\sigma^2 c'(e)^2}{2}. \qquad \textbf{(18.16)}$$

მეორე საუკეთესო ძალისხმევა e^{**} აკმაყოფილებს პირველი რიგის პირობას

$$c'(e^{**}) = \frac{1}{1 + A\sigma^2 c''(e^{**})}. \qquad \textbf{(18.17)}$$

განტოლების 18.17 მარჯვენა მხარე, ასევე, უდრის b^{**}-ს სტიმულირების სქემიდან მეორე საუკეთესოში, რადგან $c'(e^{**}) = b^{**}$ განტოლების 18.13 მიხედვით.

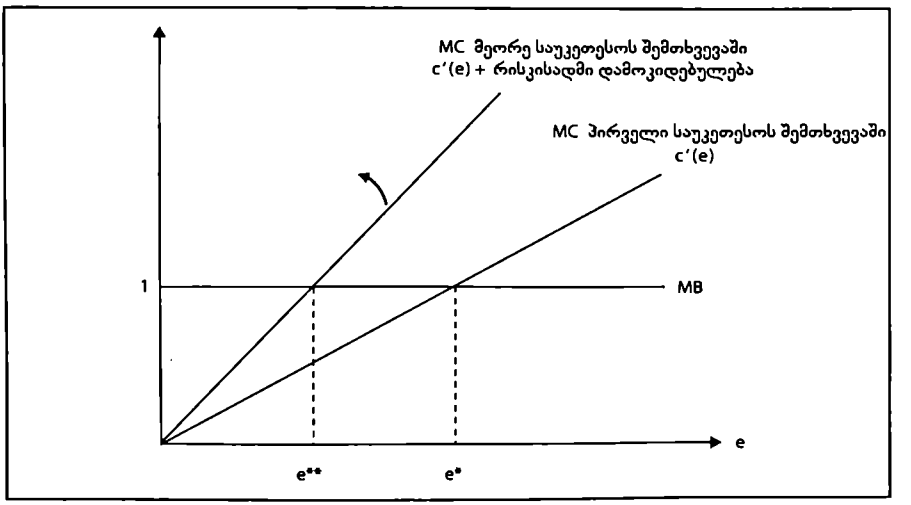
მეორე საუკეთესო ძალისხმევა ნაკლებია ერთზე და შესაბამისად უფრო მცირეა, ვიდრე პირველი საუკეთესო ძალისხმევა ($e^* = 1$). ასიმეტრიული ინფორმაციის არსე-

ბობამ მიგვიყვანა ნაკლებ წონასწორულ ძალისხმევამდე. თუ მფლობელს არ შეუძლია კონტრაქტში ჩაწეროს კონკრეტული e, მაშინ მას შეუძლია ძალისხმევის სტიმულირება მენეჯერის ხელფასის მიბმით ფირმის მოგებაზე. თუმცა, ამის გაკეთება იწვევს გარკვეულ ვარიაციას თუ რამდენი უნდა გადაუხადოს და შესაბამისად რისკის მოწინააღმდეგე მენეჯერი მოითხოვს რისკის პრემიას. რისკის პრემია (მესამე წევრი განტოლებაში 18.16) ემატება მფლობელის ხარჯებს ძალისხმევის გასაზრდელად. როგორც განტოლებაში 18.3 ნაჩვენებია ძალისხმევის გაზრდის ზღვრული დანახარჯი იწვევს უფრო ნაკლებ ძალისხმევას მეორე საუკეთესოში პირველ საუკეთესოსთან შედარებით.

თუ ძალისხმევის სტიმულირების საკითხი არ დგას, მაშინ რისკისადმი ნეიტრალურად განწყობილი მფლობელისთვის უკეთესია ყველა რისკის თავის თავზე აღება, რისკის მოწინააღმდეგე მენეჯერი მთლიანად დააზღვიოს და ფიქსირებული ხელფასი შესთავაზოს, როგორც ეს ვნახეთ პირველ საუკეთესო ამოცანაში. თუმცა, თუ ძალისხმევის მონიტორინგი ვერ ხორციელდება, მაშინ ძალისხმევის გაღების არანაირი სტიმული არ არსებობს. მეორე საუკეთესო კონტრაქტი არის არჩევანი მფლობელის სურვილსა, ერთი მხრივ, უზრუნველყოს მაღალი ძალისხმევა (რაც მდგომარეობს b-ს 1 თან მიახ-

ნახაზი 18.3 პირველი და მეორე საუკეთესო ძალისხმევები

მფლობელის ზღვრული დანაჯარჯი (MC) რომ უზრუნველყოს, ძალისხმევა გაცილებით მაღალია მეორე საუკეთესოს შემთხვევაში (როცა ძალისხმევა არ კონტროლდება), ვიდრე პირველი საუკეთესოს დროს (როცა ძალისხმევის კონტროლი შესაძლებელია), რადგან მენეჯერი ითხოვს რისკის პრემიას სტიმულებზე მორგებული კონტრაქტის მისაღებად, რომელიც მის შემოსავალს ფირმის მოგებას უკავშირებს. მენეჯერის რისკისადმი უარყოფითი დამოკიდებულების ან ფირმის მოგების ვარიაციის გაზრდა იწვევს MC-ს გაზრდას მეორე საუკეთესო შემთხვევაში, როგორც ეს ნახაზზე მუქი ისრით არის ნაჩვენები, რაც კიდევ უფრო ამცირებს წონასწორულ ძალისხმევას.



ლოებაში), მეორე მხრივ, დააზღვიოს რისკის მოწინააღმდეგე მენეჯერი ანაზღაურების ცვალებადობისგან (რაც მდგომარეობს b-ს 0-თან მიახლოებაში). შედეგად მიღებული b^{**} მოთავსებულია 0-სა და 1-ს შორის.

მოკლედ რომ შევაჯამოთ, ფუნდამენური ალტერნატივები მფლობელისა და მენეჯერის ურთიერთობაში მდგომარეობს სტიმულებსა და დაზღვევას შორის. რაც უფრო რისკის მოწინააღმდეგეა მენეჯერი (ანუ რაც უფრო მაღალია A), მით უფრო მნიშვნელოვანია დაზღვევა სტიმულებთან შედარებით. მფლობელი აზღვევს მენეჯერს მისი ანაზღაურების ფირმის მერყეე მოგებაზე ნაკლებად დამოკიდებულებით, b^{**}-ის და შესაბამისად e^{**}-ს შემცირებით. იგივე მიზეზის გამო, რაც უფრო მაღალია ფირმის მოგების ვარიაცია იმ ცვლადების დანახარჯზე, რომელსაც მენეჯერი ვერ აკონტროლებს(ანუ მაღალია σ^2, უფრო ნაკლებია b^{**} და შესაბამისად e^{**}.

დავალება 18.8: მფლობელისა და მენეჯერის ურთიერთობა

ამ იდეების რიცხვითი მაგალითით დემონსტრირებისთვის, დავუშვათ, მენეჯერის ძალისხმევის დანახარჯები მოცემულია მარტივი ფორმით $c(e) = e^2/2$ და $\sigma^2 = 1$.

პირველი საუკეთესო. პირველი საუკეთესოს ძალისხმევის დონე აკმაყოფილებს განტოლებას $c'(e^*) = e^* = 1$. პირველი საუკეთესო კონტრაქტი უზრუნველყოფს მენეჯერის ძალისხმევის $e^* = 1$ დონეს, 1/2-ს ტოლ ფიქსირებული ხელფასის პირობებში, რაც მენეჯერს განურჩეველს ხდის მიიღოს კონტრაქტი თუ მოძებნოს მეორე საუკეთესო სამსახური (რომელიც, როგორც დავუშვით, მას ანიჭებს ნულის ტოლ სარგებელს). მფლობელის წმინდა მოგება ტოლია 1/2-ის.

მეორე საუკეთესო. მეორე საუკეთესო კონტრაქტი დამოკიდებულია მენეჯერის რისკიანობაზე, რომელიც გაზომილია A-თი. ჯერ დავუშვათ, რომ $A = 1$[3]. მენეჯერის ხელფასის ფიქსირებული ნაწილის a^{**} დასათვლელად, გავიხსენოთ, რომ განტოლება 18.14 სრულდება ტოლობის სახით მეორე საუკეთესოს შემთხვევაში და იმ მნიშვნელობების ჩასმით, რაც უკვე დათვლილი გვაქვს. მივიღებთ, რომ $a^{**} = 0$. მენეჯერი არ იღებს ფქსირებულ ხელფასს, თუმცა, იღებს მასტიმულირებელ 50 ცენტს თითოეულ 1 დოლარ მოგებაზე. განტოლებაში 18.15 მნიშვნელობების შეტანით, ვნახავთ, რომ მფლობელის წმინდა მოგება არის 1/4.

ახლა დავუშვათ, რომ $A = 2$, ანუ მენეჯერი არის რისკის უფრო მეტად მოწინააღმდეგე. მეორე საუკეთესოს ძალისხმევა მცირდება $e^{**} = 1/3$ და b^{**}-ც მცირდება 1/3 მდე. მენეჯერის ხელფასის ფიქსირებული ნაწილი იზრდება $a^{**} = 1/18$. მფლობელის წმინდა მოგება მცირდება 1/6-მდე.

(გაგრძელება)

3 გამოთვლების გასამარტივებლად ჩვენ შევცვალეთ A პარამეტრის მნიშვნელობა მისი უფრო რეალური მნიშვნელობიდან, რომელიც მოცემული იყო თავში 7. იგივენაირად მოვიქცეთ სხვა პარამეტრების შემთხვევაშიც.

ემპირიული მტკიცებულება. ანაზღაურების გავლენიან კვლევაში, ჯენსენისა და მურფის[4] შეფასებით $b = 0.003$ აღმასრულებელთათვის აშშ-ს ფირმებისთვის, რომელიც უფრო მცირე ზომისაა, ვიდრე ჩვენს მიერ დათვლილი b^{**}.

შეკითხვა: როგორ შეიცვლებოდა ანალიზი, თუ მფლობელებს სრულყოფილად არ შეუძლიათ მთლიანი მოგების ანალიზი? და იგი დამოკიდებულია მენეჯერის პირად მოხსენებაზე? შეიძლება ამით აიხსნას ის თავსატეხი, რომ აღმასრულებელთა სტიმულები დაბალია?

ფირმის სტანდარტული მოდელთან შედარება

ბუნებრივია, ჩნდება კითხვა თუ როგორ შეიძლება შევადაროთ დამალული ინფორმაციის პირობებში მენეჯერის ქმედებებთან დაკავშირებული შედეგები ფირმის სრულყოფილი კონკურენციის სტანდარტულ მოდელს, სადაც ასიმეტრიული ინფორმაცია არ არსებობს. პირველი, დაფარული ინფორმაციის არსებობა ზრდის არაეფექტიანობის შანსს, რაც სტანდარტულ მოდელს არ ახასიათებს. მენეჯერი არ ხარჯავს იმდენ ძალისხმევას, რამდენსაც დახარჯავდა ძალისხმევა დაკვირვებადი რომ ყოფილიყო. იმ შემთხვევაშიც კი, როცა ასიმეტრიული ინფორმაციისას მფლობელი მაქსიმალურად შეეცდება მენეჯერის სტიმულირებას შესაბამისი ძალისხმევის გასაღებად, მან უნდა დაბალანსოს სტიმულების სარგებელი და მენეჯერის მაღალი რისკის წინაშე დაყენების დანახარჯები.

მეორე, მენეჯერი შეიძლება ჩაითვალოს როგორც ნებისმიერი სხვა წარმოების საშუალება (კაპიტალი, შრომა, მასალები, და ა.შ.) სტანდარტულ მოდელში, იგი ხდება უნიკალური სახის წარმოების საშუალება, როდესაც მის ქმედებებზე ინფორმაცია იმალება. არ არის საკმარისი ფიქსირებული ფასის გადახდა ისე როგორც ფირმა იხდის კაპიტალის ქირის გადასახადს ან სხვა მასალების საბაზრო ფასებს. მენეჯერის პროდუქტიულობა დამოკიდებულია მისი ანაზღაურების სტრუქტურაზე. იგივე შეიძლება ითქვას ნებისმიერ სამუშაო ძალაზე: მუშებმა შეიძლება თავი აარიდონ სამუშაოს შესრულებას თუ არ კონტროლდებიან ან თუ შესაბამისი სტიმულები არ გააჩნიათ.

მორალური საფრთხის პრობლემა საჯაზღვევო სისტემაში

მორიგი მნიშვნელოვანი მაგალითი, რომელშიც დაფარულ ქმედებებს მივყავართ არაეფექტიანობამდე, სადაზღვევო ბაზარია. ინდივიდებმა თავიანთი ქცევით შეიძლება იმოქმედონ სახიფათო მოვლენის მოხდენის ალბათობაზე. სახლის მფლობელები

4 M. Jensen and K. Murphy, "Performance Pay and Top-Management Incentives," ჟურნალი პოლიტიკური ეკონომიკა 98 (1990):225–64.

ვინც ფიქრობს ხანძრის შესაძლო დანაკარგებზე შეიძლება დაამონტაჟოს სამხურები ან დააყენოს ცეცხლაქრობები მოსახერხებელ ადგილებში. ანალოგიურად, ადამიანებმა შეიძლება დაამონტაჟონ სიგნალიზაცია ავტომობილებზე ან მიირთვან ჯანსაღი საკვები, რათა შეამცირონ დაავადების შანსები. ამ ქმედებებში, სარგებლიანობის მაქსიმიზაციით დაინტერესებული ინდივიდები შეამცირებენ რისკს იმ წერტილამდე, სადაც დამატებითი სიფრთხილით მიღებული ზღვრული სარგებელი გაუტოლდება ამ სიფრთხილის ზღვრულ დანახარჯს.

დაზღვევის არსებობის პირობებში ეს გამოთვლები შეიძლება შეიცვალოს. თუ პიროვნება არის სრულად დაზღვეული ნებისმიერი დანაკარგებისგან, მას ექნება შემცირებული სტიმულები დანახარჯიანი სიფრთხილის ზომების მისაღებად, რაც, თავის მხრივ, ზრდის დანაკარგების მოხდენის ალბათობას. ავტომობილის დაზღვევის მაგალითზე, თუ ადამიანს მანქანა მოპარვისგან ყავს დაზღვეული, შეიძლება გააჩეროს ნაკლებად უსაფრთხო ადგილას ან თავი შეიკაოს სიგნალიზაციის დაყენებისგან. ქცევის ასეთ შეცვლას დაზღვევის პასუხად ტერმინად უწოდებენ მორალურ საფრთხეს (moral hazard).

მორალური საფრთხე. დაზღვევის ეფექტი ინდივიდების ქმედებებზე, რამაც შიძლება შეცვალოს დანაკარგების ზომა. **განსაზღვრება**

ტერმინი „მორალურის“ გამოყენება პასუხის აღსაწერად ალბათ ოდნავ არასწორია. არაფერია „ამორალური“ იმ ქცევებში, რაც აღვწერეთ, რადგან ინდივიდები უბრალოდ რეაგირებენ იმ სტიმულებზე. ზოგიერთ შემთხვევაში ეს რეაგირება შეიძლება სასურველიც კი იყოს. მაგალითად, სამედიცინო დაზღვევამ შეიძლება წაახალისოს ხალხი, რომ ადრეულ ეტაპზე იმკურნალონ, რადგან დაზღვევა მათ სამედიცინო დანახარჯებს ამცირებს. მაგრამ რადგან სადაზღვევო კომპანიებისთვის შეიძლება ძვირი აღმოჩნდეს ასეთი რეაგირებების გაზომვა და შეფასება, მორალურ საფრთხეს შეიძლება მნიშვნელოვანი გავლენა ჰქონდეს რესურსების განაწილებაზე. ამის შესასწავლად ჩვენ გვჭირდება სარგებლიანობის მაქსიმიზაციით დაინტერესებული დაზღვეული პირის ქმედებების მოდელი.

მათემატიკური მოდელი

დავუშვათ, რისკის მოწინააღმდეგე ინდივიდს შეუძლია დააზღვიოს დანაკარგი (I), რაც შეამცირებს მის პირვანდელ ქონებას (W_0). დანაკარგის ალბათობა არის π. ინდივიდს შეუძლია შეამციროს დანაკარგის ალბათობა პრევენციულ ღონისძიებებზე მეტის დახარჯვით (e)[5]. დავუშვათ, $U(W)$ არის ინდივიდის სარგებლიანობა მოცემული ქონებით W.

სადაზღვევო კომპანია (ამ შემთხვევაში ძირითადი პირის მოთამაშე) ინდივიდს თავაზობს დაზღვევას, რომელიც გადაუხდის მას x თანხას, თუ დანაკარგები მოხდება. ეს დაზღვევა p თანხა ჯდება. თუ ინდივიდი მიიღებს დაზღვევას, მაშინ მისი ქონება პირველ (არ ხდება დანაკარგები) და მეორე (ხდება დანაკარგები) სიტუაციებში იქნება შემდეგი:

$$\begin{aligned} W_1 &= W_0 - e - p \quad \text{და} \\ W_2 &= W_0 - e - p - l + x \end{aligned} \tag{18.18}$$

და მისი სარგებლიანობა იქნება

$$(1-\pi)U(W_1) + \pi U(W_2) \tag{18.19}$$

რისკისადმი ნეიტრალურად განწყობილი სადაზღვევო კომპანიის მიზანია მოსალოდნელი მოგების მაქსიმიზაცია:

$$\textbf{სადაზღვევოს მოსალოდნელი მოგება} = p - \pi x \tag{18.20}$$

პირველი საუკეთესო სადაზღვევო კონტრაქტი

პირველ საუკეთესო შემთხვევაში, სადაზღვევო კომპანიას შეუძლია სრულყოფილი მონიტორინგი აგენტის გამაფრთხილებელი ძალისხმევის e. ის აწესებს e-ს და სადაზღვევო კონტრაქტის სხვა პარამეტრებს (x და p), რათა მოახდინოს მისი მოსალოდნელი მოგების მაქსიმიზაცია იმ შემზღუდავი პირობით, რომ ინდივიდი მიიღებს კონტრაქტს:

$$(1-\pi)U(W_1) + \pi U(W_2) \geq \overline{U} \tag{18.21}$$

სადაც $\overline{U}$ არის ის მაქსიმალური სარგებლიანობა, რაც შეუძლია ინდივიდს მიიღოს დაზღვევის არ არსებობის პირობებში. ცხადია, სადაზღვევო კომპანია ფასს გაზრდის მანამ, სანამ მონაწილეობის შეზღუდვა ტოლობად არ იქცევა. ამრიგად, პირველი საუკეთესო სადაზღვევო კონტრაქტი არის მაქსიმიზაციის ამოცანის ამონახსნი, რომლის ამოსახსნელად შეგვიძლია გამოვიყენოთ ლაგრანჟის მეთოდი. შესაბამისი ლარგანჟის ფუნქციაა:

$$\mathcal{L} = p - \pi x + \lambda[(1-\pi)U(W_1) + \pi U(W_2) - \overline{U}] \tag{18.22}$$

პირველი რიგის პირობებია:

$$0 = \frac{d\mathcal{L}}{dp} = 1 - \lambda[(1-\pi)U'(W_0 - e - p) + \pi U'(W_0 - e - p - l + x)], \tag{18.23}$$

$$0 = \frac{d\mathcal{L}}{dx} = -\pi + \lambda\pi U'(W_0 - e - p - l + x), \tag{18.24}$$

$$0 = \frac{d\mathcal{L}}{dp} = -\frac{d\pi}{dx}x - \lambda\Big\{(1-\pi)U'(W_0 - e - p) + \pi U'(W_0 - e - p - l + x)$$
$$-\frac{d\pi}{de}[U(W_0 - e - p) + U(W_0 - e - p - l + x)]\Big\}. \tag{18.25}$$

ეს განტოლებები შეიძლება რთულად გამოიყურება, მაგრამ სწრაფად დაიყვანება მარტივ შედეგამდე. განტოლებები 18.23 და 18.24 ერთად გვაძლევენ

$$\frac{1}{\lambda} = (1-\pi)U'(W_0 - e - p) + \pi U'(W_0 - e - p - l + x) \tag{18.26}$$

რომელიც, თავის მხრივ, გვაძლევს $x = l$. ეს ნაცნობი შედეგია როცა პირველი საუკეთესოს დროს გვაქვს სრული დაზღვევა. ავიღოთ განტოლება 18.25 და ჩავსვათ განტოლებიდან 18.26 გამოთვლილი λ, იმის გათვალისწინებით, რომ $x = l$ მივიღებთ

$$\frac{d\pi}{de}l = 1. \tag{18.27}$$

წონასწორობაში სიფრთხილის ზღვრული სოციალური სარგებელი (დანაკარგის ალბათობის შემცირება გამრავლებული დანაკარგის სიდიდეზე) უდრის სოფრთხილის ზღვრულ სოციალურ დანახარჯს (რომელიც ჩვენს მაგალითში 1-ის ტოლია) ამრიგად, პირველი საუკეთესო დაზღვევა უზრუნველყოფს ინდივიდებს სრული დაზღვევით, მაგრამ მათგან მოითხოვს სოციალურად ეფექტიან უსაფრთხოების დონეს.

მეორე საუკეთესო სადაზღვევო კონტრაქტი

პირველი საუკეთესო კონტრაქტისთვის სადაზღვევო კომპანიას უნდა შეძლებოდა დაზღვეულის მუდმივი ზედამხედველობა, რომ იგი იღებს პირველი საუკეთესო დონის უსაფრთხოებას, (e^*). ავტოავარიებისგან დაზღვევის მაგალითზე სადაზღვევო უნდა დარწმუნდეს, რომ მძღოლი არასდროს აჭარბებს გარკვეულ სიჩქარეს, ყოველთვის ყურადღებიანადაა, მაგალითად, მანქანის ტარებისას არასდროს ლაპარაკობს მობილურ ტელეფონზე და ა.შ. შავი ყუთის დამაგრებაც რომ მოხერხდეს სიჩქარის მუდმივი კონტროლისთვის, მძღოლის ყურადღებიანობის მონიტორინგი მაინც შეუძლებელია. ანალოგიურად, ჯანმრთელობის დაზღვევის მაგალითზეც, შეუძლებელია დაზღვეულის მუდმივი ზედამხედველობა თუ რას ჭამს, ჭამს თუ არა რაიმე არაჯანსაღ საკვებს.

სიმარტივისთვის დავუშვათ, რომ სადაზღვევო კომპანიას არ შეუძლია უსაფრთხოების მონიტორინგი საერთოდ. ასე რომ, e ვერ იქნება კონტრაქტში პირდაპირ ფიქსირებული. მეორე საუკეთესო კონტრაქტი მსგავსია პირველი საუკეთესოსი, იმ განსხვა-

ვებით, რომ კიდევ ერთი შეზღუდვა ემატება: სტიმულთა თავსებადობის შეზღუდვა. ეს უკანასკნელი გულისხმობს, რომ აგენტი თავად ირჩევს მისთვის სასურველ უსაფრთხოების დონეს მოსალოდნელი სარგებლიანობის მაქსიმიზაციისთვის.

$$(1 - \pi)U(W_1) + \pi U(W_2) \qquad \textbf{(18.28)}$$

პირველი საუკეთესოსგან განსხვავებით, მეორე საუკეთესო კონტრაქტს არ ახასიათებს სრული დაზღვევა. სრული დაზღვევის პირობებში $x = l$ (როგორც ნაჩვენებია განტოლებაში 18.18) $W_1 = W_2$. მაგრამ მაშინ დაზღვეული ადამიანის სარგებლიანობის ფუნქციაა

$$U(W_1) = U(W_0 - e - p) \qquad \textbf{(18.29)}$$

რომელიც მაქსიმუმს აღწევს უსაფრთხოების მინიმალური დონის პირობებში, $e = 0$.

აგენტმა, რომ მიიღოს გამაფრთხილებელი ზომები, კომპანიამ მხოლოდ ნაწილობრივი დაზღვევა უნდა შეთავაზოს მას. რისკების გამოაშკარავება აიძულებს ინდივიდს, რომ მან მიიღოს გარკვეული ზომები. კომპანია უბრალოდ მოძებნის ნაწილობრივი დაზღვევის მართებულ დონეს შესათავაზებლად: არც ძალიან დიდი დაზღვევა (ისე რომ აგენტის გამაფრთხილებელი ზომები არ გახდეს ძალიან დაბალი) და არც ძალიან მცირე დაზღვევა (რომ აგენტი არ იყოს მზად მაღალი პრემიუმების გადასახდელად). ძირითადი პირი ამ დაზღვევის მაგალითში აწყდება იგივე დილემას, რაც იყო მფლობელის და მენეჯერის ურთიერთობის მაგალითში, ეს უკვე ვისწავლეთ: მოტივაციები დაზღვევის საპირისპიროდ.

ოპტიმალური მეორე საუკეთესო ხელშეკრულების დადგენა არის საკმაოდ რთული, თუ გვაქვს მოცემული ზოგადი სარგებლიანობის ფორმა.[6] მაგალითი 18.2 გვთავაზობს სპეციალური ფუნქციური ფორმების სავარჯიშოს მორალური საფრთხის პრობლემაზე.

მაგალითი 18.2 დაზღვევა და გამაფრთხილებელი ზომების მიღება მანქანის მოპარვის საწინააღმდეგოდ

მაგალითში 7.2 განვიხილეთ ინდივიდის გადაწყვეტილების მიღების პროცესი – შეიძინოს თუ არა დაზღვევა $20,000 ღირებულების მანქანის სავარაუდო მოპარვის დროს. აქ კი ჩვენ გადავაკეთებთ არსებული ბაზრის პირობებს და დავუშვებთ, რომ აგენტს შეუძლია მოპარვის საწინააღმდეგო სიგნალიზაციის ყიდვა ღირებულებით $1,750, რომელიც მოპარვის ალბათობას 0.25-დან ამცირებს 0.15-მდე.

უარი დაზღვევას. დაზღვევის არ არსებობის შემთხვევაში, ინდივიდს შეუძლია გადაწყვიტოს, რომ არ დააყენოს სიგნალიზაცია და ამ შემთხვევაში (როგორც ვიცით მა-

6 მეტი იხ. S. Shavell, "On Moral Hazard and Insurance," *Quarterly Journal of Economics* (November 1979): 541-62.

გალითიდან 7.2) მისი მოსალოდნელი სარგებლიანობა იქნება 11.4571 და თუ დააყენებს სიგნალიზაციას, მაშინ მისი მოსალოდნელი სარგებლიანობა იქნება

$$0.85\ln(100{,}000 - 1{,}750) + 0.25\ln(100{,}000 - 1{,}750 - 20{,}000) = 11.4590 \quad \textbf{(18.30)}$$

და ის უპირატესობას მიანიჭებს სიგნალიზაციის დაყენებას.

პირველი საუკეთესო. პირველი საუკეთესო ხელშეკრულება ახდენს სადაზღვევო კომპანიის მოგების მაქსიმიზაციას იმ პირობებში, რომ კომპანია ითხოვს ინდივიდისგან სიგნალიზაციის დაყენებას და შეუძლია, ასევე, გადაამოწმოს ეს ინდივიდები. პირველი საუკეთესო ხელშეკრულება თავაზობს სრულ დაზღვევას და იხდის სრულ $20,000-ს მანქანის მოპარვის შემთხვევაში. უმაღლესი პრემიუმი p, რასაც კომპანია მიიღებდა, რომელიც ინდივიდს ხდის განურჩევლობის კონტრატქზე დათანხმებასა და დაზღვევის გარეშე დარჩენას შორის:

$$\ln(100{,}000 - 1{,}750 - p) = 11.4590 \quad \textbf{(18.31)}$$

და თუ ამ განტოლებას ამოვხსნით p-თვის, მივიღებთ, რომ

$$98{,}250 - p = e^{11.4590} \quad \textbf{(18.32)}$$

საიდანაც გამოდის, რომ $p = 3{,}298$ (გაითვალისწინეთ, რომ e განტოლებაში 18.32 არის 2.7818... და არა ინდივიდის გამაფრთხილებელი ზომები). კომპანიის მოგება არის პრემიუმებს გამოკლებული მოსალოდნელი გადასახადი: 3,298 – (0.15*20,000) = $298.

მეორე საუკეთესო. თუ კომპანიას არ შეუძლია მონიტირინგი გაუწიოს ინიდივიდის მიერ სიგნალიზაციის დაყენება – არ დაყენებას, მაშინ მას ექნება ორი არჩევანი. მას შეეძლება უბიძგოს აგენტს სიგნალიზაციის დაყენებისკენ და შეთავაზოს მხოლოდ ნაწილობრივი დაზღვევა ან იგნორირება გაუკეთოს სიგნალიზაციას და შეთავაზოს სრული სადაზღვევო პაკეტი.

თუ კომპანია თავაზობს სრულ დაზღვევას, მაშინ ინდივიდი უეჭველი დაზოგავს $1,750-ს სიგნალიზაციის არ დაყენებით. უმაღლესი პრემიუმი, რომელიც კომპანიას შეუძლია მიიღოს, არის

$$\ln(100{,}000 - p) = 11.4590 \quad \textbf{(18.33)}$$

აქედან $p = 5{,}048$ ს. კომპანიის მოგება კი იქნება 5,048 – (0.25*20,000) = $48.

მეორე მხრივ, კომპანიას შეუძლია ინდივიდის წაქეზება, რათა მან დააყენოს სიგნალიზაცია, თუ ის შეამცირებს გადასახადს მოპარვის შემდეგ სრული $20,000-დან $3,374-მდე და ამცირებს პრემიუმს $602-მდე.(ეს სახელშეკრულებო პირობები, როგორც ჩანს

(გაგრძელება)

მაგალითის ჩამოყალიბება

ავტორების რიცხობრივი გამოთვლებიდან არის გათვალისწინებული მეორე საუკეთესოში; ჩვენ დავივიწყებთ ამ რთულ გამოთვლებს და ამ პირობებს მივიღებთ როგორც მოცემულს). მოდით გადავამოწმოთ, რომ ინდივიდი ნამდვილად მოინდომებს სიგნალიზაციის დაყენებას. მისი მოსალოდნელი სარგებლიანობა, თუ ის დათანხმდება შემოთავაზებას და დააყენებს სიგნალიზაციას, არის

$$0.15\ln(100{,}000 - 1{,}750 - 602) + 0.85\ln(100{,}000 - 1{,}750 - 602 - 20{,}000 + 3{,}374) = 11.4611, \quad \textbf{(18.34)}$$

თუ იგი დათანხმდება კონტრაქტს და არ დააყენებს სიგნალიზაცია , მაშინ:

$$0.25\ln(100{,}000 - 602) + 0.75\ln(100{,}000 - 602 - 20{,}000 + 3{,}374) = 11.4611, \quad \textbf{(18.35)}$$

მისი მოსალოდნელი სარგებლიანობა ამ შემთხვევებში არის მცირედით მეტი, ვიდრე 11.4590, რომელსაც ვიღებდით კონტრაქტზე არ დათანხმების შემთხვევაში. სადაზღვევო კომპანიის მოგება არის 602 – (0.15*3,374) = $96. ანუ ნაწილობრივი დაზღვევა არის უფრო მომგებიანი, ვიდრე სრული დაზღვევა, როდესაც კომპანიას არ შეუძლია დაინახოს გამაფრთხილებელი ზომების მიღება არ მიღება.

შეკითხვა: რა არის უდიდესი თანხა, რასაც სადაზღვევო კომპანია დახარჯავდა ინდივიდის მიერ სიგნალიზაციის დაყენება – არ დაყენების მონიტორინგში.

კონკურენტული სადაზღვევო ბაზარი

აქამდე ამ თავში ჩვენ ვსწავლობდით დაზღვევას, სადაც სტრუქტურა ძირითად პირსა და აგენტს შორის იყო იგივე, რაც მფლობელსა და მენეჯერს შორის. კერძოდ, ჩვენ ვუშვებდით, რომ მონოპოლიური სადზღვევო კომპანია (ძირითადი პირი) აკეთებს დათანხმდი-ან-შეეშვი შეთავაზებას ინდივიდზე (აგენტზე). ეს იძლევა განსხვავებულ სურათს მე-7 თავთან შედარებით, სადაც ჩვენ უბრალოდ ვუშვებდით, რომ დაზღვევა არის შეთავაზებული სამართლიანი განაკვეთით – ანუ პრემიუმი რომელიც მხოლოდ ფარავს დამზღვევის მოსალოდნელ გადასახადებს დანაკარგებისთვის. სამართლიანი დაზღვევა წარმოიქმნება იდეალურ კონკურენტულ სადაზღვევო ბაზარზე.

კონკურენტი დამზღვევების პირობებში, პირველი საუკეთესო ახდენს მომხმარებლის მოსალოდნელი სარგებლიანობის მაქსიმიზაციას იმ პირობით, რომ კონტრაქტს შეუძლია განსაზღვროს მისი სიფრთხილის დონე. მეორე საუკეთესო უკეთებს მომხმა-

რებლის მოსალოდნელი სარგებლიანობის მაქსიმიზაციას იმ პირობით, რომ მისი სიფრთხილის დონე უნდა იყოს წაქეზებული ხელშეკრულებით, რომელიც მოიცავს მხოლოდ ნაწილობრივ დაზღვევას.

ჩვენი დასკვნა მორალური საფრთხის პრობლემაზე არ იცვლება, როდესაც ჩვენ ვინაცვლებთ მონოპოლიური დამზღვევიდან იდეალური კონკურენციის ბაზარში. პირველი საუკეთესო კვლავ იძლევა სრულ დაზღვევას და სიფრთხილის დონეს, რომელიც აკმაყოფილებს განტოლებას 18.27. მეორე საუკეთესო კვლავ იძლევა ნაწილბრივ დაზღვევას და სიფრთხილის ზომიერ დონეს. მთავარი განსხვავება არის მოგების განაწილებაში: სადაზღვევო კომპანიები უკვე აღარ იღებენ დადებით მოგებას, რადგანაც დამატებითი მოგება ახლა უჩნდებათ ინდივიდებს.

მაგალითი 18.3: კონკურენტული გაუმჯობესების დამტკიცება

დავუბრუნდეთ მაგალითს 18.2, მაგრამ ახლა დავუშვათ, რომ მანქანის მოპარვის დაზღვევის შეთავაზება ხდება იდეალური კონკურენტული კომპანიებიდან და არა მონოპოლისტის მიერ.

პირველი საუკეთესო. თუ კომპანიებს უფასოდ შეუძლიათ დაადგინონ ინდივიდმა დააყენა თუ არა სინგალიზაცია, მაშინ პირველი საუკეთესო ხელშეკრულება მას მოთხოვს დააყენოს სიგნალიზაცია და დააზღვევს მას სრული პაკეტით, პრემიუმით 3,000. ეს არის სამართლიანი სადაზღვევო პრემიუმი, რადგანაც ის უტოლდება მოსალოდნელ გადასახადს დანაკრგზე: 3,000 = 0.15*20,000. ფირმა იღებს ნულოვან მოგებას ამ სამართლიან პრემიუმზე. ინდივიდის მოსალოდნელი სარგებლიანობა იზრდება 11.4641-მდე 11.4590-დან, რომელიც გვქონდა მაგალითში 18.2.

მეორე საუკეთესო. ახლა კი დავუშვათ, რომ სადაზღვევო კომპანიას არ შეუძლია დაადგინოს ინდივიდმა დააყენა თუ არა სიგნალიზაცია. მეორე საუკეთესო ხელშეკრულება არის მაგალითში 18.2 არსებულის მსგავსი, გარდა ერთი განსხვავებისა, $96 გამომუშავებული მონოპოლიური დამზღვევის მიერ გადაიყვანება შემცირებულ პრემიუმზე გადახდილი კონკურენტი სადაზღვევოს მიერ. წონასწორობის პრემიუმები არის $p = 506$, გადასახადი დანაკარგზე კი $x = 3,374$.

შეკითხვა: რომელი შემთხვევა-მონოპოლია ან იდეალური კონკურენცია – უკეთ ახასიათებს ტიპიურ სადაზღვევო ბაზარს? თქვენი აზრით რომელი სადაზღვევოს ტიპი (მანქანა, ჯანმრთელობა, სიცოცხლე, უნარშეზღუდულობა) და რომელ ქვეყნებს აქვთ უფრო კონკურენტული ბაზარი?

ფარული ტიპები

ჩვენ ვერთვებით ძირითადი პირისა (პრინციპალი) და აგენტის მოდელის ახალ ტიპზე – მოდელი ფარული ტიპებით. ფარული ქმედებების მოდელში აგენტს აქვს ფარული ინფორმაცია თავის გაკეთებულ არჩევანზე. ფარული ტიპის მოდელში აგენტს, ასევე, აქვს ფარული ინფორმაცია მის თანდაყოლილ თვისებებზე, რომლებსაც ის ვერ ირჩევს. მაგალითად, სტუდენტისათვის ეს შეიძლება იყოს მისი თანდაყოლილი საზრიანობა, რომელიც შეიძლება იყოს ისეთი ქმედების საპირისპირო, როგორიცაა გამოცდისთვის მეცადინეობა.

პირველი შეხედვით არ არის ნათელი რატომ შეიძლება იყოს ფუნდამენტური ეკონომიკური განსხვავებები ფარული ტიპების მოდელსა და ფარულ ქმედებებს შორის, რაც ითხოვს ჩვენგან ახალი მოდელის ჩამოყალიბებას (და მისთვის ახალი, მთლიანი სექციის მიძღვნას). ფუნდამენტური ეკონომიკური განსხვავებები არის შემდეგი: ფარული ტიპის მოდელში აგენტს აქვს კერძო ინფორმაცია კონტრაქტზე ხელის მოწერამდე; ფარული ქმედების მოდელში აგენტი იღებს კერძო ინფორმაციას ხელმოწერის შემდეგ.

კერძო ინფორმაციის ქონა ხელშეკრულების ხელმოწერამდე ცვლის თამაშის წესებს პრინციპალსა და აგენტს შორის. ფარული ქმედების მოდელში, პრინციპალი უზიარების სიმეტრიულ ინფორმაციას აგენტს ხელშეკრულების გაფორმების სტადიის დროს, ანუ შეუძლია ისე შეადგინოს ხელშეკრულება, რომ ამოიღოს აგენტის მოგება სრულად. ფარული ტიპის მოდელის დროს აგენტი არის უკეთეს მდგომარეობაში, რადგანაც მას აქვს კერძო ინფორმაცია კონტრაქტის ხელმოწერის დროს. პრინციპალს არ აქვს საშუალება, რომ ამოიღოს სრული მოგება ყველა ტიპის აგენტიდან. ხელშეკრულება, რომელსაც შეუძლია მთელი მოგების ამოღება მაღალი ტიპებიდან (ისინი ვინც უფრო მეტ სარგებლიანობის იღებენ მოცემული კონტრაქტებიდან) დაბალ ტიპებს შეთავაზებს უარყოფით მოგებას, და ისინი უარს იტყვიან ამ კონტრაქტებზე ხელის მოწერაზე. პრინციპალი შეეცდება ამოიღოს რაც შეიძლება მეტი მოგება აგენტებიდან კონტრაქტების ჭკვიანურად და მოხერხებულად შედგენით. ის მზად იქნება, რომ შეამციროს ხელშეკრულების სარგებლის მთლიანი ზომა და გაწიროს გარკვეული მთლიანი მოგება, რათა მიიღოს დიდი წილი (ისე, როგორც მოცემულია გრაფიკზე 18.1 „ბ“ ნაწილი).

თითოეული ტიპიდან მეტი მოგების მისაღებად, თანაც დარწმუნებულები, რომ დაბალი ტიპები არ იქნებიან დაშინებულები, პრინციპალი შესთავაზებს კონტრაქტს, რომელიც იქნება ჭკვიანურად შედგენილი და გამიზნული ნებისმიერი ტიპის აგენტზე. შეთავაზებების მენიუ იქნება უფრო მომგებიანი პრინციპალისთვის, ვიდრე იქნებოდა მხოლოდ ერთი ტიპის ხელშეკრულების შეთავაზებით, პრინციპალს ამ შემთხვევაშიც არ შეეძლება მთლიანი მოგების ამოღება ყველა ტიპის აგენტიდან. აგენტის ტიპი არის ფარული, იგი არ შეიძლება იყოს იძულებული აირჩიოს ის, რაც მისთვის ჰქონდა პრინციპალს განკუთვნილი. იგი იქნება თავისუფალი არჩევანის დროს, რაც განაპირობებს იმას, რომ მაღალი ტიპები ყოველთვის რჩებიან დადებითი მოგებით.

ეს იდეები უფრო კონკრეტული რომ გახდეს, ჩვენ ვისწავლით ორ აპლიკაციას ფარული ტიპის მოდელებისათვის, რომლებიც მნიშვნელოვანია ეკონომიკისათვის. პირ-

ველი, შევისწავლით ოპტიმალური არაწრფივი ფასების პრობლემას და შემდეგ კერძო ინფორმაციას დაზღვევის დროს.

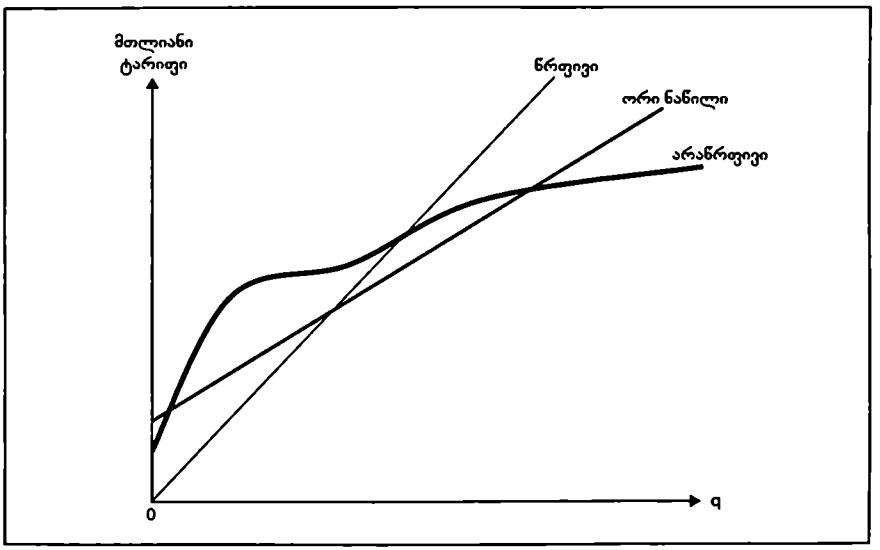
არაწრფივი ფასები

ფარული მოდელების პირველ აპლიკაციაში განვიხილავთ მონოპოლისტს (პრინციპალს), რომელმაც კონკრეტული ნივთი უნდა მიყიდოს, მომხმარებელს (აგენტს) ღირებულების შესახებ კერძო ინფორმაციით. ნაცვალად იმისა, რომ მომხმარებელს ნება დართოს იმდენი იყიდოს, რამდენიც მას სურს ფიქსირებულ ფასზე თითოეული ნივთისთვის, მონოპოლისტი თავაზობს არაწრფივი ფასების სისტემას. არაწრფივი ფასების სისტემა გულისხმობს განსხვავებული ზომის პაკეტების შეთავაზებას სხვადასხვა ფასზე, რომლებიდანაც მომხმარებელი აკეთებს არჩევანს. ამ დროს დიდი ზომის პაკეტი ზოგადად იყიდება მაღალ ჯამურ ფასად, მაგრამ თითოეული ნივთის ფასი უფრო ნაკლებია, ვიდრე მცირე პაკეტის დროს.

ჩვენი მიდგომა აგებულია მეორე ხარისხის საფასო დისკრიმინაციის ანალიზზე თავიდან 14. აქ ანალიზს ვუკეთებთ ზოგად არაწრფივ ფასებს, მეორე ხარისხის ფასე-

ნახაზი 18.4 გვიჩვენებს სხვადასხვა ფასის გრაფიკებს

გრაფიკი გვიჩვენებს სამი განსხვავებული ფასის მრუდების ფორმებს. მუქი ფერის მრუდი არის უფრო რთული შემთხვევა და გვიჩვენებს მეორე ხარისხის საფასო დისკრიმინაციის უფრო სრულყოფილ ფორმას.



ბის დისკრიმინაციის ყველაზე ზოგად ფორმას (წინა თავში განვიხილავდით მეორე ხარისხის საფასო დისკრიმინაციის მარტივ ფორმას, რომელიც შედგებოდა ტარიფების ორი ნაწილისაგან). წრფივი ორი ნაწილის და ზოგადი არაწრფივი ფასების გრაფიკები გამოსახულია ნახაზზე 18.4. გრაფიკი გვიჩვენებს ჯამურ ტარიფს-ჯამურ დანახარჯს მომხმარებლისათვის, როდესაც ის ყიდულობს q რაოდენობის პროდუქტს. დამწყები და საშუალო ეკონომიკის კურსები ფოკუსირდებიან შემთხვევაზე უცვლელი ფასით თითოეულ ნივთზე, რასაც ეწოდება წრიფივი ფასების მოდელი. წრფივი ფასების გრაფიკი დახაზულია, როგორც წრფე, რომელიც იკვეთება სათავესთან (რადგანაც არაფრის გადახდა არ არის საჭირო, როდესაც არცერთ ნივთს არ ყიდულობ). ორი ნაწილის ტარიფების წრფე, ასევე, არის წრფე, მაგრამ მისი თანაკვეთა-რაც აისახება ფიქსირებულ გადასახადში – მოცემულია სათავის ზემოთ. მუქი წრფე არის ზოგადი არაწრფივი ფასის წრფე.

განვიხილოთ არაწრიფივი ფასის მაგალითი, კერძოდ, ყავის მაღაზია, რომელიც ყიდის სამი განსხვავებული ზომის ყავას-პატარა (8 უნცია) ჭიქა $1.50, საშუალო (12 უნცია) ჭიქა $1.80 და დიდი (16 უნცია) ჭიქა $2.00. დიდი ჭიქა ჯამურად ღირს მეტი, ხოლო ფასი თითოეულ უნციაზე არის ყველაზე ნაკლები (18.75 ცენტი პატარა ჭიქაზე, 15 ცენტი საშუალო ჭიქაზე და 12.5 ცენტი დიდ ჭიქაზე). მომხმარებელს არ შეუძლია იყიდოს ყავა ერთი უნციის ფასის მიხედვით; მას შეუძლია ერთ-ერთის ყიდვა სამი შესაძლო ვარიანტიდან, თითოეული კი მოიცავს კონკრეტული უნციების რაოდენობას. ამ მაგალითისგან განსხვავებით, q სხვა მაგალითებში იყო შემოთავაზებული პროდუქტის ხარისხი და არა შემოთავაზებული პროდუქტის ოდენობა. მაგალითადან თვითმფრინავის ბილეთი მოიცავდა ერთ პროდუქტს (ერთი ფრენა), რომლის ხარისხიც იცვლებოდა ბილეთის კლასთან ერთად, რაც შეიძლებოდა ყოფილიყო პირველი კლასის სასმელებით,კარგი კვებით და კომფორტული სავარძლით ან მეორე კლასის არაკომოფორტული სავარძლებითა და დაბალი ხარისხის საკვებით.

მათემატიკური მოდელი

არაწრიფივი ფასების შემთხვევაში ეკონომიკური პრინციპების უკეთ გასაგებად, განვიხილოთ ფორმალური მოდელი, სადაც თითოეული მომხმარებელი იღებს მოგებას

$$U = \theta v(q) - T \qquad \textbf{(18.36)}$$

თუ ის მოიხმარს პროდუქტის q ერთეულს, რისთვისაც ის იხდის ჯამურ ტარიფს T-ს. განტოლების პირველი ნაწილი არის მომხამარებელის სარგებლიანობა, $\theta v(q)$ კი არის მომხმარებლის სარგებლიანობა პროდუქტის მოხმარებიდან. დავუშვათ, $v'(q) > 0$ და $v''(q) < 0$, ეს ნიშნავს, რომ მომხმარებელს ურჩევნია უფრო მეტი პროდუქტის მიღება, მაგრამ ყოველი შემდეგი ერთეულის მიღებით მიღებული სიამოვნება არის ნაკლები. მომხმარებლის ტიპი მოცემულია θ-თი, რომელიც შეიძლება იყოს მაღალი (θ_H) ალბათობით β და დაბალი ტიპის (θ_L) ალბათობით $1 - \beta$. მაღალ ტიპს სიამოვნებს პროდუქ-

ტი, რომელიც არის დაბალ ხარისხზე უკეთესი: $0 < \theta_L < \theta_H$. ჯამური ტარიფი T გადახდილი მომხმარებლის მიერ აკლდება მის სარგებელს, რათა მივიღოთ წმინდა მოგება.

სიმარტივისთვის დავუშვათ, რომ მხოლოდ ერთი მომხმარებელი გვყავს. ეს ანალიზი, ასევე, მოერგება ბაზარს, სადაც ბევრი მომხმარებელია, პროპორცია β მაღალი ტიპების და $1 - \beta$, რომლების არინ დაბალი ტიპების. ბევრი მომხმარებელის შემთხვევაში ამ მოდელისთვის ერთადერთი სირთულე არის ის, რომ დაგვჭირდება დაშვება, როცა მომხმარებლებს არ შეეძლებათ პაკეტების დანაწევრება შემდგომ ერთმანეთზე მიყიდვის მიზნით (რათქმაუნდა პაკეტების ასეთი გადანაწილება შეუძლებელი იქნება ერთი შემოთავაზებული პროდუქტის შემთხვევაში, რომელიც მოიცავს ხარისხსაც; პაკეტების გადანაწილება იქნება შეუძლებელი, ასევე, ბევრი პროდუქტის არსებობის შემთხვევაშიც, თუ გადაყიდვის ფასი აკრძალული იქნება).

დავუშვათ, მონოპოლისტს აქვს მუდმივი ზღვრული და საშუალო დანახარჯი c ერთეული პროდუქტის საწარმოებლად. ამ დროს მონოპოლისტის მოგება q რაოდენობის პროდუქტის გაყიდვიდან ჯამური ტარიფით არის

$$\Pi = T - cq \tag{18.37}$$

პირველი-საუკეთესო ანაწილები

პირველი საუკეთესოს შემთხვევაში მონოპოლისტს შეუძლია დაინახოს მომხმარებლის θ ტიპი, სანამ შეთავაზებს კონტრაქტს. მონოპოლისტი ირჩევს ხელშეკრულების ნაწილებს q-ს და T-ს, რათა მოახდინოს მოგების მაქსიმიზაცია განტოლების 18.37 მიხედვით და ასევე განტოლების მიხედვით, როდესაც მომხმარებელი თანხმდება კონტრაქტს. თუ მომხმარებლის სარგებლიანობა იქნება 0, როდესაც ის უარყოფს კონტრაქტს, მაშინ მონაწილეობის მიღების განტოლება იქნება

$$\theta v(q) - T \geq 0 \tag{18.38}$$

მონოპოლისტი აირჩევს უმაღლეს ნიშნულს T-ს, რომელიც აკმაყოფილების განტოლებას: $T = \theta v(q)$. თუ ჩავსვავთ T-ს მნიშვნელობას მონოპოლისტის მოგების ფუნქციაში, მივიღებთ

$$\theta v(q) - cq. \tag{18.39}$$

პირველი რიგის განარმოების შემდეგ კი მივიღებთ პირობას პირველი საუკეთესო რაოდენობისათვის:

$$\theta v'(q) = c. \tag{18.40}$$

ეს განტოლება არის მარტივად ინტერპრირებული. პირველი საუკეთესოს დროს ზღვრული სარგებლიანობა გაზრდილი რაოდენობიდან არის მარცხენა მხარეს (მომხმარებლის ზღვრული კერძო სარგებლიანობა არის $\theta v'(q)$) მარჯვენა მხარე არის ზღვრული დანახარჯის ტოლი (მონოპოლისტის ზღვრული დანახარჯი არის c).

პირველი საუკეთესო რაოდენობა შეთავაზებული მაღალ ტიპზე (q_H^*) აკმაყოფილებს განტოლებას 18.40, $\theta = \theta_H$-თვის და შემოთავაზებული დაბალი ტიპი (q_L^*) აკმაყოფილებს განტოლებას – $\theta = \theta_L$ ტარიფები დაწესებულია ისე, რომ ამოღებული იქნეს ყველა ტიპის მოგება. პირველი საუკეთესო მონოპოლისტი არის იდენტური იმისა, რაც ჩვენ გვქონდა პირველი საუკეთესო საფასო დისკრიმინაციის დროს თავიდან 14.

სამაგალითოდ სასწავლია მონოპოლისტის პირველი საუკეთესოს გამოყვანა სხვადასხვა გზით, იგივე მეთოდებით, რაც გამოყენებული იყო მომხმარებლის სარგებლიანობის მაქსიმისაზაციის პრობლემაში თავი 4. ხელშეკრულება (q, T) შეიძლება განვიხილოთ, როგორც ორი განსხვავებული პროდუქტის პაკეტი, რომლებსაც მონოპოლისტი ანიჭებს უპირატესობას. მონოპოლისტი აფასებს T-ს, როგორც სასარგებლოს (მეტი ფული უკეთესია, ვიდრე ცოტა) და q-ს როგორც ცუდს (დიდი რაოდენობა მოითხოვს მაღალ წარმოების დანახარჯებს). მისი განურჩევლობის მრუდი (სინამდვილეში კი მოგების განურჩევლობის წრფე) (q, T)-ს კომბინაციაზე არის სწორი ხაზი, c დახრილობის კუთხით. გაითვალისწინეთ, რომ მონოპოლისტის განურჩევლობის წრფის დახრის კუთხე არის მისი ჩანაცვლების ზღვრული ნორმა:

$$MRS = -\frac{\partial \Pi / \partial q}{\partial \Pi / \partial t} = -\frac{(-c)}{1} = c. \qquad \textbf{(18.41)}$$

მონოპოლისტის განურჩევლობის მრუდი დახაზულია წყვეტილი წრფით ნახაზზე 18.5. რადგან q არის ცუდი მონოპოლისტისთვის, მისი განურჩევლობის მრუდი არის უფრო მაღლა მდებარე.

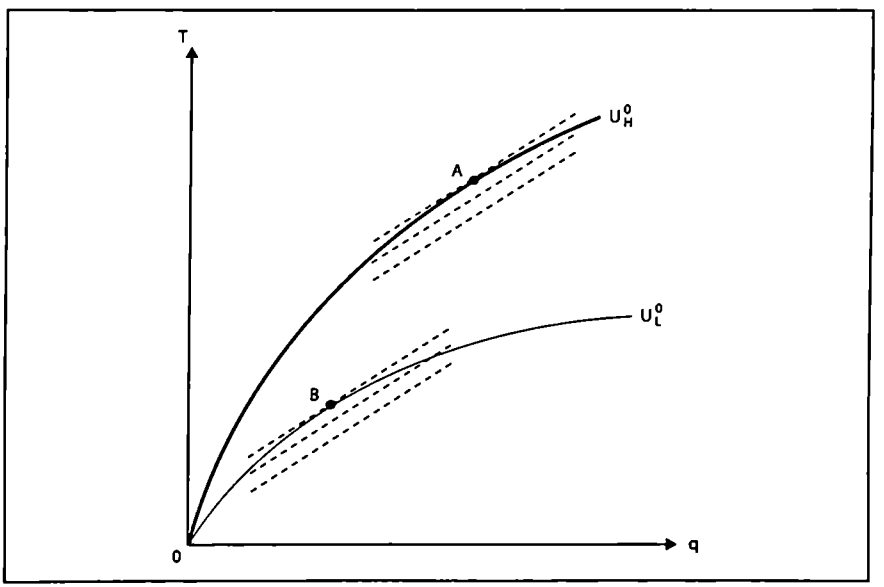
გრაფიკი 18.5, ასევე, გვიჩვენებს განურჩევლობის მრუდებს ორი განსხვავებული მომხმარებლის ტიპისათვის: მაღალი (არის U_H^0) და დაბალი ტიპებისთვის (არის U_L^0). რადგანაც T არის ცუდი მომხმარებლისათვის, მაღალი განურჩევლობისმრუდი ორივე ტიპის მომხმარებლისთვის მიიღწევა თუ ერთი მათგანი იმოძრავებს დაბალი მხარისკენ. U_H^0 განურჩევლობის მრუდი მაღალი ტიპებისთვის არის სპეციფიური, რადგანაც ის იკვეთება სათავესთან, რაც ნიშნავს, რომ მაღალი ტიპი იღებს იგივე მოგებას, რასაც ის მიიღებდა კონტრაქტზე ხელის არ მოწერის შემთხვევაში. მაღალ ტიპზე შეთავაზებული პირველი საუკეთესო ხელშეკრულება მონოპოლისტის მიერ არის წერტილში A, რომელზეც მონოპოლისტის უმაღლესი განურჩევლობის მრუდი ისევ იკვეთება მაღალი ტიპის U_H^0 განურჩევლობის მრუდთთან და შესაბამისად ისევ აძლევს მაღალ ტიპს არაუარყოფით მოგებას. ეს არის ხელშეკრულებიანი აგენტების განურჩევლობის მრუდების შეხების წერტილი, ეს, ასევე, არის წერტილი, რომელზეც განურჩევლობის მრუდებს აქვთ იგივე დახრილობის კუთხე. მონოპოლისტის ინდიფერენტულ მრუდებს ყოველთვის აქვთ იგივე დახრილობის კუთხე c, როგორც ვნახეთ განტოლებაში 18.41. θ ტიპის განურჩევლობის მრუდების დახრის კუთხეები არის ჩანაცვლების ზღვრული ნორმა:

$$MRS = -\frac{\partial U / \partial q}{\partial U / \partial T} = -\frac{\theta v'(q)}{-1} = \theta v'(q). \tag{18.42}$$

დახრილობის კუთხეების განტოლება იძლევა იგივე პირობას პირველი საუკეთესოსთვის, როგორც ჩვენ ვიპოვეთ განტოლებაში 18.40 (ზღვრული სოციალური სარგებლიანობა არის დამატებითი ერთეულის ზღვრული დანახარჯის ტოლი). იგივე არგუმენტები გვიჩვენებს, რომ წერტილი B არის პირველი საუკეთესო ხელშეკრულება შეთავაზებული დაბალ ტიპზე. შეგვიძლია ვთქვათ, რომ განტოლება 18.40 ამ შემთხვევაში სრულდება.

ნახაზი 18.5 პირველი საუკეთესოს არაწრფივი ფასები

მომხმარებლის განურჩევლობის მრუდები სახელშეკრულებო პირობების პაკეტებზე დახაზულია მუქი ხაზებით (მუქი არის მაღალი ტიპის და ღია არის დაბალი ტიპის); მონოპოლისტის იზომოგება (მოგების განურჩევლობის მრუდი) არის დახაზული წყვეტილი წრფით. წერტილი A არის პირველი საუკეთესო ხელშეკრულება შეთავაზებული მაღალ ტიპზე, წერტილი B არის ხელშეკრულება შეთავაზებული დაბალ ტიპზე.



ამრიგად, პირველი საუკეთესო ხელშეკრულება შეთავაზებული თითოეულ ტიპზე იძლევა სპეციფიურ რაოდენობას (q_H^* ან q_L^* შესაბამისად), რომელიც მაქსიმიზაციას უკეთებს სოციალურ მოგებას მოცემული მომხმარებლის ტიპებით და ტარიფებით (T_H^* და T_L^*, შესაბამისად), რაც მონოპოლისტს უფლებას აძლევს მიიღოს ყველა ტიპის მოგება.

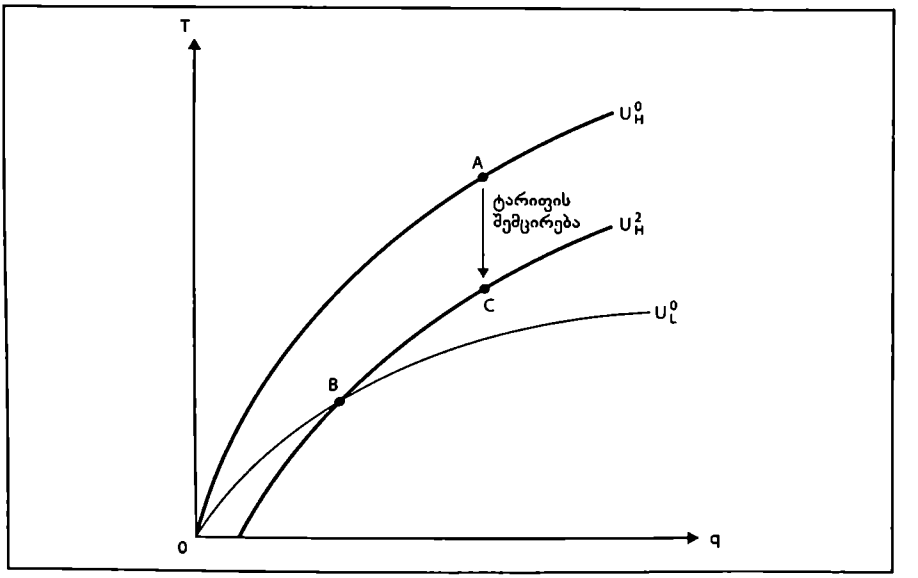
მეორე საუკეთესო, არაწრფივი ფასები

ახლა დავუშვათ, რომ მონოპოლისტი ვერ ხედავს მომხმარებლის ტიპს მისთვის კონტრაქტის შეთავაზებისას, მაგრამ იცის განაწილება ($\theta = \theta_H$ ალბათობით β და $\theta = \theta_L$ ალბათობის $1 - \beta$). როგორც გრაფიკი 18.6 გვიჩვენებს, პირველი საუკეთესო ხელშეკრულება უკვე ვეღარ ივარგებს, რადგანაც მაღალი ტიპი მიიღებს მეტ სარგებლიანობას (განურჩევლობის მრუდი U_H^0 გადანაცვლებისას U_H^2) თუ აირჩევს პაკეტს, რომელიც განკუთვნილი იყო დაბალ ტიპზე (B) და არა პაკეტს, რომელიც განკუთვნილი იყო მისთვის (A). სხვა სიტყვებით, მაღალი ტიპისთვის A-ს არჩევა უკვე აღარ არის თავსებადი მოტივაციასთან. მაღალმა ტიპმა რომ არ აირჩიოს B, მონოპოლისტმა უნდა შეამციროს მაღალი ტიპის ტარიფი და A-ს ნაცვლად შეთავაზოს C.

მაღალი ტიპის ტარიფების მნიშვნელოვანი შემცირება (გამოსახული ქვევით მიმართული ისრით) დიდ დარტყმას აყენებს მონოპოლისტის მოსალოდნელ მოგებას. მონოპოლისტი უკეთეს სიტუაციაში იქნებოდა, თუ იგი შეთავაზებდა კონტრაქტების მენიუს

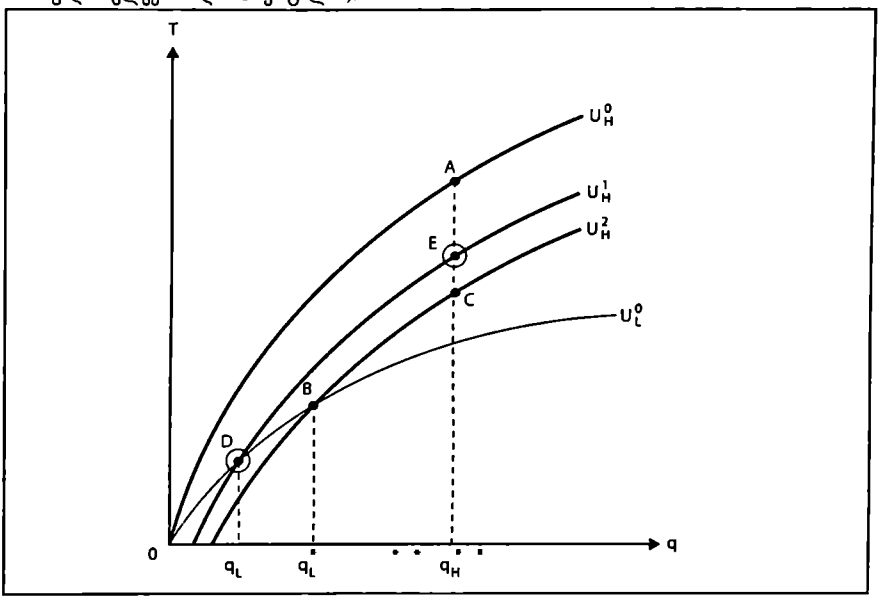
ნახაზი 18.6 პირველი საუკეთესოსთვის მოტივაციასთან არა თავსებადი

პირველი საუკეთესო ხელშეკრულება წერტილებით A და B არ არის თავსებადი მოტივაციასთან, თუ მომხმარებელს აქვს კერძო ინფორმაცია მეტ ტიპზე. მაღალ ტიპს შეუძლია მიაღწიოს მაღალ განურჩევლობის მრუდს, თუ აირჩევს პაკეტს (B), მონოპოლისტმა უნდა შეამციროს მაღალი ტიპისთვის ტარიფები და პაკეტი A ჩაანაცვლოს პაკეტით C.



ნახაზი 18.7 მეორე საუკეთესოს არაწრფივი ფასები

მეორე საუკეთესო ხელშეკრულება ნაჩვენებია წრეში ჩასმული წერტილებით D და E. მოტივაციასთან თავსებადობის კონტრაქტთან შედარებით, რომელიც განხილული იყო გრაფიკზე 18.6 (წერტილები B და C), მეორე საუკეთესო ხელშეკრულება აუარესებს დაბალი ტიპის ხარისხს (რაც გრაფიკზე არის გადანაცვლება B-დან D წერტილში), რათა დაბალი ტიპის პაკეტი გავხადოთ ნაკლებად მიმზიდველი მაღალი ტიპისთვის. ეს პრინციპალს აძლევს უფლებას, გადაახდევინოს ტარიფი მაღალი ტიპისთვის (რაც გრაფიკზე არის გადანაცვლება C-დან E წერტილში).



(B, C): მას შეეძლებოდა დაემახინჯებინა დაბალი ტიპის პაკეტი, რომ ის არ გამხდარიყო მიმზიდველი მაღალი ტიპისთვის. შემდეგ მაღალი ტიპის ტარიფები ისე არ უნდა შემცირებულიყო, რომ მას აერჩია არასწორი პაკეტი. გრაფიკი 18.7 გვიჩვენებს, თუ როგორ იმუშავებდა ეს ახალი კონტრაქტი. მონოპოლისტი ამცირებს დაბალი ტიპის პაკეტის ხარისხს (და ამცირებს ტარიფს ისე, რომ დაბალი ტიპი დარჩეს მის განურჩევლობის მრუდზე U_L^0-ზე და შესაბამისად კვლავ თანხმდება ხელშეკრულების პირობებზე) და თავაზობს პაკეტს D B პაკეტის ნაცვლად. მაღალი ტიპი B წერტილთან შედარებით იღებს ნაკლებს სარგებლიანობის D წერტილიდან, როდესაც D აღწევს მხოლოდ მის განურჩევლობის მრუდ U_L^1-ს და არის მოკლე მის U_H^2 განურჩევლობის მრუდზე. მაღალმა ტიპმა რომ არ არიჩიოს D, მონოპოლისტმა მხოლოდ უნდა შეამციროს მაღალი ტიპის ტარიფები იმ რაოდენობით რა ვერტიკალური მანძილიც არის A და E წერტილებს შორის და არა მთელი მანძილით დაბლა C-კენ.

B-თან და C-სთან შედარებით, კონტრაქტების მეორე სუკეთესო მენიუ (D, E) ვაჭრობს დაბალი ტიპის ხარისხის დამახინჯებით (მოძრაობს პირველი საუკეთესოს ხა-

რისხიდან B წერტილში, დაბალ ხარისხზე D წერტილში და აუარესებს გარკვეულ სოციალურ მოგებას ამ პროცესის დროს) ტარიფის გაზრდაზე, რომელიც შეიძლება ამოღებული იყოს მაღალი ტიპიდან C-დან E-ში გადანაცვლებისას. ყურადღებიან სტუდენტს შეიძლება გაუჩნდეს კითხვა, რატომ უნდა უნდოდეს მონოპოლისტს ასეთი სახის ვაჭრობა? ყველაფრის შემდეგ, მონოპოლსტმა უნდა შეამციროს დაბალი ტიპის ტარიფი და იმოძრაოს B-დან D წერტილში, წინაღმდეგ შემთხვევაში დაბალი ტიპი არ დათანხმდება კონტრაქტს. როგორ შეიძლება ჩვენ ვიყოთ დარწმუნებულები, რომ ეს შემცირება დაბალი ტიპის ტარიფზე არ იქნება მეტი, ვიდრე დანაკარგი ტარიფის ნებისმიერი ზრდიდან მაღალ ტიპზე? მიზეზი არის ის, რომ ხარისხის შემცირება „აზიანებს" მაღალ ტიპს უფრო მეტად, ვიდრე დაბალ ტიპს. როგორც განტოლება 18.42 გვიჩვენებს, მომხმარებლის ჩანაცვლების ზღვრული ნორმა ხელშეკრულების პირობებს შორის (რაოდენობა და ტარიფი) დამოკიდებულია მის θ-ზე და არის მაღალი მაღალ ტიპზე. მაღალი ტიპისთვის ხარისხს უფრო დიდი ღირებულება აქვს, ვიდრე დაბალი ტიპისთვის; მაღალი ტიპი გადაიხდიდა მეტს, ვიდრე დაბალი ტიპი, რათა თავიდან აეცილებინა ხარისხის შემცირება B-დან D წერტილში გადასვლის დროს.

ცოდნა შეიძლება უფრო გავიღრმავოთ მეორე სუკეთესოს ალგებრული მახასიათებლებიდან. მეორე საუკეთესო ხელშეკრულება არის მენიუ, რომელიც განკუთვნილია (q_H, T_H) წყვილისათვის მაღალ ტიპზე და (q_L, T_L) დაბალ ტიპზე. ხელშეკრულება მაქსიმიზაციას უკეთებს მონოპოლისტის მოსალოდნელ მოგებას:

$$\beta(T_H - cq_H) + (1 - \beta)(T_L - cq_L), \tag{18.43}$$

სადაც უნდა გავითვალისწინოთ ოთხი შეზღუდვა:

$$\theta_L v(q_L) - T_L \geq 0, \tag{18.44}$$

$$\theta_H v(q_H) - T_H \geq 0, \tag{18.45}$$

$$\theta_L v(q_L) - T_L \geq \theta_L v(q_H) - T_H, \tag{18.46}$$

$$\theta_H v(q_H) - T_H \geq \theta_H v(q_L) - T_L, \tag{18.47}$$

პირველი ორი არის მონაწილეობის განტოლება მომხმარებლის დაბალი და მაღალი ტიპისათვის, რათა დარწმუნებულები ვიყოთ, რომ მომხმარებლები დათანხმდებიან კონტრაქტს და არა მონოპოლისტის პროდუქტს. ბოლო ორი განტოლება არის მოტივაციის თავსებადობის განტოლება, რათა ვიცოდეთ ზუსტად თითოეული ტიპი ირჩევს მისთვის გაკეთებული შეთავაზების და არა სხვისთვის განკუთვნილ პაკეტს.

როგორც გრაფიკის18.7 ანალიზმა გვიჩვენა, მხოლოდ ორი შეზღუდვა მონაწილეობს ამოხსნის დროს. ყველაზე მნიშვნელოვანი შეზღუდვა იყო ის, რომელიც არ არჩევინებდა მაღალ ტიპს დაბალის ტიპის შეთავაზებას; ეს არის განტოლება 18.47 (მოტივაციის თავსებადობის შეზღუდვა მაღალი ტიპისთვის). სხვა მნიშვნელოვანი შეზღუდვა იყო ის, რომელიც დაბალ ტიპს ტოვებდა მის განურჩევლობის მრუდზე U_L^0, რათა იგი დაზღვეულია კონტრატქზე უარის თქმისაგან; ეს არის განტოლება 18.44 (მონაწილეობ-

ის განტოლება დაბალი ტიპისთვის). შესაბამისად განტოლება 18.44 და 18.47 სრულდება ტოლობით მეორე სუკეთესოს დროს.

დანარჩენი ორი შეზღუდვა შეიძლება უგულველებელვყოთ და ეს შესაძლებელია დავინახოთ გრაფიკზე 18.7. მაღალი ტიპის მეორე სუკეთესო კალათა E აყენებს მას მაღალ განურჩევლობის მრუდზე (U_H^1), და თუ ის იტყოდა უარს კონტრაქტზე (U_H^0), ანუ მაღალი ტიპის მონაწილეობის განტოლება (18.45) შეიძლება უპრობლემოდა უგულველებელვყოთ. დაბალი ტიპი იქნება დაბალი განურჩევლობის მრუდზე, თუ ის აირჩევს მაღალი ტიპის შეთავაზება, (E) და არა მისთვის განკუთვნილ D-ს, ანუ დაბალი ტიპის მოტივაციის თავსებადობის განტოლება (18.46), ასევე შეიძლება, პრობლემების გარეშე უგულველებელვყოთ.

დაკვირვება განტოლებებზე 18.44 და 18.47, როგორც ტოლობებზე და მათი გამოყენება რათა ამოვხსნათ T_L და T_H წრფეები

$$T_L = \theta_L v(q_L) \tag{18.48}$$

და

$$\begin{aligned} T_H &= \theta_H(v(q_H) - v(q_L)) + T_L \\ &= \theta_H(v(q_H) - v(q_L)) + \theta_L v(q_L) \end{aligned} \tag{18.49}$$

ამ გამოთვლებით მიღებული T_L და T_H უნდა ჩავსვავთ მონოპოლისტის ფუნქციაში (განტოლება 18.39). ჩვენ კონვერტირებას ვუკეთებთ რთული მაქსიმიზაციის პრობლემას ოთხი შემზღუდველი უტოლობით და ვიღებთ მარტივ განტოლებას შეზღუდვების გარეშე, სადაც უნდა აირჩეს q_L და q_H მაქსიმიზაციისათვის

$$\beta(\theta_H(v(q_H) - v(q_L)) + \theta_L v(q_L) - cq_H) + (1-\beta)(\theta_L v(q_L) - cq_L] \tag{18.50}$$

დაბალი ტიპის ხარისხი აკმაყოფილებს პირველი ხარისხის პირობას q_L-ის მიმართ, რომელიც მნიშვნელოვანი გამარტივებების შედეგად იძლევა შემდეგს

$$\theta_L v'\left(q_L^{**}\right) = c + \frac{\beta\left(\theta_H - \theta_L\right) v'\left(q_L^{**}\right)}{1-\beta} \tag{18.51}$$

ბოლო ნაწილი არის ნათლად დადებითი, ანუ განტოლებიდან ჩანს, რომ $\theta_L v'(q_L^{**}) > c$, სადაც $\theta_L v'(q_L^*) = c$ ტოლობა სრულდება პირველი საუკეთესოს დროს. რადგან $v(q)$ არის ჩაზნექილი, ჩვენ ვხედავთ, რომ მეორე საუკეთესოს ხარისხი არის უფრო დაბალი, ვიდრე პირველი საუკეთესოსი. ეს ადასტურებს ჩვენი გრაფიკული ანალიზის აღქმას, რომ დაბალი ტიპის ხარისხი დამახინჯებულია მეორე საუკეთესოს დროს, რათა ამოღებული ყოფილიყო მოგება მაღალი ტიპიდან.

მაღალი ტიპის ხარისხი აკმაყოფილებს პირველი ხარისხის პირობებს მაქსიმიზაციის განტოლებიდან 18.43 (q_H) ის მიმართ; ეს განტოლება გადაკეთების შემდეგ იღებს შემდეგ სახეს:

$$\theta_H v'(q_H^{**}) = c \qquad \textbf{(18.52)}$$

ეს პირობები არის პირველი საუკეთესოს პირობების იდენტურინიშნავს, რომ მაღალი ტიპის ხარისხის დამახინჯებას არ აქვს ადგილი მეორე საუკეთესოს დროს. ამასთან, მაღალი ტიპის ხარისხისგაუარესების მიზეზები, რადგან არ არსებობს უფრო მაღალი ტიპი, ვისგანაც შესაძლებელია მოგების ამოღება. შედეგს, რომ უმაღლეს ტიპზე კეთდება ეფექტური ხელშეკრულების შეთავაზება, ხშირად ეწოდება „არანაირი დამახინჯება უმაღლეს დონეებზე“.

დავუბრუნდეთ დაბლი ტიპის ხარისხს, რამდენით უნდა დაამახინჯოს ხარისხი მონოპოლისტმა დამოკიდებულია ორი ტიპის მომხმარებლის მოსვლის ალბათობებზე ან ტოლ განაწილებაზე, მოდელში ბევრი მომხმარებლით-ორი ტიპის მომხმარებლის შესაბამის პროპორციებზე. თუ არის ბევრი დაბალი ტიპის მოხმარებელი (β არის დაბალი) მაშინ მონოპოლისტს არ მოუნდება დაბალი ტიპის ხარისხის მნიშვნელოვნად გაუარესება, რადგანაც დანაკარგი დამახინჯებიდან იქნება მნიშვნელოვანი და მხოლოდ რამოდენიმე მაღალი ტიპიდან იქნებოდა შესაძლებელი დამატებითი მოგების ამოღება. როდესაც უფრო მეტია მაღალი ტიპი (β არის მაღალი), მაშინ მონოპოლისტს აქვს სურვილი, რომ დაბალი ტიპების ხარისხი გააუარესოს. მართლაც, როდესაც არსებობს საკმარისი მაღალი ტიპები, მონოპოლისტმა შეიძლება გადაწყვიტოს, რომ არ მოემსახუროს დაბალტიპებს საერთოდ და მხოლოდ შესთავაზოს ერთი პაკეტი, რომელსაც შეიძენენ მაღალი ტიპები. ეს მონოპოლისტს საშუალებას მისცემს, ამოიღოს მაღალი ტიპების მთელი მოგება, რადაგანაც მათ არ ექნებათ ალტერნატიული არჩევანი.

კოლეჯს აქვს მარტო ერთი ყავის მაღაზია, რომლის ზღვრული დანახარჯიც არის 5 ცენტი ერთ უნცია ყავაზე. წარმოდგენილი მომხმარებელი თანაბარი განაწილებით შეიძლება იყოს ყავის მოყვარული (მაღალი ტიპი $\theta_H = 20$) ან რეგულარული მომხმარებელი (დაბალი ტიპი $\theta_L = 15$). დავუშვათ, რომ $v(q) = 2\sqrt{q}$.

პირველი საუკეთესო. პირველი საუკეთესოს $\theta v'(q) = c$ პირობაში $v(q) = 2\sqrt{q}$ ფუნქციის ჩასმით და ტრანსფორმაციით, მივიღებთ, რომ $q = (\theta/c)^2$. აქედან გამომდინარე, $q_L^* = 9$ და $q_H^* = 16$. ტარიფი ამოიღებს სრულად ორივე ტიპის მოგებას ($T = \theta v(q)$), საიდანაც ჩანს, რომ $T_L^* = 90$ და $T_H^* = 160$. მაღაზიის მოსალოდნელი მოგება არის

$$\frac{1}{2}\left(T_H^* - cq_H^*\right) + \frac{1}{2}\left(T_L^* - cq_L^*\right) = 62.5 \qquad \textbf{(18.53)}$$

ე.ი. 62.5 ცენტი თითოეულ მომხმარებელზე. პირველ საუკეთესო შეიძლება განხორციელდეს, როდესაც მფლობელი გაყიდის 9 უნციან ჭიქა ყავას 90 ცენტად დაბალი ტიპის მომხმარებლზე და 16 უნციან ჭიქა ყავას $1.60 მაღალ ტიპზე. (გამყიდველს შეუძლია გაარჩიოს მოხმარებლის ტიპი მათზე მარტივი დაკვირვებით, როდესაც ის გადისგარეთ).

მოტივაციის თავსებადობა, როდესაც მომხმარებლის ტიპები არის დამალული. პირველი საუკეთესო არ არის მოტივაციით თავსებადი თუ ადამიანს არ შეუძლია დაინახოს მომხმარებლის ტიპი. მაღალი ტიპი ვერ იღებს მოგებას 16 უნციანი ყავის გაყიდვით $1.60 ფასად. თუ ამის ნაცვალდ ის გადაიხდიდა 90 ცენტს 9 უნციანი ყავისთვის, მაშინ ის მიიღებდა მოგებას $\theta_H v(9) - 90 = 30$ ცენტს. ჭიქის იგივე ზომის შენარჩუნებით პირველი საუკეთესოს დროს, ფასი დიდ ჭიქაზე შემცირდებოდა 30 ცენტით ($1.30 მდე), რათა მაღალმა ტიპებმა არ იყიდონ პატარა ჭიქები. მაღაზიის მოსალოდნელი მოგება ასეთი მოტივაციის თავსებადობის მენიუდან არის

$$\frac{1}{2}\big(130-(5)(16)\big)+\frac{1}{2}\big(90-(5)(9)\big)=47.5 \qquad \textbf{(18.54)}$$

მეორე საუკეთესო. მაღაზია იქნება უკეთეს სიტუაციაში, თუ შეამცირებს პატარა ჭიქების ზომას, რათა ის ნაკლებად მიმზიდველი გახადოს მაღალი ტიპებისთვის. პატარა ჭიქის ზომა მეორე საუკეთესოს დროს აკმაყოფილებს განტოლებას 18.51, რომელიც ამ მაგალითში ფუნქციონალური ფორმით გვაძლევს

$$\theta_L q^{-1/2} = c + (\theta_H - \theta_L) q_L^{-1/2} \qquad \textbf{(18.55)}$$

გამარტივების შემდეგ მივიღებთ

$$q_L^{**} = \left(\frac{2\theta_L - \theta_H}{c}\right)^2 = \left(\frac{(2)(15)-20}{5}\right)^2 = 4 \qquad \textbf{(18.56)}$$

უმაღლესი ფასი, რომელიც შეიძლება დაედოს დაბალი ტიპის მომხმარებლის დაკარგვის გარეშე არის

$$T_L^{**} = \theta_L v(q_L^{**}) = (15)(2\sqrt{4}) \qquad \textbf{(18.57)}$$

დიდი ჭიქა არის იგივე ზომის, როგორც პირველი საუკეთსოს დროს 16 უნცია. ის შეიძლება გაიყიდოს არაუმეტეს $1.40,წინააღმდეგ შემთხვევაში ყავის მოყვარული იყიდის 4 უნციან ჭიქას.ასევე, ჯამური ტარიფი დიდ ჭიქაზე არის $1.40-ზე უფრო მაღალი, ვიდრე პატარა 60 ცენტიან პატარა ჭიქაზე, თითოეული უნციის ფასი არის ნაკლები (8.75 ცენტი 15 ცენტის საწინააღმდეგოდ ერთ უნციაზე). ასე, რომ დიდი ჭიქა იყიდება რაოდენობრივი ფასდაკლებით.

მაღაზიის მოსალოდნელი მოგება არის

$$\frac{1}{2}\big(140-(5)(16)\big)+\frac{1}{2}\big(60-(5)(4)\big)=50 \qquad \textbf{(18.58)}$$

ე.ი. 50 ცენტი თითოეულ მომხარებელზე. პატარა ჭიქის ზომის შემცირება 9-დან 4 უნციამდე მაღაზიას საშუალებას აძლევს, უკან დააბრუნოს გარკვეული მოგების დანაკარგი, რასაც იგი მიიღებდა, თუ ვერ მოხერხდებოდა მომხმარებლის ტიპის დადგენა.

(გაგრძელება)

ამოცანა 8.4 (ბაზრის ძალები)

შეკითხვა: თქვენი ფავორიტი ყავის მაღაზიის მენიუების გამოკვლევა. დააკვირდით მხოლოდ ყველაზე დიდ და ყველაზე პატარა ჭიქების ზომებს, განსაზღვრეთ ეს ზომები და ფასები არის თუ არა თავსებადი პარამეტრების საბაზრო ღირებულებებთან c, θ_H და θ_L-თან და მაღალი და დაბალი ტიპების პროპორციებთან (β და $1 - \beta$). კვლავ ვუშვებთ, რომ $v(q) = 2\sqrt{q}$, როგორც მაგალითში.

არახელსაყრელი შერჩევა დაზღვევაში

ფარული მოდელის მეორე აპლიკაციისათვის, ჩვენ უკან ვუბრუნდებით სადაზღვევო ბაზარს, სადაც ინდივიდი დამოუკიდებელი გემოვნებით და საწყისი კეთილდღეებით W_0 აწყდება l-ის დაკარგვის პერსპექტივას. დავუშვათ, რომ ინდივიდი შეიძლება იყოს ერთ-ერთი ტიპის შემდეგი ორიდან: მაღალი რისკის, ალბათობით P_H (დანაკარგი იქნება l) და დაბალი რისკის ალბათობით P_L, სადაც $P_H > P_L$. თავიდან ვუშვებთ, რომ სადაზღვევო კომპანია არის მონოპოლისტი, შემდგომ კი შევისწავლით კონკურენტი სადაზღვევო კომპანიების შემთხვევებს. ფარული რისკების არსებობას სადაზღვევო ბაზარზე მივყავართ ეგრეთ წოდებულ არახელსაყრელი შერჩევამდე (adverses election). დაზღვევა უფრო იზიდავს რისკიან ტიპებს, ვიდრე ფრთხილ მომხმარებლებს („არჩევანი“არახელსაყრელ შერჩევაში), რადგან დაზღვევა არის უფრო ღირებული რისკიანი ინდივიდებისათვის და ამ რისკიანი ტიპების მომსახურებაც უფრო ძვირია („გვერდითი“არახელსაყრელ შერჩევაში).

განსაზღვრება

არახელსაყრელი შერჩევა. პრობლემა, რასაც აწყდებიან დამზღვევები არის ის, რომ რისკიანი ტიპები უფრო დიდი ალბათობით იღებენ სადაზღვევო პაკეტს და ასევე უფრო ძვირ მომსახურებასაც საჭიროებენ.

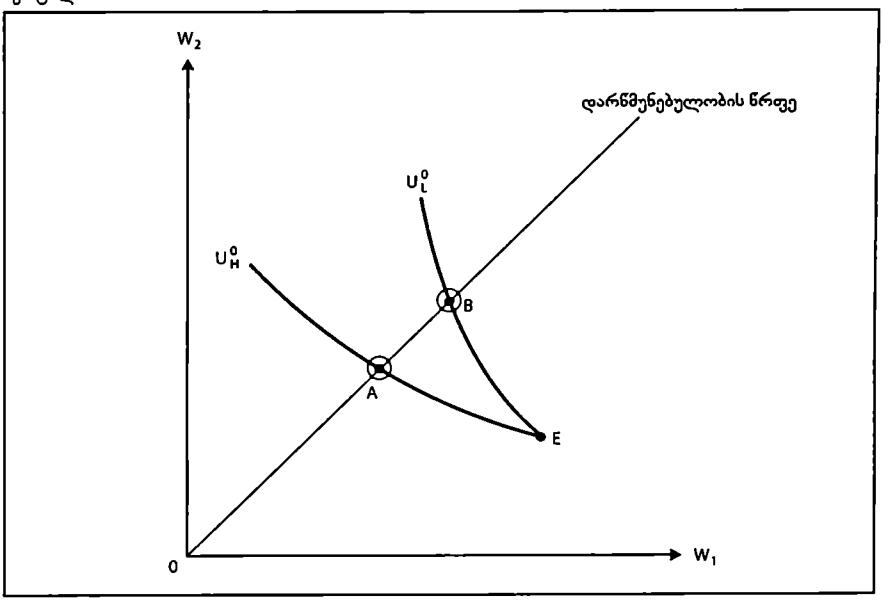
როგორც ვნახავთ, თუ სადაზღვევო კომპანია არის უფრო ჭკვიანი, მაშინ მან შეიძლება შეარბილოს არახელსაყრელი შერჩევის პრობლემა სადაზღვევო კონტრაქტების შეთავაზებით.თუ პაკეტი იქნება გამიზნული მხოლოდ ნაწილობრივ დაზღვევაზე, ის იქნება ნაკლებად მომხიბვლელი მაღალი რისკის ტიპებისათვის.

პირველი საუკეთესო

პირველი საუკეთესოს დროს დამზღვევს შეუძლია დაინახოს ინდივიდი რისკის ტიპი და თითოეულს შეთავაზოს განსხვავებული პაკეტი. დაზღვევის ბაზრის წინა ანალიზი გვიჩვენებს, რომ პირველი საუკეთესო იძლევა სრულ სადაზღვევო პაკეტს თითოეული ტიპისთვის, ანუ სადაზღვევო გადასხდელი თანხა x იქნება სრული დანაკარგი l-ის ტოლი.

ნახაზი 18.8 პირველი საუკეთესო მონოპოლისტი დამზღვევისთვის

პირველი საუკეთესოს დროს, მონოპოლისტს დამზღვევი თავაზობს პაკეტს A მაღალი რისკის ტიპს და პაკეტს B დაბალი რისკის ტიპს. ორივე ტიპი არის სრულად დაზღვეული. პრემიუმები არ არის საკმარისად მაღალი, რათა თითოეული ტიპი შენარჩუნებული იქნეს მის განურჩევლობის მრუდზე არა-დაზღვევის (E) წერტილით.



განსხვავებულ ტიპებს ექნებათ სხავდასხა თანხა გადასახდელი, და ეს იქნება ისე, რომ ამოღებული იქნეს მთლიანი მოგება, რასაც თითოეული ტიპი მიიღებდა დაზღვევით.

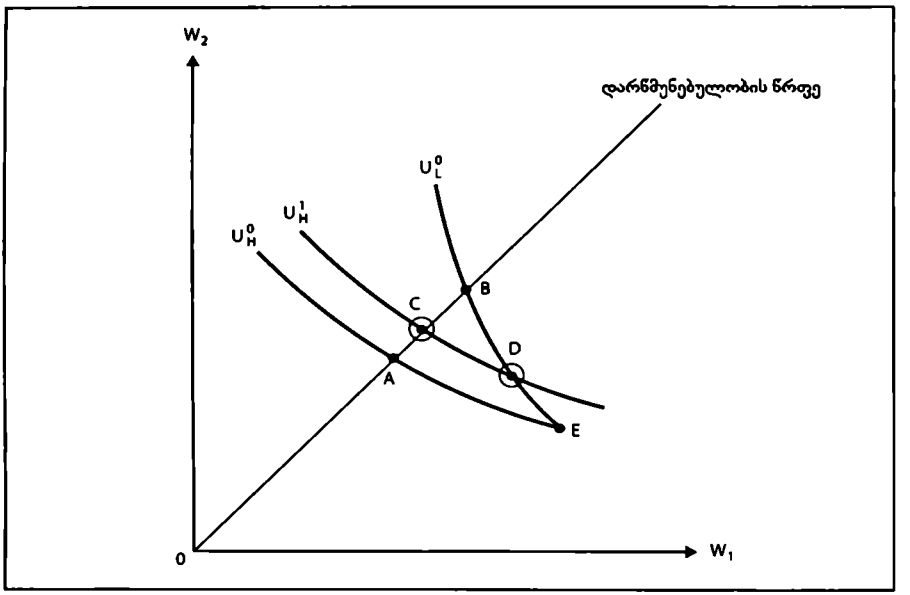
ამ პრობლემის ამონახსნი ნაჩვენებია გრაფიკზე 18.8 (გრაფიკის თავისებურებები დეტალურად იქნება განხილული თავში 7). დაზღვევის გარეშე თითოეული ტიპი არის E წერტილში. A წერტილი არის პირველი საუკეთესო პაკეტი შეთავაზებული მაღალი რისკის ტიპზე (B წერტილი იქნება შესაბამისად დაბალი რისკის ტიპზე). წერტილები A და B უდავოდ არიან წრფეზე, რადგანაც ორივეზე არის სრული დაზღვევა. რადგანაც პრემიუმები ახდენენ თითოეული ტიპის სადაზღვევო მოგების სრულ ამოღებას, ორივე ტიპი არის განურჩევლობის მრუდზე, არა-დაზღვევის წერტილზე E. მაღალი რისკის ტიპის პრემიუმი არის უფრო მეტი, ამიტომ A უფრო ახლოს არის სათავესთან წრფეზე, ვიდრე B.[7]

7 მათემატიკურად A წერტილი დარწმუნებულობის წრფეზე მდებარეობს B წერტილის ქვემოთ ნახაზზე 18.8, რადგან მაღალი რისკის ტიპის განურჩევლობის E წერტილზე გამავალი მრუდი ნაკლებად ციცაბოა, ვიდრე დაბალი რისკის ტიპის. მოსალოდნელი სარგებლიანობა ტოლია $(1-\pi)U(W_1)+\pi U(W_2)$ და შესაბამისად, MRS იქნება:

$$-\frac{dW_2}{dW_1}=\frac{(1-\pi)U'(W_1)}{\pi U'(W_2)}.$$

ნახაზი 18.9 მეორე საუკეთესო მონოპოლისტი დამზღვევისთვის

მეორე საუკეთესო სადაზღვევო პაკეტები გრაფიკზე მოცემულია მცირე წრეში ჩასმულები: *C* არის მაღალი რისკის ტიპისთვის, ხოლო *D* დაბალი რისკის ტიპისთვის.



მეორე საუკეთესო

თუ მონოპოლისტ დამზღვევს არ შეუძლია დაინახოს აგენტის ტიპი, მაშინ პირველი საუკეთესო ხელშეკრულება არ იქნება სტიმულირებული: მაღალი რისკის ტიპებმა შეიძლება განაცხადონ, რომ არიან დაბალი რისკის და აიღონ სრული დაზღვევა დაბალ პრემიუმებზე. ისევ როგორც არაწრფივი ფასების შემთხვევაში, მეორე საუკეთესოც მოიცავს კონტრაქტების მენიუს. აქ, ასევე, ვანყდებით სხვა პრინციპებს არაწრფივი

მოცემული (W_1, W_2) გრაფიკზე ჩანაცვლების ზღვრული ნორმა განსხვავდება მხოლოდ იმიტომ, რომ შესაბამისი დანაკარგების ალბათობები სხვადასხვაა. რადგან,

$$\frac{1-\pi_H}{\pi_H} < \frac{1-\pi_L}{\pi_L}$$

ეს გვიჩვენებს, რომ მაღალი რისკის განურჩევლობის მრუდი იქნება ნაკლებად ციცაბო. ეს დამტკიცება არის ანალიზის შედეგი, რომელიც ნარმოადგინეს M. Rothschild and J. Stiglitz, *„Equilibrium in Competitive Insurance Markets: An Essay on the Economics of Imperfect Information,"* Quarterly Journal of Economics (November 1976): 629–50.

ფასების მოდელიდან. მაღალი რისკის ტიპები აგრძელებენ პირველი საუკეთესო რაოდენობის მიღებას (აქაც სრული დაზღვევა) – არ არის არანაირი დამახინჯება დამატებით. დაბალი რისკის ტიპები არის დამახინჯებული პირველი საუკეთესოდან და იღებს მხოლოდ ნაწილობრივ დაზღვევას. აგენტი დაინახავს, რომ ფარული ტიპებით ძირითადი მოქმედი პირი მზადააგაწიროს სოციალური მოგების ნაწილი, რათა ამოიღოს ის მოგება, რასაც აგენტი მიიღებდა მისი კერძო ინფორმაციიდან.

გრაფიკი 18.9 გვიჩვენებს მეორე საუკეთესოს შემთხვევას. თუ დამზღვევი ცდილობს შეთავაზოს მენიუ, რომელშიც შესული იქნება პირველი საუკეთესო კონტრაქტები A და B, მაშინ მაღალი რისკის ტიპი აირჩევდა B-ს და არა A-ს. ამით შენარჩუნებული იქნებასტიმულირების თავსებადობა, დამზღვევი ამახინჯებს დაბალი რისკის ტიპების პაკეტს B-დან, მისი განურჩევლობის მრუდის გასწვრივ u_L^0-დან D-კენ. დაბალი ტიპი არის მხოლოდ ნაწილობრივ დაზღვეული და ეს უფლებას აძლევს დამზღვევს, რომ ამოიღოს მეტი მოგება მაღალი რისკის ტიპიდან. მაღალი რისკის ტიპი რჩება სრულად დაზღვეული, მაგრამ მისი პრემიუმის ზრდა პაკეტს ქვემოთ წევს უდავო წრეფზე C წერტილში.

საავტომობილო დაზღვევის მაგალითის ანალიზი

საავტომობილო დაზღვევის მაგალითის ანალიზი (მაგალითი 18.2, რომელიც დაფუძნებული იყო მაგალითზე 7.2) შეიძლება ფორმირებული იყოს როგორც არახელსაყრელი შერჩევის პრობლემა. დავუშვათ, ძარცვის ალბათობა არ არის დამოკიდებული ძარცვის საწინააღმდეგო სიგნალიზაციაზე, დამოკიდებულია მანქანის ფერზე. რადგანაც ქურდებს ურჩევნიათ წითელი ფერის მანქანა ნაცრისფერს, ალბათობა იმისა, რომ წითელ მანქანას მოიპარავენ, არის უფრო მაღალი $P_H = 0.25$, ხოლო ნაცრისფერი მანქანის მოპარვის ალბათობაა $P_L = 0.15$.

პირველი საუკეთესო

მონოპოლისტ დამზღვევს შეუძლია დაინახოს მანქანის ფერი და შესაბამისად შეთავაზოს სხვადასხვა პაკეტი სხვადასხვა ფერის მანქანაზე. ორივე ფერის მანქანა იქნება სრულად დაზღვეული $20,000-ით მოპარვისგან. პრემიუმი არის ის მაქსიმალური თანხა, რასაც თითოეული ტიპი გადაიხდიდა იმის ნაცვლად, რომ საერთოდ არ ქონოდა დაზღვევა, როგორც ეს იყო მაგალითში 7.2 და ეს ოდენობა არის $5,426 მაღალი რისკის მქონე ტიპისთვის (წითელი მანქანა). ანალოგიური გამოთვლები აჩვენებს, რომ ნაცრისფერი მანქანის მფლობელის სავარაუდო სარგებელი, თუ ის არ იქნებოდა დაზღვეული, არის 11.4795 და მაქსიმალური პრემიუმი, რასაც ის გადაიხდიდა სრული სადაზღვევო პაკეტისთვის არის $3,287. ასევე, დამზღვევი იხიდს უფრო მეტს წითელ მანქანებზე, თუმცა, მაღალი პრემიუმი კომპენსირებას ახდენს და შესაბასიად მოსალოდნელი მოგება წითელ მანქანებზე გაყიდული პაკეტიდან იქნება 5,426 – (0.25)(20,000) = $426 ხოლონაცრიფერ მანქანებზე 3,287 – (0.15)(20,000) = $287

(გაგრძელება)

მეორე საუკეთესო

დავუშვათ, დამზღვევს არ შეუძლია დაინახოს მომხმარებლის მანქანის ფერი და იცის მხოლოდ ის, რომ 10% მთლიანი მანქანების არის წითელი, ხოლო დარჩენილი 90% კი ნაცრისფერი. მეორე საუკეთესო მენიუ სადაზღვევო პაკეტებისა – რომელიც შედგება პრემიმუმი/სადაზღვევოდაფარვის პაკეტისგან (P_H, X_H) რაც გათვლილია მაღალი რისკის ტიპებზე (წითელი მანქანები) და (P_L, X_L) დაბალი რისკის ტიპებზე (ნაცრიფერი მანქანები) – მოცემულია შემოხაზული წერტილებით გრაფიკზე 18.9. წითელი მანქანები სრულად არის დაზღვეული X_H = 20,000. დარჩენილი პარამეტრების ამოსახსნელად უნდა დავინახოთ ის, რომ P_H, X_H და P_L შეიძლება ვიპოვოთ, თუ დამზღვევის სავარაუდო მოგების განტოლებას გავუკეთებთ მაქსიმიზაციას

$$0.1[P_H - (0.25)(20{,}000)] + 0.9[P_L - (0.15)(X_L)] \qquad \textbf{(18.59)}$$

დაბალი რისკის მქონე ტიპის მონაწილეობის პირობით რომლის შემზღუდველი განტოლებაა

$$0.85\ln(100{,}000 - P_L) + 0.15\ln(100{,}000 - P_L - 20{,}000 + X_L) \geq 11.4795 \qquad \textbf{(18.60)}$$

და მაღალი რისკის მქონე ტიპისთვის მოტივაციის თავსებადობის შემზღუდველი განტოლების პირობითი

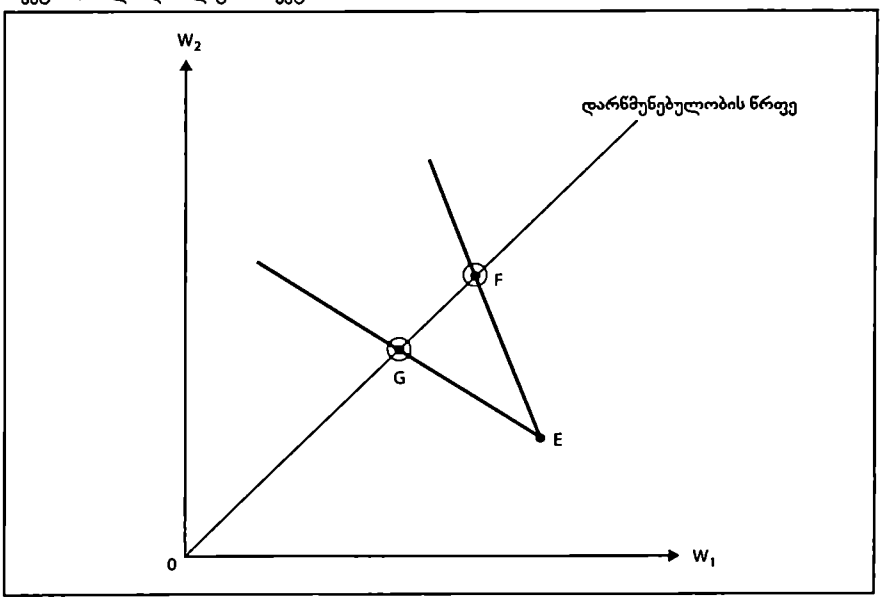
$$\ln(100{,}000 - P_H) \geq 0.75\ln(100{,}000 - P_L) + 0.25\ln(100{,}000 - P_L - 20{,}000 + X_L) \qquad \textbf{(18.61)}$$

მონაწილეობის და მოტივაციის განტოლებები სხვა ტიპებისთვის უარყოფილია ისევე, როგორც არაწრფივი ფასების მოდელში. ეს მაქსიმიზაციის პრობლემა არის რთული ხელით ამოსახსნელად, თუმცა, მისი ამოხსნა შეიძლება სპეციალური მათემატიკური პროგრამების მეშვეობით. მეორე საუკეთესოს მნიშვნელობა, რასაც მივიღებთ ამოხსნის შემდეგ არის: x_H^{**} = 20,000, P_H^{**} = 4,154, X_L^{**} = 11,556 და P_L^{**} = 1,971.

შეკითხვა: დააკვირდით ელექტრონულ ცხრილს ამ მაგალითზე მოცემული წიგნის ვებ-გვერდზე. შეცვალეთ ალბათობები მანქანის ორი ფერისთვის. რა მოხდება, თუ წითელი მანქანა უფრო მეტი ალბათობით იქნება (თუ ვერ შეძლებთ ელექტორნული ცხრილის ნახვას პასუხი მაინც უნდა გამოიცნოთ)?

ნახაზი 18.10 კონკურენტული დაზღვევის წონასწორობის წერტილი იდეალური ინფორმირობულების შემთხვევაში.

იდეალური ინფორმირობულების შემთხვევაშიკონკურენტული სადაზღვევო ბაზარი სამართლიანიდაპრემიუმებისათვის გვაძლევს სრულ დაზღვევას თითოეული ტიპისთვის. მაღალ ტიპზე კეთდება შეთავაზება პაკეტი G, ხოლო დაბალ ტიპს პაკეტი F.



კონკურენტული დაზღვევის ბაზარი

დავუშვათ, დაზღვევა შემოთავაზებულია არა მონოპოლისტის, არამედ კონკურენტული ბაზრის მიერ, რაც გულისხმობს სამართლიან სადაზღვევო სისტემას. გრაფიკი 18.10 გვიჩვენებს წონასწორობის წერტილს, სადაც დამზღვევს შეუძლია დაინახოს თითოეული ინდივიდის რისკის ტიპი. წრფე EF და EG დახაზულია დახრილობის კუთხის $-\frac{1-\pi_L}{\pi_L}$ და $-\frac{1-\pi_H}{\pi_H}$ შესაბამისად და გვიჩვენებს ბაზრის შესაძლებლობებს თითოეული ინდივიდისთვის, რათა მათ ივაჭრონ W_1 და W_2-ს შორის სამართლიანი დაზღვევის პირობებში[8].

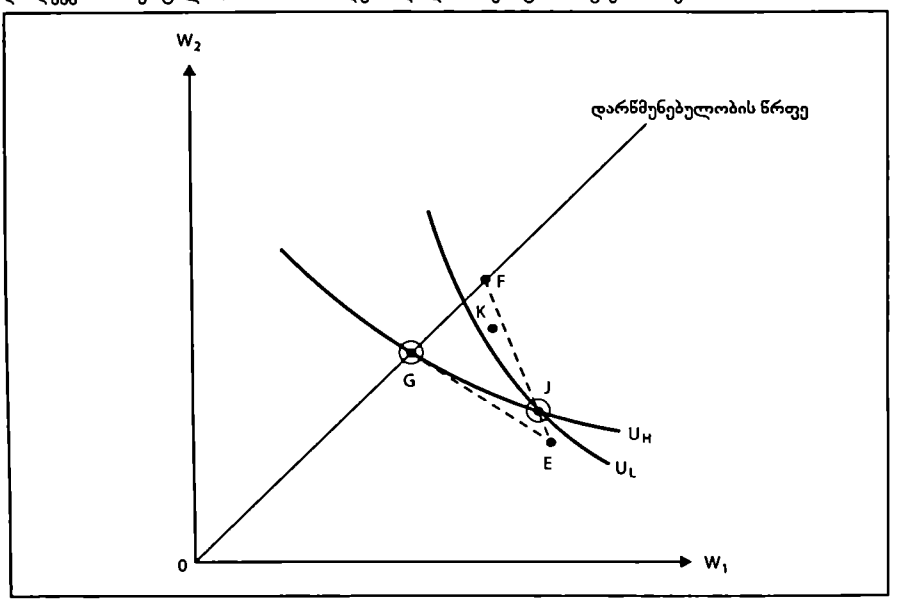
8 ამ დახრილობის კუთხეების, უთანასწორო ფარდობებად წოდებული, გამოსაყვანად შევნიშნოთ, რომ დაზღვევის პრემიუმი უნდა აკმაყოფილებდეს $p = \pi x$. W_1 და W_2-ის ჩასმა გვაძლევს:

$$W_1 = W_0 - p = W_0 - \pi x$$
$$W_2 = W_0 - p - l + x = W_0 - l + (1 - \pi)x$$

აქედან გამომდინარე, $1 -ით ზრდა სადაზღვევო თანხისა W_1-ს ამცირებს π-თ და W_2-ს ზრდის $(1 - \pi)$-თ

ნახაზი 18.11 კონკურენტული დაზღვევის წონასწორობის წერტილი დაფარულ ტიპებზე

დაფარული რისკის ტიპების დროს მაღალი რისკის მქონე ინდივიდებისთვის კეთდება პირველი საუკეთესო პაკეტის შეთავაზება – G წერტილი. ხოლო დაბალი რისკის ტიპი კი იღებს მხოლოდ ნაწილობრივ დაზღვევას – J წერტილში, რათა არ მოხდეს მაღალი რისკის ტიპთან გაერთიანება.



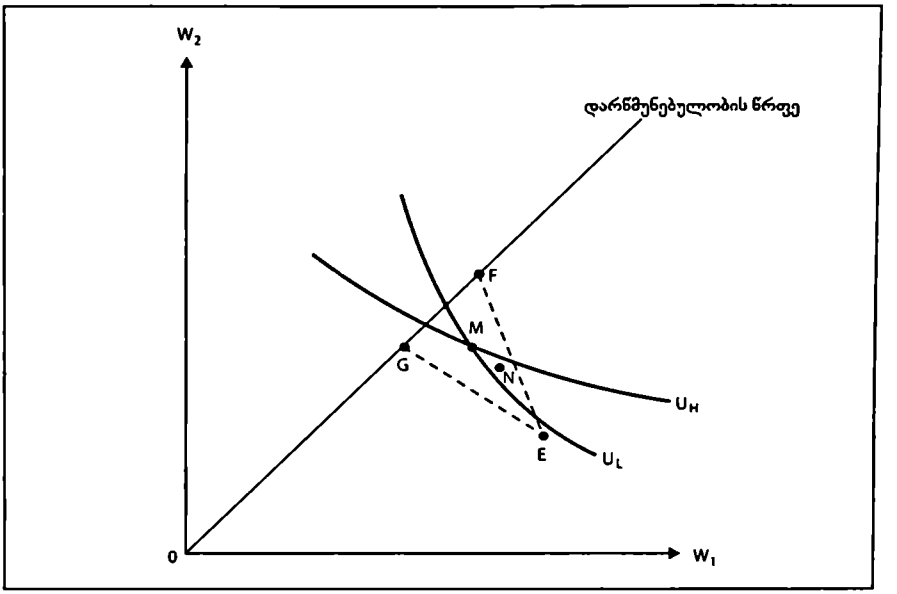
დაბალი რისკის სადაზღვევო პოლისი იყიდება F ფასად, ხოლო მაღალი რისკის G ფასად. თითოეული ტიპი იღებს სრულ დაზღვევას სამართლიან პრემიუმზე.

შედეგი გრაფიკიდან 18.10 არამდგრადია, თუ დამზღვევს არ შეუძლია დაინახოს რისკის ტიპი. მაღალი რისკის ტიპი მოაჩვენებს თავს დაბალის რისკის ტიპად და აიღებს პაკეტს F ფასად. მაგრამ ამ დროს დამზღვევი, რომელიც სთავაზობს F-ს, მიიღებს უარყოფით მოგებას: F ზე, დამზღვევს აქვს ნულოვანი მოგება (ამონაგები და დანახარჯები ტოლია)და შეთავაზებას უკეთებს მარტო დაბალი რისკის ტიპებს და თუ დაემატებიან ინდივიდები დანაკარგის მაღალი ალბათობით, მაშინ კომპანიის მოგება აღმოჩნდება უარყოფითი.

კონკურენტული წონასწორობის წერტილი, რომელშიც არ ჩანს რისკის ტიპები ნაჩვენებია გრაფიკზე 18.11. წონასწორობის წერტილი არის მონოპოლისტი დამზღვევის მეორე საუკეთესო ფასის დროს არსებული წონასწორობის წერტილის მსგავსი. პაკეტები არის ისე შეთავაზებული, რომ განასხვავოს სხვადასხვა ტიპი. მაღალი რისკის ტიპი არის სრულად დაზღვეული G წერტილზე, იგივე სადაზღვევო პაკეტი, რაც იყო შეთავაზებული პირველი საუკეთესოს დროს. დაბალი რისკის ტიპზე კეთდება შეთავა-

ნახაზი 18.12 შეუძლებელია კონკურენტული გაერთიანებული წონასწორობის წერტილის არსებობა

გაერთიანებული ხელშეკრულება M არ შეიძლება იყოს წონასწორობის წერტილი, რადგან არსებობს საზღვევი პაკეტი N, რომელიც უფრო მომგებიანი დამზღვევისთვის, მისაღებია დაბალი რისკის ტიპისთვის და მიუღებელია მაღალი რისკის ტიპისთვის.



ზება J ნაწილობრივი დაზღვევით. დაბალი რისკის ტიპი იქნება მზად გადაიხადოს მეტი სრული დაზღვევისათვის და უპირატესობას მიანიჭებს ისეთ პაკეტს, როგორიცაა K.

რადგანაც K არის უფრო დაბლა, ვიდრე EF მონაკვეთი, დამზღვევი მიიღებს დადებით მოგებას, თუ ასეთი ტიპის პაკეტებს მიყიდის დაბალი რისკის ტიპებს. პრობლემა არის ის, რომ K მიიზიდავს მაღალი რისკის ტიპებს, რაც გამოიწვევს დამზღვევს წაგებას. ასე რომ, დამზღვევი იხრება დაბალი რისკის ტიპისკენ.

ფარული ტიპების დროს, კონკურენტული წონასწორობის წერტილი მოიცავს განსხვავებული კონრაქტების პაკეტებს; ამ წერტილში არ შეიძლება იყოს მარტო ერთი ტიპის ხელშეკრულება რომელიც გათვალისწინებული იქნება ორივე ტიპზე. ეს შეიძლება ვაჩვენოთ გრაფიკზე 18.12. შერწმულიხელშეკრულება უნდა იყოს EFG სამკუთხედის შიგნით (M წერტილი), რათა შეთავაზებამისაღები იყოს ორივე ტიპისთვის და ამავე დროს დამზღვევს, სულ მცირე, არ ჰქონდეს წაგება. მაგრამ M არ შეიძლება იყოს საბოლოო წონასწორობის წერტილი, რადგანაც M-თან არსებობს სხვა სავაჭრო წონასწორობის წერტილებიც. აღნიშნულისათვის, უნდა გავითვალისწინოთ, რომ (როგორც იყო აღნიშნული გრაფიკზე და ასევე როგორც იყო განხილული ადრე ამავე თავში) მა-

ღალი რისკის ტიპის განურჩევლობის მრუდი (U_H) არის უფრო ნაკლები დახრის მქონე, ვიდრე დაბალი რისკის ტიპის განურჩევლობის მრუდი (U_L). შესაბამისად არსებობს სადაზღვევო პაკეტი N, რომელიც არ არის მისაღები მაღალი რისკის ტიპებისთვის და მიმზიდველია დაბალი რისკის ტიპებისათვის და მომგებიანია დამზღვევისათვის (რადგანაც ეს პაკეტები მოთავსებულია EF მონაკვეთის დაბლა).

თუ დავუშვებთ, რომ არანაირი ბარიერი არ ზღუდავს დამზღვევს,რათა შეთავაზოს ახალი კონტრაქტები, მაშინ მოხდება მაგალითად N-ის შეთავაზება,რომელიც დაბალი რისკის ინდივიდების „ნაღებს მოხდის"ნებისმიერი შერწყმული წონასწორობის წერტილიდან. დამზღვევი, რომელიც აგრძელებს M-ის შეთავაზებას, რჩება არახელსაყრელად არჩეული ინდივიდების ამარა, რომელთა რისკებიც მაღალია და დამზღვევს არ შეუძლია მათი მომსახურებიდან მოგების მიღება.

მაგალითი 18.6 კონკურენტული დაზღვევა პაკეტით წითელი ავტომობილისთვის

დავუბრუნდეთ მაგალითს 18.5 და ავტომობილის დაზღვევის ანალიზს. მაგრამ ახლა გავაკეთოთ დაშვება, რომ დაზღვევა შემოთავაზებულია კონკურენტული ბაზრის და არა მონოპოლისტის მიერ. სრული ინფორმირობულობის პირობებში კონკურენტული წონასწორობის წერტილი მოგვცემს სრულ დაზღვევას ორივე ტიპზე სამართლიანი პრემიუმით (0.25)(20,000) = $5,000 მაღალი რისკის ტიპებზე (წითელი მანქანა) და (0.15)(20,000) = $3,000 დაბალი რისკის ტიპებზე (ნაცრისფერი მანქანა).

თუ დამზღვევს არ შეუძლია დაინახოს მანქანის ფერი, მაშინ წონასწორობის წერტილში დაფარვა ორივე ტიპზე იქნება განცალკევებული ორ პაკეტად. პაკეტი, რომელიც განკუთვნილი იქნება წითელ მანქანებზე იგივეა, რაც იყო სრული ინფომრურობულობის დროს. პაკეტი, განკუთვნილი ნაცრისფერ მანქანებზე მოიცავს სამართლიან პრემიუმს $P_L = 0.15X_L$ და დაზღვევის დონე, რომელიც წითელი მანქანების მფლობელებს არ აძლევს მოტივაციას, რათა გადაიხარონ ნაცრისფერი მანქანების პაკეტზე არის:

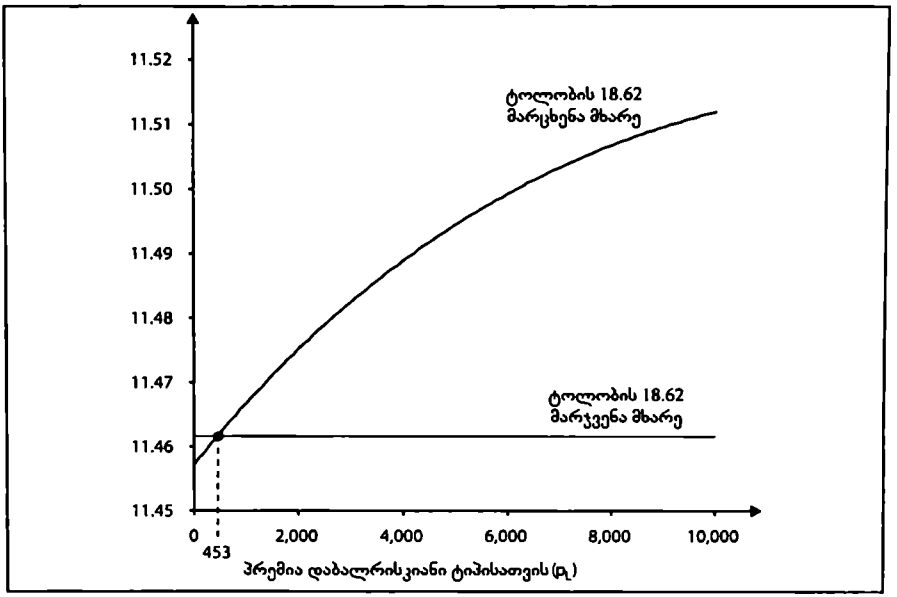
$$0.74\ln(100{,}000 - P_L) + 0.25\ln(100{,}000 - P_L - 20{,}000 + X_L) = \ln(95{,}000) \quad \textbf{(18.62)}$$

გრაფიკი 18.13 გვიჩვენებს აღნიშნულს გრაფიკულ ამოხსნად P_L-თვის. გარფიკი გვიჩვენებს განტოლების 18.62 მარცხენა ნაწილს (იმის გათვალისწინებით, რომ სამართლიანი დაზღვევა გულისმობს $X_L = P_L/0.15$) *VS* მარჯვენა მხარე. გრაფიკზე ჩანს, რომ გადაკვეთა არის P_L = 453-ზე. ანუ ასოცირებული დაზღვევის დონე იქნება X_L = 3,020.

შეკითხვა: რამდენს გადაიხდიდა ნაცრიფერი მანქანის მფლობელი სრული სადაზღვევო პაკეტისათვის? მიიღებდა თუ არა დამზღვევი მოგებას სრული სადაზღვევო პაკეტის გაყიდვით მაღალ პრემიუმზე, თუ ის მიყიდდა მხოლოდ ნაცრისფერი მანქანების მფლობელებს? სადაზღვევო კომპანიები რატომ უკეთებენ დაზღვევას ნორმირებას და ნაცრისფერ მანქანებს მხოლოდ ნაწილობრივ აზღვევენ?

ნახაზი 18.13 განტოლების 18.62 გრაფიკული ამონახსნი

განტოლების ორივე მხარე ტოლია როდესაც $P_L = 453$



საბაზრო სიგნალები

აქამდე შესწავლილ ყველა მოდელში გაუთვითცნობიერებელი ძირითადი პირი აკეთებდა პირველ ნაბიჯს და კონტრაქტს სთავაზობდა აგენტს, რომელსაც საიდუმლო ინფორმაცია ჰქონდა. თუ ინფორმაციული სტრუქტურა არის შეცვლილი და ინფორმირებული მოთამაშე აკეთებს პირველ სვლას, მაშინ ანალიზი ბევრად უფრო რთული ხდება და ეს ყოველივე გვაყენებს თავში 8 ნასწავლი სიგნალების თამაშთა სამყაროში. სიგნალების თამაში ხდება უფრო რთული, როდესაც სიგნალის მიმცემი არის ძირითადი პირი, რომელიც კონტრაქტს თავაზობს აგენტს, რადგანაც სტრატეგიული ადგილი სახელშეკრულებო ვადებისა პრაქტიკულად უსაზღვროა. შეადარეთ მარტივია სპენსის განათლების სიგნალების თამაშები თავიდან 8, სადაც მუშა ირჩევს ერთს ორი შესაძლო ვარიანტიდან: მიიღოს განათლება თუ არა. ჩვენ ახლა არ გვაქვს იმის დრო, რომ უფრო სიღრმისეულად ჩავეძიოთ გართულებულ სასიგნალო თამაშებს ან, გავიმეოროთ თავში 8 განხილული მარტივი სიგნალური თამაშების სპეციფიკები. ჩვენ ვიქნებით კმაყოფილები, თუ შევიძენთ გარკვეულ ინფორმაციას მარტივი აპლიკაციებიდან.

სიგნალის მიცემა კონკურენტულ სადაზღვევო ბაზარზე

კონკურენტულ სადაზღვევო ბაზარზე არახელსაყრელი შერჩევის მეთოდით (ანუ ფარული რისკების ტიპები) დავინახეთ, რომ დაბალი რისკების ტიპები იღებენ მხოლოდ ნაწილობრივ დაზღვევას წონასწორობის წერტილში. ის მიიღებს მოგებას მისი ტიპის ანგარიშიდან, თუ დაქირავებული დამოუკიდებელი აუდიტორი დაუდასტურებს, რომ ეს ანგარიში სანდოა. დაბალი რისკის ტიპი მზად იქნება გადაიხადოს სხვობა წონასწორობის წერტილსა და პირველ და საუკეთესო მოგების წერტილს შორის, რათა გასცეს სანდო სიგნალი.

მნიშვნელოვანია, რომ არსებობდეს სანდო აუდიტორია ან იყოს რაიმე სხვა გზა გადასამოწმებლად, რადგან ამ შემთხვევაში მაღალი რისკის მოყვარულ ინდივიდებს ექნებათ უფრო მეტი მოტივაცია, გააკეთონ მცდარი ანგარიშები. მაღალი რისკის მოყვარულ ინდივიდს შეიძლება ჰქონდეს სურვილი, რომ დიდი ქრთამიც კი გადაუხადოს აუდიტორიას ცრუ ანგარიშებში.

მაგალითი 18.7 მანქანების ფერების სერტიფიცირება

დავუბრუნდეთ კონკურენტულ საავტომობილო დაზღვევის ბაზარს მაგალითიდან 18.6. დავუშვათ, R არის ის თანხა, რასაც უმეტესი ნაცრისფერი მანქანის მძღოლი გადაიხდიდა თავისი მანქანის ფერში, სერტიფიცირებულ და ბაზარზე ანგარიშ ჩაბარებული. იგი ამ შემთხვევაში დააზღვევდა სრულად სამართლიანი პრემიუმით 3,000 დოლარზე და მოიგებდა

$$0{,}85 \ln(100{,}000 - 453) + 0.15 \ln(100{,}000 - 453 - 20{,}000 + 3{,}020) = 11.4803 \quad \textbf{(18.63)}$$

თუ ამოვხსენით ამ განტოლებას R-თვის, მივიღებთ:

$$\ln(100{,}000 - 4530 - R) = 11.4803 \quad \textbf{(18.64)}$$

განტოლების ამოხსნა გვაძლევს რომ $R = 207$. ანუ დაბალი რისკის ტიპი მზადაა გადაიხადოს 207 დოლარი, რომ ჰქონდეს სანდო ანგარიში ბაზარში მისი ტიპის დაზღვევისათვის.

წითელი მანქანის მფლობელი ქრთამის სახით გადაიხდიდა 2,000 დოლარს; სრული ინფორმაციის შემთხვევაში განსხვავებას მის სამართლიან პრემიუმსა (5,000 დოლარი) და სამართლიანი პრემიუმისა დაბალი რისკის შემთვევაში (3,000 დოლარი). აქედან გამომდინარე, დიდი მნიშვნელობა ენიჭება რეპორტის რეალურობას.

ᲙᲘᲗᲮᲕᲐ: როგორ შეიცვლება წონასწოროების წერტილები თუ ანგარიშები არ არის სრულად სანდო (თუ არის შანსი, რომ მაღალი რისკის ინდივიდი წარმატებულად გააგზავნის მცდარ ანგარიშს მის საკუთარ ტიპზე)? რა მოტივაციები ექნება აუდიტორს, რათა განამტკიცოს მისი რეპუტაცია სანდო ანგარიშების კეთებით?

ლიმონების ბაზარი

გამოყენებული ნივთების ბაზარი აჩენს სიგნალის მიცემის საინტერესო შესაძლებლობას. მანქანები შეიძლება განვიხილოთ მოწინავე მაგალითად: თუ გაქვს მანქანის ტარების დიდი გამოცდილება და შემდეგ გადაწყეტ მის გაყიდვას, თავისთავად გექნება ბევრად უფრო უკეთესი ინფორმაცია მის სანდოობაზე და ხარისხზე, ვიდრე მყიდველს, რომელსაც მაქსიმუმ შეუძლია საცდელად ერთხელ გაატაროს მანქანა. მანქანის გასაყიდად შეთავაზების მარტივი მცდელობა შეიძლება განვიხილოთ,როგორც ბაზრიდან წამოსული სიგნალი მანქანის ხარისხზე. სიგნალი არ არის პოზიტიური: მანქანის ხარისხი არის გარკვეული ზღვარის დაბლა, რამაც აიძულა გამყიდველი აღარ შეინარჩუნოს მანქანა. როგორც ჯორ აკერლოფმა აჩვენა ნაშრომში, რომელმაც მიიღო ნობელის პრემია ეკონომიკის დარგში, ბაზარმა შეიძლება ისეთი წონასწორობის წერტილი შემოგვთავაზოს სადაც იყიდება მხოლოდ დაბალი ხარისხის ნივთები, იგივე „ლიმონები".[9]

ამ საკითხის საფუძვლიანად გაგებისთვის განვიხილოთ მეორადი მანქანების ბაზარი. დავუშვათ,არსებობს ხარისხები დაბალი ხარისხის ლიმონებიდან მაღალი ხარისხის ძვირფას ქვებამდე და მხოლოდ მანქანის მფლობელმა იცის ხარისხის ტიპი. მყიდველი ვერ ანსხვავებს ლიმონს და ძვირფას ქვებს, ყველა მეორადი მანქანა გაიყიდება იგივე ფასად, რაც იქნება მანქანების საშუალო ხარისხის ფუნქცია. მანქანის მფლობელი შეეცდება შეინარჩუნოს ავტომობილი, თუ მისი ხარისხი მაღალია ხარისხების განაწილების სპექტრზე (რადგანაც კარგი მანქანის ღირებულება არის უფრო მეტი, ვიდრე მისი საბაზრო ღირებულებაა) და გაყიდის მანქანას თუ ის არის სპექტრის ქვედა ბოლოში (რადგანაც მანქანის ღირებულებაა უფრო ნაკლები, ვიდრე მისი საბაზრო ფასი). გასაყიდი მანქანების საშუალო ხარისხების შემცირება, გამოიწვევს საბაზრო ფასის შემცირებას რაც იძულებულს ხდის კარგი ხარისხის მანქანების გამყიდველებს გავიდნენ ბაზრიდან. ბაზარი არსებობს მანამ, სანამ გასაყიდად გადის მხოლოდ დაბალი ხარისხის ლიმონები.

ლიმონების პრობლემა მეორადი მანქანების ბაზარს არაეფექტიანს ხდის, ვიდრე ეს იქნებოდა ჩვენთვის უკვე ნაცნობ სტანდარტული კონკურენციის შემთხვევაში (მართლაც, სტანდარტულ მოდელში ხარისხის თემა არ განიხილება, რადგან არის დაშვება, რომ ყველა პროდუქტი ერთნაირი ხარისხისაა). ბაზრის მთელი სეგმენტი ვაჭრობის შედეგად მიღებული მოგებიანად გაქრება, რადგან მაღალი ხარისხის ნივთებით ვაჭრობა აღარ მოხდება. უკიდურეს შემთხვევაში, ბაზარი შეიძლება მთლიანად დაინგრეს, თუ არაფერი (ან თუნდაც რამდენიმე ხარისხიანი-ღირებული ნივთი) გაიყიდება. ლიმონების პრობლემა შეიძლება შემსუბუქდეს, თუ მეორადი მანქანის გამყიდველებს ექნებათ ნდობა ან თუ დაინერგება მანქანების ყიდვისას ექსპერტიზის სისტემა, ან თუ გამყიდველი წარმოადგენს მტკიცებულებას, რომ მისი მანქანა არ არის ნაავარიები და გამყიდველი თავაზობს თანხას უკან. მაგრამ ნებისმიერი ვისაც ერთხელ მაინც უყიდია

9 G. A. Akerlof, *„The Market for 'Lemons': Quality Uncertainty and the Market Mechanism,"* Quarterly Journal of Economics (August 1970): 488–500.

დავუშვათ, მეორად მანქანების ხარისხი q თანაბრადაა გადანაწილებული 0-სა და 20,000-ს შორის და გამყიდველები თავიანთ მანქანებს აფასებენ q ხარისხით. მყიდველები (იგივე რაოდენობით არიან, რამდენიც გამყიდველია) ადებენ უფრო მაღალ ფასს მანქანებს $q + b$, ასე რომმეორადი მაქნანების ვაჭრობისას მოგების ნახვა შესაძლებელია. თუ ავტომობილების ხარისხებზე ინფორმაცია სრულია მაშინ ყველა მანქანა გაიყიდება. მაგრამ ეს არ ხდება, რადგან გამყიდველებს აქვთ ფარული ინფორმაცია, ხოლო მყიდველებმა კი იციან მხოლოდ ხარისხების განაწილების დისტრიბუცია. დავუშვათ, p არის საბაზრო ფასი. გამყიდველი თავაზობს მყიდველს მანქანას თუ $q \leq p$. გასაყიდად შეთავაზებული მაქნქანის ხარისხი თანაბრადაა გადანაწილებული 0-სა და p-ს შორის, ანუ მოსალოდნელი ხარისხი იქნება

$$\int_0^p q\left(\frac{1}{p}\right)dq = \frac{p}{2} \qquad \textbf{(18.65)}$$

(მეტი ინფორმაციისათვის იხილეთ თავი 2 თანაბარი განაწილების შესახებ). მყიდველის მოსალოდნელი წმინდა მოგება კი იქნება

$$\frac{p}{2} + b - p = b - \frac{p}{2}. \qquad \textbf{(18.66)}$$

ამ შემთხვევაში რამოდენიმე ამონახსენი შეიძლება იყოს, მაგრამ ერთი რომელიც გვაძლევ p-ს უმაღლეს მნიშვნელობას, რომლისთვისაც განტოლება 18.66 არის არაურაყოფითი: $b - p/2 = 0$, ეს გვაძლევს, რომ $p^* = 2b$. ანუ მხოლოდ $2b/20{,}000$ მანქანები იქნება გაყიდული, როცა b მცირდება, მაშინ მეორადი მანქანის ბაზარი ქრება.

შეკითხვა: როგორი იქნებოდა წონასწორობის წერტილი სრული ინფორმირობულობის შემთხვევაში?

აუქციონები

მონოპოლისტს სირთულეები აქვს აგენტისაგან მოგების მიღების მხრივ არაწრფივი ფასების შემთხვევაში, რადგან მაღალი მოთხვონის მომხმარებლები საკუთარ თავს გარანტირებულ მოგებას აძლევენდა ირჩევენ დაბალი მოთხოვნების პაკეტებს. გამყიდველისთვის უკეთესია, როდესაც რამდენიმე მომხმარებელი უწევს ერთმანეთს კონკურენციას აუქციონით, ეს მას ეხმარება ფარული პრობლემების გადაჭრაში, რადგან მაღალი ღირებულების მომხმარებელი იძულებულია მაღალი შეთავაზება გააკეთოს და არ კარგავას სხვა მოთამაშეს. აუქციონის რეგულირებისას „შეთავაზება" უკვე აღარ ითვლება მარტივ კონტრაქტად ან კონტრაქტების ჩამონათვალად, როგორც ეს ხდება

წრფივი ფასების შემთხვევაში; მისი შემოთავაზება არის თვითონ აუქციონის ფორმატი. განსხვავებული ფორმატები სავარაუდოდ მოგვცემს განსხვავებულ შედეგებს და მეტ ან ნაკლებ შემოსავალს გამყიდველისათვის, ანუ გამყიდველს აქვს საკმარისი მიზეზი რათა ფრთხილად იფიქროს აუქციონის დიზაინზე. ასევე, საკმარისი მიზეზები აქვთ მყიდველებს, რათა იფიქრონ როგორი შეიძლება იყოს ფასების შეთავაზების სტრატეგიები.

ვილიამ ვიკერის ნაშრომიდან დაწყებული, რაშიც მან მიიღო ნობელის პრიზი ეკონომიკაში 1961 წელს, აუქციონებს დიდი ყურადღება ეთმობა ეკონომიკის სახელმძღვანელოებში.[10] აუქციონების მნიშვნელობა, როგორც ბაზრის რეგულირების მეთოდი, იზრდება, ის გამოიყენება ისეთი გაყიდვების დროს, რადიოტალღების სპექტრი, სახაზინო ვალდებულება ან ასევე ნივთების გაყიდვა ინტერნეტ აუქციონით (eBay).

არსებობს განსხვავებული აუქციონის ტიპები. აუქციონი შეიძლება იყოს დალუქული წინადადების ან ღია შეთავაზების ფორმატით. დალუქული წინადადების ფორმატის მქონე აუქციონი შეიძლება იყოს პირველი ფასის (როდესაც ყველაზე მაღალი შეთავაზების მქონე პირი იგებს აუქციონს და ვალდებულია გადაიხადოს თანხა გაკეთებული შეთავაზების მიხედვით) ან მეორე ფასის წესის მიხედვით (როდესაც ყველაზე მაღალი შეთავაზების მქონე პირი იგებს აუქციონს, ოღონდ ვალდებულია გადაიხადოს თანხა, რაც იქნება მეორე ადგილაზე გასული შეთავაზების ტოლი). ღია აუქციონები შეიძლება იყოს „ზრდადი", როგორც ეგრეთ წოდებული ინგლისური აუქციონი, სადაც მყიდველები აკეთებენ უფრო და უფრო მაღალ შეთავაზებებს მანამ, სანამ აღარავინ იქნება უფრო მეტის შემთავაზებელი. ღია აუქციონები შეიძლება ასევე იყოს „კლებადი", ეგრეთ წოდებული ჰოლანდიური ტიპის აუქციონები, როდესაც თავიდან აწესებენ მაღალ ფასს და შემდგომ შეთავაზებებით ნელ-ნელა ამცირებენ ფასს მანამ, სანამ აუქციონის რომელიმე მონაწილე არ შეაჩერებს აუქციონს და არ დათანხმდება შეთავაზებულ ფასს. გამყიდველს შეუძლია თქვას „სარეზერვო პუნქტი", რაც ნიშნავს, რომ შეთავაზებები უნდა შეწყდეს, წინააღმდეგ შემთხვევაში ნივთი აღარ გაიყიდება. უფრო მეტად ეგზოტიკური კი არის აუქციონები „ყველა-იხდის" ფორმატით. მაგალითად, შეთავაზების ავტორი იხდის თავის შეთავაზებულ თანხას მიუხედავად იმისა მოიგო თუ წააგო.

ვიკერის თეორიის მიხედვით ძლიერი და ასევე საოცარია ის, რომ (რისკის მიმართ ნეიტრალური მოთამაშეები, რომლებმაც ზუსტად იციან რა ღირებულებისაა ნივთი მათთვის) ბევრი აქ ჩამოთვლილი აუქციონის ტიპი (და რომელიც არ ჩამოგვითვლია) გვაძლევს მონოპოლიას იგივე მოსალოდნელი შემოსავლით წონასწორობის წერტილში. აღნიშნული შედეგის ასახსნელად ანალიზი გავუკეთოთ აუქციონის ფორმატს: პირველი ფასის და მეორე ფასის ფორმატებს აუქციონებს, სადაც ერთი ნივთი უნდა გაიყიდოს.

პირველი ფასის ფორმატის აუქციონში ყველა მოთამაშე ერთდროულად აკეთებს ფარულ შეთავაზებას. აუქციონერი გახსნისშეთავაზებებს და გადასცემს ნივთს ყველაზე მაღალი შეთავაზების ავტორს და ისიც იხდის მის მიერ შეთავაზების ტოლ თანხას. წო-

10 W. Vickery, "Counterspeculation, Auctions, and Competitive Sealed Tenders," *Journal of Finance* (March 1961): 8-37.

ნასწორობის წერტილში ეს არის სუსტი დომინირების სტრატეგია, კეთდება შეთავაზება b, რაც არის მეტი ან ტოლი მყიდველის ნივთის v ღირებულებაზე.

განსაზღვრება

სუსტი დომინირების სტრატეგია. სტრატეგია არის სუსტი დომინირების, თუ არსებობს სხვა სტრატეგია, რომელიც სულ მცირე ისეთივე წარმატებულია როგორც ყველა კონკურენტი სტრატეგია და მკაცრად უმჯობესია სულ მცირე ერთ სტრატეგიაზე.

მყიდველს არანაირი მოგება არ აქვს, თუ მისი შეთავაზება არის v=b-ს ტოლი და მნიშვნელობა არ აქვს რა არის მისი კონკურენტის სტრატეგია: თუ მყიდველმა წააგო, მოგება არ აქვს და თუ მყიდველმა მოიგო, მაშინ იგი მოგებას სრულად უხდის გამყიდველს და ისევ რჩება მოგების გარეშე. თუ შეთავაზება იქნება უფრო ნაკლები, ვიდრე მისთვის ნივთის ღირებულება, მაშინ არის შანსი, რომ სხვების ღირებულებები (და შესაბამისად შეთავაზებები) არის საკმარისი, რათა მოთამაშემ მოიგოს ნივთი და მიიღოს მოგება. თუ მოთამაშე გააკეთებს შეთავაზებას, რომელიც იქნება მისთვის ნივთის ღირებულებაზე მეტი ეს იქნება უფრო ცუდი, ვიდრე ტოლი შეთავაზების გაკეთება. ანუ საკმარისი მიზეზია იმისა, რომ მოთამაშეებმა აიცილონ თავიდან სუსტი დომინირების სტრატეგია, ანუ აქ იგულისხმება, რომ შეთავაზებები იქნება მყიდველის ღირებულებებზე ნაკლები.

მეორე ფასის ფორმატის აუქციონის დროს უდიდესი შეთავაზების მქონე პირი იხდის მეორე ადგილზე გასული შეთავაზების ტოლ თანხას და არა საკუთარს. ამ აუქციონის ფორმატს საინტერესო თვისების წონასწორობის წერტილი აქვს. ყველა შეთავაზებული სტრატეგია არის სუსტად დომინირებული ზუსტად პირის შეფასების ოდენობის შეთავაზების სტრატეგიით. ვიკერის ანალიზის მიხდვით, მეორე ფასის ფორმატის აუქციონი და ეს თვისება აქეზებს მოთამაშეს გამოაშკარავოს თავისი ღირებულება და მიღებულია, რომ ამ ტიპის აუქციონებს ეწოდება ვიკერის აუქციონები ან ვიკერის მექნიზმები.

ჩვენ დავამტკიცებთ, რომ ამ ტიპის აუქციონებში, შეთავაზება სხვა ვიდრე საკუთარი ღირებულება იქნება სუსტად დომინირებული სხვისი ღირებულებით. დავუშვათ,v არის მყიდვლის ღირებულება და b მისი შეთავაზება. თუ ეს ორი ცვლადი არ არის ტოლი, მაშინ გვექნება ორი შემთხვევა, როდესაც $b < v$-ზე და $b > v$-ზე. განვიხილოთ პირველი შემთხვევა, როდესაც ($b < v$) და დავუშვათ, B არის უდიდესი კონკურენტი შემოთავაზება. თუ $B > v$-ზე მაშინ მყიდველი აგებს, მიუხედევად იმისა მისი შეთავაზება იყო b თუ v, ანუ გვაქვს ფრე (ორივეს შეთავაზება ერთმანეთის ტოლია)სტრატეგიებს შორის. თუ $B < b$-ზე,მაშინ მყიდველი იგებს, მიუხედევად იმისა, მისი შეთავაზება იყო b თუ v და იგი იხდის იგივეს (სიდიდით მეორე შეთავაზების ტოლი თანხა). ანუ ამ შემთხვევაშიც ჩვენ გვაქვს ფრე. ჩვენ აღარ გვექნება ფრე თუ B არის b-ს და v-ს შორის. თუ მყიდველის შეთავაზება არის b,მაშინ იგი კარგავს ნივთს და არ აქვს მოგება. თუ იგი სთავაზობს v-ს, მაშინს ის იღებს ნივთს და ექნება მოგება $v - B > 0$, ანუ v-ს შეთავაზება მკაცრად უკეთესია, ვიდრე $b < v$. ანალოგიური ლოგიკა გვიჩვენებს, რომ v-ს შეთავაზება დომინირებს $b > v$-ც.

ღირებულების შეთავაზება არის დომინანტი და ამის მიზეზი არის ის, რომ გამარჯვებულის შეთავაზება გავლენას არ ახდენს იმაზე, თუ რამდენი უნდა გადაიხადოს მან.

ეს დამოკიდებულია სხვა მოთამაშის (სიდიდით მეორე შეთავაზება) შეთავაზებაზე. საკუთარი ღირებულების შეთავაზება ამყარებს პოზიციას, რომ მოთამაშე იგებს მაშინ, როდესაც მან უნდა მოიგოს.

თუ კარგად გვესმის როგორ მივდივართ წონასწორობის წერტილამდე მეორე ფასის ფორმატის აუქციონში, მაშინ ჩვენ შეგვიძლია შევადაროთ პირველი და მეორე ფასის ფორმატის დახურული აუქციონები. თითოეულ მათგანს აქვს დადებითი და უარყოფითი მხარეები, რაც დამოკიდებულია იმაზე თუ რა შემოსავალს იღებს გამყიდველი. ერთი მხრივ, პირველი ფასის ფორმატის აუქციონის დროს მოთამაშეები აკეთებენ თავიანთ შეთავაზებას ღირებულების ქვევით, მაგრამ ეს არ ხდება მეორე ფასის ფორმატის დროს.ეს არის დადებითი მხარე მეორე ფასის ფორმატისთვის. მეორე მხრივ, გამარჯვებული მოთამაშე იხდის უმაღლეს შეთავაზებას პირველი ფასი ფორმატისას და უმაღლესის შემდეგ შეთავაზებას მეორე ფასის ფორმატისას.ეს არის უარყოფითი მხარე მეორე ფასის ფორმატისთვის.

გასაოცარი შედეგი, რაც აჩვენა ვიკერმა არის ის, რომ ეს უარყოფითი და დადებითი ნიშნები იდეალურად აბალანსებენ ერთმანეთს, ანუ ორივე ტიპის აუქციონი თავაზობს გამყიდველს იგივე ტიპის საავარაუდო შემოსავალს. ამის ზოგადი დამტკიცება კი განხილული იქნება მაგალითში 18.9, რომელიც მოიცავს კონკრეტულ შემთხვევას შემოსავლების წონასწორობის წერტილზე.

მაგალითი 18.9 სელდონის აუქციონი

დავუშვათ, ორი მყიდველი (1 და 2) აკეთებენ შეთავაზებას ნახატისთვის პირველი ფასის ფარულ ფორმატის აუქციონზე. გამყიდველი b_i-ს ღირებულება არის v_i, რაც არის შემთხვევითი ცვლადი არათანაბრად გადანაწილებული 0-ს და 1-ს შორის და ცვლადი არ არის დამოკიდებული სხვა მყიდველის ღირებულებაზე. მყიდველის ღირებულება არის საიდუმლო ინფორმაცია. ჩვენ დავაკვირდებით სიმეტრიული წონაწორობის წერტილს, სადაც მყიდველი აკეთებს შეთავაზებას, რაც არის მისი ღირებულების მუდმივი ფუნქცია $b_i = kv_i$. ანუ დარჩენილი იქნება, რათა დავადგინოთ k-ს მნიშნელობა წონასწორობის წერტილში.

სიმეტრიული წონასწორობის წერტილი. პირველმა მყიდველმა იცის მისი საკუთარი v_i და იცის მე-2 მყიდველის წონასწორობის სტრატეგია $b_2 = kv_2$. მყიდველი 1 ირჩევს შეთავაზება b_1-ს, რაც მის მოსალოდნელ მოგებას ხდის მაქსიმალურს.

$$
\begin{aligned}
&P_r(\text{1 იგებს აუქციონს})(v_1 - b_1) + P_r(\text{1 აგებს აუქციონს})(0)\\
&= P_r(b_1 > b_2)(v_1 - b_1)\\
&= P_r(b_1 > kv_2)(v_1 - b_1)\\
&= P_r(v_2 > b_1/k)(v_1 - b_1)\\
&= \frac{b_1}{k}(v_1 - b_1). \qquad \textbf{(18.67)}
\end{aligned}
$$

(გაგრძელება)

ჩვენ უგულვებელვყავით ერთნაირი შეთავაზებების გაკეთების შესაძლებლობები, რადგანაც ისინი მხოლოდ შეიძლება არსებობდნენ წონასწორობის წერტილში, თუ მყიდველებს აქვთ ერთნაირი ღირებულებები, თუ ალბათობა ორი ერთმანეთზე არადამოკიდებული შემთხვევითი ცვლადია, ერთმანეთის ტოლი არის ნოლი.

ერთადერთი რთული ნაბიჯი ფორმლიდან 18.67 არის შემდეგი. თავში 2 განხილული მთლიანი განაწილების ფუნქცია აჩვენებს, რომ ალბათობა $P_r(\upsilon_2 < x)$ შეიძლება ჩაიწეროს როგორც:

$$\text{ალბათობა}(\upsilon_2 < x) = \int_{-\infty}^{x} f(\upsilon_2)\, d\upsilon_2, \qquad \textbf{(18.68)}$$

სადაც f არის ალბათობების განაწილების ფუნქცია. ხოლო შემთხვევითი ცვლადისთვის, რომელიც არის არათანაბრად განაწილებული 0-სა და 1-ს შორის, გვექნება:

$$\int_0^x f(\upsilon_2)\, d\upsilon_2 = \int_0^x f(1)\, d\upsilon_2 = x, \qquad \textbf{(18.69)}$$

ანუ ალბათობა $P_r(\upsilon_2 < x) = b_1/k$.

და თუ გავაწარმოებთ პირველი ხარისხით განტოლებას 18.67 b_1-ის მიმართ მივიღებთ, რომ $b_1 = \upsilon_1/2$. ანუ $k^* = 1/2$. აღნიშნულიდან გამომდინარეობს, რომ მყიდველი ჩრდილავს თავის რეალურ შეფასებას და მხოლოდ ნახევარს აჩენს შეთავაზებისას.

დალაგების სტატისტიკა. სანამ დავითვლიდეთ მყიდველის სავარაუდო შემოსავალს აუქციონიდან, უმჯობესია განვიხილოთ, რა არის დალაგების სტატისტიკის არსი. თუ n რაოდენობის დამოუკიდებელი შერჩევა განხორციელდა იგივე განაწილებიდან და ისინი არიან განაწილებული უმცირესიდან უდიდესისკენ, მაშინ k ადგილზე მყოფი უმცირესი არის k დალაგების სტატიკა და აღინიშნება $X_{(k)}$. მაგალითად, n შემთხვევითი ცვლადით n რიგის სტატისტიკა არის $X_{(n)}$ უდიდესი n შერჩევიდან, $(n-1)$ ხარისხის სტატისტიკა არის $X(n-1)$ მეორე უდიდესი და ასე შემდეგ. დალაგების სტატისტიკა ისეთი მნიშვნელოვანია რომ სტატისტიკოსებმა დიდი სამუშაოები ჩაატარეს მისი თვისებების აღსანერად. მაგალითად, მათ დათვალეს, რომ თუ nშერჩევა არის გაკეთებული არათანაბარი განაწილების დროს 0-დან 1-მდე, მაშინ მოსალოდნელი ღირებულება k ხარისხის რიგის სტატიკისთვის არის

$$E\left(X_{(k)}\right) = \frac{k}{n+1}. \qquad \textbf{(18.70)}$$

ეს ფორმულა სტატისტიკის მრავალ სახელმძღვანელოშია.

მოსალოდნელი შემოსავალი. მოსალოდნელი შემოსავალი პირველი ფასის ტიპის აუქციონიდან არის

$$E(\max(b_1, b_2)) = 1/2(E(\max(v_1 v_2)) \quad \textbf{(18.71)}$$

ხოლო $\max(v_1 v_2)$ არის უდიდესი ხარისხის სტატისტიკა ორიშერჩევიდან არათანაბარი შემთხვევითი ცვლადებისთვის 0-დან 1-მდე. მოსალოდნელი ღირებულება კი არის 2/3 (18.70 განტოლების მიხედვით). ასე, რომ მოსალონდელი მოგება აუქციონიდან იქნება (1/2)(2/3) = 1/3.

მეორე ფასის ფორმატის აუქციონი. დავუშვათ, გამყიდველმა გადაწყვიტა ისარგებლოს მეორე ფასის ფორმატის აუქციონით, რათა შეიძინოს ნახატი. წონასწორობის წერტილში მყიდველი აკეთებს შეთავაზებას თავისი რეალური ღირებულების მიხედვით: $b_i = v_i$. მყიდველის მოსალოდნელი მოგება არის $E(\min = (b_1, b_2))$, რადგანაც მოგებული მოთამაშე იხდის წაგებული მოთამაშის გაკეთებულ შეთავაზების ტოლ თანხას. მაგრამ $(\min = (b_1, b_2)) = (\min = (v_1, v_2))$ და ანუ პირველი ხარისხის სტატისტიკა ორი შერჩევის შემთხვევითი ცვლადების არათანაბარი განაწილებით 0-დან 1-მდე იქნება 1/3 (განტოლების 18.70 მიხედვით). ეს არის იგივე მოსალონდელი შემოსავალი, რაც გვქონდა პირველი ფასის ფორმატის აუქციონში.

შეკითხვა: შეუძლია თუ არა გამყიდველს პირველი ფასის ფორმატის აუქციონში, აწიოს მაღლა შეთავაზებები მყიდველების ღირებულებებთან მიმართებაში, თუ დააწესებს სარეზერვო (მინიმუმ) ფასს r-ს ისე, რომ არაფერი არ გაიყიდება თუ მაქსიმალური შეთავაზება არის r-ის დაბლა? რა იქნება ამ შემთხვევაში ალტერნატივები გამყიდველისთვის, თუ ის დააწესებს ამ ტიპის სარეზერვო ფასს? აღნიშნული რეზერვირების ფასი აწევს თუ არა შემოსავალს მეორე ფასის ფორმატის აუქციონში?

უფრო რთულ ეკონომიკურ გარემოებებში განსხვავებული ტიპების აუქციონები არ გვაძლევენ ერთი და იგივე მოსალონდელ შემოსავალს. ერთ-ერთი პრობლემა არის ის, რომ ხშირად დაშვება ნივთის ღირებულების შესახებ არის იგივე ყველა მოთამაშისთვის და მათ არ იციან ზუსტად რა ღირებულებაა ეს. თითოეულ მოთამაშეს აქვს თავისი ღირებულების მხოლოდ წარმოდგენითი შეფასება. მაგალითად, მოთამაშეები, რომლებსაც სურთ ნავთობის ჭაბურღილის შეძენა, შეიძლება ჰქონდეთ ჩატარებული საკუთარი კვლევა, მისი მარაგების შესახებ. ყველა მოთამაშის კვლევამ ჯამში შეიძლება მოგვცეს ნათელი სურათი, მაგრამ ცალ-ცალკე კვლევის შედეგი არ იქნება რეალური. ასევე, საინტერესო მაგალითია ხელოვნების ნიმუშის ღირებულების დამოკიდებულება მისი შემდგომი გაყიდვის ღირებულებაზე (თუ მყიდველი არ აპირებს მის შენარჩუნებას), რაც, თავის მხრივ, დამოკიდებულია სხვების ღირებულებაზე; ყველა მოთამაშემ იცის მისი საკუთარი ღირებულება, მაგრამ არ იცის სხვისი ღირებულება. ასეთ ეკონომიკურ გარემოებებში ჩატარებულ აუქციონს საერთო ღირებულებების აუქციონი ეწოდება.

ყველაზე საინტერესო საკითხი, რაც დგება საერთო ღირებულბების დროს, არის ეგრეთ წოდებული გამარჯვებულის კურსი. გამარჯვებული მოთამაშე აცნობიერებს,

რომ ყველა სხვა მოთამაშე ფიქრობს ნივთი იყოს ნაკლები ღირებულების და მან საკუთარი ვარაუდით გადაამეტა ნივთის შეფასების დროს. გამარჯვებულის კურსი ზოგჯერ გვაძლევს იმას, რომ გამოუცდელი მოთამაშე ნანობს აუქციონში გამარჯვებას. გამოცდილი მოთამაშეები ითვალისწინებენ გამარჯვებულის კურსს და თავიანთ შეთავაზებებს ღირებულებებზე დაბლა წევენ და არასოდეს არ ნანობენ წონასწორობის წერტილში აუქციონის მოგებას.

საერთო ღირებულებების ანალიზი უფრო რთულია და ზევით ნახსენები სხვადასხვა ფორმატის აუქციონი არ იძლევა თანაბარ შემოსავალს. უხეშად რომ ვთქვათ, აუქციონები, რომლებიც აერთიანებენ სხვა მოთამაშეების ინფორმაციებს გადახდილ ფასებში, მყიდველს საშუალებას აძლევს, რომ მიიღოს მეტი შემოსავალი. მაგალითად, მეორე ფასის ფორმატის აუქციონში უკეთესი იქნება, ვიდრე პირველი ფასის ფორმატის აუქციონი, რადგან მეორე ფასის ფორმატის დროს გადახდილი ფასი იქნება სხვა მოათამაშის მიერ ნივთის შეფასება. სხვა მოთამაშეებს, რომ ეფიქრათ ნივთი არც ისე ღირებულია, მაშინ მეორე ფასი იქნებოდა დაბალი და გამარჯვებულიც გადაიხდიდა ნაკლებ თანხას,გამარჯვებულის კურსის თავიდან აცილებით.

შეჯამება

ამ თავში შემოგთავაზეთ რამდენიმე საკითხის-კვლევა, რაც საბაზრო მოდელებში არასიმეტრიული ინფორმაციის არსებობის დროს არსებობს. ასიმეტერიულ ინფორმაციას, პირველი საუკეთესო წონასწორობასთან შედარებით (რაც გულისხმობს იდეალურ ინფორმირობულობას) ბაზარი შეუძლია გახადოს არაეფექტური. გონივრულად შედგენილ კონტრაქტებს ხშირად შეუძლიათ დაკარგული მოგების დაბრუნება. განვიხილეთ რამდენიმე საკითხი.

- ასმეტრიული ინფორმაცია ხშირად ისწავლება ძირითადი პირისა დააგენტის მოდელის გამოყენებით, სადაც ძირითადი პირიკონტრაქტს თავაზობს აგენტს, ვისაც აქვს კერძო ინფორმაცია. ამ მოდელის ორი სახესხვაობა არსებობს: ფარული ქმედებისა და ფარული ტიპების მოდელები.

- ფარული ტიპის აუქციონის მოდელში (სადაზღვევო კონტექსტში ეწოდება მორალ ჰაზარდის მოდელი), ძირითადი პირი ცდილობს წააქეზოს აგენტი, რათა მან მიიღოს შესაბამისი ზომები აგენტის გადახდების თვალსაჩინო შედეგებზე მიბმით. ეს მოქმედებები აგენტს აყენებს შემთხვევით რხევებში, რაც თავის მხრივ არის პრობლემა რისკის მოწინააღმდეგე აგენტისთვის.

- ფარული ტიპის მოდელში (სადაზღვევო კონტექსტში ეწოდება საწინააღმდეგო შერჩევის მოდელი), ძირითად პირს არ შეუძლია გამოყოს მთელი მოგება მაღალი ტიპებიდან, რადგან მათ შეუძლიათ მიიღონ დადებითი მოგება, თუ მოაჩვენებენ,რომ არიან დაბალი ტიპის. მეტი მოგების მისაღებად ხელმძღვანელი თავაზობს კონტრაქტების მენიუს, საიდანაც სხვადასხვა ტიპის აგენტებს შეუძლიათ აირჩიონ. ხელმძღვანელი ამახინჯებს დაბალი ტიპის კონტრაქტების რაოდენობას, რათა ეს კონტრაქტები გახადოს ნაკლებად მომხიბვლელი მაღალი ტიპებისთვის, ხელშეკრულებიდან მაღალი მოგების მისაღებად.

- ძირითადი პირისა და აგენტის მოდელიდან მიღებული ცოდნის ძირითადი ნაწილი, სადაც ძირითადი პირი არის მონოპოლისტი, გადადის იმ შემთხვევაზე, სადაც არის კონკურენციაა პრინციპალებს შორის. მთავარი განსხვავება არის ის, რომ აგენტი იღებს მეტ მოგებას.
- ლიმონების პრობლემა წარმოიქმნება მაშინ, როცა გამყიდველს აქვს კერძო ინფორმაცია ნივთის ხარისხზე. გამყიდველები, რომელთა ნივთებიც უფრო მაღალი ხარისხისაა, ვიდრე გასაყიდი ნივთების საშუალო ხარისხი, შეიძლება თავი შეიკავონ ნივთის საბაზრო ფასად გაყიდვისაგან. ბაზარმა შეიძლება განიცადოს ჩავარდნა, რადგან გასაყიდად გაიტანენ მხოლოდ დაბალი ხარისხის ნივთებს.
- ძირითად პირს შეუძლია მიიღოს მეტი მოგება აგენტებიდან. რამდენიმე მათგანი განწყობილია ერთმანეთის საწინააღმდეგოდ აუქციონის დროს. მარტივ ეკონომიკის გარემოებებში, სხვადასხვა აუქციონების ტიპი აძლევს იგივე შემოსავალს გამყიდველს. აუქციონების ფორმატებში განსხვავებებმა შეიძლება მოგვცეს სხვადასხვა ტიპის შემოსავლები უფრო რთული პირობების დროს.

ამოცანები

18.1

პერსონალური ტრამვების იურისტი მუშაობს როგორც აგენტი თავისი მოსარჩლეებისათვის. სავარაუდო ჯილდო სასამართლოდან (ვითვალისწინებთ,რომ სარჩელის ალბათობა ზარალის ანაზღაურების მოთხოვნით იქნება მეტი) არის l, სადაც l არის იურისტის ძალისხმევა და ეს ძალისხმევა იურისტს უჯდება $l^2/2$.

ა. რა არის იურისტის ძალისხმევა მისი მოგება, და მოსარჩელის მოგება წონასწორობის წერტილში, სადაც იურისტი იღებს 1/3-ს შეთახმებული გასამრჯელოდან (ანუ იურისტი იღებს 1/3-ს ჯილდოდან, თუ მოსარჩლე უფრო მეტია)?

ბ. გაიმეორეთ ა) ნაწილი ზოგადი გარემოებისთვის გასამრჯელოთი c.

გ. რა იქნებოდა ოპტიმალური გადასახადი მოსარჩელის მხრიდან გაკეთებული ანალიზით? დათვალეთ ასოცირებული მოგებები იურისტისთვის და მოსარჩელისთვის.

დ. რა იქნებოდა ოპტიმალური გადასახადი მოსარჩელის მხრიდან გაკეთებული ანალიზის დროს, თუ მას შეეძლებოდა მიეყიდა ეს შემთხვევა მისი იურისტისთვის (ანუ, მას რომ შეეძლოს მოთხოვს მას წინასწარი გადასახადის დაბრუნება მითითებული გადასახადის შემთხვევაში, სავარაუდოდ უფრო მეტი, ვიდრე გ) შემთხვევის დროს)? გამოთვალეთ წინასწარი გადასახადი (თუ დავუშვებთ, რომ მოსარჩლე უკეთებს შეთავაზებას იურისტს) და ასოცირებული მოგება იურისტისთვის და მოსარჩელისთვის. იქნებიან თუ არა ისინი უკეთეს სიტუაციაში ვიდრე გ) შემთხვევის დროს? რატომ ფიქრობთ, რომ გაყიდვის შემთხვევა არ არის კანონიერი ბევრ ქვეყანაში?

18.2

ამოხსენით ოპტიმალური წრფივი ფასი ერთი პორცია ყავისთვის, რასაც მაღაზია დააწესებდა ყავას მაგალითში 18.4. მიღებული შედეგი შეადარეთ იმ მოგებას, რომელსაც იღებს მაღაზია არაწრფივი ფასის დადების დროს? *ჰინტი:* თქვენი პირველი ნაბიჯი უნდა იყოს მოთხოვნის გამოთვლა ორივე შემთხვევის დროს წრფივ ფასზე(p).

18.3

დავუბრუნდეთ არაწრფივი ფასების პრობლემას მონოპოლური ყავის მაღაზიის პირობებში მაგალითიდან 18.4, მაგრამ ახლა დავუშვათ , რომ მათი პროპორცია, ვისაც ყავა ძლიერ სურს გაიზარდა 2/3-მდე და შესაბამისად ვისაც ყავა ისე არ სურს მათი პროპორცია გახდა 1/3. რა იქნება ოპტიმალური მენიუ მეორე საუკეთესო შემთხვევაში? შეადარეთ ეს მენიუ მაგალითის 18.4 მენიუს?

18.4

დავუშვათ, არსებობს 50% შანსი იმისა, რომ ინდივიდი მისი კეთილდღეობის ლოგარითმული სარგებლიანობის ფუნქციის დროს, მიმდინარე კეთილღეობით 20,000$ მიიღებს ზარალს 10,000$ სააავტომობილო ავარიით. დაზღვევა არის შემოთავაზებული სამართლიანი განაკვეთებით.

ა. გამოითვალეთ შედეგები, როდესაც ინდივიდი ყიდულობს სრული დაზღვევის პაკეტს.

ბ. გამოითვალეთ შედეგები თუ ინდივიდი ყიდულობს სადაზღვევო პაკეტს, რომელიც ანაზღაურებს მხოლოდ ზარალის ნახევარს. აჩვენეთ რომ ა) შემთხვევის შედეგები უკეთესია.

გ. ახლა დავუშვათ, რომ ინდივიდი, რომელიც ყიდულებს პაკეტს ნაწილობრივი ანაზღაურებით, იქცევა უფრო ფრთხილად მანქანის ტარებისას და ამცირებს ავარიის შემდეგ მიღებული ზარალის ღირებულებას $10,000-დან $7,000-მდე. ამ შემთხვევაში რა იქნებოდა სადაზღვევო პაკეტის სამართლიანი ფასი? ამ შემთხვევაში ინდივიდი რომელ პაკეტს მიანიჭებს უპირატესობას სრულს თუ სანახევროს?

18.5

დავუშვათ, რომ ცაცია ხალხი უფრო მგრძნობიარეა დაზინებების მიმართ. ცაციებს აქვთ 80% შანსი იმისა, რომ მიიღონ დაზიანება, რაც მათ აზარალებს $1,000-ით (აქ შედის სამედიცინო ხარჯები და ტკვილის ღირებულება თანხაში) ხოლო მარჯვენებს კი აქვთ მხოლოდ 20% შანსი იმისა, რომ მიიღონ დაზიანება. მოსახლეობა შედგება ცაციების და მარჯვენების თანაბარი რაოდენობით. ინდივიდებს აქვთ კეთილდღეობის სარგებლიანობის ლოგარითმული ფუნქცია, მიმდინარე კეთილდღეობით $10,000. დაზღვევა კი არის შემოთავაზებული მონოპოლიური კომპანიის მიერ.

ა. გამოთვალეთ პირველი საუკეთესო შემთხვევა მონოპოლიური სადაზვევო კომპანიისთვის (დაუშვით, რომ მათ შეუძლიათ გაიგონ ინდივიდი ცაციია თუ არა).

ბ. დაუშვით, რომ მეორე საუკეთესო შემთხვევის დროს მონოპოლისტს ურჩევნია არ მოემსახუროს მარჯვენებს და დაზღვევა შესთავაზოს მხოლოდ ცაციებს. ამის გათვალისწინებით გამოთვალეთ შეთავაზებების მეორე საუკეთესო მენიუ მონოპოლიური კომპანიის მხრიდან.

გ. გამოიყენეთ ცხრილების პროგრამა (ისეთივე როგორიც იყო საიტზე მაგალითთან 18.5 დაკავშირებით) ან სხვა მათემატიკური პროგრამა, რათა ამოხსნათ ოპტიმიზაცის პრობლემა მეორე სუკეთესო შემთხვევისათვის. დარწმუნდით, რომ დაამატეთ ზღვრები სადაზღვევო გადახდების მიმართ $0 \leq x_R \leq 1000$. დარწმუნდით, რომ ზღვარი $0 \leq x_R$ დაცულია და უფლებები არ არის მომსახურებული მეორე საუკეთესო შემთხვევაში.

18.6

განვიხილოთ იგივე შემთხვევა, რაც იყო მაგალითში 18.5, მაგრამ დავუშვათ, რომ დაზღვევის შეთავაზება ხდება კონკურენტი სადაზღვევო კომპანიების მიერ.

ა. დავუშვათ, რომ სადაზღვევო კომპანიები ვერ ანსხვავებენ ცაციებს და მარჯვენებს და აკეთებენ ერთი ტიპის შეთავაზებას. თუ ორივე ტიპი ერთნაირი ალბათობით ყიდულობს დაზღვევას, რა იქნება სამართლიანი პრემიუმი ყველა დაზღვეულისთვის?

ბ. რომელი ტიპის ინდივიდები იყიდიან დაზღვევას ა) შემთხვევაში დათვლილი პრემიუმისთვის?

გ. ბ- შემთხვევაში მიღებულ შედეგებზე დაყრდნობით, იქნება თუ არა სადაზღვევო მოგება სწორად გამოანგარიშებული?

18.7

დავუშვათ, რომ 100 მანქანა იქნება შეთავაზებული მეორადი მანქანების ბაზარზე. ვთქვათ, 50 მათგანი არის კარგი და მათი ღირებულებაა $10,000, ხოლო 50 მანქანა არის „ლიმონი“ და ღირებულება აქვს მხოლოდ $2,000.

ა. გამოიანგარიშეთ მაქსიმუმ რამდენს გადაიხდიდა მყიდველი მანქანისთვის, თუ მას არ შეუძლია მანქანის ხარისხის დადგენა.

ბ. დავუშვათ, არის ბევრი მყიდველი და მათ შორის არსებული კონკურენცია იწვევს იმას, რომ ისინი ყველა მანქანას ყიდულობენ თავიანთ მაქსიმალურ ფასად. რა იქნებოდა საბაზრო წონასწორობის წერტილი, თუ გამყიდველი მანქანას აფასებს $8,000? $6,000?

18.8

განვიხილოთ საერთო ღირებულებების აუქციონის შემთხვევა. ორი მყიდველი, ორივე იძლევა ფარულ სიგნალს ნივთის მისეულ ღირებულებაზე. სიგნალი შეიძლება იყოს

მაღალი H ან დაბალი L, მათი მოსვლის ალბათობები თანაბარია. თუ ორივე აძლევს სიგნალს H ნივთის ღირებულება არის 1, წინააღმეგ შემთხვევაში 0.

ა. რა იქნებოდა ნივთის სავარაუდო ღირებულება მყიდველისთვის, რომელიც იძლევა სიგნალს L? მყიდველისთვის, რომელიც იძლევა სიგნალს H?
ბ. დავუშვათ, მყიდველი აკეთებს თავისი სავარაუდო ღირებულების შეთავაზებას, დათვლილს ა) შემთხვევაში. აჩვენეთ, რომ მათ შეუძლიათ მიიღონ უარყოფითი მოგება H სიგნალის შემთვევაში-გამარჯვებულის კურსის მაგალითი.

ანალიტიკური ამოცანები

18.9 ექიმის და პაციენტის დამოკიდებულება

განვიხილოთ შემთხვევა ძირითადი პირისა და აგენტის ურთიერთობაზე ექიმსა და პაციენტს შორის. დავუშვათ, რომ პაციენტის სარგებლიანობის ფუნქცია არის $U_p(m, x)$, სადაც m არის სამედიცინო მოვლა (ოდენობა დგინდება ექიმის მიერ) და x განსაზღვრავს სხვა მოხმარებას. პაციენტს აქვს ბიუჯეტის შემოსაზღვრული განტოლება $I_C = P_M + X$, სადაც P_M არის სამედიცინო მოვლის შედარებითი ფასი. ექიმის სარგებლიანობის ფუნქცია არის შემდეგი $U_D(I_D) + U_P$ ანუ ექიმი იღებს სარგებლიანობას შემოსავლიდან, მაგრამ ალტურისტულობა, ასევე, იძლევა სარგებლიანობას პაციენტის კარგად ყოფნის დროს. ასევე, ითვლება, რომ ექიმი არის იდეალური ალტურისტი და რომ მისი სარგებლიანობა იზრდება ერთი-ერთში მის პაციენტთან ერთად. ექიმი შემოსავალს იღებს პაციენტის სამედიცინო დანახარჯებიდან $I_C = P_M m$. აჩვენეთ, რომ ამ შემთხვევაში, ექიმი ზოგადად აირჩევს ისეთ m-ს, რომელიც უფრო მაღალია, ვიდრე სრულად ინფორმირებული პაციენტი აირჩევდა.

18.10 სამი ტიპის დიაგრამა

დავუშვათ, აგენტს შეუძლია იყოს ერთ-ერთი სამი ტიპიდან და არა ორი ტიპის, როგორც იყო თავში 2.

ა. დავუბრუნდეთ მონოპოლისტის პრობლემას, რომელიც ითვლიდა ოპტიმალურ არაწრფივ ფასს. წარმოადგინეთ პირველი საუკეთესო სქემური დაიგრამა 18.5 ნახაზის შეცვლით. გააკეთეთ იგივე მორე საუკეთესოს შეცვლით ნახაზიდან 18.7.
ბ. დავუბრუნდეთ მონოპოლისტის პრობელმას, რომელმაც უნდა დაადგინოს იდეალური სადაზღვევო შეთავაზებები. წარმოადგინეთ პირველი საუკეთესო დაიგრამა 18.8 ფიგურის შეცვლით. გააკეთეთ იგივე მორე საუკეთესოს შეცვლითნახაზიდან 18.9.

18.11 გაზრდილი კონკურენცია აუქციონის დროს

ნახატი გატანილია აუქციონზე, სადაც არის n მოთამაშე, თითოეულს აქვს თავისი ფარული ღირებულება განაწილებული არათანაბრად 0-სა და 1-ს შორის.

ა. გამოთვალეთ წონასწორობის წერტილში თამაშის სტრატეგია პირველი ფასის ფორმატის აუქციონისთვის. გამოთვალეთ გამყიდველის მოსალოდნელი შემოსავალი ამ ტიპის დროს. *ჰინტი:* გამოიყენეთ მოსალოდნელი შემოსავლის ფორმულა k ხარისხის სტატისტიკისთვის არათანაბარი განაწილებიდან,როგორც იყო მაგალითში 18.70.

ბ. გამოთვალეთ წონასწორობის წერტილში თამაშის სტრატეგია მეორე ფასის ფორმატის აუქციონისთვის. გამოთვალეთ გამყიდველის მოსალოდნელი შემოსავალი ამ ტიპის დროს ა) ნაწილში მოცემული მინიშნების გამოყენებით.

გ. აჩვენებს თუ არა ეს ორი ტიპის აქუციონი თანაბარ შემოსავლებს?

დ. თითოეული აქუციონის ფორმატისთვის, როგორ შეიცვლებოდა მოთამაშეების სტრატეგია და გამყიდველის შემოსავალი, თუ გაიზრდებოდა მოთამაშეების რაოდენობა?

18.12 გუნდური ძალისხმევა

გუნდში მოთამაშეების გაზრდამ შეიძლება შეამციროსმოტივაცია, როდესაც ეს გუნდი მუშაობს საერთო პროდუქტის შესაქმნელად[11], ეს პრობლემა იქნება ილუსტრირებული. დავუშვათ, n პარტნიორი ერთად იღებს შემოსავალს $R = e_1 + \ldots + e_n$ ამ შემთხვევაში e_i არის i-ს პარტნიორის ძალისხმევა, რაც მას უჯდებას $c(e_i) = e_i^2/2$.

ა. გამოთვალეთ წონასწორობის წერტილში ძალისხმევა და მოგება (შემოსავალს გამოკლებული ძალისხმევის ღირებულება), თუ თითოეული პარტნიორი იღებს თანაბარ წილს შემოსავლიდან.

ბ. გამოთვალეთ წონასწორობის წერტილში ძალისხმევა და საშუალო მოგება თუ მხოლოდ ერთი პარტნიორი იღებს წილს. არის თუ არა უკეთესი წილის დაყოფა?

გ. დავუბრუნდეთ ა) შემთხვევას და გავაწარმოოთ მოგება n-ის მიმართ თითოეული პარტნიორისთვის. გაიზრდება თუ არა მოგება თითოეული პარტნიორისთვის? რა იქნება ზღვარი,თუი გაიზრდება?

დ. ზოგიერთი კომენტატორი ამბობს, რომ *ESOP*-ები (როდესაც ფირმის წილები არის განაწილებული მის მუშებზე) მომგებიანია,რადგან ისინი იძლევიან მოტივაციას უკეთ მუშაობისთვის. თქვენი პასუხი ახსენით გ) შეკითხვიდან, თუ *ESOP*-ს შეიძლება ყავდეს ათასობით მუშა?

---

11 The classic reference on the hidden-action problem with multiple agents is B. Holmström, „*Moral Hazard in Teams*," Bell Journal of Economics (Autumn 1982): 324–40.

დამატებითი საკითხავი

Bolton, P., and M. Dewatripont. Contract Theory. Cambridge, MA: MIT Press, 2005.

ეს არის კონტრაქტების თეორიის სიღრმისეული წიგნი, რომელიც განიხილავს ამ თავში მოცემულ და ბევრ სხვა საკითხს.

Krishna, V. Auction Theory. San Diego: Academic Press, 2002.

აუქციონების თეორიის სახელმძღვანელო.

Lucking-Reiley, D. "Using Field Experiments to Test Equivalence between Auction Formats: Magic on the Internet." American Economic Review (December 1999): 1063-80.

ტესტავს შემოსავლების ექვივალენტურობის თეორემას მაგიური სათამაშო კარტების ინტერნეტით გაყიდვის გზით სხვადასხვა აუქციონზე.

Milgrom, P. "Auctions and Bidding: A Primer." Journal of Economic Perspectives (Summer 1989): 3-22.

ინტუიციური დისკუსია კვლევითი კითხვებისა და გამოყენებითი მეთოდების შესახებ აუქციონების თეორიების მიხედვით.

Rothschild, M., and J. Stiglitz. "Equilibrium in Competitive Insurance Markets: An Essay on the Economics of Imperfect Information." Quarterly Journal of Economics (November 1976): 629–50.

წარმოადგენს არახელსაყრელი შერჩევის ლამაზ გრაფიკას. შეიცავს წონასწორობის დამყარების სხვადასხვა ილუსტრაციას.

Salanié, B. The Economics of Contracts: A Primer. Cambridge, MA: MIT Press, 1997.

კონტრაქტების თეორიის უფრო ღრმა მიმოხილვა, ვიდრე ამ თავშია მოცემული.

Shavell, S. Economic Analysis of Accident Law. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1987.

აანალიზებს სხვადასხვა კანონის გავლენას მსხვერპლთა და დაზარალებულთა სიფრთხილის დონეზე. განიხილავს რა გავლენას ახდენს დაზღვევა სხვადასხვა მხარის ქცევაზე.

დანართები

არაწრფივი ფასების დადების განგრძობადი ტიპები

ამ ნაწილში ჩვენ ჩავუღრმავდებით არაწრიფივი ფასების ანალიზს და დავუშვებთ, რომ მომხმარებლები არიან უსასრულოდ ბევრნი და არა ორი. ეს გაგრძელება იქნება განსაკუთრებით მნიშვნელოვანი სტუდენტებისთვის, რომლებიც დაინტერესებულნი არიან მეორე თავში ახსნილი ოპტიმალური კონტროლის ტექნიკების ახალი აპლიკაციებით. იცოდეთ, რომ ამ ნაწილში გამოყენებული მათემატიკა ერთ-ერთი ყველაზე რთულია ამ წიგნში. მათთვის, ვინც დაინტერესებულნი არ არიან ოპტიმალური კონტროლით, რაც შეიძლება შეიძინონ ამ გაგრძელებიდან არის „დაჯერება-რწმენა“: ჩვენ შეგვიძლია ვიყოთ დარწმუნებულები, რომ დასკვნები, რაც მივიღეთ მარტივი ორი-ტიპის მოდელიდან, ნამდვილად იქნება შენარჩუნებული უფრო ფართო მასშტაბებშიც.

E18.1 დარჩენილი კითხვები დამაიდენტიფიცირებელი ტიპის მოდელებზე (გაგრძელება)

ჩვენ განვიხილეთ მარტივი დამალული ტიპის მოდელები თავში 18. აგენტს შეეძლო ყოფილიყო მხოლოდ ერთი ორი შესაძლო ვარიანტიდან. მაგალითად არაწრფივი ფასების აპლიკაციაში აგენტი იყო მომხმარებელი, რომელსაც შეეძლო ჰქონოდა მაღალი ან დაბალი მოთხოვნა. სადაზღვევო უარყოფითი შერჩევის აპლიკაციისას აგენტი იყო ინდივიდი, რომელსაც შეეძლო ჰქონოდა ტრამვის მიღების მაღალი ან დაბალი ალბათობა. ჩვენ მივიღეთ სათანადო ცოდნა ანალიზებიდან, სადაც, ასევე, შედიოდა შემთხვევა, სადაც დაბალი ტიპის ხელშეკრულება ძალით იყო დამახინჯებული პირველი ტიპის მაღალ კონტრაქტთან შედარებით. ეს შემთხვევა შეჯამებული იყო შემდეგნაერად „არანაირი ძალით დამახინჯება მაღალ დონეებზე“.

ანალიზმა მაინც დატოვა რამდენიმე ღია შეკითხვა. ზოგადად როგორ ახასიათებს პირველი-ხარისხის კონდიციები მეორე – საუკეთესო კონტრაქტებს? ნიშნავს თუ არა „არანაირი ძალით დამახინჯება მაღალ დონეებზე“, რომ მხოლოდ მაღალი ტიპის კონტრაქტები არის ეფექტური, ან დაბალი დონის ან რაღაც მათ შორის? უნდა თუ არა მონოპოლისტს ყველა ტიპის შეთავაზება? თუ უნდა რომ დაბალი ტიპები დარჩეს შეთავაზებებს გარეთ? ჩვენ არ შეგვიძლია გავცეთ პასუხი ამ კითხვებს ორი-ტიპის მოდელის ანალიზით, მაგრამ ამ კითხვებზე პაუხის გაცემა შესაძლებელი იქნება უსაზღვროდ განგრძობადი განაწილების შემთხვევის განხილვისას. როგორც უკვე აღვნიშნეთ ამ გაგრძელების მიზანია ვაჩვენოთ თავში 2 განხილიული ოპტიმალური კონტროლის მეთოდის ძალა დინამიური პრობლემების დროს.

E18.2 არაწრფივი ფასების მოდელი (გაგრძელება)

კონკრეტულობისთვის ჩვენ გავაკეთებთ აქცენტს არაწრფივი ფასების მოდელზე მონოპოლიისთვის. მონოპოლისტი თავაზობს პაკეტების მენიუს, ერთს თითოეული θ ტიპისთვის, სადაც პაკეტი დამოკიდებულია რაოდენობაზე $q(\theta)$ და ჯამურ ტარიფზე ამ რაოდენობისთვის $T(\theta)$. მომხმარებელს აქვს ფარული ინფორმაცია მისი ტიპის შესახებ, მაგრამ მონოპოლისტმა იცის მხოლოდ θ-ს განაწილება. დავუშვათ, $\varphi(\theta)$ არის ალბათობის სიხშირის განაწილების ფუნქცია და $\Phi(\theta)$ კი არის კუმულატიური განაწილების ფუნქცია. დავუშვათ,

ყველა ტიპი ვარდება ინტერვალში ქვედა ზღვარი θ_L და ზედა ზღვარი θ_H (გაიმეორეთ ალბათობების და სტატისტიკის ნაწილი მეორე თავიდან).

როგორც აქამდე, მომხმარებელის სარგებლიანობის ფუნქცია არის $U(\theta) = \theta v(q(\theta)) - T(\theta)$. მონოპოლისტის მოგება θ ტიპიდან არის $\prod(\theta) = T(\theta) - cq(\theta)$, სადაც c არის პროდუქტის მუდმივი ზრვრული და საშაულო ღირებულება.

E18.3 პირჯერი საფასურთან (გაგრძელება)

პირველი საუკეთესო ადგილი ამოსახსნელია. თითოეულ ტიპს უკეთებენ სოციალური ოპტიმალური ოდენობის შეთავაზებას, რომელიც აკმაყოფილებს პირობას $\theta v'(q) = c$. თითოეული ტიპი იხდის ტარიფს, რაც აკლდება მის მოგებას $T(\theta) = \theta v(q(\theta))$. მონოპოლისტი იღებს მოგებას $\theta v(q(\theta)) - cq(\theta)$, რაც ნათლად არის მთელი სოციალური მოგება.

E18.4 მეორე საფასურთან (გაგრძელება)

მონოპოლისტის მეორე საუკეთესო ფასის სქემა არის პაკეტების მენიუ $q(\theta)$ და $T(\theta)$, რაც მის მოსალოდნელ მოგებას უკეთებს მაქსიმიზაციას, მონაწილეებისა და მომხარებლის მოტივაციებისთვის მოცემული შეზღუდვების პირობებში.

$$\int_{\theta_L}^{Q_H} P(Q)f(Q)d(Q) = \int_{\theta_L}^{Q_H} \big(T(Q) - cp(Q)\big)f(Q)dQ, \quad \textbf{(i)}$$

როგორც უკვე ვნახეთ, მონაწილეების შეზღუდვები შემაშფოთებელია მხოლოდ დაბალი ტიპის მონოპოლური შეთავაზებისთვის. ამ დროს ყველა ტიპი მიიღებს მონაწილეობას, რადგან θ_L იღებს. რელევანტური მონაწიეობის ზღვარი იქნება

$$\theta_L v(q(\theta_L)) - T(\theta_L) \geq 0 \qquad \textbf{(ii)}$$

ანუ არ არის აუცილებელი ყველა მონაწილე ტიპმა მოთხოვოს მონოპოლისტს, რათა შეთავაზოს მას დადებითი რაოდენობა. მონოპოლისტმა შეიძლება აირჩიოს ნულოვანი ხელშეკრულების შეთავაზება (ტარიფი არის 0-ის ტოლი) გარკვეული ტიპებისთვის. თუ მონოპოლისტი შეამცირებს გარკვეულ ტიპის კონტრაქტებს ნულოვან კოტრაქტებამდე, ამ დროს მას შეეძლება მიიღოს უფრო მეტი მოგება მაღალი ტიპის კონტრაქტებიდან.

მოტივაციის თავსებადობა ითხოვს დამატებით განხილვას. მოტივაციის თავსებადობა ითხოვს რომ θ ტიპის პაკეტი ითვლება უფრო სასურველად, ვიდრე ნებისმიერი სხვა ტიპი. ანუ გამოდის, რომ $\theta v(q(\tilde{\theta})) - T(\tilde{\theta})$ არის მაქსიმალური, როდესაც $(\tilde{\theta}) = \theta$-ს. თუ განტოლებას გავაწარმოებთ პირველი ხარისხის წარმოებული $(\tilde{\theta})$-ს მიმართ, მივიღებთ

$$\theta v'(q(\tilde{\theta}))q'(\tilde{\theta}) - T'(\tilde{\theta}) = 0 \text{ სადაც } (\tilde{\theta}) = \tilde{\theta}; \qquad \textbf{(iii)}$$

ანუ

$$\theta v'(q(\theta))q'(\theta) - T'(\theta) = 0 \qquad \textbf{(iv)}$$

განტოლება **(iv)** არის აუცილებელიც და საკამრისიც მოტივაციის თავსებადობისთვის იმ პირობების გათვალისწინებით, რომლებიც სრულდება ბევრ მაგალითში, მაგრამ არის ძალიან ტექნიკური და აქ არ მოვახდენთ მათ განხილვას.

E18.5 ჭრობელის გადაწერა (გაგრძელება)

განტოლებაში **(iv)** არის ბევრი წარმოებული, რათა ის მოვარგოთ ოპტიმალური კონტროლის მეთოდს თავიდან 2. ანალოგიურ განტოლებას თავში 2 აქვს მხოლოდ ერთი წარმოებული (განტოლება 2.148). რათა მივიღოთ ქმედითი შეზღუდვა მოტივაციის თავსებადობისთვის შეხედეთ განტოლებას

$$\begin{aligned} U'(\theta) &= v(q(\theta)) + \theta v'(q(\theta))q'(\theta) - T'(\theta) \\ &= v(q(\theta))(v) \end{aligned} \qquad \textbf{(v)}$$

სადაც მეორე ნაწილი არის განტოლება (iv). ახლა ჩვენ უკვე გამოვიყვანეთ მოტივაციის თავსებოდაბისთვის შეზღუდვები იმ სახით, სადაც მხოლოდ 1 წარმობეულია. რადგან დიფერენციალური განტოლება $U'(\theta) = v(q(\theta))$ შეიცავს $U'(\theta)$-ს წარმოებულს $T(\theta)$-ს წარმოებულის ნაცვლად, ჩვენ შეიძლება გავაკეთოთ ჩანაცვლება $T(\theta) = \theta v(q(\theta)) - U(\theta)$ და ჩავსვათ ეს $q(\theta)$ და $T(\theta)$-ს სახით ნაცვლად $q(\theta)$-ს და $T(\theta)$-ისა, ყველა მაქსიმიზაციის პრობლემაში. შეცვლილი განტოლება იქნება შემდეგი სახის

$$\int_{\theta_L}^{\theta_H} \big(Qv(q(Q)) - U(Q) - cq(Q)\big) f(Q)\,dQ \qquad \text{(vi)}$$

თუ გავითვალისიწინებთ მონაწილეების შეზღუდვებს (უტოლობა ii) და მოტივაციის თავსებოდობის შეზღუდვებს $U'(\theta) = v(q(\theta))$. განტოლება 2.150-დან ჰამილტონის გამოყვანილი ოპტიმალური კონროლის განტოლება იქნება შემდეგი

$$H = (\theta v(q(\theta)) - U(\theta) - cq(\theta))f(\theta) + \gamma(\theta)v(q(\theta)) + U(\theta)\gamma'(\theta) \qquad \text{(vii)}$$

ჰამილტონიანის განტოლების ძირითადი პრინციპების დასანახად გეტყვით, რომ θ არის იგივე, რაც იყო t თავში 2, $q(\theta)$ არის საკონტროლო ცვლადი $c(t)$, $U(\theta)$ კი არის იგივე, რაც იყო $x(t)$,

$$\theta v(q(\theta)) - U(\theta) - cq(\theta)f(\theta) \qquad \text{(viii)}$$

განტოლება არის იგივე, რაც იყო f, და $U'(\theta) = v(q(\theta))$ არის დიფერენციალური განტოლება

$$\frac{dx(t)}{dt} = g\big(x(t), c(t)t\big) \qquad \text{(ix)}$$

E18.6 კონტროლის ოპტიმალური ამოხსნა (გაგრძელება)

$\partial H/\partial c = 0$ და $\partial H/\partial x = 0$; ანალოგიურად ამ პირობებისა განტოლებიდან 2.151, ამ შემთხვევაში კონტროლის ოპტიმალური ამოხსნის პირობა იქნება

$$\frac{dH}{dq} = \big(-v'(q(\ )) - c\big)(\ ) + (\ )v'(\ ) = 0, \qquad \text{(x)}$$

$$\frac{dH}{dU} = -\varphi(\theta) + \lambda'(\theta) = 0. \qquad \text{(xi)}$$

ამ პირობების უფრო გამოსადეგ ფორმაში ჩამოსაყალიბებლად, უნდა გამოვთვალოთ ლაგრანჟის კოეფიციენტი. მეორე განტოლება გვიჩვენებს, რომ $\gamma'(\theta) = f(\theta)$ კალკულუსის ფუნდამენტური თეორიის მიხედვით (განხილულითავში 2),

$$\begin{aligned}\lambda(\theta_H) - \lambda(\theta) &= \int_{\theta}^{\theta_H} \lambda'(s)\,ds \\ &= \int_{\theta}^{\theta_H} \varphi(s)\,ds = \\ &= \Phi(\theta_H) - \Phi(\theta) \\ &= 1 - \Phi(\theta),\end{aligned} \qquad \text{(xii)}$$

სადაც $\Phi(\theta_H) = 1$-ს რადგან Φ არის კუმულატიური განაწილების ფუნქცია, რომელიც არის 1-ის ტოლი, როდესაც ხდება მისი შეფასება შემთხვევითი ცვლადის შესაძლო მაქსიმლურ ნიშნულზე. ანუ გამოდის, რომ

$$\begin{aligned}\lambda(\theta) &= \lambda(\theta_H) + \Phi(\theta) - 1 \\ &= \Phi(\theta) - 1,\end{aligned} \qquad \text{(xiii)}$$

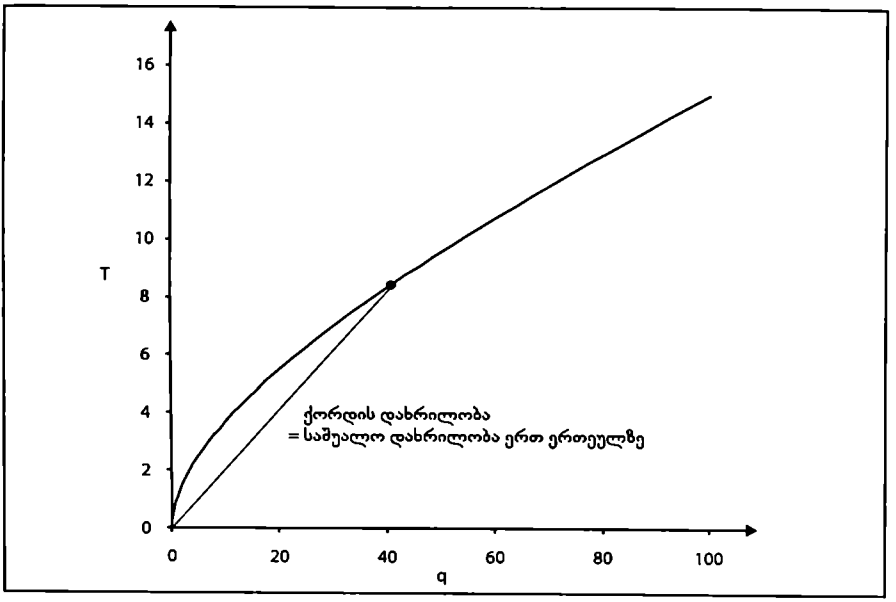
რადგან $\theta_H = 0$-ს (θ_H-ზე მაღლა აღარ არსებობენ ტიპები, რომლებიდანაც მივიღებთ მოგებას. ასე, რომ ღირებულება θ_H ტიპის ხელშეკრულების დამახიჯნებისა იზომება $\theta_H = 0$-ით). თუ x-ს ჩავსვამთ განტოლებაში, მივიღებთ რომ

$$\theta v'\big(q(\theta)\big) = c + \frac{1 - \Phi(\theta)}{f(\theta)} v'\big(q(\theta)\big). \qquad \text{(xiv)}$$

ეს განტოლება ბევრს გვეუბნევა მეორე სუკეთესოს ტიპზე, რადგან $\Phi(\theta_H) = 1$ ეს განტოლება უმაღლესი ტიპისთვის იკვეცება და ვიღებთ, რომ $\theta_H v'(q(\theta_H)) = c$-ს, პირველი საუკეთესოს კონდიცია. ჩვენ ისევ არ გვაქვს დამახინჯება უმაღლეს ტიპზე, მაგრამ ყველა სხვა ტიპს გარკვეული დამახინჯებები აქვთ

ნახაზი E18.1 არაწრფივი ფასების გრაფიკი განგრძობადი ტიპებისთვის

ეს გრაფიკი დაფუძნებულია გამოთვლებზე,რომელსაც ადგილი ჰქონდა თანაბრად განაწილებულ ტიპებისათვის. დიდი პაკეტი თითო-ერთეულზე ფასდაკლებას იღებს.



$q(\theta)$-ში. აღნიშნულის კარგად გასაგებად არ უნდა დაგვავიწყდეს, რომ $\theta v'(q(\theta)) > c$ ამ და სხვა ტიპისთვის გვეუბნება, რომ $q(\theta)$ არის უფრო დაბალი, ვიდრე პირველი საუკეთესო ყველა $\theta < \theta_H$-თვის.

E18.7 თანაბარი განაწილების შაგაიითი (გაგრძელება)

დავუშვათ, θ არის თანაბრად განაწილებული 0-სა და 1-ს შორის, $v(q) = 2\sqrt{q}$, რომ $f(\theta) = 1$ და $\Phi(\theta) = \theta$. განტოლება (xiv) გვიჩვენებს, რომ

$$q(\theta) = \left(\frac{2\theta - 1}{c}\right)^2 \qquad \text{(xv)}$$

ამ განტოლებიდან ცხადია, რომ მხოლოდ 1/2-ზე მაღლი ტიპები იქნება შეთავაზებული და 1/2-ზე დაბალი ტიპების შეთავაზებები არ მოხდება , ანუ მონოპოლისტი შეძლებს მიიღოს მეტი მოგება მაღალი ღირებულების მომხმარებლებიდან, ვისაც გაუკეთებს შეთავაზებებს. ტარიფის გამოსათვლელად უნდა დავაკვირდეთ, რომ

$$\begin{aligned} T(\theta) &= \int_{1/2}^{\theta} T'(s)ds \\ &= \int_{1/2}^{\theta} sv'(q(s))q'(s)ds \\ &= \frac{4\theta^2 - 1}{2c}, \end{aligned} \qquad \text{(xvi)}$$

სადაც პირველი ტოლობა სრულდება კალკულუსის ფუნდამენტური თეორემის გამო, მეორე უტ-

ოლობა განტოლება (iv)-ის და მესამე უტოლობა განტოლება (xv)-ს გამო.

E18.1 გრაფიკი არაწრფივი ფასების გრაფიკია. თითოეული წერტილი გრაფიკზე არის პაკეტი კონკრეტული ტიპისთვის. ერთი ერთეულის ფასი შეიძლება დავადგინოთ, თუ შევხედავთ ქორდის დახრის კუთხეს. ნათელია, რომ ქორდის დახრის კუთხე მცირდება q-ს გაზრდასთან ერთად. ეს ნიშნავს, რომ ერთეულის ფასი მცირდება, რაც თავისმხრივ გულისხმობს, რომ მაღალი რაოდენობის შენაძენზე ადგილი აქვს ფასდაკლებას.

ლიტერატურა

Bolton, P., and M. Dewatripont. *Contract Theory*. Cambridge, MA: MIT Press, 2005.

გარე ეფექტები და საზოგადოებრივი საქონელი

თავში 13 განვიხილეთ რამდენიმე პრობლემა, რომელებიც ხელს უშლიდა სრულყოფილი კონკურენციის ბაზრებს ეფექტიან განაწილებაში. ამ თავში განვიხილათ ორ ასეთ პრობლემას - გარე ეფექტები და საზოგადოებრივი საქონელი. პირველ რიგში, ვაჩვენებთ გარე ეფექტების და საზოგადოებრივი საქონლის არსებობას, როგორ შეიძლება ამახინჯებდეს რესურსების განაწილებას, ამით შესაძლებელი გახდება დავინახოთ კონკურენტული ფასებით მიღებული ინფორმაციის აბალი თვისებები და ვნახავთ, თუ რა შემთხვევებში იქნება ეს ინფორმაცია უსასრგებლო. გარე ეფექტების და საზოგადოებრივი საქონლის ღრმად შესწავლის მეორე მიზეზია გავიგოთ როგორ შეიძლება მოვახდინოთ ეფექტიანი განაწილება, მაშინ როდესაც ამას ვერ უზრუნველყოფს ბაზარი. ვნახავთ, რომ კონკრეტულ შემთხვევებში მაინც, კონკურენტული ბაზრის ეფექტიანობა იმაზე მაღალია, ვიდრე ამას ჩვენ ველოდებოდით.

გარე ეფექტების განსაზღვრა

გარე ეფექტებს ადგილი აქვს, რადგან ეკონომიკაში მოქმედი პირები გავლენას ახდენენ მესამე მხარეზე, რომელიც არ აისახება საბაზრო ტრანზაქციებში. ქიმიურ მრეწველობაში მომუშავე ფირმები ჰაერში აფრქვევენ მომწამლავ ნივთიერებებს, შვეულმფრენის ხმაური აღვიძებს ხალხს, მძღოლი ანაგვიანებს გზატკეცილს, ეს ყველაფერი ეკონომიკური თვალსაზრისით სხვადასხვა სახის ქმედებებია: მათ ყველას აქვთ ეფექტი ბაზარზე არ მყოფი ინდივიდების კეთილდღეობაზე. ეს ქმედებები შეიძლება ეწინააღმდეგებოდეს პირდაპირ ეფექტებს. მაგალითად, როდესაც მე გადავწყვეტავ პურის შეძენას, ამით ვზრდი პურზე ფასს, რამაც შეიძლება გავლენა მოახდინოს პურის სხვა მყიდველზე. მაგრამ ასეთი ეფექტი ვერ ჩაითვლება გარე ეფექტად და ვერ მოახდენს უარყოფით გავლენას რესურსების განაწილების ეფექტიანობაზე, რადგან ეს ტრანზაქცია აისახება საბაზრო ფასში.[1] ფასის მომატება, რომელიც გამოიწვია ჩემს მიერ პურის შესყიდვამ, გამოხატავს საზოგადოების უპირატესობებს და იგი ეხმარება ბაზარს ფა-

1 ზოგჯერ ერთ ეკონომიკურ აგენტს აქვს ფულადი გარე ეფექტი მეორე აგენტზე. ამ თავში ჩვენ არ განვიხილავთ ასეთ გარე ეფექტებს. ჩვენ ფოკუსირებას მოვახდენთ ტექნოლოგიურ გარე ეფექტებზე, რადგან ეს უკანასკნელი იწვევს რესურსების არაეფექტიან განაწილებას.

სი-რაოდენობის სწორი კომბინაციის შეთავაზებაში. ეს არაა მართალი მომწამლავი ნივთიერებების, შვეულმფრენის ხმაურისა და დაბინძურების შემთხვევებისთვის. ამ შემთხვევაში, საბაზრო ფასმა შეიძლება არასწორად ასახოს საზოგადოების დანახარჯი, რადგან ის არ ითვალისწინებს მესამე მხარის დაზარალებას. საბაზრო ფასის მიერ მიწოდებული ინფორმაცია არასწორ წარმოდგენას გვაძლევს ბაზარზე, რაც იწვევს რესურსების არაეფექტიან განაწილებას.

ამ ყველაფრიდან შეიძლება გამოვიყვანოთ განმარტება:

განსაზღვრება **გარე ეფექტი:** გარე ეფექტს ადგილი აქვს, მაშინ როდესაც ერთი ეკონომიკური აგენტის საქმიანობა გავლენას ახდენს სხვაზე ისე, რომ ეს არ აისახება საბაზრო ტრანზაქციებში.

ვიდრე გარე ეფექტების გამომწვევ მიზეზებს დეტალურად შევისწავლით. განვიხილოთ რამდენიმე მაგალითი. ისინი ზუსტად აღწერს ამ პრობლემის ბუნებას.

ფირმებსშორისი გარე ეფექტები

გარე ეფექტის მარტივი ფორმის ასახსნელად გამოვიყენებთ ორი ფირმის მაგალითს: ერთი ანარმოებს x, ხოლო მეორე y პროდუქტს. x პროდუქტის წარმოებას აქვს გარე ეფექტი y-ის წარმოებაზე, თუ y-ის გამოშვება დამოკიდებულია არა მარტო y-ის მწარმოებლის მიერ არჩეული საწარმოო ფაქტორების რაოდენობაზე, არამედ x-ის რაოდენობაზე. y-ის საწარმეო ფუნქცია შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგნაირად

$$y = f(k, l; x), \tag{19.1}$$

სადაც, x წერტილ-მძიმის შემდეგაა მოცემული. ეს ნიშნავს, რომ y-ის რაოდენობა დამოკიდებულია x-ზე, რომელსაც y-ის მწარმოებელი ვერ აკონტროლებს.[2] მაგალითად, დავუშვათ რომ ეს ორი ფირმა მდებარეობს მდინარეზე ერთმანეთის მიყოლებით, y-ში წყალი მიედინება x-ის გავლით. ასევე, დავუშვათ, x-ის მწარმოებელი აბინძურებს მდინარეს საწარმოო პროცესში. ამის გამო y-ის რაოდენობა დამოკიდებულია არამარტო მის საწარმოებლად საჭირო საწარმოო ფაქტორებზე, არამედ, ასევე, მდინარის დაბინძურების ხარისხზეც, დაბინძურების ხარისხი კი, თავისმხრივ დამოკიდებულია x-ის გამოშვებაზე. საწაროო ფუნქციაში 19.1 x-ს ექნება უარყოფითი ზღვრული ფიზიკური პროდუქტიულობა, ანუ $\partial y/\partial x < 0$. x-ის წარმოებული რაოდენობის ზრდა გამოიწვევს y-ის რაოდენობის შემცირებას. შემდეგ ქვეთავში ამ საკითხს შევისწავლით უფრო ღრმად.

2 ამ თავის ანალიზისას დავინახავთ, რომ დაშვება „არა კონტროლს" შესაცვლელია.

დადებითი გარე ეფექტები

ორ ფირმას შორის ურთიერთქმედება ასევე შეიძლება ორმხრივად სასარგებლო იყოს. დადებითი გარე ეფექტების უმეტესობას ვხვდებით სოფლის მეურნეების დარგში. მართლაც, ყველაზე ცნობილი მაგალითი რომელიც შემოგვთავაზა ჯ. მეადმა მოიცავს ორ ფერმას, რომელთაგან ერთი აწარმოებს თაფლს (უვლის ფუტკრებს) და მეორე აწარმოებს ვაშლს.[3] რადგან ფუტკრები იკვებებიან ვაშლის ყვავილით, ვაშლის წამოების ზრდა გამოიწვევს თაფლის რაოდენობის შესაბამის ზრდას. კარგად გამოკვებილი ფუტკრები მეფუტრკისათვის არის დადებითი გარე ეფექტი. ანუ, საწარმოო ფუნქციაში 19.1 $\partial y/\partial x > 0$. ჩვეულებრივ სრულყოფილი კონკურენციის შემთხვევში, ერთი ფირმის წარმოებას პირდაპირი გავლენა არ აქვს მეორის წარმოებაზე, ანუ $\partial y/\partial x = 0$.

გარე ეფექტები სარგებლიანობაში

გარე ეფექტს, ასევე, ადგილი ექნება თუ, ერთი ეკონომიკური აგენტის ქმედება პირდაპირ გავლენას ახდენს ინდივიდის სარგებლიანობაზე. ეს ძირითადად არის გარემოსდაცვითი გარე ეფექტები. ეკონომიკური თვალსაზრისით დიდი განსხვავება არ არის გარე ეფექტს გამოიწვევს ფირმა (ქიმიური საწარმო ან შვეულმფრენის ხმაური) თუ ინდივიდი (დანაგვიანება, მაღალ ხმაზე მოსმენილი რადიო). ინდივიდის შემთხვევაში, ანალოგიურად აისახება ერთი ინდივიდის სარგებელი მეორის სარგებლიანობის ფუნქციაში, როგორც ეს ფირმების შემთხვევაში მოხდა (y-ის საწარმოო დონეზე გავლენას ახდენდა x-ის გამოშვების რაოდენობა). როგორც ფირმის შემთხვევაში, ინდივიდებშიც ეს გარე ეფექტი შეიძლება იყოს დადებითი (შეიძლება მოგვწონდეს ის მუსიკა, რასაც ჩვენი მეზობელი ხმამაღლა უსმენს). ანუ, კიდევ ერთხელ რომ გავიმეოროთ, ნულოვანი გარე ეფექტი შეიძლება აღვიქვათ როგორც საშუალო სიტუაცია, როდესაც ერთი ეკონომიკური აგენტის ქმედება გავლენას არ ახდენს მეორის სარგებლიანობაზე.

ერთი კერძო სახის სარგებლიანობის გარე ეფექტი არის, როდესაც ერთი ადამიანის სარგებლიანობა პირდაპირ აისახება მეორის სარგებლიანობაში. მაგალითად, თუ სმიტი ღელავს ჯონის კეთილდღეობაზე, მაშინ მისი სარგებლიანობის ფუნქცია U_s შეიძლება ჩავწეროთ როგორც

$$\textbf{სარგებლიანობა} = U_s(x_1, \ldots, x_n; U_j), \qquad \textbf{(19.2)}$$

სადაც, $x_1, \ldots, x_n$ არის სმიტის მიერ მოხმარებული პროდუქტი და U_j არის ჯონის სარგებლიანობა. თუ სმიტი არის ალტრუისტი და სურს ჯონი იყოს კარგად (მაგალითად თუ ჯონი არის მისი ახლო ნათესავი), მაშინ $\partial U_s/\partial U_j$ უნდა იყოს დადებითი. მეორე მხრივ, თუ სმიტს არ უყვარს ჯონი, მაშინ $\partial U_s/\partial U_j$ უნდა იყოს უარყოფითი, რაც იგივეა, რომ

3 J. Meade, "External Economies and Diseconomies in a Competitive Situation," *Economic Journal* 62 (March 1952): 54–67.

ჯონის კარგად ყოფნა უარყოფით გავლენას ახდენს სმიტის კეთილდღეობაზე. ამ ორ უკიდურესობას შორის არსებობს სმიტის ჯონის მიმართ ნეიტრალური დამოკიდებულება, როდესაც $\partial U_s/\partial U_j = 0$, ეს დაშვება გვაქვს ამ წიგნის უმეტეს ნაწილში (იხილეთ თავის 3 დამატება).

საზოგადოებრივი საქონელის გარე ეფექტები

„საზოგადოებრივ“ ან „კოლექტიურ“ საქონლზე ფოკუსირებას მოვახდენთ წიგნის მეორე ნაწილში. ასეთი საქონლის განსაზღვრებითი მახასიათებელი არის არაგამორიცხვადობა; ეს ნიშნავს, როდესაც ასეთი საქონელი იწარმოება (მნიშვნელობა არ აქვს მთავრობის თუ კერძო სექტორის მიერ), ეს სარგებელს აძლევს მთელ ჯგუფს – შესაძლოა ყველასაც. შესაძლებელია შევზღუდოთ ამ საქონლის მომხმარებელთა არეალი იმის მიხედვით ვინ გადაიხადა და ვინ არა, ანუ სარგებლიანობა ხელმისაწვდომია ყველასთვის. როგორც მე-13 თავში აღვნიშნეთ ეროვნული თავდაცვა არის ამის კარგი მაგალითი. თავდაცვის სისტემის დაფუძვნების შემდეგ, საზოგადოების ყველა წევრი დაცული ხდება მიუხედავად იმისა ეს მათ უნდათ თუ არა, ან გადაიხადეს თუ არა. ასეთი პროდუქტის ოპტიმალური დონის არჩევა რთული პროცესია, რადგან საბაზრო მინიშნებები არაა მოწესრიგებული.

ბარე ეფექტები და არაეფექტიანი ბანაწილება

გარე ეფექტების დროს, ბაზარი ვერ უზრუნველყოფს რესურსების ეფექტიან განაწილებას, რადგან ფასები ვერ ასახავენ მესამე მხარეზე მიყენებულ დანახარჯს ან სარგებელს. არაეფექტიანობის საჩვენებლად გვჭირდება ზოგადი წონასწორობის მოდელის განხილვა, რადგან მხოლოდ ერთი ბაზრის ანალიზით ვერ გავიგებთ მესამე მხარეზე მოხდენილ გავლენას. ამ ქვეთავში განვიხილავთ მარტივ მოდელს, რომელიც საშუალებას მოგვცემს კომპაქტურად განვიხილოთ გარე ეფექტები. კერძოდ, დავუშვათ, რომ ეკონომიკაში არის ერთადერთი ადამიანი, რომლის სარგებლიანობა დამოკიდებულია x-ის და y-ის მოხმარებულ რაოდენობაზე. ამ ორი პროდუქტის მოხმარების დონეები აღვნიშნოთ x_c-თი და y_c-თი, ანუ გვექნება

$$\textbf{სარგებლიანობა} = U(x_c, y_c) \qquad \textbf{(19.3)}$$

ამ ადამიანს აქვს x-ის და y-ის საწყისი მარაგი (რომელთაც აღვნიშნავთ x^*, y^*) რომელიც შეიძლება მოხმარებული ან გამოყენებული იქნას როგორც შუალედური საქონელი. სიტუაციის გასამარტივებლად დავუშვათ, რომ x-ის საწარმოებლად გვჭირდება მხოლოდ y, საწარმოო ფუნქციას კი ექნება შემდეგი სახე

$$x_0 = f(y_i), \qquad \textbf{(19.4)}$$

სადაც ინდექსი 0 ასახავს გამოშვებულ პროდუქტს, ხოლო i საწარმოო ფაქტორს. გარე ეფექტის შემოსატანად დავუშვათ, რომ y-ის საწარმოო რაოდენობა დამოკიდებულია არა მარტო x-ის, როგორც საწარმოო ფაქტორის რაოდენობაზე, არამედ მთლიანად x-ის საწარმოო დონეზე. ეს შეიძლება იყოს ის სიტუაცია, როდესაც ერთი ფირმა მეორის ქვემოთ მდებარეობდა მდინარეზე, და რომელიც იძულებული იყო x-ის მიერ გამოწვეული დაბინძურებისთვის გაეძლო. y-ის საწარმოო ფუნქცია იქნება

$$y_0 = g(x_i, x_0), \tag{19.5}$$

სადაც, $g_1 > 0$ (მეტი საწარმოო ფაქტორის x-ის გამოყენებით გამოვუშვებთ უფრო მეტ პროდუქტს y), მაგრამ $g_2 < 0$ (დამატებითი x-ის შეგვიმცირებს y-ის გამოშვებას გარე ეფექტის გამო).

თითოეული საქონლის რაოდენობა შეზღუდულია თავდაპირველი მარაგებით და დამატებით წარმოებული პროდუქტით:

$$x_c + x_i = x_0 + x^*, \tag{19.6}$$
$$y_c + y_i = y_0 + y^*, \tag{19.7}$$

ეფექტიანი განაწილების პოვნა

ამის შემდეგ უნდა ამოვხსნათ შემდეგი ეკონომიკური ამოცანა: მოვახდინოთ სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია, იმ პირობით, რომ სრულდება ტოლობებით 19.4-19.7 მოცემული ოთხი შეზღუდვა. ამოსახსნელად უნდა შემოვიტანოთ ლაგრანჟის მამრავლის ცნება. ლაგრანჟის გამოსახულება მოცემული ამოცანისთვის იქნება

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = U(x_c, y_c) &+ \lambda_1[f(y_i) - x_0] + \lambda_2[g(x_i, x_0) - y_0] \\ &+ \lambda_3(x_c + x_i - x_0 - x^*) + \lambda_4(y_c + y_i - y_0 - y^*),\end{aligned} \tag{19.8}$$

ექვსი პირობა მაქსიმუმისთვის იქნება

$$\begin{aligned}
&\delta\mathcal{L}/\delta x_c = U_1 + \lambda_3 = 0, && \text{[i]}\\
&\delta\mathcal{L}/\delta y_c = U_2 + \lambda_4 = 0, && \text{[ii]}\\
&\delta\mathcal{L}/\delta x_i = \lambda_2 g_1 + \lambda_3 = 0, && \text{[iii]}\\
&\delta\mathcal{L}/\delta y_i = \lambda_1 f_y + \lambda_4 = 0, && \text{[iv]}\\
&\delta\mathcal{L}/\delta x_0 = \lambda_1 + \lambda_2 g_1 - \lambda_3 = 0, && \text{[v]}\\
&\delta\mathcal{L}/\delta y_0 = -\lambda_2 - \lambda_4 = 0, && \text{[vi]}
\end{aligned} \tag{19.9}$$

λ-ების წაშლა ამ ტოლობებიდან შეგვიძლია მარტივად. [i]-ის გაყოფით [ii]-ზე მივიღებთ ჩვენთვის ნაცნობ შედეგს

$$MRS = \frac{U_1}{U_2} = \frac{\lambda_3}{\lambda_4}. \tag{19.10}$$

ტოლობებიდან [iii] და [iv] გამომდინარეობს

$$MRS = \frac{\lambda_3}{\lambda_4} = \frac{\lambda_2 g_1}{\lambda_2} = g_1. \tag{19.11}$$

y-ის საწარმოო მაქსიმიზაცია მოითხოვს, რომ ინდივიდის MRS მოხმარებაში იყოს x ზღვრული პროდუქტის ტოლი y-ის წარმოებაში. ეს დასკვნა იმეორებს თავის 13 შედეგებს, სადაც ვაჩვენეთ, რომ ეფექტიანი საწარმოო არჩევანი მოითხოვს, რომ მოხმარების dy/dx და წარმოების dy/dx ტოლი იქნება.

ეფექტიანობის მისაღწევად x-ის წარმოებაში, ასევე უნდა გავითვალისწინოთ გარე ეფექტი, რომელიც გავლენას ახდენს y-ის წარმოებაზე. iv და vi ტოლობების გაერთიანებით მივიღებთ

$$MRS = \frac{\lambda_3}{\lambda_4} = \frac{-\lambda_1 + \lambda_2 g_1}{\lambda_4} = \frac{-\lambda_1}{\lambda_4} + \frac{\lambda_2 g_1}{\lambda_4} = \frac{1}{f_y} + g_2. \tag{19.12}$$

ინტუიციურად, ეს ტოლობა მოითხოვს, რომ MRS უდრიდეს dy/dx, რომელიც მივიღეთ, x-ის წარმოებიდან. გამოსახულების პირველი წევრი $1/f_y$, წარმოადგენს y-ის ზღვრული პროდუქტის შებრუნებულს x-ის წარმოებაში – ეს არის dy/dx-ის პირველი კომპონენტი, როდესაც განვიხილავთ x-ის წარმოებას. მეორე წევრი, g_2, არის უარყოფითი გავლენა, რომელიც x-ის წარმოებას აქვს y-ის წარმოებაზე – ეს არის dy/dx-ის მეორე კომპონენტი, როდესაც განვიხილავთ x-ის წარმოებას. თუ, g_2 იქნებოდა ნულის ტოლი, მაშინ ტოლობებში 19.11 და 19.12 მოცემული იქნებოდა ერთიდაიგივე პირობები ეფექტიანისაწარმოოთვის, რომელიც უნდა გამოვიყენოთ როგორც x, ასევე y-თვის. გარეგენი ეფექტების არსებობის შემთხვევაში კი x-ის ეფექტიანი დონის საწარმოო არჩევა გაცილებით რთულია.

კონკურენტული განაწილების არაეფექტიანობა

თუ ამ მოდელში დავეყრდნობით კონკურენტულ ფასწარმოქმნას, შედეგად მივიღებთ რესურსების არაეფექტიან განაწილებას. p_x და p_y წონასწორული ფასებით, სარგებლიანობის მაქსიმიზაციისთვის ინდივიდი აირჩევს

$$MRS = p_x/p_y \tag{19.13}$$

ხოლო, y-ის მწარმოებელი და მოგების მაქსიმიზაციაზე ორიენტირებული ფირმა აირჩევს x-ის რაოდენობას

$$p_x = p_y g_1. \tag{19.14}$$

ამგვარად,ეფექტიანობის პირობა (ტოლობა 19.11) სრულდება. მაგრამ x-ის მწარმოებელი აირჩევს y საწარმოო ფაქტორს, როგორც

$$p_x = p_y f_y \quad \text{ან} \quad \frac{p_x}{p_y} = \frac{1}{f_y}. \tag{19.15}$$

ანუ, x-ის მწარმოებელი უგულვებელყოფს გარე ეფექტს, რომლითაც აზარალებს y-ის მწარმოებელს, ამის გამო, სხვა ეფექტიანობის პირობები (ტოლობა 19.12) არ შესრულება. ეს ჩავარდნა გამოიხატება ეფექტიან დონეზე ზედმეტი x-ის წარმოებით. ამის საჩვენებლად შევნიშნოთ, რომ x-ის წარმოებაში y-ის ზღვრული პროდუქტი (f_y) უფრო მცირეა საბაზრო განაწილების დროს (ტოლობა 19.15), ვიდრე ოპტიმალური განაწილების დროს (ტოლობა 19.12). საბაზრო განაწილების დროს, ოპტიმალური დონესთან შედარებით, x-ის საწარმოებლად უფრო მეტი y-ია გამოყენებული, (შესაბამისად უფრო მეტი x იწარმოება). მაგალითში 19.1 განხილული რიცხვითი მაგალითი წონასწორობის არაოპტიმალურობაზე.

მაგალითი 19.3 საწარმოებრივი ეფექტები

ბაზრის ჩავარდნის გამო მიღებული დანაკარგების განსახილველად ნაწილობრივ წონასწორობაში, დავუშვათ, რომ მოცემულია გამომცემლობის ფირმები, რომლებიც მდებარეობენ მდინარის გასწვრივ. მდინარეზე, ზემოთ მდებარე ფირმის საწარმოო ფუნქცია მოცემულია შემდეგი სახით

$$x = 2{,}000 l_x^{1/2} \tag{19.16}$$

სადაც l_x არის წარმოებაში გამოყენებული მუშახელის რაოდენობა, ხოლო x არის გამოშვებული რაოდენობა. მდინარეზე ქვემოთ მდებარე ფირმას (y) აქვს მსგავსი საწარმოო ფუნქცია, მაგრამ მის გამოშვებაზე, ასევე, გავლენას ახდენს ქიმიური ნივთიერებები, რომელსაც მდინარეში ყრის x ფირმა:

$$y = \begin{cases} 2{,}000 l_y^{1/2}(x - x_0)^{\alpha} & \text{თუ } x > x_0, \\ 2{,}000 l_y^{1/2} & \text{თუ } x \le x_0, \end{cases} \tag{19.17}$$

სადაც, x_0 წარმოადგენს მდინარის ბუნებრივ შესაძლებლობას მოახდინოს დაბინძურების ნეიტრალიზება. თუ $\alpha = 0$, მაშინ x-ის საწარმოო პროცესს არანაირი ეფექტი არ აქვს y-ის წარმოებაზე, მაგრამ თუ $\alpha < 0$, x-ის ზრდა x_0-ზე ზემოთ გამოიწვევს y-ის გამოშვების შემცირებას.

დავუშვათ გამომცემლობა ყიდის გაზეთს \$1-ად და მუშახელის ხელფასი არის დღიურად \$50, x ფირმა მოახდენს მოგების მაქსიმიზაციას თუ ხელფასს გაუტოლებს შრომის ზღვრული პროდუქტის შემოსავალს:

(გაგრძელება)

$$50 = p \cdot \frac{\partial x}{\partial l_x} = 1{,}000 l_x^{-1/2}. \qquad \textbf{(19.18)}$$

ამონახსენი იქნება $l_x = 400$. თუ $\alpha = 0$ (ანუ გარე ეფექტები არ არის), ფირმა y დაიქირავებს, ასევე, 400 მუშახელს. თითიეული ფირმა კი გამოუშვებს 40,000 გაზეთს.

გარე ეფექტების გავლენა. თუ ფირმა x-ს აქვს უარყოფითი გარე ეფექტი ($\alpha < 0$), მისი მოგების მაქსიმიზაციისთვის მუშახელი არ შეიცვლება და ისევ იქნება $l_x = 400$ და აწარმოებს $x = 40{,}000$. მაგრამ y ფირმის გადაწყვეტილება შეიცვლება, რადგან მისი ზღვრული პროდუქტი შემცირდება გარე ეფექტის გამო. თუ $\alpha = -0.1$ და $x_0 = 38{,}000$, მაშინ მოგების მაქსიმიზაციის პირობა მოითხოვს

$$\begin{aligned} 50 &= p \cdot \frac{\partial y}{\partial l_y} = 1{,}000 l_y^{-1/2} (x - 38{,}000)^{-0.1} \\ &= 1{,}000 l_y^{-1/2} (2{,}000)^{-0.1} \\ &= 468 l_y^{-1/2}. \end{aligned} \qquad \textbf{(19.19)}$$

ამ განტოლების ამოხსნით მივიღებთ, რომ y ფირმა ამჯერად ქირაობს 87 მუშახელს, შემცირებული პროდუქტიულობის გამო. y ფირმის წარმოება კი იქნება

$$y = 2{,}000(87)^{1/2}(2{,}000)^{-0.1} = 8{,}723 \qquad \textbf{(19.20)}$$

გარე ეფექტის გამო ($\alpha = -0.1$), გამომცემლობის გამოშვება შემცირდება გარე ეფექტის არქონის მაგალითთან შედარებით ($\alpha = 0$).

არაეფექტიანობა. შეგვიძლია ვაჩვენოთ, რომ დეცენტრალიზებული მოგების მაქსიმიზაცია გვაძლევს არაეფექტიან შედეგს. წარმოვიდგინოთ, რომ ორივე x და y ფირმას ფლობს ერთი მეპატრონე, როგორ გადანაწილდება მუშახელი ამ შემთხვევაში? თუ ერთი მუშახელი გადავა x ფირმიდან y ფირმაში, მაშინ x-ის გამოშვება გახდება

$$x = 2{,}000(399)^{1/2} = 39{,}950; \qquad \textbf{(19.21)}$$

ფირმა y-ში კი,

$$y = 2{,}000(88)^{1/2}(1{,}950)^{-0.1} = 8{,}796 \qquad \textbf{(19.22)}$$

მთლიანი გამოშვება გაიზარდა 23 ერთეული გაზეთით, მაშინ როცა მთლიან მუშახელში ცვლილება არ მომხდარა. ანუ ბაზარზე დაფუძნებული განაწილება არ აღმოჩნდა

ეფექტიანი, რადგან x ფირმა არ ითვალისწინებდა უარყოფით გარე ეფექტს, რომელსაც ის უქმნიდა ფირმა y-ს.

ზღვრული პროდუქტიულობა. ეს შეიძლება წარმოვადგინოთ სხვა გზითაც თუ გამოვთვლით მუშახელის ნამდვილ სოციალურ ზღვრულ პროდუქტიულობას x ფირმისთვის. თუ ფირმა დაიქირავებს ერთით მეტ მუშახელს, მისი გამოშვება გაიზრდება

$$x = 2{,}000(401)^{1/2} = 40{,}050. \qquad \textbf{(19.23)}$$

როგორც მოგების მაქსიმიზაცია მოითხოვს, 401-ე მუშახელის (კერძო) ზღვრული პროდუქტის ღირებულება უნდა უდრიდეს ხელფასს. მაგრამ x-ის ზრდა, ასევე, გავლენას ახდენს y-ის წარმოებაზე – მისი გამოშვება მცირდება 21 ერთეულით. ამგვარად, მუშახელის სოციალური ზრრული პროდუქტი x ფირმისთვის რეალურად არის \$29 (\$50-\$21). ამის გამო ამ ორი ფირმის გაერთიანების შემთხვევაში მფლობელი სარგებელს მიიღებდა x-დან y ფირმაში რამდენიმე დასაქმებულების გადაყვანის შემთხვევაში.

შეკითხვა: დავუშვათ, α = +0.1. ეს რას გვეუბნევა ფირმების ურთიერთობაზე? ასეთი გარე ეფექტი როგორ გავლენას მოახდენს მუშახელის განაწილებაზე?

ბარე ეფექტების პრობლემის გადაჭრის გზები

სტიმულებზე დაფუძნებული გადაჭრის გზები გარე ეფექტებით გამოწვეული ზიანის გასანაწილებლად იწყება იმ დაკვირვებით, რომ გარე ეფექტების შემქმნელი ფირმა აწარმოებს ზედმეტად ბევრ პროდუქტს ბაზარზე განსაზღვრული წონასწორობის დროს. პირველი ეკონომისტი, რომელმაც მოგვცა სრული დახასიათება ბაზრის ასეთ დამახინჯებაზე იყო ა.ქ. პიგუ. მან მეოცე საუკუნის 20-იან წლებში გარე ეფექტების პრობლემის გადასაჭრელად გვირჩია გადასახადების დაწესება გარე ეფექტის გამომწვევ ერთეულზე.[4] სტიმულებზე დაფუძნებული[5] ყველა გამოსავალი ემყარება საერთო ძირითად აზრს.

გრაფიკული ანალიზი

ნახაზზე 19.1 მოცემულია გარე ეფექტისადა პიგუს გადასახადი ერთად. x პროდუქტის კონკურენტული მიწოდების მრუდი წარმოგვიდგენს ამ პროდუქტის კერძო ზღვრულ

4 A. C. Pigou, The Economics of Welfare (London: MacMillan, 1920). პიგუმ ასევე აღმოაჩინა, რომ აუცილებელია ისეთი საქონლის სუბსიდირება, რომელსაც აქვთ დადებითი გარე ეფექტი.

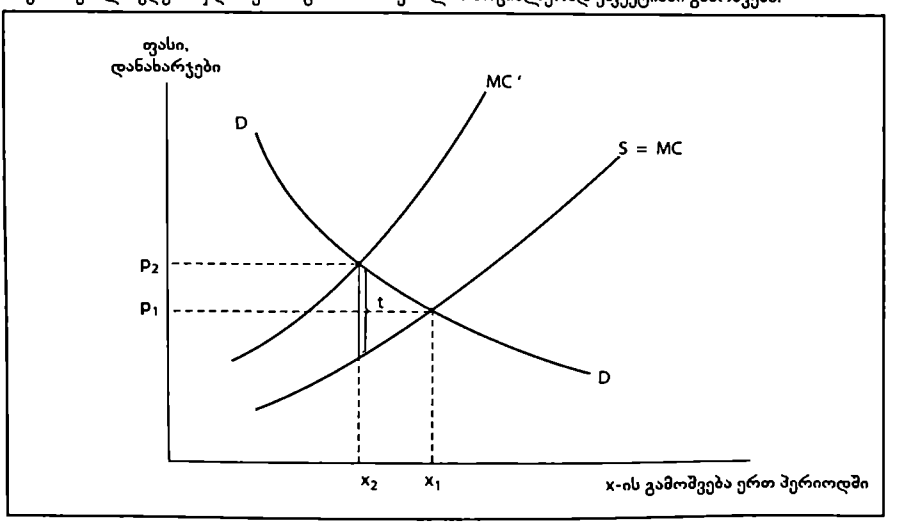
5 ჩვენ აქ არ განვიხილავთ წმინდა რეგულაციურ ამონახსენს, თუმცა, ასეთი ამონახსნები არის ყველაზე მნიშვნელოვანი ნაწილი გარემოს დაცვითი ეკონომიკის კურსში. იხილეთ: W. J. Baumol and W. E. Oates, The Theory of Environmental Policy, 2nd ed. (Cambridge: Cambridge University Press, 2005) და ამ თავის დამატება.

დანახარჯს (MC). როდესაც x-ზე მოთხოვნა მოცემულია DD მრუდით, საბაზრო წონასწორობა იქნება x_1 წერტილში. x წარმოებაში არსებული გარე დანახარჯები ქმნის განსხვავებას კერძო ზღვრულ დანახარჯებსა (MC) და მთლიან სოციალურ დანახარჯებს (MC') შორის. ეს განსხვავება წარმოდგენილია დანახარჯების მრუდებს შორის ვერტიკალური მანძილით. შევნიშნოთ, რომ თითეულ ერთეულზე დანახარჯი არაა აუცილებელი იყოს მუდმივი. მაგალითად, ნახაზზე მოცემულ შემთხვევაში გარე დანახარჯი იზრდება x-ის ზრდასთან ერთად (რაც იგივეა MC' და MC ერთმანეთს შორდებიან). ბაზარზე განსაზღვრული წონასწორული გამოშვების (x_1) დროს შესაბამისი სოციალური ზღვრული დანახარჯი აღემატება საბაზრო ფასს p_1-ს, ეს მიგვანიშნებს, რომ x-ის წარმოება ეფექტურზე მეტია. ნახაზიდან ჩანს, რომ ოპტიმალური დონე არის x_2, რომლის შესაბამისი ფასიც p_2 ასახავს მთლიან დანახარჯებს.

სხვა გადასახადების მსგავსად, პიგუს გადასახადის შემოღებაც გამოიწვევს ვერტიკალურ განსხვავებას მოთხოვნასა და მიწოდებას შორის x-ის ბაზარზე. ნახაზზე 19.1 ოპტიმალური გადასახადი აღნიშნულია t სიმბოლოთი. ამ გადასახადის შემოღება გამოიწვევს გამოშვების შემცირებას x_2 დონემდე ანუ სოციალურად ოპტიმალურ დონემდე. შეგროვილი გადასახადი უდრის x-ის წარმოებით გამოწვეულ გარე დაზიანებას. ეს აკ-

ნახაზი 19.1 გარე ეფექტების გრაფიკული ანალიზი

DD წარმოადგენს x საქონელზე მოთხოვნის მრუდს. x საქონლის მიწოდების მრუდი მოცემულია ამავე საქონლის წარმოების კერძო ზღვრული დანახარჯებით (MC). თუ x-ის წარმოება იწვევს უარყოფით გარე ეფექტებს, მაშინ ზღვრული სოციალური დანახარჯი(MC') მეტი იქნება კერძო ზღვრულ დანახარჯთან (MC) შედარებით. კერძო ბაზარზე წონასწორობა მოხდება x_1 წერტილში. ამ წერტილში ზღვრული სოციალური დანახარჯი აღემატება ზღვრულ კერძო დანახარჯს. t გადასახადის დაწესების შემთხვევაში წარმოება მიუახლოვდება x_2 დონეს. რაც არის x საქონლის სოციალურად ეფექტიანი გამოშვება.



რეფილი გადასახადი შეიძლება გამოყენებული იქნას y ფირმის კომპენსირებისთვის, მაგრამ ეს არაა მთავარი ამ ანალიზში. შევნიშნოთ, რომ გადასახადი უნდა დაწესდეს ოპიმალურ წერტილში (x_2) და არა ბაზრის საწყის წონასწორობაში (x_1). ეს, ასევე, ახსნილია შემდეგ მაგალითში და უფრო სრულყოფილად შემდეგ ქვეთავში, როდესაც დავუბრუნდებით ზემოხსენებულ მარტივ ზოგადი წონასწორობის მოდელს.

მაგალითი 19.2 ზიგის გადასახადი ტრეიდზე

მაგალითში 19.1 მიღებული შედეგი არაეფექტიანია, რადგან ფირმა x სათვალავში არ იღებს მის გარე უარყოფით ეფექტს ფირმა y-ზე. შესაფერისად დაწესებულმა გადასახადმა შეიძლება სოციალურად ოპტიმალურ დონემდე დაიყვანოს ფირმა x-ის მიერ დაქირავებული მუშახელი. რადგან მდინარეს შეუძლია მოახდინოს $x = 38,000$ შედეგად მიღებული დაბინძურების ნეიტრალიზაცია. უნდა განვიხილოთ ისეთი გადასახადი (t), რომელიც x-ის გამოშვებას დაიყვანს ზუსტად ამ დონემდე. რადგან გამოშვება იქნება 38,000 მაშინ თუ $l_x = 361$, შეგვიძლია გამოვითვალოთ t სამუშაო ძალაზე მოთხოვნა შემდეგი პირობიდან:

$$(1 - t)MP_L = (1 - t)1,000(361)^{-0.5} = 50, \qquad \textbf{(19.24)}$$

ან

$$t = 0.05. \qquad \textbf{(19.25)}$$

5 პროცენტიანი გადასახადი შეამცირებს x-ის მიღებულ ფასს \$0.95-მდე და სტიმულს მიცემს ამ ფირმას შეამციროს დაქირავებული სამუშაო ძალა 39-ით. ახლა, რადგან ამ შემთხვევაში მდინარეს შეძლია გააუვნებელყოს მთელი ის დაბინძურება რასაც x ფირმა უშვებს, ამიტომ y ფირმას ხელს აღარ უშლის ფირმა x-ის წარმოება. y ფირმა დაიქირავებს 400 მუშახელს და აწარმოებს 40,000 გაზეთს დღეში. შევნიშნოთ, რომ ამ შემთხვევაში მთლიანი გამოშვება არის 78,000, რაც გაცილებით აღემატება გადასახადების დაწესების გარეშე არსებულ გამოშვებას. გადასახადის დაწესება მნიშვნელოვანდ აუმჯობესებს რესურსების განაწილების ეფექტიანობას.

შეკითხვა: მიღებული გადასახადი (0.05) ძალიან მცირე ჩანს იმისათვის, რომ გამოიწვიოს გამოშვების მნიშვნელოვანი გაუმჯობესება მაგალითში 19.1 მიღებულ შედეგთან შედარებით. შეგიძლიათ ახსნათ რატომ? გაერთიანების შემთხვევაში ფირმა x აირჩევს 38,000 გამოშვებას გადასახადის გარეშე?

გადასახადის დაწესება ზოგადი წონასწორობის მოდელში

ზოგადი წონასწორობის მოდელში პიგუს ოპტიმალური გადასახადი არის $t = -p_y g_2$. ეს შეიძლება ავხსნათ შემდეგნაირად: თითოეულ ერთეულ x-ზე დაწესებული გადასახადი უნდა ასახავდეს y-თვის მიყენებულ ზღვრულ ზარალს y-ის საწარმოო რაოდენობის შემცირების გამო, რომელიც შეფასებულია y-ის საბაზრო ფასის მიხედვით. ასევე, შევნიშნოთ, რომ გადასახადი დაწესებულია ოპტიმალურ წერტილში გარე ეფექტის ღირებულებაზე დაყრდნობით; რადგან g_2 არის x-ის დონეზე დამოკიდებული ფუნქცია, გადასახადი, რომელიც დაწესდება სხვა დონეზე დაყრდნობით იქნება არასწორი. ოპტიმალური გადასახადით, ფირმა x იღებს შემცირებულ ფასს თავის პროდუქტზე $p_x - t$ და აირჩევს y საწარმოო ფაქტორს შემდეგი პირობის მიხედვით

$$p_y = (p_x - t)f_y. \tag{19.26}$$

ასე რომ, შედეგად მივიღებთ რესურსების შემდეგნაირ განაწილებას

$$MRS = \frac{p_x}{p_y} = \frac{1}{f_y} + \frac{t}{p_y} = \frac{1}{f_y} - g_2, \tag{19.27}$$

ეს ზუსტად ისაა, რაც მოეთხოვება ოპტიმალურობას (შევადაროთ ეფექტიანობის პირობა ტოლობა 19.12). პიგუს გადასახადის მრავალგვარი მოდიფიცირება შეგვიძლია მოვახდინოთ. მაგალითად, დავუშვათ, ეკონომიკაში გვყავს ბევრი x მწარმოებელი. ამ შემთხვევაში გადასახადმა უნდა ასახოს ნებისმიერი ამ ფირმის მიერ მიყენებული ზღვრული ზარალი y-ის გამოშვებაზე. ამგვარად, საგადასახადო სქემა ამსუბუქებს დარეგულირების საჭიროებას თითოეულ ამ ფირმაზე. ეს მოითხოვს მარეგულირებლის მხრიდან საკმარისი ინფორმაციის არსებობას შესაფერისი გადასახადის დასაწესებლად – ანუ მათ უნდა იცოდნენ ფირმა y-ის საწარმოო ფუნქცია.

დაბინძურების უფლებები

პიგუს გადასახადებისთვის საჭირო ინფორმაციაზე მოთხოვნას ამცირებს „დაბინძურების უფლებების“ ბაზრის შექმნა. დავუშვათ, მაგალითად, ფირმა x-მა უნდა შეისყიდოს საერთო სარგებლობაში არსებული მდინარის დაბინძურების უფლება ფირმა y-გან. ამ შემთხვევაში x-ის გადაწყვეტილება, თუ რამდენი უფლება იყიდოს, იგივეა რაც გადაწყვეტილება საწარმოო დონის შესახებ. წმინდა შემოსავალი, რასაც მიიღებს ფირმა x-ის გაყიდვიდან იქნება $p_x - r$, სადაც r არის x ფირმის მიერ გადასახდელი თანხა თითოეულ ერთეულზე. ფირმა y-მა უნდა გადაწყვიტოს რამდენი უფლება მიყიდოს ფირმა x-ს. რადგან ყოველ ერთეულ უფლებაში ფირმა y-ს უხდიან r-ს, ამ ფირმამ უნდა „აირჩიოს“ x გამოშვება ისე, რომ მიიღოს მასიმალური მოგება:

$$\pi_y = p_y g(x_i, x_0) + rx_0; \qquad \textbf{(19.28)}$$

პირველი რიგის პირობა მასიმუმისათვის არის

$$\frac{\partial \pi_y}{\partial x_0} = p_y g_2 + r = 0 \quad \text{ან} \quad r = -p_y g2 \qquad \textbf{(19.29)}$$

ტოლობა 19.29 ცხადყოფს, რომ დაბინძურების უფლებებზე ფასის დაწესება პიგუს გადასახადის მსგავსია. x ფირმის გადმოსახედიდან მნიშვნელობა არ აქვს ისინი მთავრობას გადაუხდიან გადასახადს (t), თუ ფირმა y-ს დაბინძურების გადასახადს r. ასე, რომ რადგან $t = r$-ს ეფექტიან წონასწორობას მივიღებთ ორივე შემთხვევაში.

ქოაზის თეორემა

1960 წლის სტატიაში, რონალდ ქოუზმა აჩვენა, რომ დაბინძურების უფლებების წონასწორობის მისაღწევად საჭირო ძირითადი თვისებებია, ამ უფლებების ცალსახად განსაზღვრული და მათი ყიდვა-გაყიდვა უნდა შეიძლებოდეს გარიგების ნულოვანი დანახარჯებით.[6] თავდაპირველად ვის მივანიჭებთ უფლებას არაა მნიშვნელოვანი, რადგან ეფექტიანი წონასწორობა მიიღწევა ამ უფლებებით ვაჭრობის შედეგად. ჩვენს მაგალითში უფლებები მივეცით ფირმა y-ს, ანუ მას აქვს უფლება მიყიდოს დაბინძურების უფლების თითოეული ერთეული r ფასად ფირმა x-ს. თუ უფლებას მივანიჭებდით ფირმა x-ს, პროდუქციის საწარმოებლად მას მაინც მოუწევდა დანახარჯების გაღება თუ არ გაყიდიდა უფლებას ფირმა y-ზე და თვითონ მოიხმარდა მათ. თუ გამოვთვლით, y-ის გადაწვეტილებასთან ერთად, თუ რამდენი უფლება შეისყიდოს, ვნახავთ, რომ მივღებთ ეფექტიან შედეგს.

ქოუზის შედეგის საჩვენებლად დავუშვათ, რომ ფირმა x-ს აქვს უფლება აწარმოოს x^T რაოდენობა (და, ასევე, დააბინძუროს). მას შეუძლია გამოიყენოს ამ უფლების ნაწილი საკუთარი პროდუქტის საწარმოებლად (x_0), ან მას შეუძლია მიყიდოს y ფირმას ($x^T - x_0$ რაოდენობა). x ფირმის მთლიანი მოგება იქნება

$$\pi_x = p_x x_0 + r(x^T - x_0) = (p_x - r)x_0 + rx^T = (p_x - r) f(y_i) + rx^T \qquad \textbf{(19.30)}$$

და ფირმა y-თვის

$$\pi_y = p_y g(x_i, x_0) + r(x^T - x_0); \qquad \textbf{(19.30)}$$

ნათლად ჩანს, რომ მოგების მასიმიზაციის პირობები ზუსტად იგივე მივიღეთ, რაც ფირმა y-ზე უფლებების მიცემის შემთხვევაში გვექნებოდა. რადგან უფლებების

6 R. Coase, "The Problem of Social Cost," Journal of Law and Economics 3 (October 1960): 1–44.

მთლიანი რაოდენობა არის მუდმივი (x^7) პირველი რიგის პირობა ორივე შემთხვევაში იქნებოდა ერთი და იგივე. უფლებების თავდაპირველი განაწილების ასეთი დამოიუკიდებლობა დაკავშირებულია ქოუზის თეორემასთან.

ქოუზის თეორემის შედეგები შეიძლება არაინტუიციურად გვეჩვენებოდეს (როგორ შეიძლება იყოს დაბინძურების დონე იმაზე დამოუკიდებელი, თუ ვინ ფლობს უფლებას?), მაგრამ ეს სხვა არაფერია, თუ არა მტკიცება იმისა, რომ ხელისშემშლელი ფაქტორების არარსებობის შემთხვევაში ყველა ორმხრივად სასარგებლო გარიგება განხორციელდება. როდესაც გარიგების ხარჯები არის მაღალი ან ინფორმაციაა ასიმეტრიული, მაშინ უფლებების თავდაპირველ განაწილებას მნიშვნელობა ენიჭება, რადგან ამ შემთხვევაში უფლებებით ვაჭრობა შეიძლება არ შედგეს, როგორც ამას ქოუზის თეორემა გულისხმობს. ეს არის ქოუზის თეორემის შეზღუდვა, რაც მოტივაციას გვაძლევს ეს საკითხი უფრო ღრმად შევისწავლოთ. ამ ანალიზმა შეაღწია ღრმად ეკონომიკასა და იურისპუდენციაში.[7] ეს თეორემა გამოიყენება სამოქალაქო პასუხისმგებლობის კანონმდებლობაში, კონტრაქტების კანონებსა და სურსათის უვნებლობის კანონმდებლობაში (იხილეთ ამოცანა 19.4).

საზოგადოებრივი საქონლის მახასიათებლები

ახლა ყურადღებას გადავიტანთ გარე ეფექტების მსგავს პრობლემებზე. ესეც უკავშირდება კონკურენტულ ბაზარსა და რესურსების განაწილებას შორის კავშირს. ამ შემთხვევაში ეს პრობლემა წარმოიშვება საზოგადოებრივი საქონლის არსებობის გამო. თავდაპირველად განვსაზღვრავთ ამ ცნებას და შემდეგ წარმოვადგენთ თუ რატომ იწვევს საზოგადოებრივი საქონელი რესურსების განაწილების პრობლემებს. შემდეგ მოკლედ მიმოვიხილავთ ასეთი პრობლემების შემსუბუქების გზებს და ბოლოს განვიხილავთ თუ როგორ მიიღება სინამდვილეში გადაწყვეტილებები საზოგადოებრივ საქონელთან დაკავშირებით არჩევნების საშუალებით.

ყველაზე ფართოდ გავრცელებული განსაზღვრების თანახმად საზოგადოებრივ საქონელს უნდა ჰქონდეს ორი ძირითადი მახასიათებელი: არაგამორიცხვადობა და არამეტოქეობისუნარიანობა. დეტალურად განვმარტოთ ორივე ცალ-ცალკე.

არაგამორიცხვადობა

საზოგადოებრივი საქონლის პირველი განმასხვავებელი თვისება არის ინდივიდების გამორიცხვადობა ამ საქონლის მოხმარების სარგებლიანობისგან. უმეტესი კერძო საქონლის შემთხვევაში ინდივიდის გამორიცხვა ამავე საქონლის მოხმარებისგან შესაძლებელია: მარტივად შეიძლება ჩემი გამორიცხვა ჰამბურგერის მოხმარებისგან, თუ არ

7 კლასიკური სახელმძღვანელო R. A. Posner, Economic Analysis of Law, 4th ed. (Boston: Little, Brown, 1992). უფრო მათემატიკური მიდგომა T. J. Miceli, Economics of the Law (New York: Oxford University Press, 1997).

გადავიხდი. ზოგ შემთხვევაში კი ასეთი გამორიცხვა ან ძალიან ძვირადღირებულია, ან შეუძლებელია. სახელმწიფო თავდაცვა არის ამის კარგი მაგალითი. მას შემდეგ, რაც ქვეყანაში თავდაცვის სისტემა შეიქმნება, მისგან ყველა იღებს სარგებელს, მიუხედავად იმისა იხდიან თუ არა ამაში ფულს. მსგავსი ლოგიკა გამოიყენება მალარიის კონტროლისა და დაავადების წინააღმდეგ აცრის ჩატარებაზე. მას შემდეგ, რაც ეს პროგრამები შეიქმნება, ქვეყნის არც ერთი მოქალაქე არ შეიძლება გამოვრიცხოთ ამ პროგრამების სარგებლობიდან, მიუხედავად იმისა გადაიხადეს თუ არა. ამგვარად, შემდეგი განმარტების მიხედვით საქონელი შეიძლება დავყოთ ორ ნაწილად.

გამორიცხვადი საქონელი. საქონელი არის გამორიცხვადი თუშედარებით მარტივად შეგვიძლია ინდივიდის გამორიცხვა ამ საქონლის სარგებლობიდან მას შემდეგ რაც ეს საქონელი შეიქმნება. საქონელი არის არაგამორიცხვადი თუ შეუძლებელია (ან დიდ დანახარჯებთანაა დაკავშირებული) ინდივიდის ამ საქონლის მოხმარებისგან გამორიცხვა. **განსაზღვრება**

შეჯოქობისაყნარო

საზოგადოებრივი საქონლის მეორე პრობლემა არის არამეტოქეობისუნარიანობა. არამეტოქეობისუნარიანო საქონელი არის ისეთი საქონელი, რომლის დამატებითი ერთეულის მოხმარებაც შეიძლება ნულოვანი ზღვრული სოციალური დანახარჯით. პროდუქტთა უმრავლესობის დამატებითი ერთეულის მოხმარებას გააჩნია გარკვეული ზღვრული დანახარჯი. დამატებითი ჰოთ-დოგის მოხმარებისთვის საჭიროა დავუთმოთ გარკვეული რესურსები მის წარმოებას. მაგრამ არსებობს პროდუქტები, რომლებზეც ეს არ ვრცელდება. მაგალითად, ერთი დამატებითი ავტომობილი, რომელიც კვეთს ავტობანს ხიდით არაპიკის პერიოდში. რადგან ხიდი უკვე აშენებულია ერთით მეტი ტრანსპორტის მიერ ამ ხიდის გადაკვეთა არ მოითხოვს დამატებით დანახარჯებს და არ ამცირებს მოხმარებას სხვის მიერ. მსგავსად ტელევიზიისა ერთით მეტი მაყურებელი არ მატებს დანახარჯს, მიუხედავად იმისა, რომ ამ ქმედების შედეგია დამატებითი მოხმარება. აქედან გამომდინარე, შეგვიძლია მოვიტანოთ კიდევ ერთი განმარტება.

არამეტოქეობისუნარიანი საქონელი. საქონელი არის არამეტოქეობისუნარიანი, თუ ამ საქონლის დამატებითი ერთეულის მოხმარება შეიძლება ნულოვანი სოციალური ზღვრული დანახარჯებით. **განსაზღვრება**

საზოგადოებრივი საქონლის ტიპოლოგია

არაგამორიცხვადობისა და არამეტოქეობისუნარიანობის ცნებები რაღაც მხრივ დაკავშირებულია ერთმანეთთან. ბევრი არაგამორიცხვადი საქონელი არის ასევე არამეტოქეობისუნარიანი. სახელმწიფო თავდაცვა და მალარიის კონტროლი არის ასეთი საქონლების ორი მაგალითი, რომელთა მოხმარებისგან ინდივიდის გამორიცხვა შე-

უძლებელია და ამავე დროს ორივეს მოხმარება შეიძლება ნულოვანი ზღვრული დანახარჯებით. ასევე, სხვა მრავალი მაგალითის მოყვანაა შესაძლებელი. თუმცა, ეს ორი ცნება არაა იდენტური: ზოგიერთი საქონელი აკმაყოფილებს ერთ თვისებას, მაგრამ არა მეორეს. მაგალითად, ზოგიერთი ნავის გამორიცხვა ოკეანეში თევზჭერისგან შეუძლებელია, მაგრამ დამატებით თევზმჭერ ნავს აქვს ზღვრული დანახარჯი, რადგან ერთის მიერ დაჭერილ თევზს სხვა ვეღარ დაიჭერს. ასევე, მაგალითად,

ცხრილი 19.1 საზოგადოებრივი და კერძო საქონლის მაგალითები

		გამორიცხვადი	
		დიახ	არა
მეტოქეობის უნარიანობა	დიახ	ჰით-დოგი, ავტომობილი სახლი	სათევზაო ადგილები, სუფთა ჰაერი
	არა	ხიდები, საცუარო აუზები, სატელიტური ტელევიზია	სახელმწიფო თავდაცვა, მალარიის კონტროლი, სასამართლო

არაპიკის საათებში ხიდის გამოყენება შეიძლება არის არამეტოქეობისუნარიანი, მაგრამ შეიძლება ინდივიდის გამორიცხვა ამ ხიდის მოხმარებისგან. ცხრილში 19.1 მოცემულია რამდენიმე ასეთი საქონლის მაგალითი. ცხრილის ზედა მარცხენა კუთხეში (გამორიცხვადი და მეტოქეობისუნარიანი კერძო საქონელი) მოცემული საქონლის გარდა დანარჩენების უმრავლესობა იწარმოება მთავრობის მიერ. ეს განსაკუთრებით სწორია არაგამორიცხვადი საქონლისთვის, რადგან როგორც ვხედავთ ძალიან რთულია შევიმუშავოთ ფასწარმოქმნის სტრატეგია ასეთ საქონელზე, ერთადერთი გზა შეიძლება იყოს სავალდებულო გადასახადები. არამეტოქეობისუნარიანი საქონელი ხშირად არის წარმოებული კერძო სექტორის მიერაც (არსებობს კერძო ხიდები, საცურაო აუზები და გზატკეცილები, რომელთა გამოყენებაც ინდივიდს შეუძლია მხოლოდ ფასის გადახდის შემდეგ), რადგან ვინც არ გადაიხდის, მათი გამორიცხვა მარტივად შეიძლება ამ საქონლის მოხმარებისგან.[8] ჩვენ გამოვიყენებთ ორივე განსაზღვრებას, რომელიც მოითხოვს ორივე პირობის დაკმაყოფილებას.

განსაზღვრება

საზოგადოებრივი საქონელი. საქონელი არის (წმინდა) საზოგადოებრივი, თუ ის არის არაგამორიცხვადი (მისი მოხმარებისგან ინდივიდის გამორიცხვა შეუძლებელია) და არამეტოქეობისუნარიანი (დამატებითი მომხმარებლის ზღვრული სოციალური დანახარჯი არის ნულის ტოლი).

8 არამეტოქეობისუნარიანი საქონელი, რომელიც არის გამორიცხვადი უწოდებენ კლუბურ საქონელს, რადგან ასეთი საქონლის მიწოდება შეიძება განხორციელდეს კერძო კლუბის მიერ. ასეთმა კლუბებმა შეიძლება დაანესონ „საწევრო" გადასახადი და დაუშვან უსასრულო გამოყენება კლუბის წევრებისთვის. კლუბის ოპტიმალური ზომა განისაზღვრება მასშტაბის ეკონომიით, რომელსაც ადგილი აქვს კლუბური საქონლის სანარმოო პროცესში. ამ საკითხის ანალიზისთვის იხილეთ R. Cornes and T. Sandler, The Theory of Externalities, Public Goods, and Club Goods (Cambridge: Cambridge University Press, 1986)

საზოგადოებრივი საქონელი და ჩასაჩსების განაწილება

საზოგადოებრივი საქონლით გამოწვეული რესურსების განაწილების საილუსტრაციოდ ისევ ზოგადი წონასწორობის მარტივ მოდელს გამოვიყენებთ. ამ მოდელში გვყავს მხოლოდ ორი ინდივიდი – ერთი ადამიანის შემთხვევაში არ გვექნებოდა საზოგადოებრივის საქონლით გამოწვეული განაწილების პრობლემა, რადგან ეს ერთი ინდივიდი მოიხმარდა მთელს ამ საზოგადოებრივ საქონელს და ასევე მხოლოდ თვითონ მიიღებდა მისგან სარგებლიანობას. ეს ორი ინდივიდი აღვნიშნოთ A და B ლათინური ასოებით. ასევე, დავუშვათ, რომ ეკონომიკაში არსებობს მხოლოდ ორი სახის საქონელი. საქონელი y არის ჩვეულებრივი კერძო საქონელი, და თითოეული ინდივიდი იწყებს ამ საქონლის შემდეგი განაწილებით y^{A*} და y^{B*}. თითოეულმა მათგანმა უნდა გადაწყვიტოს თავისი y-დან რამდენი მოიხმაროს და რამდენი დაუთმოს საზოგადოებრივი საქონლი x-ის წარმოებას. საზოგადოებრივი საქონლისთვის დათმობილი y-ის რაოდენობა, თითოეული ინდივიდის მიერ შესაბამისად აღვნიშნოთ y_s^A და y_s^B რაოდენობებით. ასევე, უნდა დავუშვათ, რომ საზოგადოებრივი საქონელი იწარმოება შემდეგი სანარმოო ფუნქციის მიხედვით

$$x = f(y_s^A + y_s^B). \tag{19.32}$$

ამის შედეგად მიებული სარგებლიანობა ორივე ინდივიდისთვის იქნება

$$U^A[(x, (y_s^{A*} - y_s^A)] \tag{19.33}$$

და

$$U^B[(x, (y_s^{B*} - y_s^B)] \tag{19.34}$$

შევნიშნოთ, რომ საზოგადოებრივი საქონელი x ორივე ინდივიდის სარგებლიანობის ფუნქციაში შედის ანალოგიურად. ამ გზით ხდება არაგამორიცხვადობის და არამეტოქეობისუნარიანობის ასახვა მათემატიკურად. არაგამორიცხვადობა ჩანს იქიდან რომ ორივე მოიხმარს x-ს, მიუხედავად იმისა თუ რომელმა რამდენი გადაიხადა მის შესაქმნელად. არამეტოქეობისუნარიანობა კი ჩანს იმ ფაქტიდან, რომ x-ს მოიხმარს ორივე ინდივიდი მთლიანად, ანუ x-ის მოხმარება A-ს მიერ არ ამცირებს B-ს მოხმარებას. x-ის ეს ორი თვისება აწესებს ბარიერს ეფექტიანი რაოდენობის საწარმოებლად ყველაზე დეცენტრალიზებული გადაწყვეტილების შემთხვევაში (კონკურენტულ ბაზარზე).

აუცილებელი პირობა რესურსების ეფექტიანი განაწილებისთვის ამ ამოცანაში არის ორივე მოთამაშის მიერ საზოგადოებრივის საქონლის ისეთი დონის არჩევა (y_s^A და y_s^B) რომელიც ახდენს მაგალითად A-ს სარგებლიანობის მაქსიმიზაციას B-ს ნებისმიერი სარგებლიანობის დონისთვის. ლაგრანჟის გამოსახულება ამ ამოცანისთვის იქნება

$$\mathcal{L} = U^A(x, y^{A^*} - y_s^A) + \lambda[U^B(x, y_s^{B^*} - y_s^B) - K], \tag{19.35}$$

სადაც K არის B-ს სარგებლიანობის მუდმივი დონე. მაქსიმუმისთვის პირველი რიგის პირობები იქნება

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y_s^A} = U_1^A f' + U_2^A + \lambda U_1^B f' = 0, \tag{19.36}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y_s^B} = U_1^A f' - \lambda U_2^B + \lambda U_1^B f' = 0, \tag{19.37}$$

ამ ორი ტოლობიდან მივიღებთ

$$\lambda U_2^B = U_2^A. \tag{19.38}$$

როგორც მოსალოდნელია, ოპტიმალურობა მოითხოვს, რომ y-ის მოხმარებიდან ზღვრული სარგებლიანობა A და B ინდივიდებისთვის უნდა იყოს ტოლი პროპორციულობის მუდმივას (λ) გარეშე. ამ ტოლობის გაერთიანებით ტოლობა 19.36-თან ან ტოლობა 19.37-თან, მივიღებთ x-ის ოპტიმალური რაოდენობის საწარმოებელ პირობებს. მაგალითად, თუ გამოვიყენებთ ტოლობა 19.36-ს, მივიღებთ

$$\frac{U_1^A}{U_2^A} + \frac{\lambda U_1^B}{\lambda U_2^B} = \frac{1}{f'} \tag{19.39}$$

ან მარტივად, რომ დავწეროთ

$$MRS^A + MRS^B = \frac{1}{f'}. \tag{19.40}$$

ინტუიცია ამ პირობის უკან, რომელიც პირველად გამოითქვა პ. ა. სამუელსონის[9] მიერ, არის თავში 13 აღწერილი ეფექტიანობის პირობების მორგება საზოგადოებრივი საქონილს შემთხვევაზე. ასეთი საქონლისთვის, მოხმარების MRS ასახავს y-ის იმ რაოდენობას, რომლის გასაღებადაც ყველა ინდივიდი მზადაა დამატებითი x-ის მისაღებად, რადგან ამ დამატებითი ერთეული x-გან ყველა ინდივიდი მიიღებს დამატებით სარგებელიანობას. ამგვარად, ეს არის ყველა ინდივიდების MRS-ების ჯამი, რომელიც უნდა უდრიდეს dy/dx წარმოებაში (აქ ეს მოცემულია როგორც $1/f'$).

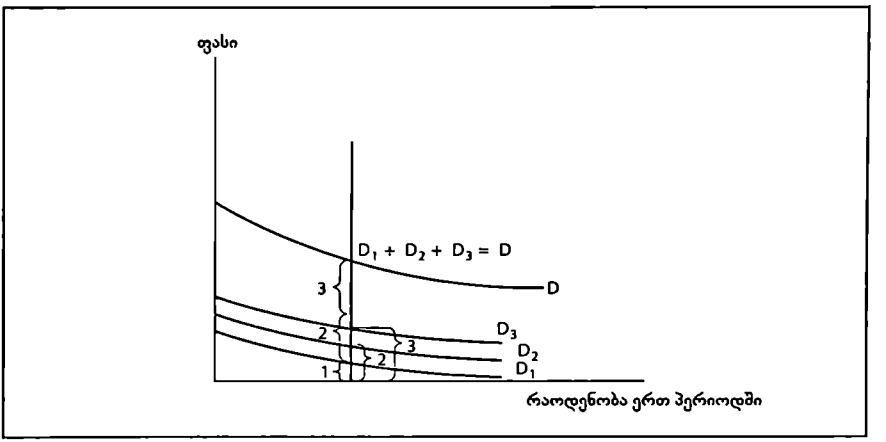
კონკურენტული ბაზრის ჩაჯახდნა

კონკურენტულ ბაზარზე x და y საქონლის ასეთი განაწილება ვერ მიიღწევა. სრულყოფილად კონკურენტული ფასებისთვის p_x და p_y, თითოეული ინდივიდი თავის MRS-ს

9 P. A. Samuelson, "The Pure Theory of Public Expenditure," Review of Economics and Statistics (November 1954): 387–89

ნახაზი 19.2 საზოგადოებრივ საქონელზე მოტხოვნის გამოთვლა

საზოგადოებრივი საქონლის ფასი, რასაც ინდივიდები ისურვებდნენ რომ გადაეხადათ არის, ერთ დამატებით ერთეულში ყველა ინდივიდის (მათი „ზღვრული შეფასებები") სასურველი გადასახდელი თანხების ჯამი. ანუ, საზოგადოებრივი საქონლის შემთხვევაში, მოთხოვნს მრუდები უნდა შევკრიბოთ ვერტიკალურად და არა ჰორიზონტალურად, როგორც ამას კერძო საქონლის შემთხვევაში ვაკეთებდით.



გაუტოლებს ფასების შეფარდებას p_x/p_y. x-ის საქონლის მწარმოებელიც აირჩევს საწარმოო დონეს $1/f'$-ის p_x/p_y-თან გატოლების შესაბამისად, როგორც ეს მოითხოვება მოგების მაქსიმიზაციის პირობით. ასეთი ქმედებით ვერ მივაღწევთ ტოლობაში 19.40 მოყვანილ ოპტიმალურობის პირობებს. ფასების შეფარდება p_x/p_y იქნება „ძალიან მცირე" და ამიტომ იქნება ძალიან მცირე სტიმული x საქონლის საწარმოებლად. კერძო ბაზარზე, მომხმარებელი არ ითვალისწინებს მისი დანახარჯებით საზოგადოებრივ საქონელზე როგორ ისარგებლებენ სხვები. ამის შედეგად კი ინდივიდები ძალიან მცირე ნაწილს დაუთმობენ საზოგადოებრივი საქონლის წარმოებას.

ოპტიმალური განაწილების ჩავარდნა ამ შემთხვევაში შეიძლება მივაწეროთ იმ გზას, რა გზითაც კერძო ბაზრები აჯამებენ ინდივიდების მოთხოვნას. ნებისმიერი მოცემული რაოდენობისთვის, საბაზრო მოთხოვნის მრუდი გვიჩვენებს საქონლის ზღვრულ შეფასებას. თუ დამატებით ერთი ერთეული იწარმოება, მას მოიხმარს ის, ვინც ამ საქონელს აფასებს საბაზრო ფასად. საზოგადოებრივი საქონლის შემთხვევაში, ეს დამატებითი ერთეულის ღირებულება ფაქტიურად არის ყველა მომხმარებლის ამ საქონლის შეფასაბების ჯამი, რადგან ყველა მომხმარებელი მიიღებს მისგან სარგებელს. ამიტომ ინდივიდუალური მოთხოვნის მრუდები უნდა შევკრიბოთ ვერტიკალურად (როგორც ეს ნაჩვენებია ნახაზზე 19.2) და არა ჰორიზონტალურად (როგორც ეს ხდება კონკურენტულ ბაზრებზე). შედეგად მიღებული ფასი გვიჩვენებს, თუ როგორ აფასებს ყველა

მომხმარებელი ერთად დამატებით ერთეულ გამოშვებას ნებისმიერი დონისთვის. მაგრამ ჩვეულებრივი საბაზრო მოთხოვნის მრუდები ამას არ გვიჩვენებენ.

ნეშის წონასწორობის არაეფექტიანობა

ალტერნატიული მიდგომით, საზოგადოებრივი საქონლის წარმოება შეიძლება ეფუძნებოდეს ინდივიდების ნებაყოფლობით შეწირულობას კონკურენტულ ბაზარზე. სამწუხაროდ, ეს, ასევე, მოგვცემს არაეფექტიან შედეგს. დავუშვათ, A ინდივიდი, რომელიც ფიქრობს რომ გააკეთოს s_A რაოდენობის შეწირულობა საზოგადოებრივი საქონლის საწარმოებლად თავისი თავდაპირველი y ქონებიდან. სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის ამოცანა A ინდივიდისთვის იქნება

$$\textbf{აირჩიოს } s_A \textbf{ ისე, რომ მიიღოს } \max U^A[f(s_A + s_B), y^{A^*} - s_A]. \qquad \textbf{(19.41)}$$

პირველი რიგიც პირობა მაქსიმუმისთვის იქნება

$$U_1^A f' - U_2^A = 0 \quad \text{ან} \quad \frac{U_1^A}{U_2^A} = MRS^A = \frac{1}{f'}. \qquad \textbf{(19.42)}$$

რადგან მსგავსი ლოგიკით იხელმძღვანელებს B ინდივიდიც, ეფექტიანობის პირობა 19.40 კიდევ ერთხელ არ შესრულდება. მიზეზი იგივეა, ყველა ინდივიდი საზოგადოებრივ საქონელში ინვესტიციის განსაზღვრისას სათვალავში იღებს მხოლოდ თავის სარგებელს და არ ითვალისწინებს ამ საქონლისგან სხვებისთვის მიყენებულ სარგებელს. ბევრი მომხმარებლის შემთხვევაში, ეს პირდაპირი ეფექტი შეიძლება იყოს ძალიან მცირე (მაგალითად, რამდენად დიდია ერთი ჩვეულებრივი ინდივიდის გადასახადით გაღებული შეწირულობა აშშ-ის თავდაცვისთვის?). ამ შემთხვევაში, ყველა ინდივიდმა შეიძლება აირჩიოს $s_A = 0$, და გახდეს წმინდა „უბილეთო მგზავრი", რომელიც იმედოვნებს, რომ სარგებელს მიიღებს სხვის ხარჯზე. თუ ყველა ადამიანი ამ სტრატეგიით იხელმძღვანელებს, მაშინ საზოგადოებრივი საქონლის საწარმოებლად სახსრები აღარ იქნება. მაგალითში 19.3 ასახულია „უბილეთო მგზავრის" პრობლემა.

მაგალითი 19.3: საზოგადოებრივი საქონლის წვლილი ოთახის მეზობლის პრობლემა

საზოგადოებრივი საქონლის პრობელემის რიცხობრივი მაგალითის მოსაყვანად განვიხილოთ ორი ბოჰემიელი ოთახის მეზობელი, რომლებსაც აქვთ სარგებლიანობის იდენტური უპირატესობის მინიჭების სისტემა სურათებზე, რომლებიც კიდია თავიანთი ოთახის კედლებზე (საქონელი x) და შაქრის ნატეხები, რომლებსაც მიირთმევენ (საქონელი y). სარგებლიანობის ფუნქცია მოცემულია შემდეგნაირად

$$U_i(x, y_i) = x^{1/3} y_i^{2/3} = 1, 2 \qquad \textbf{(19.43)}$$

როგორც ფუნქციიდან ჩანს, თითოეული ინდივიდის სარგებლიანობა დამოკიდებულია სურათების მთლიან რაოდენობაზე და შაქრის ნატეხების საკუთარ მოხმარებულ რაოდენობაზე. ამგვარად, ამ შემთხვევაში სურათები გვევლინება საზოგადოებრივი საქონლის როლში.

დავუშვებთ, თითოეულ ოთახის მკვიდრს აქვს $300 სახარჯო ფული, რომელიც უნდა დახარჯოს ამ ორ საქონელს შორის, რომელთა ფასებიც მოცემულია შესაბამისად p_x = $100 და p_y = $0.20. შეგვიძლია შევამოწმოთ ფულადი სახსრების სხვადასხვანაირ განაწილების შესაძლებლობა. როგორც ვიცით, ამ ინდივიდებს მარტო რომ ეცხოვრათ, თოთოეული დახარჯავდა თავისი შემოსავლის 1/3 ნაწილს სურათებში (x = 1) და 2/3 ნაწილს შაქრის ნატეხებში (y = 1,000).

საზოგადოებრივი საქონლის შექმნა და სტრატეგია. როდესაც ოთახის მეზობლები ცხოვრობენ ერთად, ორივემ უნდა იფიქროს თუ რას გააკეთებს მეორე. მაგალითად, თითოეულმა შეიძლება დაუშვას, რომ სურათს იყიდის მეორე. ამ შემთხვევაში x = 0 და ორივე თანამოსახლე მიიღებს ნულის ტოლ სარგებლიანობას. ალტერნატიულად, პირველმა შეიძლება დაუშვას, რომ მეორე არ იყიდის სურათს. ამ შემთხვევაში პირველმა უნდა აირჩიოს სურათის ყიდვა და შედეგად მიიღებს სარგებელიანობას

$$U_1(x, y_1) = 1^{1/3}(1,000)^{2/3} = 100; \tag{19.44}$$

მეორე ინდივიდის სარგებლიანობა იქნება

$$U_2(x, y_2) = 1^{1/3}(1,500)^{2/3} = 131; \tag{19.45}$$

აშკარაა, რომ მეორე ინდივიდმა ისარგებლა „უბილეთი მგზავრის“ პოზიციით. პირველის შენაძენს ჰქონდა გარე ეფექტი მეორე ინდივიდზე. რა თქმა უნდა, ასევე, იმოქმედებდა თუ სურათს შეიძენდა მეორე ინდივიდი.

განაწილების არაეფექტიანობა. ტოლობებში 19.44 და 19.45 მიღებული შედეგების არაეფექტიანობის სანახავად (ასევე არსებობს სხვა მრავალი გზა) შეგვიძლია გამოვიყენოთ თოთოეული ინდივიდის ჩანაცვლების ზღვრული ნორმა:

$$MRS_i = \frac{\partial U_i / \partial x}{\partial U_i / \partial y_i} = \frac{y_i}{2x} \tag{19.46}$$

ამგვარად, ზემოთ აღწერილი განაწილების შემთხვევაში გვექნება

$$MRS_1 = \frac{1,000}{2} = 500$$
$$MRS_1 = \frac{1,500}{2} = 750 \tag{19.47}$$

(გაგრძელება)

თანამაცხოვრებლებლებს უნდა სურდეთ სურათში ერთად 1,250 შაქრის ნატეხის გადახდა ერთი დამატებითი სურათის შესაძენად – რეალურად კი ჯამში ამ სურათის შესაძენად ჭირდებათ მხოლოდ 500 ნატეხი. დეცენტრალიზებული გადაწყვეტილების შედეგად მიღებული განაწილება ამ შემთხვევაში არაეფექტიანია – ძალიან მცირე რაოდენობის სურათები იქნა შეძენილი.

ეფექტიანი განაწილება. სურათების ეფექტიანი რაოდენობის გამოსათვლელად, ინდივიდების *MRS*-ები უნდა შევკრიბოთ და გავუტოლოთ ამ ორი საქონლის ფასების შეფარდებას:

$$MRS_1 + MRS_2 = \frac{y_1}{2x} + \frac{y_2}{2x} = \frac{y_1 + y_2}{2x} = \frac{p_x}{p_y} = \frac{100}{0.20}. \qquad \textbf{(19.48)}$$

შედეგად გვექნება

$$y_1 + y_2 = 1{,}000x, \qquad \textbf{(19.49)}$$

ეს შეგვიძლია ჩავსვათ გაერთიანებულ საბიუჯეტო შეზღუდვაში

$$0.20(y_1 + y_2) + 100x = 600 \qquad \textbf{(19.50)}$$

საბოლოოდ კი მივიღებთ

$$x = 2y_1 + y_2 = 2{,}000. \qquad \textbf{(19.51)}$$

სურათების დანახარჯის განაწილება. დავუშვათ, ოთახის გამზიარებლებმა გადაწყვიტეს გაინაწილონ ორი სურათის დანახარჯი და დანარჩენი ფული გამოიყენონ შაქრის ნატეხების შესაძენად, ამ შემთხვევაში თითოეულის სარგებლიანობა იქნება

$$U_i = 2^{1/3}(1{,}000)^{2/3} = 126. \qquad \textbf{(19.52)}$$

თუ დავუშვებთ, რომ პირველმა ინდივიდმა ვერ დაიყოლია მეორე რესურსების ასეთ განაწილებაზე და საბოლოოდ გადაწყვიტეს გაიყონ დანახარჯები ფარდობით 75-25, ამ შემთხვევაში სარგებლიანობა იქნება

$$\begin{aligned} U_1 &= 2^{1/3}(750)^{2/3} = 104, \\ U_2 &= 2^{1/3}(1{,}250)^{2/3} = 146. \end{aligned} \qquad \textbf{(19.53)}$$

ეს შედეგი კი არის პარეტო გაუმჯობესება იმასთან შედარებით, როდესაც პირველი მოთამაშე მოქმედებდა განცალკევებულად. ბევრი სხვა ვარიანტის მოძებნაა შესაძლებელი, რომლის დროსაც შედეგი იქნება პარეტო გაუმჯობესებული. თუ რომელ განაწილებას აირჩევენ თანამოსახლეები დამოკიდებულია იმაზე, თუ რომელი უკეთ თამაშობს სტრატეგიულ ფინანსურ თამაშს.

შეკითხვა: აჩვენეთ, რომ მივიღებთ ეფექტიან ამონახსნს, თუ ორი ცალ-ცალკე მცხოვრები ადამიანი გადაწყვეტს ერთად იცხოვრონ და გააერთიანონ თავისი სურათები. შესრულდება ეს შედეგები რეალობაში?

ლინდალის ფასწარმოქმნა საზოგადოებრივ საქონელზე

საზოგადოებრივი საქონლის პრობლემის მნიშვნელოვანი კონცეპტუალური გადაწყვეტა პირველად შემოგვთავაზა შვედმა ეკონომისტმა ერიკ ლინდალმა[10] 1920-იან წლებში. ლინდალის პასუხი ეფუძნება იმ ფაქტს, რომ ინდივიდები მოხალისეობრივად ჩაერთვებიან სასარგებლო საზოგადოებრივი საქონლისათვის საჭირო გადასახადის გადასახდელად თუ იციან, რომ სხვებიც იხდიან ამ გადასახადს. კერძოდ, ლინდალმა დაუშვა, რომ ინდივიდებს მთავრობა წარუდგენდა საზოგადოებრივის საქონლის რა ნაწილი უნდა გადაეხადათ მათ და შემდეგ ისინი უპასუხებდნენ რა დონის საზოგადოებრივ საქონელს ამჯობინებდნენ. ჩვენი მარტივი ზოგადი წონასწორობის მოდელის აღნიშვნებს თუ გამოვიყენებთ, A-ს შეაფასებდნენ კონკრეტული პროცენტით (α^A)და შემდეგ ეკითხებიან რა დონის საზოგადოებრივ საქონელს ისურვებდა ის იმ პირობით, რომ მან უკვე იცის დანახარჯის რა ნაწილი უნდა გაიღოს მან. ამ კითხვაზე საპასუხოდ (პატიოსნად) ეს ინდივიდ აირჩევს საზოგადოებრივი საქონლის მთლიან დონეს (x) ისე, რომ მოახდინოს შემდეგი გამოსახულების მაქსიმიზაცია

$$\text{სარგებლიანობა} = U^A[x, y^A - \alpha^A f^{-1}(x)]. \tag{19.54}$$

პირველი რიგის პირობა ამ სარგებლიანობის მაქსიმიზაციისთვის x-ის ასარჩევად იქნება

$$U_1^A - \alpha U_2^B\left(\frac{1}{f'}\right) = 0 \quad \text{ან} \quad MRS^A = \frac{\alpha^A}{f'} \tag{19.55}$$

B ინდივიდს ექნება მსგავსი არჩევანი და აირჩევს საზოგადოებრივ საქონელს ისე, რომ დააკმაყოფილოს პირობა

$$MRS^B = \frac{\alpha^B}{f'} \tag{19.56}$$

და წონასწორობა დამყარდება, როდესაც $\alpha^A + \alpha^B = 1$, ანუ როდესაც ამ ორი ინდივიდისგან მიღებული საგადასახადო შემოწირულობა საკმარისი იქნება საზოგადოებრივ საქონელში გასაწევი დანახარჯის. ამ შემთხვევაში:

10 ლინდალის ნაშრომი ციტირებული სტატიაში R. A. Musgrave and A. T. Peacock, Eds., Classics in the Theory of Public Finance (London: Macmillan, 1958).

$$MRS^A + MRS^B = \frac{\alpha^A + \alpha^B}{f'} = \frac{1}{f'}, \qquad \textbf{(19.57)}$$

და ეს წონასწორობა იქნება ეფექტიანი (იხილეთ ტოლობა 19.40). ამგვარად, თეორიულ დონეზე მაინც ლინდალის მიდგომა ჭრის საზოგადოებრივი საქონლის პრობლემას, ორივესთვის წონასწორული საგადასახადო „ფასის“ ზომა უბიძგებს ორივეს აირჩიონ საზოგადოებრივი საქონლის საწარმოოეფექტიანი დონე.

მაგალითი 19.4 ლინდალის აქტიანი თოახის მეზობლების პრობლემისთვის

ლინდალი გვთავაზობს კონცეპტუალურ მიდგომას ოთახის მეზობლების პრობლემის ამოსახსნელად, ანუ სურათის ყიდვისთვის მაგალითში 19.3. თუ „მთავრობა“ (შეიძლება, ასევე, იყოს საერთო შეთანხმება) ურჩევდა თოთოეულს გადაეხადა სურათის ღირებულების ნახევარი, მაშინ თითოეულისთვის სურათის ეფექტიანი ფასი იქნება $50. როგორც სარგებლიანობის ფუნქციიდან გამომდინარეობს თითოეული ისურვებდა თავისი მთლიანი შემოსავლის მესამედი დაეხარჯა სურათებში, ანუ თითოეული დახარჯავდა $100-ს, თუ ორივე პატიოსნად მოიქცევა და იტყვის, რომ მას ორი სურათი უნდა. ამგვარად, ამონახსენი იქნება $x = 2$ და $y_1 = y_2 = 1{,}000$. მართლაც, ეს არის მაგალითი 19.3-ის ეფექტიანი ამონახსნი. ამ ამონახსნის პრობლემა არის, რომ არც ერთ თანამოსახლეს არ აქვს სტიმული სწორად გვითხრას, თუ რამდენ საზოგადოებრივ საქონელზე აქვს მოთხოვნა, მაშინ როცა ლინდალის ფასი მოცემულია. არამედ ორივემ იცის, რომ ორივე ის იქნება უფრო უკეთ თუ აირჩევს მაგალითში 19.3 განხილულ რომელიმე „უბილეთო მგზავრის“ სცენარს. როგორც პატიმრების დილემაში თავში 8 განვიხილეთ, ლინდალის ამონახსენი - თუნდაც პარეტო ოპტიმალური - არ არის სტაბილური წონასწორობა.

შეკითხვა: მიუხედავად იმისა, რომ განაწილება 50-50 ამ მაგალითში არის სოციალური ჩვეულება, რეალობაში ასეთი გაყოფის ოპტიმალურობა არის ამ პრობლემის სპეციალური მახასიათებელი. რა იწვევს ლინდალის შედეგს? რა შემთხვევაში გვექნებოდა ლინდალის ფასების შედეგად 50-50-ზე განაწილებისგან განსხვავებული განაწილება?

ლინდალის ამონახსნის ნაკლოვანებები

სამწუხაროდ, ლინდალის ამონახსნი მხოლოდ ცნების სახით არსებობს. ჩვენ უკვე ვიხილეთ, რომ საზოგადოებრივი საქონლის ნეშის წონასწორობისა და ოთახის მეზობლების მაგალითის შემთხვევებში „უბილეთო მგზავრობის“ სტიმული ძალიან ძლიერია. ეს ფაქტი ართულებს განვჭვრიტოთ, თუ როგორ შეიძლება მოვიპოვოთ ლინდალის წონასწორული წილის გამოსათვლელად საჭირო ინფორმაცია. რადგან ინდივიდებმა იციან, რომ თავიანთი გადასახადის წილები დამოკიდებული იქნება მათ მიერ გაცხადებული საზოგადოებრივი საქონლის მოთხოვნაზე, ისინი მათ რეალურ უპირატესობებს

შეარბილებენ - ამით კი იმედოვნებენ, რომ „სხვა ტიპი" გადაიხდის. ამგვარად, ასე მარტივად ხალხისთვის კითხვა, თუ რა უპირატესობები გააჩნიათ არ მოგვცემს ნამდვილ მოთხოვნას. ასევე რთულია შევქმნათ სიმართლის-მთქმელი ხმისმიმცემი მექანიზმი – ამის მიზეზებს შემდეგ თავში განვიხილავთ. ზოგადად, ლინდალის ამონახსნი მზარჩევა არაა რეალური გამოყენებისთვის.

ადგილობრივი საზოგადოებრივი საქონელი

ზოგი ეკონომისტი თვლის, რომ მოთხოვნის გაცხადება შეიძლება უფრო მიმზდიველი მეთოდი იყოს ლოკალური საზოგადოებრივი საქონლის შემთხვევაში.[11] რადგან არსებობს უამრავი ადგილი და საზოგადოება, სადაც ინდივიდმა შეიძლება იცხოვროს, მათ შეიძლიათ მიანიშნონ საკუთარი უპირატესობები საზოგადოებრივ საქონელზე იმის არჩევით, თუ სად უნდაც იცხოვრონ (რაც დამოკიდებულია იმაზე თუ ლინდალის რამდენი გადასახადის გადახდის სურვილი აქვთ). თუ საგადასახადო ტვირთი მათთვის მიუღებელია, მაშინ მათ შეუძლიათ „ხმა მისცენ საკუთარი ფეხებით" ანუ ადგნენ და გადავიდნენ ისეთ ადგილზე სადაც იქნება ლინდალის ისეთი გადასახადი, რომელიც მოახდენს მათი სარგებლიანობის მაქსიმიზაციას. ამგვარად, სრულყოფილი ინფორმაციის, გადაადგილების ნულოვანი დანახარჯისა და საკმარისი საზოგადოებების არსებობის შემთხვევაში ლინდალის ამონახსნი შეიძლება განხორციელედეს კონკრეტულ ლოკალურ ადგილზე. მსგავსი არგუმენტის გამოყენება შეიძლება სხვა ტიპის ორგანიზაციებზე (როგორიცაა კერძო კლუბები) რომლებიც უზრუნველყოფენ თავიანთ წევრებს საზოგადოებრივი საქონლით; საკმარისი რაოდენობის კლუბების შეთავაზებით, ეფექტიანი წონაწორობის შედეგის მიღწევა შესაძლებელია. რა თქმა უნდა, ის დაშვევები რომლებიც საფუძვლად უდევს ინდივიდების ასეთ არჩევანს საკმაოდ მკაცრია. ამ დაშვებების სულ მცირე ცვლილებამაც კი შეიძლება მოგვცეს არაეფექტიანი შედეგი, საზოგადოებრივ საქონელზე გაცხადებული მოთხოვნის ბუნების გამო.

დავალება 19.5 გარე ეფექტებისა და საზოგადოებრივი საქონლის შესახებ

ბოლო წლებში, ეკონომისტება დაიწყეს ამ თავში განხილულ ორ საკითხს - გარე ეფექტი და საზოგადოებრივი საქონელი - შორის კავშირის შესწავლა. ძირითადი დასკვნა ამ შესწავლიდან ისაა, რომ უნდა გამოვიყენოთ ზოგადი წონასწორობის მოდელის ხედვა ამ პრობლემაზე ეფექტიანი ამონახსენის საპოვნელად. ამ ნაწილში დავუბრუნდებით გამოთვლითი ზოგადი წონასწორობის მოდელს, რომელიც აღვწერეთ თავში 13 (იხილეთ მაგალითი 13.4). გასამარტივებლად დავუშვებთ, რომ ეკონომიკაში გვყავს მხოლოდ ერთი ადამიანი, რომელის სარგებლიანობის ფუნქციასაც აქვს შემდეგი სახე

(გაგრძელება)

11 C. M. Tiebout, "A Pure Theory of Local Expenditures," Journal of Political Economy (October1956): 416–24.

სარგებლიანობა = $U(x, y, l, g, c) = x^{0.5}y^{0.3}l^{0.2}g^{0.1}c^{0.2}$, **(19.58)**

აქ დავამატეთ საზოგადოებრივი საქონლისგან (g) მიღებული სარგებლიანობა, რომელიც თავდაპირველად ფინანსდებოდა დასაქმებულების საგადასახადო შემოსავლიდან, და ასევე დავამატეთ სუფთა ჰაერისგან (c) მიღებული სარგებლიანობა. საზოგადოებრივი საქონლის წარმოება მოითხოვს კაპიტალს და მუშახელს, ხოლო საწარმოო ფუნქციას აქვს შემდეგი სახე $g = k^{0.5}l^{0.5}$; y-ის წარმოებას აქვს გარე ეფექტი სუფთა ჰაერზე $c = 10 - 0.2y$. x და y პროდუქტის საწარმოო ფუნქცია იგივეა, რაც მაგალითში 13.4, და ასევე იგივენაირად გვაქვსსაწარმოო ფაქტორების (k და l) საწყისი რაოდენობები. ამგვარად, ჩვენი მიზანია რესურსების ისეთი განაწილება, რომ მოვახდინოთ სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია.

საბაზისო შემთხვევა: ოპტიმალური საზოგადოებრივი საქონლის წარმოება პიგუს გადასახადების გარეშე. თუ გარე ეფექტის კონტროლის არანაირი მცდელობა არ იქნება, მაშინ ოპტიმალური საზოგადოებრივი საქონლის წარმოება იქნება $g = 2.93$ და ეს დაფინანსდება დასაქმებულებზე 0.25 გადასახადის განაკვეთით. ამ შემთხვევაში $y = 29.7$და სუფთა ჰაერი იქნება $c = 10 - 5.94 = 4.06$. მთლიანი სარგებლიანობა ამ შემთხვევაში იქნება $U = 19.34$. გარე ეფექტების რეგულირების გარეშე ეს არის მაქსიმალური შესაძლო სარგებლიანობა.

პიგუს გადასახადი. როგორც ნახაზზე 19.1 ნაჩვენებია y საქონელზე გადასახადის დაწესებით შესაძლებელია სიტუაციის გაუმჯობესება. 0.1 საგადასახადო განაკვეთის პირობებში, y-ის გამოშვება შემცირდება $y = 27.4$-მდე ($c = 10 - 5.48 = 4.52$), საზოგადოებრივი საქონლის წარმოება შეგვიძლია გავზარდოთ საგადასახადო შემოსავლით $g = 3.77$-მდე. სარგებლიანობა მთლიანობაში გაიზრდება და გახდება $U = 19.38$. თუ დაკვირვებით შევისწავლით პიგუს გადასახადით მიღებულ შემოსავალს, ზოგადი წაონასწორობის მოდელში მივიღებთ უფრო დიდ ეფექტს კეთილდღეობაზე.

გარემოსდაცვითი გადასახადების „ორმაგი დივიდენდი“. თუმცა ზემოთ მოყვანილი ამონახსენი არაა ოპტიმალური. საზოგადოებრივი საქონლის წარმოება ამ შემთხვევაში არის ძალიან მაღალი, რადგან გარემოს დაცვიდან მიღებული გადასახადებსაც ვიყენებთ საზოგადოებრივი საქონლის საწარმოებლად. ფაქტიურად, როგორც სიმულაციები გვიჩენებს, ოპტიმალურობას მივაღწევთ თუ დასაქმებულებზე გადასახადი შემცირდება 0.20-მდე და საზოგადოებრივი საქონლის წარმოება $g = 3,31$-მდე. ამ შემთხვევაში სარგებლიანობა კიდევ უფრო გაიზრდება და გახდება $U = 19.43$. ეს შედეგი ცნობილია, როგორც გარემოსდაცვითი გადასახადის „ორმაგი დივიდენდი“: ეს გადასახადი არა მარტო ამცირებს გარე ეფექტს (ახლა $c = 10 - 5.60 = 4.40$), არამედ ასევე მთავრობა იღებს დამატებით შემოსავალს რომელიც მას აძლევს საშუალებას შეამციროს ბაზრის სხვა დამამახინჯებელი გადასახადები.

შეკითხვა: რატომ მცირდება სუფთა ჰაერი მაშინ, როდესაც დასაქმებულებზე გადასახადს ვამცირებდით 0.25-დან 0.20-მდე? უფრო ზუსტად, აღწერეთ ყოველთვის გამოიწვევს თუ არა გარემოს გაცვითი გადასახადი ორმაგ დივიდენდებს.

ხმის მიცემა და რესურსების ბანაწილება

ხშირად ხმის მიცემა გამოიყენება როგორც გადაწყვეტილების მიღების პროცესი. ზოგ შემთხვევებში ინდივიდები პირდაპირ პასუხობენ კითხვებს. ეს მიღებულია ახალი ინგლისის ქალაქებში, ასევე შტატებში რეფერენდუმები ტარდება (მაგალითად კალიფორნიის წინადადება 13, რომელიც მიიღეს 1977 წელს), ასევე შვეიცარიაშიც მრავალი პოლიტიკა ასე გატარდა. პირდაპირი ხმის მიცემა ასევე გამოიყენება მრავალი სოციალური გადაწვეყილების დროს, მაგალითად ფერმერთა კოოპერატივებში, უნივერსიტეტებში და თუნდაც ადგილობრივ როტაციულ კლუბებში. სხვა შემთხვევებში საზოგადოება ამჯობინებს, რომ ქონდეს წარმომადგენლობითი ფორმის მთავრობა. ამ დროს საზოგადოება ირჩევს წარმომადგენლებს და შემდეგ ისინი იღებენ გადაწყვეტილებას პოლიტიკურ საკითხებზე. ჩვენი მიზანია პირდაპირი ხმის მიცემის შესწავლა. ეს არის მნიშვნელოვანი საკითხი არა მხოლოდ იმიტომ, რომ მას გამოყენების ფართო არეალი აქვს, არამედ იმიტომ რომ არჩეული წარმომადგენლობებიც კი ხშირად იყენებენ პირდაპირ ხმის მიცემას (კონგრესში მაგალითად) და თეორიაში ავხსნით ასეთ გამოყენებას.

ხმათა უმრავლესობის წესი

რადგან ბევრი არჩევნები ტარდება ხმათა უმრავლესობის წესით, ჩვენ ამას აღვიქვამთ როგორც ბუნებრივს, შესაძლოა სოციალურად ოპტიმალური არჩევანის მისაღებადაც ეს მიგვაჩნია მართებულად. თუმცა, მარტივი ექსპერიმენტიც კი გვიჩვენებს, რომ ეს ასე არ არის. მაგალითად აშშ-ს კონსტიტუციაში ცვლილების შესატანად საჭიროა არა უმრავლესობა (50 პროცენტზე მეტი), არამედ ხმათა ორი მესამედი. ასევე აშშ-ს სენატის ხმათა 60 პროცენტია საჭირო რაიმე საკითხზე დებატების ლიმიტირებისათვის. ზოგიერთ ინსტიტუციებში სოციალურად ოპტიმალური არჩევანის გასაკეთებლად საჭიროა ანონიმურობა. ლინდალის წონასწორობის შემთხვევაში შეიძლება არსებობდეს გადასახადების წილების ისეთი განაწილება, რომელიც მიიღწევა ანონიმური[12] ხმის მიცემით. მაგრამ როგორც წესი, ასეთი ანონიმური შეთანხმებები ხშირად იშლება „უბილეთო მგზავრის“ პრობლემის გამო. საზოგადოების ანონიმურობიდან გადახვევის მიზეზების და სხვა ნაკლოვანებების დეტალური განხილვა შორს წაგვიყვანს, ამიტომ ამის მაგივრად, დავუშვებთ, რომ გადაწყვეტილება მიიღება ხმათა უმრავლესობის წესის დაცვით.

12 D. S Black, "On the Rationale of Group Decision Making." Journal of Political Economy (February 1948): 23–34.

მკითხველს შეუძლია თვითონ მოიფიქროს რა სიტუაციებში იქნება უკეთესი გადამწყვეტი პროპორცია იყოს 50 პროცენტისგან განსხვავებული.

ცხრილი 19.2 უპირატესობები, რომლებიც ქმნის ხმის მიცემის პარადოქსს

არჩევანი: A—დაბალი დანახარჯები
B—საშუალო დანახარჯები
C—მაღალი დანახარჯები

უპირატესობები	სმიტი	ჯონსი	ფუდი
	A	B	C
	B	C	A
	C	A	B

ხმის მიცემის პარადოქსი

1780-იან წლებში ფრანგმა სოციალურ თეორეტიკოსმა მ. დე კონდორსეტმა აღმოაჩინა ხმათა უმრავლესობის წესის მნიშვნელოვანი მახასიათებელი - ამ სისტემით შეიძლება არ მივიდეთ წონასწორობამდე და ვტრიალებდეთ ალტერნატივებს შორის. კონდორსეტის პარადოქსი მარტივ მაგალითზე მოცემულია ცხრილში 19.2. დავუშვათ გვყავს სამი ხმის მიმცემი (სმიტი, ჯონსი და ფუდი), რომლებმაც უნდა აირჩიონ სამი პოლიტიკიდან ერთ-ერთი. შემდგომი მსჯელობის გასამარტივებლად დავუშვათ, რომ ეს სამი პოლიტიკა შეესაბამება საზოგადოებრივ საქონელზე დანახარჯების რაოდენობას (დაბალი *A*, საშუალო *B* ან მაღალი *C*), თუმცა კონდორსეტის პარადოქსი გვექნება სახეზე მაშინაც კი, თუ ასარჩევი ობიექტები არ იქნება დალაგებული ასეთნაირად რიგითობის მიხედვით. სმიტის, ჯონსის და ფუდის უპირატესობები სამ სხვადასხვა პოლიტიკაზე მოცემულია ცხრილში 19.2. უპირატესობების ასეთი განლაგება ქმნის კონდორსეტის პარადოქსს.

განვიხილოთ, ხმის მიცემა A-სა და B-ს შორის. ამ შემთხვევაში A მოიგებს, რადგან ეს ურჩევნია სმიტს და ფუდს, ხოლო მისი წინააღმდეგია ჯონსი. A და C-ს შორის გაიმარჯვებს C, რადგან ესეც ორს ურჩევნია, ხოლო C-სა და B-ს შორის, B გაიმარჯვებს და მივალთ ისევ იქ საიდანაც დავიწყეთ. სოციალური არჩევანი დაუსრულებლად იტრიალებს ამ სამ ალტერნატივას შორის. ყოველ მომდევნო არჩევნებში პირველად მიღებული გადაწყვეტილება დამარცხდება და წონასწორობა არ მიიღწევა. ამ სიტუაციაში, არჩევანი დამოკიდებულია არა რაიმე რაციონალური გზაზე, არამედ ასარჩევი ობიექტების განლაგებაზე.

ერთ-პიკიანი პირიტესობები და მედიანური ამომრჩევლის თეორემა

კონდორსეტის პარადოქსს ადგილი აქვს ამომრჩეველთა უპირატესობების შეუთავსებლობის გამო. შეიძლება ვინმეს დააინტერესოს, შესაძლებელია თუ არა ჩამოვაყალიბოთ პირობები, რომლის დაკმაყოფილების შემთხვევაშიც არჩევნებში წონასწორობის მიღწევა უფრო დიდი ალბათობით იქნება შესაძლებელი. ამ ალბათობების შესახებ ფუნდამენტური შედეგი აღმოაჩინა დანკან ბლექმა 1948 წელს.13 ბლექმა აჩვენა, რომ ხმის მიცემის წონასწორული შედეგი აუცილებლად გვექნება იმ შემთხვევაში, თუ ასარჩევი საკითხი არის ერთგანზომილებიანი (მაგალითად რამდენი უნდა დაიხარჯოს საზოგადოებრივ საქონელზე) და როდესაც ამომრჩეველთა უპირატესობები არის „ერთ-პიკიანი". ერთ-პიკიანობის ცნების გასაგებად ისევ განვიხილოთ კონდორსეტის პარადოქსი. ნახაზზე 19.3 მოცემულია ისეთი უპირატესობები, რომლის შემთხვევაშიც გვქონება პარადოქსი. აქ თითოეულ ალტერნატივას მივანიჭოთ რაიმე ჰიპოთეტური სარგებლიანობის დონეები, რომლებიც შესაბამისი იქნება ცხრილში 19.2 მოცემულ უპირატესობებთან. სმიტისთვის და ჯონსისთვის უპირატესობა არის ერთ-პიკიანი: როდესაც საზოგადოებრივ საქონელზე დანახარჯი იზრდება ორივეს გააჩნია ერთადერთი ლოკალური სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის არჩევანი (სმიტს A და ჯონსს B). ფუდის უპირატესობებს ამ შემთხვევაში აქვს ორი ლოკალური მაქსიმუმი (A და C). ეს არის უპირატესობების ისეთი განაწილება, რომელიც შედეგად გვაძლევს ციკლურ ხმის მიცემას. თუ ფუდს ექნებოდა განსხვავებული უპირატესობები, მაგალითად, როგორიც მოცემულია ნახაზზე 19.3 წყვეტილი ტეხილით (ამ შემთხვევაში C არის ერთადერთი ლოკალური მაქსიმუმი), მაშინ პარადოქსი აღარ გვექნებოდა. ამ შემთხვევაში საზოგადოებრივი არჩევანი იქნებოდა B,რადგან ის დანარჩენ ორ ალტერნატივას (A და C) ურჩევნია ორ ინდივიდს და ეწინააღმდეგება მხოლოდ ერთი. აქ B არის „მედიანური" ამომრჩევლის (ჯონსის) არჩევანი, რომლის უპირატესობაც არის სმიტისა და ფუდის (ახალი უპირატესობა) უპირატესობებს „შორის".

ბლექის შედეგი არის საკმაოდ ზოგადი და შეგვიძლია გამოვიყენოთ ამომრჩეველთა ნებისმიერი რაოდენობის შემთხვევაში. თუ ასარჩევი ალტერნატივები არის ერთგანზომილებიანი[14] და თუ უპირატესობები არის ერთ-პიკიანი, მაშინ ხმათა უმრავლესობის შედეგად ავირჩევთ ისეთ პროექტს, რომელსაც მედიანური ამომრჩეველი ანიჭებს უპირატესობას. ამგვარად, ამომრჩევლის უპირატესობები განსაზღვრავს რომელი საზოგადოებრივი პროექტი უნდა განხორციელდეს. ეს შედეგი არის ბევრი პოლიტიკური პროცესების მოდელის საწყისი წერტილი. ასეთ მოდელებში, მედიანური ამომრჩევლის უპირატესობები განსაზღვრავს პოლიტიკური კურსის არჩევანს - ან ეს ამომრჩეველი განსაზღვრავს რომელი მიიღებს ხმათა უმრავლესობას პირდაპირ არ-

13 ეს შედეგი შეიძლება განზოგადდეს მრავალგანზომილებიან პოლიტიკაში თუ ინდივიდები შეიძლება დახასიათდნენ თავისი მხარდაჭერით ერთგანზომილებიანი პოლიტიკის გასნვრივ.

14 თუმცა შეიძლება ისინიც დათანხმდნენ თუ სარგებელი g-სგან შემოსავლის პროპორციული იქნება.

ჩევნებში ან რადგან მედიანური ამომრჩეველი „კარნახობს“ კონკურენტულ არჩევნებს, კანდიდატებმა უნდა მოარგონ თავიანთი პოლიტიკა მედიანურ ამომრჩეველს.

მარტივი პოლიტიკური მოდელი

მედიანური ამომრჩევლის თეორემის პოლიტიკურ მოდელებში გამოყენების საილუსტრაციოდ, დავუშვათ, რომ მოცემულია კონკრეტული საზოგადოება, რომელშიც არის ბევრი ამომრჩეველი (n), თითოეულის შემოსავალი კი არის y_i. თითოეული ამომრჩევლის სარგებლიანობა დამოკიდებულია პირად მოხმარებაზე (c_i) და საზოგადოებრივ საქონელზე (g), სარგებლიანობის ფუნქციას აქვს შემდეგი სახე

$$\text{i ინდივიდის სარგებლიანობა} = U_i = c_i + f(g), \tag{19.59}$$

სადაც $f_g > 0$ და $f_{gc} < 0$.

თითოეულმა ამომრჩეველმა უნდა გადაიხადოს საშემოსავლო გადასახადი საზოგადოებრივი საქონლის (g) დასაფინანსებლად. გადასახადი არის შემოსავლის პროპორციული და განაკვეთი არის t. შესაბამისად, თითოეული ინდივიდის საბიუჯეტო შეზღუდვა იქნება

$$c_i = (1 - t)y_i, \tag{19.60}$$

მთავრობაც ასევე შეზღუდულია საბიუჯეტო შემოსავლით

$$g = \sum_{1}^{n} ty = tny^{\wedge}. \tag{19.61}$$

სადაც $y^{\wedge}$ არის ყველა ამომრჩევლის საშუალო შემოსავალი.

ამ შეზღუდვების გათვალისწინებით, i ინდივიდის სარგებლიანობის ფუნქცია შეიძლება ჩავწეროთ, როგორც მხოლოდ მისი საზოგადოებრივი საქონლის არჩევანის ფუნქცია:

$$U_i(g) = \left(y^{\wedge} - \frac{g}{n}\right)\frac{y_i}{y^{\wedge}} + f(g). \tag{19.62}$$

i ინდივიდის სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია გვიშვენებს, რომ საზოგადოებრივ საქონელზე გაწეული დანახარჯი უნდა აკმაყოფილებდეს შემდეგ პირობას

$$\frac{dU_i}{dg} = \frac{y_i}{ny^{\wedge}} + f_g(g) = 0 \quad \text{ან} \quad g = f_g^{-1}\left(\frac{y_i}{ny^{\wedge}}\right). \tag{19.63}$$

ეს გვიჩვენებს რომ საზოგადოებრივ საქონელზე გაწეული დანახარჯი უკუდამოკიდებულებაშია შემოსავალთან. რადგან (ამ მოდელში) g-სგან მიღებული სარგებლიანობა

დამოუკიდებელია შემოსავალზე, მაგრამ გადასახადი იზრდება შემოსავალთან ერთად, მაღალი შემოსავლის მქონე ამომრჩევლებს მოსალოდნელია ქონდეთ უფრო მცირე წმინდა სარგებლიანობა (შეიძლება დანაკარგიც კი) საზოგადოებრივი სარგებლიდან, ვიდრე დაბალშემოსავლიან ამომრჩევლებს.

მედიანური ამომრჩევლის წონასწორობა

თუ საზოგადოებრივი საქონლის რაოდენობა განისაზღვრება ხმათა უმრავლესობის წესით მაშინ ისეთი დონე იქნება არჩეული რომელიც „მედიანურ ამომრჩეველს" მოსწონს. ამ შემთხვევაში ამომრჩეველეთა უპირატესობები დამოკიდებულია მათ შემოსავალზე, ანუ g იქნება არჩეული მედიანური შემოსავლის მიხედვით (y^m). სხვა ნებისმიერი g-ს დონე ვერ მიიღებს 50%-ზე მეტ ხმას. ამგვარად, წონასწორული g არის

$$g^* = f_g^{-1}\left(\frac{y^m}{ny^A}\right) = f_g^{-1}\left[\left(\left(\frac{1}{n}\right)\frac{y^m}{y^A}\right)\right]. \qquad \textbf{(19.64)}$$

ზოგადად, შემოსავლის განაწილება არის მარჯვნივ გადახრილი მსოფლიოს ნებისმიერ პოლიტიკურ ტერიტორიაზე. შემოსავლის ასეთი განაწილებით, $y^m < y^A$, და ამ ორ მნიშვნელობას შორის განსხვავება იზრდება რაც უფრო მეტადაა გადახრილი შემოსავლის განაწილება. ამგვარად განტოლება 19.64-ის მიხედვით, სხვა თანაბარ პირობებში, რაც უფრო არათანაბარია შემოსავლის განაწილება დემოკრატიაში, უფრო დიდი იქნება საშემოსავლო გადასახადის განაკვეთი და უფრო მეტი დაიხარჯება საზოგადოებრივ საქონელზე.

მედიანური ამომრჩევლის შედეგის ოპტიმალურობა

თუმცა მედიანური ამომრჩევლის თეორემა გვაძლევს რიგ საინტერესო და დადებით პროგნოზებს არჩევნებში ხმისმიცემასთან დაკავშირებით, ამ შედეგების ნორმატიული მნიშვნელობა რთულია შევნიშნოთ. ამ მაგალითში, აშკარაა რომ შედეგი განსხვავებულია ლინდალის ნებაყოფლობითი წონასწორობისგან – მაღალი შემოსავლის მქონე ამომრჩევლები თავისი ნებით არ დათანხმდებიან გადასახადებს.[15] ეს შედეგი ასევე არაა აუცლებელი სოციალური კეთილდღეობის რაიმე კრიტერიუმს აკმაყოფილებდეს. მაგალითად, „უტილიტარისტური" სოციალური კეთილდღეობის შემთხვევაში, g იქნებოდა არჩეული ისე რომ მოეხდინა სარგებლიანობების ჯამის მაქსიმიზაცია.

$$SW = \sum_i^n U_i = \sum_i^n \sum_i^n \left[\left(y^A - \frac{g}{n}\right)\left(\frac{y_i}{y^A}\right) + f(g)\right] = ny^A - g + nf(g). \qquad \textbf{(19.65)}$$

15 რაც მოყვება წარმოდგენილია საკმაოდ გამარტივებულ მოდელში, რომელიც პირველად წარმოდგენილი იქნა ნაშრომში T. Romer in "Individual Welfare, Majority Voting, and the Properties of a Linear Income Tax," Journal of Public Economics (December 1978): 163–68

g-ს ოპტიმალური არჩევანი შეიძლება ვიპოვოთ:

$$\frac{dSW}{dg} = -1 + nf_g = 0,$$

ან,

$$g^* = f_g^{-1}\left(\frac{1}{n}\right) = f_g^{-1}\left[\left(\left(\frac{1}{n}\right)\frac{y^A}{y^A}\right)\right]. \tag{19.66}$$

რომელიც გვიჩვენებს რომ უტილიტარისტული არჩევანის შემთხვევაში არჩეული იქნება g საშუალო შემოსავლის მქონე ამომრჩევლის სასარგებლოდ. g-ს ასეთი რაოდენობა იქნება მედიანური ამომრჩევლის შემთხვევაში არჩეულ საზოგადოებრივი საქონლის დონეზე ნაკლები, რადგან ($y^m < y^A$). მაგალითში 19.6 ოდნავ შორს წავალთ და გავარკვევთ, თუ როგორ შეიძლება გამოიყენოს ეს ანალიზი მთავრობამ ტრანსფერების პოლიტიკაში.

მაგალითი 19.6: ხმების მიცემა გადანაწილებად გადასახადზე

დავუშვათ, ამომრჩევლებმა გადაწყვიტეს მიეღოთ მიეღოდ ისეთი სახის ტრანსფერი რომლის მიხედვითაც ყველა მიიღებდა ერთნაირ ტრანსფერს, რომელიც დაფინანსდებოდა პროპორციული გადასახადების სისტემით. თუ აღვნიშნავთ ერთ ინდივიდზე ტრანსფერს b-თი, მაშინ თოთოეული ინდივიდის სარგებლიანობა იქნება,

$$U_i = c_i + b, \tag{19.67}$$

და მთავრობის საბიუჯეტო შეზღუდვა იქნება

$$nb = tny^A \quad \text{ან} \quad b = ty^A, \tag{19.68}$$

იმ ამომრჩევლისთვის რომლის შემოსავალიც საშუალო შემოსავალზე მეტია, სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია მიიღწევა, როცა ტრანსფერი იქნება $b = 0$, რადგან ასეთი ამომრჩეველი გადასახადების სახით გადაიხდის უფრო მეტს, ვიდრე მიიღებს ტრანსფერის სახით. ნებისმიერი ამომრჩეველი, რომლის შემოსავალიც ნაკლებია საშუალოზე მოიგებეს ტრანსფერებიდან საგადასახადო განაკვეთის სიდიდის მიუხედავად და ასეთი ამომრჩევლები (მედიანური ამომრჩევლის ჩათვლით) აირჩევენ $t = 1$ და $b = y^A$. ანუ ისინი მხარს დაუჭერენ შემოსავლების სრულად გათანაბრებას სადაგასახადო სისტემის მეშვეობით. რა თქმა უნდა, ასეთი საგადასახადო სქემა არარეალისტურია – უმთავრესად იმიტომ რომ 100 პროცენტი საგადასახადო განაკვეთი უეჭველად შექმნის ნეგატიურ სამუშაო სტიმულებს, რაც საშუალო შემოსავალს სამომავლოდ შეამცირებს.

ასეთი მოტივაციის ეფექტების დასანახად, დავუშვათ რომ თითოეული ადამიანის შემოსავალი შედგება ორი კომპონენტისგან, ერთი რომელზეც გავლენას ახდენს გადასახადის განაკვეთი ($y_i(t)$) და მეორე რომელზეც არ ახდენს გავლენას (n_i). დავუშვათ

ასევე რომ n_i-ს საშუალო მნიშვნელობა რის 0, მაგრამ ეს განაწილება არის გადახრილი მარჯვნივ, ასე რომ $n_m < 0$. ამ შემთხვევაში სარგებლიანობა მოცემულია როგორც

$$U_i = (1 - t)[y_i(t) + n_i] + b, \tag{19.69}$$

დავუშვათ, რომ თითოეული ინდივიდი პირველ რიგში ახდენს ისეთი ცვლადების ოპტიმიზაციას (როგორიცაა სამუშაო ძალის მიწოდება), რომლებიც გავლენას ახდენენ $y_i(t)$-ზე. პირველი რიგის პირობა[16] t-სა და b-ს ასარჩევად იქნება (სახელმწიფო საბიუჯეტო შეზღუდვის გამოყენებით, ტოლობა 19.68)

$$\frac{dU_i}{dt} = -n_i + \frac{dy^A}{dt} = 0, \tag{19.70}$$

ამგვარად i ამომრჩევლისთვის საგადასახადო განაკვეთის ოპტიმალური გადანაწილება მოცემულია

$$t_i = \frac{n_i}{dy^A / dt}. \tag{19.71}$$

თუ დავუშვებთ, რომ პოლიტიკურ შეჯიბრში, რომელშიც გამარჯვებული უნდა გამოვლინდეს ხმათა უპირატესობით აირჩევს ისეთ პოლიტიკას რომელიც მედიანურ ამომრჩეველს ურჩევნია, და წონასწორული გადასახადის განაკვეთი იქნება

$$t^* = \frac{n_m}{dy^A / dt}. \tag{19.72}$$

რადგან ორივე n_m და dy^A/dt არის უარყოფითი, საგადასახადო განაკვეთი იქნება დადებითი. რაც უფრო დაშორებულია n_m მისი საშუალო მნიშვნელობიდან (ანუ, რაც უფრო არათანაბარია შემოსავლების განაწილება) ოპტიმალური გადასახადი იქნება უფრო დიდი. ანალოგიურად, რაც უფრო დიდია დამამახანიჯებელი ეფექტი, უფრო პატარაა ოპტიმალური გადასახადი. ეს მოდელი უფრო რთულ და შემოწმებად ჰიპოთეზებს გვაძლევს რეალურ მსოფლიოში შემოსავლის გადანაწილებასთან დაკავშირებით.

შეკითხვა: მოცემულ მოდელში პროგრესული საგადასახადო განაკვეთი გაზრდის თუ შეამცირებს ოპტიმალურ საგადასახადო განაკვეთს t^*-ს?

ხმის მიცემის მექანიზმი

ხმათა უმრავლესობის წესის მიხედვით არჩევას აქვს ნაკლოვანებები, ასეთი არჩევნები არ გვაძლევს საკმარის ინფორმაცია ხალხის მიერ საზოგადოებრივი საქონლის შე-

16 ტოლობა 19.70 შეიძება მივიღოთ ტოლობა 19.69-დან გაწარმოებით და ინდივიდის ოპტიმიზაციის დაშვებით ($dy/dt = 0$)

ფასებაზე. ეს სიტუაცია ასიმეტრიული ინფორმაციის მოდელების მსგავსია, რომელიც წინა თავებში განვიხილეთ. აქ ამომრჩევლები არიან უფრო ინფორმირებულები, ვიდრე მთავრობა მათ მიერ გადასახადებში გადახდილი თანხების ღირებულებაზე. ამ ქვეთავში განვიხილავთ ორ მექანიზმს. ორივე ეფუძნება ვიქრის მეორე-ფასის აუქციონის ძირითად იდეას (იხილეთ თავი 18), აუქციონში მონაწილე სხვა პირების შეფასებებზე ინფორმაციის ჩართვამ გადაწყვეტილების მიმღების გამოთვლებში, შეიძლება შედეგად მოგვცეს ნამდვილი შეფასებები უფრო მეტი ალბათობით.

გროუჯზის მექანიზმი

1973 წლის ნაშრომში, გროუვზმა მონახა გზა (გამოიყენა ვიქრის აუქციონის იდეა) თუ როგორ უნდა მიეცათ სტიმული ხალხისათვის გამოეაშკარავებინათ თავიანთი მოთხოვნა საზოგადორბრივ საქონელზე.[17] ამ მექანიზმის საილუსტრაციოდ დავუშვათ, რომ გვყავს n ინდივიდიანი ჯგუფი, რომელშიც თითოეულს აქვს კერძო (დაუკვირვებელი) წმინდა შეფასება u_i მოცემულ საგადასახადო სისტემაზე. მთავრობა აცხადებს, რომ თუ ეს პროექტი იქნება მიღებული თითოეული ადამიანი მიიღებს ტრანსფერს, რომლის ოდენობაც განისაზღვრება შემდეგნაირად

$$t_i = \sum_{-i} v_i, \tag{19.73}$$

სადაც v_i წარმოადგენს i ინდივიდის მიერ გამხელილ შეფასებას და აღნიშვნა „$-i$" გულისხმობს, რომ უნდა შევკრიბოთ i ინდივიდის გარდა ყველა ინდივიდის შეფასებები. თუ პროექტი არ მიიღება ტრანსფერებიც არ განხორციელდება.

ამ შემთხვევაში i ამომრჩევლის ამოცანაა აირჩიოს ისეთი წმინდა შეფასება რომ მოახდინოს შემდეგი სარგებლიანობის მაქსიმიზაცია

$$\text{სარგებლიანობა} = u_i + t_i = u_i + \sum_{-i} v_i, \tag{19.74}$$

რადგან პროექტი მიიღება მხოლოდ და მხოლოდ მაშინ თუ $\sum_{-i} v_i > 0$ და ყველა ინდივიდს სურს პროექტი განხორციელდეს მხოლოდ და მხოლოდ მაშნ თუ მათი სარგებელი იზრდება (ანუ $u_i + \sum_{-i} v_i > 0$), აქედან გამომდინარეობს რომ სარგებლის მაქსიმიზაციის სტრატეგია არის ავირჩიოთ $v_i = u_i$. ამგვარად, გროუვზის მექანიზმი სტიმულს აძლევს თითოეულ ინდივიდს თქვას სიმართლე პროექტის შეფასებაზე.

კლარკის მექანიზმი

მსგავსი მექანიზმი შემოგვთავაზა 1970-იანი წლების დასაწყისშივე ე. კლარკმა.[18] ეს მექანიზმი ასევე გულისხმობს ინდივიდებისთვის საზოგადოებრივ პროექტზე მათი წმინდა

17 T. Groves, "Incentives in Teams," Econometrica (July 1973): 617–31.
18 E. Clarke, "Multipart Pricing for Public Goods," Public Choice (Fall 1971): 19–33.

შეფასებების გაცხადებას, მაგრამ ის ფოკუსირებას ახდენს ძირითადად „ცენტრალურ ამომრჩეველებზე“ – რომელთა შეფასებასაც შეუძლია შეცვალოს მთლიანი შეფასება უარყოფითიდან დადებითისკენ და პირიქით. სხვა დანარჩენი ამომრჩევლებისთვის, არ არსებობს ტრანსფერები, იმ დაშვებით, რომ მათი გაცხადებული მნიშვნელობები არ შეცვლის გადაწყვეტილებას, ამგვარად, მანაც ასევე შეიძლება გააცხადოს სწორი მნიშვნელობა. ცენტრალური ამომრჩევლები კლარკის მექანიზმის მიხედვით გადაიხდიან პიგუს გადასახადის მსგავს გადასახადს (ან ტრანსფერს) რათა მიეცეთ სიმართლის თქმის სტიმული. რომ ვნახოთ თუ როგორ მუშაობს ეს მექანიზმი, დავუშვათ რომ ყველა დანარჩენი ამომრჩევლის მიერ გაცხადებული წმინდა შეფასება არის უარყოფითი ($\sum_{-i} v_i < 0$), მაგრამ i ამომრჩეველი თუ სწორ წმინდა შეფასებას გააცხადებს, მაშინ პროექტი შეიძლება გახდეს მისაღები ($u_i + \sum_{-i} v_i > 0$). აქაც, როგორც გროუვზის მექანიზმში $t_i = \sum_{-i} v_i$ ტრანსფერი (რაც ამ შემთხვევაში იქნებოდა უარყოფითი ანუ იქნებოდა გადასახადი) სტიმულს მისცემდა ცენტრალურ ამომრჩევლებს განეცხადებინათ სწორად ანუ $u_i = v_i$. მსგავსად, თუ ყველა დანარჩენი ინდივიდი განაცხადებდა შეფასებას პროექტის სასარგებლოდ ($\sum_{-i} v_i > 0$), მაგრამ i ინდივიდის პროექტის შეფასების ჩართვამ შეიძლება პროექტი არამიმზიდველი გახადოს, შედეგად ტრანსფერი $t_i = \sum_{-i} v_i$ (რაც ამ შემთხვევაში არის დადებითი) ცენტრალურ ამომრჩეველს ასტიმულირებს აირჩიოს $u_i = v_i$. მთლიანობაში კლარკის მექანიზმიც არის სწორად განმცხადებელი. შევნიშნოთ, რომ ამ შემთხვევაში ტრანსფერმა ითამაშა მსგავსი როლი, რასაც გარე ეფექტების შემთხვევაში პიგუს გადასახადი თამაშობდა. თუ სხვა ამომრჩევლებს პროექტი სასარგებლოდ არ მიაჩნიათ, მაშინ i ამომრჩეველმა უნდა აანაზღაუროს მათთვის მიყენებული ზიანი. მეორე მხრივ, თუ სხვა ამომრჩევლებმა მიიღეს პროექტი, მაშინ i ამომრჩეველი უნდა იყოს ამ პროექტის საკმარისად წინააღმდეგი, რომ ის არ იქნას „მოქრთამული“ სხვა ამომრჩევლების მიერ, ამ პროექტის მისაღებად.

განზოგადება

ზემოთ აღწერილ მექანიზმებს ზოგჯერ უწოდებენ *CVG* მექანიზმს, რომელიც მიღებულია იმ სამი ეკონომისტის გვარების პირველი ასოებიდან (ვიკრი, კლარკი, და გროუვზი), რომლებმაც პირველებმა დაიწყეს ამ საკითხის კვლევა. ეს მექანიზმი შეიძლება განზოგადდეს, ან სამთავრებო პროექტების რაოდენობის გაზრდით, ან ამომრჩეველთა წონასწორობის სხვა ცნების შემოტანით, ან ამომრჩეველთა რაოდენობის უსასრულობის დაშვებით. ერთადერთი დაშვება, რომელსაც ვერ შევცვლით არის კვაზი-წრფივი სარგებლიანობის ფუნქციის დაშვება, რომელსაც ვიყენებდით მთელს ჩვენს ანალიზში. ასეთი სარგებლიანობის ფუნქცია არის თუ არა კარგი მიახლოვება პოლიტიკურ მოდელებში გადაწყვეტილების მიმღები ინდივიდების სარგებლიანობასთან ჯერ კიდევ კითხვის ნიშნის ქვეშაა.

შეჯამება

ამ თავში განვიხილეთ ბაზრის ჩავარდნის მაგალითები, რომელთაც ადგილი აქვთ მოხმარების ან საწარმოო გარე ეფექტების დროს გარკვეულ საქონელზე. ზოგ შემთხვევებში, შეიძლება შევქმნათ ისეთი მექანიზმი, რომელიც გადაჭრის გარე ეფექტების პრობლემას, მაგრამ ასეთ მექანიზმებს აქვს ლიმიტები. ზოგიერთი სპეციფიკური საკითხი მოცემულია ქვემოთ.

- გარე ეფექტები იწვევენ რესურსების არაეფექტიან განაწილებას, რადგან კერძო და საზოგადოებრივ ზღვრულ დანახარჯებში ჩნდება განსხვავება. ტრადიციული გადაჭრის გზა არის გარე ეფექტის გამომწვევი და მიმღები მხარეების გაერთიანება, ან შესაფერისი (პიგუს) გადასახადის ან სუბსიდიის დაწესება.
  თუ ტრანზაქციის დანახარჯები მცირეა, მაშინ კერძო მოლაპარაკებებმა შეიძლება სოციალური და კერძო დანახარჯები ერთ ხაზზე დასვას. ასეთ სიტუაციებში რესურსების განაწილების ეფექტიანობის დამტკიცება ცნობილია ქოუზის თეორემის სახელით.

- საზოგადოებრივი საქონელისგან მიღებული სარგებლიანობა არაგამორიცხვადია - შეუძლებელია ასეთი საქონლის მოხმარებისგან ვინმეს გამორიცხვა. როგორც წესი ასეთი საქონელი არის არამეტოქეობისუნარიანი, ანუ მოხმარების ზღვრული დანახარჯი არის ნული.

- კერძო ბაზრებზე საზოგადოებრივ საქონელში მოხდება ოპტიმალურზე ნაკლები რესურსების განთავსება, რადგან ერთი მყიდველი არ იღებს მთლიან სარგებელს ამ საქონლიდან.

- ლინდალის ოპტიმალური გადასახადის განაწილების სქემით რესურსები შეიძლება ეფექტიანად განაწილდეს საზოგადოებრივ საქონელში. თუმცა, ასეთი გადასახადის გამოთვლა მოითხოვს მნიშვნელოვან ინფორმაციას, რომლის დამალვის სურვილიც აქვთ ინდივიდებს.

- ხმათა უმრავლესობის წესს არაა აუცილებელი მივყავდეთ საზოგადოებრივ საქონელში რესურსების ოპტიმალურ განთავსებამდე. მედიანური ამომრჩევლის თეორემა გვაძლევს სასარგებლო გზას, თუ როგორ უნდა მოვახდინოთ ხმათა უმრავლესობის მოდელის რეალური შედეგის მოდელირება კონკრეტულ სიტუაციებში.

- რამოდენიმე სიმართლის-განმცხადებელი ხმისმიცემის მექანიზმი არსებობს. არის თუ არა ეს მექანიზმები სწორ დაშვებებზე დაფუძნებული და შეუძლიათ თუ არა მოერგონ რეალურ სიტუაციას, კითხვის ნიშნის ქვეშ რჩება.

ამოცანები

19.1

სრულყოფილად კონკურენტულ ინდუსტრიაში ფირმამ დააპატენტა მოწყობილობის შექმნის გარკვეული ახალი პროცესი. ეს ახალი პროცესი ამცირებს ფირმის საშუალო დანახარჯებს, რაც ნიშნავს, რომ მხოლოდ ეს ფირმა (მიუხედავად იმისა, რომ ის მაინც ფასის მიმღებია) შეძლებს მიიღოს რეალური ეკონომიკური მოგება გრძელვადიან პერიოდში.

ა. თუ საბაზრო ფასი არის $20 ერთეულ მოწყობილობაზე და ფირმის ზღვრული დანახარჯი მოცემულია როგორც $MC = 0.4q$, სადაც q არის გამოშვებული მოწყობილობების რაოდენობა დღეში, რამდენ მოწყობილობას გამოუშვებს ფირმა?

ბ. დავუშვათ მთავრობამ შეისწავლა ფირმის ახალი საწარმოო პროცესი და აღმოაჩინა, რომ ის იწვევს ჰაერის დაბინძურებას და მისგან გამოწვეული სოციალური ზღვრული დანახარჯი შეფასდა როგორც $SMC = 0.5q$. თუ საბაზრო ფასი არის ასევ $20, რა იქნება სოციალურად ოპტიმალური გამოშვების დონე? რა უნდა იყოს მთავრობის მიერ დაწესებული საგადასახადო განაკვეთი, რომ წარმოებამ მიაღწიოს ამ ოპტიმალურ დონეს.

გ. შედეგები გამოსახეთ გრაფიკულად.

19.2

პაგო-პაგოს კუნძულზე არის ორი ტბა და ორი მეთევზე. თითოეულ მეთევზეს შეუძლია ითევზაოს ნებისმიერ ტბაში და შეინარჩუნოს საშუალო რაოდენობის თევზი, რომელსაც კონკრეტულად მის ტბაში დაიჭერს. x ტბაში თევზის მთლიანი რაოდენობა, რაც შეიძლება დავიჭიროთ არის

$$F^x = 10l_x - \frac{1}{2}l_x^2,$$

სადაც l_x არის მეთევზეების რაოდენობა ამ ტბაზე. y ტბაზე კი დაჭრილი თევზის რაოდენობასა და მეთევზეების რაოდენობას შორის კავშირი შემდეგია

$$F^y = 5l_y$$

ა. ამ შემთხვევაში რამდენი იქნება დაჭერილი თევზის მთლიანი რაოდენობა?

ბ. პაგო-პაგოს მეთაურს ერთხელ წაუკითხავს ეკონომიკის წიგნი და სჯერავს, რომ შესაძლებელია დაჭერილი თევზის მთლიანი რაოდენობის გაზრდა თუ x ტბაზე შეზღუდავს მეთევზეთა რაოდენობას. რამდენ მეთევზეს უნდა ჰქონდეს უფლება ითევზაოს x ტბაზე რომ მოვახდინოთ დაჭერილი თევზების რაოდენობის მაქსიმიზაცია? სულ რამდენი თევზის დაჭერა მოხერხდება ამ შემთხვევაში?

გ. დავუშვათ მეთაურმა გადაწყვიტა ლიცენზია დაუწესებინა x ტბაზე თევზაობისთვის. თუ ეს ლიცენზია მიგვიყვანს სამუშაო ძალის ოპტიმალურ განაწილებამდე, რა უნდა იყოს ლიცენზიის დანახარჯი (გამოსახული თევზების რაოდენობაში)?

დ. ახსენით რა კავშირშია ეს მაგალითი საკუთრების უფლებასთან და გარე ეფექტებთან?

19.3

დავუშვათ ნავთობის ინდუსტრია ჰიპოთეტურ ქვეყანაში „უტოპია" არის სრულყოფილად კონკურენტული და ყველა ფირმა მოიპოვებს ნავთობს საერთო საბადოდან (რომელიც პრაქტიკულად ამოწურვადი არაა). დავუშვათ, რომ თითოეულ კონკურენტს სჯერა, რომ გაყიდის მთლიანი რაოდენობის ნავთობს რასაც ამოიღებს სტაბილურ ფასად $10 ერთ ბარელ ნავთობზე. ერთი ჭაბურღილის ფუნქციონირება ერთი წლით ჯდება $1,000.

მთლიანი გამოშვება ყოველთვიურად არის Q და სულ არის n რაოდენობის ჭა. კერძოდ

$$Q = 500n - n^2,$$

და ერთი ჭიდან მიღებული ნავთობის რაოდენობა (q) არის

$$q = \frac{Q}{n} = 500 - n. \qquad \textbf{(19.75)}$$

ა. აღწერეთ წონასწორული რაოდენობის გამოშვება და წონასწორული რაოდენობის ჭები სრულყოფილად კონკურენტული ბაზრის შემთხვევაში. არის თუ არა განსხვავება კერძო და სოციალურ ზღვრულ დანახარჯებს შორის ამ ინდუსტრიაში?

ბ. დავუშვათ მთავრობამ მოახდინა ნავთობის ველის ნაციონალიზაცია. რამდენი ჭა უნდა ამუშავოს? რამდენი იქნება მთლიანი გამოშვება? რამდენი იქნება ერთი ჭის გამოშვება?

გ. ნაციონალიზაციის ალტერნატივად უტოპიის მთავრობა ფიქრობს წლიური ლიცენზიების გაცემას თითოეულ ჭაზე, რომ მოახდინოს ნავთობის ზედმეტი მოპოვების დემოტივაცია. რამდენი უნდა იყოს ლიცენზიის გადასახადი რომ მივიდეთ ჭების ოპტიმალურ რაოდენობამდე?

19.4

დღესდღეობით მიმდინარეობს საკმაოდ დიდი დავა და კამათი საკვების დაცვასთან დაკავშირებით. ორი ექსტრემალური პოზიცია შეიძლება გამოვკვეთოთ, მყიდველის გაფრთხილება (caveat emptor) და გამყიდველის გაფრთხილება(caveat vendor). პირველი სქემის მიხედვით მწარმოებლებს არ აქვთ პასუხისმგებლობა თავიანთი პროდუქტის დაცულობაზე: მყიდველები გადაიხდიან მთელ დანაკარგს. მეორე სქემის მიხედვით სიტუაცია პირიქითაა: ფირმები არიან სრულად პასუხისმგებელი იმ ზარალზე, რაც გამოიწვია მათმა პროდუქტმა. მოთხოვნა-მიწოდების მარტივი ანალიზით განიხილეთ პასუხისმგებლობის დაკისრების გავლენა რესურსების განაწილებაზე. იქნება ნაწარმოები პროდუქტი უფრო დაცული თუ ფირმებს დაეკისრებათ პასუხისმგებლობა? როგორ შეიძება მოახდინოს გავლენა მირებულ შედეგზე ინფორმაციის ასიმეტრიულობამ?

19.5

დავუშვათ მონოპოლია აწარმოებს მავნე გარე ეფექტებით. გამოიყენეთ მომხმარებლის ნამეტის ცნება ნაწილობრივი წონასწორობის დიაგრამაზე და გააანალიზეთ დამბინძურებელზე ოპტიმალური გადასახადი აუცილებლად გამოიწვევს თუ არა კეთილიდღეობის ზრდას?

19.6

დავუშვათ საზოგადოებაში გვყავს მხოლოდ ორი ინდივიდი. პიროვნება A-ს მოთხოვნის მრუდი მალარიის კონტროლზე არის

$$q_a = 100 - p;$$

პიროვნება B-თვის კი

$$q_b = 200 - p.$$

ა. დავუშვათ მალარიის კონტროლი არის წმინდა საზოგადოებრივი საქონელი; ანუ ეს ნიშნავს, რომ თუ ის ერთხელ იქნება წარმოებული, მის გამოყენებას ყველა შეძლებს. რა იქნება ამ საქმიანობის ოპტიმალური დონე, თუ შესაძლებელია მისი წარმოება მუდმივი ზღვრული დანახარჯით $120 თითოეულ ერთეულზე?

ბ. თუ მალარიას გააკონტროლებდა კერძო ბაზარი, რამდენი იწარმოებოდა? დამოკიდებულია თუ არა თქვენი პასუხი იმაზე, თუ რას ფიქრობს თითოეული ინდივიდი სხვების ქმედებაზე?

გ. თუ მთავრობამ უნდა ანარმოოს ეს პროდუქტი, რა იქნება წარმოების ოპტიმალური დონე, რა იქნება დანახარჯი? როგორ უნდა იქნეს განაწილებული გადასახადი ინდივიდებზე, თუ გადასახადის წილი დამოკიდებულია მალარიის კონტროლისგან მიღებულ სარგებელზე?

19.7

დავუშვათ ეკონომიკის საწარმოო შესაძლებლობების საზღვარი, რომელშიც იწარმოება მხოლოდ ერთი საზოგადოებრივი საქონელი (y) და ერთი კერძო საქონელი (x) მოცემულია როგორც

$$x^2 + 100y^2 = 5{,}000.$$

ამ ეკონომიკაში არის 100 იდენტური ინდივიდი, თითეულის სარგებლიანობის ფუნქცია მოცემულია როგორც

$$\text{სარგებლიანობა} = \sqrt{x_i y},$$

სადაც x_i არის ინდივიდის წილი კერძო საქონლის წამოებაში (= x/100). შევნიშნოთ, საზოგადოებრივი საქონელი არის არაგამორიცხვადი და ამ საქონლისგან ყველა იღებს სარგებელს ერთნაირად.

ა. თუ x და y საქონლის ბაზრები არის სრულყოფილად კონკურენტული, გამოშვების რა დონე იქნება ნაწარმოები? რა იქნება თითოეული ინდივიდის სარგებლიანობა ამ შემთხვევაში?

ბ. რა არის x და y პროდუქტების ოპტიმალური გამოშვების დონე? რა იქნება თითოეული ინდივიდის სარგებლიანობა? როგორ უნდა დავაწესოთ გადასახადი x საქონელზე, რომ მივაღწიოთ ასეთ შედეგს? *მინიშნება:* რიცხვებს ზუსტად ვერ მივიღებთ და მიახლოვება საკმარისია.

ანალიტიკური ამოცანები

19.8 ლინდალის წონასწორობის განვრცობა

თავში 19 საზოგადოებრივი საქონლის ანალიზისას ვიყენებდით მოდელებს, სადაც გვყავდა მხოლოდ ორი ინდივიდი. შედეგები შეიძლება განვაზოგადოთ n ადამიანზე.

ა. დავუშვათ ეკონომიკაში გვყავს n ინდივიდი, რა იქნება საზოგადოებრივი საქონლის ეფექტიანი საწარმოო პირობა?

ბ. რა იქნება ნეშის წონასწორობა საზოგადოებრივი საქონლის წარმოებში n ინდივიდის შემთხვევაში? ახსენით რატომაა ეს წონასწორობა არაეფექტიანი. ახსენით რატომაა ამ შემთვევაში საზოგადოებრივი საქონლის მცირე წარმოება უფრო „მკაცრი" ვიდრე ორი ინდივიდის შემთხვევაში?

გ. როგორ შეიძლება განვაზოგადოთ ლინდალის ამონახსენი n ინდივიდზე? ლინდალის წონასწორობის არსებობა ამ შემთხვევაში გარანტირებულია?

19.9 დაბინძურების დაბეგვრა

დავუშვათ მოცემულია n ფირმა, თითოეული აწარმოებს რაიმე საქონელს, მაგრამ განსხვავებული საწარმოო ფუნქციით. თითოეული ფირმის გამოშვება დამოკიდებულია მხოლოდ სამუშაო ძალაზე, ამგვარად, საწარმოო ფუნქციებს აქვს შემდეგი სახე $q_i = f_i(l_i)$. თითოეული მათგანი ასევე იწვევს დაბინძურებას, რომლის რაოდენობაც განისაზღვრება ფირმის საწარმოო ფუნქციის მიხედვით, თუ რამდენ საუშაო ძალას იყენებს $g_i(l_i)$.

ა. დავუშვათ მთავრობას სურს დააწესოს ზედა ზღვარი K მთლიან დაბინძურებაზე. რა იქნება სამუშაო ძალის ეფექტიანი განაწილება ფირმებს შორის?

ბ. (ა) შეკითხვაში პიგუს თანაბარი გადასახადის დაწესებით ფირმის გამოშვებაზე მივაღწევთ ეფექტიან განაწილებას?

გ. დავუშვათ გამოშვების ნაცვლად პიგუს გადასახადი დავაწესეთ დაბინძურების ერთეულზე. როგორ უნდა განისაზღვროს ასეთი გადასახადი? მიგვიყვანს თუ არა ეს გზა რესურსების ეფექტიან განაწილებასთან (ა) კითხვაში?

დ. როგორ შეიძლება გამოვიყენოთ ეს ამოცანა დაბინძურების კონტროლის სტრა-

ტეგიის შემუშავებაში? (ამ საკითხზე უფრო ფართო ინფორმაციისთვის იხილეთ ამ თავის დამატება.)

19.10 ხმებით ვაჭრობა

დავუშვათ, საზოგადოებაში გვყავს სამი ინდივიდი, რომლებმაც უნდა მოახდინონ სამი სოციალური მდგომარეობის (A, B და C) რანჟირება. სოციალური არჩევანის თითოეული მეთოდით აჩვენეთ, რომ შედეგად მიღებული რანჟირება იქნება ან არატრანზიტული (როგორც ხმის მიცემის პარადოქსში ვიხილეთ) ან განუსაზღვრელი.

ა. ხმათა უმრავლესობის წესი ხმებით ვაჭრობის გარეშე.
ბ. ხმათა უმრავლესობის წესი ხმებით ვაჭრობით.
გ. დავუშვათ თითოეულმა ამომრჩეველმა უნდა დაუწეროს 1, 2 ან 3 თითოეულ ალტერნატივას, ხოლო გამარჯვებული იქნება ის ალტერნატივა რომელიც ჯამში ყველაზე მეტ ქულას დააგროვებს.

19.11 ხალხის არჩევანიუმუშევართა დახმარებაზე

დავუშვათ u ალბათობით ინდივიდი იქნება უმუშევარი შემდეგ წელს. თუ ინდივიდი არის უმუშევარი, მაშინ ის იღებს უმუშევართა დახმარებას (b), ხოლო თუ იქნება დასაქმებული მაშინ მიიღებს $w(1 - t)$, სადაც t არის გადასახადის განაკვეთი, რომელიც შემდეგში უმუშევართა დახმარებისთვის გამოიყენება. უმუშევართა დახმარება შეზღუდულია მთავრობის საბიუჯეტო შეზღუდვით $ub = tw(1 - u)$.

ა. დავუშვათ ინდივიდის სარგებლიანობის ფუნქციას აქვს შემდეგი სახე

$$U = (y_i)^{\delta}/\delta,$$

სადაც $1 - \delta$ არის მუდმივის შედარებითი რისკის თავიდან არიდების ხარისხი. რა იქნება სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის არჩევანი b და t-თვის.
ბ. როგორ შეიცვლება b და t-ს სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის არჩევანი უმუშევრად დარჩენის ალბათობის (u) შეცვლის შემთხვევაში.
გ. როგორ შეიცვლება b და t რისკის თავიდან აცილების პარამეტრის (δ)-ს ცვლილების შედეგად?

19.12 ალბათური ხმის მიცემა

ალბათური ხმის მიცემა არის კენჭისყრის ისეთი პროცესის მოდელირება, რომლის დროსაც გვაქვს უწყვეტობა ინდივიდის ხმის მიცემის გადაწყვეტილებაში. ამ შემთხვევაში კალკულუსის-ტიპის გამოთვლებია შესაძლებელი. ამ საკითხის გასამარტივებლად, დავუშვათ გვყავს n ამომრჩეველი და ორი კანდიდატი (რომელთაც აღვნიშნავთ A და B ლათინური ასოებით). თითოეულ კანდიდატს აქვს საარჩევნო პოლიტიკური პლატოფორმა, რომელიც პირდება თითოეულ ამომრჩეველს წმინდა მოგებას ან ზარალს.

ეს პლატფორმები აღვნიშნოთ θ_i^A და θ_i^B, სადაც $i = 1, ..., n$. იმის ალბათობა, რომ მოცემული ამომრჩეველი ხმას მისცემს A კანდიდატს არის $\pi_i^A = f\left[U_i\left(\theta_i^A\right) - U_i\left(\theta_i^B\right)\right]$, სადაც $f' > 0 > f''$. იმის ალბათობა, რომ ამომრჩევლები ხმას მისცემენ B კანდიდატს არის $\pi_i^B = 1 - \pi_i^A$.

ა. როგორი პოლიტიკური პლატფორმა უნდა შესთავაზონ ამომრჩევლებს კანდიდატებმა, რომ მოახდინონ არჩევნების მოგების ალბათობის მაქსიმიზაცია, შემდეგი შეზღუდვის პირობით $\sum_n \theta_i^A = \sum_n \theta_i^B = 0$? (ეს შეზღუდვა გამოყენებადია თუ არა ნამდვილი პოლიტიკური კანდიდატებისთვის?)

ბ. პოლიტიკურ პლატოფორმის არჩევის სტრატეგიებში არის ნეშის წონასწორობა ამ ორი კანდიდატისთვის?

გ. კანდიდატის მიერ მიღებული პლატფორმა იქნება სოციალურად ოპტიმალური? ანუ მოახდენს უტილიტარისტური სოციალური კეთილდღეობის მაქსიმიზაციას? [სოციალური კეთილდღეობა მოცემულია როგორც $SW = \sum_n U_i(\theta_i)$].

დამატებითი საკითხავი

Alchian, A., and H. Demsetz. "Production, InformationCosts, and Economic Organization." American EconomicReview 62 (December 1972): 777–95.

ეკონომიკური ორგანიზაციების თეორიის განსავითარებლად იყენებს გარე ეფექტების არგუმენტს.

Barzel, Y. Economic Analysis of Property Rights. Cambridge: Cambridge University Press, 1989.

გვთავაზობს რამოდენიმე ეკონომიკური კითხვის გრაფიკულ ანალიზს, რომელიც ახსნილია საკუთრების უფლების მაგალითზე.

Black, D. "On the Rationale of Group Decision Making. "Journal of Political Economy (February 1948): 23–34. Reprinted in K. J. Arrow and T. Scitovsky, Eds., Readings in Welfare Economics. Homewood, IL: Richard D. Irwin, 1969.

მედიანური ამომრჩეველის თეორემის საწყისები.

Buchanan, J. M., and G. Tullock. The Calculus of Consent. Ann Arbor: University of Michigan Press, 1962.

სხვადასხვა ხმისმიცემის სქემის კლასიკური ანალიზის მახასიათებლები.

Cheung, S. N. S. "The Fable of the Bees: An Economic Investigation." Journal of Law and Economics 16 (April 1973): 11–33.

ემპირიული ნაშრომი, თუ როგორ გადაწყდა ფუტკარი-ხეხილის ბაღის გარე ეფექტები კერძო ბაზარზე ვაშინგტონის შტატში.

Coase, R. H. "The Market for Goods and the Market for Ideas." American Economic Review 64 (May 1974): 384–91.

სააზროვნო სტატია გარე ეფექტების ცნებებზე და

რეგულირება „იდეების ბაზარზე“.

———. "The Problem of Social Cost." Journal of Law and Economics 3 (October 1960): 1–44.

კლასიკური სტატია გარე ეფექტებზე. ბევრი საინტერესო შემთვევები ისტორიიდან.

Cornes, R., and T. Sandler. The Theory of Externalities, Public Goods, and Club Goods. Cambridge: Cambridge University Press, 1986.

კარგი თეორიული ანალიზი ამ თავში ჩამოჩრილ საკითხებზე. კარგი განხილვა უკუგების მასშტაბზე, გამორიცხვადობასა და კლუბურ საქონელს შორის კავშირებზე.

Demsetz, H. "Toward a Theory of Property Rights." American Economic Review, Papers and Proceedings 57 (May 1967): 347–59.

დამაჯერებელი თეორიების მოკლე განხილვა თუ როგორ უნდა განსაზღვროს საზოგადოებამ საკუთრების უფლებები.

Mas-Colell, A., M. D. Whinston, and J. R. Green. Microeconomic Theory. New York: Oxford University Press, 1995.

თავი 11 მეტნაკლებად განიხილავს იმას რაც ამ თავში ვანვიხილეთ, თუმცა უფრო აბსტრაქტულ დონეზე.

Olson, M. The Logic of Collective Action. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1965.

აანალიზებს ინდივიდის სტიმულებს კოლექტიური ქმედებებში ნაკლებ მონაწილეობაზე. ბევრი საინტერესო მაგალითი.

Persson, T., and G. Tabellini. Political Economics: Explaining Economic Policy. Cambridge, MA: MIT Press, 2000.

მიმდინარე პოლიტიკური არჩევნების მოდელების სრულყოფილი შეკამება. მოიცავს ხმის მიცემის მოდელებს და ინსტიტუციორ ჩარჩოებს.

Posner, R. A. Economic Analysis of Law, 5th ed. Boston: Little, Brown, 1998.

ბევრი მიმართულებით კანონის და ეკონომიკური მოძრაობის „ბიბლია“. პოსნერის არგუმენტები არ არის ყოველთვის ეკონომიკურად კეთილმარიცი მაგრამ არის ძალზედ საინტერესო და პროვოკაციული.

Samuelson, P. A. "The Pure Theory of Public Expenditures." Review of Economics and Statistics 36 (November 1954): 387–89.

საზოგადოებრივი საქონლის საწარმოო ეფექტიანობის პირობების კლასიკური დამტკიცებები.

დანართები

დაბინძურების შემცირება

მიუხედავად იმისა, რომ გარე ეფექტის ჩვენეული განხილვა ფოკუსირებას ახდენდა, თუ როგორ შეიძლება გახადოს პიგუს გადასახადებმა საქონლის ბაზარის უფრო ეფექტიანი. მსგავსი შედეგები მიიღება ასევე დაბინძურების შემცირების ტექნოლოგიების შესწავლისას. ამ დამატებაში მოკლედ განვიხილავთ ალტერნატიულ მიდგომას. დავუშვათ, რომ არის მხოლოდ ორი ფირმა A და B. მათი გამოშვების დონეები ავიღოთ როგორც ფიქსირებული (შესაბამისად q_A და q_B). მომსახურებისგან განსხვავებით ფიზიკური პროდუქტის წარმოებაში ჯერ-ჯერობით მიუღწეველია წარმოება დაბინძურების გარეშე. ამგვარად დავუშვათ რომ q_A და q_B-ს წარმოებას აქვს რაღაც გამონაბოლქვი, შესაბამისად e_A და e_B. ამ გამონაბოლქვის რაოდენობა შეიძლება შემცირდეს თუ წარმოებაში გამოვიყენებთ z_A და z_B საწარმოო ფაქტორებს (რომლის ერთ ერთეულზე დანახარჯიც არის p). შედეგად მიღებული გამონაბოლქვის დონე იქნება

$$f^A(q_A, z_A) = e_A \quad f^B(q_B, z_B) = e_B \qquad \text{(i)}$$

სადაც, თითოეული ფირმისთვის $f_1 > 0$ და $f_2 < 0$.

E19.1 ოპტიმალური შემცირება

თუ მარეგულირებელმა სააგენტომ გადაწყვიტა, რომ e^* არის გამონაბოლქვის მაქსიმუმი დასაშვები დონე ამ ფირმებისგან, მაშინ ეს დონე უნდა ვიპოვოთ დანახარჯების მინიმიზაციით. ამისათვის შეიძლება გამოვიყენოთ ლაგნარჟის გამოსახულება

$$\mathcal{L} = pz_A + pz_B + \lambda(f^A + f^B - e^*). \qquad \text{(ii)}$$

პირველი რიგის პირობები მინიმუმისთვის იქნება

$$p + \lambda f_2^A = 0 \quad \text{და} \quad p + \lambda f_2^B = 0. \qquad \text{(iii)}$$

ამგვარად გვექნება

$$\lambda = -p/f_2^A = -p/f_2^B. \qquad \text{(iv)}$$

ეს ტოლობები ცხადად გვიჩვენებს, რომ დანახარჯების მინიმიზაცია მიიღწევა მაშინ, როდესაც შემცირების ზღვრული დანახარჯი (გარემოს დაცვით ლიტერატურაში ცნობილია როგორც MAC) ორივე ფირმაში იქნება ერთმანეთის ტოლი. ერთგვაროვანი სტანდარტი, რომელიც მოითხოვდა გამონაბოლქვის ტოლობას ყველა ფირმისთვის, არ მიგვიყვანს ეფექტიან შედეგამდე – მნიშვნელოვანი დანახარჯების დაზოგვას შეიძლება მივაღწიოთ MAC-ის გათანაბრებით.

E19.2 გამონაბოლქვზე გადასახადი

ტოლობა iv-შიმოცემულ ოპტიმალურ ამონახსენს შეიძლება მივაღწიოთ, თუ დავაწესებთ გამონაბოლქვზე გადასახადს (t), რომელიც იქნება λ-ს ტოლი თითოეული ფირმისთვის (საბარაუდოდ ეს გადასახადი დაწესდება ისეთ დონეზე, რომელიც ასახავს ზღვრულ დაზიანებას, რასაც ერთი ერთეული გამონაბოლქვი იწვევს). ასეთი გადასახადით ყველა ფირმა ეცდება მოახდინოს $pz_i + tf_i(q_i, z_i)$-ს მინიმიზაცია, ეს მართლაც, რომ მიგვიყვანს ეფექტიან ამონახსენთან

$$t = -p/f_2^A = -p/f_2^B. \qquad \text{(v)}$$

შევნიშნოთ რომ, როგორც თავში 19 განვიხილეთ, საგადასახადო ამონახსენის ერთი სარგებლიანობა არის ის, რომ მარეგულირებლებს არ ჭირდებათ ფირმის შემცირების ფუნქციის დეტალების ცოდნა. ამის ნაცვლად ფირმები თავის ინფორმაციაზე დაყრდნობით თვითონ განსაზღვრავენ შემცირების სტრატეგიას. თუ ეს ფუნქცია განსხვავდება ერთიმეორისგან, მაშინ მოსალოდნელია, რომ გამონაბოლქვი იქნება ასევე განსხვავებული.

გამონაბოლქვზე გადასახადები გაერთიანებულ სამეფოში

ჰანლიმ, შოგრენმა და ვაითმა (1997) მიმოიხილეს გაერთიანებულ სამეფოში გამონაბოლქვზე გადასახადების სხვადასხვა სქემები. მათ აჩვენეს რომ დაბინძურების შემცირების ზღვრული დანახარჯი მნიშვნელოვნად განსხვავდებოდა ფირმებს შორის. ამგვარად, ერთგვაროვან რეგულაციასთან შედარებით, დანახარჯების დანაზოგი საგადასახადო სქემებიდან შეიძლება იყოს საკმაოდ დიდი.

E19.3 ნებართვებით ვაჭრობა

როგორც თავში 19 ვაჩვენეთ, უმეტეს შედეგებს რომელთა მიღწევაც შესაძლებელია პიგუს გადასახადებით, ასევე შიძლება მივაღწიოთ ნებართვებით ვაჭრობის სისტემით. ამ შემთხვევაში მარეგულირებელმა სააგენტომ ნებართვების რაოდენობა (s^*) უნდაგანსაზღვროს e^*-ს მიხედვით და გაანაწილოს ნებართვები ისე, რომშესრულდეს ტოლობა $s_A + s_B = s^*$. თითოეული ფირმა ამის შემდეგ გადაწყვეტს იყოდის, თუ გაყიდოს ნებართვები, მაგრამ აუცილებლად უნდა დაიცვას ნებართვების ის რაოდენობა, რამდენიც აქვს (ანუ იმაზე მეტი გამონაბოლქვი არ უნდა ჰქონდეს რამდენზე ნებართვაც ექნება). თუ ნებართვის საბაზრო ფასი იქნება p_s, მაშინ თითოეული ფირმის ამოცანა იქნება ისევ მოახდინოს შემდეგი გამოსახულების მინიმიზაცია

$$pz_i + p_s(e_i - s_i), \qquad \text{(vi)}$$

ამით მივიღებთ იგივე შედეგს, რაც მივიღეთ ტოლობებში iv და vi ($p_s = t = \lambda$). ამგვარად, ნებართვებით ვაჭრობით მივიღებთ იგივე სახის დანახარჯების დაზოგვას, რასაც გადასახადებით მივაღწიეთ.

SO_2-ით ვაჭრობა

1990 წელს მიღებული აშშ-ს სუფთა ჰაერის აქტით პირველად მოხდა დაბინძურების ნებართვების დიდ რაოდენობით ვაჭრობა. ეს ფოკუსირებული იყო გოგირდის ორჟანგის გამოშვებაზე, რომლის მიზანიც იყო ელექტროქარხნებში ნახშირის წვით გამოწვეული მჟავის წვიმის შემცირება. შმალენზიმ (Schmalensee et. al. 1998) და სხვა ავტორებმა მიმოიხილეს ამ პროგრამის ადრეული გამოცდილება. მათ დაასკვნეს, რომ შესაძლებელია შეიქმნას დიდი და კარგად ფუნქციონირებადი ბაზარი ასეთი ნებართვებისთვის. ხუთ მილიონზე მეტი (ერთი ტონა) ნებართვა გაიყიდა უკანსანკნელ წლებში, რომელთა საშუალო ფასმა შეადგინა $150 ერთ ნებართვაზე. ავტორებმა ასევე აჩვენეს, რომ ფირმებმა, რომლებიც იყენებენ ნებართვების სისტემას, შეიმუშავეს მრავალი სახის დათმობის სტრატეგიები, ანუ ასეთი ნებართვების სიტემის მოქნილობამ მოგცა მნიშვნელოვანი დანახარჯის დანაზოგი. ერთი საინტერესო ასპექტი SO_2-ის ნებართვებით ვაჭრობის განხილვაში არის ავტორების მოსაზრებები, თუ რატომაა ნებართვების ფასები იმის ნახევარი ვიდრე მოსალოდნელი იყო. საწყის პერიოდში დიდი ენერგოკომპანიების „ზედმეტი ინვესტირება“ გამსუფთავებელი ტექნოლოგიების შექმნისთვის ახსნეს მცდარი რწმენით, რომ ნებართვების ფასი იქნებოდა $300-$400 ინტერვალში. ასეთი დიდი ფიქსირებულ-დანახარჯში ინვესტირებით, ერთი ტონა SO_2-ის აცილების ზღვრული დანახარჯი შეიძლება იყოს $65. რამაც გამოიწვია ნებართვებზე ფასების მნიშვნელოვანი შემცირება.

E19.4 ინოვაცია

მიუხედავად იმისა, რომ ჩვენს მოდელებში გადასახადები და ნებართვები მათემატიკურად ერთიდაიგივეა, ეს მსგავსება გაქრება, თუ დავუშვებთ ინოვაციებს დაბინძურების შემცირების ტოქნოლოგიებში. რა თქმა უნდა ორივე პროცედურა გვაძლევს სტიმულებს მივიღოთ ახალი ტექნოლოგიები: თუ ახალ პროცესს შეუძლია მიაღწიოს მოცემული გამონაბოლქვის შემცირებას, შემცირებული *MAC*-ით, ამ ახალ პროცესს ორივე შემთხვევაში მივიღებთ. ასეთი დინამიკის დეტალური ანალიზისას მილიმანმა და პრინცმა (1989) დაასკვნეს, რომ გადასახადების დაწესება არის უკეთესი. მათი ლოგიკა იყო, რომ გადასახადების მიდგომა სტიმულს იძლევა უფრო სწრაფად მოხდეს ახალი ტოქნოლოგიების გავრცელება, რადგან გაზრდილი მოგება რომელსაც მიიღებენ ახალი ტექნოლოგიებით არის უფრო მეტი, ვიდრე ნებართვებით მიღებული მოგება. ასეთი სწრაფი გავრცელება ასევე სტიმულს მისცემს გარემოსდაცვით სააგენტოებს დაისახონ უფრო მკაცრი მიზნები, რადგან ისინი ასეთ პირობებში უფრო სწრაფად მიღწევადია.

ლიტერატურა

Hanley, N., J. F. Shogren, and B. White. *Environmental Economics in Theory and Practice*. New York: Oxford University Press, 1997.

Millman, S. R., and R. Prince. "Firm Incentive to Promote Technological Change in Pollution Control." *Journal of Environmental Economics and Management* (November 1989): 247–65.

Schmalensee, R., P. L. Joskow, A. D. Ellerman, J. P. Montero, and E. M. Bailey. "An Interim Evaluation of the Sulfur Dioxide Trading Program." *Journal of Economic Perspectives* (Summer 1998): 53–68.

მოკლე პასუხები მაგალითების კითხვებზე

ტექსტის თითოეული მაგალითისთვის მოცემულია პასუხები, რაც სტუდენტებს დაეხმარებათ ცნებების უკეთ გაგებაში.

თავი 1

1.1

თუ ფასი დამოკიდებულია რაოდენობაზე, მაშინ $p(q)q$-ის იქნება უფრო რთული. ამას მივყავართ ზღვრული შემოსავლის ცნებასთან, ამ საკითხს მრავალჯერ განვიხილავთ წიგნში.

1.2

დაყვანილი ფორმა ტოლობაში 1,16 გვიჩვენებს, რომ $\frac{\partial p^*}{\partial a} = \frac{1}{225}$. ამგვარად, როდესაც a იზრდება 458-ით, p^* უნდა გაიზარდოს 2-ით – ეს იგივეა, რასაც პირდაპირი ამონახსნი გვიჩვენებს.

1.3

თუ მთელი მუშახელი დათმობილია x-ის წარმოებისთვის, მაშინ $x = \sqrt{200} = 14.1$ სრული დასაქმებით და $x = \sqrt{180} = 13.4$ უმუშევრობით. ამგვარად უმუშევრობით გამოწვეული ეფექტიანობის დანახარჯი იქნება 0.7 ერთეული x. მსგავსი გამოთვლები გვიჩვენებს რომ ეფექტიანობის დანახარჯი y პროდუქტებში გამოსახული იქნება 1.5 ერთეული ეს პროდუქტი. ორივე პროდუქტის შემცირებით გამოწვეული მთლიანი დანაკარგის სანახავად უნდა ვიცოდეთ x პროდუქტის ფასი y პროდუქტით გამოსახული.

თავი 2

2.1

პირველი რიგის პირობა მაქსიმუმისთვის იქნება $\partial\pi/\partial l = 50/\sqrt{l} - 10 = 0$, $l^* = 25$, $\pi^* = 250$.

2.2

არა მხოლოდ ხარისხობრივ ფუნქციას (ან ფუნქციას, რომელიც ახდენს მის მიახლოებას) აქვს მუდმივი ელასტიკურობა.

2.3

ეს იქნება კონცენტრირებული წრეწირი, რომელსაც ცენტრი ექნება წერტილში $x_1 = 1$, $x_2 = 2$. როდესაც $y = 10$-ს „წრეწირი" არის ერთი წერტილი.

2.4

სხვა მუდმივებისთვის თითოეული წარმოების შესაძლებლობათა საზღვარი იქნება უფრო დიდი ელიფსის მეოთხედი, ცენტრით (0, 0).

2.5

$\partial y^*/\partial b = 0$ რადგან x_1 ყოველთვის იქნება აღებული როგორც b-ს ტოლი ოპტიმალურობის პირობისთვის და $(x_1 - b)$ გაქრება.

2.6

როდესაც $x_1 + x_2 = 2$, $x_1 = 0.5$, $x_2 = 1.5$. ახლა $y^* = 9.5$. როდესაც $x_1 + x_2 \geq 3$, შეუზღუდავი ოპტიმუმი მიღწევადია.

2.7

წრიული მიდამო შემოსაზღვრავს მაქსიმალურ არეს მინიმუმი პარამეტრებისთვის. დამტკიცება მოითხოვს ზღვრის არგუმენტს.

2.8

ამ შემთხვევაში ლოკალური მაქსიმუმი არის. ასევე, გლობალური მაქსიმუმი. მეორე წარმოებულის მუდმივობა გვიჩვენებს, რომ ფუნქციის დახრილობა მცირდება მუდმივი განაკვეთით.

2.9
ეს ფუნქცია გავს ამობრუნებულ კონას, რომელსაც აქვს მხოლოდ ერთი უმაღლესი წერტილი.

2.10
ამ სამგანზომილებიან ნახაზზე წრფივი შეზ-ღუდვა წარმოდგენილი იქნება სიბრტყის სახით. ამ სიბრტყეს ექნება ერთადერთი შეხების წერტილი ზედაპირთან, როგორც ნახაზზე 2.4 (ა) ასევე ნახაზზე 2.4 (გ). შეუზღუდავი მაქსიმუმიმს შემთხვევაში სიბრტყე იქნება ჰორიზონტალური, ანუ მხოლოდ ნახაზზე 2.4 (ა) იქნება მაქსიმუმი.

2.11
ასეთი ტრანსფორმაცია არ შეინარჩუნებს ლომოგენურობას. თუმცა, ეს გავლენას არ მოახდენს გაცვლაზე x-ებს შორის: ნებისმიერი მუდმივისთვის k, $-f_1/f_2 = -x_2/x_1$.

2.12
ამ შემთხვევაში მთლიანი ცვალებადი დანახარჯი იქნება

$$\int_{100}^{110} 0.2q\,dq = 0.1q^2\,|_{100}^{110} = 1,210 - 1,000 = 210.$$

ეს შეიძლება ასევე გამოვთვალოთ მთლიანი დანახარჯების სხვაობით, როდესაც q = 100(1,500) და q = 100(1,710). ფიქსირებული დანახარჯები გაბათილდება.

2.13
როგორც ვაჩვენეთ თავში 17, δ-ს მაღალი მნიშვნელობა გამოიწვევს ღვინის უფრო ადრე მოხმარებას. γ-ს მცირე მნიშვნელობა კი გახდის მომხმარებელს ცვლილებისადმი უარყოფითად დამოკიდებულს.

2.14
თუ $g(x)$ არის ამოზნექილი, მაშინ ამ ფუნქციის მნიშვნელობა იზრდება უფრო ნაკლებად, ვიდრე თვითონ x. ამგვარად, $E[g(x)] < g[E(x)]$. თავში 7 ეს ხსნის თუ რატომ არის ადამიანი რისკისადმი უარყოფითად განწყობილი, როდესაც მისი ზღვრული სარგებლიანობა კლებადია.

2.15
მაგალითების 2.14 და 2.15 შედეგებიდან გამომდინარეობს, რომ თანაბარი განაწილება გვაძლევს $\mu_x = (b - a)/2 = 6$, $\sigma_x^2 = (b - a)^2/12 = 12$ და $\sigma_x = 12^{0.5} = 3.464$. ამ შემთხვევაში განაწილების 57.7 პროცენტი $(2 \cdot 3.464/12)$ არის საშუალოდან ერთი სტანდარტული გადახრის დაშორებით. ეს არის ნორმალური განაწილების შემთხვევაზე ნაკლები, რადგან თანაბარი განაწილება არაა შეკრული საშუალოს გარშემო. თუმცა, ნორმალურისგან განსხვავებით, მთელი თანაბარი განაწილება მოთავსებულია საშუალოდან ორი სტანდარტული გადახრის მანილზე, რადგან განაწილებას არ აქვს დიდი კუდი.

თავი 3

3.1
გაწარმოება აქ სარგებლიანობას იღებს როგორც მუდმივს y-სა და x-ს შორის არაცხადი კავშირის შესაქმნელად. ასეთი ურთიერთობის გამო ცვლილება x-ში არაცხადად ცვლის y-ს (ტოლობა 3.11).

3.2
MRS არ შეიცვლება მაგალითების 1 და 3-ის ასეთი გაორმაგებით. მაგალითში 2 *MRS* უნდა შეიცვალოს, რადგან $(1 + x)/(1 + y) \neq (1 + 2x)/(1 + 2y)$.

3.2
ჰომოთეტური ფუნქციებისთვის *MRS* არის მუდმივი სათავიდან გამომავალი დადებითი დახრილობის მქონე სხვისთვის.

3.4
განურჩევლობის მრუდები არის „ჰორიზონტალურად პარალელური". ეს ნიშნავს, რომ y-ის ნებისმიერი მნიშვნელობისთვის *MRS* არის უცვლელი x-ის მნიშვნელობის მიუხედავად. ამის ერთ-ერთი გამოყენება ისაა (როგორც ამას თავში 4 ვნახავთ), რომ დამატებითი შემოსავლის ეფექტი y პროდუქ-

ტის შესყიდვაზე იქნება ნული. ამ წერტილის შემდგედ მთელი დამატებითი ამონაგები გადავა მუდმივი ზღვრულისარგებლიანობის მქონე საქონლის (x)-ის შესყიდვაზე.

თავი 4

4.1

მუდმივი წილიდან გამომდინარეობს, რომ $\partial x/\partial p_y = 0$ და $\partial y/\partial p_x = 0$. p_y არ შედის ტოლობაში 4.23; p_x არ შედის ტოლობაში 4.24.

4.2

ბიუჯეტის წილზე გავლენას არ ახდენს ამონაგები, მაგრამ შეიძლება გავლენა მოახდინოს შეფარდებითმა ფასებმა. ეს ხდება ყველა ჰომოთეტური ფუნქციის შემთხვევაში.

4.3

რადგან ყველა ფასისა და ნომინალური შემოსავლის გაორმაგება არ ცვლის საბიუჯეტო შეზღუდვას, ეს არ შეცვლის მაქსიმალურისარგებლიანობის არჩევანს. არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქცია არის ნული ხარისხის ჰომოგენური ნებისმიერ ფასში და ნომინალურ ამონაგებში.

4.4

ქობ-დაგლასის შემთხვევაში, როდესაც $p_y = 3$, $E(1,3,2) = 2 \cdot 1 \cdot 3^{0.5} \cdot 2 = 6.93$, ანუ ამ ადამიანის ამონაგები უნდა შემცირდეს მთლიანობაში 1.07-ით, რათა მოხდეს ფასების შემცირების კომპენსირება. ფიქსირებული პროპორციების შემთხვევაში, საწყისი მოხმარების კალათა ღირს 7, ანუ მოხმარება არის -1.0. შევამჩნიოთ, რომ ფიქსირებული პროპორციის შემთხვევაში მოხმარების კალათა არ იცვლება, მაგრამ ქობ-დაგლასის შემთხვევაში ახალი არჩევანი არის $x = 3.46$ და $y = 1.15$, რადგან ეს ინდივიდი იღებს უპირატესობას y-ის ფასის შემცირების გამო.

თავი 5

5.1

ტოლობა 5.5 და 5.7 გვიჩვენებს, რომ ინდივიდი მთელ თავის შემოსავალს ხარჯავს, მიუხედავად p_x-ის, p_y-სა და I-ის მნიშვნელობებისა. ანუ ნაწილების ჯამი უდრის ერთს.

5.2

თუ $x = 0.5I/p_x$ მაშინ $I = 100$ და $p_x = 1$ გვაძლევს $x = 50$. ტოლობაში 5.11, ასევე $x = 0.5(100/1) = 50$. თუ p_x იზრდება 2.0-მდე, მაშინ ქობ-დაგლასით $x = 25$. *CES*-დან გამომდინარეობს $x = 100/6 = 16.67$. *CES* არის ფასის მიმართ უფრო მგრძნობიარე.

5.3

რადგან პროპორციული ცვლილება p_x-სა და p_y-ში არ იწვევს ჩანაცვლების ეფექტს, V მუდმივი მნიშვნელობით გამომდინარეობს, რომ x და y არ შეიცვლება. ეს სწორია ნებისმიერ კომპენსირებული მოთხოვნის ფუნქციაში.

5.4

ქობ-დაგლასის ფუნქციაში, მაგალითად x-ის დიდი ხარისხი ზრდის შემოსავლის წილს, რომელიც უნდა დაეთმოს ამ პროდუქტის მოხმარებას და ზრდის შემოსავლის ეფექტის შედარებით მნიშვნელოვნებას სლუცკის დეკომპოზიციაში. ამის ნახვა უმარტივესია სლუცკის ტოლობიდან ელასტიკურობის ფორმაში (მაგალითი 5.5).

5.5

დავუშვათ ქობ-დაგლასის შემთხვევა, რომლისთვისაც $e_{x,p_x} = -1$ ბიუჯეტის წილების მიუხედავად. სლუცკის ტოლობა ელასტიკურობის ფორმებში გვიჩვენებს, რომ რადგან აქ შემოსავლის ეფექტი არის $-s_x e_{x,I} = -s_x$, კომპენსირებული საფასო ელასტიკურობა არის $e^c_{x,p_x} = e_{x,p_x} + s_x = -(1 - s_x)$. ეს ხდება იმიტომ, რომ პროპორციული ცვლილება x-ის მოთხოვნაში იქნება უფრო დიდი, მაშინ როდესაც წილი, რომელიც ეთმობა ამ პროდუქტს არის პატარა (რადგან ისინი იწყებენ უფრო პატარა ბაზისით).

5.6
როგორც წესი, ვუშვებთ, რომ მომხმარებლის ნამეტის გამოთვლისას მოთხოვნა ეცემა ნულამდე რაღაც სასრულ ფასის შემთხვევაში. კონკრეტული დაშვებები გავლენას არ ახდენს მომხარებლის ნამეტის გამოთვლებზე.

თავი 6

6.1
რადგან $\partial x/\partial p_y$ მოიცავს ორივეს, შემოსავლისა და ჩანაცვლების ეფექტებს, წარმოებული უნდა იყოს ნულის ტოლი, თუ ეს ორი ეფექტი ანაზღაურებს ერთმანეთს. დასკვნიდან $\partial x/\partial p_y = 0$ გამომდინარეობს, რომ პროდუქტი უნდა გვქონდეს ფიქსირებული პროპორციებით მხოლოდ და მხოლოდ მაშინ, თუ ფასების ცვლილების შემოსავლის ეფექტი იქნება 0.

6.2
ასიმეტრია შეიძლება მოხდეს ჰომოთეტური უპირატესობების დროს, მიუხედავად ჩანაცვლების ეფექტის სიმეტრიულობისა, შემოსავლის ეფექტი კი შეიძლება განსხვავდებოდეს სიდიდით.

6.3
რადგან p_y-ს, p_r-სა და p_h-ს შორის კავშირი არასდროს იცვლება, მაქსიმიზაციის ამოცანა ამოიხსნება ყოველთვის ერთიდაიგივე გზით.

თავი 7

7.1
შემთხევა 1-ში შვიდი საფასურის მოსვლის ალბათობა არის 0.01-ზე ნაკლები. ამგვარად, საწყისი თამაშის მნიშვნელობა არის \$6. შემთხვევა 2-ში, 21-ე მცდელობაზე პირველი საფასურის მოსვლის პრიზი არის \$1 მილიონი. ამ თამაშის მნიშვნელობა არის 19 + 1,000,000/219 = \$20.91.

7.2
წრფივი სარგებლიანობის ფუნქციის შემთხვევაში, ინდივიდს აღელვებს მხოლოდ მოსალოდნელი მნიშვნელობა დოლარში და განურჩეველია სამართლიანი სადაზღვევო პაკეტის ყიდვისას. როდესაც სარგებლიანობა U არის ქონების ამოზნექილი ფუნქცია ($U > 0$, $U'' > 0$), ინდივიდს ურჩევნია რისკი და იყიდის დაზღვევას მხოლოდ და მხოლოდ მაშინ, თუ ის ღირს იმაზე ნაკლები, რაც წესით უნდა ღირდეს.

7.3
თუ $A = 10^{-4}$:

$$CE(\#1) = 107{,}000 + 0.5 \cdot 10^{-0.4} \cdot (10^4)^2 = 102$$
$$CE(\#2) = 102{,}000 + 0.5 \cdot 10^{-0.4} \cdot 410^6 = 101{,}8$$

ასე რომ,სარისკო განაწილება უკეთესია. მეორე მხრივ, თუ $A = 3 \cdot 10^{-4}$, მაშინ ნაკლებად რისკიანი განაწილება უკეთესია.

7.4
გადახდის სურვილი არის სიმდიდრის კლებადი ფუნქცია (ტოლობა 7.43). როდესაც $R = 0$ ადამიანი გადაიხდის 50, რათა აირიდოს 1,000 ფსონი, თუ $W_0 = 10{,}000$, მაგრამ მხოლოდ 5-ს თუ $W_0 = 100{,}000$. როდესაც $R = 2$ ადამიანი გადაიხდის 149, რათა აირიდოს 1,000 ფსონი, თუ $W_0 = 10{,}000$, მაგრამ მხოლოდ 15-ს თუ $W_0 = 100{,}000$.

7.5
ერთი შესაძლო მიზეზი არის ის, რომ სარისკო აქტივების ინვესტორს აქვს ტრანზაქციის დანახარჯები. თუ არსებობს მასშტაბიდან ეკონომია ამ დანახარჯებში, მაშინ ინდივიდი უფრო დიდი ქონებით წააწყდება უფრო მცირე ტრანზაქციულ დანახარჯებს და გაზრდის სარისკო აქტივში ინვესტირების წილს თავის პორტფელში.

7.6
სტატისტიკურად სამართლიანი ფასი ასეთ პოლისზე არის 0.25 · 19,000 = 4,750. მაქსიმალური

რაოდენობა, რასაც ინდივიდი გადაიხდიდა (X) ამოხსნის ამ განტოლებას

$$11.45714 = 0.75 \ln(100{,}000 - x) + 0.25 \ln(99{,}000 - x).$$

ამის ამოხსნით მივიღებთ რომ x = $5,120. ეს ადამიანი ისურვებდა გადაეხადა $370-მდე ადმინისტრაციულ დანახარჯებში შემცირებად პოლისში.

7.7

მიუხედავად იმისა, რომ ფასი არის გაურკვეველი, ეს მოდელი გვაძლევს უფლებას ვიყიდოთ უფრო მეტი y, როდესაც ფასი არის დაბალი და უფრო იყიდოს უფრო ცოტა, როდესაც ფასი არის მაღალი. რადგან V არის p_y-ის ამოზნექილი ფუნქცია V-ს საშუალო p_y-ის ორ სხვადასხვა მნიშვნელობას შორის აღემატება V-ს მნიშვნელობას p_y-ის საშუალოში. ამას არანაირი კავშირი არ აქვს რისკისადმი უარყოფითად განწყობასთან, რომელიც ეხება ისეთ არჩევანს, სადაც გვაქვს ერთნაირი მოსალოდნელი მნიშნელობა.

თავი 8

8.1

საუკეთესო პასუხები არ არის ერთი და იგივე, ამიტომ დომინანტური სტრატეგია არ გვაქვს. გავრცობილი ფორმა გამოიყურება, როგორც მოცემულია ნახაზზე 8.1 განსხვავებული უკუგებებით.

8.2

დომინანტური სტრატეგია არ გვაქვს. (ქაღალდი, მაკრატელი) არაა ნეშის წონასწორობა, რადგან მოთამაშე 1-ს აქვს სურვილი გადაიხაროს ქვის არჩევისკენ.

8.3

ეს შეიძლება იყოს სქესთა შორის დაპირისპირების თამაშის მსგავსი, თუ უკუგება 0-ს ჩავსვავთ 1-ის ნაცვლად, როდესაც მოთამაშე ირჩევს თავის საყვარელ ქმედებას და სხვა არავინ ირჩევს იგივეს. ნორმალური ფორმა ოთხი კომპანიის თამაშისთვის შეიძლება წარმოვადგინოთ ოთხი მატრიცით, რომლებიდანაც თითოეული იქნება მოთამაშე 3-ის ან 4-ის თითოეული შესაძლო ქმედების შესაბამისი.

8.4

თუ ცოლი თამაშობს შერეულ სტრატეგიებს (1/9, 8/9) და ქმარი თამაშობს (4/5, 1/5), მაშინ ქმრის მოსალოდნელი უკუგება იქნება 4/9. თუ ცოლი თამაშობს (1, 0) და ქმარი თამაშობს (4/5, 1/5), მაშინ ქმრის მოსალოდნელი უკუგება იქნება 4/5. თუ ქმარი ითამაშებს (4/5, 1/5), ცოლის საუკეთესო პასუხი იქნება ყველა შემთხვევაში ბალეტის არჩევა.

8.5

მოთამაშეები გამოიმუშავებენ 2/3 შერეული სტრატეგიების ნეშის წონასწორობაში. ეს არის ყველაზე არასასურველი, წმინდა სტრატეგიის ნეშის წონასწორობაზე ნაკლებიც კი. სიმატრიულობის გამო შეიძლება ვამჯობინოთ შერეული სტრატეგიების ნეშის წონასწორობა.

8.6

ნეშის წონასწორობა ჩართავს მაღალ რაოდენობებსაც თუ ამით მათი სარგებლიანობა გაიზრდება. თუ მწყემსი 2-ის სარგებლიანობა მცირდება, მისი რაოდენობა შემცირდება და სხვისი რაოდენობა გაიზრდება.

8.7

აქ გვაქვს რამდენიმე შესაძლო პასუხი. ერთი არის შერეული სტრატეგიების ნეშის წონასწორობის თამაში თავიდან და შემდეგ ერთპერიოდიანი თამაშის „კარგი" ნეშის წონასწორობის თამაში, სადაც საშუალო უკუგება იქნება 15/8. ასევე შეიძლება თავიდან ვითამაშოთ შერეული სტრატეგიების ნეშის წონასწორობა და შემდეგ ერთპერიოდიანი თამაშის „ცუდი" ნეშის წონასწორობა, საშუალო უკუგებით 7/8.4.

8.8

კი. დავუშვათ. p არის ალბათობა, რომ მოთამშე ერთი არის t = 6 ტიპის, მოთამაშე 2-ის მოსალოდ-

ნელი უკუგება L-ის არჩევისგან არის $2p$. ეს არის სულ მცირე ისეთივე დიდი როგორც მეორეს მოსალოდნელი უკუგება $4(1 - p)$, რომელსაც მიიღებდა R-ის არჩევით თუ $p \geq 2/3$.

8.9

არასრული ინფორმაციიდან სრულ ინფორმაციაზე გადასვლით გაზრდება მწყემსი 1-ის გამოშვება და შემცირდება მეტოქეების გამოშვება, თუ მწყემსი 1 არის მაღალი ტიპის. საწინააღმდეგო არის სწორი, თუ მწყემსი ერთი არის დაბალი ტიპის. მაღალი ტიპი ამჯობინებს სრულყოფილ ინფორმაციას და ეცდება რამენაირად მიანიშნოს თავისი ტიპი; დაბალი ტიპი ამჯობინებს არასრულყოფილ ინფორმაციას და ეცდება დამალოს თავისი ტიპი.

8.10

განათლების მიღება ინფორმაციას აძლევს ფირმას მუშაკის შესაძლებლობაზე და შეიძლება გაზარდოს მაღალ-უნარიანი მუშაკის ხელფასი. განცალკევებითი წონასწორობა არ იარსებებს, თუ დაბალ-უნარიანი მუშაკებს შეუძლიათ განათლების მიღება უფრო იაფად, ვიდრე მაღალ-უნარიანებს.

8.11

წარმოდგენილი გაერთიანებული წონასწორობა არ შეიძლება არსებობდეს, თუ ფირმის განახლებული შეხედულება უდრის წინასწარ შეხედულებას მას შემდეგ, რაც მოულოდნელად მუშაკი აღმოჩნდა გაუნათლებელი. ანუ მისი შეხედულება იქნება ერთიდაიგივე, იმის მიუხედავად, მუშაკს აქვს თუ არა განათლება, ანუ მას ექნება ერთი და იგივე საუკეთესო პასუხი და მუშაკი გადაიხრება E -კენ. თუფირმას აქვს პესიმისტური განახლებული შეხედულება NE-ზე, მაშინ შედეგი არის წონასწორობა, რადგან ფირმის საუკეთესო პასუხი NE-ზე იქნება NJ, ორივე ტიპის მუშაკებს მოუნდება მიიღონ განათლება (E).

8.12

წონასწორობაში H ტიპი მიიღებს მოსალოდნელ უკუგებას $j^*w - c_H = c_L - c_H$. ეს აღემატება 0 უკუგებას, რასაც ის მიიღებს, თუ აირჩევს NE. L ტიპი გაერთიანდება H ტიპთან განათლების მიღების ალბათობით e^*. მაგრამ $de^*/dPr(H) = (\pi - w)/\pi$. რადგან ეს გამოსახულება არის დადებითი, L ტიპი გაზრდის E-ს თამაშის ალბათობას, რომ აანაზღაუროს $Pr(H)$-ის ზრდა და დატოვოს მოთამაშე 2 განურჩეველი J-სა და NJ-ს შორის.

8.13

მოთამაშეები მიიღებენ უფრო მეტს, რაც უფრო ინფორმაციულია თამაში. დავუშვათ, $0 < d < 1/3$. „ბოროტულ“ წონასწორობაში, მოთამაშე 1-ის მოსალოდნელი უკუგება იქნება $(1 - d)/2$ და მოთამაშე 2 მიიღებს $(1 + d)/2$. ყველაზე ინფორმაციულ წონასწორობაში, მოთამაშე 1 მიიღებს 1-ს და მოთამაშე 2 მიიღებს $(1 - d)$-ს, რაც იმაზე ნაკლებია ვიდრე ბოროტ წონასწორობაში, თუ $d < 1/3$. თეორიაში განსხვავება არაა გამოვაცხადებთ „A ან C“, თუ გამოვაცხადებთ შეთანხმებულ სინონიმს „მუქ წითელს“. პრაქტიკაში, ინდივიდისთვის შეიძლება რთული იყოს უაზრო სიტყვის თქმა. ენა არის უფრო ეფექტიანი, რაც უფრო ზუსტია და რაც უფრო მეტ ინფორმაციას გვაძლევს მნიშვნელობაზე.

თავი 9

9.1

ახლა, როდესაც $k = 11$:

$$q = 72{,}600l^{\frac{1}{2}} - 1{,}331l^{\frac{3}{2}},$$
$$MP_l = 145{,}600l^{-\frac{1}{2}} - 3{,}993l^{\frac{1}{2}},$$
$$AP_l = 72{,}600l^{-\frac{1}{2}} - 1{,}331l^{\frac{1}{2}}.$$

ამ შემთხვევაში, AP_l მიაღწევს მაქსმალურ მნიშვნელობას, როდესაც $l = 27.3$ და არა $l = 30$.

9.2

რადგან k დაl შედის სიმეტრიულად f ფუნქციაში, თუ $k = l$, $f_k = f_l$ და $f_{kk} = f_{ll}$. ამგვარად, ტოლობის 9.21

მრიცხველი იქნება უაროფითი, თუ $f_{kl} > f_{ll}$. თუ გავაერთიანებთ ტოლობებს 9.24 და 9.25 (და როგორც ვიცით, $k = l$), ვნახავთ, რომ ეს გვექნება მაშინ, როდესაც $k = l < 20$.

9.3

$q = 4$ იზოკვანტი შეიცავს წერტილებს $k = 4$, $l = 0$; $k = 1$, $l = 1$; და $k = 0$, $l = 4$. ის არის ნამდვილად ძალზე ამოზნექილი. როგორც ჩანს, შესაძლებელია, რომ L-ფორმის მქონე იზოკვანტი შეიძლება მიახლოებული იქნას წრფივი და რადიკალ-წევრიანი კონკრეტული კოეფიციენტებით.

9.4

რადგან შედგენილი ტექნიკური ცვლილების მამრავლი არის $\theta = \alpha\varphi + (1 - \alpha)\varepsilon$, მნიშვნელობა $\alpha = 0.3$ ნიშნავს, რომ ტექნიკური გაუმჯობესება სამუშაო ძალაში იქნება უფრო მეტად შეწონილი საბოლოო შედეგის გასარკვევად.

თავი 10

10.1

თუ $\sigma = 2$, $\rho = 0.5$, $k/l = 16$, $l = 8/5$, $k = 128/5$, $C = 96$.
თუ $\sigma = 0.5$, $\rho = -1$, $k/l = 2$, $l = 60$, $k = 120$, $C = 108$.
შევნიშნოთ, რომ σ-ს ცვლილება, ასევე, შეცვლის საწარმოო ფუნქციის მასშტაბს. ამგვარად, მთლიანი დანახარჯის ნახაზები არ შეიძლება შევადაროთ პირდაპირ.

10.2

გამოსახულება ერთეულის დანახარჯისთვის იქნება $\left(v^{1-\sigma} + w^{1-\sigma}\right)^{1/1-\sigma}$, თუ $\sigma = 0$ მაშინ ეს ფუნქცია იქნება წრფივი $v = w$. როდესაც $\sigma > 0$ ფუნქცია არის ზრდადად ამოზნექილი, რაც გვიჩვენებს, რომ დიდი ზრდა w-ში, შეიძლება კომპენსირებული იქნეს მცირე შემცირებით v-ში.

10.3

ელასტიკურობები მოცემულია დანახარჯების ფუნქციების ხარისხებში და ტექნოლოგიური ცვლილება გავლენას არ ახდენს მათზე.

10.4

ამ შემთხვევაში $\sigma = \infty$. როცა $w = 4v$, დანახარჯების მინიმიზაციისთვის შეგვიძლია გამოვიყენოთ საწარმოო ფაქტორების ნებისმიერი კომბინაცია (მუდმივი q-ს შემთხვევაში) დანახარჯების შეცვლის გარეშე. w-ს ზრდა გამოიწვევს ფირმების გადართვას მხოლოდ კაპიტალის მოხმარებაზე და გავლენას არ მოახდენს მთლიან დანახარჯებზე. ეს გვიჩვენებს, რომ ერთ საწარმოო ფაქტორზე ფასის ზრდის გავლენა დანახარჯებზე, მნიშვნელოვანწილად დამოკიდებულია ჩანაცვლების ხარისხზე.

10.5

რადგან კაპიტალის დანახარჯი არის მუდმივი მოკლევადიან პერიოდში, ის გავლენას არ მოახდენს მოკლევადიან ზღვრულ დანახარჯებზე (მათემატიკურად, მუდმივის წარმოებული ნულის ტოლია). თუმცა, კაპიტალის დანახარჯი გავლენას ახდენს მოკლევადიან საშუალო დანახარჯებზე. ნახაზზე 10.9 v-ს ზრდა ზემოთ გადაანაცვლებს MC-ს, AC-სა და ყველა $SATC$ მრუდებს, მაგრამ უცვლელად დატოვებს SMC მრუდს.

თავი 11

11.1

თუ $MC = 5$, მაშინ მოგების მაქსიმიზაციისთვის $q = 25$.ამ შემთხვევაში $P = 7.5$, $R = 187.5$, $C = 125$, და $\pi = 62.50$.

11.2

p-ს გარდა ყველა წევრი შეიძლება შევიყვანოთ α-ში. ეს გადაადგილებს D-ს და MR-ს, მაგრამ გავლენას არ მოახდენს ელასტიკურობის გამოთვლაზე.

11.3

როდესაც w იზრდება 15-მდე, მიწოდება გადაადილდება და გახდება $q = 8P/5$. როდესაც k გაიზრდება 100-მდე, მიწოდება გადავა $q = 25P/6$-ში. ცვლილებე v-ში გავლენას არ მოახდენს მოკლევადიან ზღვრულ დანახარჯზე ან დახურვის გადაწყვეტილებაზე.

11.4

ცვლილებას v-ში არ აქვს არანაირი ეფექტი *SMC*-ზე მაგრამ ის გავლენას ახდენს ფიქსირებულ დანახარჯებზე. ცვლილება w-ში გავლენას მოახდენს *SMC*-ზე და მოკლევადიან მიწოდების მრუდზე.

11.5

ყველა ფირმის ხელფასის ზრდა გადაადგილებს საბაზრო მიწოდების მრუდს ზემოთ, რაც გაზრდის პროდუქტის ფასს. რადგან მთლიანი გამოშვება უნდა შემცირდეს მოთხოვნის დაღმავალი ფუნქციის გამო, ყველა ფირმას მოუწევს აწარმოოს უფრო ნაკლები. აქაც ორივე, ჩანაცვლებისა და შემოსავლის ეფექტები არის უარყოფითი.

თავი 12

12.1

შემოსავლების შეკრება ამ წრივ შემთხვევაში მოითხოვს ყველა ინდივიდის შემოსავლის კოეფიციანტი იყოს ერთიდაიგივე. რადგან ყველა ინდივიდისთვის ფასი ერთია. გაერთიანება მოითხოვს მხოლოდ ფასების კოეფიციენტების შეკრებას.

12.2

β-ს ნებისმიერი მნიშვნელობა 0.5-ის გარდა ნიშნავს, რომ ფასის ხარისხი არ იქნება 1.0. რაც უფრო მაღალია β, მით უფრო მეტად ელასტიკურია მოკლევადიანი მიწოდების მრუდი ფასის მიმართ.

12.3

ტოლობა 10.36-ის მისაღებად საჭირო საფეხურების გამოყენებით მივიღებთ

$$e_{P,\beta} = \frac{-e_{Q,\beta}}{e_{S,P} - e_{Q,P}}$$

აქ $e_{Q,\beta} = e_{Q,w} = -0.5$, ასე რომ $e_{p,\beta} = -(-0.5)/2.2 = 0.227$. გამრავლებით 0,20-ზე (რადგან ხელფასი გაიზარდა 20 პროცენტით) მივიღებთ პროგნოზირებულ ფასების ზრდას 4.5 პროცენტით, რაც ძალიან ახლოსაა მაგალითში მოყვანილ რიცხვთან.

12.4

მოკლევადიანი მიწოდების მრუდი მოცემულია როგორც $Q_s = 0.5P + 750$, და მოკლევადიანი წონასწორული ფასი იქნება \$643. თოთოეული ფირმა გამოიმუშავებს დაახლოებით \$2,960 მოგებას მოკლევადიან პერიოდში.

12.5

მთლიანი და საშუალო დანახარჯი ტოლობისთვის 12.55 აღემატება დანახარჯებს ტოლობისთვის 12.42, როდესაც $q > 15.9$. ტოლობის 12.55 ზღვრული დანახარჯიყოველთვის აღემატება ტოლობის 12.42 ზღვრულ დანახარჯს. ოპტიმალური გამოშვება უფრო ნაკლებია ტოლობის 12.55 შემთხვევაში, ვიდრეტოლობაში 12.42, რადგან ზღვრული დანახარჯი იზრდება უფრო მეტად, ვიდრე საშუალო დანახარჯი.

12.6

დანაკარგი შეზღუდვიდან იქნება უფრო მეტი, რაც უფრო არაელასტიკურია მოთხოვნა და/ან მიწოდება. ის, რომელსაც აქვს უფრო ნაკლებ ელასტიკური პასუხი მოუწევს თავის თავზე აიღოს დანახარჯის უფრო დიდი წილი.

12.7

t-ს ზრდა ერთპიროვნულად გაზრდის აუნაზღაურებელ დანაკარგს. რადგან t-ს ზრდა შეამცირებს რაოდენობას, თუმცა, მთლიან საგადასახადო ამონაგებს აქვს საწინააღმდეგო ეფექტები. მართლაც, თუ $t/(P + t) \geq -1/e_{Q,P}$ მაშინ $dtQ/dt < 0$.

12.8

მთლიანი ტრანსფერი ადგილობრივი მწარმოებლებისთვის არის (მილიარდებში) $0.5 \cdot (11.7) + 0.5(0.5)(0.7) = 6.03$. ამას როგორც ქირას მიიღებს ის საწარმოო ფაქტორები, რომლებმაც მიწოდების მრუდს მისცა დადებითი დახრილობა. ქვოტის შემთხვევაში, ადგილობრივ მწარმოებლებს, ასევე,შეუძლიათ სარგებლიანობა ნახონ სატარიფო შემოსავლიდან.

თავი 13

13.1

სამუშაო ძალის ზრდა გადაანაცვლებას პირველ საზღვარს თანაბრად. მეორე შემთხვევაში, ასეთი ზრდა გადაანაცვლებს y-ზე გადაკვეთის წერტილზე უფრო მეტად, ვიდრე x-ზე გადაკვეტის წერტილს, რადგან y პროდუქტში სამუშაო ძალას ვიყენებთ უფრო ინტენსიურად.

13.2

ამ სამივე შემთხვევაში გამოშვების მთლიანიღირებულება არის $200w$, შედგება ნახევარი ხელფასებისგან და ნახევარი მოგებისგან. მიწოდების გადაადგილებით, მომხმარებლები ისევ დაუთმობენ $100w$ თითოეულ პროდუქტს. შესყიდული x-ის რაოდენობა ორჯერ აღემატება y-ის რაოდენობას, რადგან y-ის ფასი ორჯერ მეტია. მოთხოვნის გადაადგილებით, მომხმარებელი დახარჯავს $20w$-ს x პროდუქტის შესაძენად და $180w$-ს y-ის შესაძენად. მაგრამ ამ შემთხვევაში y-ის ფასი სამჯერ მეტია x-ის ფასზე. ანუ მომხმარებლები ყიდულობენ სამჯერ მეტ y-ს, ვიდრე x-ს.

13.3

ვალრასის კანონის მიხედვით ვერცხლის ბაზარი წონასწორობაშია. ახლიდან გამოვთვალოთ ტოლობა 16.40

$$ED_1 = 2(p_2/p_1)^2 + 2(p_3/p_1)^2 - 4p_2/p_1 - 7p_3/p_1$$

ან შედარებითი ფასებით

$$= 2(3)^2 + 2(2)^2 - 4(3) - 7(2).$$

13.4

ამ შემთხვევაში მომხმარებლები, ასევე, ხარჯავენ თავისი შემოსავლის რაღაც ნაწილს დასვენებაში. ინდივიდი 1-ის მთლიანი ამონაგები წონასწორული ფასით არის $40 \cdot 0.136 + 24 \cdot 0.248 = 11.4$. ქობდაგლასის ხარისხები მიგვანიშნებს რომ ეს ადამიანი დახარჯავს თავისი შემოსავლის ნახევარს x პროდუქტში. ამგვარად მთლიანი დანახარჯი ამ პროდუქტზე იქნება 5.7, რაც ასევე ტოლია x-ის შესყიდული რაოდენობა (15.7) გამრავლებული ამ პროდუქტის წონასწორულ ფასზე (0.363).

13.5

არა – ასეთი განაწილება ვერ გახდის ორივეს უკეთესად, რადგან დაეკისრებათ ზედმეტი საგადასახადო ტვირთი.

13.6

რადგან თითოეული საწარმოო ფუნქცია ექვემდებარება მასშტაბიდან მუდმივ უკუგებას, კაპიტალის ნებისმიერი განაწილება იქნება ეფექტიანი, თუ სამუშაო ძალა არის განაწილებული შესაბამისად.

13.7

ტრანსფერამდე მომხმარებლის მთლიანი ამონაგები არის $300w$, რაც ნაწილდება თანაბრად თითოეულ პროდუქტზე. ფირმები, რომლებიც აწარმოებენ y პროდუქტს იღებენ მთლიან ამონაგებს ($150w$). ფირმები, რომლებიც აწარმოებენ x-ს მიიღებენ მხოლოდ $50w$ ამონაგებს, რადგან დანარჩენი $100w$ იქნება მთავრობის შემოსავალი. ამ ფირმებისთვის, მთლიანი (გადასახადის შემდგომი) ამონაგები არის $p_x \cdot x = 50w$. მომხმარებლების დანახარჯი x პროდუქტზე არის $3p_x \cdot x = 150w$. ამ შემთხვევაში მშპ არის ისევ $200w$: $50wx$-ის წარმოებიდან და $150wy$-ის წარმოებამდე. $100w$ შედის გადასახადებში და ტრანსფერებში, მაგრამ ეს არ ჩანს მშპ-ში.

13.8

აქ განურჩევლობის მრუდი შედარებით ბრტყელია, რაც ნიშნავს, რომ ინდივიდები არინ საკმაოდ მონდომებულნი ჩაანაცვლონ ერთი პროდუქტი მეორეთი. ამ მოქნილობიდან გამომდინარეობს, რომ ორმხრივად სასარგებლო ვაჭრობა A წერტილში შედარებით მცირე ინტერვალში მოხდება. უფრო ნაკლებად მოქნილი უპირატესობების შემთხვევაში, შესაძლებლობების რაოდენობა გაიზრდება, რადგან ინდივიდებმა შეიძლება დაიწყონ ვაჭრობა ძალზედ განსხვავებული ჩანაცვლების ზღვრული ნორმებით.

თავი 14

14.1

ფიქსირებული დანახარჯის ცვლილება გავლენას არ მოახდენს გამოშვების გადაწყვეტილებაზე, რადგან ეს არ შეცვლის ზღვრულ დანახარჯებს. თუმცა, ის გაზრდის AC-ს 5-ით და შეამცირებს მოგებას 12,500-მდე. ახალი C ფუნქციით MC გაიზრდება $0.15Q$-მდე. ამ შემთხვევაში $Q^* = 400$, $P^* = 800$, $C = 22{,}000$ და $\pi = 10{,}000$.

14.2

წრის შემთხვევაში α-ს ზრდა გაზრდის ფასს $\alpha/2$-ით. ფასის გადაკვეთის ზრდის ეფექტი მსგავსი იქნება ზღვრული დანახარჯის ზრდისა. მუდმივი ელასტიკურობის შემთხვევაში, α არ შედის ფასის გამოთვლაში. მოთხოვნის მოცემული ელასტიკურობისთვის, ფასსა და ზღვრულ დანახარჯს შროის განსხვავება ერთიდაიგივეა მიუხედავად იმისა, თუ რა სიდიდისაა α.

14.3

როცა $e = -1.5$, მონოპოლისტიური ბაზრის მომხმარებლის ნამეტის შეფარდება კონკურენტული ბაზრის მომხმარებელთან იქნება 0.58 (ტოლობა 14.19). მოგება წარმოადგენს კონკურენტული მომხმარებლის ნამეტის 19 პროცენტს (ტოლობა 14.21).

14.4

თუ $Q = 0$, $P = 100$. მთლიანი მოგება მოცემული იქნება სამკუთხედის ფართობით, რომელიც მოქცეულია მოთხოვნის მრუდსა და MC-მრუდს შორის, გამოკლებული მუდმივი დანახარჯები. ეს ფართობი არის $0.5(100)(666) = 33{,}333$. ამგვარად $\pi = 33{,}333 - 10{,}000 = 23{,}333$.

14.5

ფრთხილად უნდა ვიყოთ, როდესაც ვაჯამებთ მოთხოვნის ფუნქციებს. როდესაც $P > 12$, ბაზარზე 2 არაა მოთხოვნა, ანუ მონოპოლისტის ამონახსენი ამ შემთხვევაში გვაძლევს 81-ის ტოლ მოგებას. როდესაც $P < 12$, საბაზრო მოთხოვნა არის $Q = 48 - 3P$ ან $P = 16 - Q/3$. ამ შემთხვევაში მონოპოლისტის ფასი იქნება 11. მოგება იქნება $(11 - 6) \cdot 15 = 75$. ამგვარად ამ შემთხვევაშიც ჯერ კიდევ ღირს მოვემსახუროთ ბაზარს 2. მოგება მაქსიმალურია, როდესაც $P = 15$.

თავი 15

15.1

სრულყოფილ კარტელში მისი წევრები იღებენ იმაზე ნაკლებს, რასაც თავის საუკეთესო პასუხში მიიღებდნენ, ამიტომ კარტელი შეიძლება იყოს არასტაბილური.

15.2

ფირმა 1-ის საუკეთესო პასუხი უნდა მოიცავდეს შეხების წერტილს 1-ის იზოპორფიტსა და q_2-ის ჰორიზონტალურ წრფეს შორის. იზოპროფიტი მიაღწევს პიკს ამ წერტილში. ფირმა 2-ისიზოპროფიტი პიკს აღწევს 2-ის საუკეთესო პასუხის მრუდზე. მოთხოვნის გადაკვეთის ზრდა გადააადგილებს საუკეთესო პასუხებს, რაც შედეგად მოგვცემს უფრო მეტ რაოდენობას წონასწორობაში.

15.3

პირველი რიგის პირობა არის ოპტიმალური არჩევანის მათემატიკური წარმოდგენა. სიმეტრიის შემოტანით პირველი რიგის პირობამდე იმის მსგავსია, რომ ფირმა i ირჩევს როგორც თავის, ასევე, სხვების გამოშვებას. ამ შეცდომის დაშვებით მივიღებთ მონოპოლისტურ და არა კურნოს მოდელის გამოშვებას.

15.4

მოთხოვნის გადაკვეთის ზრდა გადააადგილებს ორივე საუკეთესო პასუხს, რაც გაზრდის წონასწორულ ფასს.

15.5

ერთი და იგივე ადგილზე მდებარეობას მივყავართ ზღვრული დანახარჯების მიხედვით ფასდადებაზე, როგორც ეს ბერტრანდის მოდელშია ჰომოგენუ-

რი პროდუქტის დროს. როდესაც მდებარეობენ სანაპიროს საპირისპირო ბოლოებში, შედეგად გვექნება ყველაზე რბილი საფასო კონკურენცია და მაღალი ფასები.

15.6

შეიძლება დავუშვათ, რომ კონკურენტი ბენზინგასამართი სადგურები ერთმანეთის ფასებზე მონიტორინგს ახორციელებენ და ფასების ცვლილებას უპასუხებენ ერთ დღეში. ამგვარად, ერთი დღე იქნება მისაღები დროის პერიოდი. ერთი წელი იქნება მისაღები პერიოდი პატარა მუყაოს კონტეინერის დასამზადებლად სკოლის სადილზე რძისთვის, რადგან კონტრაქტებზე შეთანხმება ხდება ახალი სასკოლო წლის დასაწყისში.

15.7

ერთპერიოდიანი თამაშის ნეშის წონასწორობა არის ნაკლებად მკაცრი კურნოს მოდელში (ფირმებს აქვთ დადებითიმოგება), ვიდრე ბერტრანდის მოდელში (ფირმებს აქვთ ნულოვანიმოგება).

15.8

ფირმები შეიძლება ეჯიბრებოდნენ ბაზარზე პირველობისთვის, ახდენენ კვლევასა და განვითარებაში (*R&D*) ინვესტირებას მანამ, სანამ მოთხოვნის საკმარისი მატერიალიზება მოხდება. ასეთი გზით შეიძლება მთელი მოგება გაფლანგონ. ინვესტროებს, ასევე, შეიძლება ჰქონდეთ ზედმეტი წარმოდგენა პირველობაზე.

15.9

უმეტეს ინდუსტრიებში, ფასები შეიძლება სწრაფად შეიცვალოს – შესაძლოა მყისიერადაც – თუმცა, რაოდენობის ცვლილება გაცილებით რთულია, რადგან ის მოითხოვს უფრო მეტი შესაძლებლობების ქონას. ამგვარად, ფასებზე ნდობა შედარებით რთულია. სხვა მრავალ გზასთან ერთად, ფირმებმა შეიძლება თავის რეკლამებში ასახონ ფასები, სადაც შეთავაზებენ გარანტირებულ ფასებს და შეინარჩუნებენ გრძელვადიან პერიოდში რეპუტაციას, როგორც ყველაზე მცირე ფასების მფლობელები, მაგრამ ფასდაკლებები არ ექნებათ.

15.10

ბაზარზე შესვლა ამცირებს ბაზრის წილს და ამცირებს ფასებს გაძლიერებული კონკურენციის გამო. ამგვარად შეიძლება ერთი ფირმა გამოიმუშავებს საკმარის მოგებას ფიქსირებული დანახარჯის დასაფარად, სხვა ორი ფირმა ამას ვერ შეძლებს.

15.11

A-ს შესვლაზე თავშეკავებული სტრატეგია იქნება შუაში ყოფნა, რადგან ეს ტოვებს პატარა ნიშას *B*-თვის ბაზარზე შესასვლელად და ეს არის ყველაზე ცუდი *B*-ს მოგებისთვის. *A*-ს მდებარეობის სტრატეგია შეიცვლებოდა არარაგულირებადი ფასების შემთხვევასთან შედარებით. *A* იქნებოდა შუაში, რაც აძლევს მას ყველაზე დიდ საბაზრო წილს. მან არ უნდა იდარდოს ფასების შემცირების სტრატეგიულ მცდელობაზე, რადგან ფასები რეგულირდება.

15.2

სოციალურმა მგეგმავმა უნდა დააკისროს ერთ ფირმას ზღვრული დანახარჯების მიხედვით ფასდადება. ეს გამორიცხავს აუნაზღაურებელ დანაკარგსფასწარმოქმნიდან და ასევე მოახდენს ფიქსირებული დანახარჯის ეკონომიას.

თავი 16

16.1

არასამუშაო ძალის შემოსავალი ინდივიდს აძლევს უფლებას „იყიდოს" დასვენება, მაგრამ ასეთი შესყიდვა დამოკიდებულია სამუშაოძალადასვენების შენაცვლებადობაზე.

16.2

დასკვნა არაა დამოკიდებული წრფივობაზე. მიწოდებისა და მოთხოვნის მრუდები გადაინაცვლებს ვერტიკალურად პარამეტრებით t და k.

16.3

ახლა MRP = \$30 საათში. ამ შემთხვევაში მონოფსონისტი დაიქირავებს 150 მუშაკს და ხელფასი იქნება \$15 საათში. როგორც წინა შემთხვევაში, ხელფასი დარჩება MRP-ს ნახევარ დონეზე.

16.4

მონოფსონისტს უნდა იყოს სამუშო ძალაზე მოთხოვნის მრუდზე; პროფკავშირს (სავარაუდოდ) უნდა მისი წევრების სამუშაო ძალაზე მიწოდების მრუდზე მდებარეობდეს. მხოლოდ ერთი მიწოდება მოთხოვნის წონასწორობა (l = 583, w = 11.67) აკმაყოფილებს ორივეს. ეს მართლაც არის თუ არა ნეშის წონასწორობა დამოკიდებულია სხვა ფაქტორებზე. პროფკავშირი განსაზღვრავს თუ არა უკუგებას როგორც ეს ასახულია სამუშაო ძალის მიწოდების მრუდზე.

16.5

თუ ფირმა არის რისკისადმი ნეიტრალურად განწყობილი, ხოლო მუშაკი რისკისადმი უარყოფითად განწყობილი, მაშინ ოპტიმალურ კონტრაქტში შეიძლება გვქონდეს დაბალი ხელფასი უფრო სტაბილური შემოსავლის სანაცვლოდ.

თავი 17

17.1

ტოლობის 17.17 გამოყენებით $\frac{c_1}{c_0} = 1.02 = (1+r)^{1-R}$. ამგვარად $1 + r = (1.02)^{1-R}$. თუ $R = 0$ მაშინ $r = 0.02$; თუ $R = -3$ მაშინ $r = 0.082$.

17.2

თუ g არის გაურკვეველი, მაშინ მომავალი ზღვრული სარგებლიანობა იქნება შემთხვევითი სიდიდე. თუ $U'(c)$ არის ამოზნექილი, მისი მოსალოდნელი მნიშვნელობა გაურკვეველი ზრდით იქნება უფრო მეტი ვიდრე მაშინ როდესაც ზრდასექნება მოსალოდნელი მნიშვნელობა. ეფექტი მსგავსია, რაც მოხდებოდა დაბალი ზრდის ტემპის შემთხვევაში. ტოლობა 17.29 გვიჩვენებს, რომ ურისკო საპროცენტო განაკვეთი უნდა შემცირდეს, რათა უზრუნველყოს ასეთი დაბალი g.

17.3

10 პროცენტიანი ინფლაციის შემთხვევაში, ხის ნომინალური მნიშვნელობა გაიზრდება დამატებით 10 პროცენტით წელიწადში. მაგრამ ასეთი ამონაგების დისკონტირება უნდა მოვახდინოთ იგივე განაკვეთით, რომ გამოვითვალოთ რეალური მოგება. ამგვარად, ოპტიმალური მოჭრის ასაკი არ შეიცვლება.

17.4

მონოპოლისტისთვის ტოლობის 17.62 მსგავსი ტოლობა გვექნება, ოღონდ ფასის ნაცვლად გვექნება ზღვრული ამონაგები.მუდმივი ელასტიკურობის მოთხოვნის მრუდით, ფასს ექნება იგივე ზრდის ტემპი მონოპოლიის შემთხვევაში რაც სრულყოფილი კონკურენციის დროს ჰქონდა.

თავი 18

18.1

მენეჯერებს აქვთ სტიმული მთლიანი მოგება ზედმეტად აჩვენონ, რადგან აუდიტისგან რაიმე სასჯელი არ მიიღონ. თუ აუდიტი არის დაკავშირებული დიდი დანახარჯებთან, მაშინ შეიძლება ეფექტიანი იყოს იშვიათი აუდიტი მაგრამ დიდი და მკაცრი ჯარიმები არასწორი ანგარიშის შემთხვევაში. თუ მკაცრი დასჯა შეუძლებელია, მაშინ მენეჯერების სტიმულის ძალა უნდა შესუსტდეს. ენრონის მენეჯერებმა ზედმეტი მოგება აჩვენეს. აუდიტორებმა ვერ დაიჭირეს ან ისინიც მონაწილეობდნენ ამ ზედმეტობაში. მკაცრმა სასჯელის ზომამ შეიძლება მოახდინოს მომავალი ჯგუფური კრიმინალის არიდება, მაშინაც კი თუ აუდიტორები არ ცდილობენ იყვნენ გასაკუთრებით ეფექტიანები.

18.2

დამზღვევს სურს გაღაიხადოს სხვაობა პირველ და მეორე-საუკეთესო მოგებებს შორის სხვაობა, 298 – 96 = \$202.

18.3

სადაზღვევო ბაზრები არის საკმაოდ კონკურენტული, თუმცა ზოგ შემთხვევებში ლიმიტი რეგუ-

ლირდება. რთულია ვთქვათ რომელი სეგმენტია უფრო კონკურენტული. ის ფაქტი რომ ინდივიდები ყიდულობენ მანქანის დაზრვევას, მაშინ როდესაც ფირმები ყიდულობენ სიცოცხლის დაზღვევას თავისი დასაქმებულებისთვის, შეიძლება გავლენა მოახდინოს კონკურენციის ბუნებაზე.

18.4

კუთხის ყავის მაღაზია ჰანოვერში 8 უნციანი ჭიქით ყავას ყიდის $1.25, ხოლო 16 უნციიანი ჭიქით $1.55. ეს მენიუ არაა შესაბამისი θ_H-თან და θ_L-თან. თუ ჩავანაცვლებთ რაოდენობას და ფასს პატარა ჭიქისთვის $\theta_L v(q_L) - T_L$ მოგვცემს $_L$ = 22.1, რაც აღემატება θ_H = 12.8-ს. აღნიშნულს მივიღებთ, თუ მენიუს ჩავსვავთ შემდეგ ტოლობაში $\theta_H v(q_H) - T_H = \theta_H v(q_L) - T_L$ შესაძლოა რეალური სარგებლიანობის ფუნქციები განსხვავებულია იმისგან, რაც აქ დავუშვით.

18.5

სადაზღვეო კომპანია გადაწყვიტავს შეთავაზოს მხოლოდ ერთი პოლიტიკა, რომლის მიზანი იქნება წითელი მანქანები და იგნორირებას გაუკეთებს ნაცრისფერ მანქანებს.

18.6

ნაცრისფერი მანქანის მფლობელები მიიღებენ 11.48033 სარგებელს კონკურენტულ წონასწორობაში ასიმეტრიული ინფორმაციის დროს. ისინი მიიღებდნენ იგივე სარგებელს სრული დაზღვევის შემთხვევაში $3,207 პრემიით. განსხვავება აღნიშნულსა და წონასწორულ პრემიას ($453) შორის არის $2,754. ნებისმიერი პრემია $3,000-სა და $3,207-ს შორის ნებას მისცემს სადაზღვეო კომპანიას მიიღოს იმდენივე ამონაგები, რამდენსაც დახარჯავს. პრობლემა ისაა, რომ წითელი მანქანების მფობელები პოლისის მხარეს გადაიხრებოდნენ, რის გამოც კომპანია მიიღებდა უარყოფით მოგებას.

18.7

თუ ანგარიში არის საკმაოდ სანდო, მაშინ ყავისფერმა მანქანებმა შეიძლება მიიღონ სრული დაზღვევა როგორც ანგარიშის ჩაბარებით, ასევე, მის გარეშე. მაგრამ არა ისეთივე სრული, როგორც 100 პროცენტი სანდოობის შემთხვევაში. აუდიტორებს აქვთ მოკლევადიანი სტიმულები აიღონ ქრთამი „ყავისფერი“ ანაგარიშის გამოსაშვებად. გრძელვადიან პერიოდში, არაპატიოსნება შეამცირებს გადასახადს, რომელიც აუდიტორებმა შეილება დააკისროს. მას სურს შეინარჩუნოს მაღალი გადასახადი, პატიოსანი ანგარიშის ჩამბარებელის რეპუტაციის დამკვიდრებით (რომელიც დაინგრევა მაშინვე, თუ აღმოჩნდება არაპატიოსანი).

18.8

თუ გვყავს მყიდველზე ნაკლები გამყიდველი, მაშინ ყველა მანქანა გაიყიდება. მანქანა, რომლის ხარისხიც არის q, გაიყიდება $q + b$ ფასად. თუ უფრო მეტი გამყიდველია ვიდრე მყიდველი, მაშინ ყველა მყიდველი შეიძენს მანქანას, მაგრამ ზოგი მანქანა დარჩება გასაყიდი (შემთხვევით შერჩეულები). წონასწორული ფასი იქნება ხარისხის ტოლი: q.

18.9

დიახ, სარეზერვო ფასი ხშირად გვეხმარება სარეზერვო ფასისი გაზრდის შემთხვევაში, ერთი მხრივ, მყიდველი უფრო შეგულიანებულია გაზარდოს შეთავაზება, მეორე მხრივ არ გაყიდვის ალბათობა იზრდება. მეორე ფასის აუქციონში, მყიდველები თავაზობენ თავიაანთ შეფასებას სარეზერვო ფასის გარეშე და ეს არ აძლევს სტუმულს მათ დაასახელონ შეთავაზება რომელიც იქნება მათ შეფასებაზე მეტი.

თავი 19

19.1

x-ის წარმოებას ექნება სასარგებლო ეფექტი y-ის წარმოებაზე. ამგვარად, სამუშაო ძალა იქნება ეფექტიანზე ნაკლები x-ის წარმოებაში კონკურენტული ბაზრის შემთხვევაში.

19.2

გარე ეფექტის ბუნებიდან გამომდინარე, გადასახადი არის შედარებით მცირე. გაერთიანებული ფირმის მოგების მაქსიმიზირებელი არჩევანი არის $x = 38{,}000$.

19.3

თანამოსახლეების განცალკევებითი განაწილება არის $x = 1$, $y = 1{,}000$, ამგვარად ისინი მიაღწევენ ეფექტიან განაწილებას თუ ერთად იცხოვრებდნენ. ეს გამომდინარეობს *MRS*-ების მნიშვნელობების შეკრებადი ხასიათიდან, ქობ-დაგლასის შემთხვევაში და ზოგადად ასე არ იქნება.

19.4

თანამოსახლეებს აქვთ იდენტური უპირატესობები და შესაბამისად იდენტური ჩანაცვლების ზღვრული ნორმები. თუ თოთოეული მათგანი გადაიხდის საზოგადოებრივი საქონლის ღირებულების ნახევარს, მაშინ *MRS*-ების ჯამი იქნება ზუსტად საზოგადოებრივი საქონლის ფასების ფარდობა კერძო პროდუქტის ფასთან, როგორც ამას მოითხოვს ტოლობა 19.40. სხვადასხვა *MRS*-ებით ოპტიმალური განაწილება აღარ იქნება 50-50.

19.5

სამუშაო ძალაზე გადასახადის შემცირება გაზრდის გადასახადის შემდგომ ამონაგებს და შესაბამისად მოთხოვნას y პროდუქტზე. ფიქსირებული პიგუს გადასახადით დაბინძურება იზრდება. უფრო ზოგადად, ორმაგი დივიდენდი დამოკიდებულია ზუსტი მოთხოვნის კავშირზე ინდივიდების სარგებლიანობის ფუნქციაში სუფთა ჰაერსა და სხვა დაბეგვრად პროდუქტს შორის (ამ შემთხვევაში სამუშაო ძალა).

19.6

პროგრესულმა დაბეგვრამ უნდა გაზარდოს t^*, რადგან შუალედურმა ამომრჩეველმა შეიძლება მიიღოს ამონაგები მაღალი შემოსავლის მქონე გადასახადის გადამხდელისგან, მაღალი დანახარჯის გარეშე.

კენტ-ნომრიანი ამოცანების პასუხები

ამ ნაწილში მოცემული მხოლოდ ზოგიერთი კენტ-ნომრიანი ამოცანების მოკლე პასუხები. ყველა ამოცანის სრულყოფილი პასუხი მოცემულია ამოხსნების სახელმძღვანელოში, რაც ხელმისაწვდომია კურსის ხელმძღვანელებისთვის, მათი მოთხოვნის საფუძველზე.

თავი 2

2.1

ა. $8x$, $6y$.

ბ. 8, 12.

გ. $8x\,dx + 6y\,dy$.

დ. $dy/dx = -4x/3y$.

ე. $x = 1$, $U = (4)(1) + (3)(4) = 16$.

ვ. $dy/dx = -2/3$.

ზ. $U = 16$ ელიფსი.

2.3

ორივე მიდგომით მივიღებთ $x = y = 0.5$.

2.5

ა. პირველი რიგის პირობა მაქსიმუმისთვის არის $-gt + 40 = 0$, ანუ $t^* = 40/g$.

ბ. შენაცვლება მოგვცემს $f(t^*) = -0.5g(40/g)^2 + 40(40/g) = 800/g$. ანუ $\partial f(t^*)/\partial g = -800/g^2$.

გ. ეს გამომდინარეობს რადგან $\partial f/\partial g = -0.5(t^*)^2$.

დ. $\frac{\partial f}{\partial g} = -0.5\left(\frac{40}{g}\right)^2 = -0.8$, ანუ ყოველი 0.1 ზრდა g-ში შეამცირებს მაქსიმალურ სიმაღლეს 0.08-ით.

2.7

ა. პირველი რიგის პირობა მოითხოვს $f_1 = f_2 = 1$. ამგვარად, $x_2 = 5$. როდესაც $k = 10$, $x_1 = 5$.

ბ. როდესაც $k = 4$, $x_1 = -1$.

გ. $x_1 = 0$, $x_2 = -4$.

დ. როდესაც $k = 20$, $x_1 = 15$, $x_2 = 5$. რადგან x_1-ის ზღვრული მნიშვნელობა არის მუდმივი, თითოეული დამატებითი k, 5-ის შემდეგ დაამატებს მხოლოდ ამავე ცვლადს.

2.9

რადგან $f_{ii} < 0$, ჩაზნექილობის პირობიდან გამომდინარეობს, რომ მეორე რიგის კერძო წარმოებულის მატრიცა არის უარყოფითად განსაზღვრული. ამგვარად, კვადრატული ფორმა, რომელიც მოიცავს $[f_1, f_2]$, იქნება უარყოფითი, როგორც ეს მოითხოვება ქვაზი-ჩაზნექილობით. საწინააღმდეგო არ არის სწორი, როგორც ქობ-დაგლასის ფუნქციით არის ნაჩვენები $\alpha + \beta > 1$ შემთხვევისთვის.

2.11

ა. $f'' = \delta(\delta - 1)x^{\delta-2} < 0$.

ბ. რადგან $f_{11}, f_{22} < 0$ და $f_{12}, f_{21} = 0$, ტოლობა 2.98 აუცილებლად სრულდება.

გ. ეს ინარჩუნებს ქვაზი-ჩაზნექილობას, მაგრამ არა ჩაზნექილობას.

2.13

ა. $g[R(x)] = E(c + dx) = c + dE(x) \geq E[g(x)]$.

ბ. უბრალოდ შეავტრიალოთ უტოლობა.

გ. დავუშვათ, $u = 1 - F(x)$, $du = -f(x)$, $x = v$ და $dv = dx$. გამოვიყენოთ ტოლობა 2.136

დ. გამოიყენეთ მინიშნება და ის ფაქტი, რომ $\int_t^x f(x)dx \geq \int_t^x tf'(x)dx$.

ე. (1) $\int_0^x 2x^{1-1}dx = -x^2\big|_0^x = 1$.

(2) $F(x) = 1 - x^{-2}$.

(3) $E(x) = 1$.

(4) $Pr(x \geq t) = 1 - F(t) = t^{-2} \leq 1/t$.

ვ. (1) $\int_1^\infty x^2 / 3dx = x^3 / 9 \Big|_1^\infty = 1$.

(2) $E(x) = 5/4$.

(3) $Pr(-1 \leq x \leq 0) = 1/9$.

(4) $f(x|A) = 9f(x)/8 = 3x^2/8$.

(5) $E(x|A) = 1.5$.

(6) მხოლოდ x-ის დადებით მნიშვნელობებზე დაკვირვებით მოსალოდნელი მნიშვნელობა გაიზრდება.

თავი 3

3.1

ა. არა

ბ. კი

გ. კი

დ. არა

ე. კი

3.3

ზღვრული სარგებლიანობის ფუნქციის ფორმა არაა აუცილებელი განურჩევლობის მრუდის ამოზნექილობის ინდიკატორი იყოს.

3.5

ა. $U(h, b, m, r) = \min(h, 2b, m, 0.5r)$.

ბ. სრულად შეკაზმული ჰოთ-დოგი.

გ. $1.60.

დ. $2.10 – 31 პროცენტით ზრდა.

ე. ფასი გაიზრდება მხოლოდ $1.725-მდე – 7.8 პროცენტიანი ზრდა.

ვ. გაიზრდება ფასები ისე, რომ სრულად შეკაზმული ჰოთ-დოგის ფასი გახდება $2.60. ეს იქნება მსყიდველობითი უნარის ერთიანი შემცირების ექვივალენტური.

3.7

ა. განურჩევლობის მრუდი არის წრფივი $MRS = 1/3$.

ბ. $\alpha = 2, \beta = 1$.

გ. ცნობილ წერტილზე მხოლოდ MRS-ის ცოდნით შეიძლება გავიგოთ ქობ-დაგლასის ხარისხები.

3.9

ა.-გ. იხილეთ დეტალური ამონახსენები.

3.11

გამომდინარეობს, რადგან $MRS = MU_x/MU_y \cdot MU_x$ არაა დამოკიდებული y-ზე ან პირიქით. 3.1 (ბ) არის საწინააღმდეგო მაგალითი.

3.13

ა. $MRS = f_x/f_y = y$.

ბ. $f_{xx} = f_{xy} = 0$, ამგვარად, ქვაზი-ჩაზნექილობის პირობა მცირდება $-1/y^2 < 0$-მდე.

გ. განურჩევლის მრუდი მოცემულია როგორც $y = \exp(k - x)$.

დ. x-ის ზღვრული სარგებლიანობა არის მუდმივი, y-ის ზღვრული სარგებლიანობა არის კლებადი. შემოსავლის ზრდასთან ერთად მომხარებლები საბოლოოდ აირჩევენ მხოლოდ დამატებით x-ს.

ე. y შეიძლება იყოს კონკრეტული პროდუქტი, მაშინ როცა x შეიძლება იყოს „დანარჩენი ყველაფერი“.

თავი 4

4.1

ა. $t = 5$ და $s = 2$.

ბ. $t = 5/2$ და $s = 4$. ღირს $2 ანუ გვჭირდება დამატებით $1.

4.3

ა. $c = 10$, $b = 3$, $U = 127$.

ბ. $c = 4$, $b = 1$, $U = 79$.

4.5

ა. $g = I/(p_g + p_I/2)$; $v = I/(2p_g + p_v)$.

ბ. სარგებლიანობა = $m = v = I/(2p_g + p_v)$,

გ. $E = m(2p_g + p_v)$

4.7

ა. იხილეთ დეტალური ამონახსენი.

ბ. საჭიროებს 12 დანახარჯს.

გ. სუბსიდია არის 5/9 ერთ ერთეულზე. მთლიანი დანახარჯი არის 5.

დ. U = 2-თვის საჭირო დანახარჯი არის 9.71. იმისათვის, რომ მივაღწიოთ U = 3-ს, საჭიროა 4.86-ით მეტი. სუბსიდია x პროდუქტზე უნდა იყოს 0.74 ერთ ერთეულზე და დანახარჯი 8.29.

ე. ერთობლივი სუბსიდია ფიქსირებული პრო-პორციებით და ერთი პროდუქტის სუბსიდია უნდა იყოს ერთი და იგივე.

4.9

თუ $p_x/p_y < a/b$, მაშინ $E = p_x U/a$. თუ $p_x/p_y > a/b$, მაშინ $E = p_y U/b$. თუ $p_x/p_y = a/b$, მაშინ $E = p_x U/a = p_y U/b$.

4.11

ა. $MRS = p_x/p_y$.

ბ. $\delta = 0$.

გ. გამოვიყენოთ $= p_x x/p_y y = \left(\frac{p_x}{p_y}\right)^{\frac{\delta}{\delta-1}}$.

4.13

ა. იხილეთ დეტალური ამონახსენი.

ბ. ფასების და შემოსავლის 2-ზე გამრავლებით V არ შეიცვლება.

გ. აშკარაა, რომ $\partial V/\partial I > 0$.

დ. $\partial V/\partial p_x$, $\partial V/\partial p_y < 0$.

ე. უბრალოდ გავცვალოთ I და V.

ვ. ფასების ორზე გამრავლებით, გავაორმაგებთ E-ს

ზ. უბრალოდ ავიღოთ კერძო წარმოებული

თ. აშვენეთ რომ $\partial E/\partial p_x > 0$, $\partial^2 E/\partial p_x^2 < 0$.

თავი 5

5.1

ა. $U = x + \frac{3}{8}y$.

ბ. $x = I/p_x$ თუ $p_x \le \frac{3}{8}p_y$,

გ. $x = 0$ თუ $p_x > \frac{3}{8}p_y$.

დ. p_y-ში ცვლილება გავლენას არ მოახდენს მოთხოვნაზე მანამ, სანამ არ შემოაბრუნებენ უტოლობას.

ე. მხოლოდ ორი წერტილი (ან ვერტიკალური წრფე).

5.3

ა. ეს აშკარაა, რადგან p_x/p_y არ იცვლება.

ბ. არც ერთი პროდუქტი არაა მდარე.

5.5

ა. $x = \frac{I - p_z}{2p_x}$, $y = \frac{I + p_z}{2p_y}$.
ამგვარად, ცვლილება p_y-ში გავლენას არ ახდენს x-ზე, მაგრამ ცვლილება p_x-ში გავლენას ახდენს y-ზე.

ბ. $V = \frac{(I - p_z)^2}{4p_x p_y}$, $E = \sqrt{4p_x p_y V} - p_z$.

გ. კომპენსირებული მოთხოვნის ფუნქცია x-თვის დამოკიდებულია p_y-ზე, მაშინ როცა არაკომპენსირებული ფუნქცია არა.

5.7

ა. გამოვიყენოთ სლუცკის ტოლობა ელასტიკურობის ფორმით. რადგან არ გვაქვს ჩანაცვლების ეფექტი $e_{h,p_h} = 0 - s_h e_{h,I} = 0 - 0.5 = -0.5$.

ბ. კომპენსირებული საფასო ელასტიკურობა არის ნულის ტოლი ორივე პროდუქტისთვის, რომლებიც მოიხმარება ფიქსირებული პრო-პორციებით.

გ. ახლა $s_h = 2/3$ ამგვარად, $e_{h,p_h} = -2/3$.

დ. ლორისა და ყველის სენდვიჩისთვის (sw), $e_{sw,pw} = -1$, $e_{sw,p_h} = e_{sw,psw} \cdot e_{sw,p_h} = (-1) \cdot 0.5 = -0.5$.

5.9

ა. $\frac{\partial s_x}{\partial I} = \frac{p_x I \partial x / \partial I - p_x x}{I^2}$ გადამრავლებით მივიღებთ $\frac{I}{s_x} = \frac{I^2}{p_x x}$.

ბ.-დ. ყველა ამ კითხვას უნდა ვუპასუხოთ კითხვა (ა)-ს მსგავსად.

გ. გამოიყენეთ სლუცკის ტოლობა - იხილეთ დეტალური ამოხსნა.

5.11

უბრალოდ გამოიყენეთ ორი პროდუქტის შემთხვევაში გამოყენებული მიდგომა.

5.13

ა. $\ln E(p_x, p_y, U) = \alpha_0 + \alpha_1 \ln p_x + \alpha_2 \log p_y + 1/2\gamma_{11}(\ln p_x)^2 + 1/2\gamma_{22}(\ln p_y)^2 + \gamma_{12} \ln p_x \ln p_y + U\beta_0 p_x^{\beta_1} p_y^{\beta_2}$.

ბ. ყველა ფასის გაორმაგება დანახარჯების ფუნქციის ლოგარითს დაუმატებს log2-ს, ანუ ის გაორმაგდება (როდესაც U გვაქვს მუდმივი).

გ. $s_x = \alpha_1 + \gamma_{11} \ln p_x + \gamma_{12} \ln p_y + U\beta_0\beta_1 p_x^{\beta_1 - 1} p_y^{\beta_2}$.

თავი 6

6.1

ა. გადავიყვანოთ ეს ქობ-დაგლასის ფუნქციაში პარამეტრებით $\alpha = \beta = 0.5$. შედეგი გამომდინარეობს წინა მაგალითიდან

ბ. ესეც გამომდინარეობს ქობ-დაგლასის ფუნქციიდან.

გ. დავუშვათ, $\partial m / \partial p_x = \partial s / \partial p_m$ და გავაუქმოთ სიმეტრიული ჩანაცვლების ეფექტი.

დ. გამოიყენეთ ქობ-დაგლასის ფუნქცია.

6.3

ა. $p_{bt} = 2p_b + p_t$..

ბ. რადგან p_c და I არის მუდმივი, $c = I/2p_c$-ც, ასევე, იქნება მუდმივი.

გ. კი, რადგან ცვლილება p_b-სა და p_t-ში გავლენას ახდენს მხოლოდ p_{bt}-ზე.

6.5

ა. $p_2x_2 + p_3x_3 = p_3(kx_2 + x_3)$.

ბ. შედარებითი ფასი = $(p_2 + t)/(p_3 + t)$. მიისწრაფის $p_2/p_3 < 1$-კენ, როდესაც $t \to 0$, მიისწრაფის 1-კენ, როდესაც $t \to \infty$. ამგვარად როცა t იზრდება, ასევე, იზრდება x_2-ის შეფარდებითი ფასი.

გ. მკაცრად ვერ გამოიყენება რადგან ცვლილება t-ში ცვლის შეფარდებითი ფასს.

დ. შეიძლება შეამციროს დანახარჯები x_2-ზე, x_3-ზე ეფექტი გაურკვეველია.

6.7

აჩვენეთ $x_i \cdot \partial x_j / \partial I = x_j \cdot \partial x_i / \partial I$ და გამოიყენეთ წმინდა ჩანაცვლების ეფექტის სიმეტრიულობა.

6.9

ა. $CV = E(p_1', p_2', \overline{p_3}, \ldots, \overline{p_n}, \overline{U}) - E(p_1', p_2', \overline{p_3}, \ldots, \overline{p_n}, \overline{U})$.

ბ. იხილეთ გრაფიკი დეტალურ ამონახსენში - შენიშნეთ რომ ერთ ფასში ცვლილება გადაადგილებს კომპენსირებულ მოთხოვნის მრუდს სხვა ბაზარზე.

გ. ჯვერედინი-ფასების ეფექტის სიმეტრია გვიჩვენებს, რომ წყობა არის შეუსაბამო.

დ. უფრო მცირე შემავსებლებისთვის, ვიდრე ჩამნაცვლებლებისთვის.

6.11

იხილეთ გრაფიკი დეტალურ ამონახსნებში ან სამოელსონის მითითებულ ნაშრომში.

თავი 7

7.1

$P = 0.525$.

7.3

ა. ერთი მოგზაურობა: მოსალოდნელი ღირებულება = $0.5 \cdot 0 + 0.5 \cdot 12 = 6$.
ორი მოგზაურობა: მოსალოდნელი ღირებულება = $0.25 \cdot 0 + 0.5 \cdot 6 + 0.25 \cdot 12 = 6$.

ბ. ორი მოგზაურობის სტრატეგია ჯობია, რადგან ვარიაცია ნაკლებია.

გ. მოგზაურობის რაოდენობების დამატება ამცირებს ვარიაციას, მაგრამ კლებადი განაკვეთით. ამგვარად, სასურველობა დამოკიდებულია გზების დანახარჯზე.

7.5

ა. $E(U) = 0.75\ln(10{,}000) + 0.25\ln(9{,}000) = 9.1840$

ბ. $E(U) = \ln(9.750) = 9.1850$ დაზღვევა უკეთესია.

გ. $260.

7.7

ა. დავთესოთ პურის მარცვალი.

ბ. დიახ შერეული მოსავალი უნდა აირჩეს. დივერსიფიკაცია ზრდის ვარიაციას, მაგრამ იღებს სიმინდის მაღალი მწარმოებლურობის უპირატესობას.

გ. 44 პროცენტი სიმინდი, 56 პროცენტი პურის მარცვალი.

დ. ფერმერი დათესავს მხოლოდ სიმინდს.

7.9

ა. $r(W) = (\mu + W/\gamma)^{-1}$.

ბ. თუ $\mu = 0.\theta = \left[\frac{1-\gamma}{\gamma}\right]^{\gamma-1}, U(W) = W^{1-\gamma}/(1-\gamma)^{1-\gamma}, rr(W) = \gamma$.

გ. $r(W) \to 1/\mu$.

დ. დავუშვათ $A = 1/\mu$.

ე. $U(W) = \theta(W^2 + 2\mu W + \mu^2)$.

ვ. მაგალითად, ფუნქცია შეიძლება უყოს არაშემოსაზღვრული და ამგვარად სანკტ-პეტერბურგის პარადოქსი მოხდება.

7.11

ა. რისკისადმი უარყოფითად განწყობა არის მდგომარეობებს შორის ჩანაცვლების სურვილის არ ქონა

ბ. $R = 1$ ნიშნავს სრულყოფილ ჩანაცვლებას, $R = -\infty$ ნიშნავს ნულოვან ჩანაცვლებას.

გ. დამოკიდებულია პროდუქტი არის მთლიანად ჩამნაცვლებელი თუ მთლიანად შემავსებელი.

დ. $iR \approx -3$.

ii. 2 პროცენტი პრემია უხეშად ანაზღაურებს 10 პროცენტ ლატარიას, როდესაც $R = -3$.

7.13

ა. თუ სიმინდის სარგებლიანობა არის ჰომოთეტური, მაშინ თანაბარი გადასახადი გავლენას მოახდენს განაწილებაზე

ბ. ზრდის რისკიანი აქტივის ქონის სტიმულს, განსაკუთრებით დაბალი რისკისადმი უპირატესობის მინიჭების მქონეებისთვის.

გ. აქტივების უკუგებაზე გადასახადი გაზრდის სარისკო აქტივეში ფულის განაწილებას – იხილეთ ნახაზი დეტალურ ამონახსნებში.

თავი 8

8.1

ა. (C, F)

ბ. თითოეული მოთამაშე შემთხვევით ორჩევს ორი ქმედებიდან ერთს ტოლი ალბათობით.

გ. თითოეული მოთამაშე იღებს 4-ს წმინდა სტრატეგიის წონასწორობაში. მოთამაშე 1 და 2 იღებენ შესაბამისად 6-ს და 7-ს შერეული სტრატეგიების წონასწორობაში.

დ. გავრცობიული ფორმა მსგავსია ნახაზების 8.1 და 8.2, მაგრამ აქვს სამი განშტოება ყოველ კვანძზე ორის ნაცვლად.

8.3

ა. გავრცობილი ფორმა მსგავსია ნახაზების 8.1 და 8.5

ბ. (არ გადაუხვიოს, გადაუხვიოს) და (გადაუხვიოს, არ გადაუხვიოს).

გ. მოთამაშეების შემთხვევით ირჩევენ ორიდან ერთს ტოლი ალბათობებით.

დ. ახალგაზრდა 2-ს აქვს ოთხი შესაძლო სტრატეგია: ყოველთვის გადაუხვიოს, არსდროს გადა-

უხვიოს, გააკეთოს ის, რასაც ახალგაზრდა 1 და გააკეთოს ახალგაზრდა 1-ის საპირისპირო.

ე. პირველია (არ გადაუხვიოს, ყოველთვის გადაუხვიოს) მეორეა (არ გადაუხვიოს, საპირისპირო გააკეთოს) და მესამეა (გადაუხვიოს, არასდროს გადაუხვიოს).

ვ. (არ გადაუხვიოს, გააკეთოს საპირისპირო) არის საუკეთესო ქვეთამაშის წონასწორობა.

8.5

ა. თუ ყველა აირჩევდა ქერას, მაშინ ყველა გადაიხრებოდა შავგვრემანისკენ. თუ ყველა აირჩევდა შავგრემანს, მაშინ ერთს ექნებოდა სურვილი გადახრილიყო ქერასკენ, როთაც მიიღებდა a-ს b-ს ნაცვლად.

ბ. შავგვრემანის არჩევით ვიღებთ გარანტირებულ უკუგებას b-ს, ხოლო ქერას არჩევით ვიღებთ a-ს ალბათობით $(1 - p)^{n-1}$ (ალბათობა იმისა, რომ არც ერთი სხვა მოთამაშე არ მივა ქერასთან). თუ გავუტოლებთ ამ ორ უკუგებას, მივიღებთ $p^* = 1 - \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{n-1}}$.

გ. ალბათობა, რომ ქერასთან მივა მინიმუმ ერთი მამაკაცი არის, 1-ს გამოკლებული ალბათობა იმისა რომ არავინ მივა: $1 - (1 - p^*)^n = 1 - \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{n}{n-1}}$. ეს გამოსახულება არის კლებადი n-ში, რადგან $\frac{n}{n-1}$ არის კლებადი n-ში და b/a არის წილადი.

8.7

ა. საუკეთესო პასუხის ფუნქცია არის $l_{LC} = 3.5 + l_2/4$, დაბალი დანახარჯების ტიპის მოთამაშე 1-თვის, $l_{HC} = 2.5 + l_2/4$ მაღალი დანახარჯების ტიპის მოთამაშე 2-თვის. და $l_2 = 3 + l_1/4$მოთამაშე 2-თვის, სადაც $\overline{l}_1$ არის პირველის საშუალო ტიპი. ამ განტოლების ამოხნით მივიღებთ $l^*_{LC} = 4.5$, $l^*_{HC} = 3.5$ და $l^*_2 = 4$.

გ. დაბალი დანახარჯების ტიპის მოთამაშე 1 გამოიმუშავებს 20.25-ს ბაიასის ნეშის წონასწორობაში და 20.55-ს სრულყოფილი ინფორმაციის თამაშში. ამგვარად, მას ურჩევნია მიანიშნოს თავის ტიპი, თუ მას ეს შეუძლია. მსგავსად გამოთვლები გვიჩვენებს, რომ მაღალი ტიპის დანახარჯების მოთამაშე ისურვებდა თავისი ტიპის დამალვას.

8.9

დომინანტური სტრატეგიის გარდა ნებისმიერ სტრატეგიულ პროფილში, თოთოეულ მოთამაშეს აქვს სურვილი გადაიხაროს თავისი დომინანტური სტრატეგიისკენ და გამოვრიცხავთ ასეთ პროფილებს ნეშის წონასწორბისგან.

8.11

ა. კოოპერირების მდგრადობის პირობა ერთპერიოდიანი დასჯით არის $\delta \geq 1$. ამგვარად, ერთპერიოდიანი დასჯა არ არის საკმარისი. ორპერიოდიანი დასჯა საკმარისია, რადგან $\delta^2 + \delta - 1 \geq 0$ ან $\delta \geq 0.62$.

ბ. აუცილებელი პირობა არის, რომ უკუგების მიმდინარე დიკონტირებული ღირებულება კოოპერირებისგან $2/(1 - \delta)$, აღემატება გადახვევისას $3 + \delta(1 - \delta^{10})/(1 - \delta) + 2\delta^{11}/(1 - \delta)$. გამარტივებით $2\delta + \delta^{11} - 1 \geq 0$. რიცხობრივი ან გრაფიკული მეთოდების გამოყენებით ეს პირობა შეიძლება ვაჩვენოთ $\delta \geq 0.50025$, იმაზე მკაცრად არა, ვიდრე უსასრულოდ ბევრი პერიოდით დასჯის შემთხვევაში გვქონდა ($\delta \geq 1/2$).

თავი 9

9.1

ა. $k = 10$ და $l = 5$.

ბ. $k = 8$ და $l = 8$.

გ. $k = 9$, $l = 6.5$, $k = 9.5$ და $l = 5.75$ (საათის ნაწილები).

დ. იზოკვანტი არის (ა) და (ბ) პასუხებს შორის გავლებული წრფე.

9.3

ა. $q = 10$, $k = 100$, $l = 100$, $C = 10{,}000$.

ბ. $q = 10$, $k = 33$, $l = 132$, $C = 8{,}250$.

გ. $q = 12.13$, $k = 40$, $l = 160$, $C = 10{,}000$.

დ. კარლას შესაძლებლობა გავლენა მოახდინოს გადაწყვეტილებაზე დამოკიდებულია იმაზე, შეუძლია თუ არა რაიმე დანახარჯის შემოღება ბარზე თუ მას არ მოსწონს დამატებითი მისი მომსახურება.

9.5

სიმარტივისთვის, დავუშვათ, $A = 1$

ა. $f_k = \alpha k^{\alpha-1} l^{\beta} > 0$,
$f_k = \beta k^{\alpha} l^{\beta-1} > 0$,
$f_{kk} = \alpha(\alpha - 1) k^{\alpha-2} l^{\beta} < 0$,
$f_{ll} = \beta(\beta - 1) k^{\alpha} l^{\beta-2} < 0$,
$f_{kl} = \alpha\beta k^{\alpha-1} l^{\beta-1} > 0$.

ბ. $e_{q,k} = f_k \cdot k/q = \alpha$, $e_{q,l} = f_l \cdot l/q = \beta$.

გ. $f(tk, tl) = t^{\alpha+\beta} f(k, l)$;
$\frac{\partial f(tk, tl)}{\partial t} \cdot \frac{t}{f(k,l)} = (\alpha + \beta) t^{\alpha+\beta}$. როცა $t = 1$, ეს იქნება მხოლოდ $\alpha + \beta$.

დ.-ე. გამოიყენეთ განმარტებები კითხვა (ა)-ში გამოყენებული წარმოებულებით.

9.7

ა. $\beta_0 = 0$

ბ. $MP_K = \beta_2 + \frac{1}{2}\beta_1 \sqrt{l/k}$; $MP_L = \beta_3 + \frac{1}{2}\beta_1 \sqrt{k/l}$.

გ. ზოგადად σ არ არის მუდმივი. თუ $\beta_2 = \beta_3 = 0$, $\sigma = 1$. თუ $\beta_1 = 0$, $\sigma = \infty$.

9.9

ა. თუ $f(tk, tl) = tf(k, l)$ მაშინ $e_{q,t} = \partial f(tk, tl)/\partial t \cdot t/f(tk, tl)$. თუ $t \to 1$ მაშინ $f(k, l)/f(k, l) = 1$.

ბ. გამოვიყენოთ ეილერის თეორემა და კითხვა (ა): $f(k, l) = f_k k + f_l l$.

გ. $e_{q,t} = 2(1 - q)$. ამგვარად, $q < 0.5$ მოგვცემს $e_{q,t} > 1$. როდესაც $q > 0.5$, მაშინ $e_{q,t} < 1$.

დ. საწარმოო ფუნქციას აქვს ზედა ზღვარი $q = 1$.

9.11

ა. გამოიყენეთ ეილერის თეორემა თითოეული f_i-თვის.

ბ. როდესაც $n = 2$, $k^2 f_{kk} + 2klf_{kl} + l^2 f_{ll} = k(k - 1)f(k, l)$. თუ $k = 1$, მაშინ $f_{kl} > 0$. თუ $k < 1$, მაშინ არაა ცხადი.

გ. გამომდინარეობს, რომ $f_{ij} > 0$, უფრო ხშირად მაშინ, როდესაც $k = 1$.

დ. $(\sum a_i)^2 - \sum a_i = k(k - 1)$.

თავი 10

10.1

ა. მხაზველი მართალია, რადგან გვაქვს *SAC* მრუდის მინიმუმი, სადაც დახრილობა უდრის ნულს. მასშტაბიდან მუდმივი უკუგების შემთხვევაში, ორივე სწორია.

10.3

ა.-ბ. $q = 150$, $J = 25$, $MC = 4$;
$q = 300$, J = 100, MC = 8;
$q = 450$, J = 225, MC = 12;

10.5

ა. $q = 2\sqrt{k \cdot l}; k = 100, q = 20\sqrt{l}, l = q^2 / 400$
$SC = vk + wl = 100 + q^2/100$,
$SAC = SC/q = 100/q + q/100$.

ბ. $SMC = q/50$.

q	SC	SAC	SMC
25	106.25	4.25	0.50
50	125	2.5	1
100	200	2	2
200	500	2.5	4

გ.-დ. რადგან ერთი დამატებითი ერთეულის წარმოების ზღვრული დანახარჯი არის საშუალო დანახარჯების მრუდზე დაბლა, საშუალო დანახარჯი იქნება კლებადი. მსგავსად, თუ ერთი დამატებითი ერთეულის წარმოების ზღვრული დანახარჯი არის საშუალო დანახარჯების მრუდზე მაღლა, მაშინ

საშუალო დანახარჯი გაიზრდება. ამგვარად, *SMC* მრუდმა უნდა გადაკვეთოს *SAC* მრუდი მინიმუმის წერტილში.

ე. $C = v\bar{k} + wq^2/4\bar{k}$.

ვ. $\bar{k} = \left(\frac{q}{2}\right) w^{\frac{1}{2}} v^{\frac{1}{2}}$.

ზ. $C = qw^{\frac{1}{2}} v^{\frac{1}{2}}$.

თ. გვაძლევს კონვერტის კავშირს.

10.7

ა. $l = \partial C / \partial w = \frac{2}{3} q (v / w)^{1/3}$.

$k = \frac{1}{3} q (w / v)^{2/3}$.

ბ. $q = Bl^{2/3}k^{1/3}$, სადაც B არის მუდმივი.

10.9

ა. $C = q^{\frac{1}{\gamma}} \left[\left(\frac{v}{a}\right)^{1-\sigma} + \left(\frac{w}{b}\right)^{1-\sigma} \right]^{\frac{1}{1-\sigma}}$

ბ. $C = qa^{-a}b^{-b}v^{a}w^{b}$.

გ. $wl/vk = b/a$.

დ. $\frac{l}{k} = [(v/a)/(w/b)]^{\sigma}$ ანუ $\frac{wl}{vk} = \left(\frac{v}{w}\right)^{\sigma-1}\left(\frac{b}{a}\right)^{\sigma}$. მუშახელის შედარებითი წილი არის $\frac{b}{a}$-ს ზრდადი ფუნქცია. თუ $\sigma > 1$, მუშახელის წილი მიდის იგივე მიმართულებით რა მიმართულებითაც $\frac{v}{w}$. $\sigma > 1$, მუშახელის წილი მიდის $\frac{v}{w}$-ს საპირისპირო მიმართულებით.

10.11

ა. $s_{i,j} = \partial \ln C_i / \partial \ln w_j - \partial \ln C_j / \partial \ln w_j = e_{x_i^f, w_j} - e_{x_i^f, w_j}$

ბ. $s_{i,j} = \partial \ln C_j / \partial \ln w_i - \partial \ln C_i / \partial \ln w_i = e_{x_j^f, w_i} - e_{x_j^f, w_i}$

გ. იხილეთ დეტალური ამონახსენი.

თავი 11

11.1

ა. $p = 50$.

ბ. $\pi = 200$.

გ. $q = 5P - 50$.

11.3

ა.-ბ. $q = a + bP$, $P = q/b - a/b$, $R = P_q = (q^2 - aq)/b$, $mr = 2q/b - a/b$, და mr მრუდმა გააორმაგა მოთხოვნის მრუდის დახრა. ამგვარად, $d - mr = -q/b$.

გ. $mr = P(1 + 1/e) = P(1 + 1/e) = P(1 + 1/b)$.

დ. გამომდინარეობს, რადგან $e = \partial q/\partial P \cdot P/q$.

11.5

ა. $C = wq^2/4$.

ბ. $\pi(P, w) = P^2/w$.

გ. $q = 2P/w$.

დ. $l(P, w) = P^2/w^2$.

11.7

ა. კლებადი უკუგება საჭიროა იმაში დასარწმუნებლად, რომ მოგების მაქსიმიზაციის გამოშვება არსებობს.

ბ. $C(q, v, w) = (w + v)q^2/100$,
$\prod(P, v, w) = 25P^2/(w + v)$.

გ. $q = \partial\prod/\partial P = 50P/(w + v) = 20$, $\prod = 6{,}000$.

დ. $q = 30$, $\prod = 13{,}500$.

11.9

ბ. კლებადი უკუგება საჭიროა იმაში დასარწმუნებლად, რომ ზღვრული დანახარჯი ზრდადია.

გ. σ განსაზღვრავს როგორ ეგუებიან ფირმები საწარმოო ფაქტორთა ფასების ცვლილებას.

დ. $q = \frac{\partial \Pi}{\partial P}$

$= 1/\left(1-\gamma\right) K P^{\gamma/\gamma-1} \left(v^{1-\sigma} + w^{1-\sigma}\right)^{\gamma/(1-\sigma)(\gamma-1)}$. σ-ს ზომა გავლენას არ ახდენს მიწოდების ელასტიკურობაზე, მაგრამ უფრო დიდი ჩანაცვლებადობა გულისხმობს, რომ ერთი საწარმოო ფაქტორის ფასის ზრდა გადაანაცვლებს მიწოდების მრუდს ნაკლებად.

ე. იხილეთ დეტალური ამონახსენი

11.11

ა. შეფარდის ლემა გვიჩვენებს რომ C_v, C_w არის მოთხოვნა საწარმოო ფაქტორზე, როდესაც

$Q = 1$. ეს შედეგი გამომდინარეობს მასშტაბიდან მუდმივი უკუგების დაშვებიდან.

ბ. გაწარმოებას ვიღებთ კითხვა (ა)-დან

გ. გამომდინარეობს, რადგან C არის პირველი ხარისხის ჰომოგენური საწარმოო ფაქტორებში.

დ. ჩანაცვლება.

ე. ელასტიკურობის განსაზღვრების ჩანაცვლება.

ვ. ჩანაცვლების ეფექტი მსგავსია ერთი ფირმის შემთხვევისა. გამოშვების ეფექტი მივიღეთ პროდუქტის მოთხოვნის მრუდზე მოძრაობით.

თავი 12

12.1

ა. $q = 10\sqrt{P} - 20$.

ბ. $Q = 1{,}000\sqrt{P} - 2{,}000$.

გ. $P = 25$; $Q = 3{,}000$.

12.3

ა. $P = 6$.

ბ. $q = 60{,}100 - 10{,}000P$.

გ. $P = 6.01$, $P = 5.99$.

დ. $e_{q,p} = -600$.

ა'. $P = 6$.

ბ'. $Q = 359{,}800 - 59{,}950P$.

გ'. $P = 6.002$, $P = 5.998$.

დ'. $e_{q,p} = -0.6$, $e_{q,p} = -3{,}597$.

12.5

ა. $n = 50$, $Q = 1{,}000$, $q = 20$, $P = 10$, $w = 200$.

ბ. $n = 72$, $Q = 1{,}728$, $q = 24$, $P = 14$, $w = 288$.

გ. ზრდა = \$5,368. წრფივი მიახლოება მიწოდების მრუდის მოგვცემს დაახლოებით იგივე შედეგს.

12.7

ა. $P = 11$, $Q = 500$, $r = 1$

ბ. $P = 12$, $Q = 1{,}000$, $r = 2$

გ. $\Delta PS = 750$

დ. Δქირა = 750

12.9

ა. გამოვიყენოთ ხარისხობრივი მოთხოვნა-მიწოდება: $Q_D = aP^b$, $Q_S = cP^d$. თუ P არის მიმწოდებლის ფასი, მაშინ მოთხოვნა იქნება $Q_D = a(1 + t)^b p^b$ და წონასწორობა მოითხოვს $a(1 + t)b/c = P^{d-b}$. ავიღებთ ამ გამოსახულების ლოგარითმს და გამოვიყენებთ მიახლოებას $\ln(1 + t) \approx t$. გავაწარმოებთ t-ს მიმართ და მივიღებთ $d \ln P/dt = b/(d - b)$. მსგავსი გამოსახულება გვაქვს მოთხოვნის ფასის დროს.

ბ. $DW \approx 0.5\Delta P\Delta Q \approx 0.5tP_0\Delta\ln Q \cdot Q_0 = 0.5td \cdot \Delta\ln P \cdot P_0Q_0 = 0.5t^2[db/(d - b)]P_0Q_0$.

გ. ეს თითქმის, იგივეა რაც ამ თავში მიღებული შედეგი. შეიძლება ხშირად უფრო მარტივი იყოს ამის გამოყენება.

12.11

ა. უცხოური მიწოდების მრუდი აფართოებს ადგილობრივ ბაზარს (იხილეთ ნახაზი დეტალურ ამონახსენში).

ბ. ტარიფი გადაანაცვლებს მოთხოვნის მრუდის უცხოურ ნაწილს (იხილეთ ნახაზი).

გ. მომხმარებლის ნამეტის დანაკარგი არის სრულყოფილად ელასტიკური შემთხვევის მსგავსი. ტარიფი, ასევე, იწვევს დანაკარგს ზოგიერთი უცხოული მიმწოდებლისთვის.

თავი 13

13.1

ბ. თუ $y = 2x$, $x^2 + 2(2x)^2 = 900$; $9x^2 = 900$; $x = 10$, $y = 20$

გ. თუ $x = 9$ წარმოების შესაძლებლობათა საზღვარზე $y = \sqrt{891/2} = 20.24$. თუ $x = 11$ საზღვარზე $y = \sqrt{779/2} = 19.74$. ამგვარად, RPT არის დაახლოებით $-\Delta y/\Delta x = -(-0.50)/2 = 0.25$.

13.3

დავუშვათ, F = საკვები, C = ტანსაცმელი.

ა. შრომის შეზღუდვა.

ბ. მიწის შეზღუდვა.

გ. გარე საზღვარი აკმაყოფილებს ორივე შეზღუდვას.

დ. საზღვარი არის ჩაზნექილი, რადგან უნდა აკმაყოფილებდეს ორივე შეზღუდვას. რადგან $RPT = 1$ შრომის შეზღუდვისთვის და 2-ს მიწის შეზღუდვისთვის, წარმოების შესაძლებლობათა საზღვარის კითხვა (გ)-ში ექვემდებარება ზრდად RPT-ს; ასე რომ, ის არის ჩაზნექილი.

ე. შეზღუდვა გადაიკვეთება წერტილში $F = 50$, $C = 50$ როცა $F < 50$, $dC/dF = -1$, შესაბამისად $P_F/P_C = 1$. როცა $F > 50$, $dC/dF = -2$ ანუ $P_F/P_C = 2$.

ვ. თუ მომხმარებლებისთვის $dC/dF = -5/4$, მაშინ $P_F/P_C = 5/4$.

ზ. თუ $P_F/P_C = 1.9$ ან $P_F/P_C = 1.1$ ჩვენ მაინც ავირჩევთ $F = 50$, $C = 50$ რადგან ორივე საფასო წრფე არის „მხები" საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვრისთვის წეროში.

თ. $0.8F + 0.9C = 100$. კაპიტალის შეზღუდვა: $C = 0$, $F = 125$, $F = 0$, $C = 111.1$. ეს შედეგი არის იგივე PPF, რადგან კაპიტალის შეზღუდვა არსაიდან არაა შემოსაზღვრული.

13.5

ა. კონტრაქტის მრუდი არის სწორი წრფე. წონასწორული ფასები შეფარდება არის $P_H/P_C = 4/3$.

ბ. თავდაპირველი წონასწორობა კონტრაქტის მრუდზე.

გ. კონტრაქტის მრუდზე არა – წონასწორობა არის $40H$, $80C$ და $48H$, $96C$ შორის.

დ. სმიტი იღებს ყველაფერს; ჯონსი შიმშილობს.

13.7

ა. $p_x = 0.374$, $p_y = 0.238$, $p_k = 0.124$, $p_l = 0.264$, $x = 26.2$, $y = 22.3$,
$p_x = 0.284$, $p_y = 0.338$, $p_k = 0.162$, $p_l = 0.217$, $x = 30$, $y = 18.5$.

გ. მუშახელის და x-ის შედარებითი ფასების ზრდა.

13.9

კომპიუტერული სიმულაციები გვიჩვენებს, რომ მასშტაბიდან ზრდადი უკუგება არის შეთავსებადი ჩაზნექილ საწაროო შესაძლებლობათა საზღვართან. ორი პროდუქტის საწარმოო ფაქტორების ინტენსიურობა არის განსხვავებული.

13.11

ა. ფასების გაორმაგება ჭარბ მოთხოვნას უცვლელს ტოვებს.

ბ. ვალრასის წესით $p_1 ED_1 = 0$ და $ED_1 = 0$. ჭარბი მიწოდება ბაზარი 1-თვის შეიძლება ზუსტად გამოითვალოს შემდეგნაირად: $ED_1 = (3p_2^2 + 6p_2p_3 + 2p_3^2 + p_1p_2 + 2p_1p_3)/p_1^2$. ეს არის, ასევე, ნული ხარისხის ჰომოგენური ფასებში.

გ. $p_2/p_1 = 3$, $p_3/p_1 = 5$.

თავი 14

14.1

ა. $Q = 24$, $P = 29$, $\pi = 576$.

ბ. $MC = P = 5$, $Q = 48$.

გ. მომხმარებლის ნამეტი = 1,152. მონოპოლიის შემთხვევაში მომხმარებლის ნამეტი = 288, მოგება 576, აუნაზღაურებელი დანაკარგი = 288.

14.3

ა. $Q = 25$, $P = 35$, $\pi = 625$.

ბ. $Q = 20$, $P = 50$, $\pi = 800$.

გ. $Q = 40$, $P = 30$, $\pi = 800$.

14.5

ა. $P = 15$, $Q = 5$, $C = 65$, $\pi = 10$.

ბ. $A = 3$, $P = 15$, $Q = 6.05$, $\pi = 12.25$.

14.7

ა. სრულყოფილი კონკურენციის შემთხვევაში: $P = 10$, $Q = 500$, $CS = 2{,}500$.
მონოპოლიის შემთხვევაში: $P = 16$, $Q = 200$, $CS = 400$.

14.9

პირველი რიგის პირობა მაქსიმუმისთვის მოითხოვს $X = C(X)/C'(X)$ ანუ X-ის არჩევანი დამოუკიდებელია Q-გან.

14.11

ა. $\partial U/\partial Q - \partial C/\partial Q = 0$, $\partial U/\partial X - \partial C/\partial X = 0$.
$P + Q[\partial P/\partial Q] - \partial C/\partial Q = 0$, $\partial P/\partial X \cdot Q - \partial C/\partial X = 0$

გ. მინიშნების გამოყენებით, კითხვები (ა) და (ბ) გამომდინარეობს $\partial SW/\partial Q = -Q[\partial P/\partial Q] > 0$.

დ. $\partial SW/\partial X = \partial U/\partial X - \partial P/\partial X \cdot Q$, სადაც წარმოებული გამოთვლილია მონოპოლისტის მოგების მაქსიმიზაციის არჩევანში. ზოგადად შეუძლებელია ამ გამოსახულების მონიშვნა.

თავი 15

15.1

ა. $P^m = Q^m = 75$, $\prod^m = 5{,}625$.

ბ. $P_c = q_i^c = 50$, $\pi_i^c = 2{,}500$.

გ. $P^b = 0$, $Q^b = 150$, $\pi_i^b = 0$.

15.3

ა. საუკეთესო პასუხის ფუნქცია ფირმა 1-თვის იქნება $q_1 = (1 - q_2 - c_1)/2$ და მსგავსად ფირმა 2-თვის. წონასწორული რაოდენობა იქნება $q_i^c = (1 - 2c_i + c_j)/3$. $Q^c = (2 - c_1 - c_2)/3$, $P^c = (1 + c_1 + c_2)/3$ $= (1 - 2c_1 + c_2)^2/9$, $\pi_i^c = \prod^c = \pi_1^c + \pi_2^c$, $CS^c = (2 - c_1 - c_2)^2/18$, $W^c = \prod^c + CS^c$.

ბ. დიაგრამა მსგავსია ნახაზზე 15.2 მოცემული დიაგრამისა. ფირმა 1-ის დანახარჯის შემცირება გადაადგილებს საუკეთესო პასუხს ზემოთ, რაც გაზრდის წონასწორულ გამოშვებას და შეამცირებს ფირმა 2-ის გამოშვებას.

15.5

ა. ფირმა i-ს საუკეთესო პასუხი არის $p_i = (1 + bp_j)/2$. ნეშის წონასწორობა იქნება $p_i^* = 1/(2 - b)$.

ბ. $q_1^* = (1 + 2b)/(2 - b)$; $\pi_i^* = 1/(2 - b)^2$.

გ. დიაგრამა მსავსია ნახაზზე 15.4 მოცემული დიაგრამისა. b-ს ზრდა გადაანაცვლებს ორივე საუკეთესო პასუხს და შედეგად მივიღებთ წონასწორული ფასის ზრდას ორივესთვის.

15.7

ა. ფირმა 2-ის საუკეთესო პასუხი არის $q_2 = (150 - q_1)/2$. ფირმა 1-ის მოგების ფუნციას თუ ჩავანაცვლებთ და შემდეგ პირველი რიგის პირობას გავითვალისწინებთ, მივიღებთ $150 - 2q_1 = 0$, საიდანაც გამომდინარეობს $q_1^* = 75$ და $q_2^* = 75/2$.

ბ. თუ ფირმა 1 გაითვალისწინებს ფირმა 2-ის შემოსვლას. მაშინ კითხვა (ა)-ს შედეგი გაიზრდება და ფირმა 1 გამოიმუშავებს 2,812.5. იმისათვის, რომ აიცილოს ფირმა 2-ის შემოსვლა, ფირმა 1-მა უნდა აწარმოოს $\overline{q_1}$ საკმარისად დიდი რაოდენობა მაშინაც კი, თუ ფირმა 2 საუკეთესო პასუხით მიიღებს $(150 - \overline{q_1})^2/4 - K_2$, რომელიც ნაკლებია ან ტოლია 0-ის. $\overline{q_1}$-ის ზღვრული მნიშვნელობა არის $\overline{q_1} = 150 + 2\sqrt{K_2}$. ფირმა 1-ის მოგება,როდესაც ბაზარზე მარტოა და აწარმოებს პროდუქტს იქნება $(150 - 2\sqrt{K_2})(2\sqrt{K_2})$, რაც აღემატება 2,812.5 (რაც შეიძლება ნაჩვენები იყოს უტოლობის ორივე მხარის აგებით), თუ $K_2 \geq 120.6$.

15.9

ა. ფირმა i-ს მოგება არის $q_i(a - bq_i - bQ_{-i} - c)$, შესაბამისად პირველი რიგის პირობა იქნება $a - bq_i - bQ_{-i} - c = 0$. სიმეტრიის შემოტანით $[Q_{-i}^* = (n - 1)q_i^*]$ და ამოხსნით $q_i^* = (a - c)/(n + 1)b$. $Q_{-i}^* = n(a - c)/(n + 1)b$, $P^* = (a + nc)/(n + 1)$, $\prod^* = n\pi_i^* = (n/b)[(a - c)/(n + 1)]2$, $CS^* = \left(\frac{n^2}{b}\right)\left[\frac{a-c}{(n+1)}\right]^2$, $W^* = [n/(n + 1)][(a - c)^2/b]$, რადგან ფირმები არიან სიმეტრიულები $s_i = 1/n$, გამომდინარეობს $H = n(1/n)^2 = 1/n$.

ბ. ჩვენ შეგვიძლია ვიპოვოთ გაერთიანების ეფექტების უხეში შეფასება, თუ შევხედავთ კითხვა (ა)-ში ცვლადები როგორ შეიცვლება n-ის შემცირებისას. თითოეული ფირმის გამოშვება,

ფასი, ინდუსტრიის მოგება და ჰერფინდალის ინდექსი გიზრდება. მთლიანი გამოშვება, მომხმარებლის ნამეტი და კეთილდღეობა შემცირდება.

გ. 15.3-ის პასუხში $c_1 = c_2 = 1/4$-ის ჩანაცვლებით მივიღებთ $q_i^* = 1/4$, $Q^* = 1/2$, $P^* = 1/2$, $\prod^* = 1/8$, $CS^* = W^* = 1/4$, ასევე, $H = 1/2$.

დ. 15.3-ის პასუხში ($c_1 = 0$, $c_2 = 1/4$)-ის ჩანაცვლებით მივიღებთ $q_i^* = 5/12$, $Q^* = 7/12$, $P^* = 5/12$, $\prod^* = 19/144$, $CS^* = 49/288$, $W^* = 107/288$. ასევე, H = 28/49.

ე. თუ შევადარებთ (ა) და (ბ) პასუხებს, ჰერფინდალის ინდექსის ზრდას შეესაბამება კეთილდღეობის შემცირება. სანინააღმდეგოს გვიჩვენებს (გ) და (დ)-ს შედარება: კეთილდღეობა და ჰერფინდალის ინდექსი იზრდება ერთდროულად. ზოგადი დასკვნის გაკეთება რთულია.

15.11

ა. ეს არის განურჩევლობის პირობა იმ მომხმარებლისთვის, რომელიც x მანძილითაა დაშორებული ფირმა i-დან.

ბ. მოგების მაქსიმიზაციისთვის ფასი არის $p = (p^* + c + t/n)/2$.

გ. დავუშვათ, $p = p^*$ და ამოვხნათ p^*-ის მიმართ გვაძლევს კონკრეტულ პასუხს. ნონასწორული ფასი ზრდადია დანახარჯებისა და განსხვავების ხარისხის მიმართ, რომელიც მოცემულია სატრანსპორტი დანახარჯებით და ფირმებს შორის სივრცით (დამოკიდებულია მათ რაოდენობაზე).

დ. მოგების ფუნქციაში $p = p^* = c + t/n$-ით ჩანაცვლებით მივიღებთ კონკრეტულ პასუხს.

ე. დავუშვათ, $t/n^2 - K = 0$ და n-ის მიმართ ამოხსნით მივიღებთ $n = \sqrt{t/K}$.

ვ. მთლიანი ტრანსპორტირების დანახარჯი ფირმებს შორის ნახევარი სეგმენტების რაოდენობას, $2n$, გამრავლებული ნახევარი სეგმენტის მომხმარებლების ტრანსპორტირების დანახარჯებზე, $\int_0^{1/2} txdx = t/8n^2$. მთლიანი მუდმივი დანახარჯები უდრის nF. იმ ფირმების რაოდენობა, რომლებიც ახდენენ ამ ორის მინიმიზაციას, არის $n^{**} = (1/2)\sqrt{t/K}$.

თავი 16

16.1

ა. მთლიანი ამონაგები = 40,000; l = 2,000 საათი.

ბ. l = 1,400 საათი

გ. l = 1,700 საათი

დ. მიწოდება ასიმპტოტურად უახლოვდება 2,000 საათს როდესაც w იზრდება.

16.3

ა. გრანტი = $6{,}000 - 0.75(l)$.

თუ $I = 0$ გრანტი = 6,000

თუ I = 2,000 გრანტი = 4,500

თუ I = 4,000 გრანტი = 3,000

ბ. გრანტი = 0, როდესაც $6{,}000 - 0.75I = 0$, $I = 6{,}000/0.75 = 8{,}000$.

გ. დავუშვათ, წელიწადში არის 8,000 საათი. მთლიანი ამონაგები = $4 \times 8{,}000 = 32{,}000 = c + 4h$.

დ. მთლიანი ამონაგები = $32{,}000 + \text{გრანტი} = 32{,}000 + 6{,}000 - 0.75 \cdot 4(8{,}000 - h) = 38{,}000 - 24{,}000 + 3h = c + 4h$.

ან $14{,}000 = c + h$, როდესაც $I < 8{,}000$. რაც ნიშნავს: თუ $h < 6{,}000$ საათზე, კეთლილდღეობის გრანტის მიღების გამო დასვენების დრო გვაქვს 6,000.

16.5

ა. როდესაც $ME_l = MRP_l$, $l/40 = 10 - 10/40$, ანუ $2l/40 = 10$ და $l = 200$. ვიპოვოთ w მიწოდების მრუდიდან: $w = l/80 = 200/80 = \$2.50$.

ბ. კარლისთვის შრომის ზღვრული დანახარჯი უდრის მინიმუმ ხელფასს – w_m = $4.00. ეს უდრის MRF-ს, როდესაც $l = 240$.

გ. სრულყოფილი კონკურენციის დროს, მინიმუმ ხელფასი ნიშნავს უფრო მეტ ხელფასს მაგრამ

ნაკლებ დასაქმებულს. მონოფსონიის შემთხვევაში, ხელფასის მინიმუმის დაწესებით შეიძლება მივაღწიოთ უფრო მაღალ ხელფასს და ასევე უფრო მეტ დასაქმებულს.

16.7

ა. რადგან $q = 240x - 2x^2$, მთლიანი ამონაგები იქნება $5q = 1{,}200x - 10x^2$. $MRP = \partial TR/\partial x = 1{,}200 - 20x$. ტყავის გამოშვება $x = \sqrt{l}$. მთლიანი დანახარჯი $= wl = 10x^2$. ზღვრული დანახარჯი $= \partial C/\partial x = 20x$. კონკურენციის შემთხვევაში ტყავის ფასი $= MC = 20x$, $MRP = p_x = MC = 20x$; $x = 20$, $p_x = 600$.

ბ. დანის გადმოსახედიდან მოთხოვნა ტყავზე $= MRP = 1{,}200 - 20x$, $R = p_x x = 1{,}200x - 20x^2$. ზღვრული დანახარჯი: $\partial R/\partial x = 1{,}200 - 40x$ გავუტოლოთ ზღვრულ დანახარჯს $= 20x$. მივიღებთ $x = 20$, $p_x = 800$.

გ. UF-ის გადმოსახედიდან ტყავის მიწოდება $= MC = 20x = p_x$, მთლიანი დანახარი $p_x x = 20x^2$ და $ME_x = \partial C/\partial x = 40x$. ამგვარად, $MR_x = 40x = MRP_x = 1{,}200 - 20x$, ამონახსენი კი იქნება $x = 20$, $p^* = 400$.

16.9

$E[U(\gamma_1)] = 100 \cdot 40 - 0.5 \cdot 1{,}600 = 3{,}200.$

$E[U(\gamma_2)] = E[U(wh)] = E[100wh - 0.5(wh)^2] =$

$= 800w - 0.5 \cdot [36w^2 + 64w^2] = 800w - 50w^2.$

16.11

ა. $\partial V/\partial w = \lambda(1 - h) = \lambda l(w, n)$, $\partial V/\partial n = \lambda$, $l(w, n) = (\partial V/\partial w)/(\partial V/\partial n)$.

ბ. $\partial x_i/\partial w = \partial x_i/\partial w|_{U = \text{მუდმივი}} + l[\partial x_i/\partial n]$.

გ. $ME_l = \partial wl/\partial l = w + l\partial w/\partial l = w[1 + 1/(e_{l,w})]$.

თავი 17

17.1

ბ. შემოსავლისა და ჩანაცვლების ეფექტი მუშაობს საპირისპირო მიმართულებით. თუ $\partial c_1/\partial r < 0$, მაშინ c_2 არის ფასის მიმართ ელასტიკური.

გ. საბიუჯეტო შეზღუდვა გადის y_1, y_2 და r-ის ცვლილებასთან ერთად მონაცვლეობს ამ წერტილებში. შემოსავლის ეფექტი დამოკიდებულია იმაზე, თუ საწყის ეტაპზე რომელი უტოლობა სრულდება $y_1 > c_1$ თუ $y_1 > c_1$.

17.3

25 წელი.

17.5

ა. საერთოდ არა.

ბ. გადასახადი იქნება კაპიტალზე დანახარჯის ალტერნატიული დანახარჯი.

გ. გადასახადები გადახდილი იქნება მოგვიანებით, ანუ კაპიტალის დანახარჯები შემცირდება.

დ. თუ საგადასახადო განაკვეთი მცირდება, დაჩქარებული ცვეთის სარგებლიანობა მცირდება.

17.9

ა. ახდენს მოსალოდნელი სარგებლიანობის მაქსიმიზაციას.

ბ. თუ ზღვრული სარგებლიანობა არის ამოზნექილი და გამოვიყენებთ ჯენსენის უტოლობას ამ ფუნქციისთვის, მაშინ მივიღებთ $E[U'(c_1)] > U'[E(c_1)] = U'(c_0)$. ანუ თანასწორობის მისაღწევად უნდა გაიზარდოს შემდეგი პერიოდის მოხმარება.

გ. კითხვა (ბ) გვიჩვენებს, რომ ეს ინდივიდი დაზოგავს უფრო მეტს, როდესაც შემდგომი პერიოდის მოხმარება არის შემთხვევითი სიდიდე.

დ. გამაფრთხილებელი დანაზოგის გაზრდის განზრახვა მოითხოვს უფრო მაღალ r-ს, რაც უფრო გაამწვავებს პარადოქსს.

17.11

ა. გამოვიყენოთ $x/(1 - x) = x + x^2 + \ldots$ როდესაც $x < 1$.

ბ. იხილეთ დეტალური ამონახსენი გაწარმოებისთვის.

გ. ეს გაზრდილი გამოშვება მაღალი t-გან უნდა იქნას დაბალანსებული (1) პირველი უკუგებ-

ის მიღების გადავადება (2) ყველა მომავალ ცვლილებებში გადავადების ალტერნატიული დანახარჯი.

დ. $f(t)$ ასიმპტოტურად უახლოვდება 50-ს, როდესაც $t \to \infty$.

ე. $t^* = 100$.

ვ. $t^* = 104.1$.

თავი 18

18.1

ა. ადვოკატი მაქსიმიზაციას უკეთებს $(1/3)l - l^2/2$, რითაც მიიღებს წონასწორულ ძალისხმევას $l^* = 1/3$. მისი ნამეტი იქნება 1/8 და მოსარჩელე მიიღებს $(2/3)l^* = 2/9$.

ბ. ადვოკატი მაქსიმიზაციას უკეთებს $cl - l^2/2$, რითაც მიიღებს წონასწორულ ძალისხმევას $l^* = c$. მისი ნამეტი იქნება $c^2/2$ და მოსარჩელე მიიღებს $c(1 - c)$.

გ. ოპტიმალური გაუთვალისწინებელი გადასახადი მოსარჩელისთვის იქნება $c^* = 1/2$, მისი ნამეტის მაქსიმიზაციას მოახდენს $c(1 - c)$. მისი ნამეტი იქნება 1/4 და ადვოკატის ნამეტი 1/8.

დ. 100%-იანი გაუთვალისწინებელი გადასახადის შემთხვევაში, ადვოკატი აირჩევს $l^* = 1$ და მიიღებს 1/2 ნამეტს, რაც მოსარჩელეს შეეძლო გამოეძალა თავიდან შემთხვევის მიყიდვით.

18.3

ა. დაბალი ტიპის მეორე საუკეთესო რაოდენობა აკმაყოფილებს ტოლობას 18.51 პარამეტრის ახალი მნიშვნელობის წერტილში: $q_L^{**} = 1$. ტარიფი იქნება $T_L^{**} = \theta_L^{**} v(1) = 30$. მაღალი ტიპის რაოდენობა იქნება იგივე რაც პირველი საუკეთესო: $q_H^{**} = 16$. ტარიფი აკმაყოფილებს სტიმულების თავსებადობას: $T_H^{**} = 150$.

18.5

ა. დაზღვევის გარეშე მემარცხენის სარგებლიანობა იქნება 9.1261 და მემარჯვენის 9.1893. მონოპოლისტი სრულად დააზღვევს ორივეს პრემიუმით, რომ შეამციროს თითოეული მათგანის დაზღვევის გარეშე სარგებლიანობა: $p_L = 808$ და $p_R = 208$.

ბ. მემარცხენემ მიიიღო იგივე სადაზღვევო პოლისი, რაც კითხვაში (ა).

გ. მემარჯვენე არის სრულად დაზღვეული. სხვა პოლისის პირობების (p_L, p_R, x_R მეორე საუკეთესო მნიშვნელობა ახდენს დამზღვევის მოსალოდნელი მოგების მაქსიმიზაციას $[p_L - (0.8)(1{,}000)]/2 + [p_R - 0.2x_R]/2$, მემარჯვენის მონაწილეობის და მემარცხენის სტიმულების თავსებადობის შეზღუდვის პირობით. გამოთვლები აჩვენებს, რომ ამონახსენი არის დაახლოებით $p_L^{**} = 808$, $p_R^{**} = 0$, $p_R^{**} = 0$.

18.7

ა. $(1/2)(10{,}000) + (1/2)(2{,}000) = \$6{,}000$.

ბ. თუ გამყიდველი აფასებს მანქანას 8,000 დოლარად, მხოლოდ ლიმონი გაიყიდება საბაზრო ფასით $2,000. თუ გამყიდველი აფასებს მანქანას 6,000 დოლარად, ყველა მანქანა გაიყიდება საბაზრო ფასით $6,000.

18.9

სრულყოფილად ინფორმირებული პაციენტის ოპტიმუმი აკმაყოფილებს $(\partial U_p/\partial m)/(\partial U_p/\partial x) = p_m$ ან $MRS = p_m$, სადაც MRS არის პაციენტის ჩანაცვლების ზღვრული ნორმა. ექიმის ოპტიმუმი აკმაყოფილებს $p_m U_d + \partial U_p/\partial m - p_m \partial U_p/\partial x = 0$. ტოლობის მონესრიგებით მივიღებთ, რომ $MRS < p_m$ აქედან გამომდინარეობს, რომ ექიმი აარჩევს უფრო მეტ ჯანდაცვას (პაციენტის განურჩევლობის მრუდი დაგვეხმარება ამის საჩვენებლად).

18.11

ა. მყიდველი 1 მაქსიმიზაცია უკეთებს $Pr(b_1 > \max(b_2, \ldots, b_n))(v_1 - b_1)$, რაც უდრის $(v_1 - b_1)\prod_{i=2}^{n} Pr(v_1 < b_1/k)$ იმ დაშვებით, რომ კონკურენტები იყენებენ ფასის შეთავაზების წრფივ სტრატეგიას, რაც

უდრის $(v_1 - b_1)b_1/k^{n-1}$. b_1-ის მიმართ მაქსიმიზაციით მივიღებთ $b_1 = v_1(n-1)/n$. მოსალოდნელი ამონაგები არის $E(v_{(n)})(n-1)/n$. მაქსიმალური სტატისტიკის $v_{(n)}$ მოსალოდნელი მნიშვნელობის ფორმულის გამოყენებით ეს უდრის $(n-1)/(n+1)$.

ბ. მყიდველის ფასის შეთავაზება $b_i = v$. მოსალოდნელი ამონაგები არის $E(v_{(n-1)}) = (n-1)/(n+1)$.

გ. კი.

დ. შეთავაზებული ფასები უახლოვდება პირველი-ფასის აუქციონისას, მაგრამ არ იცვლება მეორე-ფასის აუქციონში. მოსალოდნელი ამონაგები უახლოვდება 1-ს.

თავი 19

19.1

ა. $P = 20$, $q = 50$.

ბ. $P = 20$, $q = 40$, $MC = 16$, *გადასახადი* = 4.

19.3

ა. $n = 400$. გარე ეფექტი გვაქვს, რადგან ერთის მიერ ჭის ბურღვა გავლენას ახდენს მეორის ჭის მიერ პროდუქტის გამოშვებაზე.

ბ. $n = 200$.

გ. გადასახადი = 2,000/ჭა.

19.5

გადასახადი გააუმჯობესებს სიტუაციას მხოლოდ მაშინ, თუ გამოშვების შეზღუდვა რომელსაც მოითხოვს გარეგანი ეფექტი, აღემატება მონოპოლიის გამო წარმოების შეზღუდვას.

19.7

ა. თუ ყველა უბილეთო მგზავრია, სარგებლიანობა იქნება 0.

ბ. $y = 5$, $x = 50$, $\frac{x}{100}$, *დასარგებლიანობა* = $\sqrt{2.5}$

19.9

ა. g_i^l უნდა იყოს ერთი და იგივე ყველა ფირმისთვის.

ბ. თანაბარი გადასახადით ვერ მივაღწევთ (ა) კითხვის შედეგს.

გ. ზოგადად ოპტიმალური დაბინძურების გადასახადი არის $t = (p - w/f')(1/g)$, რაც ცვალებადია ფირმებს შორის. თუმცა, ფირმებს აქვთ მარტივი წრფივი წარმოების ფუნქცია $q_i = al_i$, მაშინ თანაბარი გადასახადით შეიძლება მივაღწიოთ ეფექტიან შედეგს, მაშინაც კი თუ g_i განსხვავებულია ფირმებს შორის. ამ შემთხვევაში ოპტიმალური გადასახადი იქნება $t = \lambda(a - w)/a$, სადაც λ ლაგნარჟის მნიშვნელობა სოციალურ ოპტიმუმში, რომელიც ავღწერეთ კითხვაში (ა).

დ. უფრო ეფექტიანია გადასახადი დავაწესოთ დაბინძურებაზე ვიდრე პროდუქტის გამოშვებაზე.

19.11

ა. ავირჩიოთ b და t ისე, რომ y იყოს ერთიდაიგივე ყველა შემთხვევაში. საჭიროა $t = U$.

ბ. b ყოველთვის = $(1 - t)w$ და $t = U$.

გ. არა. რადგან ეს ინდივიდი არის რისკისადმი უარყოფითად განწყობილი, ის ყოველთვის აირჩევს თანაბარ ამონაგებს ყველა მდგომარეობაში.

ხშირად გამოყენებული ტერმინების ლექსიკონი

ქვემოთ განმარტებულია ზოგიერთი ტერმინი, რომელსაც ამ წიგნში ხშირად ვიყენებთ. მკითხველს შეუძლია შეამოწმოს ინდექსი, რის მეშვეობითაც იპოვით წიგნში იმ ნაწილს, სადაც ესა თუ ის ტერმინი უფრო ფართოდაა განმარტებული.

არახელსაყრელი შერჩევა – პრობლემა, რომელსაც აწყდება დამზღვევი. ამ შემთხვევაში მოხდენის ალბათობაც იზრდება და მისი მომსახურებაც უფრო ძვირდება.

ასიმეტრიული ინფორმაცია – სიტუაცია რომლის დროსაც ტრანზაქციის ერთ მხარეს მყოფ აგენტს აქვს უფრო მეტი ინფორმაცია, ვიდრე მეორე მხარეს მყოფს.

ბაიასის ნეშის წონასწორობა – ორი მოთამაშის ერთდროულ თამაშებშისტრატეგიების პროფილი, რომელშიც მოთამაშე 1-ს აქვს პირადი ინფორმაცია. ეს ახდენს ნეშის წონასწორობის ცნების განზოგადებას, სადაც მოთამაშე 2-ს აქვს თავისი პირადი შეხედულება მოთამაშე 1-ის ტიპზე.

ბერტრანდის პარადოქსი – ფასდადების ერთდროული თამაშების დროს ნეშის წონასორობაში ვიღებთ კონკურენტულ ფასწარმოქმნას, მაშინაც კი თუ გვყავს მხოლოდ ორი ფირმა.

საუკეთესო პასუხი – s_i არის საუკეთესო პასუხი მოთამაშე i-თვის რომელიც უპირისპირდება სხვა მოთამაშეების s_{-i} სტრატეგიას.აღვნიშნოთ $s_i \in BR_i(s_{-i})$, თუ $U_i(s_i, s_{-i}) \geq U_i(s'_i, s_{-i})$ ნებისმიერი $s'_i \in S_i$.

სხვა თანაბარ პირობებში – დაშვება, რომლის მიხედვითაც ყველა სხვა ცვლადი მუდმივია, როდესაც ვაანალიზებთ ერთი კონკრეტული ცვლადის გავლენას ეკონომიკურ მოდელზე. მათემატიკურ ტერმინებში ეს გადაგვყავს როგორც კერძო წარმოებული.

ქოუზის თეორემა – რ. ქოუზის შედეგი: თუ მოლაპარაკების წარმოების დანახარჯი არის ნულის ტოლი, მაშინ გარე ეფექტების შემთხვევაში ეფექტური ვანაწილება შეიძლება მიიღწეულ იქნეს კერძო პირებს შორის (გარეგანი ექექტის გამომწვევი და ის ვიზეც ეს ზეგავლენას ახდენს) მოლაპარაკების შედეგად.

კომპენსირებული (ანაზღაურებული) მოთხოვნის ფუნქცია – ფუნქცია რომელიც გვიჩვენებს კავშირს ფასსა და მოხმარებულ რაოდენობას შორის მაშინ, როცა რეალური შემოსავალი (ან სარგებელი) მუდმივია. აღინიშნება $x_c(p_x, p_y, U)$.

ასანაზღაურებელი ვარიაცია – ინდივიდის თავდაპირველი სარგებლის დონემდე კომპენსირება ფასების ცვლილების შემთხვევაში.

ასანაზღაურებელი სახელფასო განსხვავება – რეალურ ხელფასებს შორის განსხვავება, რომელიც გამოწვეულია სამუშაოს მახასიათებლების გამო მუშახელის მიწოდების გადაწყვეტილებით, თუ ისინი ერთ საქმეს ამჯობინებენ მეორეს.

შემავსებლები (მთლიანი) – ორი პროდუქტი არის ერთმანეთის შემავსებელი (მთლიანი), თუ ერთზე ფასის ზრდა იწვევს მეორის მოხმარების შემცირებას. მათემატიკურად გვექნება $\partial x/\partial p_y < 0$. ასევე იხილეთ შემცვლელები (მთლიანი).

შემავსებლები (წმინდა) – ორი პროდუქტი შემავსებელია, როდესაც ერთზე ფასის ზრდას მოყვება მეორის მოხმარების რაოდენობის შემცირება, მაშინ როცა რეალური შემოსავალი (სარგებელი) მუდმივია. პროდუქტი x და y არიან წმინდა შემავსებლები თუ

$$\partial x/\partial p_y|_{U=\bar{U}} < 0.$$

ასეთი კომპენსირებული ჯვარედინი-ფასების ეფექტი არის სიმეტრიული, ანუ

$$\partial x/\partial p_y|_{U=\bar{U}} = \partial y/\partial p_x|_{U=\bar{U}}$$

იხილეთ ასევე შემცვლელები (წმინდა). ასევე ეწოდება ჰიქსის შემცვლელები და შემავსებლები.

შედგენილი პროდუქტი – პროდუქტების ნაკრები, რომელთა ფასები ერთნაირად მოძრაობენ – შედარებით ფასები არ იცვლება ამ პროდუქტთა ნაკრებში. ასეთი პროდუქტები ხშირად აღქმულია, როგორც ერთი პროდუქტი.

ჩაზნექილი ფუნქცია – ფუნქცია, რომელიც ნებისმიერ წერტილში გავლებული მხების ქვემოთ მდებარეობს.

მუდმივი დანახარჯების ინდუსტრია – ინდუსტრია, რომლის გამოშვების გაფართოებაც და ახალი ფირმების შემოსვლა გავლენას ვერ ახდენს ინდივიდუალური ფირმის დანახარჯების ფუნქციებზე.

მასშტაბიდან მუდმივი უკუგება – იხილეთ მასშტაბიდან უკუგება.

მომხმარებლის ნამეტი – მარშალის მოთხოვნის მრუდსა და საბაზრო ფასს შორის მდებარე არის ფართობი. მომხმარებლის ნამეტის ცვლილება შეიძლება გამოვიყენოთ ფასების ცვლილებით გამოწვეული კეთილდღეობის ცვლილების ანალიზისათვის.

პირობითი საწარმოო ფაქტორების მოთხოვნა – იხილეთ საწარმოო ფაქტორების მოთხოვნის ფუნქცია.

კონტურული წრფე – იმ წერტილების ერთობლიობა, სადაც ფუნქციას აქვს მუდმივი მნიშვნელობა. ვიყენებთ როდესაც სამ-განზომილებიან ფუნქციის ორ განზომილებაში დახაზვა გვჭირდება. ინდივიდების განურჩევლობის მრუდები და ფირმების საწარმოო იზოკვანტების რუკა ამის მაგალითებია.

კონტრაქტის მრუდი – გაცვლით ეკონომიკაში ინდივიდებს შორის პროდუქტისყველა ეფექტური განაწილების წერტილების სიმრავლე. თითოეულ ამ განაწილებას ახასიათებსშემდეგი თვისება, შეუძლებელია ერთი ინდივიდის კეთილდღეობის გაზრდა მეორის კეთილდღეობის გაუარესების გარეშე.

დანახარჯების ფუნქცია – იხილეთ მთლიანი დანახარჯების ფუნქცია.

კურნოს წონასწორობა – დუოპოლიის დროს რაოდენობის დაწესების თამაშში წონასწორობა. მსგავსი ცნება გამოიყენება *n*-ინდივიდის თამაშის შემთხვევაში.

აუნაზღაურებელი დანაკარგი – ორმხრიავდ სასარგებლო ტრანზაქციის დანაკარგი. მომხმარებლის და მწარმოებლის ნამეტის დანაკარგი, რომელიც სხვა ეკონომიკურ აგენტთან არ მიდის.

კლებადი დანახარჯების ინდუსტრია – ინდუსტრია რომელშიც გამოშვების გაფართოება იწვევს დანახარჯების შემცირების გარე ეფექტს, რაც საბოლოოდ აისახება დანახარჯების მრუდების ქვემოთ გადაადგილებაში.

მასშტაბიდან კლებადი უკუგება – იხილეთ მასშტაბიდან უკუგება.

მოთხოვნის მრუდი – გრაფიკი, რომელიც გვიჩვენებს სხვა თანაბარ პირობებში ურთიერთობას პროდუქტის ფასსა და მის შესყიდულ რაოდენობას შორის. მოთხოვნის ფუნქციის ორ-განზომილებიანი წარმოდგენა შემდეგნაირია $x = x(p_x, p_y, I)$. ამას უწოდებენ „მარშალის“ მოთხოვნას, რომ განვასხვავოთ კომპენსირებული (ჰიქსის) მოთხოვნის ცნებისგან.

კლებადი ზღვრული მწარმოებლურობა – იხილეთ ზღვრული ფიზიკური პროდუქტი.

კლებადი ჩანაცვლების ზღვრული ნორმა – იხილეთ ჩანაცვლების ზღვრული ნორმა.

დისკონტირების განაკვეთი – ხარისხი, რომლითაც ხდება მომდევნო პერიოდის უკუგების დისკონტირება, რათა ამ პერიოდის გადაწყვე-

ტილებასთან იყოს შესაბამისობაში; აღინიშნება δ. თუ r არის ერთი პერიოდის საპროცენტო განაკვეთი, მაშინ $\delta = 1/(1 + r)$.

დისკრიმინაცია, ფასი – ადგილი აქვს, როდესაც მყიდველს ან გამყიდველს შეუძლია გამოიყენოს თავის საბაზრო ძალაუფლება და გაყოს ბაზრები, რომლებშიც სხვადასხვა საფასო პოლიტიკას გაატარებს. ასევე იხილეთ საფასო დისკრიმინაცია.

დომინანტური სტრატეგია – სტრატეგია s_i^* მოთამაშე i-თვის არის საუკეთესო პასუხი სხვა ყველა მოთამაშის ნებისმიერ სტრატეგიების პროფილზე.

ორადობა – კავშირი ნებისმიერ შეზღუდული მაქსიმიზაციის ამოცანასა და მასთან დაკავშირებულ „ორმაგ" შეზღუდულ მინიმიზაციის ამოცანას შორის.

ეკონომიკური ეფექტიანობა – არსებობს, როდესაც შეუძლებელია გავზარდოთ ერთი ქმედება მეორე ქმედების შემცირების გარეშე. ასევე იხილეთ პარეტო ეფექტური განაწილება.

ეჯვორთის ყუთის დიაგრამა – ეკონომიკური ეფექტიანობის გრაფიკული წარმოდგენა. ყველაზე ხშირად გამოიყენება კონტრაქტის მრუდის ილუსტრირებისათვის გაცვლით ეკონომიკაში, მაგრამ ასევე გამოსადეგია წარმოების თეორიაში.

ელასტიკურობა – ერთი ცვლადის ცვლილების პროპორციული ეფექტის საზომი მეორე ცვლადზე. თუ $y = f(x)$, მაშინ $e_{y,x} = \partial y/\partial x \cdot x/y =$.

შესვლის პირობები – ინდუსტრიის მახასიათებელი, რომელიც განსაზღვრავს რამდენად ადვილად შეუძლია ახალ ფირმას დაიწყოს წარმოება. სრულყოფილი კონკურენციის შემთხვევაში დაშვებულია, რომ შესვლა არის ნულოვანი დანახარჯების მაშინ, როცა მონოპოლიის შემთხვევაში არსებობს შესვლის მნიშვნელოვანი ბარიერები.

კონვერტის თეორემა – მათემატიკური შედეგი: ფუნქციის მაქსიმალური მნიშვნელობის ცვლილება, რომელიც გამოწვეულია რომელიმე პარამეტრის ცვლილებით შეიძლება გავიგოთ ამ ფუნქციის გაწარმოებით ამ პარამეტრის მიმართ (როდესაც სხვა ყველა ცვლადს აქვს ოპტიმალური მნიშვნელობა).

წონასწორობა – სიტუაცია, რომელშიც არც ერთ მოქმედ პირს არ აქვს სტიმული შეცვალოს თავისი ქცევა. წონასწორული ფასის შემთხვევაში ინდივიდების მიერ მოთხოვნილი რაოდენობა ზუსტად უდრის ფირმების მიერ მიწოდებულ რაოდენობას.

ეილერის თეორემა – მათემატიკური თეორემა: თუ $f(x_1, \ldots, x_n)$ არის k ხარისხის ჰომოგენური, მაშინ

$$f_1x_1 + f_2x_2 + \ldots + f_nx_n = kf(x_1, \ldots, x_n)$$

გაცვლითი ეკონომიკა – ეკონომიკა, რომელშიც პროდუქტის მიწოდება არის ფიქსირებული (ანუ წარმოება არ ხორციელდება). თუმცა, შესაძლებელია მოხდეს არსებული პროდუქტის გადანაწილება ეკონომიკურ აგენტებს შორის.

გაფართოების ტრაექტორია – იმ დანახარჯების მინიმიზაციის საწარმოო ფაქტორების კომბინაციების ადგილები, რომელსაც ფირმა აირჩევს სხვადასხვა დონის გამოშვების საწარმოებლად (როდესაც საწარმოო ფაქტორების ფასები მუდმივია).

მოსალოდნელი სარგებელი – საშუალო სარგებელი, რომელიც მოსალოდნელია სარისკო სიტუაციიდან. თუ არის n შესაძლო შედეგი, $x_1, \ldots, x_n$ შესაბამისად ალბათობებით $p_1, \ldots, p_n (\sum p_i = 1)$, მაშინ მოსალოდნელი მნიშვნელობა იქნება

$$E(U) = p_1U(x_1) + p_2U(x_2) + \ldots + p_nU(x_n)$$

შესყიდვის დანახარჯების ფუნქცია – ფუნქცია რომელიც მიიღება ინდივიდის ორმაგი დანახარჯების მინიმიზაციის ამოცანიდან. გვიჩვენებს მინიმუმ დანახარჯებს, რომ მივაღწიოთ სარგებლის მოცემულ დონეს: შესყიდვის დანახარჯები = $E(p_x, p_y, U)$.

გარე ეფექტი – ერთი ეკონომიკური აგენტის გავლენა მეორეზე, რომელიც არაა ჩართული ნორმალურ საბაზრო ტრანზაქციაში.

პირველი სვლის გამკეთებლის უპირატესობა – უპირატესობა, რომელიც შეიძლება მიიღოს მოთამაშემ, თუ ის სვლას პირველი აკეთებს.

პირველი რიგის პირობა – მათემატიკური პირობა, რომელიც აუცილებელად უნდა სრულდებოდეს თუ ფუნქცია აღწევს მაქსიმუმს ან მინიმუმს. როგორც წესი გვიჩვენებს, რომ რაღაც ქმედება უნდა გრძელდებოდეს იმ წერტილამდე, სანამ ზღვრული სარგებელი არ გაუტოლდება ზღვრულ დანახარჯებს.

ფიქსირებული დანახარჯები – დანახარჯები, რომელიც მოკლევადიან პერიოდში არ იცვლება გამოშვების რაოდენობის ცვლის შესაბამისად. ფიქსირებული დანახარჯები, როგორც წესი არ გაითვალისწინება მოკლევადიანი ფასდადების დროს. ასევე იხილეთ ცვალებადი დანახარჯი.

ზოგადი წონასწორობის მოდელი – ეკონომიკური მოდელი, რომელიც განასახიერებს ბევრი ბაზრის ერთობლივად ფუნქციონირებას.

გიფენის პარადოქსი – სიტუაცია როდესაც კონკრეტული პროდუქტის ფასისი ზრდა უბიძგებს ინდივიდებს ამ პროდუქტის უფრო მეტი რაოდენობით მოხმარებისკენ. ადგილი აქვს, რადგან ეს პროდუქტი არის მდარე და ფასების ცვლილებით გამოწვეული შემოსავლი ეფექტი აღემატება ჩანაცვლების ეფექტს.

დაფარული ქმედება – კონტრაქტის ერთი მხარის მიერ განხორციელებული ქმედება, რომელსაც პირდაპირ ვერ აკვირდება მეორე მხარე.

დაფარული ტიპი – კონტრაქტის ერთი მხარის მახასიათებელი, რომ მასზე დაკვირვება შეუძლებელია სხვა მხარეების მიერ,სანამ კონტრაქტზე არ შეთანხმდებიან.

ჰომოგენური ფუნქცია – ფუნქცია $f(x_1, x2, ..., x_n)$ არის k ხარისხის ჰომოგენური, თუ

$$f(mx_1, mx_2, ..., mx_n) = m^k f(x_1, x2, ..., x_n)$$

– ფუნქცია რომელიც შეიძლება წარმოდგენილი იყოს, როგორც ჰომოგენური ფუნქციის მონოტონური ტრანსფორმაცია. ასეთი ფუნქციის კონტურული წრფის დახრილობა დამოკიდებულია მხოლოდ ამ ფუნქციაში შემავალი ცვლადების შეფარდებაზე და არა მათ აბსოლიტურ მნიშვნელობაზე.

შემოსავლისა და ჩანაცვლების ეფექტები – ორი ანალიტიკურად განსხვავებული ეფექტი, რომლებსაც იწვევს ფასების ცვლილება. შემოსავლის ეფექტი წარმოიქმნება, რადგან ფასის ცვლილება გავლენას ახდენს ინდივიდის მსყიდველობით უნარზე. მაშინაც კი, თუ მსყიდველობითი უნარი მუდმივია, ჩანაცვლების ეფექტი უბიძგებს ინდივიდებს ახლიდან გაანაწილონ თავისი დანახარჯები. ჩანაცვლების ეფექტი აისახება განურჩევლობის მრუდებზე მაშინ, როცა შემოსავლის ეფექტი იწვევს გადასვლას სხვა განურჩევლობის მრუდზე. იხილეთ ასევე სლუცკის ტოლობა.

ზრდადი დანახარჯების ინდუსტრია – ინდუსტრია, რომელშიც გამოშვების გაფართოება იწვევს დანახარჯების ზრდის გარე ეფექტს და შედეგად ამ ფირმების დანახარჯების მრუდები გადაინაცვლებს ზემოთ.

მასშტაბიდან ზრდადი უკუგება – იხილეთ მასშტაბიდან უკუგება,

განურჩევლობის მრუდების რუკა – ინდივიდის სარგებლიანობის ფუნქციისკონტურული რუკა, რომელიც გვიჩვენებს სხვადასხვა სასაქონლო კალათებს, რომლისგანაც ინდივიდი იღებს ერთიდაიგივე სარგებლიანობას.

არაპირდაპირი სარგებლიანობის ფუნქცია – სარგებლიანობის წარმოდგენა, როგორც ყველა ფასისა და შემოსავლის ფუნქცია.

ინდივიდის მოთხოვნის ფუნქცია – სხვა თანაბარ პირობებში არსებული კავშირი ინდივიდის მიერ არჩეული მოსახმარებელი პროდუქტის

რაოდენობასა და ამ პროდუქტის ფასს შორის. ორ-განზომილებიანი წარმოდგენა შემდეგნაირია $x = x(p_x, p_y, I)$ ერთი ინდივიდისთვის.

მდარე პროდუქტი – პროდუქტი, რომელიც იყიდება უფრო ცოტა რაოდენობით როდესაც ინდივიდების შემოსავალი იზრდება.

მდარე საწარმოო ფაქტორი – წარმოების ისეთი ფაქტორი, რომელიც უფრო და უფრო ცოტა რაოდენობით მოიხმარება, როცა გამოშვება იზრდება.

საწარმოო ფაქტორების მოთხოვნის ფუნქცია – ეს ფუნქციები გვიჩვენებენ თუ როგორაა მოგების მაქსიმიზაციაზე ორიენტირებული ფირმის საწარმოო ფაქტორებზე მოთხოვნა დამოკიდებული ამ საწარმოო ფაქტორების ფასებზე და გამოშვებული პროდუქტის მოთხოვნაზე. საწარმოო ფაქტორის მოთხოვნის ფუნქცია სამუშაო ძალისთვის შეიძლება ჩაიწეროს როგორც $l = l(P, v, w)$, სადაც P არის ფირმის გამოშვებული პროდუქტის საბაზრო ფასი. პირობითი საწარმოო ფაქტორების მოთხოვნის ფუნქციები $l^c(v, w, q)$ მიიღება დანახარჯების მინიმიზაციით და არაა აუცილებელი ასახავდეს მოგების მაქსიმიზაციის არჩევანს.

ოზოკვანტების რუკა – ფირმის საწარმოო ფუნქციის კონტურული რუკა.კონტურებიგვიჩვენებს საწარმოო ფაქტორების ალტერნატიულ კომბინაციებს, რომლითაც შეიძლება ვაწარმოოთ მოცემული რაოდენობისპროდუქტი.

კუნ ტაკერის პირობები – ოპტიმიზაციის ამოცანისთვის პირველი რიგის პირობა, როდესაც შეზღუდვებად გვაქვს უტოლობები. ეს არის ტოლობებით მოცემული შეზღუდვების პირველი რიგის პირობების მიხედვით ოპტმიზაციის განზოგადება.

შემზღუდველი ფასწარმოქმნა – დაბალი ფასის არჩევის სტრატეგია, რომ სხვა ფირმების შემოსვლა ავირიდოთ თავიდან.

ლინდალის წონასწორობა – საზოგადოებრივი საქონლის ჰიპოთეტური ამონახსენი: გადასახადის წილი, რასაც ინდივიდები იხდიან, თამაშობს იგივე როლს, რასაც წონასწორული საბაზრო ფასი კონკურენტული განაწილების დროს.

გრძელვადიანი პერიოდი – იხილეთ მოკლევადიან და გრძელვადიან პერიოდებს შორის განსხვავება.

ერთიანი ჯამის პრინციპი – იმის დემონსტრირება, რომ ერთიანი მსყიდველობითი უნარიანობის გადასახადი ან ტრანსფერი უფრო ეფექტიანია, ვიდრე გადასახადები და სუბსიდიები ინდივიდუალურ პროდუქტებზე.

ზღვრული დანახარჯი (MC) – ერთი დამატებითი ერთეული გამოშვების საწარმოებლად საჭირო დამატებითი დანახარჯი: $MC = \partial C/\partial q$.

ზღვრული ფიზიკური პროდუქტი (MR) – დამატებითი გამოშვების რაოდენობა, რომლის წარმოებაც შესაძლებელია ერთი რომელიმე რესურსის ერთი დამატებითი ერთეულის გამოყენების შემთხვევაში, მაშინ როცა სხვა ყველა წარმოების ფაქტორი მუდმივია. ზოგადად ვუშვებთ, რომ ზღვრული ფიზიკური პროდუქტი კლებადია, როდესაც რომელიმე ერთი საწარმოო ფაქტორის გამოყენება იზრდება, მაშინ როცა სხვა საწარმოო ფაქტორები მუდმივია. თუ $q = f(k, l)$, $MP_l = \partial q/\partial l$.

ზღვრული სარგებლიანობა (MU) – დამატებითი სარგებლიანობა, რასაც ინდივიდი მიიღებს კონკრეტული პროდუქტის ერთი დამატებითი ერთეულის მოხმარების შედეგად.

საბაზრო პერიოდი – ძალიან მოკლევადიანი პერიოდი, როდესაც ფირმის მიწოდება მუდმივია და ვერ რეაგირებს ფასების ცვლილებაზე.

შერეული სტრატეგიები – სტრატეგია, რომლის მიხედვითაც მოთამაშე განსაზღვრავს თუ რომელი წმინდა სტრატეგია რა ალბათობით ითამაშოს.

მონოპოლია – ინდუსტრია, სადაც კონკრეტული პროდუქტის მხოლოდ ერთი გამყიდველი გვყავს.

მონოფსონია – სიტუაცი,ა როდესაც მხოლოდ ერთი მყიდველია ბაზარზე.

მორალური საფრთხე – დაზღვევის ეფექტი ინდივიდის გადაწყვეტილებაზე არ განახორციელონ ისეთი ქმედებები, რაც შეამცირებდა დანაკარგის სიდიდეს ან მოხდენის ალბათობას.

ნეშის წონასწორობა – სტრატეგიების ისეთი პროფილი ($s_1^*, s_2^*, ..., s_n^*$), რომ ნებისმიერი i მოთამაშისთვის, s_i არის საუკეთესო პასუხი სხვა მოთამაშეების წონასწორულ სტრატეგიაზე s_{-i}^*.

ნორმალური პროდუქტი – პროდუქტი, რომელზე მოთხოვნაც იზრდება შემოსავლის ზრდისას.

ნორმატიული ანალიზი – ეკონომიკური ანალიზი, რომელიც ეკონომიკას უყურებს იმ კუთხიდან თუ როგორი უნდა იყოს ან როგორ ფუნქციონირებდეს.

ოლიგოპოლია – ინდუსტრია სადაც კონკრეტული პროდუქტის მხოლოდ რამდენიმე გამყიდველია.

ალტერნატიული დანახარჯების დოქტრინა – ნებისმიერი ქმედების ნამდვილი დანახარჯი შეიძლება გაეზომოთ, როგორც არჩეული ქმედების საუკეთესო ალეტრნატივის ღირებულება რომელზეც ვთქვით უარი, რადგან განგვეხორციელებინა არჩეული ქმედება.

გამოშვებისა და ჩანაცვლების ეფექტები – შემოდის, როდესაც ფირმის მიერ გამოყენებული საწარმოო ფაქტორების ფასის ცვლილება იწვევს საწარმოო ფაქტორებზე მოთხოვნის ცვლილებას. ჩანაცვლების ეფექტი მაშინაც მოხდება, თუ გამოშვებას შევინარჩუნებთ, როგორც მუდმივს. ეს აისახება იზოკვანტზე მოძრაობით. მეორე მხრივ, გამოშვების ეფექტი გვაქვს, როდესაც გამოშვების დონე იზრდება და ფირმა გადადის სხვა იზოკვანტზე.

ხმის მიცემის პარადოქსი – ამპარადოქსის მიხედვით შესაძლებელია ხმათა უმრავლესობით ხმის მიცემის შემთხვევაში შედეგი ვერ მივიღოთ, არამედ შეიძლება გვქონდეს ციკლური მონაცვლეობა ალტერნატივებს შორის.

პარეტო ეფექტური განაწილება – რესურსების ისეთი განაწილება, რომ არც ერთ ინდივიდს არ შეუძლია გაიუმჯობესოს მდგომარეობა ისე, რომ სხვისი მდგომარეობა არ გაუარესდეს.

ნაწილობრივი წონასწორობის მოდელი – ერთი კონკრეტული ბაზრის მოდელი, რომელიც უგულველებელყოფს სხვა ბაზრების ან სხვა ბაზრებზე მოცემული ბაზრის კავშირის.

სრულყოფილი კონკურენცია – ყველაზე ფართოდ გამოყენებადი ეკონომიკური მოდელი: დაშვებულია, რომ გვყავს მოცემული პროდუქტის ბევრი მყიდველი და გამყიდველი, და თითოეული მათგანი არის ფასის მიმღები. იხილეთ ასევე ფასის მიმღები.

პოზიტიური ანალიზი – ეკონომიკური ანალიზი, რომელიც ცდილობს ახსნას და იწინასწარმეტყველოს მოქმედი ეკონომიკური მოვლენები.

მიმდინარე დისკონტირებული ღირებულება – მომავალში გადასახდელი ფულადი ნაკადების ჯამის მიმდინარე ღირებულება. ითვალისწინებს საპროცენტო გადასახდელების ეფექტს.

საფასო დისკრიმინაცია – იდენტური პროდუქტის სხვადასხვა ფასად გაყიდვა. ამ დროს აუცილებელია გამყიდველს ჰქონდეს შესაძლებლობა არ დაუშვას გადაყიდვა. არსებობს სამი ტიპის: პირველი ხარისხის – იყიდება ყველა პროდუქტი სხვადასხვა ფასად და ყველა პროდუქტში მყიდველი იხდის მაქსიმალურს გადახდისადმი მზადყოფნის მიხედვით („სრულყოფილი საფასო დისკრიმინაცია“); მეორე ხარისხის – საფასო ბადის მიღება, რომელიც მყიდველებს აძლევთ სტიმულს თივითონ განასხვავონ თავისი თავი და შეიძინონ იმ ფასად, რომელიც მათ მოცემული ფასებიდან ყველაზე მეტად აწყობთ; მესამე ხარისხის – სხვადასხვა ბაზარზე სხვადასხვა ფასების დაწესება.

საფასო ელასტიკურობა – ელასტიურობის ცნე-

ბის ყველაზე ხშირი გამოყენება. ეს ასახავს მოთხოვნის რაოდენობის პროპორციულ ცვლილებას ფასების პროპორციული ცვლილების შედეგად: თუ $q = f(p, \ldots)$, $e_{q,p} = \partial q/\partial p \cdot p/q$.

ფასის მიმღები – ეკონომიკური აგენტი რომელიც გადაწყვეტილებას იღებს იმ დაშვებით, რომ მისი გადაწყვეტილება გავლენას არ მოახდენს საბაზრო ფასზე.

უფროსი-დაქვემდებარებულის კავშირი – ერთი ინდივიდის (დაქვემდებარებულის) დაქირავება მეორე ინდივიდის (უფროსის) მიერ ეკონომიკური გადაწყვეტილების მისაღებად.

შატიზართა დილემა – თავიდან მოცემული იყო თამაშთა თეორიაში, მაგრამ შემდგომში მისი გამოყენების არეალი გაიზარდა. ამ დილემის სირთულე იმაშია, რომ თითოეულმა მოთამაშემ არ იცის თუ რას ირჩევს მეორე მოთამაშე, რამაც შეიძლება მიგვიყვანოს ისეთ შედეგამდე რომელიც არც ერთ მოთამაშეს არ აწყობს. მტკიცე კოალიციის შემთხვევაში შეიძლება მივაღწიოთ ყველასთვის უკეთეს შედეგს.

მწარმოებლის ნამეტი – მწარმოებლების დამატებითი უკუგება საბაზრო ფასის დროს იმასთან შედარებით, რომ საერთოდ არ ეწარმოებინათ. ეს წარმოდგენილია საბაზრო ფასს ქვემოთ და მიწოდების მრუდს ზემოთ მდებარე არის ფართობით.

საწარმოო ფუნქცია – მათემატიკური ფუნქცია, რომელიც ასახავს კავშირს ფირმის საწარმოო ფაქტორებასა და გამოშვებულ პროდუქტს შორის. თუ გამოშვება არის მხოლოდ კაპიტალისა და სამუშაო ძლის ფუნქცია, მაშინ $q = f(k, l)$.

საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვარი – მოცემული საწარმოო ფაქტორებით გამოშვებული სხვადასხვა პროდუქტების ალტერნატივების წერტილების სიმრავლე.

მოგების ფუნქცია – ურთიერთკავშირი ფირმის მაქსიმალურ მოგებასა და გამოშვება-რესურსების ფასებს შორის:

$$\Pi^* = \Pi^*(P, v, w).$$

მოგება – განსხვავება ფირმის გამოშვების გაყიდვიდან მიღებულ ამონაგებსა და წარმოების ეკონომიკურ დანახარჯებს შორის. ეკონომიკური მოგება ნულის ტოლია გრძელვადიან პერიოდში სრულყოფილი კონკურენციის შემთხვევაში. მონოპოლისტის ეკონომიკური მოგება კი შეიძლება იყოს დადებითი.

საკუთრების უფლება – მფლობელობის ლეგალური მახასიათებელი და მფლობელების უფლება.

საზოგადოებრივი საქონელი – პროდუქტი, რომელიც წარმოების შემდეგ ხელმისაწვდომია ყველასთვის არაგამოყოფადობის გამო. ბევრი საზოგადოებრივი საქონელი არის ასევე არამეტოქეობისუნარიანი – მომდევნო ინდივიდმა შეიძლება მიიღოს ამ პროდუქტისგან სარგებელი ნულოვანი ზღვრული დანახარჯებით.

ქვაზი ჩაზნექილი ფუნქცია – ფუნქცია, რომლისთვისაც ყველა $f(X) > k$ წერტილების სიმრავლე არის ამოზნექილი.

პროდუქტის ტრანსფორმაციის განაკვეთი (RPT) – საწარმოო ფაქტორების მუდმივობის პირობებში ერთი პროდუქტის მეორე პროდუქტში გაცვლის განაკვეთი. *RPT* არის საწარმოო შესაძლებლობათა საზღვრის დახრილობის აბსოლიუტური მნიშვნელობა.

უკუგების განაკვეთი – ახლანდელი პროდუქტის მომავალ პროდუქტად გადაქცევის განაკვეთი. მაგალითად, 10 პროცენტიანი უკუგების განაკვეთი ნიშნავს, რომ თუ ერთ ერთეულს მიმდინარე პერიოდის გამოშვებას დავთმობთ, შემდეგ პერიოდში მივიღებთ 1.10 ერთეულ გამოშვებას.

ჩანაცვლების ტექნიკური ნორმა (RTS) – გამოშვების მუდმივობის პირობებში ერთი საწარმოო ფაქტორის მეორეთი ჩანაცვლების განაკვეთი. *RTS* არის იზოკვანტის დახრილობის

აბსოლუტური მნიშვნელობა.

$$RTS = \frac{dk}{dl}|_{q=q_0}$$

იჯარის ქირა – ჭარბ საწარმოო ფაქტორებზე გადასახადი, რომელიც საჭირო არაა მიმდინარე დასაქმების პირობებში.

ქირის-ძებნის ქმედება – ეკონომიკური აგენტი ჩართულია ქირის-ძებნის პროცესსში, როდესაც პოლიტიკურ პროცესებს იყენებს ეკონომიკური ქირის მისაღებად, რაც ჩვეულებრივი საბაზრო ტრანზაქციების დროს არ მოხდებოდა.

ქირის განაკვეთი – ერთი მანქანა-დანადგარის ერთი საათით დაქირავების დანახარჯი. წიგნში ავღნიშნავთ როგორც v.

მასშტაბიდან უკუგება – საწარმოო ფუნქციების კლასიფიკაცია იმის მიხედვით, თუ როგორ პასუხობს საწარმოო ფაქტორების ზრდას გამოშვების ზრდა. თუ საწარმოო ფაქტორების პროპორციული ზრდა უფრო მცირე პროპორციით ზრდის გამოშვებას, მაშინ ვამბობთ, რომ საწარმოო ფუნქციას ახასიათებს მასშტაბიდან კლებადი უკუგება. თუ გამოშვება იზრდება ამ პროპორციაზე მეტად, მაშინ ვამბობთ, რომ გვაქვს მასშტაბიდან ზრდადი უკუგება. ხოლო თუ გამოშვება იზრდება იმავე პროპორციით რა პროპორციითაც საწარმოო ფაქტორები გაიზარდა, მაშინ გვაქვს მასშტაბიდან მუდმივი უკუგება. მათემატიკურად თუ $f(mk, ml) = m^k f(k, l)$, $k > 1$ შემთხვევაში გვაქვს ზრდადი უკუგება, $k = 1$ მუდმივი უკუგება და $k < 1$ კლებადი უკუგება.

რისკისადმი უარყოფითი დამოკიდებულება – სამართლიანი სანაძლეოს არ მიღების სურვილი. გვაქვს მაშინ, როდესაც სიმდიდრის ფუნქცია არის ჩაზნექილი [რაც ნიშნავს $U'(W) > 0$, $U''(W) < 0$]. აბსოლიტური რისკისადმი უარყოფითი დამოკიდებულება იზომება როგორც $r(W) = -U''(W)/U'(W)$. შედარებითი რისკისადმი უარყოფითი დამოკიდებულება შემდეგნაირია

$$rr(W) = -\frac{WU''(W)}{U'(W)}$$

მეორე რიგის პირობა – მათემატიკური პირობა, მოითხოვება იმის დასამტკიცებლად, რომ პირველი რიგის პრობით მიღებული წერტილები არიან ნამდვილი მინიმუმის ან ნამდვილი მაქსიმუმის წერილები. ეს პირობები სრულდება იმ ფუნქციების მიერ, რომლების ემორჩილება კონკრეტულ ამოზნექილობის დაშვებებს.

შეფარდის ლემა – კონვერტის თეორემის გამოყენება, რომელიც გვიჩვენებს, რომ მომხმარებლის კომპენსირებული მოთხოვნის ფუნქცია და ფირმის (მუდმივი გამოშვება) საწარმოო ფაქტორებზე მოთხოვნის ფუნქცია შეიძლება მივიღოთ შესაბამისად შესყიდვაზე დანახარჯების ფუნქციის ან მთლიანი დანახარჯების ფუნქციის კერძო წარმოებულებით.

გადასახადის გადაადგილება – გადასახადის დაწესებაზე ბაზრის პასუხი, რომლის თანახმადაც გადასახადს იხდის ის აგენტი, რომელზეც ეს გადასახადი რეალურად არ დაუწესებიათ.

მოკლევადიანი და გრძელვადიანი პერიოდების განსხვავება – წარმოების თეორიაში დაშვებული განსხვავება პერიოდის ვადებთან დაკავშირებით. მოკლევადიანია ის პერიოდი, რომელშიც გვაქვს როგორც ცვლადი ასევე ფიქსირებული საწარმოო ფაქტორები, ხოლო გრძელვადიან პერიოდში ყველა საწარმოო ფაქტორი ცვალებადია.

მინიშნება – დაფარული ტიპის ინდივიდის მიერ განხორციელებული ქმედება, რომ მიანიშნოს მისი ნამდვილი ტიპი.

სლუცკის ტოლობა – ფასების ცვლილების ჩანაცვლებისა და შემოსავლის ეფექტების მათემატიკური წარმოდგენა სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის არჩევანისას:

$$\partial x/\partial p_x = \partial x/p_x|_{U=\bar{U}} - X(\partial x/\partial I).$$

სოციალური კეთილდღეობის ფუნქცია – ჰიპოთეტური მოწყობილობა, რომელიც სათვალავში იღებს საზოგადოების შეხედულებას ინდივიდებს შორის უთანაბრობაზე.

საუკეთესო ქვეთამაშის წონასწორობა – სტრატეგიული პროფილი $(s_1^*, s_2^*, \ldots, s_n^*)$, რომელიც გვაძლევს ნეშის წონასწორობას ნებისმიერ ქვეთამაშში.

შემცვლელები (მთლიანი) – ორი პროდუქტი არის შემცვლელი, თუ ერთი მათგანის ფასის ზრდას მოყვება მეორეზე მოთხოვნის ზრდა. x და y არიან შემცვლელები (მთლიანი) თუ $\partial x/\partial p_y > 0$. იხილეთ შემავსებლები; სლუცკის ტოლობა.

შემცვლელები (წმინდა) – ორი პროდუქტი არის შემცვლელი (წმინდა), თუ ერთი მათგანის ფასის ზრდას მოყვება მეორეზე მოთხოვნის ზრდა, მაშინ როცა სარგებლიანობა გვაქვს მუდმივი. x და y არიან შემცვლელები (წმინდა), თუ

$$\partial x/\partial p_y|_{u=\bar{u}} > 0.$$

წმინდა ჩანაცვლებადობა არის სიმეტრიული

$$\partial x/\partial p_y|_{u=\bar{u}} = \partial x/\partial p_x|_{u=\bar{e}}.$$

ასევე იხილეთ შემავსებლები; სლუცკის ტოლობა.

ჩანაცვლების ეფექტი – იხილეთ შემოსავლისა და ჩანაცვლების ეფექტები; გამოშვებისა და ჩანაცვლების ეფექტები; სლუცკის ტოლობა.

ჩაძირული დანახარჯი – დანახარჯი, რომელიც გაღებული იქნება ინვესტირების დროს და რომლის არც დაბრუნება შეიძლება და არც რაიმე ახლიდან გასაყიდი ღირებულება გააჩნია.

მიწოდების ფუნქცია – მოგების მაქსიმიზაციაზე ორიენტირებული ფირმისთვის გამოშვების ფასისა (P) და საწარმოო ფაქტორების ფასების (v, w) ფუნქცია, რომელიც გვიჩვენებს მიწოდების q რაოდენობას:

$$q = q(P, v, w).$$

მიწოდების პასუხი – მოთხოვნის პირობების და საბაზრო ფასის ცვლილებით გამოწვეული პროდუქციის ზრდა. როგორც წესი, განვასხვავებთ მოკლევადიან და გრძლევადიან მიწოდების პასუხებს.

ჩუმი შეთანხმება – კოოპერატიული სტრატეგიის არჩევანი ცხადი შეთანხმებების გარეშე.

მთლიანი დანახარჯის ფუნქცია – კავშირი მთლიან (მინიმიზირებულ) დანახარჯებს, გამოშვებასა და რესურსების ფასებს შორის

$$C = C(v, w, q).$$

სარგებლიანობის ფუნქცია – მათემატიკური წარმოდგენა, თუ როგორ ალაგებს რეიტინგში სხვადასხვა მოხმარების კალათებს ინდივიდი. თუ გვაქვს მხოლოდ ორი პროდუქტი x და y, მაშინ სარგებლიანობა იქნება

$$\textit{სარგებლიანობა} = U(x, y).$$

ცვალებადი დანახარჯები – დანახარჯები, რომლებიც იცვლება, რადგან შეიცვალა ფირმის გამოშვება. ეს არის ფიქსირებული დანახარჯების საპირისპირო, რომელიც არ იცვლება.

ვონ ნოემან-მორგენშტერნის სარგებლიანობის ფუნქცია – გამოშვებების რეიტინგი გაურკვეველ სიტუაციებში, რომელშიც ინდივიდი არჩევანს აკეთებს მოსალოდნელი სარგებლის მნიშვნელობებზე დაყრდნობით.

ხელფასი – ერთი მუშის დაქირავების ანაზღაურება ერთ საათში. წიგნში აღვნიშნეთ როგორც w.

ვალრასის ფასების მოწესრიგება – დაშვება, რომლის მიხედვითაც ბაზრები წონასწორობას აღწევენ ფასების მოწესრიგებით, ნამეტი მოთხოვნის ან მიწოდების შედეგად.

ნულ-ჯამიანი თამაში – თამაში, რომელშიც მოგებული მოთამაშის მოგება არის წაგებული მოთამაშის დანაკარგის ტოლი.

დაიბეჭდა თსუ გამომცემლობის სტამბაში

0179 თბილისი, ი. ჭავჭავაძის გამზირი 1
1, Ilia Tchavtchavadze Avenue, Tbilisi 0179
Tel: 995 (32) 225 14 32, 995 (32) 225 27 36
www.press.tsu.edu.ge

ტირაჟი 800 ეგზემპლარი